UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
INSTITUTO DE MATEMÁTICA E ESTATÍSTICA
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA PURA E APLICADA

CINDY BERGMANN SIQUEIRA

RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS POR ALUNOS DE 5° ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL: UM RELATO DE EXPERIÊNCIA

PORTO ALEGRE
2023

CINDY BERGMANN SIQUEIRA

RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS POR ALUNOS DE 5° ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL: UM RELATO DE EXPERIÊNCIA

Trabalho de Conclusão de Curso submetido como requisito parcial para a obtenção do grau de Licenciada em Matemática.

Orientador:
Prof. Dr. Marcus Vinicius de Azevedo Basso

Porto Alegre
2023

CINDY BERGMANN SIQUEIRA

RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS POR ALUNOS DE 5° ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL: UM RELATO DE EXPERIÊNCIA

Aprovada em: _______________

BANCA EXAMINADORA:

____

Prof. Dr. Marcus Vinicius de Azevedo Basso
Instituto de Matemática e Estatística / UFRGS

____

Prof Dr Anuar Daian de Moraes
Colégio de Aplicação / UFRGS

____

Profa Dra Márcia Rodrigues Notare Meneghetti
Instituto de Matemática e Estatística / UFRGS

AGRADECIMENTOS

Primeiramente agradeço aos meus dindos, avós e toda a minha família que contribuíram de diversas formas para que eu chegasse aonde estou e realizasse o meu sonho, obrigada por todo o amor, todo o incentivo e paciência.

Agradeço ao meu namorado João Vitor, por ter me acompanhado no ingresso na faculdade e mesmo após anos permanece compreendendo os momentos que eu não estava me sentindo bem e me dando força na finalização desse processo.

Aos meus professores da Graduação e Ensino Fundamental, por me mostrarem sempre o quão feliz eu seria na profissão de Licenciada em Matemática e contribuírem de forma maravilhosa na minha formação profissional.

Ao meu orientador, Prof. Doutor Marcus Vinicius de Azevedo Basso, por me guiar nesse processo. Eu sou extremamente grata de ter sido orientada por esse excelente professor.

À minha banca avaliadora, composta pelo Professor Dr. Marcus Vinicius de Azevedo Basso, Professor Dr Anuar Daian de Moraes e Professora Dra Márcia Rodrigues Notare Meneghetti. Obrigada por estarem compartilhando os seus vastos conhecimentos na área acadêmica e profissional, fazendo-me cumprir com zelo e excelência a minha futura profissão.

Agradeço a Nathalia Goulart, que me guiou e orientou para a realização deste trabalho, sou grata por todo apoio e ajuda.

As minhas amigas da faculdade e os meus amigos da vida, obrigada pela paciência, pela amizade e incentivo.

A todos aqueles que contribuíram de alguma forma durante esses quase cinco anos de graduação, com momentos, aprendizados e companheirismo.

A Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS), por me proporcionar um ensino de qualidade com uma equipe docente de alto nível e assim eu ter certeza de que estou pronta para exercer a profissão de professora(a) com qualidade e excelência.

Por fim, um agradecimento especial a minha mãe que esteve do meu lado me apoiando de todas as formas possíveis, me ajudando em trabalhos ou apenas me acalmando no melhor abraço do mundo. A realização do sonho da graduação é minha, mas a vitória é nossa.

“Se você pode sonhar, você pode realizar.”

Walt Disney

RESUMO

Este estudo investiga o uso da heurística de Polya na resolução de problemas matemáticos com estudantes do 5º ano que se preparam para ingressar no Colégio Militar de Porto Alegre, Rio Grande do Sul, via curso realizado em instituição civil preparatória. O objetivo do estudo foi obter indícios das estratégias utilizadas pelos estudantes na resolução de problemas matemáticos antes e após conhecerem essa heurística. O trabalho de campo foi realizado com sete estudantes, idades variando entre dez e onze anos, e cursando o 5º ano do ensino fundamental em diferentes instituições de ensino. De caráter qualitativo, o estudo envolveu a proposição de problemas matemáticos versando sobre conteúdos previstos para a prova de ingresso no Colégio Militar e a apresentação e discussão sobre a heurística de Polya. Os registros das soluções apresentadas pelos estudantes e anotações da pesquisadora em diário de campo permitiram identificar mudanças de estratégias utilizadas pelos participantes da pesquisas para resolver problemas matemáticos com indícios de organização e autonomia ao utilizarem as etapas da proposta de Polya.

ABSTRACT

This study investigates the use of Polya's heuristic in solving math problems with 5th year students who are preparing to enter the Colégio Militar in Porto Alegre, Rio Grande do Sul, with course held at a civil preparatory institution. The objective of the study was to obtain evidence of the strategies used by students in solving math problems before and after learning about this heuristic. Field work was carried out with seven students, ages ranging from ten to eleven years old, and attending the 5th year of elementary school in different educational institutions. Of a qualitative nature, the study involved the proposition of math problems dealing with the contents foreseen for the entrance exam in the Colégio Militar and the presentation and discussion about Polya's heuristic. The records of the solutions presented by the students and the researcher's notes in the field diary allowed identifying changes in the strategies used by the research participants to solve math problems with evidence of organization and autonomy when using the stages of Polya's proposal.

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE QUADROS

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO

Ao discorrer sobre a leitura dos autores Descartes (*apud* BATTISTI, 2010), a respeito da solução de problemas, podemos compreender que em meados do século XVII, já existiam problemas cotidianos a serem resolvidos por meio da lógica e principalmente, mediante observação dos fenômenos.

Passaram-se séculos até que a ideia de passos que devemos seguir para solucionar os problemas, fosse utilizada para o ensino, principalmente, para a matemática. Entre os principais matemáticos que apoiaram esta ideia, podemos citar (POLYA, 2006 p. 4 e 5):

> Primeiro, temos de compreender o problema, temos de perceber claramente o que é necessário. Segundo, temos de ver como os diversos itens estão inter-relacionados, como a incógnita está ligada aos dados, para termos a ideia da resolução, para estabelecermos um plano. Terceiro, executamos o nosso plano. Quarto, fazemos um retrospecto da resolução completa, revendo-a e discutindo-a.

Pesquisas apontam que a matemática e, principalmente a resolução de problemas, causa desconforto na maioria dos estudantes. Barreira (2020) menciona que parte dos alunos desenvolvem ansiedade a números, advinda da falta de recursos e conhecimento dos discentes para resolver os exercícios propostos.

Ao refletir sobre o auxílio do professor no desenvolvimento de exercícios, é possível lembrar que, segundo Santos (2022), o papel do docente está relacionado exclusivamente como transmissor de conteúdos e não lhe eram atribuídas tarefas como refletir com os estudantes, produção de novos conhecimentos ou até mesmo, criar estratégias para o melhor desenvolvimento do aluno.

Contudo, atualmente temos estudos na matemática que defendem o desenvolvimento, a criatividade e a observação por parte dos alunos e provocação dos elementos citados por intermédio dos docentes (SANTOS, 2022). Sendo assim, será usado também para o desenvolvimento deste trabalho, o conceito do matemático (POLYA, 2006, p.3) da relação professor-aluno-investigação.

> Há dois objetivos que o professor pode ter em vista ao dirigir a seus alunos uma indagação ou sugestão da lista: primeiro auxiliá-lo a resolver o problema que lhe é apresentado; segundo, desenvolver no estudante a capacidade de resolver futuros problemas por si próprio.

Contudo, para um melhor entendimento do tema, apresento uma breve introdução a respeito do Colégio Militar e o curso preparatório. O Colégio Militar abrange uma faixa etária de estudantes jovens de 10 a 19 anos que vivenciam um determinado contexto político, social, cultural e histórico. Para ingresso neste Colégio, é necessário que seja feita uma prova com 15 questões de português e 15 questões de matemática, onde são disponibilizadas em média 30 vagas para alunos de ensino fundamental, com idades entre 10 e 11 anos que ingressam no 6° ano no colégio militar ou então estudantes entre 15 e 16 anos que prestam a prova para ingressar no 1° ano do ensino médio, concorrendo em média a 5 vagas (CARRA, 2014).

Essa prova utilizada como critério de ingresso dos estudantes, tende a ter um nível elevado de conteúdos em relação ao que é proposto nas escolas para essa determinada faixa etária. Assim, pais e alunos optam por utilizarem de recursos propostos em cursos preparatórios para obter a aprovação. Nestes cursos, os alunos aprendem o conteúdo previsto para resolver as questões propostas, a maneira como a prova é aplicada e qual a melhor metodologia para desenvolver o que foi aprendido para replicar em determinado problema, visto que os problemas propostos nesta prova caracterizam-se por exigir interpretações (CARRA, 2014).

Diante do exposto, neste trabalho apresentaremos o relato de experiência de uma acadêmica da graduação em uma instituição de ensino superior pública, já inserida na docência. Este estudo contou com a presença de sete alunos com idades entre 10 e 11 anos que cursam o 5° ano do ensino regular na escola e estão em preparação para cursar o 6° ano no colégio militar, portanto fazem parte da turma do curso preparatório.

Além disso, justifica-se pela necessidade de compreensão dos caminhos usados para resolver problemas matemáticos por alunos do 5º ano e a contribuição no desenvolvimento deles, por meio do método das quatro etapas de resolução de problemas de George Polya.

Na seção subsequente serão apresentados, a justificativa, pergunta de pesquisa e objetivos.

1.1 JUSTIFICATIVA

A matemática é pensada como um método dedutivo, com foco no raciocínio lógico para chegar em determinado resultado. Não é incomum existir receio por parte dos alunos e até mesmo de professores em abordar situações que envolvem conhecimentos de matemática. Tal anseio pode ter como fator desencadeante o afastamento de situações cotidianas dos alunos e foco em questões teóricas ou envolvendo prioritariamente fórmulas. Portanto, a compreensão dos alunos ao realizar problemas matemáticos, no qual é preciso exercer a compreensão de enunciados, acaba se difundindo e tendo foco somente na resolução de cálculos.

Como mencionado, neste trabalho abordaremos o uso da heurística de Polya, entendendo a heurística como um estudo que envolve maneiras para a resolução de problemas. Com origem na filosofia, ela propõe que sejam seguidos passos no desenvolvimento da solução até que chegue ao seu objetivo final. Nesses passos, é preciso que seja usada a busca por informações, a criatividade, raciocínio lógico e a invenção.

Dessa forma, nesse estudo é importante que nenhuma informação seja menosprezada porque considera-se relevante neste processo os erros, os acertos e até mesmo vivências pessoais, independente do problema que buscamos resolver e qual área ele está inserido (POLYA, 1995).

Ainda há escassez de estudos com o tema da resolução de problemas matemáticos utilizando as quatro etapas de George Polya.com alunos de curso preparatório militar. Parte das pesquisas encontradas foram realizadas com alunos do ensino fundamental regular e a forma em que realizavam os problemas propostos, conforme será apresentado na seção 2.2 Trabalhos Correlatos. Assim, o presente trabalho age como um facilitador na construção do ensino da matemática, trazendo a importância do processo de desenvolvimento dos problemas matemáticos propostos. E assim, espera-se contribuir no desenvolvimento do pensamento matemático dos estudantes.

Nesse contexto, esta pesquisa visou analisar os caminhos que os alunos seguem ao resolver problemas matemáticos e, após apresentar para estes estudantes a heurística proposta por Polya, analisar eventuais alterações na maneira como estes estudantes resolvem problemas.

1.2 PERGUNTA DE PESQUISA

“Quais as diferenças nas estratégias utilizadas por alunos do 5º ano do curso preparatório para o colégio militar, antes e depois de conhecerem e colocarem em prática a heurística de resolução de problemas de Polya?”.

1.3 OBJETIVOS

Objetivo geral

Entender, por meio de uma pesquisa de campo, como alunos de 5º ano de um curso preparatório para o colégio militar localizado em Porto Alegre, Rio Grande do Sul resolvem problemas matemáticos, antes e depois de conhecerem as etapas de Polya.

Objetivos específicos

- Analisar as estratégias usadas por alunos do 5º ano de um curso preparatório para o colégio militar localizado em Porto Alegre, Rio Grande do Sul agem na resolução de problemas matemáticos, antes de conhecerem as etapas de Polya.
- Analisar as estratégias usadas por alunos do 5º ano de um curso preparatório para o colégio militar localizado em Porto Alegre, Rio Grande do Sul agem na resolução de problemas matemáticos, posteriormente a conhecerem as etapas de Polya.

Nas seções subsequentes, serão apresentados os tópicos a seguir elencados. No capítulo dois, apresentamos o embasamento teórico denominado heurística de Polya em conjunto com trabalhos correlatos; no capítulo três, o método utilizado na condução desse estudo e as atividades realizadas em sala de aula. No capítulo quatro apresentamos o relato e análise de experiência; finalmente, apresentamos as considerações finais.

2 EMBASAMENTO TEÓRICO

Na seção que segue, serão apresentados os seguintes tópicos: Heurística de Polya, base teórica para o desenvolvimento deste trabalho, e trabalhos correlatos.

2.1 A HEURÍSTICA DE POLYA

Nos últimos 40 anos vem sendo estudado com a resolução de problemas matemáticos. Tem-se o conhecimento que é um trabalho árduo para os professores mudarem as estratégias que vêm sendo apresentadas em sala de aula desde que se ensina matemática (CAI, 2010).

Em consonância com Cai (2010), Onuchic (1999), retrata o conceito de que a matemática era ensinada por meio da investigação de problemas, pensando no processo como um todo, desde o desenvolvimento do aluno, estratégias, dificuldades apresentadas, busca por melhores alternativas de soluções e por fim, a própria resolução.

Entretanto, podemos dizer que historicamente essa disciplina é vista como “assustadora” para muitos alunos, por mais que possa ser interessante para outros. Assim sendo, na sua grande maioria, é identificada como a matéria que os estudantes apresentam maiores receios (SANTOS, 2022).

Tomando por base a literatura de Santos (2022), que integra os pensamentos adjuntos de Felicetti (2007), a percepção sobre a matemática dos alunos como sendo uma disciplina “amedrontadora” ainda pode ocasionar interferências negativas em outras matérias.

Todavia, traremos as palavras de Barreira (2020, p.393):

> Não são novos os relatos sobre as dificuldades de ensinar e aprender Matemática nos diferentes níveis de ensino. No cenário educacional, por vezes, a Matemática tem uma conotação negativa que vem a influenciar as representações dos sujeitos envolvidos nos processos de aprendizagem, o que termina por dificultar a aprendizagem matemática e levar os estudantes à reprovação na disciplina, ou, quando aprovados, sentem dificuldades de aplicar o conhecimento adquirido por não compreenderem sua fundamental importância.

Na direção de “ pensar a sala de aula”, Zeichner (2003) aponta a necessidade de professores refletirem sobre seu papel docente em sala de aula. Para Carvalho

(2004), o professor é um mediador do processo de aprendizagem do aluno, destacando que cada discente é singular em seus anseios. Dessa forma, Carvalho (2004) não compreende ser possível um único caminho a ser explorado para o ensino da matemática, pois ainda podemos questionar o que o estudante espera da disciplina para sua formação profissional, pessoal e social.

De acordo com a autora Onuchic (2012), é necessário saber distinguir o conceito de matemática da educação em controvérsia com a matemática onde ela é operacionalizada como uma ciência exata, que tem como cerne o conteúdo propriamente dito. Já a educação matemática visa auxiliar os indivíduos com suas incertezas no que tange às tentativas de aprendizado.

Em seguida, podemos refletir a respeito de uma das vertentes da educação matemática, a resolução de problemas, causando muitos anseios nos discentes, pois no século XX, era institucionalizado que problemas matemáticos era algo a qual, o professor simplesmente “repassava” conteúdos aos alunos de forma mecânica para que eles resolvessem em aula (ONUCHIC, 2012).

No entanto, no século XXI, esse conceito já está sendo transformado, nos oportunizando pensar na resolução de problemas matemáticos por meio de desenhos e na mesma oportunidade inserir os problemas matemáticos no cotidiano dos discentes buscando assim, um melhor entendimento sobre eles (ONUCHIC, 2012).

Em contrapartida, Dante (2009) e Souza (2011), tratam da resolução de problemas matemáticos como o desenvolvimento do raciocínio lógico dos alunos, também trazendo a ideia da investigação e questionamentos a serem levantados por meio dos docentes, ocasionando uma reflexão e mapeamento de plano para a resolução dos desafios matemáticos por parte dos alunos.

Do mesmo modo, estudos compreendem a necessidade de professores desenvolverem raciocínio lógico e crítico nos alunos, para que estes se sintam parte ativa do conhecimento e assim, suprirem suas possíveis lacunas de aprendizagem e seus anseios (ZUFFI, 2007).

Dessa forma, a resolução de problemas abordada por Polya e outros autores é retratada como um facilitador para a relação entre discentes e docentes com a matemática. Todavia esse processo de ensino e aprendizagem não se trata de uma metodologia fácil de ser replicada nos contextos de sala de aula, então necessitando ser mais bem explorada pela comunidade escolar, e no meio científico (ONUCHIC, 2011).

