

**UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
ESCOLA DE ENGENHARIA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL**

Giordano Von Saltiél Lorenci

**LAJES LISAS PROTENDIDAS: COMPARAÇÃO DOS
MÉTODOS DE DIMENSIONAMENTO À FLEXÃO**

Porto Alegre
julho 2010

GIORDANO VON SALTIEL LORENCI

**LAJES LISAS PROTENDIDAS: COMPARAÇÃO DOS
MÉTODOS DE DIMENSIONAMENTO À FLEXÃO**

Trabalho de Diplomação apresentado ao Departamento de
Engenharia Civil da Escola de Engenharia da Universidade Federal
do Rio Grande do Sul, como parte dos requisitos para obtenção do
título de Engenheiro Civil

Orientador: Roberto Domingo Rios

Porto Alegre
julho 2010

GIORDANO VON SALTIEL LORENCI

**LAJES LISAS PROTENDIDAS: COMPARAÇÃO DOS
MÉTODOS DE DIMENSIONAMENTO À FLEXÃO**

Este Trabalho de Diplomação foi julgado adequado como pré-requisito para a obtenção do título de ENGENHEIRO CIVIL e aprovado em sua forma final pelo Professor Orientador e pela Coordenadora da disciplina Trabalho de Diplomação Engenharia Civil II (ENG01040) da Universidade Federal do Rio Grande do Sul.

Porto Alegre, 12 de julho de 2010

Prof. Roberto Domingo Rios
Dr. pela UFRGS
Orientador

Profa. Carin Maria Schmitt
Coordenadora

BANCA EXAMINADORA

Profa. Virgínia Maria Rosito d'Avila (UFRGS)
Dra pela Universidade Federal do Rio Grande do Sul

Prof. Rubem Clécio Schwingel (UFRGS)
M.Sc. pela Universidade Federal do Rio Grande do Sul

Prof. Roberto Domingo Rios (UFRGS)
Dr. pela Universidade Federal do Rio Grande do Sul

Dedico este trabalho a minha família, pelo apoio e incentivo ao longo de todos estes anos, e por ter acreditado que tal realização era possível.

AGRADECIMENTOS

Agradeço, primeiramente, a Universidade Federal do Rio Grande do Sul, e em especial a Escola de Engenharia, que através do trabalho dos professores e funcionários, ao longo dos anos na graduação, transformam jovens estudantes em engenheiros. É sem dúvida uma honra e um privilégio fazer parte desta comunidade acadêmica.

Agradeço a Profa. Carin Maria Schmitt pela seriedade e competência com que rege as disciplinas do Trabalho de Conclusão de Curso, permitindo ao aluno um desenvolvimento organizado do estudo.

Agradeço ao orientador deste trabalho, Prof. Roberto Domingo Rios, pelo grande apoio, sem o qual a realização deste estudo não seria possível. Sua orientação e sua dedicação para com os alunos merecem uma menção especial.

Agradeço aos colegas pela ajuda e pelos momentos de descontração, tornando as situações difíceis sempre mais agradáveis.

Agradeço minha irmã Giovana, pela ajuda com o tratamento das imagens, pela revisão do texto e também pela paciência.

Por fim, um agradecimento especial aos meus pais, Cléo e Vânia, pelo apoio incondicional durante toda minha vida, e por possibilitar que eu chegasse até aqui, não medindo esforços para que os filhos pudessem receber uma educação de qualidade.

Que os vossos esforços desafiem as impossibilidades,
lembrai-vos de que as grandes coisas do homem foram
conquistadas do que parecia impossível.

Charles Chaplin

RESUMO

LORENCI, G. V. S. **Lajes Lisas Protendidas**: comparação dos métodos de dimensionamento à flexão. 2010. 89 f. Trabalho de Diplomação (Graduação em Engenharia Civil) – Departamento de Engenharia Civil, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre.

O objetivo deste trabalho é a comparação dos resultados do dimensionamento à flexão de lajes lisas protendidas, mediante a aplicação de diferentes métodos de análise, verificando o estado limite último de ruptura por flexão. É focado o sistema de protensão não aderente, bastante usado atualmente devido às facilidades de execução que apresenta. Estruturas protendidas requerem alguns cuidados especiais, principalmente com relação aos materiais, devendo-se utilizar aços e concretos com elevadas resistências para combater os efeitos das perdas de protensão. Tanto a NBR 6118/2007, quanto o ACI 318/2008 apresentam modelos de cálculo simplificados para este tipo de estrutura, desde que a laje possua regularidade na disposição dos pilares. Tais modelos correspondem aos Métodos dos Pórticos Equivalentes que, para cada Norma, tem características específicas. É também comum, neste tipo de dimensionamento, a aplicação de procedimentos numéricos, como o Método dos Elementos Finitos, para obtenção ou conferência dos esforços na laje. Os resultados demonstram que para estruturas que possuem regularidade na geometria e na disposição dos pilares, o Método dos Pórticos Equivalentes conduz a respostas próximas às obtidas com a análise via elementos finitos, tanto em relação às solicitações, quanto aos consumos de aço para as armaduras passivas.

Palavras-chave: lajes lisas; protensão não aderente; concreto protendido.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1: diagrama com o delineamento da pesquisa	16
Figura 2: detalhe da cordoalha engraxada	25
Figura 3: ancoragem para protensão não aderente	26
Figura 4: relação entre vãos e espessuras para lajes em concreto armado e protendido ..	30
Figura 5: traçado vertical dos cabos de protensão	35
Figura 6: detalhes das armaduras contra colapso progressivo e de borda da laje	38
Figura 7: disposições para armaduras passivas em lajes sem vigas	38
Figura 8: determinação da força de protensão	39
Figura 9: detalhe dos pórticos e das faixas de distribuição de momentos fletores conforme a NBR 6118/2007	42
Figura 10: faixas de distribuição de momentos segundo o ACI 318/2008	44
Figura 11: elemento torcional na ligação entre laje e pilar	46
Figura 12: coeficientes de distribuição de momentos segundo o ACI 318/2008	46
Figura 13: cargas equivalentes para os vãos internos	48
Figura 14: cargas equivalentes para os balanços	49
Figura 15: seção transversal no Estádio III	55
Figura 16: dimensões da laje protendida analisada	58
Figura 17: cargas equivalentes simulando o efeito da protensão	61
Figura 18: distribuição das faixas nos pórticos A e B conforme a NBR 6118/2007	61
Figura 19: posição dos momentos avaliados na laje	62
Figura 20: pórticos e faixas de distribuição dos momentos segundo o ACI 318/2008	66
Figura 21: laje analisada por elementos finitos	71
Figura 22: momentos fletores, em kN.m, na direção x sem o efeito da protensão	71
Figura 23: momentos fletores, em kN.m, na direção x com o efeito da protensão	72

LISTA DE QUADROS

Quadro 1: cargas verticais acidentais atuantes conforme o uso da edificação	32
Quadro 2: correspondência entre classes de agressividade ambiental e cobrimento nominal, conforme a NBR 6118/2007	33
Quadro 3: taxas mínimas de armadura de flexão para seções retangulares	36
Quadro 4: estimativas da força de protensão	60
Quadro 5: número de cordoalhas para os pórticos A e B	60
Quadro 6: cargas equivalentes simulando o efeito da protensão	61
Quadro 7: momentos hiperestáticos nos pórticos A e B	62
Quadro 8: momentos atuantes na laje para os pórticos A e B	63
Quadro 9: armaduras mínimas de acordo com a NBR 6118/2007	63
Quadro 10: tensões de cálculo na armadura ativa	64
Quadro 11: armaduras passivas no pórtico A	64
Quadro 12: armaduras passivas no pórtico B	65
Quadro 13: comprimentos equivalentes dos pilares e alturas equivalentes da laje	66
Quadro 14: momentos hiperestáticos para os pórticos A e B	67
Quadro 15: momentos solicitantes de cálculo para os pórticos A e B	67
Quadro 16: armaduras passivas mínimas para os pórticos do ACI 318/2008	68
Quadro 17: tensão de cálculo na armadura ativa	68
Quadro 18: armadura passiva no pórtico A	69
Quadro 19: armadura passiva no pórtico B	69
Quadro 20: momentos solicitantes devido ao carregamento externo (cargas acidentais e permanentes) para os mesmos pórticos A e B	72
Quadro 21: momentos fletores e armaduras passivas no pórtico A para as faixas segundo a NBR 6118/2007	73
Quadro 22: : momentos fletores e armaduras passivas no pórtico B para as faixas segundo a NBR 6118/2007	73
Quadro 23: momentos fletores e armaduras passivas no pórtico A para as faixas segundo o ACI 318/2008	74
Quadro 24: momentos fletores e armaduras passivas nos pórticos B para as faixas segundo o ACI 318/2008	75
Quadro 25: momentos fletores por pórtico, sem protensão	76
Quadro 26: áreas de armaduras passivas segundo os Métodos dos Pórticos Equivalentes da NBR 6118/2007 e ACI 318/2008	77
Quadro 27: diferenças nas áreas de armaduras passivas	78
Quadro 28: diferenças nas áreas de armaduras passivas	78

LISTA DE SIGLAS

ACI: *American Concrete Institute*

CA: concreto armado

CP: concreto protendido

ELS: estado limite de serviço

ELU: estado limite último

MEF: Método dos Elementos Finitos

MPE: Método dos Pórticos Equivalentes

PEAD: polietileno de alta densidade

RB: relaxação baixa

RN: relaxação normal

UFRGS: Universidade Federal do Rio Grande do Sul

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	12
2 MÉTODO DE PESQUISA	14
2.1 QUESTÃO DE PESQUISA	14
2.2 OBJETIVOS DO TRABALHO	14
2.2.1 Objetivo principal	14
2.2.2 Objetivos secundários	14
2.3 PRESSUPOSTOS	15
2.4 DELIMITAÇÕES	15
2.5 LIMITAÇÕES	15
2.6 DELINEAMENTO	16
2.6.1 Pesquisa bibliográfica	16
2.6.2 Definição da estrutura	17
2.6.3 Análises	17
2.6.4 Comparação dos resultados	17
2.6.5 Considerações finais	17
3 MATERIAIS	18
3.1 CONCRETO	18
3.2 AÇOS DE PROTENSÃO	20
3.3 AÇOS PARA ARMADURA PASSIVA	21
4 PROTENSÃO	22
4.1 SISTEMA COM PÓS-TRAÇÃO NÃO ADERENTE.....	24
4.2 PERDAS DE PROTENSÃO	26
5 CRITÉRIOS DE PROJETO PARA LAJES LISAS	28
5.1 CARGAS ATUANTES NAS LAJES	31
5.2 CRITÉRIOS DE DURABILIDADE DA ESTRUTURA	32
5.3 CONSIDERAÇÕES SOBRE OS CABOS DE PROTENSÃO.....	33
5.4 ARMADURAS PASSIVAS	35
5.5 CÁLCULO DA FORÇA DE PROTENSÃO	39
5.6 MÉTODOS DE ANÁLISE	41
5.6.1 Método dos Pórticos Equivalentes da NBR 6118/2007	42
5.6.2 Método dos Pórticos Equivalentes do ACI 318/2008	43
5.6.3 Método das Cargas Equivalentes	47
5.6.4 Métodos dos Elementos Finitos	50

5.7 VERIFICAÇÃO AO ELU DE RUPTURA POR FLEXÃO	52
6 ANÁLISE DA LAJE PROPOSTA	58
6.1 ANÁLISE SEGUNDO A NBR 6118/2007	61
6.2 ANÁLISE SEGUNDO O ACI 318/2008	66
6.3 ANÁLISE ATRAVÉS DO SOFTWARE SAP2000	70
7 COMPARAÇÃO DOS RESULTADOS	76
8 CONSIDERAÇÕES FINAIS	80
REFERÊNCIAS	81
APÊNDICE A	83
APÊNDICE B	85

1 INTRODUÇÃO

Na atualidade, os projetistas buscam maneiras de obter vãos cada vez maiores, permitindo grandes áreas livres com um reduzido número de pilares, principalmente nas edificações comerciais, onde tais características são muito convenientes. Outro aspecto bastante almejado na construção civil é a otimização do trabalho em canteiro de obra, buscando meios de reduzir tanto o tempo de execução quanto a mão de obra.

Dentre os aspectos citados acima, pode-se perceber um horizonte favorável ao uso das lajes lisas protendidas de concreto. Sendo um sistema que reduz, ou até mesmo elimina a presença de vigas no pavimento, ele propicia um meio de otimizar a ação do trabalho em canteiros de obras, devido à redução no número de fôrmas. Além disto, gera uma estrutura mais leve, reduzindo as cargas nas fundações. A aplicação da protensão permite que se alcance vãos maiores, com lajes de espessuras reduzidas, quando comparadas com as espessuras necessárias caso as estruturas fossem somente de concreto armado. Mas, em geral, estes elementos acarretam em altos consumos de aço e, em alguns casos, de concreto, além de possibilitar uma baixa rigidez lateral à edificação. Havendo tal redução de rigidez, deve-se prever o uso de sistemas que absorvam os esforços horizontais, como núcleos em concreto armado.

Considerando a crescente utilização deste sistema, é importante conhecer as formas de projetar tais estruturas. Nas normas técnicas, tanto nacionais quanto internacionais, são propostos alguns métodos de cálculos simplificados para a obtenção das solicitações. Tais procedimentos são adequados, desde que sejam respeitadas certas restrições com relação à regularidade das lajes e à disposição dos pilares na planta. Paralelamente a estes métodos simplificados, ou quando a estrutura apresenta particularidades não contempladas em norma, é comum a aplicação de procedimentos numéricos para realizar a análise e, em alguns casos, ensaios em escala reduzida. Dentre estas ferramentas, pode-se destacar o Método dos Elementos Finitos, cuja aplicação pode levar a bons resultados, desde que controladas as variáveis que intervêm no processo.

O desenvolvimento deste trabalho foi realizado a partir da proposição de uma laje lisa, sobre a qual foram analisadas as solicitações no estado limite último de ruptura por flexão, para os diferentes métodos citados anteriormente. Assim, tornou-se viável uma comparação dos diferentes resultados obtidos, estabelecendo as variações nos consumos de aço e concreto, perante as características impostas por cada uma das verificações.

No capítulo 2 do trabalho é apresentado o método de pesquisa, onde há um detalhamento do desenvolvimento do mesmo, explicitando as etapas seguidas. Nos capítulos 3 e 4 estão dispostas informações básicas sobre os materiais utilizados neste tipo de estrutura, e ainda elementos referentes à protensão, destacando itens relacionados a cordoalhas não aderentes. Já no capítulo 5, são retratados os aspectos da análise e do dimensionamento das lajes lisas, compreendendo a descrição dos métodos de cálculo, aspectos do detalhamento das armaduras e demais critérios de projeto. No capítulo 6 é apresentada a estrutura que foi proposta para estudo, assim como a aplicação dos métodos de cálculo. Os capítulos 7 e 8, respectivamente, apresentam a comparação dos resultados e as considerações finais.

2 MÉTODO DE PESQUISA

2.1 QUESTÃO DE PESQUISA

A questão de pesquisa deste trabalho é: quais as diferenças encontradas em relação aos consumos de aço e concreto em lajes lisas protendidas, comparando-se vários métodos de dimensionamento à flexão?

2.2 OBJETIVOS DO TRABALHO

2.2.1 Objetivo principal

O objetivo principal deste trabalho é a comparação dos resultados do dimensionamento à flexão de lajes lisas protendidas, considerando os métodos simplificados previstos em normas e também análise através de elementos finitos.

2.2.2 Objetivos secundários

Os objetivos secundários deste trabalho são:

- a) descrição da modelagem nas estruturas de lajes lisas protendidas em elementos finitos;
- b) determinação das solicitações neste tipo de pavimento, frente aos diferentes métodos de dimensionamento considerados, e uma posterior comparação destes resultados.

2.3 PRESSUPOSTOS

Considera-se que as informações contidas nas normas utilizadas são verdadeiras e conduzem a resultados aceitáveis. É admitido que a análise por elementos finitos, desde que corretamente elaborada, seja capaz de gerar resultados compatíveis com os que acontecem na estrutura real.

2.4 DELIMITAÇÕES

O tipo de estrutura analisada refere-se a edificações comerciais, em ambientes urbanos, o que influenciará nas determinações da sobrecarga, como também da classe de agressividade ambiental, conforme as Normas Brasileiras em vigor. O estudo compreende lajes lisas maciças protendidas, com protensão não aderente, mediante o uso de cordoalhas de aço engraxadas.

2.5 LIMITAÇÕES

São limitações deste estudo:

- a) estrutura submetida somente a esforços verticais (peso próprio e sobrecarga), não considerando efeitos horizontais, provenientes da ação do vento;
- b) considera-se apenas uma disposição regular dos pilares nos pavimentos, de forma a permitir o uso do Método dos Pórticos Equivalentes, conforme estabelecido nas normas para que o referido método seja válido;
- c) para a análise da estrutura proposta é utilizado somente um *software* (SAP2000);
- d) as verificações ao efeito de funcionamento e aos estados limites de serviço não fazem parte do escopo deste trabalho;
- e) são avaliados apenas os métodos simplificados propostos pelas normas NBR 6118/2007 e ACI 318/2008;
- f) a protensão dos cabos será realizada em somente uma das extremidades da laje.

2.6 DELINEAMENTO

O trabalho foi executado conforme indica o diagrama demonstrado na figura 1, que retrata as diversas etapas realizadas. Cada uma destas etapas é descrita nos itens a seguir.

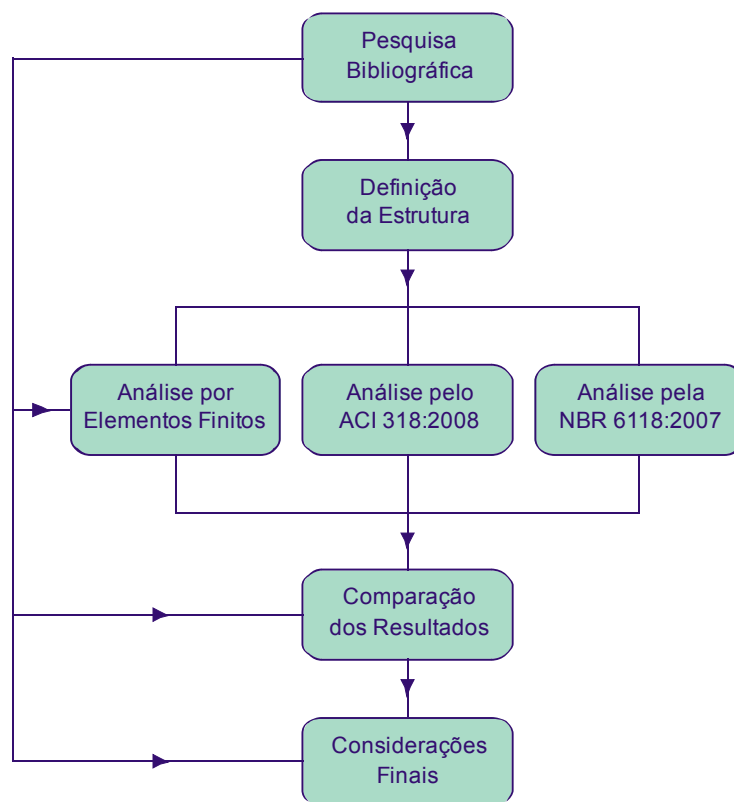


Figura 1: diagrama com o delineamento da pesquisa

2.6.1 Pesquisa bibliográfica

A pesquisa bibliográfica foi a responsável pelo embasamento teórico que fundamenta o trabalho. É importante destacar que ela se estendeu por toda a execução do mesmo, já que ao longo do desenvolvimento, surgiram questões secundárias a serem respondidas. A pesquisa permite conhecer os aspectos fundamentais para o dimensionamento das estruturas. Possibilita compreender o comportamento dos materiais empregados, assim como as considerações referentes aos métodos de análise e ainda ao detalhamento das lajes.

2.6.2 Definição da estrutura

Os processos simplificados descritos pelas normas avaliadas requerem que a estrutura respeite certos critérios de regularidade, tanto nas lajes quanto nos pilares. Assim, foi necessário propor uma geometria que respeitasse tais limitações, possibilitando o estudo pelo Método dos Pórticos Equivalentes, e também a aplicação de elementos finitos.

2.6.3 Análises

Definida a estrutura, partiu-se para a aplicação dos procedimentos de cálculo. Quanto às normas, foram examinados os Métodos dos Pórticos Equivalentes, conforme especificados na NBR 6118/2007 e no ACI 318/2008. Simultaneamente, foi realizada uma análise da estrutura via elementos finitos, utilizando o *software* SAP2000. Através das solicitações encontradas, realizou-se o dimensionamento da estrutura para os três casos já citados.

2.6.4 Comparação dos resultados

Em posse dos resultados obtidos no dimensionamento, foi efetuada uma comparação entre os diferentes métodos, possibilitando avaliar não só o aspecto técnico, como também o econômico, já que são conhecidos os consumos de aço e concreto.

2.6.5 Considerações finais

Esta etapa do trabalho consistiu em observações relativas aos resultados e à execução do trabalho em si. Também foi possível avaliar as respostas obtidas, mediante comparação com o material já existente na bibliografia sobre o tema.

3 MATERIAIS

Os materiais aplicados em estruturas de concreto protendido são praticamente os mesmos utilizados nos elementos convencionais de concreto armado. A grande distinção diz respeito aos aços da armadura ativa que, devido às altas tensões às quais estão sujeitos, devem possuir uma maior resistência à tração. Este acréscimo é necessário para compensar as perdas de protensão, iniciais e retardadas (PFEIL, 1988, p. 17).