De acordo com as vivências adquiridas por Cáceres (2015), é preciso que o docente consiga analisar as respostas que os alunos teriam para determinada atividade, mas também pontuar as perguntas que seriam feitas ao longo do caminho. Outro ponto bastante interessante para o êxito desse processo é a escolha das questões apresentadas aos discentes, elas devem estimular a autonomia nos alunos e abrir a possibilidade de ligações entre a teoria matemática e o nosso cotidiano.

Assim, concordamos com contribuições de Polya, autor central deste trabalho, que na sua metodologia ainda estabelece que o professor tem papel importante para que estudantes aprendam a indagar e para que eles consigam mobilizar seus conhecimentos para resolver a resolução de problemas matemáticos.

Diante do pressuposto, cabe dizer que segundo o autor George Polya, as orientações devem ser seguidas pelos professores para que os estudantes tenham capacidade crítica de resolver as investigações matemáticas sozinhos, sempre tomando por base esta abordagem inicial. Desta forma, os discentes conseguem executar os próximos passos da resolução matemática de forma autônoma.

Retornando às ideias de Polya, é preciso reforçar seu foco principal na autonomia do estudante e desenvolvimento de habilidades e competências matemáticas. O que vêm ao encontro com a ideia da criação da Base Nacional Comum Curricular, de acordo com Silva (2018):

> A Base deve nortear os currículos de todas as escolas públicas e privadas de Educação Infantil, Ensino Fundamental e Ensino Médio, em todo o Brasil. [...] Estabelece conhecimentos, competências e habilidades que se espera que todos os estudantes desenvolvam ao longo da escolaridade básica. [...]Soma-se aos propósitos que direcionam a educação brasileira para a formação humana integral e para a construção de uma sociedade justa, democrática e inclusiva.

Este trabalho foi realizado em um curso preparatório militar de Porto Alegre, com alunos do 5º ano, com o propósito de identificar os caminhos que os estudantes utilizam para solucionar os problemas matemáticos propostos antes e após conhecerem a heurística de Polya.

Desse modo, serão usadas no quadro abaixo as quatro etapas propostas por George Polya, com base no método heurístico, para um melhor desenvolvimento no processo de resolução de problemas.

Quadro 1 – Como resolver problema

COMO RESOLVER UM PROBLEMA	
COMPREENSÃO DO PROBLEMA	
Primeiro É preciso *compreender* o problema.	*Qual é a incógnita? Quais são os dados? Qual é a condicionante?* É possível satisfazer a condicionante? A condicionante é suficiente para determinar a incógnita? Ou é suficiente? Ou redundante? Ou contraditória? Trace uma figura. Adote uma notação adequada. Separe as diversas partes da condicionante. É possível anotá-las?
ESTABELECENDO UM PLANO	
Segundo Encontre a conexão entre os dados e a incógnita. É possível que seja obrigado a considerar problemas auxiliares se não puder encontrar uma conexão imediata. É preciso chegar a um *plano* de resolução.	Já o viu antes? Ou já viu o mesmo problema apresentado sob uma forma ligeiramente diferente? *Conhece um problema correlato?* *Conhece um problema que lhe poderia ser útil?* *Considere a incógnita!* E procure pensar num problema conhecido que tenha a mesma incógnita ou outra semelhante. *Eis um problema correlato e já antes resolvido. É possível utilizá-lo? É possível utilizar o seu resultado?* É possível utilizar o seu método? Deve-se introduzir algum elemento auxiliar para tornar possível a sua utilização? É possível reformular o problema? É possível reformulá-lo ainda de outra maneira? Volte às definições. Se não puder resolver o problema proposto, procure antes resolver algum problema correlato. É possível imaginar um problema correlato mais acessível? Um problema mais genérico? Um problema mais específico? Um problema análogo? É possível resolver parte do problema? Mantenha apenas uma parte da condicionante, deixe a outra de lado; até que ponto fica assim determinada a incógnita? Como pode ela variar? É possível obter dos dados alguma coisa útil? É possível pensar em outros dados apropriados para determinar a incógnita? É possível variar a incógnita, ou os dados, ou todos eles, se necessário, de tal maneira que fiquem mais próximos entre si? Utilizou todos os dados? Utilizou toda a condicionante? Levou em conta todas as noções essenciais implicadas no problema?
EXECUÇÃO DO PLANO	
Terceiro *Execute* o plano.	Ao executar o plano de resolução, *verifique cada passo.* É possível verificar claramente que o passo está correto? É possível demonstrar que ele está correto?
RETROSPECTO	
Quarto *Examine* a solução obtida.	É possível verificar o resultado? É possível verificar o argumento? É possível chegar ao resultado por um caminho diferente? É possível perceber isto num relance? É possível utilizar o resultado, ou o método em algum outro problema?

Fonte: acervo da autora

A seguir, apresento trabalhos correlatos, nos quais é possível identificar semelhanças quanto ao uso da heurística no modo de pensar em relação aos problemas matemáticos e até mesmo as quatro etapas de Polya, porém com público alvo diferente de alunos cursando o preparatório para o Colégio Militar.

2.2 TRABALHOS CORRELATOS

Nesta secção serão apresentados dois Trabalhos de Conclusão de Curso, dois artigos e duas dissertações de mestrado que se relacionam com as etapas de Polya, mas por vezes, com objetivos, métodos e resultados encontrados distintos deste Trabalho de Conclusão de Curso, mas que, em alguma medida, nos auxiliam a compreender a estratégia pedagógica da resolução de problemas matemáticos e as possíveis lacunas encontradas neste tema, considerando-se a temática da resolução de problemas matemáticos exclusivamente focalizada no público alvo de alunos de um curso preparatório militar.

A busca por estes trabalhos foi realizada de novembro de 2022 a fevereiro de 2023, nas bases de dados SCIELO (Scientific Electronic Library Online) e Google Acadêmico nos idiomas português, espanhol e inglês. Foram utilizados os seguintes descritores: “Problemas matemáticos”, “Matemática 5º ano”, “George Polya” e “Resolução matemática-etapas”.

A pesquisa abrangeu um período de 1999 a 2023. Realizaram-se como critério de inclusão as publicações que abordavam sobre a resolução de problemas, a heurística e as quatro etapas de George Polya na resolução de problemas matemáticos. Por outro lado, foram excluídos os estudos que não mencionam a resolução de por meio do método heurístico.

Quadro 2 – Trabalhos correlatos

Título	Autor	Ano
A resolução de problemas como estratégia didática para o ensino da matemática.	Helliton Maia Sousa	2015
A resolução de problemas na educação matemática: onde estamos? E para onde iremos?.	Lourdes de la Rosa Onuchic	2012
O Ensino-Aprendizagem de Matemática através da Resolução de Problemas e os Processos Cognitivos Superiores.	Edna Maura Zuffi e Lourdes de la Rosa Onuchic	2007

O ensino de geometria euclidiana: possíveis contribuições da história da matemática e da resolução de problemas de George Polya.	Fábio Cáceres	2015
Resolução de problemas: uma alternativa para o ensino de funções.	Lucas Henrique Backes	2008
Uma experiência na escola básica com resolução de problemas de matemática na perspectiva de Polya.	Karina Grezça	2017

De acordo com Cáceres (2015), ao realizar a sua prática em sala de aula, seu objetivo foi entender qual melhor estratégia ao apresentar para os estudantes a resolução de problemas matemáticos para contribuir no seu processo de conhecimento e na mesma medida, o quanto essa estratégia iria auxiliar os alunos. Sua motivação ao realizar esse trabalho foi entender como necessário o uso de problemas matemáticos e conceitos envolvendo a geometria de forma mais prática e realista.

Para isso, o autor usou Geometria Euclidiana Plana para introduzir o problema matemático que acreditava ser favorável para uma investigação e, ao longo do processo, conduziu os alunos a seguirem a resolução por meio das quatro etapas propostas por Polya. Assim, no desenvolvimento da atividade, os passos a serem seguidos eram indicados aos alunos e lhes eram perguntado sobre os resultados obtidos.

Esse trabalho utilizou a seguinte metodologia: Um relato de experiência, que teve como base o problema do "túnel de Samos" ou do "aqueduto de Eupalinos" com alunos do oitavo ano do Ensino Fundamental de escolas públicas localizadas na cidade de São Paulo, por meio de uma oficina. Essa oficina acontecia com estudantes que estavam concorrendo a uma bolsa de estudos em escolas privadas e no contraturno da escola eles participavam de um curso preparatório para essa prova.

Os alunos foram divididos em grupos e o autor fez uma apresentação de slides do túnel e arqueduto para uma maior inspiração e em seguida, propôs o problema matemático que devia ser solucionado que dizia: "Projetar a construção de um aqueduto que, passando pelo interior de uma montanha, seja escavado em duas frentes distintas de trabalho, ao mesmo tempo, as quais devem encontrar-se no interior da montanha, de maneira que o caminho de escavação seja o mais reto possível. São dados dois pontos no perímetro da montanha, correspondentes à entrada e à saída do túnel."

Contudo, ao final do estudo de caso realizado por Cáceres (2015), ele conclui que o os ensinamentos de George Polya auxiliaram tanto os alunos como professores no processo da investigação matemática, visto que, todos conseguiram aprender o conceito abordado no problema matemático, mas cada um de forma em que se sentisse pertencente ao problema e ainda era possível obter trocas de conhecimentos e aprendizagem com os colegas.

Em contraponto, o presente trabalho traz como diferença o fato de que no primeiro encontro os alunos puderam resolver os problemas propostos da forma em que eles julgam ser mais convenientes, sem conhecimento das etapas do Polya e somente no segundo encontro que as etapas foram apresentadas aos estudantes. Por fim, notamos que a diferença do presente trabalho em comparação ao estudo de Cáceres (2015), é que podemos realizar um comparativo justamente por ele apresentar a ideia de como os alunos resolvem os problemas matemáticos antes e depois das etapas propostas por George Polya.

Já o trabalho de Grzeça (2017), foi feito com um grupo de alunos de 5º ano do ensino fundamental regular, desenvolvido em uma escola de Ensino Fundamental pública localizada na cidade de Porto Alegre - Rio Grande do Sul, com duração de seis encontros. O objetivo da autora era analisar as estratégias usadas pelos estudantes nas resoluções de problemas matemáticos, visto que a escola nunca havia trabalhado com esse método.

Então, para a prática, os alunos foram divididos em grupos ou duplas e a autora apresentou alguns problemas matemáticos a serem solucionados, com a intenção de que os estudantes passassem a entender o processo de resolução das quatro etapas propostas por Polya. Ao longo do desenvolvimento das investigações matemáticas, a autora participou de forma ativa os questionando a respeito dos processos escolhidos e criando hipóteses de porque eles estariam certos ou não.

Em contrapartida Grzeça (2017), concluiu a seguinte hipótese: ao analisar as diferentes resoluções dos alunos e as estratégias que eles utilizaram até chegar às soluções dos problemas, eram muito diversas, porém a realizada com frequência havia sido diagramas e desenhos. Nota-se que a autora reforça as evoluções dos alunos tanto na autonomia quanto na organização de seguir as sequências propostas na metodologia de George Polya.

No entanto, o trabalho feito por Grzeça (2017), tem relação com o presente estudo por usar a mesma faixa etária de alunos, analisando as estratégias utilizadas por eles. Porém ressaltamos a diferença entre os dois, pela autora citada anteriormente fazer sua prática com o ensino regular, contudo neste estudo os discentes que participaram da prática estudam em um curso preparatório para colégio militar.

Em seguida, será apresentado o trabalho de Zuffi e Onuchic (2007), que foi feito por meio de uma prática com alunos do Ensino Médio de uma escola pública localizada em São Paulo. Estes alunos tinham entre 15 e 17 anos e faziam parte de turmas de primeiro, segundo e terceiro ano.

O objetivo desta prática deu-se por promover melhorias na qualidade de ensino dos estudantes e na formação continuada dos professores envolvidos. Este trabalho que trouxe diversos resultados promissores e inéditos para o Ensino Médio do Brasil tem, também, a ideia de que os alunos utilizem linguagem matemática aplicando-a na resolução de problemas propostos.

Esta prática foi realizada ao longo das aulas das turmas em que a professora organizava os alunos em grupos posteriormente entregava atividades para eles resolverem. Na sequência, os alunos registravam suas respostas, as quais envolviam gráficos e o desenvolvimento das resoluções, em papel. Após a entrega dos desenvolvimentos, a docente anotava as soluções no quadro e realizava as devidas correções, ajustando os possíveis erros e as justificativas para os erros.

Logo, fazendo uma associação deste trabalho acadêmico com a escrita de Zuffi e Onuchic (2007), constatamos existir uma diferença em deixar ou não explícitos os passos de Polya, visto que as duas escritoras referenciadas anteriormente não transmitiram aos alunos os quatro passos da resolução de problemas, mas sim usaram como base para auxiliar os alunos nesse processo.

Em sequência, será apresentado o Trabalho de Conclusão de Curso de Backes (2008). O estudo de Backes trata da resolução de problemas matemáticos como alternativa para o ensino de funções, tendo como objetivo dar mais atenção para os alunos e os processos pelos quais eles passam na construção do pensamento matemático.

Este trabalho teve por objetivo realizar um estudo de caso por meio da análise de projeto. Tendo como público-alvo os alunos do ensino médio do turno da manhã da escola, 57 alunos optaram por participar do estudo. O colégio onde foi realizado o estudo chama-se Colégio Estadual Júlio de Castilhos, localizado em Porto Alegre, Rio Grande do Sul.

Nesta prática, os estudantes foram divididos em dois grupos e foram utilizados problemas matemáticos de funções, sendo resolvidos com foco na criatividade, reflexão, investigação e pensamento crítico. O projeto foi desenvolvido em cinco segundas-feiras, com aulas de aproximadamente duas horas cada, onde em cada aula participavam em média seis alunos.

Nos encontros, eram propostos problemas aos estudantes e na medida em que resolviam, o autor propunha reflexões a respeito do que estava sendo feito. Na sequência, foram feitas revisões a respeito do conteúdo abordado e logo depois mais problemas foram propostos.

Contudo, o autor pôde entender que muitas das dificuldades vividas pelos alunos estavam correlacionadas a interpretação dos problemas, o fato dos alunos estarem focados apenas em resolver e entender as fórmulas e os gráficos.

Esse projeto, acima mencionado, aproxima-se do presente Trabalho de Conclusão de Curso, pois são utilizados os problemas matemáticos para auxiliar os alunos para uma maior autonomia, criatividade e desenvolvimento matemático, mas difere-se por não usar os quatro passos de Polya explicitamente nas resoluções dos problemas.

Na mesma medida, foi correlacionado a minha pesquisa o artigo da Onuchic (2012), chamado: “resolução de problemas na educação matemática: onde estamos? E para onde iremos?”. Este artigo trata-se do processo de ensino e aprendizagem da matemática em sala de aula em comparação a contratos pedagógicos e didáticos, transposição didática, contextualização, resolução de problemas, modelagem, projetos, história da matemática e livro didático como sendo metodologias presentes em sala de aula.

A autora traz no texto a ideia das relações presentes em um processo de ensino-aprendizagem, sendo um indivíduo ensinando e outro aprendendo ainda, algo sendo utilizado como objeto de estudo. No entanto, foram utilizados os seguintes métodos: matemática, educação matemática e resolução de problemas como forma de ensino-aprendizagem-avaliação, seguindo uma espécie de roteiro para a orientação dos professores em sala de aula.

Por sua vez, as contribuições deste trabalho apresentam dados históricos sobre resoluções e criações de problemas como por exemplo, um manuscrito de 1650 a.C. e um documento de cerca de 1000 a.C. Nesses documentos, uma lista de problemas era criada e apresentada a outros indivíduos, que ao conhecer e entender, diziam ter a solução.

Logo, para fazer a relação do trabalho de Onuchic (2012) com nosso estudo, percebemos o uso da história matemática a respeito das soluções de problemas como um ponto de convergência.

Por fim apresentamos o trabalho de Sousa (2015), que retrata a ideia de associar conteúdo matemático como a proporcionalidade em conjunto com processos pedagógicos, neste caso específico, a resolução de problemas.

Ao longo do trabalho o autor traz a importância da resolução de problemas, reforçando esse método como aprendizagem sólida e não apenas repetições de processos a serem seguidos. Na sequência, são apresentadas as quatro etapas de George Polya e é feita uma relação com a proporcionalidade, onde são apresentados alguns exercícios e conceitos matemáticos.

Já no último capítulo, temos as aplicações em sala de aula, onde salienta-se que a prática foi feita com 12 alunos do primeiro ano do ensino médio de uma escola Estadual localizada em Santarém no Pará, onde alunos foram selecionados aleatoriamente pelo professor para realização da prática, com três encontros de três horas de duração. De início, foi realizada uma espécie de sondagem para a verificação da aprendizagem dos alunos quanto à matéria de resolução de problemas. Na sequência, o autor passou a ensinar e/ou revisar alguns conteúdos de proporcionalidade que acreditava estar relacionado à série escolar dos alunos voluntários. Então, no último encontro Souza (2015), passou uma lista de exercícios aos alunos e uma lista com as etapas de Polya, propondo que os estudantes resolvessem os exercícios seguindo as etapas.

Então, desta forma, fazendo uma relação da dissertação com o presente Trabalho de Conclusão de Curso, notamos a diferença na forma em que os quatro passos de George Polya são apresentados aos alunos. No estudo que iremos apresentar, ocorreu um encontro destinado para a apresentação das etapas aos estudantes seguido de uma discussão a respeito da utilização da heurística na resolução de problemas. Posteriormente, no início do terceiro encontro os estudantes utilizaram as etapas na revisão dos exercícios propostos no primeiro encontro.

Na seção seguinte será apresentada a metodologia do presente estudo.

3 METODOLOGIA

Neste trabalho apresentaremos um relato de experiência. Constitui relato de experiência um detalhamento de práticas em uma determinada área do conhecimento e atuação, vivenciada por um ou mais indivíduos. O relato também é constituído de análise da literatura publicada em artigos e dissertações, permitindo que o leitor adquira e atualize os seus conhecimentos sobre um tema específico (MUSSI, 2021).

Com o intuito de uma melhor contextualização dos público-alvo, é relevante informar que no Colégio Militar estudam jovens de 10 a 19 e que para ingresso nesse Colégio é necessário realizar uma prova com 15 questões de Português e 15 questões de Matemática. Nessa prova, alunos que estejam no 5° ano do ensino fundamental ou tenham entre 10 e 11 anos, concorrem a 30 vagas para cursarem a partir do 6° ano do ensino fundamental; alunos que estejam no 9° ano do ensino fundamental ou tenham entre 15 e 16 anos, visando cursar o 1° ano do Ensino Médio, concorrem, em média, a cinco vagas.

Essa prova, apresenta um nível elevado de conteúdos em relação ao que é proposto nas escolas para os anos escolares acima mencionados. Logo, em busca de uma maior chance de aprovação, pais e alunos buscam por cursos preparatórios. Nesses cursos os alunos aprendem o conteúdo que é preciso para resolver as questões propostas na prova, como a prova é aplicada e, por fim, qual a melhor maneira de desenvolver os problemas matemáticos propostos. Sobre as questões, destaca-se a importância de aprender a interpretar enunciados, um dos aspectos mais exigidos na prova.

Portanto, o presente estudo utilizou três dias de aulas para a realização da prática relatada neste trabalho. Estas aulas de matemática já estavam previstas na organização do calendário do curso preparatório do colégio militar. Cada aula teve duração de duas horas e trinta minutos. Com idades entre dez e onze anos, os estudantes que participaram dessa prática cursam o 5º ano do ensino fundamental em diferentes instituições de ensino.

A prática foi desenvolvida em uma sala que comporta cerca de 18 estudantes. Nesta sala foram utilizados, essencialmente, um quadro branco e caneta para exposição dos problemas matemáticos, com a participação de sete alunos que compunham a turma. Os problemas matemáticos apresentados aos alunos estão registrados na seção 3.1.

Constituíram dados desse estudo as fotografias com as resoluções dos problemas matemáticos elaboradas pelos participantes nos três encontros e os diálogos dos participantes. Os registros fotográficos foram realizados durante a resolução dos problemas e os diálogos foram registrados via gravações em smartphone com transcrição posterior.

Já para obtenção dos dados e sua posterior análise, cuidados éticos foram tomados pela pesquisadora. Para isso, Termos de Consentimento Livre e Esclarecido (TCLE) foram encaminhados para assinatura dos responsáveis. No apêndice dois encontra-se o modelo do TCLE utilizado no estudo.

Foram utilizados cinco problemas matemáticos, como fonte didática e a escolha destes problemas se deu da seguinte forma: posteriormente a sondagem realizada em sala de aula no primeiro encontro para então, entender quais os conceitos matemáticos que os alunos apresentavam maior facilidade e com base nesta informação, foi utilizado a apostila do curso preparatório para selecionar os problemas matemáticos propostos.

Salienta-se que neste trabalho serão abordados dois conceitos importantes no âmbito da matemática: a diferença de problemas matemáticos e exercícios. Conceitua-se como problemas matemáticos o desenvolvimento de situações em conjunto com a aplicação de conhecimento matemático. Em contrapartida exercício é a aplicação direta do aprendizado matemático (BERTINI, 2021).

Considerando o caráter qualitativo do presente estudo, para o referencial metodológico nos baseamos na perspectiva da pesquisa qualitativa de Bogdan e Biklen (1999).

Na próxima sessão, apresento os problemas matemáticos utilizados nos três encontros e o plano de aula desenvolvido ao iniciar estre Trabalho de Conclusão de Curso, para análise posterior.

3.1 PLANO DE AULA DESENVOLVIDO

PLANO DE AULA DESENVOLVIDO

Abaixo está contido o projeto de trabalho que foi executado em um curso preparatório militar da cidade de Porto Alegre, no 5º ano do ensino fundamental. Ao que se refere a elaboração do projeto de pesquisa que deu origem a esse Trabalho de Conclusão de Curso, ela foi esboçada durante a cadeira de Pesquisa em Educação Matemática, durante o semestre de 2021/02 e ministrada pela professora Maria Cecília Bueno Fischer. O plano foi pensado para ser executado em três aulas de duas horas e trinta minutos cada, sendo duas aulas por semana.

ATIVIDADE A SER DESENVOLVIDA NO AMBIENTE ESCOLAR

A prática analisou os alunos de uma turma, em que já ministrei aula, resolvendo problemas matemáticos do seu cotidiano após a explicação de determinada matéria durante uma aula. Na aula seguinte, foram apresentadas aos alunos as quatro etapas da resolução de problemas matemáticos propostos por Polya. Após este momento, os alunos receberam outros problemas matemáticos sobre o mesmo conteúdo da última aula para que pudessem, ou não, utilizar as etapas anteriormente apresentadas. Essa proposta foi dividida em três partes principais:

1. Exposição do conteúdo com resolução de problemas
2. Explicação das quatro etapas apresentadas por Polya
3. Resolução de novos problemas

Para a primeira parte da proposta foi realizada uma sondagem de conceitos matemáticos usualmente abordados no quarto ano do Ensino Fundamental. A partir dessa sondagem foram elegidos os conceitos que os estudantes apresentavam melhor domínio e problemas matemáticos envolvendo estes conceitos.

A ideia principal da atividade consistia em fazer com que os alunos percebessem a complexidade que pode existir na compreensão e interpretação do enunciado de um problema e até mesmo como resolvê-lo, por mais que os conceitos matemáticos envolvidos sejam do conhecimento de quem resolve os problemas.

No segundo momento da atividade, foi passado aos alunos as quatro fases proposta por Polya para resolver um problema. Nesse momento optei por uma maior interação com os alunos, onde levantei questões como:

- Quando estamos resolvendo um problema nos perguntamos quais os dados do problema?
- Quais incógnitas são apresentadas?
- O que o exercício quer saber?

- Traçamos um plano para resolver um problema proposto?
- Por onde podemos e devemos começar para solucionar uma questão?
- Será preciso usar todas as informações presentes no exercício?

Outras questões surgiram nas falas dos alunos.

Para o terceiro e último momento, novas questões em relação ao conteúdo inicial foram apresentadas aos estudantes e então propus a eles que resolvessem da forma que se sentissem à vontade. Nesse momento, seguindo o procedimento citado no primeiro momento, registrei a descrição dos passos obtidos pelos alunos, por meio do diário de campo.

Além disso, realizei nesse momento a observação de quais caminhos os alunos optaram por seguir e questioná-los o porquê, investigando a escolha da estratégia e o uso, ou não, das etapas de Polya.

A seguir, serão apresentadas as atividades para cada um dos três encontros que tivemos ao longo da prática:

Quadro 3 – Problemas propostos

ENCONTROS	PROBLEMAS PROPOSTOS
1	1- Calcule a diferença entre a soma dos valores relativos dos algarismos do número 2.345 e a soma de seus valores absolutos. 2- Maria teve duas filhas. Cada uma das filhas de Maria teve duas filhas. Cada uma das netas de Maria também teve duas filhas e, finalmente, cada uma das bisnetas de Maria lhe deu duas tataranetas. Quantas tataranetas teve Maria? a. 16 b. 64 c. 32 d. 10 e. 8 3- Estamos no mês de outubro de 2003. Daqui a 1205 meses, estaremos no mês de:

	a. Janeiro b. Dezembro c. Março d. Abril e. Novembro
2	1- Em uma fila, a vigésima primeira pessoa ocupa o lugar central. Quantas pessoas há nessa fila?
3	1- Márcia faz doces para vender e sua última encomenda para uma festa de aniversário de criança foi de 400 brigadeiros. Para obter essa quantidade ela usou cinco latas de leite condensado. Agora, ela recebeu uma encomenda de 720 brigadeiros. Para fazer essa quantidade, ela gastará: a. 6 latas de leite condensado b. 7 latas de leite condensado c. 8 latas de leite condensado d. 9 latas de leite condensado

Na seção subsequente, serão apresentados o relato e análise de experiência, no qual se baseia o presente estudo.

4 RELATO E ANÁLISE DA EXPERIÊNCIA

Nesta secção, é importante salientar que desde 2020, devido a pandemia do COVID-19 decretada pela Organização Mundial da Saúde (OMS), as aulas estão sendo ministradas de forma hibrida pela instituição de ensino no qual o trabalho de campo foi desenvolvido. Então, pelo relato de experiência a seguir, é possível perceber em alguns trechos de fala livre que existem alunos assistindo a mesma aula de forma remota e outros presencialmente.

Para que possamos identificar os alunos que participaram dessa prática e manter o sigilo de seus nomes por razões éticas, utilizaremos a primeira letra do nome de cada aluno, e em alguns casos até a segunda letra, para apresentá-los.

PRIMEIRO ENCONTRO

Iniciei o primeiro encontro solicitando que fizéssemos uma breve apresentação de cada aluno para que pudéssemos nos conhecer melhor; na sequência fizemos combinações a respeito do andamento das aulas e como iríamos seguir nestes três encontros iniciais, visto que, os primeiros três encontros estavam reservados para uma revisão dos conteúdos do ano anterior.

As perguntas que os estudantes deveriam responder na apresentação eram:

4- Qual seu nome?
5- Qual sua idade?
6- Qual sua série escolar?
7- Qual escola que estuda?
8- Quem você já conhece que está presente em sala de aula?
9- Qual sua matéria preferida?
10- Uma curiosidade sobre si (série preferida, comida preferida, um hobby, pets etc).

Começamos a apresentação comigo. Na sequência os alunos foram se apresentando e fazíamos uma pausa durante cada apresentação para cumprimentarmos o colega. Após esse momento, fiz uma recapitulação dos conteúdos do ano anterior com o auxílio dos estudantes por meio da lousa.

1º passo: Anotei no quadro quatro exemplos de contas matemáticas envolvendo soma, subtração, multiplicação e divisão e fomos resolvendo juntos uma por vez.

2º passo: Assim que todos estavam convictos que lembravam do conteúdo das quatro operações, demos sequência então, com o conteúdo das classes e ordem, onde falamos sobre unidade, dezena, centena, meia centena e unidade de milhar.

Em conjunto, realizamos um desafio em que cada estudante recebia um pedaço de papel e deveria responder quantas meias centenas teriam no número 2.300.

Para tanto, os alunos anotaram sua resposta e passei recolhendo os papéis. Quatro estudantes haviam acertado o desafio, respondendo quarenta e seis meias centenas e o restante se dividia entre três meias centenas, seis meias centenas e vinte e três meias centenas. Finalizamos esse momento fazendo a correção do desafio com todos os alunos confiantes em relação ao conteúdo.

Em um terceiro momento, passei a explicar qual a importância de "parar e pensar" ao resolver um problema matemático, mesmo que em forma de desafio, visto que muitos dos erros mencionados acima, estavam relacionados a uma rápida leitura do exercício, e os alunos objetivados a ideia de não perceberem o que estão respondendo e por consequência, o que lhe é perguntado ou até mesmo por meio do chute", por não entender o que está sendo solicitado.

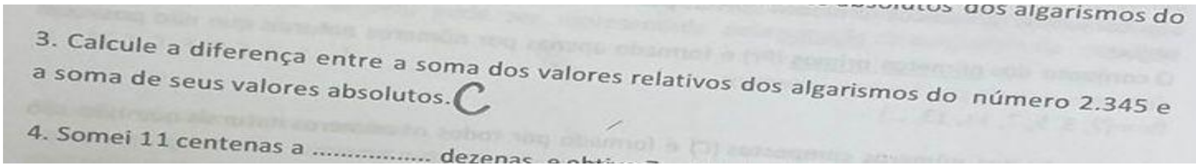
3º Passo: Passei aos alunos três problemas matemáticos relacionados às matérias revisadas ou até mesmo com relação a lógica e raciocínio e pedi que resolvessem da forma em que julgavam melhor e enquanto isso, eu iria passar nas classes para visualizar como "estavam se saindo" e até mesmo solicitar que me explicassem suas respostas e percepções.

No primeiro exercício, pude notar que surgiram muitas dúvidas no enunciado, subsequentemente os alunos não souberam desenvolver uma resposta, pois não puderam entender o que estava sendo exigido. Então, eu comecei a perguntar aos alunos quais eram as dúvidas e o que estavam pensando em fazer para resolver.

4º Passo: Nas seções a seguir, apresentamos os relatos das resoluções apresentadas pelos estudantes.

A resolução do aluno "G" no exercício "Calcule a diferença entre a soma dos valores relativos dos algarismos do número 2.345 e a soma de seus valores absolutos"

Figura 1 – Resolução da atividade um realizada na primeira aula pelo aluno “G”


... dos algarismos do

3. Calcule a diferença entre a soma dos valores relativos dos algarismos do número 2.345 e a soma de seus valores absolutos. C

4. Somei 11 centenas a .... dezenas ...

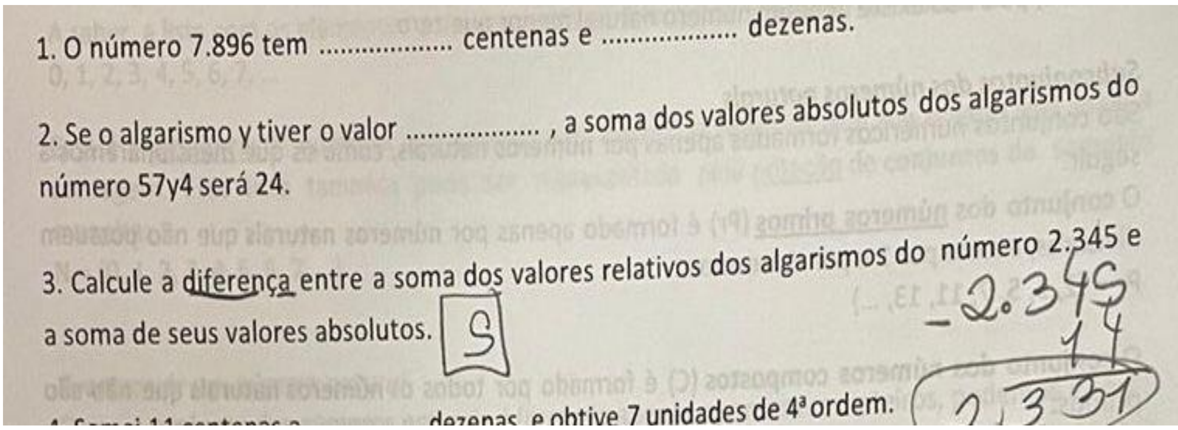
Fonte: acervo da autora

O exercício estava sem resolução, apenas com uma letra “C” o que percebi ser uma legenda; então, questionei o significado e recebi a resposta de que seria uma identificação de “conheço”, pois conhecia a matéria, porém o exercício falava sobre a diferença e a soma, portanto, conteúdos matemáticos distintos e depois apresentava valores relativos e absolutos, que também se caracterizavam como diferentes. Neste caso, o estudante estava confuso sobre o que deveria fazer e optou por “passar para a próxima”.

Por ser uma turma pequena, os demais estudantes puderam ouvir a estratégia do colega e gostaram da ideia da legenda e optaram por começar a utilizá-la. Juntos criaram uma estratégia para que melhor pudessem se expressar por meio dessa legenda. Combinaram que seria S= sei fazer, C= conheço a matéria e N= não sei fazer. E assim, optamos de seguir as resoluções.

Ainda durante o primeiro exercício, a aluna “GA”, foi a única aluna que conseguiu resolver corretamente a atividade proposta, conforme imagem abaixo. Observa-se a disposição dos cálculos, a organização do enunciado e o destaque em sublinhar a palavra “diferença”, pois era a parte do exercício que ela acreditava ser mais importante.

Figura 2 – Resolução da atividade um realizada na primeira aula pela aluna “GA”


1. O número 7.896 tem .... centenas e .... dezenas.

2. Se o algarismo y tiver o valor .... , a soma dos valores absolutos dos algarismos do número 57y4 será 24.

3. Calcule a diferença entre a soma dos valores relativos dos algarismos do número 2.345 e a soma de seus valores absolutos. S

$$\begin{array}{r} 2.345 \\ -\ 14 \\ \hline 2.331 \end{array}$$

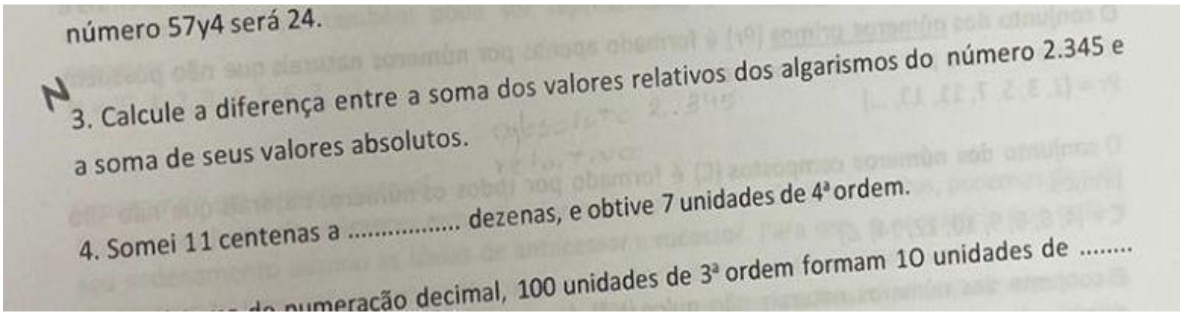
4. Somei 11 centenas a ... dezenas e obtive 7 unidades de 4ª ordem.