3.1 CONCRETO

Nas lajes protendidas, é comum o uso de concretos de alta resistência à compressão, em geral, maiores do que aquelas usadas em concreto armado. Como eles atingem mais rapidamente valores elevados de módulo de elasticidade e resistência, é possível executar a protensão em poucos dias, e também acelerar a retirada dos escoramentos. Os concretos com classe de resistência elevada são também favoráveis à durabilidade das estruturas, pois têm baixa permeabilidade (EMERICK, 2005, p. 3). Segundo Leonhardt (1983, p. 15): “Para concreto protendido deve-se, em geral, empregar concretos de alta resistência, [...] para que os encurtamentos de retração e fluência fiquem limitados a valores pequenos, já que tais encurtamentos dão origem a perdas de protensão.”.

É importante salientar que a NBR 6118 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2007) fixa o limite máximo de resistência à compressão do concreto em 50 MPa, não havendo, até momento, normalização para projetos com classes de resistências maiores. A Norma também prevê os limites mínimos que devem ser empregados, sendo que para concretos com armadura ativa (protendida), a resistência mínima à compressão é de 25 MPa.

Para fins de projeto, algumas características referentes ao concreto devem ser definidas. Para estimativa do peso próprio dos elementos em concreto armado, é aplicado o valor de 25 kN/m³ (EMERICK, 2005, p. 16). A resistência de cálculo à compressão do concreto (f_{cd}), verificada aos 28 dias, é definida, segundo a NBR 6118 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2007) pela fórmula 1:

$$f_{cd} = \frac{f_{ck}}{\gamma_c} \quad (\text{fórmula 1})$$

Onde:

f_{cd} : resistência de cálculo à compressão do concreto;

f_{ck} : resistência característica à compressão do concreto;

γ_c : coeficiente de ponderação da resistência, em geral 1,4.

Ainda de acordo com esta Norma, o módulo de elasticidade pode ser calculado através da fórmula 2, para a idade de 28 dias:

$$E_{ci} = 5600 \cdot \sqrt{f_{ck}} \quad (\text{fórmula 2})$$

Onde:

E_{ci} : módulo de elasticidade inicial, em MPa, com f_{ck} também em MPa.

Nas análises elásticas de projeto, para determinar os esforços solicitantes e também para a verificação dos estados limites de serviço, a NBR 6118 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2007) indica o uso do módulo de elasticidade secante, que é determinado através da fórmula 3:

$$E_{cs} = 0,85 \cdot E_{ci} \quad (\text{fórmula 3})$$

Onde:

E_{cs} : módulo de elasticidade secante.

3.2 AÇOS DE PROTENSÃO

De acordo com Leonhardt (1983, p. 16-17), os aços de protensão devem ter resistência elevada, para minimizar as perdas de protensão por relaxação. Precisam ter boa ductilidade, para que não rompam de maneira frágil. Também devem ser resistentes à corrosão, com cuidados especiais em relação à corrosão sob tensão. Por fim, os aços têm de garantir a uniformidade da seção transversal, já que o alongamento do cabo (calculado usando o valor nominal da seção) é o principal parâmetro de controle da protensão.

A corrosão, um processo eletroquímico, é extremamente prejudicial aos aços de protensão, pois eles possuem pequena seção transversal, e qualquer redução de área pode ser crítica (LEONHARDT, 1983, p. 22). Além da corrosão eletrolítica, as armaduras ativas estão sujeitas à corrosão sob tensão (*stress corrosion*), responsável por rupturas frágeis no material, devido ao surgimento de fissuras transversais (PFEIL, 1988, p. 20).

Os aços de protensão permanecem, ao longo de toda a vida útil da estrutura, sujeitos a elevadas tensões. Com o passar dos anos, tal material sofre perdas de tensão, decorrentes do fenômeno de relaxação. Para reduzir este efeito, é possível aplicar um tratamento termomecânico, que consiste no aquecimento do aço à temperatura de 400°C, com tracionamento do mesmo até uma deformação unitária de 0,01%. Os aços que recebem este tratamento são chamados de baixa relaxação (RB). Sem o tratamento, são caracterizados como tendo relaxação normal (RN) (PFEIL, 1988, p. 17).

A relaxação ocorre quando, mesmo para um comprimento deformado constante, ocorre alívio de tensões no material. Outro fenômeno existente no aço é a fluência, que se caracteriza pelo fato de que, mesmo sob tensões constantes, as deformações aumentam com o tempo. Ambas as situações decorrem de movimentos causados por transformações da estrutura cristalina do aço, quando este estiver sujeito a tensões permanentes (LEONHARDT, 1983, p. 23).

As armaduras usadas para protensão são fios de aço-carbono, trefilados, fornecidos em rolos. Também são usadas cordoalhas, compostas por fios trefilados, enrolados em forma de hélice, igualmente disponíveis em rolos, recebendo ou não revestimento plástico. Há ainda, barras de aço de baixa liga, laminadas à quente, com tamanhos limitados (PFEIL, 1988, p. 15).

Atualmente, os aços mais utilizados em obras protendidas têm resistência à tração de 175 kN/cm² ou ainda de 190 kN/cm². Estes aços são denominados pela sigla CP (concreto

protendido), seguido de sua resistência característica à ruptura por tração (f_{ptk}) (EMERICK, 2005, p. 17). Para fios e cordoalhas, a NBR 6118 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2007) admite o valor de 200 GPa para o módulo de elasticidade, a ser usado na inexistência de ensaios ou de informações dos fabricantes.

3.3 AÇOS PARA ARMADURA PASSIVA

A armadura passiva (também chamada de complementar ou convencional) é composta pelas barras de aço nervuradas também usadas nas estruturas em concreto armado. Recebem a designação de passivas por não sofrerem a operação de protensão. A armadura protendida, em geral, é denominada ativa (LEONHARDT, 1983, p. 4). É perfeitamente possível o uso de aços de protensão, desde que não estejam tensionados, para constituir as armaduras suplementares. Isto normalmente não é feito porque tais aços têm maior custo do que os vergalhões usados em concreto armado (PFEIL, 1988, p. 15).

Segundo Leonhardt (1983, p. 4), a presença de armadura passiva pode garantir que possíveis fissuras tenham tamanho reduzido a aberturas capilares. Assim, mantendo-se a integridade da seção, é possível admitir que ocorram tensões de tração no concreto na análise para cargas totais de utilização.

Os aços das armaduras passivas são designados pela sigla CA (concreto armado), seguido de seu valor característico do limite de escoamento (f_{yk}) (PFEIL, 1988, p. 14). Como valor do módulo de elasticidade, na impossibilidade de ensaios, a NBR 6118 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2007) admite o valor de 210 GPa.

4 PROTENSÃO

O conceito de protensão pode ser definido como a aplicação de um estado prévio de tensões em uma estrutura, a fim de melhorar sua resistência ou seu comportamento, perante às solicitações atuantes (PFEIL, 1988, p. 1). Emerick (2005, p. 1) afirma que: “A protensão pode ser entendida como a aplicação de tensões em um elemento estrutural com o objetivo de equilibrar tensões que prejudiquem o uso desejado.”. Especificamente no caso do concreto, Leonhardt (1983, p. 3) descreve que, considerando a sua baixa resistência à tração, sempre se buscou meios de colocar sob compressão as zonas tracionadas da estrutura. Assim, os esforços de tração só surgiriam após, primeiramente, anular estas tensões de compressão.

As primeiras aplicações de protensão em concreto datam do início do século XX, sendo que através do francês Eugène Freyssinet, o concreto protendido teve grande desenvolvimento. Com o passar do tempo, o processo de protensão teve inúmeros avanços, devido a melhorias na qualidade dos materiais e no desenvolvimento de novas técnicas construtivas. De acordo com Pfeil (1988, p. 5): “A protensão do concreto é feita por meio de cabos de aço, que são esticados e ancorados nas extremidades [da viga ou laje, por exemplo]”. Para Leonhardt (1983, p. 6-7) são vantagens do concreto protendido:

- a) devido ao uso de materiais de alta resistência (tanto concreto quanto aço), é possível construir edificações com vãos maiores e também mais esbeltas, se comparadas com estruturas de concreto armado;
- b) a protensão reduz, ou até mesmo elimina a abertura de fissuras, aumentando a durabilidade da construção.

São empregados dois sistemas em estruturas de concreto protendido, que diferem entre si quanto ao momento em que é aplicada a protensão. O primeiro é o sistema denominado como pré-tração, onde cabos de aço de alta resistência são tensionados antes da concretagem do elemento. O segundo é o chamado sistema com pós-tração, onde os cabos são tensionados após o concreto ter atingido uma resistência mínima, que deve ser especificada em projeto (EMERICK, 2005, p. 1).

O sistema com pré-tração é geralmente usado por indústrias de elementos pré-moldados, ou seja, fora dos canteiros das obras. Os cabos são tracionados antes da concretagem da peça, sendo esta posteriormente transportada até o local de sua disposição final (CAUDURO, 2003, p. 23). O sistema com pós-tração divide-se em aderente ou não aderente, e de acordo com Cauduro (2003, p. 25), este modelo de protensão apresenta a vantagem de ser facilmente aplicado no canteiro de obra, evitando os custos de transporte das peças pré-tensionadas em fábricas. Além disso, permite a construção de vãos contínuos e o direcionamento da força de protensão.

No sistema com pós-tração aderente, os cabos de aço são colocados no interior de bainhas metálicas, que após o tensionamento, são preenchidas com nata de cimento, o que garante a aderência mecânica entre a armadura ativa e o concreto, além de conferir proteção à corrosão. Os cabos de protensão são compostos, geralmente por uma ou mais cordoalhas, formadas por sete fios de aço, com diâmetros de 12,7 mm ou 15,2 mm. Estas, por sua vez, são colocadas nas bainhas metálicas, ficando inicialmente soltas. Com o endurecimento do concreto, as bainhas aderem ao mesmo, mas como as cordoalhas estão soltas, elas podem ser protendidas. Posteriormente, é feita a injeção da nata de cimento, através de tubos plásticos (purgadores), dispostos ao longo da peça (RUDLOFF INDUSTRIAL LTDA., 2008, p. 6). O sistema com pós-tração não aderente está descrito no item 4.1.

Para fixar os cabos nas suas extremidades são usados dispositivos chamados ancoragens. Estas, por sua vez, podem ser ativas, quando permitem a protensão dos cabos, ou então passivas, quando são fixas. Em geral, nas lajes é comum o uso de uma ancoragem ativa e outra passiva. Em peças de grandes comprimentos, é mais adequado o uso de ancoragens ativas nas duas extremidades, para permitir a protensão pelos dois lados do elemento, reduzindo as perdas por atrito (EMERICK, 2005, p. 21).

Outra classificação importante diz respeito ao nível (grau) de protensão aplicada. A NBR 6118 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2007) discrimina a protensão em três casos:

- a) **protensão parcial:** ocorre quando, para combinação frequente de ações, é respeitado o Estado Limite de Abertura de Fissuras, com abertura característica menor ou igual a 0,2 milímetros;

- b) **protensão limitada:** ocorre quando, para combinação quase permanente de ações, é respeitado o Estado Limite de Descompressão, além de, para combinação frequente de ações, é respeitado o Estado Limite de Formação de Fissuras;
- c) **protensão completa:** ocorre quando, para combinação frequentes de ações, é respeitado o Estado Limite de Descompressão, e também é respeitado o Estado Limite de Formação de Fissuras.

Leonhardt (1983, p. 8-9) destaca que, na protensão completa, são evitadas tensões de tração no concreto provenientes da flexão dos elementos. Todavia, podem surgir tais tensões em decorrência dos esforços de cisalhamento, de torção, de efeitos térmicos ou ainda na região de ancoragem dos cabos protendidos. Assim, mesmo com protensão completa é preciso considerar a existência de tensões de tração e, por consequência, o aparecimento de fissuras. Emerick (2005, p. 11) afirma que:

Em sua origem, a utilização da protensão buscava impedir o aparecimento de tensões de tração na seção transversal. Assim, era natural que se pensasse em protensão completa. Contudo, foi justamente a protensão parcial um dos elementos que viabilizou o uso desse processo construtivo em lajes, por permitir um aproveitamento mais racional dos materiais, dosando-se convenientemente as taxas de armaduras ativas e passivas na seção.

4.1 SISTEMA COM PÓS-TRAÇÃO NÃO ADERENTE

Para possibilitar a protensão não aderente são utilizados cabos compostos por cordoalhas de aço (figura 2), envolvidas por camada de graxa e ainda por uma capa de polietileno de alta densidade (PEAD). A graxa permite protender as cordoalhas após a concretagem, além de proteger o aço da corrosão. O cabo possui uma ancoragem em cada uma de suas extremidades, e devido à inexistência de aderência, todas as tensões estão concentradas nestes dispositivos de fixação. Sendo assim, as ancoragens devem ser produzidas com alto padrão de qualidade (RUDLOFF INDUSTRIAL LTDA., 2008, p. 8).

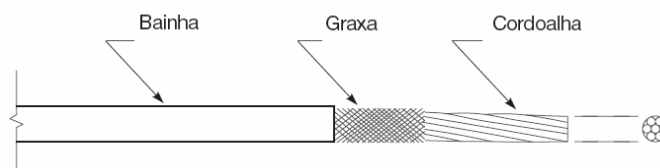


Figura 2: detalhe da cordoalha engraxada (CAUDURO, 2003, p. 29)

Para garantir o funcionamento do sistema é necessário que as cordoalhas realmente possam ser protendidas após a cura do concreto. Assim, elas devem receber atenção especial quanto ao armazenamento, o transporte e também a montagem. Qualquer rasgo ou falha no revestimento de polietileno deve ser reparado com uma fita plástica, antes da concretagem. Estas cordoalhas diferem daquelas usadas no sistema com aderência apenas pela adição da graxa inibidora de corrosão e da capa de PEAD. Os diâmetros nominais continuam sendo 12,7 mm ou 15,2 mm (EMERICK, 2005, p. 27).

A bainha de PEAD deve possuir espessura mínima de 1,0 mm e seção circular com diâmetro suficiente para permitir o deslocamento da cordoalha. Também devem ser impermeáveis e resistentes aos esforços aos quais estarão sujeitas durante a concretagem e no momento da operação da protensão (RUDLOFF INDUSTRIAL LTDA., 2008, p. 8).

Em geral, nas lajes são utilizados cabos com apenas uma cordoalha, onde se denomina o sistema como protensão mediante o uso de monocordoalhas engraxadas. Esta característica permite que a ancoragem passiva possa ser feita com uma peça idêntica a da extremidade ativa. Para garantir o correto funcionamento, a ancoragem passiva é pré-encunhada com o próprio macaco de protensão, aplicando a força total prevista no projeto, para evitar possíveis escorregamentos da cordoalha no momento do tensionamento da extremidade ativa (EMERICK, 2005, p. 30).

A simplificação do sistema de fixação da armadura ativa (figura 3) foi um dos principais fatores que tornaram o concreto protendido financeiramente competitivo com as demais soluções construtivas. Cauduro (1997, p. 2) destaca que:

O desenho engenhoso da ancoragem monocordoalha americana foi uma das razões do barateamento da protensão. Uma só peça de aço fundido nodular constitui a placa distribuidora de tensões no concreto, servindo ao mesmo tempo de reforço radial ao bloco-fêmea conjugado com furo tronco-cônico (que aloja a cunha de ancoragem). Também de grande praticidade e simplicidade é a fôrma plástica que protege o furo tronco-cônico contra a entrada de nata de cimento, estabelecendo o correto

afastamento da ancoragem em relação à fôrma, além de possibilitar a moldagem de um nicho de pequenas dimensões, o qual, após a protensão e o corte da cordoalha, é facilmente preenchível com argamassa forte de acabamento.

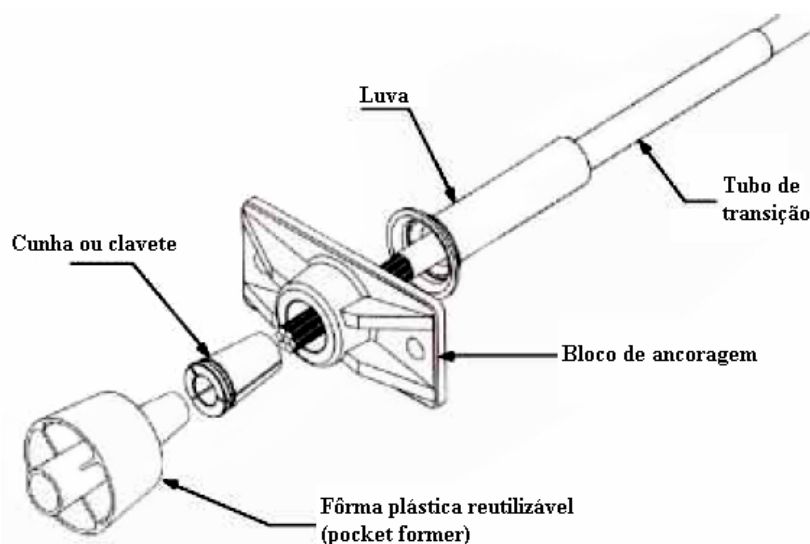


Figura 3: ancoragem para protensão não aderente (EMERICK, 2005, p. 31)

4.2 PERDAS DE PROTENSÃO

Pfeil (1988, p. 48) define que: “Perdas de protensão são todas as perdas verificadas aos cabos de protensão.”. O mesmo autor afirma que elas podem ser classificadas como:

- a) **perdas imediatas**, que ocorrem durante a operação de protensão e também devido à acomodação das cunhas de ancoragem. São subdivididas em,
 - perdas por atrito, decorrentes do atrito dos cabos com os demais componentes da estrutura;
 - perdas nas ancoragens, devido ao movimento das cunhas, que ocorrem no momento da operação de protensão, quando o esforço é transmitido do macaco para a placa de apoio;
 - perdas por encurtamento elástico do concreto, que ocorre diante do esforço de compressão proveniente da protensão;
- b) **perdas retardadas (ou progressivas)**, que ocorrem com o passar do tempo, subdivididas em,
 - perdas por retração e fluência do concreto, decorrentes dos encurtamentos do material;

- perdas por relaxação, devido à queda de tensão nos aços de alta resistência, quando estes são ancorados nas extremidades, sob elevadas tensões.

Para Milani (2006, p. 71) as perdas finais reduzem cerca em 20% a força de protensão, enquanto as perdas iniciais reduzem aproximadamente 5% desta força. Para mantê-las com um valor máximo de 20%, Loureiro (2006, p. 1737) aconselha que:

- a) para cabos com comprimentos inferiores a 36 m, pode-se realizar a protensão em apenas uma das extremidades, utilizando uma ancoragem ativa e outra passiva;
- b) para os cabos com comprimentos entre 36 e 72 m, deve-se protender por ambas as extremidades da peça, através de duas ancoragens ativas;
- c) para cabos com mais de 72 m, será necessário o uso de ancoragens intermediárias.

5 CRITÉRIOS DE PROJETO PARA LAJES LISAS

De acordo com a NBR 6118 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2007), as lajes lisas são aquelas que se apóiam diretamente sobre os pilares, sem a presença de capitéis. É ainda bastante comum o uso do termo **laje plana** para designar este tipo de estrutura. Os capitéis são aumentos de espessura na região dos apoios. Na existência destes, as lajes são denominadas cogumelo. Araújo (2003, p. 160) assegura que: “Atualmente, tem-se evitado o emprego de lajes com capitéis, devido às dificuldades de execução das fôrmas. Desse modo, empregam-se lajes lisas, as quais são projetadas com uma espessura suficiente para garantir a sua resistência à punção.”.

Normalmente, as lajes lisas são contínuas, sendo capazes de vencer grandes vãos e suportar cargas de grande intensidade. Na medida do possível, é aconselhável dispor os pilares em filas ortogonais, de forma regular. Esta disposição simplifica a determinação dos esforços atuantes e propicia um melhor comportamento da estrutura (ARAÚJO, 2003, p. 160).

Com a introdução no Brasil, em 1997, das cordoalhas de aço engraxadas, o conceito de pavimentos sem vigas, com protensão não aderente, teve grande crescimento, devido às vantagens que este tipo de estrutura proporciona (KISS, 1999, p. 1). Loureiro (2006, p. 1735) cita inúmeras vantagens, do ponto de vista estrutural, para este sistema:

- a) devido à protensão, estas lajes vencem grandes vãos, com espessuras reduzidas, além de apresentar pouca fissuração e pequenas deformações;
- b) o uso de materiais de resistência elevada, tanto o aço quanto o concreto, possibilita melhor comportamento da estrutura perante situações de serviço e ainda maior resistência no estado limite último;
- c) com a presença da graxa inibidora de corrosão, há diminuição da perda por atrito;
- d) o uso de ancoragens individuais reduz as tensões nas extremidades das lajes, reduzindo, portanto, as armaduras de fretagem para absorver estes esforços;
- e) devido ao seu pequeno diâmetro, a cordoalha permite aumentar a excentricidade do cabo, resultando numa protensão mais eficiente.

Loureiro (2006, p. 1736) também destaca as vantagens construtivas inerentes ao processo, como:

- a) a ausência de vigas sob as lajes permite diminuir o pé-direito da edificação, diminuindo sua altura, ou então, aumentando o número de pavimentos;
- b) há garantia de grande flexibilidade para o uso da edificação;
- c) é permitido executar pisos de grande extensão, sem juntas de dilatação, pois a protensão pode evitar as fissuras por retração do concreto;
- d) a execução da laje se torna mais rápida, porque a montagem das fôrmas é simplificada, assim como a das armaduras;
- e) a protensão é bastante simples, com ancoragens de fácil montagem, e operação através de macacos hidráulicos leves.