Fonte: acervo da autora

Os outros quatro alunos observados deixaram a resolução em branco. Assim como mostra a imagem abaixo, usando apenas a legenda "N" como indicação, pois não estavam conseguindo resolver e consequentemente com desejo de passar para a próxima para entender como seria seu desenvolvimento em outra questão.

Figura 3 – Resolução da atividade um realizada na primeira aula pelos alunos restantes

Fonte: acervo da autora


número 57y4 será 24.

N

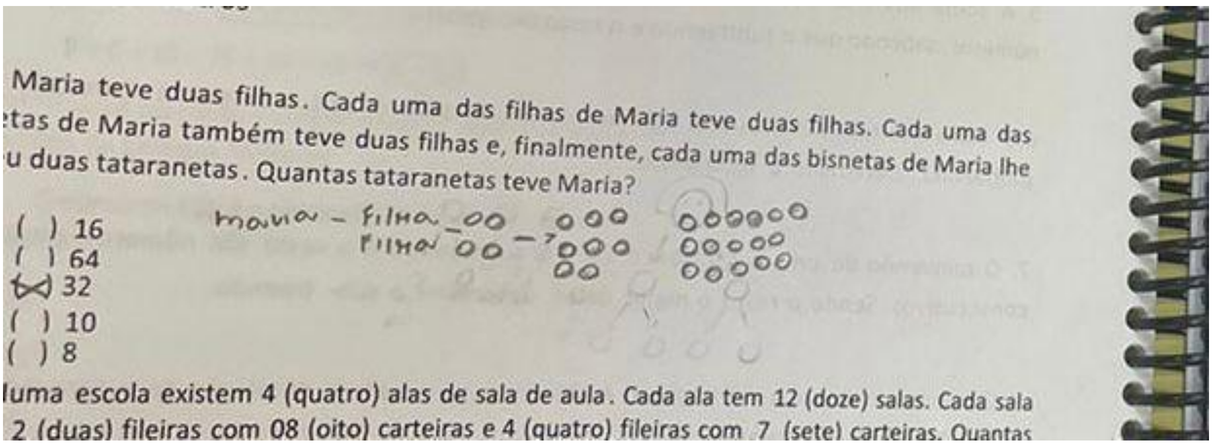
3. Calcule a diferença entre a soma dos valores relativos dos algarismos do número 2.345 e a soma de seus valores absolutos.

4. Somei 11 centenas a .... dezenas, e obtive 7 unidades de 4ª ordem.

... numeração decimal, 100 unidades de 3ª ordem formam 10 unidades de ....

Para o segundo exercício, onde dizia: "Maria teve duas filhas. Cada uma das filhas de Maria teve duas filhas. Cada uma das netas de Maria também teve duas filhas e, finalmente, cada uma das bisnetas de Maria lhe deu duas tataranetas. Quantas tataranetas teve Maria?" Os discentes estavam mais confiantes e os alunos "B" e "L," respectivamente, optaram por usar a técnica dos desenhos para um melhor desenvolvimento, o que seria um ótimo facilitador nesse caso, porém, não conseguiram obter o resultado correto. Como podemos observar nas figuras 4 e 5, eles tiveram algumas dúvidas, apagando e refazendo os desenhos para alcançar a solução que melhor se adequava em cada problema proposto.

Figura 4 – Resolução da atividade dois realizada na primeira aula pelo aluno "B"


Maria teve duas filhas. Cada uma das filhas de Maria teve duas filhas. Cada uma das
tas de Maria também teve duas filhas e, finalmente, cada uma das bisnetas de Maria lhe
u duas tataranetas. Quantas tataranetas teve Maria?

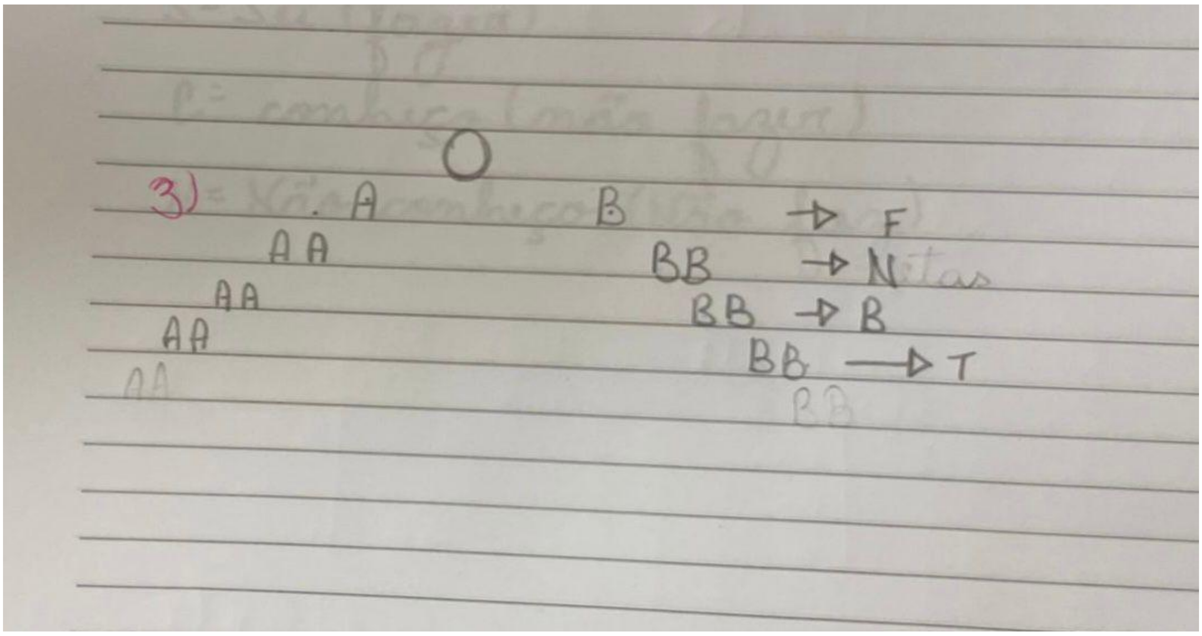
( ) 16
( ) 64
(x) 32
( ) 10
( ) 8

maria – filha 00 000 000000
filha 00 – 000 00000
00 00000

uma escola existem 4 (quatro) alas de sala de aula. Cada ala tem 12 (doze) salas. Cada sala
2 (duas) fileiras com 08 (oito) carteiras e 4 (quatro) fileiras com 7 (sete) carteiras. Quantas

Fonte: acervo da autora

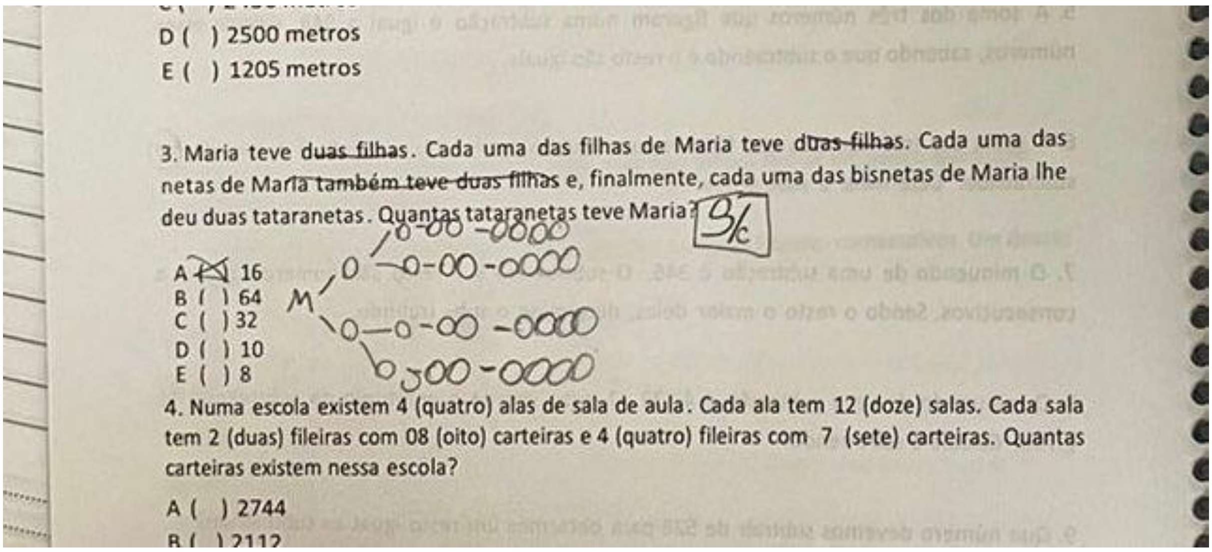
Figura 5 – Resolução da atividade dois realizada na primeira aula pela aluna “L”



Fonte: acervo da autora

Já a aluna “GA”, que também optou pela técnica dos desenhos, desenvolveu de forma que conseguiu alcançar a solução desejada “logo de primeira”. É importante notar que novamente a estudante segue organizando seu enunciado, sublinhando as partes do enunciado que julga mais importante e realizando na sequência a sua resolução. No entanto, o que chamou a atenção, é que logo após a foto ser tirada, a aluna apagou sua resolução por acreditar estar incorreta, mas em todas as tentativas de refazer chegava na mesma resolução por meio do mesmo desenvolvimento.

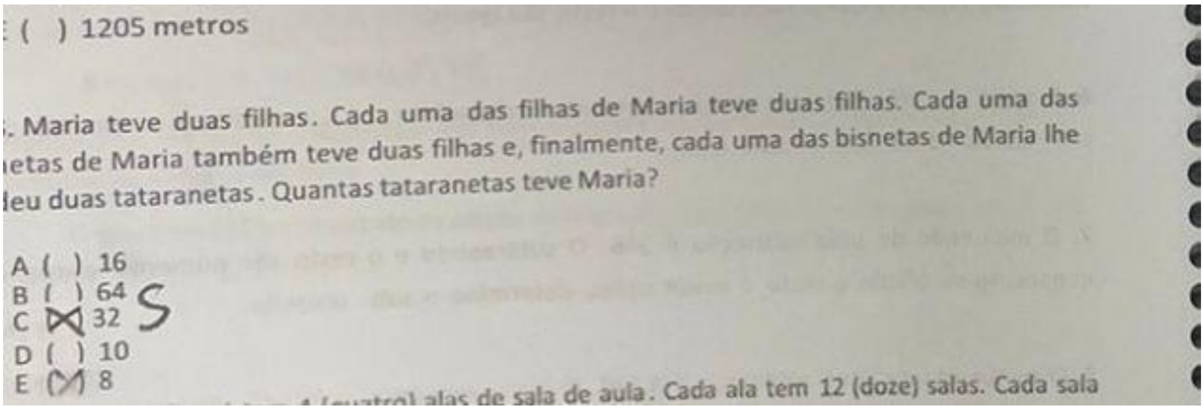
Figura 6 – Resolução da atividade dois realizada na primeira aula pela aluna “GA”



Fonte: acervo da autora

Por fim, os outros três alunos optaram por marcar apenas a alternativa que consideravam correta e usar a legenda supracitada, alegando que conseguiam resolver apenas “de cabeça” e caso fossem passar para o papel iriam se confundir e não saberiam mais resolver.

Figura 7 – Resolução da atividade dois realizada na primeira aula pelos alunos restantes



( ) 1205 metros

. Maria teve duas filhas. Cada uma das filhas de Maria teve duas filhas. Cada uma das
etas de Maria também teve duas filhas e, finalmente, cada uma das bisnetas de Maria lhe
eu duas tataranetas. Quantas tataranetas teve Maria?

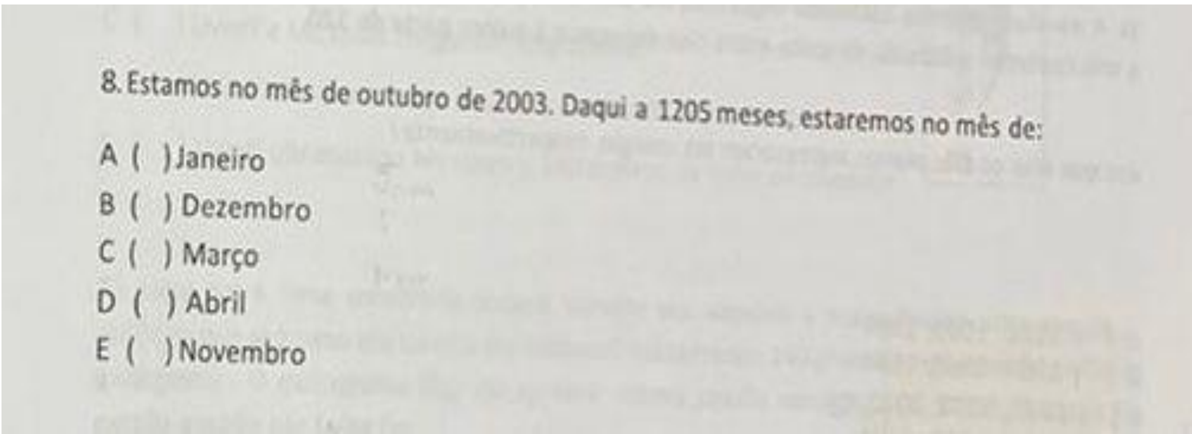
A ( ) 16
B ( ) 64
C (X) 32 S
D ( ) 10
E (X) 8

alas de sala de aula. Cada ala tem 12 (doze) salas. Cada sala

Fonte: acervo da autora

O último problema proposto no dia, quatro alunos não apresentaram resposta, conforme imagem a seguir. Ao serem questionados sobre a falta de respostas, a justificativa era sempre a mesma: "não lembro os meses do ano ou a ordem”.

Figura 8 – Resolução da atividade três realizada na primeira aula pelos alunos restantes



8. Estamos no mês de outubro de 2003. Daqui a 1205 meses, estaremos no mês de:

A ( ) Janeiro
B ( ) Dezembro
C ( ) Março
D ( ) Abril
E ( ) Novembro

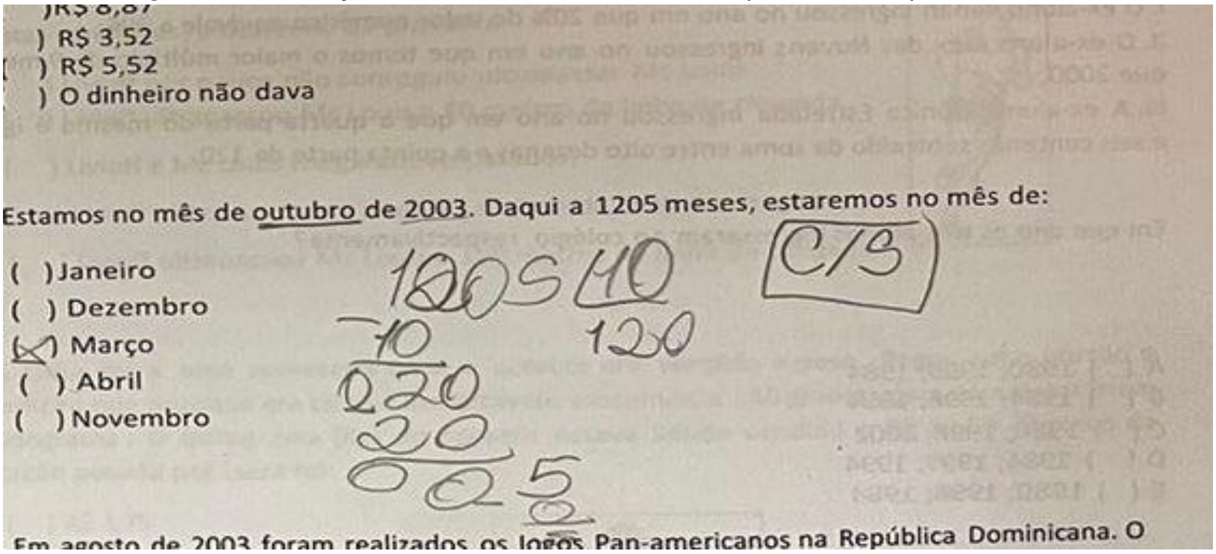
Fonte: acervo da autora

Neste momento consegui perceber que nos problemas anteriores as dificuldades poderiam estar voltadas aos enunciados e neste já observamos um aspecto diferente que estava dificultando o processo dos estudantes, o conteúdo propriamente dito.

Os dois alunos que não apresentavam dificuldade nesse conteúdo, conseguiram desenvolver o problema proposto de diferentes formas e ambos alcançaram a resolução correta.

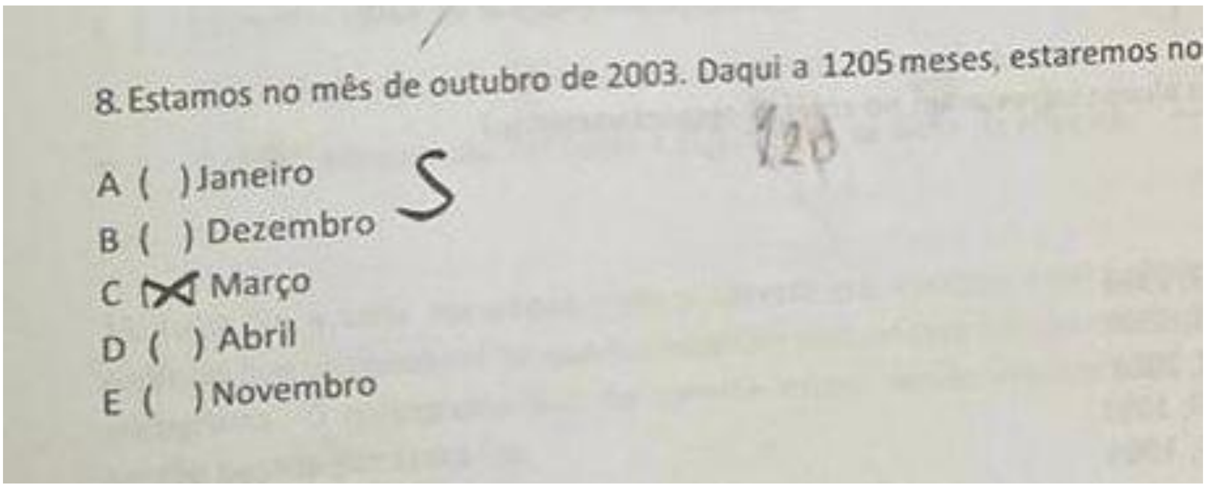
Conforme o desenvolvimento da aluna “GA”, percebemos que na legenda ela já estava um pouco mais incerta sobre sua resolução, mas seguiu sublinhando as partes que considerava mais importante no enunciado, o que lhe ajudou certamente a obter a resposta correta em todos os problemas. A partir disso, entendeu que o exercício se tratava de uma conta de divisão e a executou corretamente. Por fim, notou que o resto advindo dessa divisão importava e finalizou por meio do cálculo mental.

Figura 9 – Resolução da atividade três realizada na primeira aula pela aluna “GA”



Fonte: acervo da autora

Figura 10 – Resolução da atividade três realizada na primeira aula pelo aluno “G”



Fonte: acervo da autora

Já o aluno “G”, persistiu na sua solução somente pelo cálculo mental e sempre que o questionava para me explicar o que estava pensando “mentalmente” para que eu pudesse o auxiliar, o aluno me dizia que não saberia explicar e “acabaria se perdendo” em seu raciocínio. É possível notar que o estudante iria realizar um cálculo na folha de papel, entretanto preferiu apagar e seguir sua estratégia, também presente nos outros dois problemas propostos.

Ao final do primeiro dia de prática, a conclusão que obtive é que a maioria dos alunos não estavam seguindo um planejamento para a resolução das atividades ou até mesmo tentando entender o que melhor poderiam fazer para desenvolvê-los. Assim, a estratégia mais usada entre eles consistia apenas em ler o que estava escrito no enunciado; caso entendessem, alguns realizavam o cálculo mental e já marcavam a resposta que acreditava estar correta; outros tentavam modelos matemáticos como desenho ou cálculos na folha. Caso não entendessem o enunciado na primeira leitura, a estratégia consistia em passar para a próxima questão e repetir esse ciclo.

SEGUNDO ENCONTRO

Iniciamos o segundo encontro fazendo a correção das atividades que havíamos realizado na aula anterior, retirando as dúvidas que restavam dos estudantes.

Logo em seguida, solicitei que os alunos me contassem o que eles acreditavam ter sido o empecilho na resolução dos problemas, quais foram as “barreiras” e as facilidades que haviam se deparado ao longo do processo. Nesse momento, muitos falaram sobre a prática em resolver as questões, que as férias haviam os deixado cansados e “enferrujados” na resolução de problemas.

Então, expliquei que eu iria ajudá-los nessa retomada na resolução das atividades, porém com uma estratégia que os traria mais autonomia e confiança nesse processo de investigação matemática.

A partir disso, apresentei aos estudantes as quatro etapas de Polya, lendo calmamente e elucidando como devemos refletir em cada fase do problema matemático, conforme descrito no quadro 1.

No decorrer da explicação das etapas, tínhamos um espaço para que os alunos tirassem suas dúvidas ou fizessem suas contribuições sobre cada passo percorrido da estratégia do George Polya e ao final, os questionei sobre a opinião deles nesse processo, se acreditavam ser algo relevante e que faria diferença para as suas investigações matemáticas, onde obtive resposta positiva de todos os alunos presentes.

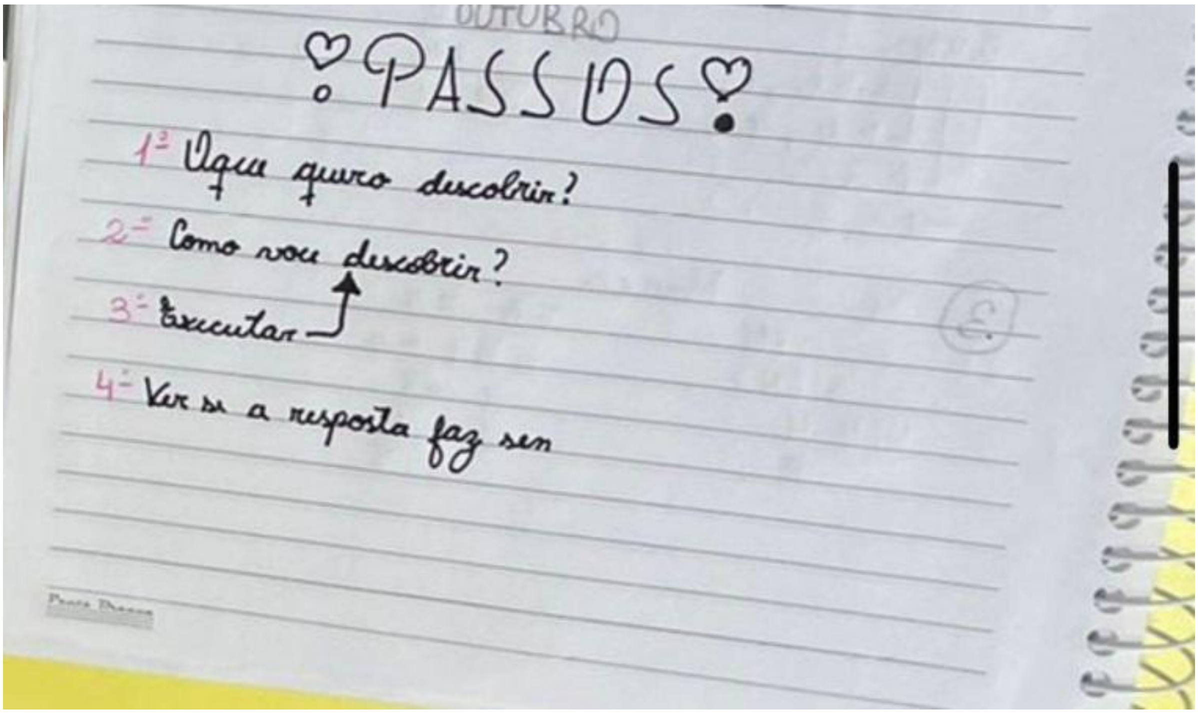
Em um segundo momento, propus que iniciássemos nosso trabalho com uma questão mais “tranquila”, com a mesma proposta pedagógica da primeira questão do encontro anterior. Entretanto, dessa vez a resolução e todo o desenvolvimento até que chegássemos nela seria diferente, iríamos seguir com maior dedicação possível as etapas de Polya e eu iria auxiliá-los nesse processo.

E então, partimos para a primeira questão, onde dizia: “Em uma fila, a vigésima primeira pessoa ocupa o lugar central. Quantas pessoas há nessa fila?”. Para início, trouxe um enunciado um pouco menor, para que as etapas fossem feitas de forma bem elucidada e não causasse medo ou estranheza aos alunos.

No primeiro momento, pude perceber que o fato de ter um processo a ser seguido trouxe mais confiança aos discentes, eles estavam empolgados em seguir “à risca” e ver se realmente daria certo, pois caso eles conseguissem resolver o primeiro e obtivessem a resposta correta, já saberiam o que fazer para os próximos problemas.

Exemplifico o que foi dito acima por meio de uma imagem da aluna “L”, onde ela anotou o que entendeu de cada passo e seguia observando conforme resolvia o exercício.

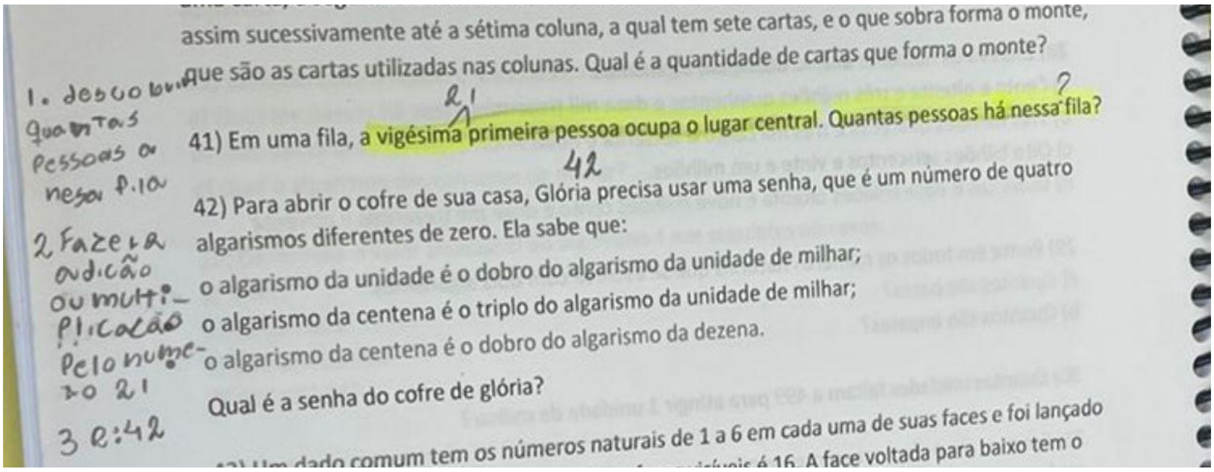
Figura 11 – Passos a serem realizados pela aluna “L” na segunda aula, para a resolução das atividades.



Fonte: acervo da autora

Também, exemplifico com a imagem do aluno “B”, para compor a ideia de segurança que as etapas de Polya trouxeram para os alunos, na qual o estudante seguiu respondendo ao lado do enunciado, cada questionamento que acreditou ser mais importante para atender cada etapa.

Figura 12 – Resolução da atividade um realizada na segunda aula pelo aluno “B”



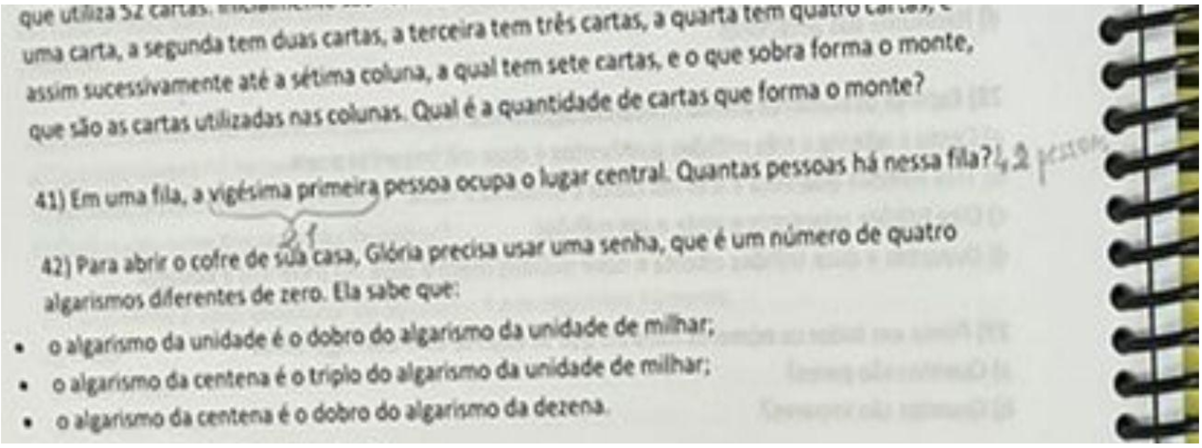
Fonte: acervo da autora

Por meio dessa imagem, podemos notar a mudança inicial desse aluno na organização da pergunta. Na aula anterior os enunciados estavam limpos, nesse momento já pude notar que o estudante sublinhou o que achou mais importante para que pudesse entender o enunciado, conforme solicita a primeira etapa de Polya. Vemos, na mesma medida, que usou alguns números para deixar o enunciado mais claro, onde ele passa as palavras “vigésima primeira” para sua representação numérica “21” evitando que ocorressem confusões.

O aluno “B”, por fim, usa um ponto de interrogação para que pudesse marcar de forma clara onde está a pergunta que ele deve responder. Entretanto, por um pequeno descuido, onde o enunciado age de forma “proposital” usando a palavra “central” de forma que seja possível se confundir, o discente acaba por não conseguir solucionar com êxito o problema proposto.

Retornando para a aluna “L”, conforme imagem abaixo, percebi que ela usou da mesma técnica do colega mencionado anteriormente na reescrita de "vigésima primeira” e até mesmo no pensamento no qual costumamos dizer que o aluno “caiu na pegadinha” do enunciado.

Figura 13 – Resolução da atividade um realizada na segunda aula pela aluna “L”


que utiliza 52 cartas. ...
uma carta, a segunda tem duas cartas, a terceira tem três cartas, a quarta tem quatro cartas, e
assim sucessivamente até a sétima coluna, a qual tem sete cartas, e o que sobra forma o monte,
que são as cartas utilizadas nas colunas. Qual é a quantidade de cartas que forma o monte?

41) Em uma fila, a vigésima primeira pessoa ocupa o lugar central. Quantas pessoas há nessa fila? 42 pessoas
21

42) Para abrir o cofre de sua casa, Glória precisa usar uma senha, que é um número de quatro
algarismos diferentes de zero. Ela sabe que:

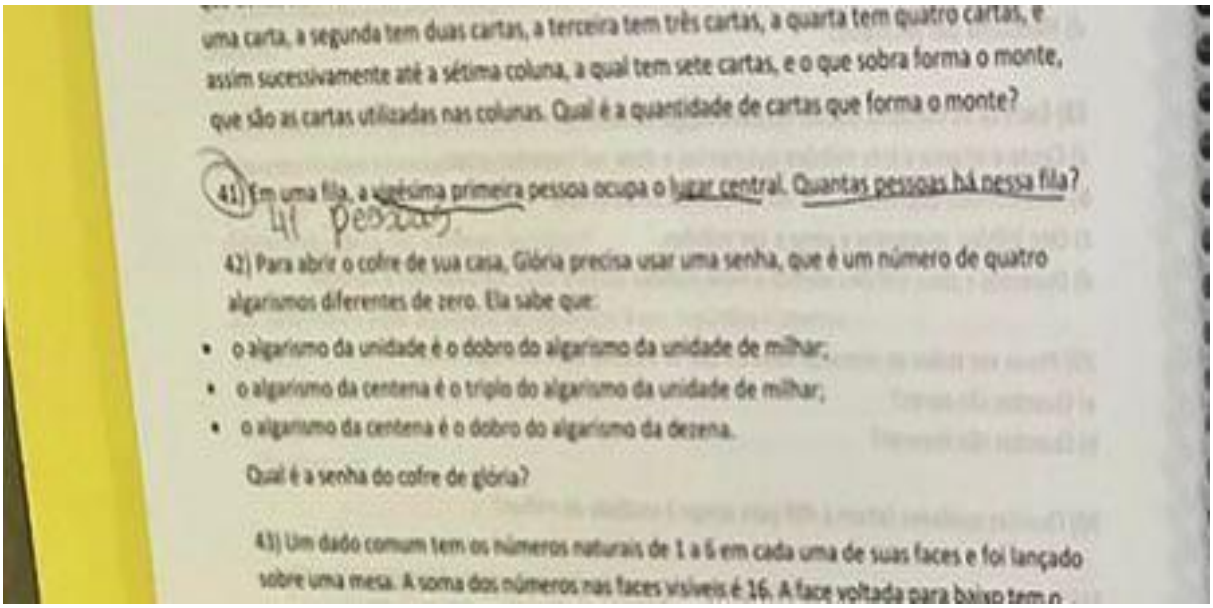
- o algarismo da unidade é o dobro do algarismo da unidade de milhar;
- o algarismo da centena é o triplo do algarismo da unidade de milhar;
- o algarismo da centena é o dobro do algarismo da dezena.