A grande desvantagem destas lajes é que sua capacidade resistente, em alguns casos, pode ser determinada pelas tensões tangenciais de punção, decorrentes da ação de forças concentradas (ARAÚJO, 2003, p. 159). Segundo Emerick (2005, p. 109): “Esse tipo de esforço ocasiona uma ruptura brusca, sem aviso, extremamente perigosa [...]”. Araújo (2003, p. 163) define que: “A ruptura por punção se dá com a propagação de fissuras inclinadas através da espessura da laje, com uma inclinação média da ordem de 30° [...]”. Quando necessário, para absorver estes esforços, a NBR 6118 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2007) estabelece que sejam dispostas, na região do apoio, armaduras formadas por estribos verticais ou por conectores (*studs*).

Outro fator limitador para lajes lisas pode ser o comportamento destas em relação à estabilidade global da estrutura. A inexistência de vigas impossibilita a formação dos pórticos de contraventamento, deixando a edificação mais flexível. Para garantir a estabilidade, é comum o uso de paredes estruturais em concreto armado, principalmente em caixas de escada e elevadores (EMERICK, 2005, p. 34-35).

Os critérios de dimensionamento para estruturas têm como base as verificações de segurança referentes aos estados limites. Estes, por sua vez, estão relacionados tanto a capacidade resistente máxima da estrutura (estados limites últimos – ELU), quanto às condições de utilização e durabilidade da edificação (estados limites de serviço – ELS). Especificamente para as lajes lisas, devem ser verificados os estados limites últimos à flexão e ao puncionamento, e os estados limites de serviço relativos ao controle de fissuras, deformações

e vibrações. Considerações sobre resistência ao fogo e proteção contra a corrosão são também itens importantes (SCHMID, 2009, p. 8).

De acordo com a NBR 6118 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2007) deve ser respeitada a espessura mínima de 16 cm para lajes lisas. Não há nesta Norma indicação de limites de esbeltez para estas lajes, mas há restrição quanto às flechas admissíveis. Schmid (2009, p. 9) faz uma comparação das lajes lisas com outros tipos de lajes (figura 4) e recomenda que a relação entre vão (L) e espessura (h) respeite os seguintes critérios:

- a) $(L/h) \leq 48$, para lajes de cobertura;
- b) $(L/h) \leq 40$, para lajes de piso, com carga acidental inferior a 3,0 kN/m².

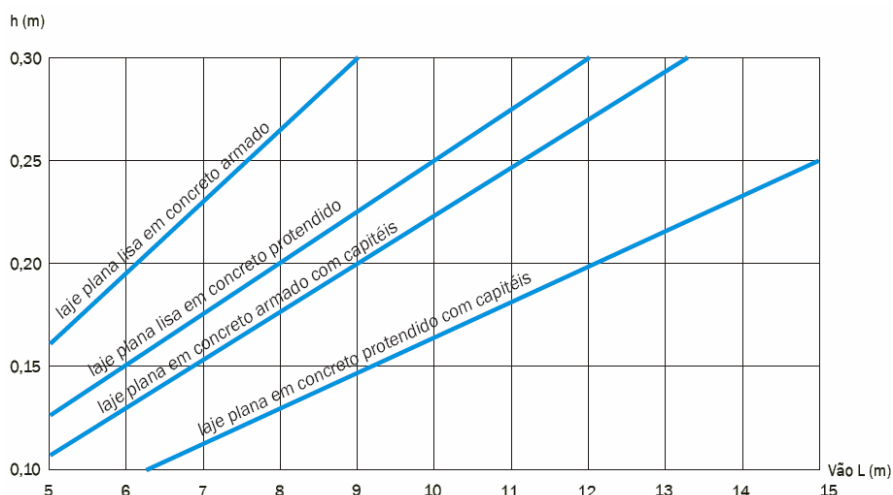


Figura 4: relação entre vãos e espessuras para lajes em concreto armado e protendido (SCHMID, 2009, p. 9)

Quanto ao custo da estrutura, utilizando-se o conceito de pavimento sem vigas, é importante avaliar diversos aspectos, e não somente o consumo de materiais. É necessário levar em conta as vantagens e desvantagens que o sistema apresenta, as quais, indiretamente, afetam o preço final. Itens como tempo de execução, reaproveitamento de fôrmas, flexibilidade da edificação e necessidade de mão de obra adequada, são parâmetros que devem ser incluídos na análise (EMERICK, 2005, p. 38). A viabilidade econômica das lajes lisas protendidas está diretamente relacionada com os vãos desejados, sendo que para valores entre 7 e 12 metros, esta solução se mostra competitiva (SCHMID, 2009, p. 28). Para uma modulação econômica

dos vãos, Souza e Cunha¹ (1998 apud EMERICK, 2005, p. 38), propõem as os seguintes critérios:

- a) vãos intermediários com comprimentos iguais entre si;
- b) para os vãos de extremidade, utilizar comprimentos de 80 a 85% dos vãos intermediários;
- c) nos balanços, dependendo da existência ou não de paredes nas bordas, usar valores em torno de 25 a 35% do vão adjacente aos mesmos.

5.1 CARGAS ATUANTES NAS LAJES

Os carregamentos atuantes nos pavimentos estão descritos na NBR 6120 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 1980). As cargas são classificadas em duas categorias:

- a) **permanente (g)**: composta pelo peso próprio da estrutura e pelo peso dos elementos construtivos e instalações permanentes;
- b) **acidental (q)**: qualquer carga que pode ocorrer na edificação, devido ao seu uso.

Com relação às combinações de carregamentos, considerando cargas permanentes, cargas acidentais e efeitos da protensão, a NBR 6118 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2007) determina que o valor de cálculo das ações seja feito pela fórmula 4:

$$F_d = \gamma_g \cdot F_{g,k} + \gamma_q \cdot F_{q1,k} + \gamma_p \cdot F_{HIP} \quad (\text{fórmula 4})$$

Onde:

F_d : valor de cálculo das ações;

$F_{g,k}$: valor característico das ações permanentes;

¹ SOUZA, V. C. M.; CUNHA, A. J. P. **Lajes em concreto armado e protendido**. 2. ed. Niterói: Editora da Universidade Federal Fluminense, 1998.

$F_{g1,k}$: valor característico da ação variável principal (sobrecarga);

F_{HIP} : valor do efeito hiperestático de protensão;

γ_g e γ_q : coeficientes de combinação, em geral, têm o valor de 1,4;

γ_p : coeficiente de ponderação da protensão (1,2 quando desfavorável e 0,9 quando favorável).

O quadro 1 faz um breve resumo das cargas verticais acidentais (sobrecargas) recomendadas na NBR 6120 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 1980), sendo estes, os valores mínimos a serem adotados. Nestes, já estão inclusos os carregamentos, considerados uniformemente distribuídos no pavimento, referentes a pessoas, veículos, móveis e utensílios.

LOCAL		CARGA (kN/m ²)
Edifícios residenciais	Dormitórios, sala, copa, cozinha e banheiro	1,5
	Despensa, área de serviço e lavanderia	2,0
Escadas	Com acesso ao público	3,0
	Sem acesso ao público	2,5
Escritórios	Salas de uso geral e banheiro	2,0
Lojas		4,0

Quadro 1: cargas verticais acidentais atuantes conforme o uso da edificação (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 1980)

5.2 CRITÉRIOS DE DURABILIDADE DA ESTRUTURA

Referente à durabilidade das estruturas, a NBR 6118 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2007) exige que, para as condições ambientais existentes na época do projeto, uma edificação mantenha sua segurança, sua estabilidade e ainda sua aptidão aos estados de serviço durante toda a sua vida útil. As classes de agressividade ambiental variam de I (fraca) a IV (muito forte), em ordem crescente de risco de deterioração da estrutura.

De acordo com Loureiro (2006, p. 1736), as lajes com protensão limitada, nas quais, para combinação frequente de ações, é respeitado o estado limite de formação de fissuras, podem

ser adequadas para regiões de classe de agressividade ambiental forte e muito forte, pois praticamente não existem fissuras nestes elementos.

Para garantir a durabilidade dos elementos de concreto, a NBR 6118 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2007), indica valores para os cobrimentos nominais das armaduras passivas e ativas, referentes a cada classe de agressividade ambiental. Respeitando-se estes cobrimentos fixados pela Norma, admite-se a proteção da armadura à corrosão. O quadro 2 resume as exigências da Norma para estruturas protendidas.

Tipo de estrutura	Componente ou elemento estrutural	Classe de agressividade ambiental			
		I	II	III	IV
		Cobrimento nominal (mm)			
Concreto protendido ⁽¹⁾	Todos	30	35	45	55

⁽¹⁾ Cobrimento nominal da armadura passiva que envolve a bainha ou os fios, cabos e cordoalhas, sempre superior ao especificado para o elemento de concreto armado, devido aos riscos de corrosão fragilizante sob tensão.

Quadro 2: correspondência entre classes de agressividade ambiental e cobrimento nominal, conforme a NBR 6118/2007 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2007)

Ainda quanto ao valor do cobrimento nominal (c_{nom}), a NBR 6118 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2007) faz as seguintes exigências:

- a) c_{nom} maior ou igual ao diâmetro da barra;
- b) c_{nom} maior ou igual ao diâmetro do feixe de cabos;
- c) c_{nom} maior ou igual à metade do diâmetro da bainha.

5.3 CONSIDERAÇÕES SOBRE OS CABOS DE PROTENSÃO

Os esforços nas lajes lisas possuem maior intensidade na região dos apoios, sendo, portanto, conveniente uma disposição concentrada dos cabos de protensão nesta porção da laje. Por ser um trecho altamente solicitado, é comum a existência de altas taxas de armaduras, o que pode dificultar a concentração dos cabos nas faixas dos pilares. No entanto, pelo menos dois cabos

devem passar sobre cada pilar (EMERICK, 2005, p. 39). Para Souza e Cunha² (1998 apud EMERICK, 2005, p. 39), o uso dos cabos concentrados nas faixas dos pilares apresenta inúmeras vantagens, pois se assemelha a distribuição de momentos na estrutura, gera aumento de resistência à punção e também promove aumento da capacidade de transferência de momentos na ligação laje-pilar.

Segundo Emerick (2005, p. 39), há ainda diversas formas de dispor armadura ativa ao longo da laje, como a simples distribuição uniforme nas duas direções. De acordo com Loureiro (2006, p. 1754), não é permitido concentrar os cabos nos dois sentidos simultaneamente. A NBR 6118 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2007) especifica alguns critérios sobre a disposição dos cabos na planta. São eles:

- a) o espaçamento máximo entre cabos (ou feixes) é de seis vezes a espessura da laje, não excedendo 120 cm;
- b) deve ser garantido um espaçamento mínimo de 5 cm, tanto entre cabos (ou feixes), quanto entre cabo e armadura passiva;
- c) deve existir um cobrimento mínimo de 7,5 cm entre cabos e a face de aberturas existentes na laje;
- d) os cabos dispostos nas faixas dos apoios (faixas externas) devem estar contidos numa região, cuja largura não ultrapasse a dimensão em planta do pilar (na direção transversal à direção longitudinal da faixa), mais 3,5 vezes a espessura da laje, para cada lado do pilar.

Quanto ao traçado vertical dos cabos, é conveniente manter as maiores flechas possíveis, pelas vantagens econômicas e de execução, mas sem desrespeitar o cobrimento mínimo exigido (EMERICK, 2005, p. 43). De acordo com Loureiro (2006, p. 1751): “Nas extremidades, as ancoragens devem ser colocadas no centro de gravidade da laje, mesmo que existam capitéis ou vigas transversais.”.

Considerando os cabos parabólicos (figura 5), para determinar o ponto de mudança de curvatura (ponto de inflexão), Emerick (2005, p. 44) propõe que se arbitre um percentual do vão (αL), onde α , é adotado entre 5 e 15%.

² SOUZA, V. C. M.; CUNHA, A. J. P. **Lajes em concreto armado e protendido**. 2. ed. Niterói: Editora da Universidade Federal Fluminense, 1998.

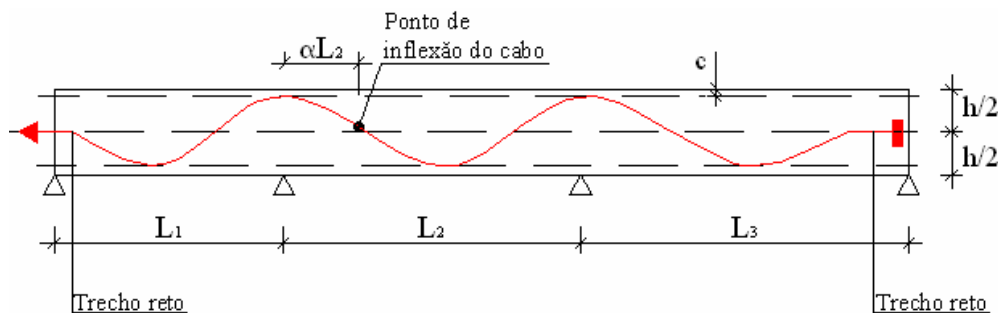


Figura 5: traçado vertical dos cabos protensão (EMERICK, 2005, p. 44)

A NBR 6118 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2007) recomenda que, em lajes protendidas através de monocordoalhas engraxadas, as ancoragens sejam colocadas no baricentro da seção das mesmas, para que não surjam momentos devido à protensão em suas extremidades. Além disto, na região da ancoragem ativa, o cabo deve permanecer reto nos primeiros 50 cm.

5.4 ARMADURAS PASSIVAS

Mesmo estruturas de concreto protendido possuem armaduras passivas, cujas atribuições são, de acordo com Loureiro (2006, p. 1753):

- a) complementar a armadura ativa nas verificações aos estados limites últimos;
- b) combater fissuras decorrentes da flexão, em situações onde a armadura ativa não foi capaz de fazê-lo;
- c) absorver esforços provenientes da retração e das variações de temperatura.

A NBR 6118 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2007) determina as armaduras passivas mínimas, com o propósito de melhorar o comportamento à ductilidade e à flexão. Tanto a Norma Brasileira quanto o ACI 318 (AMERICAN CONCRETE INSTITUTE, 2008) exigem, que para as lajes lisas com protensão não aderente, a área de armadura passiva negativa sobre os apoios seja determinada pela fórmula 5:

$$A_s = 0,00075.h.\ell \quad (\text{fórmula 5})$$

Onde:

A_s : área mínima de armadura passiva negativa sobre o apoio;

h : altura da laje;

ℓ : vão médio da laje medido na direção da armadura a ser colocada.

Com relação à armadura positiva mínima, a NBR 6118 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2007) determina o método de cálculo em função do parâmetro taxa de armadura (ρ), que representa a relação entre as áreas de aço e concreto existentes na seção transversal da laje (fórmula 6):

$$\rho_s \geq \rho_{min} - 0,5\rho_p \geq 0,5\rho_{min} \quad (\text{fórmula 6})$$

Onde:

ρ_s : taxa de armadura passiva;

ρ_{min} : taxa mínima de armadura;

ρ_p : taxa de armadura de protensão.

Os valores referentes às taxas de armaduras mínimas variam de acordo com a resistência característica do concreto à compressão, e estão retratados no quadro 3, adaptado da NBR 6118 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2007).

fck	25	30	35	40	45	50
ρ_{min} (%)	0,150	0,173	0,201	0,230	0,259	0,288

Quadro 3: taxas mínimas de armadura de flexão para seções retangulares (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2007)

No ACI (AMERICAN CONCRETE INSTITUTE, 2008) as armaduras positivas só são recomendadas quando a tensão de tração em serviço no concreto for superior a um limite. Estes limites e o modo de calcular a armadura passiva estão destacados nas fórmulas 7 e 8:

$$f_t \leq 0,2\sqrt{f_{ck}} \quad A_s \text{ não requerida} \quad (\text{fórmula 7})$$

$$f_t > 0,2\sqrt{f_{ck}} \quad A_s = \frac{N_c}{0,5f_y} \quad (\text{fórmula 8})$$

Onde:

A_s : área mínima da armadura positiva;

f_t : tensão de tração em serviço no concreto;

N_c : força equivalente à cunha de tração no concreto;

f_y : tensão característica de escoamento à tração do aço, limitado a 420 MPa.

Para garantia da ductilidade local e a conseqüente proteção contra colapso progressivo, a NBR 6118 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2007) prevê a colocação de uma armadura na região do apoio (figura 6). Segundo Emerick (2005, p. 50):

[...] pode-se prescindir desta armadura [contra colapso progressivo] quando pelo menos um cabo em cada direção ortogonal da laje, passar pelo interior da armadura longitudinal contida na seção transversal do pilar ou elemento de apoio em lajes de edifícios residenciais ou comerciais.

Também de acordo com Emerick (2005, p. 49): “Nas bordas da laje é recomendável o uso de vigas. Essa recomendação torna-se ainda mais necessária quando não há balanço, para se evitar problemas com punção dos pilares de canto e extremidade.”. No caso de se prescindir destas vigas, a NBR 6118 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2007), exige que seja colocada uma armadura de borda (figura 6).

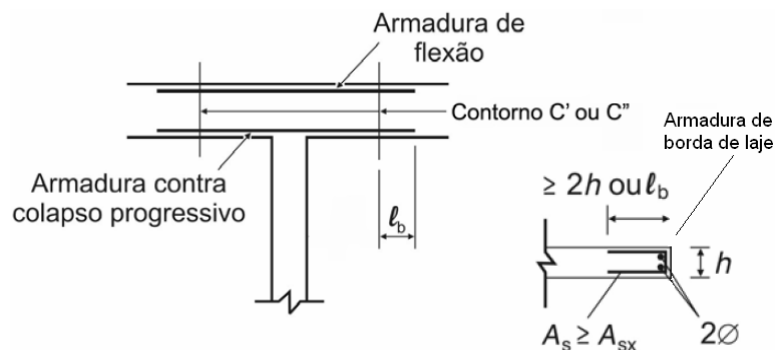


Figura 6: detalhes das armaduras contra colapso progressivo e de borda da laje (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2007, p. 152-153)

Devido à pequena área de contato entre ancoragens e concreto, surgem nesta região elevadas tensões de tração, oriundas da introdução das forças de protensão. Para absorver estes esforços são utilizadas as armaduras de fretagem (EMERICK, 2005, p. 50). Segundo Pfeil (1988, p. 200), estas armaduras evitam o esmagamento do concreto, sendo fornecidas pelos fabricantes, conforme o tipo de protensão aplicada.

A NBR 6118 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2007) determina que, para lajes sem vigas, sejam respeitadas as disposições para as barras de aço da armadura passiva conforme a figura 7.

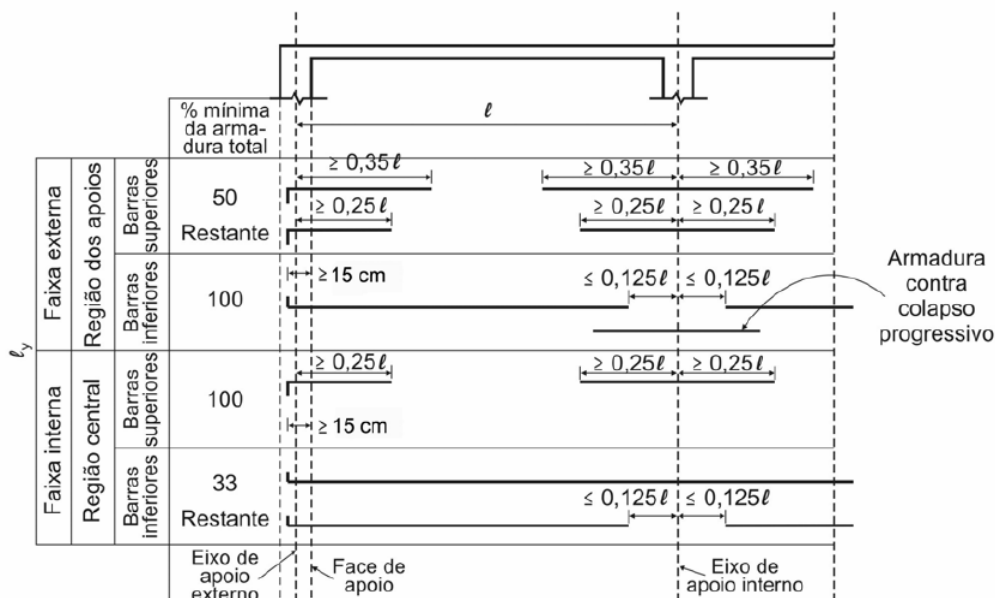


Figura 7: disposições para armaduras passivas em lajes sem vigas (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2007)

5.5 CÁLCULO DA FORÇA DE PROTENSÃO

Para definir o número de cordoalhas na laje, é preciso determinar, primeiramente, a parcela dos esforços atuantes que será absorvida pela protensão. De acordo com Faria (2004, p. 100): “A protensão pode ser encarada como um sistema de cargas que contraria a carga permanente da estrutura. Isso é expresso pela relação [...] da carga permanente que é equilibrada.”. Ainda segundo o autor, é comum estabelecer que a parcela equilibrada seja de 60 a 80% destas cargas. Segundo Emerick (2005, p. 65), normalmente, a protensão em lajes absorve a carga permanente e ainda uma fração das cargas de utilização, objetivando que as mesmas não apresentem flechas, considerando um carregamento quase permanente. Emerick (2005, p. 66) também destaca que: “Outro critério bastante comum entre projetistas é equilibrar o peso próprio mais 10% do carregamento total.”. Salienta-se que estas hipóteses destacadas acima se enquadram no conceito de protensão parcial, que é uma condição importante para garantir a viabilidade econômica.