Fonte: acervo da autora

Na sequência, trago imagens do livro e caderno da aluna “GA”, as quais mostram que a estudante deu sequência no seu método de solução, usado na primeira aula, onde ela sublinha as partes importantes do exercício e então usa a ideia dos desenhos para um melhor entendimento dele, obtendo êxito da solução dos problemas propostos.

Neste momento, aproveitei para fazer alguns questionamentos para a discente e entender melhor qual sua ideia no processo de resolução e se havia seguido, também, os passos de Polya.

Figura 14 – Resolução da atividade um realizada na segunda aula pela aluna “GA”, no livro


uma carta, a segunda tem duas cartas, a terceira tem três cartas, a quarta tem quatro cartas, e
assim sucessivamente até a sétima coluna, a qual tem sete cartas, e o que sobra forma o monte,
que são as cartas utilizadas nas colunas. Qual é a quantidade de cartas que forma o monte?

41) Em uma fila, a vigésima primeira pessoa ocupa o lugar central. Quantas pessoas há nessa fila?
41 pessoas

42) Para abrir o cofre de sua casa, Glória precisa usar uma senha, que é um número de quatro
algarismos diferentes de zero. Ela sabe que:

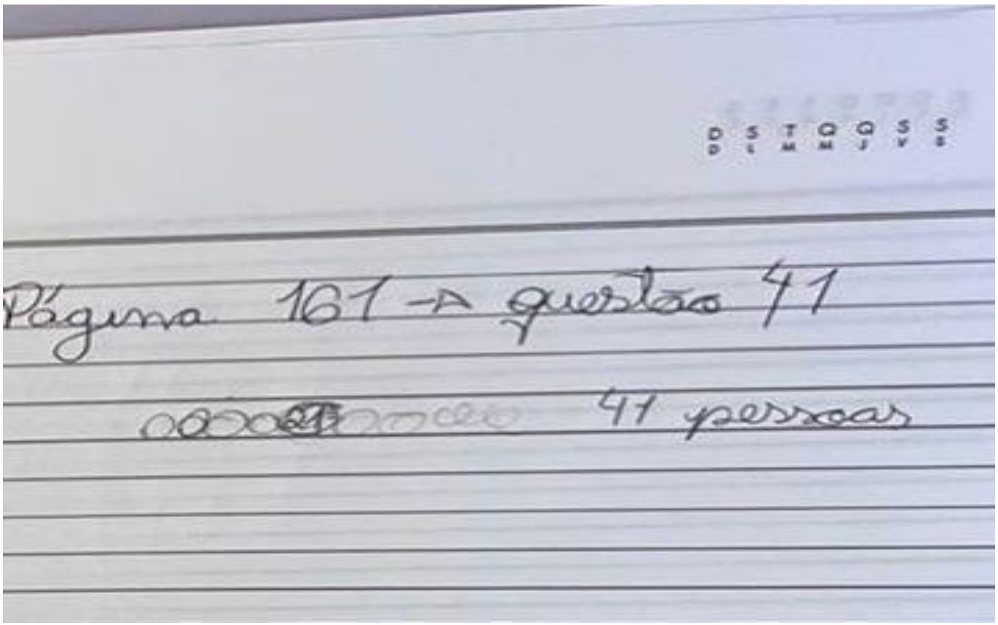
- o algarismo da unidade é o dobro do algarismo da unidade de milhar;
- o algarismo da centena é o triplo do algarismo da unidade de milhar;
- o algarismo da centena é o dobro do algarismo da dezena.

Qual é a senha do cofre de glória?

43) Um dado comum tem os números naturais de 1 a 6 em cada uma de suas faces e foi lançado
sobre uma mesa. A soma dos números nas faces visíveis é 16. A face voltada para baixo tem o

Fonte: acervo da autora

Figura 15 – Resolução da atividade um realizada na segunda aula pela aluna “GA”, no caderno.



Fonte: acervo da autora

Diálogo da aluna GA com a professora:

> Prof: O que tu pensou assim que leu esta questão?
>
> Aluna GA: Eu achei ela muito fácil, então percebi que tinha um erro.
> Prof: E por quê?
>
> Aluna GA: As questões têm que fazer a gente pensar, se não tá errado se for só ler e responder né?
>
> Prof: E o que tu pensou que poderia ser feito para descobrir o erro?
>
> Aluna GA: Eu prefiro desenhar para entender melhor, então fui seguindo o exercício e botei o 21 no meio, por que era o central né?
>
> Prof: Certo e depois?
>
> Aluna GA: Depois eu pensei, se eu fosse o 21, quantos tinham antes de mim? 20. E se eu to no meio, depois tem 20 também. Fechando 41. Mas prof, nessa parte tem que cuidar para não somar todo mundo e achar 61.

A partir desse diálogo, entendo que a estratégia da aluna ao resolver o que lhe foi proposto, era se colocar no problema, mas também pensar em qualquer possibilidade de erro ou as famosas “pegadinhas” e testá-las, pois, caso ela os conhecesse, não iria cometer o deslize de executá-las.

O que chamou minha atenção para essa forma de resolução da aluna “GA”, foi a semelhança ao método de Polya, mas de forma intuitiva, pois já estava usando esse método desde o primeiro encontro. Nota-se essa paridade, pois ao longo do processo a estudante levanta diversos questionamentos, os quais ela mesmo responde.

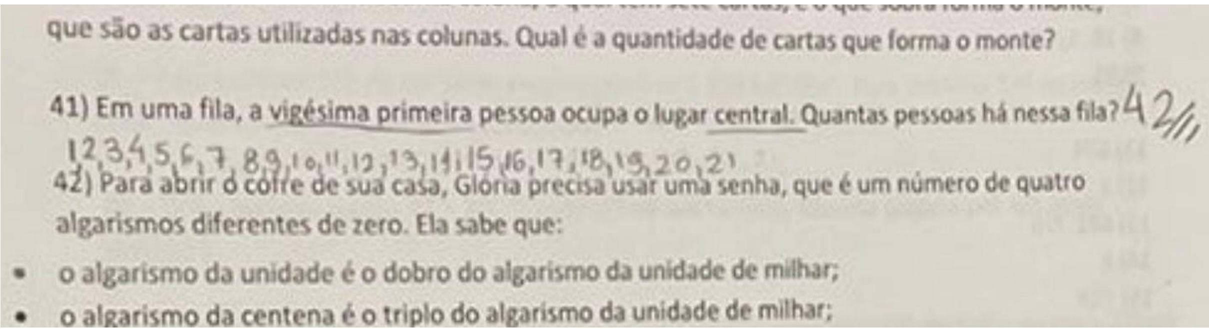
Para uma melhor exemplificação, a aluna separa o enunciado e as condicionantes e traça uma figura para melhor representação, conforme o primeiro passo que George Polya propõe.

Já no segundo momento, em que fala sobre o estabelecimento do plano, reafirmamos essa ideia em que a aluna usa o desenho como método usado anteriormente e relacionamos ao que Polya afirma sobre considerar problemas que já conhecemos e o plano matemático se mantém e segue a lógica para a execução.

Ainda no retrospecto, a estudante verifica seus resultados e se certifica que não teria outra resposta possível para determinada investigação, faltando apenas que ela teste outros métodos para o mesmo problema proposto.

Por fim, a aluna "M", utilizou-se da escrita matemática como técnica, onde escreveu os números até chegar no 21, sendo o número central, para uma melhor visualização do que estava acontecendo no início, e então iria replicar o mesmo no final, porém, se perdeu ao finalizar sua resposta, duplicando todos os números, sem perceber que o central não deveria ser repetido.

Figura 16 – Resolução da atividade um realizada na segunda aula pela aluna "M"


que são as cartas utilizadas nas colunas. Qual é a quantidade de cartas que forma o monte?

41) Em uma fila, a vigésima primeira pessoa ocupa o lugar central. Quantas pessoas há nessa fila? 42

1,2,3,4,5,6,7, 8,9,10,11,12,13,14,15,16,17,18,19,20,21

42) Para abrir o cofre de sua casa, Glória precisa usar uma senha, que é um número de quatro algarismos diferentes de zero. Ela sabe que:

- o algarismo da unidade é o dobro do algarismo da unidade de milhar;
- o algarismo da centena é o triplo do algarismo da unidade de milhar;

Fonte: acervo da autora

Os demais alunos não estavam presentes na aula de modo presencial, participaram de forma remota, com apenas microfones ligados, fazendo com que não fosse possível uma melhor análise e entendimento dos caminhos seguidos nas suas soluções.

TERCEIRO ENCONTRO

Iniciamos o terceiro encontro fazendo a correção das atividades usadas na primeira e na segunda aula. Desta maneira, alguns alunos haviam conseguido refazer os problemas que não estavam corretos ou até mesmo, os que haviam ficado sem resolução, visto que na primeira aula os problemas estavam sendo feitos da forma em que eles achassem mais viável e na segunda aula já foi ensinado a eles os quatro passos de Polya, dando uma maior confiança no processo resolutivo.

Assim que terminamos as correções, eu revisei com os alunos quais as etapas que eles deviam seguir, na seguinte metodologia:

1. Entender o que precisamos descobrir, o que vamos investigar;
2. Pensar em uma maneira para descobrir o que quero, relacionar com os problemas anteriores, palavras que me remetem a determinado assunto etc.;
3. Executar essa resolução da maneira pensada no passo dois;
4. Por fim, ter certeza de que estou respondendo o que o exercício está me perguntando;

Nesse momento, conversei um pouco com os alunos a respeito dos passos e como eles entendiam esse processo; também os questionei a respeito da técnica empregada por eles nas resoluções no decorrer da aula.

No transcorrer desse diálogo com os alunos, me chamou a atenção a comparação do aluno "G" dos passos a serem seguidos sobre alguns passos que já foram explicados anteriormente em aula.

Diálogo do aluno G com a professora:

> Aluno G: Prof isso parece com MMC e MDC
>
> Prof: Por que acha isso?
>
> Aluno G: Porque quando resolvemos MMC, a gente sabe que quer descobrir a pergunta, aí sabemos que é esse conteúdo por que fala sobre tempo e a cada vez, a gente resolve o MMC e responde.
>
> Prof: E como tu pensou nisso?
>
> Aluno G: Porque tu disse pra relacionar com exercício anterior e eu lembrei que MMC eu seguia assim. E no MDC a gente sabe que é quando fala em agrupar e dividir, depois faz o MDC e precisa entender se eles querem a soma ou a multiplicação como resposta.

Dessa forma, podemos então, relacionar os passos que o aluno "G" seguiu para representar de forma clara o que ele estava querendo dizer. Como primeiro passo na resolução de qualquer exercício, devemos ler, interpretar e entender o problema. Da mesma forma, Polya traz, também, que já devemos nos perguntar qual a incógnita do problema e o que estamos procurando resolver.

Na sequência, Polya propõe que seja traçado um plano de resolução, usando sempre que possível soluções de problemas já usados anteriormente, no caso citado acima, o plano está em relacionar o conteúdo de MDC com as palavras adequadas, "agrupar", "separar", "dividir" e por último, então trazer esse conhecimento para nossa investigação atual.

Logo, chegamos na terceira etapa, proposta por Polya, que relata que devemos desenvolver e executar o plano já pré-estabelecido, onde podemos relacionar com o pensamento do aluno, quando ele fala sobre calcular o MDC.

Por fim, chegando na última etapa, na qual devemos entender se estamos respondendo em específico a pergunta que está nos sendo feita, pude perceber no exemplo do aluno que essa parte se confirma quando ele reafirma que o MDC tem duas respostas possíveis, a multiplicação advinda dos divisores primos ou então, a soma dos valores "restantes".

A partir desse diálogo consegui notar que os sete alunos estavam entendendo os passos a serem seguidos, visto que já estavam fazendo as relações adequadas com exercícios anteriores, relacionando cada etapa proposta com os passos que eles já estavam usando anteriormente, porém de forma mais intuitiva.

Logo depois, propus que os alunos resolvessem o problema que dizia: "Márcia faz doces para vender e sua última encomenda para uma festa de aniversário de criança foi de 400 brigadeiros. Para obter essa quantidade ela usou cinco latas de leite condensado. Agora, ela recebeu uma encomenda de 720 brigadeiros. Para fazer essa quantidade, ela gastará."

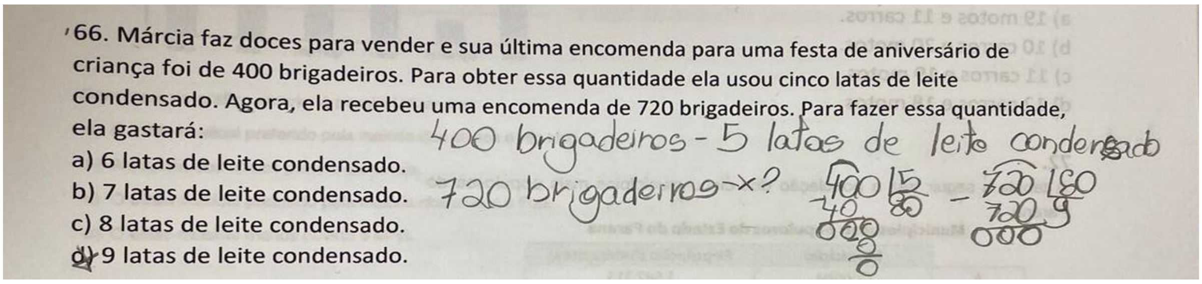
Conforme os alunos estavam resolvendo, eu estava caminhando entre as mesas e sempre os questionando a respeito dos passos e resoluções, como estavam sendo realizados ou por que de estarem ocorrendo desta forma, para entender se os alunos estavam realmente conseguindo assimilar o enunciado com os cálculos.

A primeira aluna a finalizar o exercício foi a aluna "GA", que me chamou atenção por usar uma técnica diferente da usada na maioria das atividades anteriores. Neste exercício a aluna montou uma relação com as ideias trazidas no enunciado e usou a letra "x" como um ponto de interrogação para representar que esta informação estava faltando. Dessa maneira, logo pude perceber que a estudante estava entendendo a incógnita do exercício, conforme propõe Polya.

Na sequência, ela me explicou qual seria seu plano, que se resumia em descobrir quantos brigadeiros poderiam ser feitos com apenas uma lata de leite condensado e depois relacionar esta lata com a quantidade de brigadeiros que precisavam ser feitos para poder descobrir o que estava sendo solicitado, seguindo assim, a orientação do segundo passo.

Conforme a figura 17, a seguir, percebemos que o plano foi executado. Concluindo assim, o terceiro passo proposto por Polya e finalizando o exercício. Ainda, conseguiu completar o quarto passo, onde encontrou "no meio" de todos os cálculos, qual seria o valor a ser usado na resposta.

Figura 17 – Resolução da atividade um realizada na terceira aula pela aluna "GA".



66. Márcia faz doces para vender e sua última encomenda para uma festa de aniversário de criança foi de 400 brigadeiros. Para obter essa quantidade ela usou cinco latas de leite condensado. Agora, ela recebeu uma encomenda de 720 brigadeiros. Para fazer essa quantidade, ela gastará:

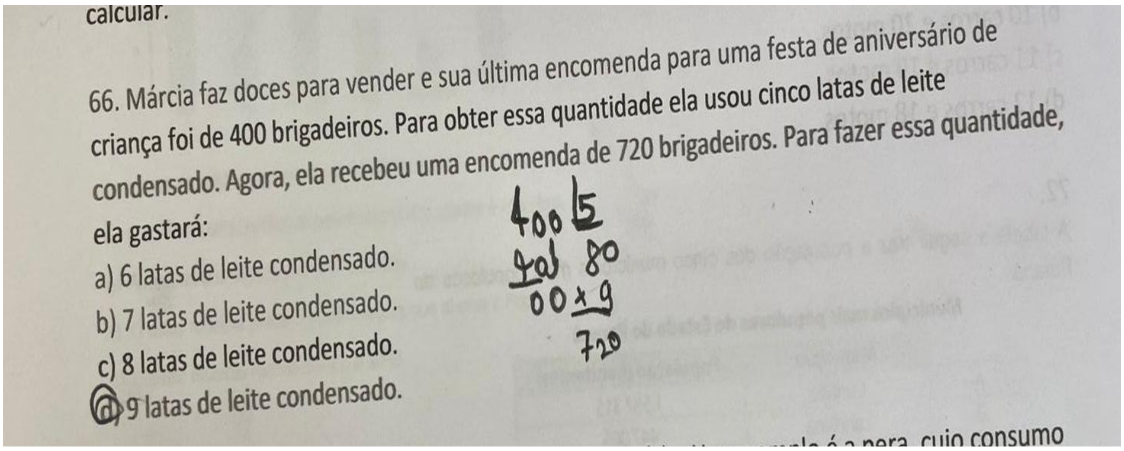
a) 6 latas de leite condensado.
b) 7 latas de leite condensado.
c) 8 latas de leite condensado.
d) 9 latas de leite condensado.

400 brigadeiros - 5 latas de leite condensado
720 brigadeiros - x?