O cálculo da força de protensão, para equilibrar o carregamento determinado, pode ser feito através de um modelo simplificado, cuja formulação está descrita a seguir. Este método apresenta limitações, pois desconsidera o efeito da inversão de curvatura nos cabos, e admite que a força de protensão é constante ao longo dos mesmos (EMERICK, 2005, p. 66). De acordo com Schmid (2009, p. 10) este procedimento é válido quando os vãos têm dimensões semelhantes. Do contrário, é necessário verificar a influência do vão maior sobre os adjacentes. O método está demonstrado pela figura 8 e pelas fórmulas 9 a 11 que respectivamente, representam a força de protensão calculada para um balanço, um vão interno e um vão externo.

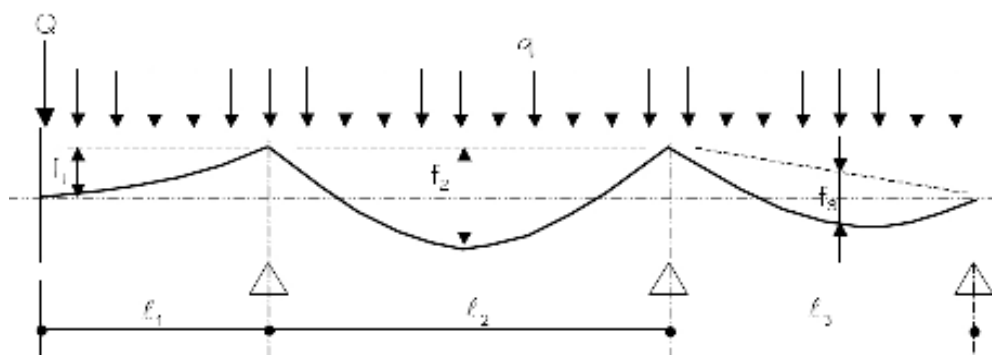


Figura 8: determinação da força de protensão (EMERICK, 2005, p. 66)

As fórmulas são:

$$P = \frac{q\ell_1^2}{2f_1} + \frac{Q\ell_1}{f_1} \quad (\text{fórmula 9})$$

$$P = \frac{q\ell_2^2}{8f_2} \quad (\text{fórmula 10})$$

$$P = \frac{q\ell_3^2}{8f_3} \quad (\text{fórmula 11})$$

Onde:

P: força de protensão atuante nos cabos;

q: parcela da carga distribuída atuante na laje;

Q: carga concentrada atuante no balanço;

ℓ_1 , ℓ_2 e ℓ_3 : vãos da laje;

f_1 , f_2 e f_3 : flechas do cabo.

Quanto às flechas nos cabos, Loureiro (2006, p. 1751) afirma que: “Em princípio, os cabos devem ser lançado com excentricidades máximas nos apoios intermediários e no meio dos vãos, de modo a obter a flecha máxima, o que resulta num maior valor da carga balanceada.”. Esta escolha implica em carregamentos equilibrados diferentes em cada vão, mas desde que os esforços respeitem os limites das tensões em serviço, não há problemas nesta opção (EMERICK, 2005, p. 67). Outra possibilidade de traçado é variar as flechas ao longo dos distintos vãos, de forma a obter um carregamento equilibrado constante. A dificuldade desta alternativa é a montagem da armadura protendida, que requer um controle rigoroso do posicionamento das cordoalhas, controlando também a movimentação dos operários ao longo da armação e concretagem da laje (EMERICK, p. 66-67).

Com a força de protensão P calculada, é possível encontrar o número de cordoalhas necessárias para equilibrar a carga. Basta multiplicar esta força P pela largura do pórtico analisado, e por fim, dividir este produto pela capacidade resistente de uma cordoalha, já considerando todas as perdas existentes (MILANI, 2006, p. 61). A NBR 6118 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2007) fixa os valores limites da força aplicada numa cordoalha, para protensão não aderente, com aços de baixa relaxação através das fórmulas 12 e 13:

$$\sigma_{pi} \leq 0,74 f_{ptk} \quad (\text{fórmula 12})$$

$$\sigma_{pi} \leq 0,82 f_{pyk} \quad (\text{fórmula 13})$$

Onde:

σ_{pi} : tensão na armadura ativa imediatamente após a aplicação da protensão;

f_{ptk} : tensão característica de ruptura à tração do aço de protensão;

f_{pyk} : tensão característica convencional de escoamento à tração do aço de protensão.

Em virtude dos limites demonstrados anteriormente, seguindo as recomendações da Norma Brasileira, as cordoalhas com diâmetro de 12,7 mm, em aço CP 190 RB ($f_{ptk} = 1900$ MPa e $f_{pyk} = 1700$ MPa), têm força inicial de protensão de aproximadamente 140 kN.

5.6 MÉTODOS DE ANÁLISE

Existem diversos métodos para determinar as solicitações de corte e flexão no sistema de lajes sem vigas. Esses procedimentos podem tanto ser simplificados, como os que permitem uma analogia de pórticos, quanto complexos, como as análises numéricas, em elementos finitos ou elementos de contorno, por exemplo. Nos itens a seguir são descritos alguns destes métodos.

5.6.1 Método dos Pórticos Equivalentes da NBR 6118/2007

Segundo a NBR 6118 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2007), as lajes lisas e cogumelo devem ter a análise estrutural mediante procedimento numérico adequado. Quando as lajes possuírem regularidade, com os pilares dispostos em filas ortogonais e com vãos semelhantes, é permitido o uso do Método dos Pórticos Equivalentes (MPE). Trata-se de um processo elástico aproximado, no qual se divide a laje em faixas, adotando em cada direção, vários pórticos, que são analisados independentemente para obtenção dos esforços solicitantes (figura 9). Quanto ao Método dos Pórticos Equivalentes, Loureiro (2006, p. 1746) afirma que:

Para cálculo dos esforços devido às cargas verticais, os pórticos poderão ser considerados isoladamente para cada piso, com os pilares superiores e inferiores engastados nas extremidades, com o carregamento total atuando, separadamente, em cada uma das direções, pois o mecanismo de ruptura de uma laje apoiada diretamente sobre pilares é semelhante àquele de uma laje armada numa só direção.

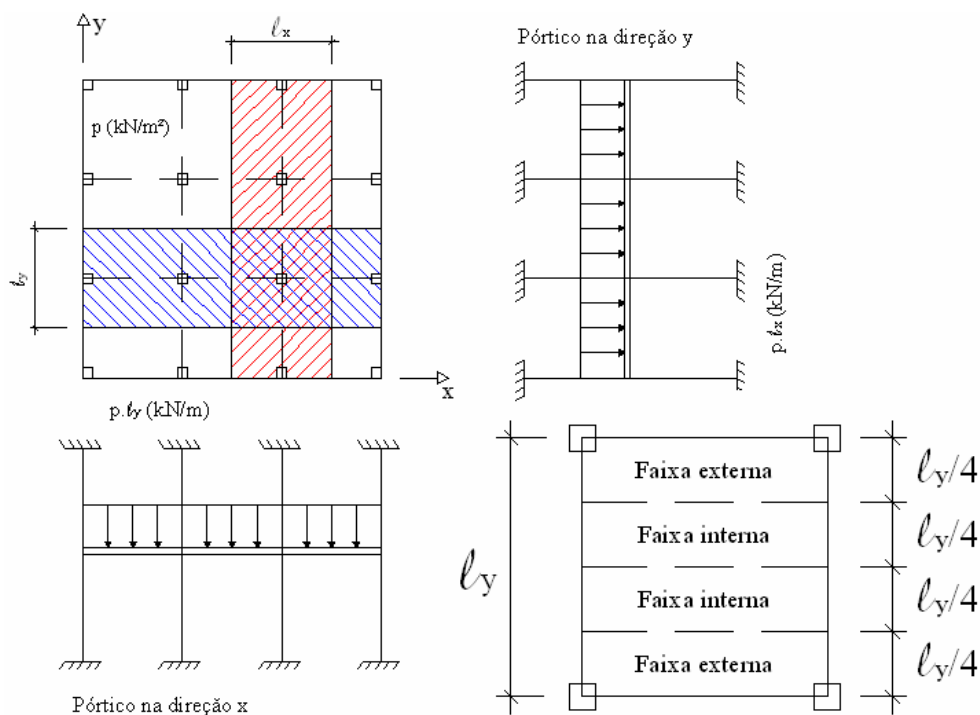


Figura 9: detalhe dos pórticos e das faixas de distribuição de momentos fletores conforme a NBR 6118/2007 (ARAÚJO, 2003, 161-162)

Ainda de acordo com a NBR 6118 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2007), os pórticos devem ser analisados com carga total em ambas as direções. A consideração dos momentos fletores, nas faixas, possui a seguinte distribuição:

- a) 45% dos momentos positivos para as duas faixas internas;
- b) 27,5% dos momentos positivos para cada uma das faixas externas;
- c) 25% dos momentos negativos para as duas faixas internas;
- d) 37,5% dos momentos negativos para cada uma das faixas externas.

A inércia das barras horizontais que compõem os pórticos é igual a da laje limitada pela metade da distância entre duas linhas de pilares, define Araújo (2003, p. 162). Ainda segundo Araújo (2003, p. 162): “Os momentos negativos obtidos com esse método são os valores que devem ser usados para o dimensionamento, não sendo permitido o arredondamento do diagrama de momentos fletores sobre os apoios.”.

Para determinar a reação vertical nos pilares, Emerick (2005, p. 81) aconselha que seja adotado o maior dos valores encontrados, considerando a análise nas duas direções. Já Araújo (2003, p. 163) afirma que a reação do pilar seja obtida pela média dos valores obtidos em cada uma das duas direções. Esta reação é aquela que será usada na verificação à punção da laje.

5.6.2 Método dos Pórticos Equivalentes do ACI 318/2008

O Método dos Pórticos Equivalente proposto pelo ACI 318 (AMERICAN CONCRETE INSTITUTE, 2008) é semelhante ao método vigente na Norma Brasileira descrito acima, mas possui suas peculiaridades. A primeira diferença diz respeito às faixas para distribuição dos momentos fletores. A Norma Americana considera a largura das faixas de acordo com 25% do menor vão da laje, conforme ilustra a figura 10. Este método pode ser aplicado desde que os pilares estejam alinhados, ou possuam desvios inferiores a 10% em relação ao alinhamento dos demais.

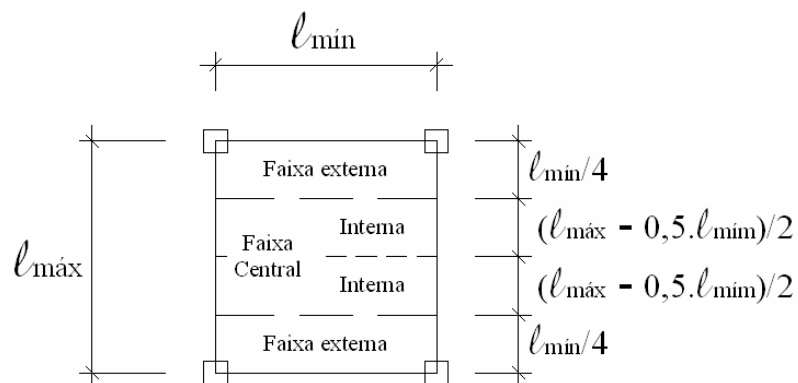


Figura 10: faixas de distribuição de momentos segundo o ACI 318/2008 (EMERICK, 2005, p. 84)

Na análise pelo ACI 318 (AMERICAN CONCRETE INSTITUTE, 2008), é possível considerar a grande diferença entre as larguras da laje e do pilar. Tal efeito é conseguido mediante a determinação de uma rigidez à torção no encontro entre os mesmos. Através da fórmula 14, é calculada uma rigidez equivalente para a região, que combina a rigidezes do pilar e do elemento de torção:

$$\frac{1}{k_{ec}} = \frac{1}{\sum k_c} + \frac{1}{k_T} \quad (\text{fórmula 14})$$

Onde:

k_{ec} : rigidez do pilar equivalente;

$\sum k_c$: soma das rigidezes dos pilares acima e abaixo da laje;

k_T : rigidez do elemento torcional.

Para uma barra bi-engastada, como são admitidos os pilares no Método dos Pórticos Equivalentes, a rigidez (k_c) é obtida por:

$$k_c = \frac{4E_c I_c}{L_c} \quad (\text{fórmula 15})$$

Onde:

E_c : módulo de elasticidade do pilar;

I_c : momento de inércia do pilar;

L_c : comprimento do pilar.

Quanto à rigidez torcional, o ACI 318 (AMERICAN CONCRETE INSTITUTE, 2008) estabelece as fórmulas 16 e 17, para que esta possa ser calculada (figura 11):

$$k_T = \sum \frac{9E_c C}{\ell_2 \left(1 - \frac{c_2}{\ell_2}\right)^3} \quad (\text{fórmula 16})$$

$$C = \sum \left[\left(1 - 0.63 \frac{x}{y}\right) \frac{x^3 y}{3} \right] \quad (\text{fórmula 17})$$

Onde:

ℓ_2 : largura do pórtico;

c_2 : dimensão do pilar perpendicular ao vão;

x : menor dimensão do retângulo que compõe o membro submetido à torção;

y : maior dimensão do retângulo que compõe o membro submetido à torção.

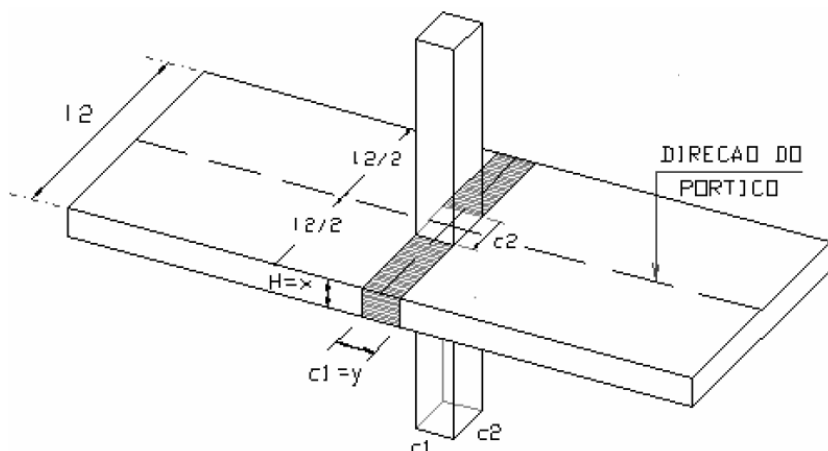


Figura 11: elemento torcional na ligação entre laje e pilar
(LOUREIRO, 2006, p. 1747)

Os coeficientes de distribuição dos momentos fletores do ACI 318 (AMERICAN CONCRETE INSTITUTE, 2008), também diferem dos presentes na Norma Brasileira, e estão ilustrados na figura 12 (percentual do momento fletor no pórtico por faixa).

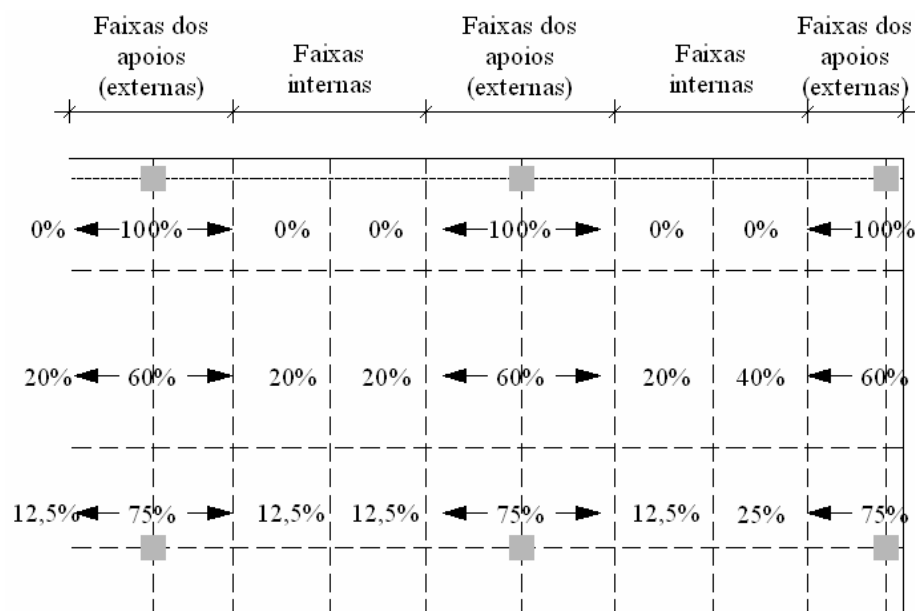


Figura 12: coeficientes de distribuição de momentos segundo o ACI 318/2008
(EMERICK, 2005, p. 87)

Outra recomendação existente no ACI 318 (AMERICAN CONCRETE INSTITUTE, 2008) diz respeito às dimensões mínimas dos pilares que suportam um pavimento sem vigas. Tendo que a_0 e b_0 são as dimensões da seção transversal dos pilar, que h é espessura da laje e que h_1

é a espessura do capitel (se existir), a Norma Americana exige que se cumpram os seguintes critérios:

- a) as dimensões a_0 e b_0 devem ser maiores do que 25 cm;
- b) tanto a_0 quanto b_0 devem ser maiores do que o somatório de h_0 e h_1 ;
- c) a_0 e b_0 devem ser maiores do que a relação vão/20 na direção paralela à respectiva dimensão.

5.6.3 Método das Cargas Equivalentes

De acordo com Loureiro (2006, p. 1748), o Método das Cargas Equivalentes “[...] consiste em substituir o cabo de protensão pelo conjunto auto-equilibrado de forças que o mesmo exerce sobre o concreto. Esse conjunto de forças é chamado de cargas equivalentes da protensão.”. Assim, o efeito do tensionamento da armadura ativa é analisado como um carregamento externo atuante na laje (LOUREIRO, 2006, p. 1748). Neste método, as componentes transversais da protensão são consideradas como cargas atuando no sentido contrário ao carregamento proveniente das cargas verticais, permanentes e acidentais (SCHMID, 2009, p. 10). Por ser um conjunto de cargas auto-equilibrado, não surgem reações de apoio nas estruturas isostáticas, e nos sistemas hiperestáticos, somente aparecerão reações auto-equilibradas, os hiperestáticos (ou secundários) de protensão (FARIA, 2004, p. 16).

É importante definir o conceito de carga balanceada, que consiste em fazer com que as cargas verticais, oriundas da protensão, equilibrem parte do carregamento externo atuante (LIN³, 1963 apud EMERICK, 2005, p. 65). Aplicando este conceito, Loureiro (2006, p. 1749) assegura que “[...] se trabalha com boa precisão, uma vez que tanto cargas permanentes quanto a força de protensão podem ser calculadas com pequena margem de erro.”. Segundo Faria (2004, p. 16), a estrutura passa a ser dimensionada em relação à armadura passiva, de forma que esta absorva o restante da carga não-balanceada.

No cálculo da força de protensão, pode ser desprezado o efeito da curvatura dos cabos. Para uma melhor precisão, na determinação do carregamento equilibrado, é aconselhável que tal efeito seja avaliado. Naaman⁴ (1982 apud EMERICK, 2005, p. 71) propõe que para os vãos

³ LIN, T. Y. **Design of Prestressed Concrete Structures**. 2nd ed. New York: John Wiley, 1963.

⁴ NAAMAN, A. E. **Prestressed Concrete Analysis and Design**. New York: McGraw-Hill College, 1982.

internos siga-se a formulação descrita pelas fórmulas 18 e 19, estando o detalhamento do método na figura 13.

$$q_{B1} = \frac{-4P(1 + \beta_2)e_0}{\alpha_2 \ell^2} \quad (\text{fórmula 18})$$

$$q_{B2} = \frac{4P(1 + \beta_2)e_0}{\left(\frac{1}{2} - \alpha_2\right) \ell^2} \quad (\text{fórmula 19})$$

Onde:

q_{B1} e q_{B2} : cargas do carregamento equilibrado;

P : força de protensão aplicada na laje, já descontadas as perdas;

β_2 : coeficiente que tem valor nulo quando o cabo é ancorado no centro de gravidade da laje;

e_0 : excentricidade no cabo;

α_2 : coeficiente do ponto de inflexão que varia de 0,05 e 0,15.

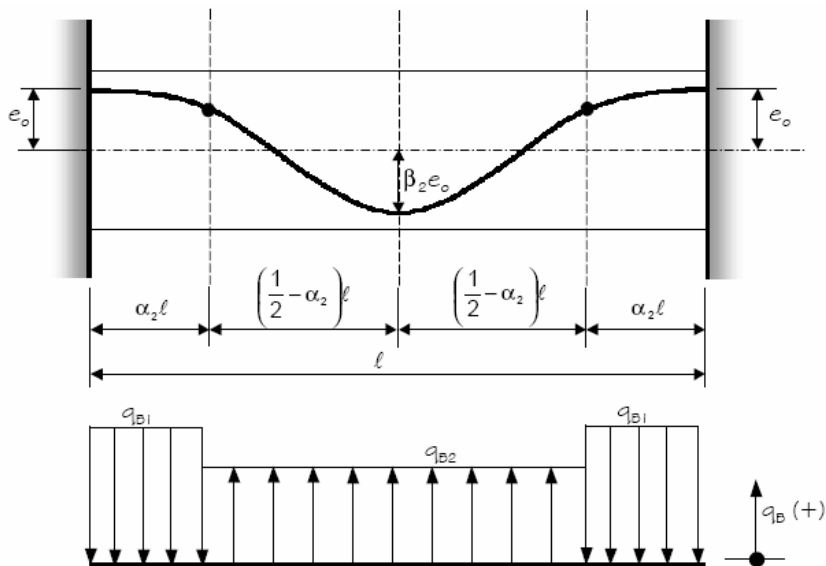


Figura 13: cargas equivalentes para os vãos internos (EMERICK, 2005, p.72)

Com relação aos balanços, Emerick (2005, p. 158) considera que o carregamento equilibrado seja feito ignorando a curvatura dos cabos de protensão. A fórmula 20, assim como a figura 14, descrevem o procedimento.

$$q_{B1} = \frac{2Pe_0}{\ell^2} \quad (\text{fórmula 20})$$

Onde:

ℓ : vão do balanço.

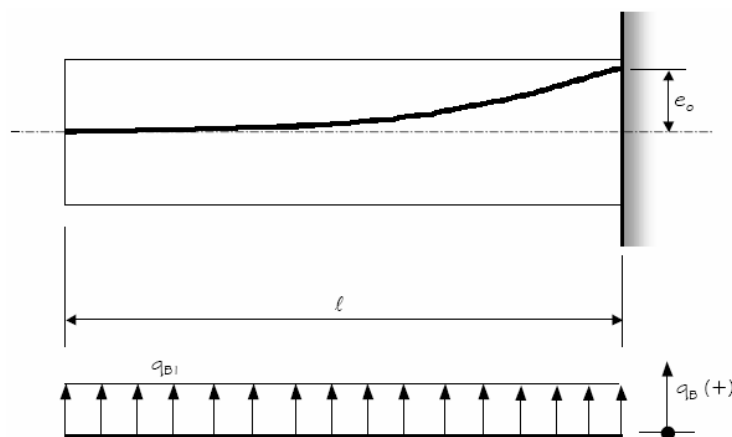


Figura 14: cargas equivalentes para os balanços (EMERICK, 2005, p.158)

De acordo com Emerick (2005, p. 73): “Os esforços obtidos a partir da carga balanceada são compostos por duas parcelas: a primeira referente ao efeito isostático da protensão e a segunda referente ao efeito hiperestático.”. Segundo Pfeil (1988, p. 178), nas estruturas hiperestáticas, devido à continuidade existente entre os vãos, há restrições quanto às deformações das mesmas. Esses impedimentos, ao se aplicar a protensão, geram os momentos hiperestáticos.

Os momentos hiperestáticos produzidos pela protensão podem ser calculados admitindo-se as seções de concreto homogêneas e não fissuradas, a partir de um comportamento elástico dos materiais. Estas considerações levam em conta o fato de que, quando a estrutura desenvolve fissuras, as seções têm sua rigidez reduzida, ocasionando uma redistribuição destes momentos

secundários, e tal fenômeno é de difícil compreensão (PFEIL, 1988, p. 178). Considerando a dificuldade de avaliar tal redistribuição de esforços, quando se tem a estrutura em condições inelásticas, Emerick (2005, p. 77) propõe: “[...] considerar o momento hiperestático de protensão calculado com o valor da protensão efetiva, como uma solicitação que se soma aos momentos solicitantes de projeto produzidos pelos carregamentos.”.

Pelo fato do Método das Cargas Equivalentes incluir nos esforços gerados, tanto a parcela isostática quanto a hiperestática, é possível estabelecer uma sequência de cálculo para determinar os valores dos efeitos secundários. O procedimento consiste em analisar a estrutura submetida somente ao carregamento balanceado. Na região sobre os apoios, os momentos hiperestáticos são obtidos através da fórmula 21, sendo que na região entre eles, basta que se interpole linearmente (EMERICK, 2005, p. 78).

$$M_{HIP} = M_{BAL} - Pe \quad \text{(fórmula 21)}$$

Onde:

M_{HIP} : momento hiperestático;

M_{BAL} : momento gerado pela carga balanceada;

P: força de protensão aplicada na laje, descontadas as perdas;

e: excentricidade dos cabos, em relação ao eixo central da laje.

Emerick (2005, p. 79) define que o este procedimento de cálculo dos esforços hiperestáticos “[...] é válido para o caso de vigas contínuas, podendo ser estendido para laje quando o cálculo dor feito como faixas ou pórticos equivalentes.”.

5.6.4 Método dos Elementos Finitos

Estruturas de barras têm, em geral, solução relativamente simples ao se aplicar o método das forças ou o método dos deslocamentos. Estas e outras técnicas, que são adequadas às estruturas reticuladas, normalmente são difíceis de estender aos meios contínuos. Antes do

surgimento do Método dos Elementos Finitos (MEF), a análise do meio contínuo era feita através da solução de sistemas de equações diferenciais parciais que regem o fenômeno. Este procedimento só é possível em situações bastante restritas, com geometrias simples e em meios contínuos homogêneos (AZEVEDO, 2003, p. 1-2).

Segundo Bono (2008, p. 99) o MEF consiste em “[...] dividir o domínio da estrutura analisada em subdomínios ou elementos não superpostos, de dimensões finitas, que são interligados por meio de pontos nodais [...]”. Ainda de acordo com Bono (2008, p. 100):

O Método dos Elementos Finitos consiste não apenas em transformar o sólido contínuo em uma associação de elementos discretos e escrever equações de compatibilidade e equilíbrio entre eles, mas admitir funções contínuas que representem, por exemplo, o campo de deslocamentos no domínio de um elemento e, a partir daí, obter o estado de deformações específicas correspondentes que, associados às relações constitutivas do material, permitem definir o estado de tensões em todo o elemento.

A análise das lajes protendidas através de elementos finitos pode produzir vantagens econômicas, considerando que, se corretamente aplicado, o método conduz a informações mais precisas e detalhadas das tensões e das flechas em serviço, e também da distribuição dos esforços de cálculo. Esta melhor precisão decorre de que a análise via elementos finitos não apresenta muitas das hipóteses simplificadoras dos demais métodos (FARIA, 2004, p. 46). O mesmo autor afirma que na região dos apoios, deve-se promover uma maior discretização, já que esta é uma região de concentração de tensões.

Neste trabalho, é proposta a análise de uma laje protendida mediante o emprego do *software* comercial SAP2000. Assim, é importante conhecer algumas características deste programa. Koerich (2004, p. 57-58) apresenta algumas hipóteses que devem ser ressaltadas:

- a) os cabos de protensão podem ser retos ou parabólicos, sendo necessário que cada um deles deve estar vinculado a um estado de carga;
- b) admite-se que o cabo atua em uma bainha no interior da laje;
- c) o esforço de protensão é considerado na laje como um carregamento equivalente auto-equilibrado proporcional à tensão aplicada no cabo.

Além das hipóteses, também é fundamental conhecer as limitações que o *software* impõe, visando estabelecer sob que condições será obtida a resposta da estrutura. Koerich (2004, p. 57) também destaca estas limitações:

- a) a deformação da estrutura não altera os esforços no cabo de protensão;
- b) numa dada seção, cabo e elemento de concreto têm a mesma deformação transversal.

5.7 VERIFICAÇÃO AO ELU DE RUPTURA POR FLEXÃO

Segundo Emerick (2005, p. 95), “O estado limite último, Estádio III, corresponde a uma condição em que a estrutura não pode ser mais utilizada por ter sofrido colapso ou deformações plásticas excessivas.”. A NBR 6118 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICA, 2007) considera que o ELU por flexão é atingido quando o concreto atinge um encurtamento máximo de 3,5 ‰, ou quando a deformação plástica na armadura chega a 10 ‰. Também na Norma, são feitas as seguintes considerações para o cálculo do ELU por flexão:

- a) as seções permanecem planas até a ruptura;
- b) a resistência à tração do concreto deve ser desprezada, devido à fissuração;
- c) a distribuição das tensões no concreto pode ser realizada a partir do diagrama parábola-retângulo, ou ainda pelo diagrama retangular equivalente;
- d) as tensões nas armaduras passivas são obtidas diretamente dos diagramas tensão-deformação do próprio aço.

A NBR 6118 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2007) permite que os esforços gerados pela protensão sejam calculados a partir da excentricidade do cabo e da força de protensão, ou aplicando-se um conjunto de cargas equivalentes, ou ainda impondo deformações que correspondem ao pré-alongamento da armadura. Veríssimo e César⁵ (1998 apud EMERICK, 2005, p. 96) propõem uma sequência de etapas para calcular a capacidade resistente à flexão de um elemento protendido:

⁵ VERÍSSIMO, G. S., CÉSAR Jr, K. L. M. **Concreto protendido**: fundamentos básicos. 4. ed. Viçosa: Universidade Federal de Viçosa, 1998.

- a) obter o valor de cálculo da força de protensão;
- b) calcular o pré-alongamento da armadura protendida;
- c) determinar o alongamento e a tensão respectiva na armadura protendida, devido à rotação gerada na seção pela ação do momento fletor;
- d) verificar o equilíbrio da seção, estabelecendo, se necessário, a armadura passiva. Se não houver necessidade, basta dispor a armadura mínima.

O valor de cálculo da força de protensão, segundo Emerick (2005, p. 97) é obtido através da fórmula 22:

$$P_d = \gamma_p \cdot P_k \quad (\text{fórmula 22})$$

Onde:

P_d : valor de cálculo da força de protensão;

γ_p : coeficiente de ponderação (1,0 para situação favorável e 1,1 para situação desfavorável);

P_k : força de protensão aplicada na cordoalha, já descontadas as perdas.

Emerick (2005, p. 98) define o pré-alongamento como a deformação na armadura protendida, correspondente à força de neutralização, cuja magnitude representa uma condição fictícia, onde se anulariam as tensões no concreto, na região do centro de gravidade da armadura ativa. Esta força é determinada pelas fórmulas 23 e 24, sendo válida para protensão aderente, onde é garantida a condição de compatibilidade das deformações:

$$P_n = P_d + \alpha_p A_p |\sigma_{cp}| \quad (\text{fórmula 23})$$

$$\sigma_{cp} = \frac{P_d}{A_c} + \frac{P_d e_p^2}{I_c} \quad (\text{fórmula 24})$$

Onde:

P_n : força de neutralização;

α_p : relação entre os módulos de elasticidade do aço de protensão e do concreto;

σ_{cp} : tensão no concreto no centro de gravidade da armadura;

A_p : área da seção transversal da armadura ativa;

A_c : área da seção transversal de concreto;

I_c : momento de inércia da seção transversal;

e_p : excentricidade do cabo em relação ao centro de gravidade da seção.

Com relação à tensão na armadura protendida não aderente, no Estádio III, tanto a NBR 6118 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2007) quanto o ACI 318 (AMERICAN CONCRETE INSTITUTE, 2008) permitem que esta seja determinada através da formulação empírica destacada nas fórmulas 25 e 26 (com f_{ck} em MPa), com validade para elementos cuja relação vão/altura útil seja superior a 35:

$$\sigma_p = \sigma_{pe} + 70 + \frac{f_{ck}}{300\rho_p} \leq f_{pyk} \quad \text{com} \quad 70 + \frac{f_{ck}}{300\rho_p} \leq 210 \quad (\text{MPa}) \quad (\text{fórmula 25})$$

$$\rho_p = \frac{A_p}{bd_p} \quad (\text{fórmula 26})$$

Onde:

σ_p : tensão na armadura ativa não aderente, em MPa;

σ_{pe} : tensão efetiva na armadura protendida, após todas as perdas, em MPa;

f_{pyk} : tensão de escoamento do aço de protensão;

ρ_p : taxa geométrica da armadura ativa;

b : largura da mesa de compressão;

d_p : altura útil em relação à armadura ativa.

A Norma Brasileira também prevê que o valor obtido pela fórmula 25 seja dividido por um coeficiente de ponderação adequado ($\gamma_s = 1,15$), para determinar a tensão de cálculo (σ_{pd}). Também na NBR 6118 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2007) é permitido, que juntamente com as demais ações atuantes nos elementos protendidos, acrescentem-se apenas os esforços hiperestáticos, não sendo necessário considerar os efeitos isostáticos da protensão. De acordo com Emerick (2005, p. 96) isto decorre da idéia de que a protensão é uma solicitação interna, submetendo a seção somente à flexão simples.

Verificar o equilíbrio, garantindo a condição de resistência da seção submetida à flexão, a partir do esquema mostrado na figura 15, significa resolver o sistema de equações composto pelas fórmulas 27 a 29.

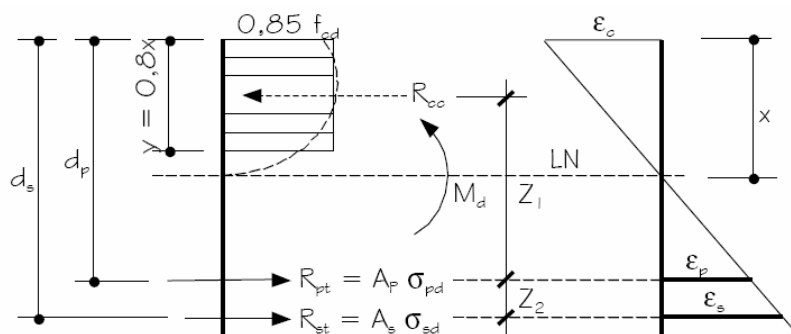


Figura 15: seção transversal no Estádio III (EMERICK, 2005, p. 97)

As fórmulas são:

$$M_{Sd} \leq M_{Rd} \quad (\text{fórmula 27})$$

$$\Sigma F_h = 0 \quad R_{st} = R_{cc} - R_{pt} \quad (\text{fórmula 28})$$

$$\Sigma M = 0 \quad M_{sd} = R_{cc}Z_1 + R_{st}Z_2 \quad (\text{fórmula 29})$$

Onde:

M_{sd} : momento solicitante de cálculo;

M_{Rd} : momento resistente de cálculo;

R_{cc} : resultante de forças da área de concreto comprimido;

R_{pt} : resultante de forças da armadura ativa;

R_{st} : resultante de forças da armadura passiva;

Z_1 e Z_2 : braços de alavanca das resultantes em relação ao eixo da armadura ativa.

Partindo do diagrama retangular equivalente e das relações tensão-deformação dos aços, conforme a NBR 6118 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2007) é possível calcular as forças resultantes pelas fórmulas 30 a 32:

$$R_{cc} = 0,8bf_c x \quad (\text{fórmula 30})$$

$$R_{pt} = \sigma_{pd} A_p \quad (\text{fórmula 31})$$

$$R_{st} = A_s f_{yd} \quad (\text{fórmula 32})$$

Onde:

f_c : resistência à compressão do concreto ($0,85f_{cd}$);

x : profundidade da linha neutra;

A_p e A_s : são as áreas das armaduras ativas e passivas, respectivamente;

f_{yd} : tensão de escoamento de cálculo do aço das armaduras passivas (f_{yk}/γ_s).

O procedimento de dimensionamento da armadura passiva parte, em geral, da consideração de que existem somente as cordoalhas protendidas para conferir equilíbrio à seção. Caso a protensão não seja suficiente para equilibrar o momento gerado pelo carregamento externo, dimensiona-se a armadura passiva, a partir da resultante R_{st} obtida através da fórmula 29 (EMERICK, 2005, p. 101). Um critério importante referente às tensões resultantes, segundo o ACI 423 (AMERICAN CONCRETE INSTITUTE, 2005) diz respeito à tensão média de compressão na laje, que para protensão não aderente deve estar compreendida entre 0,86 MPa e 3,5 MPa.

6 ANÁLISE DA LAJE PROPOSTA

Primeiramente, é preciso descrever a estrutura que foi analisada neste trabalho. Visando manter a laje especificada dentro de requisitos que permitissem a aplicação dos diferentes métodos já citados, foi escolhido o modelo demonstrado na figura 16.

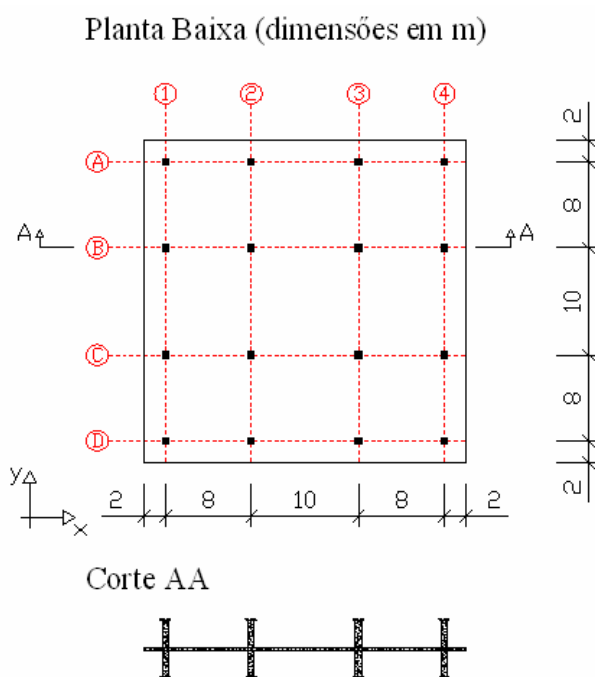


Figura 16: dimensões da laje protendida analisada

Devido à simetria nas duas direções existente na estrutura, o dimensionamento restringe-se a apenas dois pórticos, A e B. Além das dimensões já especificadas na figura 16, algumas outras características precisam ser definidas. São elas:

- a) a espessura da laje é de 25 cm e a edificação tem pé-direito de 2,8 m;
- b) o concreto tem f_{ck} de 30 MPa e o aço da armadura passiva é o CA 50;
- c) a protensão é não aderente mediante o uso de monocordoalhas engraxadas com diâmetro de 12,7 mm, com área da seção transversal de 98,7 mm², em aço CP 190 RB;

- d) os pilares têm seção transversal quadrada (50 x 50 cm);
- e) foi usado um cobrimento nominal de 3,5 mm, considerando a edificação em ambiente urbano, classe de agressividade ambiental II;
- f) as perdas iniciais e finais foram arbitradas em 6% e 20% respectivamente;
- g) o carregamento atuante na laje é composto pelas seguintes parcelas,
 - peso próprio (6,25 kN/m²);
 - revestimento, adotado em 1,0 kN/m²;
 - carga referente à existência de divisórias leves, 1,0 kN/m²;
 - carga da alvenaria de vedação (espessura de 15 cm) na borda da laje, com peso específico de 13 kN/m³;
 - carga acidental de 4,0 kN/m², considerando uma edificação comercial.

A sequência de passos para o dimensionamento da laje proposta neste trabalho seguiu o modelo definido por Milani (2006, p. 48-49), e consiste em:

- a) escolher a excentricidade dos cabos e calcular a força de protensão, baseando-se na parcela do carregamento que será equilibrado pela protensão;
- b) determinar a quantidade de cabos;
- c) verificar os estados limites de serviço, que não foram abordados neste trabalho;
- d) verificar estados limites últimos, que neste trabalho se limitou à verificação do ELU de ruptura por flexão.

O quadro 4 apresenta as estimativas da força de protensão para os pórticos A e B, que são àqueles que foram dimensionados. A parcela do carregamento equilibrada foi o peso próprio acrescido de 0,5 kN/m², totalizando 6,75 kN/m². No cálculo da força no balanço, considerou-se que a protensão seja responsável também pela ação proveniente da alvenaria de contorno (5,5 kN/m). As excentricidades aplicadas também estão retratadas no quadro 4, já respeitando o cobrimento determinado pela NBR 6118 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2007). Salienta-se que as estimativas se baseiam no método simplificado anteriormente citado.

REGIÃO DA LAJE	FLECHA NO CABO (cm)	ESTIMATIVA DA FORÇA DE PROTENSÃO (kN/m)
Vão central	18,0	468,80
Vão lateral	18,0	300,00
Balanço	8,0	307,50

Quadro 4: estimativas da força de protensão

Para avaliar o número de cordoalhas foi necessário escolher a força de protensão aplicada, com base nas estimativas destacadas no quadro 4. Assim, foi estipulada uma média entre os valores dos vãos central e lateral. Tal decisão resultou numa força de protensão de 384,40 kN/m, aplicada para os três métodos de análise abordados neste trabalho. Considerando a capacidade resistente de um elemento como 140 kN, o número de cordoalhas necessárias para cada pórtico está retratado no quadro 5, onde já foram acrescentados os efeitos das perdas finais de protensão. O posicionamento dos cabos em cada pórtico foi realizado seguindo o critério de distribuir as cordoalhas de modo aproximadamente uniforme ao longo das faixas que compõem os mesmos.

	LARGURA DO PÓRTICO (m)	NÚMERO DE CORDOALHAS
Pórtico A	6,0	20
Pórtico B	9,0	30

Quadro 5: número de cordoalhas para os pórticos A e B

Outro aspecto que é comum, tanto para análise via NBR 6118 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2007) quanto ACI 318 (AMERICAN CONCRETE INSTITUTE, 2008) é o carregamento equivalente que simula o efeito da protensão (figura 17). Os dados deste carregamento, para a situação final da protensão, considerando as perdas de 20%, estão demonstrados no quadro 6. É importante ressaltar que os pontos de inflexão foram arbitrados em 15% dos respectivos vãos, e em todos estes vãos aplicaram-se as excentricidades máximas nas cordoalhas. A geometria do cabo está detalhada no apêndice A.