Fonte: acervo da autora

Assim como ela, o aluno "G" resolveu o problema da mesma forma. Entretanto, conforme ele já havia feito nos exercícios anteriores, parte do seu desenvolvimento foi feito "de cabeça", o que me impediu de entender se ele estava seguindo os passos, mesmo que tenha concluído com êxito a atividade proposta. Ao ser questionado sobre os passos seguidos e como chegou a este pensamento, novamente respondeu que não saberia explicar, porque iria se perder no raciocínio.

Figura 18 – Resolução da atividade um realizada na terceira aula pelo aluno "G".



calcular.

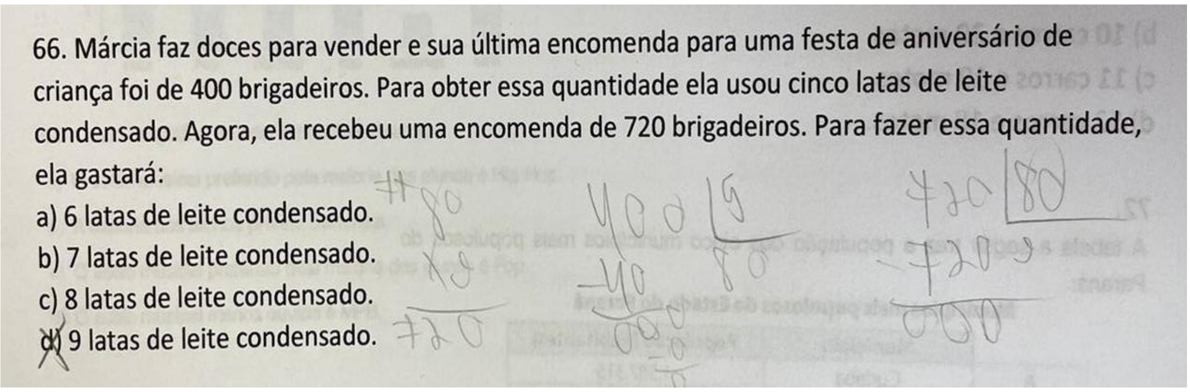
66. Márcia faz doces para vender e sua última encomenda para uma festa de aniversário de criança foi de 400 brigadeiros. Para obter essa quantidade ela usou cinco latas de leite condensado. Agora, ela recebeu uma encomenda de 720 brigadeiros. Para fazer essa quantidade, ela gastará:

a) 6 latas de leite condensado.
b) 7 latas de leite condensado.
c) 8 latas de leite condensado.
d) 9 latas de leite condensado.

Fonte: acervo da autora

Já o aluno “F”, que também resolveu o exercício com o mesmo pensamento e execução, concluindo as quatro etapas de George Polya explicadas por mim em aula. No entanto, ao finalizar preferiu fazer a “prova real” para ter certeza de que a resposta estava correta. Quando o questionei do porquê da “prova real” ele me disse que seria para que houvesse pegadinha nas alternativas já o descobriria, visto que tinha a opção “oito latas de leite condensado”. E esse número oito foi bastante utilizado no exercício, trazendo consigo mais uma vez, a percepção de que os estudantes permaneciam bem atentos e interessados em seguir os passos e resolver corretamente os problemas propostos.

Figura 19 – Resolução da atividade um realizada na terceira aula pelo aluno “F”.


66. Márcia faz doces para vender e sua última encomenda para uma festa de aniversário de criança foi de 400 brigadeiros. Para obter essa quantidade ela usou cinco latas de leite condensado. Agora, ela recebeu uma encomenda de 720 brigadeiros. Para fazer essa quantidade, ela gastará:

a) 6 latas de leite condensado.
b) 7 latas de leite condensado.
c) 8 latas de leite condensado.
d) 9 latas de leite condensado.

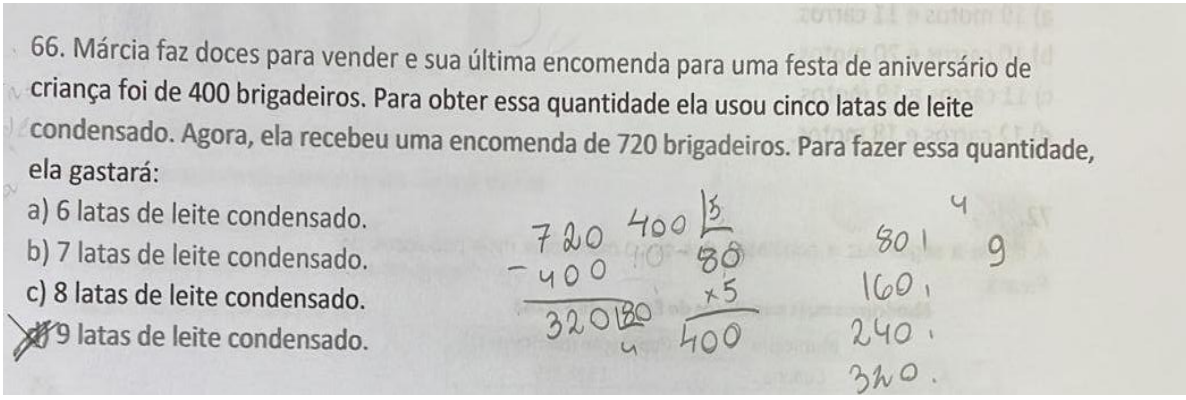
Fonte: acervo da autora

Seguindo a ideia da prova real, o aluno “B” também a usou como fonte de segurança na resolução das investigações. No entanto, após o cálculo para descobrir quantos brigadeiros seriam feitos com uma lata de leite condensado, o aluno optou por entender o que acontecia com a diferença dos brigadeiros assim, deixar os 400 já feitos como guia e pensar nos que estavam faltando, conforme mostra a subtração de 720-400 = 320.

Seguindo no raciocínio do participante, ele pensou que essa diferença também seria relacionada a cada caixa de leite condensado, e preferiu usar a tabuada do 80 como base para chegar ao seu objetivo final, o 320. Por fim, relacionou as cinco caixas de leite condensado usadas anteriormente com as outras quatro caixas que usaria da diferença totalizando assim, nove caixas.

Contudo, o aluno conseguiu executar os dois primeiros passos e entender qual seria a incógnita do enunciado e traçou seu plano para a resolução, mas podemos perceber que ao longo do terceiro passo, onde teríamos a execução do plano o aluno acabou seguindo um caminho um pouco diferente, pois havia montado a conta de 320/80=4, mas mudou a técnica para a resolução desse cálculo por meio da tabuada do 80. Desse modo, chegou ao mesmo resultado, concluindo o exercício.

Figura 20 – Resolução da atividade um realizada na terceira aula pelo aluno “B”.

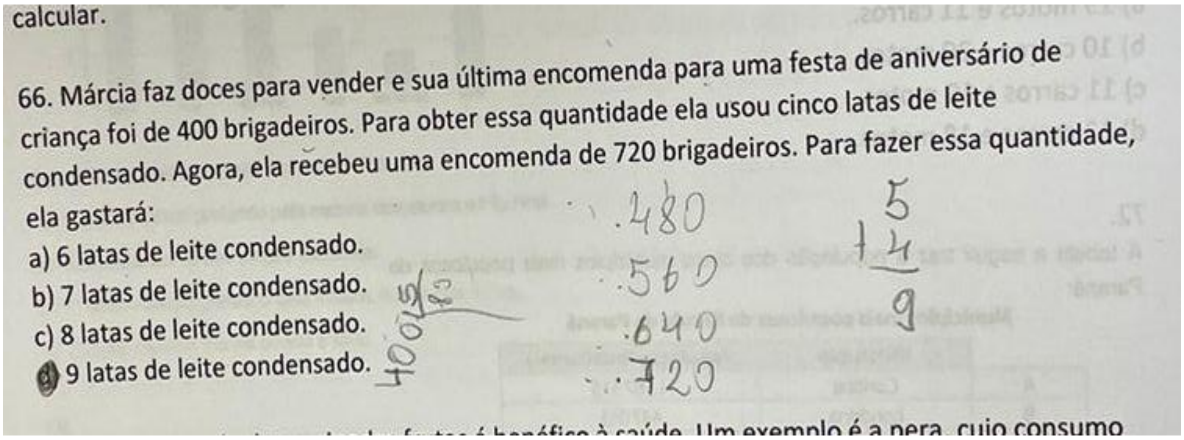


Fonte: acervo da autora

Na sequência, a aluna “L” iniciou com a mesma divisão dos demais colegas, com a intenção de descobrir quantos brigadeiros seriam produzidos com as cinco latas de leite condensado, mas preferiu utilizar da mesma técnica de tabuada usada pelo aluno “B” para chegar ao total de brigadeiros desejados. No entanto, ela deu início no cálculo da tabuada a partir do número 400, que seria o total que ela já teria de brigadeiros e dessa forma, apresentaria como base a numeração e foi seguindo até 720, somando então, essa diferença de cinco latas iniciais.

Dessa forma, concluindo a primeira etapa onde consegue identificar os dados do problema, separar as condicionantes, como por exemplo, os brigadeiros já feitos e os faltantes. Na sequência, consegue executar o segundo e terceiro passo, relacionando estas condicionantes e incógnitas em seus cálculos. E por fim, a quarta etapa aonde chega em um resultado no qual estava respondendo com exatidão o que estava sendo perguntado no enunciado.

Figura 21 – Resolução da atividade um realizada na terceira aula pela aluna “L”.


calcular.

66. Márcia faz doces para vender e sua última encomenda para uma festa de aniversário de criança foi de 400 brigadeiros. Para obter essa quantidade ela usou cinco latas de leite condensado. Agora, ela recebeu uma encomenda de 720 brigadeiros. Para fazer essa quantidade, ela gastará:

a) 6 latas de leite condensado.
b) 7 latas de leite condensado.
c) 8 latas de leite condensado.
d) 9 latas de leite condensado.

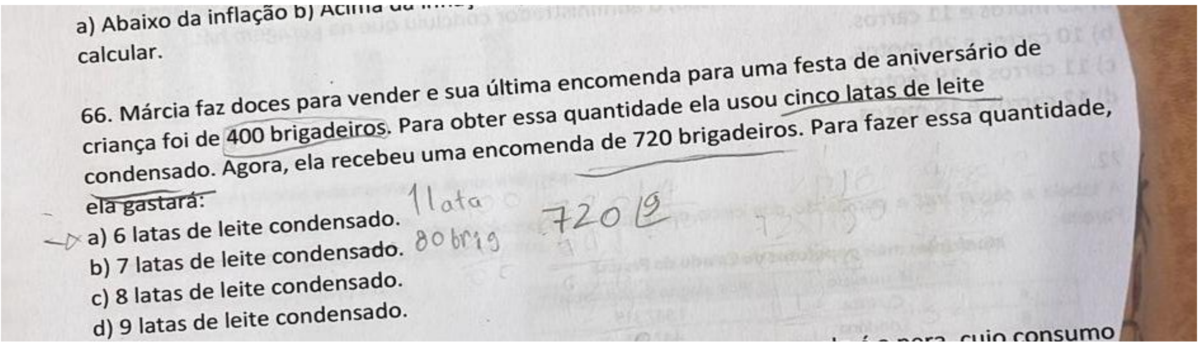
.480
.560
.640
.720

5
+4
9

Fonte: acervo da autora

Por fim, a aluna “M’ não conseguiu finalizar a resolução. Todavia, podemos perceber que ela se perdeu entre o segundo e terceiro passo, pois no primeiro passo conseguiu entender os dados e as incógnitas trazidas pelo problema. Assim sendo, deu início ao segundo passo, onde ela deveria pensar em um plano antes, de executar e percebemos que ela faz o pensamento e a execução do plano ao mesmo tempo, o que acabou confundindo seu raciocínio, mesmo que tenha conseguido encontrar o primeiro cálculo e relacionar os dados de uma lata a cada 80 brigadeiros.

Figura 22 – Resolução da atividade um realizada na terceira aula pela aluna “M”.


a) Abaixo da inflação b) Acima da inflação

calcular.

66. Márcia faz doces para vender e sua última encomenda para uma festa de aniversário de criança foi de 400 brigadeiros. Para obter essa quantidade ela usou cinco latas de leite condensado. Agora, ela recebeu uma encomenda de 720 brigadeiros. Para fazer essa quantidade, ela gastará:

a) 6 latas de leite condensado.
b) 7 latas de leite condensado.
c) 8 latas de leite condensado.
d) 9 latas de leite condensado.

1 lata
80 brig

720

Fonte: acervo da autora

Contudo, acho interessante ressaltar a diferença nos desenvolvimentos das soluções, porém sempre seguindo as etapas, o que mostra que os passos podem ser vistos como guia em qualquer problema que tivermos para solucionar, mas o nosso plano de execução e nossas vivências com problemas matemáticos anteriores, nos conduzem para diferentes caminhos. Dessa forma, conseguimos chegar no mesmo destino que se representa como a resposta do exercício.

Importante ter clareza que o fato de os alunos aprenderem as estratégias de George Polya não lhes fornecem garantias de que terá êxito na resolução dos problemas matemáticos. A estratégia apenas é vista pelos professores e alunos como uma forma de maior autonomia e segurança no ato da resolução dos problemas matemáticos.

Na próxima seção apresentaremos as considerações finais do presente estudo.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

A resolução de problemas do cotidiano é um assunto discutido desde meados do século XVII, onde os problemas eram resolvidos por lógica. No decorrer dos anos, estes problemas e seus métodos de resolução foram sendo direcionados para uso de matérias escolares, principalmente de matemática (DESCARTES *apud* BATTISTI, 2010).

Segundo Santos (2022), estes problemas matemáticos podem provocar “amedrontamento” em alguns estudantes, gerando receios e percepções negativas da Matemática. Buscando alternativas que possam contribuir para que professores auxiliem estudantes a resolver problemas, George Polya desenvolveu, por meio do método heurístico, quatro passos a serem utilizados na resolução de problemas, visando alcançar as respostas corretas.

Nesse sentido, este trabalho baseia-se no método heurístico como uma abordagem que auxilie a encontrar maneiras para resolver um problema matemático, seguindo os quatro passos propostos por George Polya no desenvolvimento das resoluções até que se obtenha uma resposta, com o professor sendo um mediador do aluno nesse processo.

Para o embasamento teórico, foi usada principalmente a heurística de Polya, em que o autor apresenta quatro etapas para resoluções de problemas. Tais etapas consistem em: primeira etapa, a compreensão dos problemas e comparação com outros problemas solucionados anteriormente; segunda etapa, o planejamento que devemos fazer para que possam resolver o problema apresentado; terceira etapa, execução do planejamento onde devemos resolver e desenvolver o planejamento montado e proposto na etapa anterior; quarta etapa, o retrospecto que deve ser feito dos três passos anteriores e entender se usamos da melhor maneira para chegar em determinada resposta e se estamos respondendo exatamente o que nos foi perguntado.

A busca dos artigos utilizados nesse trabalho abrangeu um período de 24 anos, por meio das bases de dados SCIELO e Google Acadêmico nos idiomas português, espanhol e inglês. A prática utilizada neste trabalho foi feita em um curso preparatório para o Colégio Militar, localizado em Porto Alegre com sete alunos entre dez e onze anos, que fazem parte da turma do 5º ano. Os encontros tiveram duração de 2 horas e trinta minutos cada, totalizando três dias de aulas, sendo uma vez por semana.

O objetivo geral do presente estudo foi entender como os alunos do 5º ano resolvem problemas matemáticos antes e depois de conhecerem as quatro etapas de resolução de problemas propostas por Polya. O primeiro objetivo específico deu-se pela análise de resolução dos problemas por parte dos estudantes antes de conhecer os passos de Polya, apenas analisando como os alunos estavam resolvendo suas atividades. Na sequência, o segundo objetivo específico buscava analisar como os alunos estavam solucionando as atividades depois de conhecer os métodos propostos pelo matemático.

Considera-se que os objetivos do trabalho foram alcançados, pois vendo as imagens das resoluções dos alunos e diálogos em sala de aula, foi possível perceber que na ausência de etapas a serem seguidas nas resoluções, os estudantes estavam nervosos e apreensivos por não saber muitas vezes como iniciar as soluções. Todavia, assim que os quatro passos de resolução de problemas foram apresentados, os alunos já seguiam mais confiantes em razão de ter um caminho a seguir e, portanto, uma maneira de se organizar.

Para que fosse possível alcançar os objetivos, a prática realizada tinha como plano de aula um primeiro encontro onde os alunos recebiam três problemas matemáticos e deviam tentar chegar nas suas soluções na forma que achassem mais adequada. No segundo encontro, foram passadas as quatro etapas de Polya e debatidas com os alunos a respeito de como utilizá-las, e então, os estudantes realizaram um exercício guiando-se por elas. No terceiro encontro, as etapas foram relembradas e os alunos receberam mais um exercício para que fosse possível analisar o desenvolvimento deles antes e depois de utilizarem as quatro etapas de Polya.

Espera-se prosseguir estudos e pesquisas, pois a resolução de problemas matemáticos consiste em tema relevante no campo da Educação Matemática e, em particular, com foco em alunos do 5º ano de curso preparatório militar, considerando que este é um público pouco explorado por estudos relacionados.

Espera-se também que a prática aqui relatada poderá agregar conhecimento para diversos públicos e auxiliar diferentes alunos e professores, podendo ser usada enquanto estratégia, em sala de aula em escolas de ensino regular, por exemplo.