A obtenção dos diagramas de momentos fletores da laje foi feita em duas etapas. Na primeira, se avaliou a estrutura para a combinação de cargas referentes ao ELU de ruptura por flexão, sem o efeito da protensão. As cargas permanentes e a ação acidental principal (sobrecarga) são majoradas pelo fator 1,4. Na segunda verificação, é aplicado na estrutura somente o carregamento equivalente da protensão, cujo objetivo é determinar os momentos fletores decorrentes desta carga balanceada (M_{BAL}). Os estados de cargas e as respectivas solicitações encontradas estão demonstrados no apêndice B. A partir do momento M_{BAL} , é possível calcular os momentos hiperestáticos, segundo a fórmula 21 anteriormente citada. Na figura 19 encontram-se as seções para as quais foram calculados os momentos. No quadro 7 estão os momentos hiperestáticos para cada porção da laje.

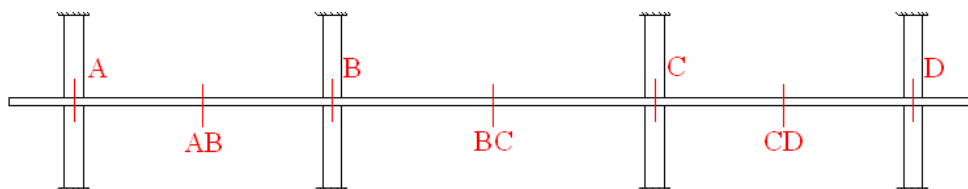


Figura 19: posição dos momentos avaliados na laje

	PÓRTICO A	PÓRTICO B
POSIÇÃO DO MOMENTO	MOMENTO HIPERESTÁTICO M_{HIP} (kN.m)	MOMENTO HIPERESTÁTICO M_{HIP} (kN.m)
$M_A = M_D$	0,00	0,00
$M_{AB} = M_{CD}$	12,80	19,50
$M_B = M_C$	25,60	38,90
M_{BC}	25,60	38,90

Quadro 7: momentos hiperestáticos nos pórticos A e B

Os momentos fletores totais de cálculo (M_{Sd}) atuantes na laje são obtidos da soma dos momentos oriundos do carregamento externo, decorrente da ação permanente mais a sobrecarga ($M_{g,q}$), com os efeitos hiperestáticos de protensão (M_{HIP}). É importante salientar que, para tal somatório, devem-se considerar duas situações no coeficiente de ponderação (γ_p)

do momento hiperestático. Tal fator tem valor 0,9 quando o efeito está a favor da segurança, e 1,2 quando o efeito é desfavorável. O quadro 8 traz estes resultados, para os pórticos A e B.

POSIÇÃO DO MOMENTO	PÓRTICO A		PÓRTICO B	
	$M_{g,q}$ (kN.m)	M_{sd} (kN.m)	$M_{g,q}$ (kN.m)	M_{sd} (kN.m)
$M_A = M_D$	-475,8	-475,8	-680,8	-680,8
$M_{AB} = M_{CD}$	274,1	289,5	412,5	435,8
$M_B = M_C$	-835,5	-812,5	-1244,0	-1209,0
M_{BC}	450,8	481,5	686,0	732,7

Quadro 8: momentos atuantes na laje para os pórticos A e B

A etapa seguinte consiste na determinação das áreas de armaduras mínimas exigidas pela NBR 6118 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2007). Estes valores mínimos estão retratados no quadro 9. Destaca-se que nas faixas externas dos apoios, a armadura mínima depende do vão da laje na direção da armadura a ser determinada. Como forma de diferenciar as armaduras, denominou-se de positivas aquelas que atuam absorvendo momentos positivos, nas regiões centrais dos vãos. Já na região sobre os apoios, onde atuam momentos negativos, que tracionam as fibras superiores da laje, a armadura é designada como negativa.

	PÓRTICO A		PÓRTICO B	
Armadura positiva mínima (cm²/m)	Faixa externa	2,94	Faixa externa 1	2,94
			Faixa externa 2	3,00
	Faixa interna	3,04	Faixa interna 1	2,94
			Faixa interna 2	3,00
Armadura negativa mínima (cm²/m)	Faixa externa	18,75 ou 15,00	Faixa externa 1	18,75 ou 15,00
			Faixa externa 2	18,75 ou 15,00
	Faixa interna	3,04	Faixa interna 1	2,94
			Faixa interna 2	3,00

Quadro 9: armaduras mínimas de acordo com a NBR 6118/2007

Conhecendo-se as solicitações, verifica-se a laje ao ELU de ruptura por flexão, conforme foi detalhado no item 5.7, analisando o equilíbrio da seção transversal. Para executar tal tarefa, é necessário obter a tensão de cálculo na armadura ativa (σ_{pd}). Esta etapa está retratada no quadro 10, já distribuindo as solicitações pelas faixas de projeto descritas na Norma.

PÓRTICO A				PÓRTICO B			
FAIXA	CORDOALHAS POR FAIXA		σ_{pd} (kN/cm ²)	FAIXA	CORDOALHAS POR FAIXA		σ_{pd} (kN/cm ²)
	Nº	Ap (cm ²)			Nº	Ap (cm ²)	
Faixa externa	7	6,91	110,05	Faixa externa 1	7	6,91	110,05
				Faixa externa 2	8	7,90	110,54
Faixa interna	6	5,92	110,93	Faixa interna 1	7	6,91	110,05
				Faixa interna 2	8	7,90	110,54

Quadro 10: tensões de cálculo na armadura ativa

Em posse das tensões nos aços (σ_{pd} e f_{yd}), verifica-se a seção somente com a presença da armadura de protensão, ou seja, fazendo $R_{cc} = R_{pt}$. Se esta condição não for suficiente para equilibrar a seção, calcula-se a armadura passiva complementar, aplicando-a, desde que seja superior à armadura mínima. Os quadros 11 e 12 exibem os cálculos para dos pórticos A e B.

PÓRTICO A					
POSIÇÃO DO MOMENTO	FAIXA	Momento fletor M_{Sd} (kN.m/m)	A_s adotada (cm ² /m)	A_s comercial	A_s total (cm ² /m)
$M_A = M_D$	Faixa externa	-99,1	15,00	ϕ 12,5 c/ 8 cm	15,34
	Faixa interna	-39,7	3,04	ϕ 8,0 c/ 16 cm	3,14
$M_{AB} = M_{CD}$	Faixa externa	50,7	2,94	ϕ 8,0 c/ 17 cm	2,96
	Faixa interna	43,4	3,04	ϕ 8,0 c/ 16 cm	3,14
$M_B = M_C$	Faixa externa	-169,3	18,75	ϕ 12,5 c/ 6,5 cm	18,88
	Faixa interna	-67,7	3,04	ϕ 8,0 c/ 16 cm	3,14
M_{BC}	Faixa externa	84,3	2,94	ϕ 8,0 c/ 17 cm	2,96
M_{BC}	Faixa interna	72,2	3,04	ϕ 8,0 c/ 16 cm	3,14

Quadro 11: armaduras passivas no pórtico A

PÓRTICO B					
POSIÇÃO DO MOMENTO	FAIXA	Momento fletor M_{sd} (kN.m/m)	A_s adotada (cm ² /m)	A_s comercial	A_s total (cm ² /m)
$M_A = M_D$	Faixa externa 1	-127,7	15,00	φ 12,5 c/ 8 cm	15,34
	Faixa externa 2	-102,1	15,00	φ 12,5 c/ 8 cm	15,34
	Faixa interna 1	-42,6	2,94	φ 8,0 c/ 17 cm	2,96
	Faixa interna 2	-34,0	3,00	φ 8,0 c/ 16 cm	3,14
$M_{AB} = M_{CD}$	Faixa externa 1	65,4	2,94	φ 8,0 c/ 17 cm	2,96
	Faixa externa 2	52,3	3,00	φ 8,0 c/ 16 cm	3,14
	Faixa interna 1	43,6	2,94	φ 8,0 c/ 17 cm	2,96
	Faixa interna 2	34,9	3,00	φ 8,0 c/ 16 cm	3,14
$M_B = M_C$	Faixa externa 1	-226,7	21,76	φ 12,5 c/ 5,5 cm	22,31
	Faixa externa 2	-181,3	18,75	φ 12,5 c/ 6,5 cm	18,88
	Faixa interna 1	-75,6	2,94	φ 8,0 c/ 17 cm	2,96
	Faixa interna 2	-60,4	3,00	φ 8,0 c/ 16 cm	3,14
M_{BC}	Faixa externa 1	109,9	4,85	φ 8,0 c/ 10 cm	5,03
	Faixa externa 2	87,9	3,00	φ 8,0 c/ 16 cm	3,14
	Faixa interna 1	73,3	2,94	φ 8,0 c/ 17 cm	2,96
	Faixa interna 2	58,6	3,00	φ 8,0 c/ 16 cm	3,14

Quadro 12: armaduras passivas no pórtico A

A distancia do centro de gravidade da armadura passiva em relação à face superior da laje (d_p) foi arbitrada em 21 cm. Salienta-se que a escolha das barras e dos espaçamentos que caracterizam a armadura foi feita com base na maior proximidade da área calculada com àquelas oriundas dos diâmetros comerciais. A rigor, em um projeto real, devem ser também verificadas as condições construtivas e de execução da concretagem.

6.2 ANÁLISE SEGUNDO O ACI 018/2008

Assim como no caso anterior, a primeira tarefa é delimitar os pórticos e as respectivas faixas de distribuição das solicitações, seguindo as prescrições do ACI 318 (AMERICAN CONCRETE INSTITUTE, 2008). A figura 20 detalha estes elementos.

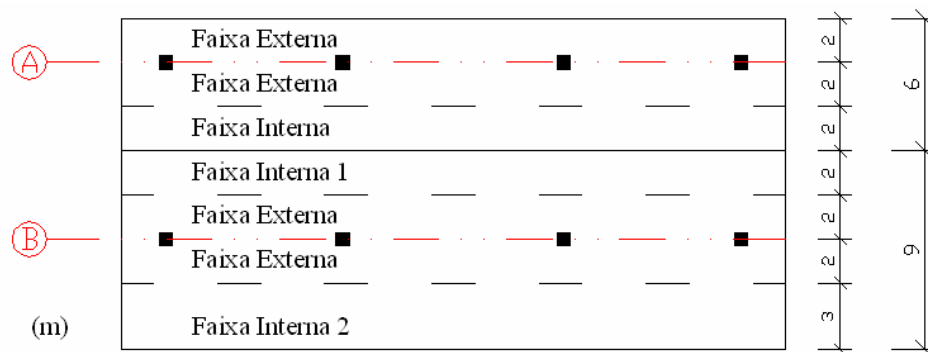


Figura 20: pórticos e faixas de distribuição dos momentos segundo o ACI 318/2008

O Método dos Pórticos Equivalentes proposto pelo ACI 318 (AMERICAN CONCRETE INSTITUTE, 2008) é bastante semelhante ao da Norma Brasileira. Dentre as diferenças já citadas no item 5.6.2, está a consideração da rigidez da ligação entre pilares e lajes. Numa análise de estruturas de barras, como o MPE, o modo de simular tal efeito consiste em calcular um comprimento equivalente (L_{eq}) para os pilares, a partir da rigidez equivalente dada pela fórmula 14.

Outro aspecto a avaliar, é a que a Norma Americana permite aumentar a rigidez da laje sobre os pilares, considerando um momento de inércia equivalente (I_{eq}), e por consequência, uma espessura equivalente (h_{eq}). Este procedimento é realizado dividindo o momento de inércia real da laje por um fator igual a $(1-c_2/l_2)^2$, onde c_2 e l_2 são, respectivamente, a largura do apoio e o vão, ambos na direção transversal ao pórtico. O quadro 13 resume estas informações para os dois pórticos avaliados, A e B.

	PÓRTICO A	PÓRTICO B
L_{eq} (cm)	440	632
h_{eq} (cm)	26,5	26,0

Quadro 13: comprimentos equivalentes do pilares e alturas equivalentes da laje

A determinação dos momentos fletores de cálculo segue o mesmo procedimento descrito no método anterior. As cargas e as respectivas solicitações estão detalhadas no apêndice B. O quadro 14 demonstra os momentos hiperestáticos, cuja determinação também segue o mesmo procedimento da análise anterior.

	PÓRTICO A	PÓRTICO B
POSIÇÃO DO MOMENTO	MOMENTO HIPERESTÁTICO M_{HIP} (kN.m)	MOMENTO HIPERESTÁTICO M_{HIP} (kN.m)
$M_A = M_D$	0,00	0,00
$M_{AB} = M_{CD}$	13,80	21,10
$M_B = M_C$	27,60	42,20
M_{BC}	27,60	42,20

Quadro 14: momentos hiperestáticos para os pórticos A e B

Os momentos fletores totais de cálculo (M_{Sd}) seguem também, o mesmo modo de determinação destacado no item 6.1, estando os resultados descritos no quadro 15.

	PÓRTICO A		PÓRTICO B	
POSIÇÃO DO MOMENTO	$M_{g,q}$ (kN.m)	M_{Sd} (kN.m)	$M_{g,q}$ (kN.m)	M_{Sd} (kN.m)
$M_A = M_D$	-452,8	-452,8	-608,8	-608,8
$M_{AB} = M_{CD}$	270,5	287,1	413,6	438,9
$M_B = M_C$	-834,7	-809,9	-1230,4	-1192,4
M_{BC}	451,5	484,6	699,6	750,2

Quadro 15: momentos solicitantes de cálculo para os pórticos A e B

Para as armaduras passivas mínimas, foi adotado o critério de calculá-las também pela NBR 6118 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2007), com o objetivo de permitir a comparação dos resultados entre os dois métodos (quadro 16).

	PÓRTICO A		PÓRTICO B	
Armadura positiva mínima (cm²/m)	Faixa externa	2,94	Faixa externa	2,84
	Faixa interna	3,04	Faixa interna 1	3,04
			Faixa interna 2	3,11
Armadura negativa mínima (cm²/m)	Faixa externa	18,75 ou 15,00	Faixa externa	18,75 ou 15,00
	Faixa interna	3,04	Faixa interna 1	2,94
			Faixa interna 2	3,04

Quadro 16: armaduras passivas mínimas para os pórticos do ACI 318/2008

Seguindo ainda a mesma série de passos do item 6.1, para verificar o ELU de ruptura por flexão, determinou-se a tensão de cálculo na armadura ativa (σ_{pd}), cujo cálculo está destacado no quadro 17. Os detalhes das armaduras passivas estão demonstrados nos quadros 18 e 19.

PÓRTICO A				PÓRTICO B			
FAIXA	CORDOALHAS POR FAIXA		σ_{pd} (kN/cm ²)	FAIXA	CORDOALHAS POR FAIXA		σ_{pd} (kN/cm ²)
	Nº	Ap (cm ²)			Nº	Ap (cm ²)	
Faixa externa	7	6,91	110,05	Faixa externa	7	6,91	110,05
Faixa interna	6	5,92	110,93	Faixa interna 1	7	6,91	110,05
				Faixa interna 2	9	8,88	110,93

Quadro 17: tensão de cálculo na armadura ativa

PÓRTICO A					
POSIÇÃO DO MOMENTO	FAIXA	Momento fletor M_{Sd} (kN.m/m)	A_s adotada (cm ² /m)	A_s comercial (cm ² /m)	A_s total (cm ² /m)
$M_A = M_D$	Faixa externa	-113,2	15,00	φ 12,5 c/ 8 cm	15,34
	Faixa interna	0,0	3,04	φ 8,0 c/ 16 cm	3,14
$M_{AB} = M_{CD}$	Faixa externa	52,6	2,94	φ 8,0 c/ 17 cm	2,96
	Faixa interna	38,3	3,04	φ 8,0 c/ 16 cm	3,14
$M_B = M_C$	Faixa externa	-168,7	18,75	φ 12,5 c/ 6,5 cm	18,88
	Faixa interna	-67,5	3,04	φ 8,0 c/ 16 cm	3,14
M_{BC}	Faixa externa	88,8	2,94	φ 8,0 c/ 17 cm	2,96
	Faixa interna	64,6	3,04	φ 8,0 c/ 16 cm	3,14

Quadro 18: armadura passiva no pórtico A

PÓRTICO B					
POSIÇÃO DO MOMENTO	FAIXA	Momento fletor M_{Sd} (kN.m/m)	A_s adotada (cm ² /m)	A_s comercial (cm ² /m)	A_s total (cm ² /m)
$M_A = M_D$	Faixa externa	-152,2	15,00	φ 12,5 c/ 8 cm	15,34
	Faixa interna 1	0,0	2,94	φ 8,0 c/ 17 cm	2,96
	Faixa interna 2	0,0	3,04	φ 8,0 c/ 16 cm	3,14
$M_{AB} = M_{CD}$	Faixa externa	65,8	2,94	φ 8,0 c/ 17 cm	2,96
	Faixa interna 1	43,9	2,94	φ 8,0 c/ 17 cm	2,96
	Faixa interna 2	29,3	3,04	φ 8,0 c/ 16 cm	3,14
$M_B = M_C$	Faixa externa	-223,6	21,24	φ 12,5 c/ 5,5 cm	22,31
	Faixa interna 1	-74,5	2,94	φ 8,0 c/ 17 cm	2,96
	Faixa interna 2	-49,7	3,04	φ 8,0 c/ 16 cm	3,14
M_{BC}	Faixa externa	112,5	5,19	φ 8,0 c/ 9,5 cm	5,29
	Faixa interna 1	75,0	2,94	φ 8,0 c/ 17 cm	2,96
	Faixa interna 2	50,0	3,04	φ 8,0 c/ 16 cm	3,14

Quadro 19: armadura passiva no pórtico B

6.3 ANÁLISE ATRAVÉS DO SOFTWARE SAP2000

A laje foi discretizada com elementos finitos quadrados de tamanho único, 50 x 50 cm, considerando-a como uma placa de maior espessura, onde são avaliados os esforços de corte no cálculo da deformação. Os pilares foram modelados como elementos de barras, engastados em suas extremidades. As cordoalhas foram aplicadas de maneira uniforme nas duas direções, sendo que seus feitos são transmitidos à estrutura como um conjunto de cargas equivalentes. A geometria dos cabos é gerada pelo próprio *software*, a partir de coordenadas dos pontos e inclinações pré-estabelecidos.

As cargas são fornecidas por metro quadrado de laje, inclusive o peso próprio da estrutura, tomando o cuidado de desativar a função que o programa possui, de gerar automaticamente o carregamento do peso próprio. A existência da alvenaria na borda da laje foi colocada como conjunto de cargas concentradas em cada um dos nós dos elementos que compõem a periferia do pavimento. A majoração dos carregamentos externos é feita no momento da combinação das ações dentro do SAP2000, através do coeficiente 1,4. Foram fornecidas também as características dos aços CP 190 RB e CA 50, assim como do concreto com f_{ck} de 30 MPa.

Em uma análise em elementos finitos, é aconselhável verificar algumas condições que são bastante úteis para evitar erros grosseiros. A primeira é uma listagem das reações nos apoios, para verificar uma possível falha no lançamento dos carregamentos, comparando o total das reações com o somatório das cargas. Uma segunda avaliação é na deformada da estrutura, para examinar se o resultado é coerente com o que se espera na realidade. Outro aspecto importante a ponderar é que, em geral, o SAP2000 fornece os resultados em termos de uma média dos valores das tensões e solicitações nos nós dos elementos finitos. É importante, principalmente nos casos de regiões com concentrações de tensões, que se solicite ao programa uma resposta sem esta suavização dos resultados nos elementos. Assim é possível avaliar a qualidade da malha através da existência de descontinuidades nesta visualização sem os valores médios. Um efeito de serrilhado proeminente é um indicativo de que é aconselhável refinar a malha.

Deve-se ter um cuidado especial na região dos apoios, pois há ali uma grande concentração de tensões, e como se trata de uma análise elástica linear, a plastificação da seção não é considerada, fazendo com que, em alguns casos, sejam ultrapassados os limites da região linear dos materiais. Na figura 21 está demonstrada a laje examinada.

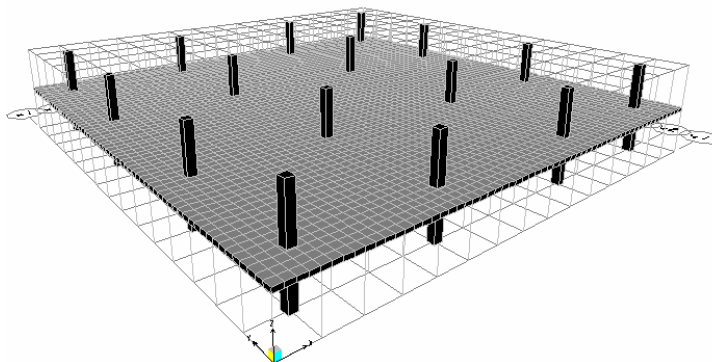


Figura 21: laje analisada por elementos finitos (SAP2000)

Uma primeira análise foi feita considerando a laje submetida aos carregamentos externos, sem considerar a presença dos cabos de protensão. O resultado está na figura 22 e também no quadro 20, onde se encontram os momentos fletores de cálculo na direção x , calculados para os mesmos pórticos A e B usados nos Métodos dos Pórticos Equivalentes anteriormente destacados. A determinação destes momentos é feita a partir da integração dos momentos nas faixas correspondentes às larguras dos pórticos, aproximando a área por sucessivos trapézios ao longo dos elementos.

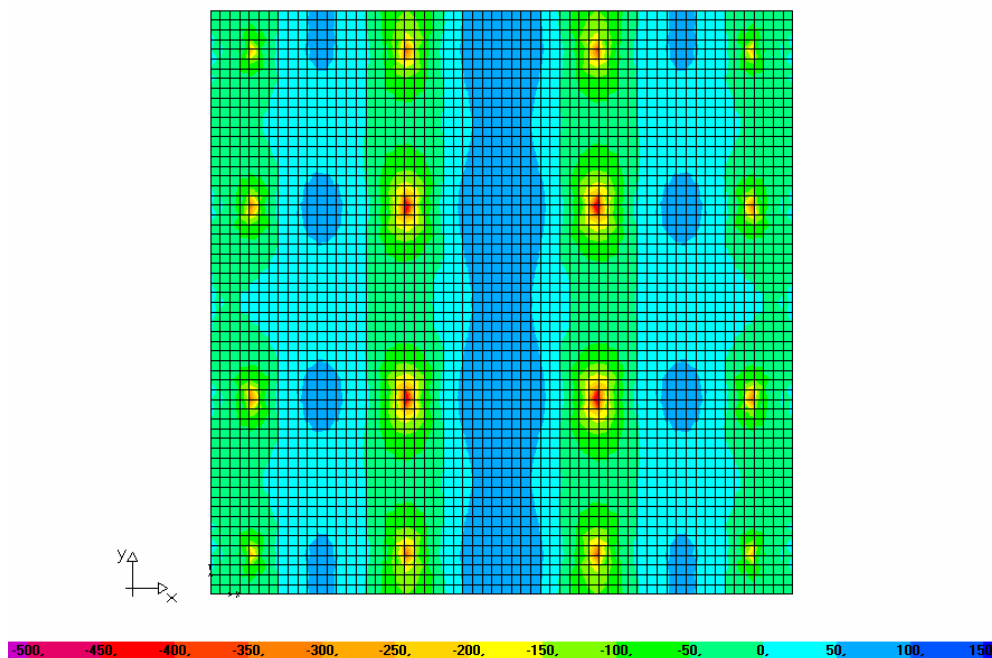


Figura 22: momentos fletores, em kN.m, na direção x sem o efeito da protensão (SAP2000)

	PÓRTICO A	PÓRTICO B
POSIÇÃO DO MOMENTO	$M_{g,q}$ (kN.m)	$M_{g,q}$ (kN.m)
$M_A = M_D$	-354,3	-539,1
$M_{AB} = M_{CD}$	282,1	414,8
$M_B = M_C$	755,7	-1130,0
M_{BC}	497,9	741,2

Quadro 20: momentos solicitantes devido ao carregamento externo (cargas acidentais e permanentes) para os pórticos A e B

Uma segunda análise da laje foi realizada já com a aplicação das cordoalhas protendidas. Apesar de o *software* permitir que se empregue os parâmetros para o cálculo das perdas de protensão, estes não foram usados, pois nas demais verificações as perdas estão somente estimadas. Assim, o critério foi acrescentar à cordoalha uma força de protensão constante ao longo da peça onde já se descontou o efeito decorrente das perdas finais. A figura 23 retrata os resultados para os momentos fletores de cálculo na direção x, com o efeito da protensão.

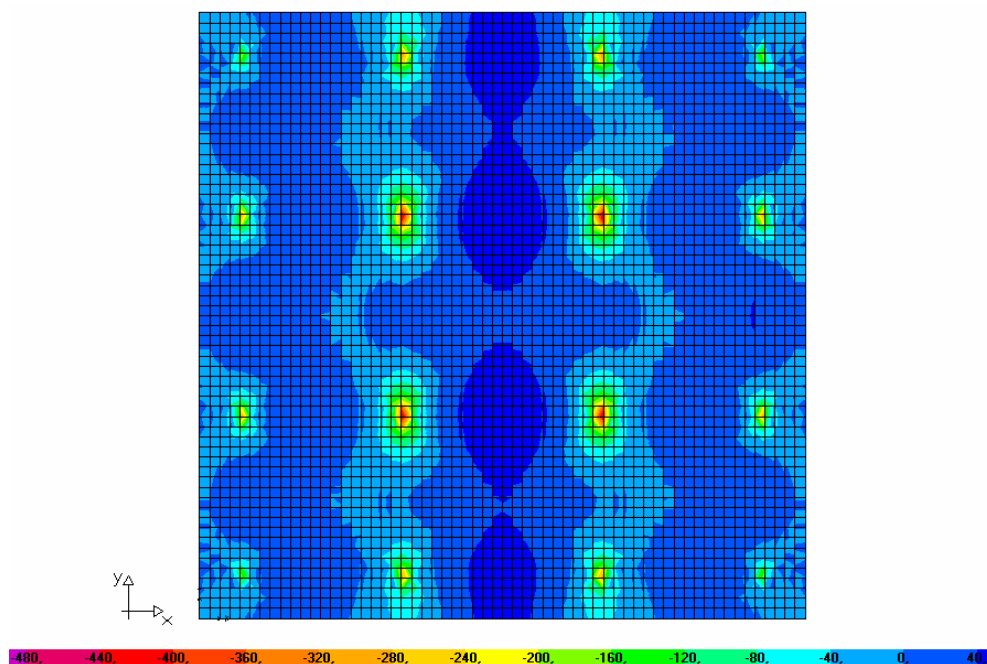


Figura 23: momentos fletores, em kN.m, na direção x com o efeito da protensão (SAP2000)

A partir do resultado fornecido pelo SAP 2000, extraem-se os momentos fletores, integrando os resultados, conforme as faixas de distribuição propostas pela NBR 6118 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2007) e pelo ACI 318 (AMERICAN CONCRETE INSTITUTE, 2008). Destes momentos distribuídos, verifica-se a armadura passiva para equilibrar a seção. Para a determinação das armaduras passivas mínimas, foram aplicadas as especificações da Norma Brasileira. Os quadros 21 a 24 resumem estas considerações.

PÓRTICO A – NBR 6118/2007					
POSIÇÃO DO MOMENTO	FAIXA	Momento fletor (kN.m/m)	A_s adotada (cm²/m)	A_s comercial (cm²/m)	A_s total (cm²/m)
M_A = M_D	Faixa externa	-42,3	15,00	ϕ 12,5 c/ 8 cm	15,34
	Faixa interna	20,2	3,04	ϕ 8,0 c/ 16 cm	3,14
M_{AB} = M_{CD}	Faixa externa	20,4	2,94	ϕ 8,0 c/ 17 cm	2,96
	Faixa interna	8,1	3,04	ϕ 8,0 c/ 16 cm	3,14
M_B = M_C	Faixa externa	-105,4	18,75	ϕ 12,5 c/ 6,5 cm	18,88
	Faixa interna	-14,2	3,04	ϕ 8,0 c/ 16 cm	3,14
M_{BC}	Faixa externa	55,7	6,33	ϕ 12,5 c/ 19 cm	6,46
	Faixa interna	43,5	4,90	ϕ 12,5 c/ 25 cm	4,91

Quadro 21: momentos fletores e armaduras passivas no pórtico A para as faixas segundo a NBR 6118/2007

PÓRTICO B – NBR 6118/2007					
POSIÇÃO DO MOMENTO	FAIXA	Momento fletor (kN.m/m)	A_s adotada (cm²/m)	A_s comercial (cm²/m)	A_s total (cm²/m)
M_A = M_D	Faixa externa 1	-58,4	15,00	ϕ 12,5 c/ 8 cm	15,34
	Faixa externa 2	-60,4	15,00	ϕ 12,5 c/ 8 cm	15,34
	Faixa interna 1	17,2	2,94	ϕ 8 c/ 17 cm	2,96
	Faixa interna 2	26,8	3,00	ϕ 8 c/ 16 cm	3,14
M_{AB} = M_{CD}	Faixa externa 1	22,5	2,94	ϕ 8 c/ 17 cm	2,96
	Faixa externa 2	23,3	3,00	ϕ 8 c/ 16 cm	3,14
					Continua

Continuação					
$M_{AB} = M_{CD}$	Faixa interna 1	8,0	2,94	ϕ 8 c/ 17 cm	2,96
	Faixa interna 2	5,0	3,00	ϕ 8 c/ 16 cm	3,14
$M_B = M_C$	Faixa externa 1	-143,2	18,75	ϕ 12,5 c/ 6,5 cm	18,88
	Faixa externa 2	-134,3	18,75	ϕ 12,5 c/ 6,5 cm	18,88
	Faixa interna 1	-23,1	2,94	ϕ 8 c/ 17 cm	2,96
	Faixa interna 2	-6,2	3,00	ϕ 8 c/ 16 cm	3,14
M_{BC}	Faixa externa 1	58,1	6,61	ϕ 12,5 c/ 18 cm	6,82
	Faixa externa 2	58,3	6,63	ϕ 12,5 c/ 18 cm	6,82
	Faixa interna 1	45,3	5,10	ϕ 12,5 c/ 24 cm	5,11
	Faixa interna 2	41,0	4,60	ϕ 12,5 c/ 26 cm	4,72

Quadro 22: momentos fletores e armaduras passivas no pórtico B para as faixas segundo a NBR 6118/2007

PÓRTICO A – ACI 318/2008					
POSIÇÃO DO MOMENTO	FAIXA	Momento fletor (kN.m/m)	A_s adotada (cm ² /m)	A_s comercial (cm ² /m)	A_s total (cm ² /m)
$M_A = M_D$	Faixa externa	-42,3	15,00	ϕ 12,5 c/ 8 cm	15,34
	Faixa interna	20,2	3,04	ϕ 8,0 c/ 16 cm	3,14
$M_{AB} = M_{CD}$	Faixa externa	20,4	2,94	ϕ 8,0 c/ 17 cm	2,96
	Faixa interna	8,1	3,04	ϕ 8,0 c/ 16 cm	3,14
$M_B = M_C$	Faixa externa	-105,4	18,75	ϕ 12,5 c/ 6,5 cm	18,88
	Faixa interna	-14,2	3,04	ϕ 8,0 c/ 16 cm	3,14
M_{BC}	Faixa externa	55,7	6,33	ϕ 12,5 c/ 19 cm	6,46
	Faixa interna	43,5	4,90	ϕ 12,5 c/ 25 cm	4,91

Quadro 23: momentos fletores e armaduras passivas no pórtico A para as faixas segundo o ACI 318/2008

PÓRTICO B – ACI 318/2008					
POSIÇÃO DO MOMENTO	FAIXA	Momento fletor M_{Sd} (kN.m/m)	A_s adotada (cm ² /m)	A_s comercial (cm ² /m)	A_s total (cm ² /m)
$M_A = M_D$	Faixa externa	-72,2	15,00	φ 12,5 c/ 8 cm	15,34
	Faixa interna 1	17,2	2,94	φ 8,0 c/ 17 cm	2,96
	Faixa interna 2	22,3	3,04	φ 8,0 c/ 16 cm	3,14
$M_{AB} = M_{CD}$	Faixa externa	25,2	2,94	φ 8,0 c/ 17 cm	2,96
	Faixa interna 1	8,0	2,94	φ 8,0 c/ 17 cm	2,96
	Faixa interna 2	6,8	3,04	φ 8,0 c/ 16 cm	3,14
$M_B = M_C$	Faixa externa	-149,3	18,75	φ 12,5 c/ 6,5 cm	18,88
	Faixa interna 1	-23,1	2,94	φ 8,0 c/ 17 cm	2,96
	Faixa interna 2	-12,8	3,04	φ 8,0 c/ 16 cm	3,14
M_{BC}	Faixa externa	60,0	6,83	φ 12,5 c/ 18 cm	6,82
	Faixa interna 1	45,3	5,10	φ 12,5 c/ 24 cm	5,11
	Faixa interna 2	42,7	4,81	φ 12,5 c/ 25 cm	4,91

Quadro 24: momentos fletores e armaduras passivas nos pórticos B para as faixas segundo o ACI 318/2008

Um aspecto interessante presente nos dados dos quadros 21 a 24 é a distribuição dos momentos fletores nos apoios das extremidades (M_A e M_D). Nestes pilares, há inversão do sentido dos momentos nas faixas internas. Este resultado é condizente com os coeficientes de distribuição do ACI 318 (AMERICAN CONCRETE INSTITUTE, 2008), que nesta região, estabelece que todo momento negativo seja dividido igualmente entre as faixas externas. Diferentemente, a Norma Brasileira permite que os esforços sejam distribuídos ao longo de todas as faixas, mesmo nestas porções internas.

7 COMPARAÇÃO DOS RESULTADOS

A primeira comparação relevante é referente às solicitações de flexão nos pórticos equivalentes conforme os três procedimentos estudados. Nestes três casos, estudou-se a laje ainda sem o efeito da protensão. No quadro 25, encontram-se tais resultados.

	PÓRTICO A			PÓRTICO B		
Momento	NBR 6118 (Kn.M)	ACI 318 (kN.m)	Diferença ⁽¹⁾ (%)	NBR 6118 (kN.m)	ACI 318 (kN.m)	Diferença ⁽¹⁾ (%)
$M_A = M_D$	-475,8	-452,8	-4,83	-680,8	-608,8	-10,58
$M_{AB} = M_{CD}$	274,1	270,5	-1,31	412,5	413,6	0,27
$M_B = M_C$	-835,5	-834,7	-0,10	-1244,0	-1230,4	-1,09
M_{BC}	450,8	451,5	0,16	686,0	699,6	1,98
⁽¹⁾ As diferenças são calculadas segundo a relação: $[(\text{Mom. ACI}/\text{Mom. NBR})-1]*100$						
	PÓRTICO A			PÓRTICO B		
Momento	MEF (kN.m)	Diferença ⁽²⁾ em relação à NBR 6118 (%)	Diferença ⁽³⁾ em relação ao ACI 318 (%)	MEF (kN.m)	Diferença ⁽²⁾ em relação à NBR 6118 (%)	Diferença ⁽³⁾ em relação ao ACI 318 (%)
$M_A = M_D$	-354,3	-25,54	-21,75	-539,1	-20,81	-11,45
$M_{AB} = M_{CD}$	282,1	2,92	4,29	414,8	0,56	0,29
$M_B = M_C$	-755,7	-9,55	-9,46	-1130,0	-9,16	-8,16
M_{BC}	497,9	10,45	10,28	741,2	8,05	5,95
⁽²⁾ As diferenças são calculadas segundo a relação: $[(\text{Mom. MEF}/\text{Mom. NBR})-1]*100$						
⁽³⁾ As diferenças são calculadas segundo a relação: $[(\text{Mom. MEF}/\text{Mom. ACI})-1]*100$						

Quadro 25: momentos fletores por pórtico, sem protensão

Neste quadro 25 fica evidente que os dois métodos aproximados (MPE) convergem para uma resposta semelhante, sendo que a única diferença de magnitude relevante aparece nos esforços dos pilares de extremidade, que sofrem o efeito dos balanços, onde a diferença atinge 10,58% no pórtico B. Nestas regiões, a consideração do aumento da rigidez no encontro laje-pilar,

proposta pelo pórtico da Norma Americana conduz a momentos fletores bastante inferiores ao do pórtico simples da Norma Brasileira. Já os resultados obtidos através do SAP2000 apresentam momentos fletores com maior magnitude nas regiões centrais dos vãos. Nos apoios, o MEF produz uma significativa redução destas solicitações. Resultados semelhantes foram obtidos por Faria (2004). Também fica evidente que o MPE do ACI 318 (AMERICAN CONCRETE INSTITUTE, 2008) gera solicitações mais próximas àquelas oriundas da análise via MEF, cuja resposta, supostamente, reproduz de maneira mais próxima a realidade dos esforços na laje.

Uma segunda análise é feita para comparar as áreas de armaduras passivas para cada faixa estudada no pórtico, aplicando os Métodos dos Pórticos Equivalentes. Estes resultados estão apresentados no quadro 26.

MOMENTO	PÓRTICO A			PÓRTICO B		
	NBR 6118/2007	ACI 318/2008	Diferença (%)	NBR 6118/2007	ACI 318/2008	Diferença (%)
	Área de aço no pórtico (cm ²)	Área de aço no pórtico (cm ²)		Área de aço no pórtico (cm ²)	Área de aço no pórtico (cm ²)	
$M_A = M_D$	67,64	67,64	0,00	82,79	76,70	-7,36
$M_{AB} = M_{CD}$	18,11	18,11	0,00	27,30	27,16	-0,51
$M_B = M_C$	81,80	81,80	0,00	105,59	104,59	-0,95
M_{BC}	18,11	18,11	0,00	31,67	36,50	15,25

As diferenças são calculadas segundo a relação: $[(\text{Área ACI}/\text{Área NBR})-1]*100$

Quadro 26: áreas de armaduras passivas segundo os Métodos dos Pórticos Equivalentes da NBR 6118/2007 e ACI 318/2008

No pórtico A não são encontradas diferenças, pois os dois métodos geram resultados iguais. Isto ocorre porque as larguras das faixas são as mesmas, a protensão também é idêntica e, por consequência, as armaduras mínimas são também as mesmas. Por fim, como a verificação do equilíbrio da seção conduziu a resultados onde toda a segurança da laje é satisfeita pela ação da protensão, toda armadura passiva é a mínima. Já no pórtico B, se nota uma diferença mais acentuada, pois a consideração da rigidez dos pilares, condição do MPE do ACI 318 (AMERICAN CONCRETE INSTITUTE, 2008), faz com que haja diminuição de aço nos apoios, com um consequente aumento de área de aço nos vãos.

Com relação ao Método dos Elementos Finitos, a comparação dos resultados é dividida em duas análises. A primeira é feita aplicando o MEF segundo as faixas de distribuição de momentos dispostas na Norma Brasileira. No segundo estudo, consideraram-se as faixas conforme a Norma Americana. Os quadros 27 e 28 resumem estes resultados.

MOMENTO	PÓRTICO A			PÓRTICO B		
	NBR 6118/2007	MEF	Diferença (%)	NBR 6118/2007	MEF	Diferença (%)
	Área de aço no pórtico (cm ²)	Área de aço no pórtico (cm ²)		Área de aço no pórtico (cm ²)	Área de aço no pórtico (cm ²)	
$M_A = M_D$	67,64	67,64	0,00	82,79	82,79	0,00
$M_{AB} = M_{CD}$	18,11	18,11	0,00	27,53	27,53	0,00
$M_B = M_C$	81,80	81,80	0,00	105,59	98,72	6,96
M_{BC}	18,11	35,01	-48,27	31,67	52,70	-39,91

As diferenças são calculadas segundo a relação: $[(\text{Área NBR}/\text{Área MEF})-1]*100$

Quadro 27: diferenças nas áreas de armaduras passivas

MOMENTO	PÓRTICO A			PÓRTICO B		
	ACI 318/2008	MEF	Diferença (%)	ACI 318/2008	MEF	Diferença (%)
	Área de aço no pórtico (cm ²)	Área de aço no pórtico (cm ²)		Área de aço no pórtico (cm ²)	Área de aço no pórtico (cm ²)	
$M_A = M_D$	67,64	67,64	0,00	76,70	76,70	0,00
$M_{AB} = M_{CD}$	18,11	18,11	0,00	27,16	27,16	0,00
$M_B = M_C$	81,80	81,80	0,00	104,59	90,85	15,35
M_{BC}	18,11	35,01	-48,27	36,50	52,22	-30,10

As diferenças são calculadas segundo a relação: $[(\text{Área ACI}/\text{Área MEF})-1]*100$

Quadro 28: diferenças nas áreas de armaduras passivas

Mais uma vez, há poucas diferenças em relação ao pórtico A, pois este tem sua condição de segurança garantida apenas pela protensão na maioria dos casos, exigindo apenas a colocação de armadura mínima nestas posições. A alteração se restringe ao vão central, aonde a análise

através do SAP2000 conduziu a esforços que necessitam de uma armadura com praticamente o dobro de área de aço da armadura passiva mínima na região do momento M_{BC} .

Os resultados para o pórtico B demonstram que, para a análise via elementos finitos, há considerável redução de aço na região dos pilares, com conseqüente aumento da área de aço no vão central. Também se deve destacar que as faixas de distribuição de momentos aplicadas segundo o ACI 318 (AMERICAN CONCRETE INSTITUTE, 2008) conduzem a momentos fletores mais próximos aos do estudo gerado a partir do *software* SAP2000, confirmando os resultados do quadro 26, onde o método da Norma Americana se mostra mais econômico diante do procedimento da NBR 6118 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2007).

Um aspecto importante a salientar é que ao modelar os pilares como barras, foram obtidas grandes concentrações de tensões nos elementos finitos desta porção da laje. Tal efeito foi desprezado na integração dos momentos fletores. Uma hipótese para adequar o resultado seria uma maior discretização da malha nestas regiões. O SAP2000 apresenta um sistema de geração de malhas bastante limitado, o que dificulta um melhor detalhamento. Simplesmente subdividir os elementos próximos aos pilares não conduz a uma boa resposta, pois não é possível manter uma malha estruturada. O uso de elementos triangulares de transição entre a malha de elementos quadráticos também não apresentou resultados satisfatórios, gerando inúmeras descontinuidades nas áreas adjacentes aos apoios.

8 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Quanto aos resultados do dimensionamento à flexão, é importante salientar que os três métodos de análise convergem para resultados semelhantes, conforme era esperado. Isto demonstra que o Método dos Pórticos Equivalentes é realmente uma boa ferramenta de análise para as estruturas que possuam regularidade.

Com relação ao consumo de materiais, tem-se que os volumes de aço são bastante semelhantes, com leve vantagem para Método dos Elementos Finitos, já que a redução das armaduras nos apoios compensa o aumento no vão central. Quanto ao concreto, as três verificações utilizaram a mesma espessura de laje, buscando manter uma esbeltez condizente com a bibliografia consultada.