Os temas que podem ser abordados para futuras pesquisas, visando a continuidade do meu trabalho, são, principalmente: a escolha dos problemas matemáticos. Não foi abordado se a qualidade dos enunciados a serem propostos para utilizar as quatro etapas de resolução de problemas interferem nas estratégias dos estudantes. Essa decisão deu-se, pois, o objetivo principal do trabalho era entender os caminhos usados pelos estudantes, independente do exercício solicitado. Registra-se que não foi possível aprofundar nas mudanças que houve nos alunos em utilizar as quatro etapas em relação ao “medo” da matemática em razão do tempo de desenvolvimento do trabalho de campo

Como perspectiva de continuidade desse estudo, podemos refletir sobre a lacuna ainda existente de pesquisas versando sobre a comparação da heurística de Polya quando aplicada no ensino regular e em curso preparatório militar: Há diferenças entre o modo de resolução de problemas entre alunos dessas duas modalidades de Ensino?

REFERÊNCIAS

BACKES, L. H. **Resolução de problemas: uma alternativa para o ensino de funções**. Disponível em: < https://www.lume.ufrgs.br/ bitstream/handle/10183/130796/000779996.pdf?sequence=1&isAllowed=y> Acesso em: 12 de março de 2023.

BARREIRA, J. S.; MANFREDO, E. C. G.; BICHO, J. S. Mediação docente na elaboração de estratégias de resolução de problemas matemáticos de estudantes do 5º ano de uma escola do campo. REAMEC - **Rede Amazônica de Educação em Ciências e Matemática**, online, v. 8, n. 2, p. 392-414, maio / ago. 2020. DOI: 10.26571/reamec.v8i2.10128. Disponível em: <http://repositorio.ufpa.br:8080/jspui/handle/2011/14386>. Acesso em: 20 de dezembro de 2022.

BATTISTI, C. A. **O método de análise cartesiano e o seu fundamento**. 2010. Disponível em: <https://doi.org/10.1590/S1678-31662010000400004 > Acesso em: 26 de fevereiro de 2023.

BERTINI, L. F.; SOUZA, A. F. **Mas afinal o que são problemas? Uma análise histórica sobre mudanças em definições, finalidades e tipologias**. **Revista de Ensino de Ciências e Matemática**, v. 12, n. 5, p. 1-19, 2021. Disponível em:< https://doi.org/10.26843/rencima.v12n5a08> Acesso em: 8 de abril de 2023.

Bogdan, C. R.; BIKLEN, K. S. **Investigação qualitativa em educação.** Uma introdução à teoria e aos métodos. Porto Editora. Disponível em:<https://www.academia.edu/6674293/Bogdan_Biklen_investigacao_qualitativa_em_educacao> Acesso em: 10 de dezembro de 2022.

CÁCERES, F. **O ensino de geometria euclidiana: possíveis contribuições da história da matemática e da resolução de problemas de George Polya.** 2015. Disponível em: <https://repositorio.ufscar.br/bitstream/handle/ufscar/7076/ DissFC.pdf?sequence=1&isAllowed=y > Acesso em: 13 de fevereiro de 2023.

CAI, J.; LESTER, F. **Por que o ensino com resolução de problemas é importante para a aprendizagem do aluno?** Boletim GEPEM, v. 36, n. 60, p. 147-162, jan./jun. 2012. Disponível em:<https://doi.editoracubo.com.br/10.4322/gepem.2014.008> Acesso em: 10 de dezembro de 2022.

CARRA, P. R. A. **Baleiros e baleiras no velho casarão: co-educação ou escola mista no colégio militar de Porto Alegre?(RS-1989 a 2013)**. 2014. Disponível em:< https://repositorio.pucrs.br/dspace/bitstream/10923/5693/1/000455748-Texto%2BParcial-0.pdf > Acesso em: 8 de abril de 2023.

DANTE, L. R. **Formulação e resolução de problemas de matemática: Teoria e prática**. São Paulo: Ática, 2009. Disponível em:<https://www.indicalivros.com/livros/formulacao-e-resolucao-de-problemas-de-

matematica-teoria-e-pratica-luiz-roberto-dante> Acesso em: 10 de dezembro de 2022.

GRZEÇA, K. **Uma experiência na escola básica com resolução de problemas de matemática na perspectiva de Polya**. Trabalho de Conclusão de Curso (Licenciatura em Matemática). UFRGS. Porto Alegre, 2017. Disponível em:<https://www.lume.ufrgs.br/handle/10183/169100> Acesso em: 10 de dezembro de 2022.

KLIEMANN, G. L.; DULLIUS, M. M. **Análise de erros na resolução de problemas matemáticos.** Amazônia: Revista de Educação em Ciências e Matemáticas, v. 13, n. 28, p. 166-180, 2017. Disponível em: <https://periodicos.ufpa.br/index.php/revistaamazonia/article/view/4197>. Acesso em: 9 de janeiro de 2023.

MUSSI, R. F. F.; FLORES, F. F.; ALMEIDA, C. B. Pressupostos para a elaboração de relato de experiência como conhecimento científico. **Revista práxis educacional**, v. 17, n. 48, p. 60-77, 2021. Disponível em: < https://periodicos2.uesb.br/index.php/praxis/article/view/9010/6134>. Acesso em: 11 de abril de 2023.

ONUCHIC, L. R. **Ensino-aprendizagem de matemática através da resolução de problemas**. In: BICUDO, M. A. V. (Org.) PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA: CONCEPÇÕES E PERSPECTIVAS. São Paulo: Editora UNESP, 1999. p. 199-218. Disponível em: <http://im.ufrj.br/~nedir/disciplinas-Pagina/Lourdes_Onuchic_Resol_Problemas.pdf>. Acesso em: 15 de janeiro de 2023.

ONUCHIC, L. R.. **A resolução de problemas na educação matemática: onde estamos? E para onde iremos?**. Disponível em: < http://seer.upf.br/index.php/rep/article/view/3509/2294 > Acesso em: 12 de março de 2023.

ONUCHIC, L. R.; ALLEVATO, N. S. G. **Pesquisa em resolução de problemas: caminhos, avanços e novas perspectivas**. Disponível em: <https://repositorio.unesp.br/bitstream/handle/11449/72994/2-s2.0-84873689803.pdf?sequence=1&isAllowed=y > Acesso em: 28 de fevereiro de 2023.

ONUCHIC, L. R.; ZUFFI E. M. **O Ensino-Aprendizagem de Matemática através da Resolução de Problemas e os Processos Cognitivos Superiores**. Disponível em: < file:///C:/Users/conta/Downloads/Union_011_009.pdf> Acesso em: 28 de fevereiro de 2023.

POLYA. G. **A arte de resolver problemas.** Um novo aspecto do método matemático. Tradução de Heitor L. de Araújo. Universidade Federal do Rio de Janeiro. Rio de Janeiro: interciência, 1995. Disponível em: <http://im.ufrj.br/~nedir/disciplinas-Pagina/Polya-Arte_Resolver_Problemas.pdf>. Acesso em: 10 de dezembro de 2022.

SANTOS, S. M.; ALMEIDA, I. M. M. Z. P. Medo de Matemática e Trauma na Relação com o Aprender: uma leitura psicanalítica. **Bolema: Boletim de Educação**

Matemática, v. 36, p. 1273-1292, 2022. Disponível em: < https://doi.org/10.1590/1980-4415v36n74a16 > Acesso em: 15 de janeiro de 2023.

SILVA, M. R. da. A BNCC da reforma do ensino médio: o resgate de um empoeirado discurso. **Educação em Revista** [online]. 2018, v. 34, e214130. Disponível em: < https://doi.org/10.1590/0102-4698214130 > Acesso em: .10 de dezembro de 2022.

SOUSA, H. M.. **A resolução de problemas como estratégia didática para o ensino da matemática**. 2015. Tese de Doutorado. Universidade Federal do Oeste do Pará. Disponível em: <https://repositorio.ufopa.edu.br/jspui/bitstream/123456789/396/1/Disserta%c3%a7%c3%a3o_AResolu%c3%a7%c3%a3odeProblemas.pdf > Acesso em: 13 de fevereiro de 2023.

SOUZA, A. B. **Método Heurístico**. Disponível em: < https://sites.google.com/site/albertobarrossousa/metodologias-de-educacao/metodo-heuristico > Acesso em: 27 de fevereiro de 2023.

APÊNDICES

Encontra-se no presente trabalho os termos que serão utilizados no desenvolvimento da prática em questão. São eles, em respectiva ordem: Carta de anuência da instituição em que a ocorrerá a pesquisa, Termo de Assentimento e Termo de Consentimento.

APÊNDICE 1 – TERMO DE CONSENTIMENTO PARA ESCOLAS

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
INSTITUTO DE MATEMÁTICA E ESTATÍSTICA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE MATEMÁTICA

Porto Alegre, ____ de______de______.

Prezada Professora *NOME COMPLETO DA DIRETORA*, Diretora da *NOME COMPLETO DA ESCOLA*

A aluna Cindy Bergmann Siqueira, atualmente é graduanda regularmente matriculada no Curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal do Rio Grande do Sul.

Como parte das exigências do Departamento de Matemática Pura e Aplicada para obtenção do título de Licenciado em Matemática pela Universidade Federal do Rio Grande do Sul, a graduanda está desenvolvendo um Trabalho de Conclusão de Curso (TCC). O TCC produzido deve resultar em material didático de qualidade que possa ser utilizado por outros professores de Matemática. Neste sentido, torna-se extremamente importante realizar experimentos educacionais e, por esta razão, estamos solicitando a sua autorização para que este trabalho possa ser desenvolvido na escola sob sua Direção.

Em caso de manifestação de sua concordância, por favor, registre sua ciência ao final deste documento, o qual está sendo encaminhado em duas vias.

Enquanto pesquisadora e professora responsável pela orientação do desenvolvimento do TCC pela graduanda, reitero nosso compromisso ético com os sujeitos dessa pesquisa colocando-nos à disposição para quaisquer esclarecimentos durante e após a realização da coleta de dados. Para tanto, deixo à disposição o seguinte telefone de contato: (51) 3308-6186 – telefone de contato do orientador.

Agradecemos a sua atenção. Cordialmente,

Marcus Vinicius de Azevedo Basso
Professor do Departamento de Matemática Pura e Aplicada

APÊNDICE 2 – TERMO DE ASSENTIMENTO

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL INSTITUTO DE MATEMÁTICA E ESTATÍSTICA

TERMO DE ASSENTIMENTO

Eu,____, R.G.____________________, da turma ____________, declaro, por meio deste termo, que concordei em participar da pesquisa intitulada **RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS POR ALUNOS DE 5° ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL**, desenvolvida pela pesquisadora Cindy Bergmann Siqueira. Fui informado(a), ainda, de que a pesquisa é coordenada/orientada pelo professor Doutor Marcus Vinicius de Azevedo Basso, a quem poderei contatar a qualquer momento que julgar necessário, por meio do telefone 55 51 3308 3738.

Tenho ciência de que a minha participação não envolve nenhuma forma de incentivo financeiro, sendo a única finalidade desta participação a contribuição para o sucesso da pesquisa. Fui informado(a) dos objetivos estritamente acadêmicos do estudo, que, em linhas gerais, são:

Analisar e entender os caminhos que os alunos de 5° de ensino preparatório militar usam para resolver os problemas matemáticos propostos em sala de aula.

Fui também esclarecido(a) de que os usos das informações oferecidas por mim serão apenas em situações acadêmicas (artigos científicos, palestras, seminários etc.), identificadas apenas pela inicial do meu nome e pela idade.

A minha colaboração se fará por meio de entrevista/questionário escrito etc, bem como da participação em oficina/aula/encontro/palestra, em que serei observado(a) e minha produção analisada, sem nenhuma atribuição de nota ou conceito às tarefas desenvolvidas. No caso de fotos ou filmagens, obtidas durante a participação, autorizo que sejam utilizadas em atividades acadêmicas, tais como artigos científicos, palestras, seminários etc, sem identificação. Esses dados ficarão armazenados por pelo menos 5 anos após o término da investigação.

Cabe ressaltar que a participação nesta pesquisa não infringe as normas legais e éticas. No entanto, poderá ocasionar algum constrangimento dos entrevistados ao precisarem responder a algumas perguntas sobre o desenvolvimento de seu trabalho na escola. A fim de amenizar este desconforto será mantido o anonimato das entrevistas. Além disso, asseguramos que o estudante poderá deixar de participar da investigação a qualquer momento, caso não se sinta confortável com alguma situação

Como benefícios, esperamos com este estudo, produzir informações importantes sobre o ensino e aprendizagem de números inteiros, a fim de que o conhecimento construído possa trazer contribuições relevantes para a área educacional.

A colaboração se iniciará apenas a partir da entrega desse documento por mim assinado.

Estou ciente de que, caso eu tenha dúvida, ou me sinta prejudicado(a), poderei contatar o(a) pesquisador(a) responsável no telefone (51) 991055618 ou e-mail cindybergmann@icloud.com.

Qualquer dúvida quanto a procedimentos éticos também pode ser sanada com o Comitê de Ética em Pesquisa (CEP) da Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS), situado na Av.Paulo Gama, 110 - Sala 317, Prédio Anexo 1 da Reitoria - Campus Centro, Porto Alegre/RS - CEP: 90040-060 e que tem como fone 55 51 3308 3738 e email etica@propesq.ufrgs.br

Fui ainda informado(a) de que posso me retirar dessa pesquisa a qualquer momento, sem sofrer quaisquer sanções ou constrangimentos.

Porto Alegre,________de___________________de_________.

Assinatura do(a) professor(a):____

Assinatura do(a) pesquisador(a): ____

Assinatura do Orientador da pesquisa: ____

APÊNDICE 3 – TERMO DE CONSENTIMENTO INFORMADO

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL INSTITUTO DE MATEMÁTICA E ESTATÍSTICA

TERMO DE CONSENTIMENTO INFORMADO

Eu,____, R.G._____________________, responsável pelo(a) aluno (a)_____________________________________, da turma______________, declaro, por meio deste termo, que concordei em participar da pesquisa intitulada **RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS POR ALUNOS DE 5° ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL**, desenvolvida pela

pesquisadora Cindy Bergmann Siqueira. Fui informado(a), ainda, de que a pesquisa é coordenada/orientada pelo professor Doutor Marcus Vinicius de Azevedo Basso, a quem poderei contatar a qualquer momento que julgar necessário, por meio do telefone 55 51 3308 3738 ou e-mail mbasso@ufrgs.br.

Tenho ciência de que a minha participação não envolve nenhuma forma de incentivo financeiro, sendo a única finalidade desta participação a contribuição para o sucesso da pesquisa. Fui informado(a) dos objetivos estritamente acadêmicos do estudo, que, em linhas gerais, são:

Analisar e entender os caminhos que os alunos de 5° de ensino preparatório militar usam para resolver os problemas matemáticos propostos em sala de aula.

Fui também esclarecido(a) de que os usos das informações oferecidas pelo(a) aluno(a) serão apenas em situações acadêmicas (artigos científicos, palestras, seminários etc.), identificadas apenas pela inicial do seu nome e pela idade.

A colaboração do(a) aluno(a) se fará por meio de entrevista/questionário escrito etc, bem como da participação em oficina/aula/encontro/palestra, em que ele(ela) será observado(a) e sua produção analisada, sem nenhuma atribuição de nota ou conceito às tarefas desenvolvidas. No caso de fotos ou filmagens, obtidas durante a participação do(a) aluno(a), autorizo que sejam utilizadas em atividades acadêmicas, tais como artigos científicos, palestras, seminários etc, sem identificação. Esses dados ficarão armazenados por pelo menos 5 anos após o término da investigação.

Cabe ressaltar que a participação nesta pesquisa não infringe as normas legais e éticas. No entanto, poderá ocasionar algum constrangimento dos entrevistados ao precisarem responder a algumas perguntas sobre o desenvolvimento de seu trabalho na escola. A fim de amenizar este desconforto será mantido o anonimato das entrevistas. Além disso, asseguramos que o estudante poderá deixar de participar da investigação a qualquer momento, caso não se sinta confortável com alguma situação

Como benefícios, esperamos com este estudo, produzir informações importantes sobre o ensino e aprendizagem de números inteiros, a fim de que o conhecimento construído possa trazer contribuições relevantes para a área educacional.

A colaboração do(a) aluno(a) se iniciará apenas a partir da entrega desse documento por mim assinado.

Estou ciente de que, caso eu tenha dúvida, ou me sinta prejudicado(a), poderei contatar o(a) pesquisador(a) responsável no telefone (51) 991055618 ou e-mail cindybergmann@icloud.com.

Qualquer dúvida quanto a procedimentos éticos também pode ser sanada com o Comitê de Ética em Pesquisa (CEP) da Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS), situado na Av.Paulo Gama, 110 - Sala 317, Prédio Anexo 1 da Reitoria - Campus Centro, Porto Alegre/RS - CEP: 90040-060 e que tem como fone 55 51 3308 3738 e email etica@propesq.ufrgs.br

Fui ainda informado(a) de que o(a) aluno(a) pode se retirar dessa pesquisa a qualquer momento, sem sofrer quaisquer sanções ou constrangimentos.

Porto Alegre, _________________de__________________________________de____.

Assinatura do Responsável:____

Assinatura do(a) pesquisador(a): ____

Assinatura do Orientador da pesquisa: ____