Para avaliar realmente a possibilidade de reduzir a espessura da laje, é fundamental verificar os estados limites de serviço. Outro aspecto importante que pode alterar a altura da laje é o estudo da punção. Tal fenômeno, em muitos casos, é um limitador neste tipo de estrutura. Geralmente, a punção apresenta maiores efeitos nos pilares de canto e de extremidade, por isso é aconselhável dispor o pavimento com balanços, para aumentar a área de contribuição no entorno dos pilares. Outro ELU a considerar num estudo futuro é a verificação das tensões no concreto no ato da protensão. A distribuição uniforme dos cabos tende a reduzir este efeito, pois evita a concentração dos esforços em uma só porção da laje. Mas um maior número de cordoalhas na região dos pilares pode conduzir a resultados mais econômicos do ponto de vista do consumo de aço para armadura passiva, já que as maiores solicitações se concentram nas faixas externas.

Outro fator importante para completar a análise de uma estrutura protendida é a determinação das perdas reais de protensão, avaliando o comportamento do cabo no pavimento, pois as perdas variam ao longo do cabo, diferentemente da consideração deste trabalho, onde estas foram arbitradas como constantes.

REFERÊNCIAS

AMERICAN CONCRETE INSTITUTE. **ACI 423**: recommendations for concrete members prestressed with unbounded tendons. Detroit, 2005.

_____. **ACI 318**: building code requirements for structural concrete. Detroit, 2008.

ARAÚJO, J. M. **Curso de concreto armado**. 2. ed. Rio Grande: Dunas, 2003. v. 4.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6120**: cargas para o cálculo de estrutura de edificações. Rio de Janeiro, 1980.

_____. **NBR 6118**: projeto de estruturas de concreto – procedimento. Rio de Janeiro, 2007.

AZEVEDO, A. F. M. **Método dos elementos finitos**. Porto: Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, 2003.

BONO, G. F. F. **Modelos constitutivos para análise tridimensional de estruturas de concreto armado através do método dos elementos finitos**. 2008. 181 f. Tese (Doutorado em Engenharia) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre.

CAUDURO, L. E. Protensão: em favor da leveza. **Revista Técnica**, São Paulo, ano 6, n. 26, p. 1-6, jan/fev. 1997. Disponível em:
<http://www.belgomineira.com.br/solucoes/artigos/pdf/favor_leveza.pdf>. Acesso em: 9 out. 2009.

_____, L. E. **Manual para boa execução de estruturas protendidas usando cordoalhas de aço engraxadas e plastificadas**. 2. ed. São Paulo: Belgo Bekaert, 2003.

EMERICK, A. A. **Projeto e execução de lajes protendidas**. Rio de Janeiro: Interciência, 2005.

FARIA, E. L. **Projeto de lajes planas protendidas via método dos elementos finitos e pórticos equivalentes**. 2004. 260 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Estruturas) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Estruturas, Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte.

KISS, P. Protensão: os leves puxam o mercado. **Revista Técnica**, São Paulo, ano 8, n. 41, p. 52-56, jul. 1999. Disponível em:
<http://www.belgomineira.com.br/solucoes/artigos/pdf/favor_leveza.pdf>. Acesso em: 9 out. 2009.>. Acesso em: 9 out. 2009.

KOERICH, R. B. **Estudo de estruturas protendidas hiperestáticas com a representação da protensão por carregamentos equivalentes**. 2004. 199 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis.

LEONHARDT, F. **Construções de concreto**. Rio de Janeiro: Interciência, 1983. v. 5.

LOUREIRO, G. J. Projeto de lajes protendidas com cordoalhas engraxadas. In: SIMPÓSIO EPUSP SOBRE ESTRUTURAS DE CONCRETO, 6., 2006, São Paulo. **Anais...** São Paulo: EPUSP, 2006. 1 CD-ROM.

MILANI, A. C. **Análise de lajes planas protendidas pelo método dos elementos finitos.** 2006. 123 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre.

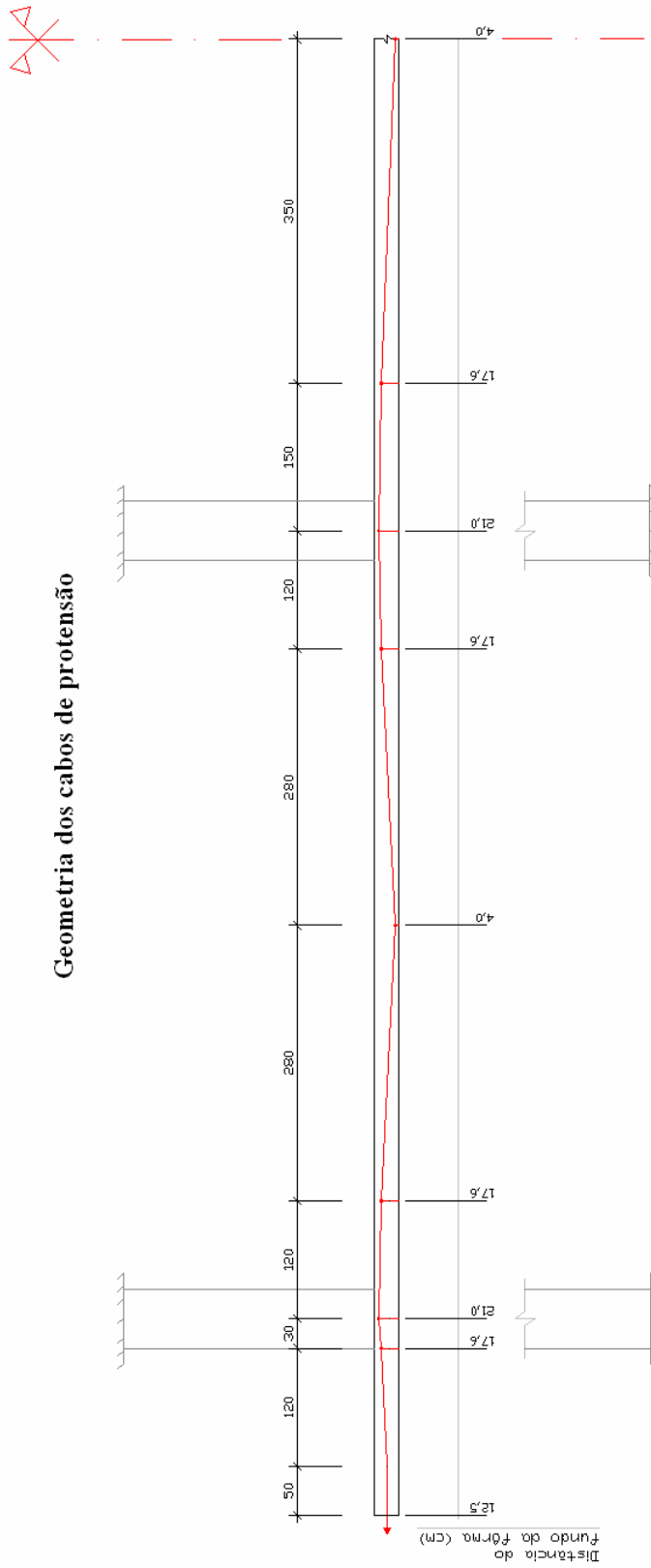
SAP2000. **Integrate finite element analysis and designs of structures.** Computers and Structures Inc., Berkeley, California, USA, 1996.

PFEIL, W. **Concreto protendido:** introdução. 2. ed. Rio de Janeiro: LTC, 1988.

RUDLOFF INDUSTRIAL LTDA. **Concreto protendido:** catálogo técnico. São Paulo, 2008.

SCHMID, M. T. **Lajes planas protendidas.** 3. ed. rev. e aum. São Paulo: Rudloff, 2009.

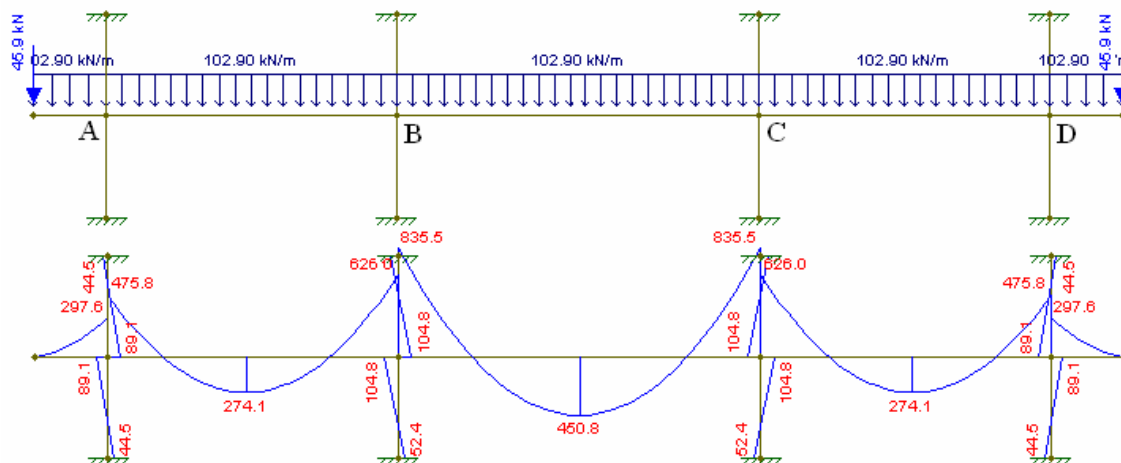
APÊNDICE A – Geometria dos cabos de protensão



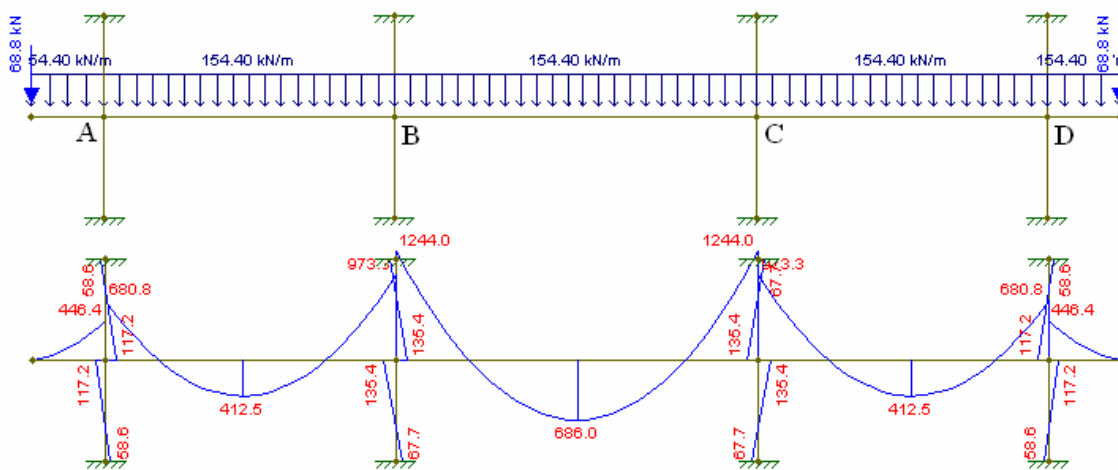
**APÊNDICE B – Diagramas de momentos fletores segundo a NBR
6118/2007 e o ACI 318/2008**

Momentos fletores, em kN.m, devido ao carregamento externo para a NBR 6118/2007

Pórtico A

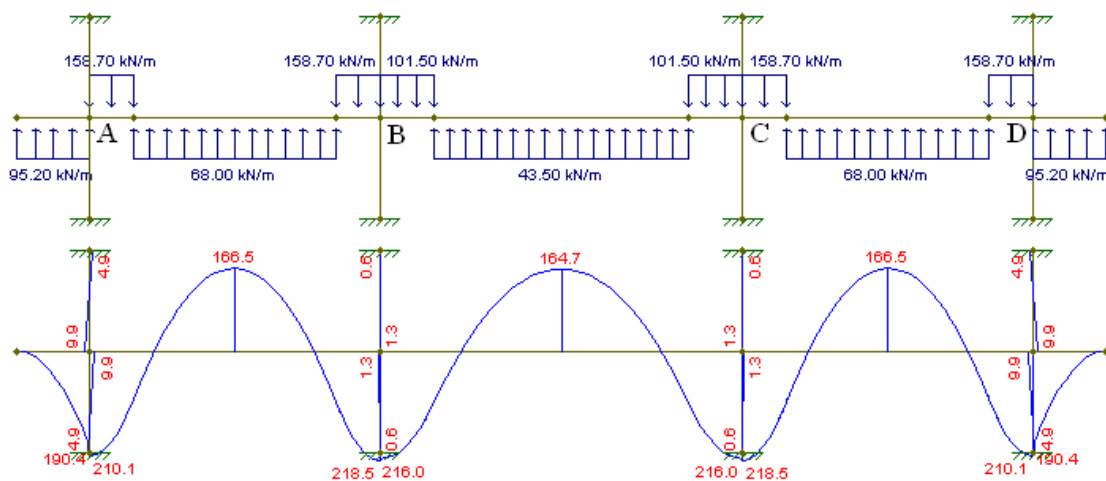


Pórtico B

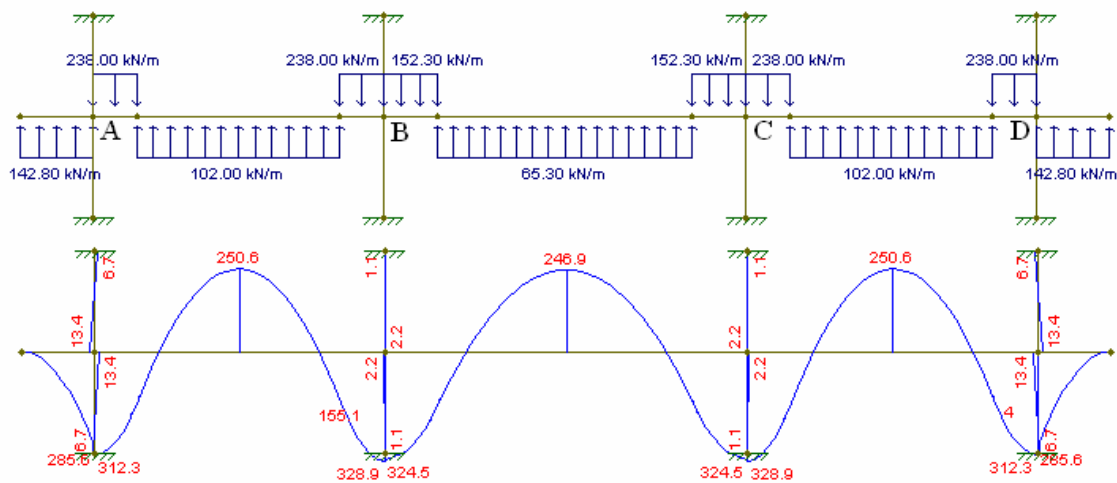


Momentos fletores, em kN.m, devido às cargas balanceadas para a NBR 6118/2007

Pórtico A

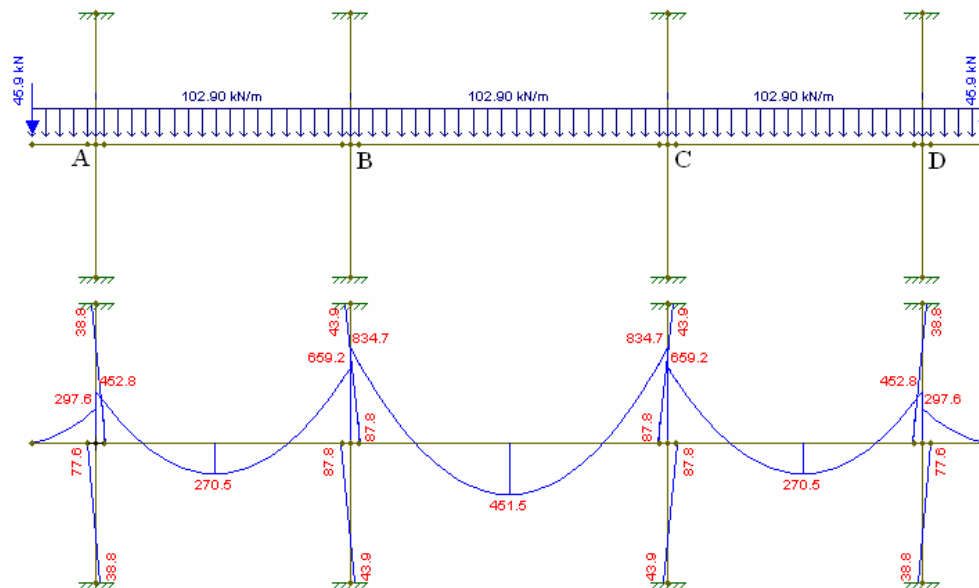


Pórtico B

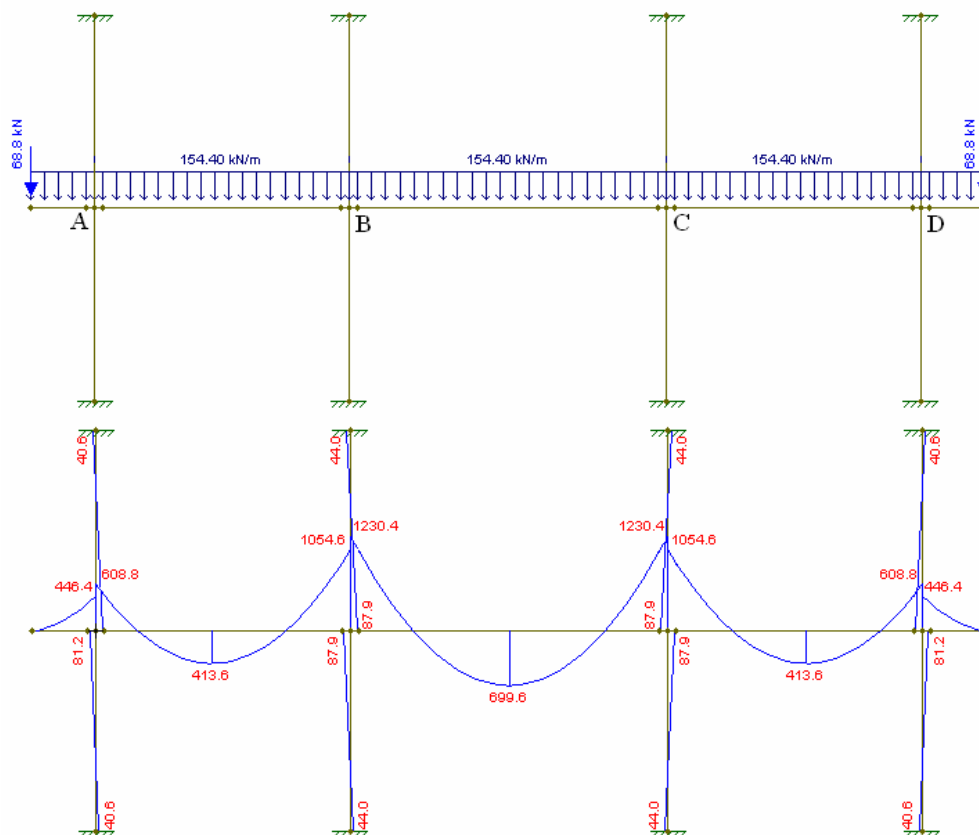


Momentos fletores, em kN.m, devido ao carregamento externo para o ACI 318/2008

Pórtico A

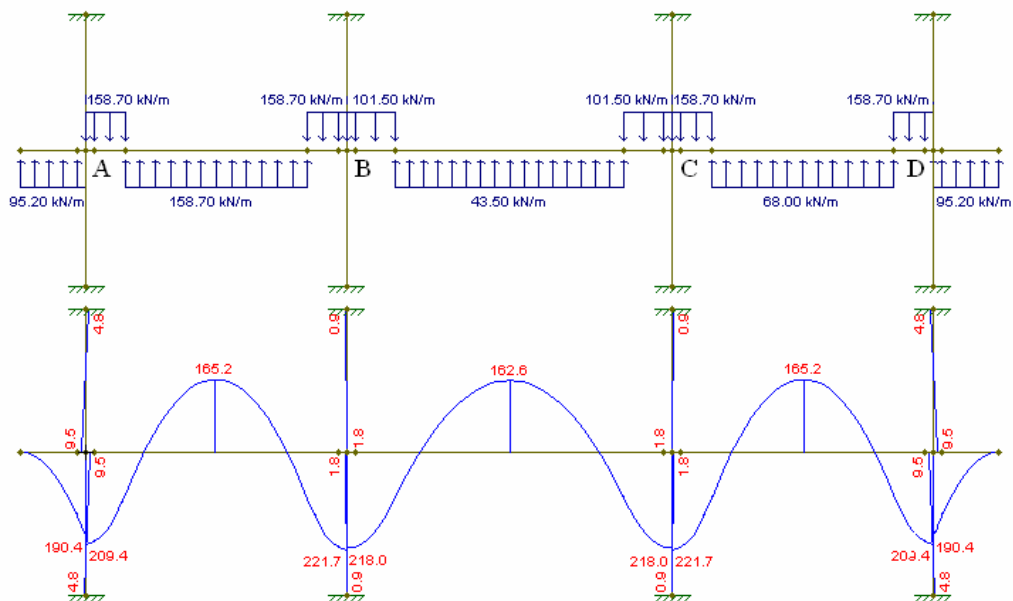


Pórtico B



Momentos fletores, em kN.m, devido às cargas balanceadas para o ACI 318/2008

Pórtico A



Pórtico B

