

Matemática aplicada SB
Análise numérica
clusters
Sistemas lineares

Resolução de Sistemas Lineares Esparsos com Alta Exatidão em Clusters

Paulo Sérgio Morandi Júnior¹

Bernardo Frederes Krämer Alcalde²

Carlos Amaral Hölbig³

Tiarajú Asmuz Diverio⁴

CNPq 1.01.04.00-3

388770

1 Introdução

Este trabalho apresenta um *solver* com alta exatidão para a resolução de sistemas de equações lineares esparsos, em especial para matrizes do tipo banda. Sistemas com matrizes bandas são um caso particular de sistemas esparsos, onde os elementos não nulos encontram-se em torno da diagonal principal. O algoritmo utilizado para resolver sistemas densos (KRÄMER; KULISCH; LOHNER, 1994) não é muito eficiente neste caso, uma vez que é necessário grande quantidade de memória para alocação dos sistemas e há um aumento no tempo de execução. Por se tratar de um caso particular de sistemas esparsos, as matrizes bandas podem ser alocadas em faixas (*bandwidths*) onde os elementos não nulos estão presentes. Portanto, a preocupação do *solver* é em resolver sistemas triangulares com matrizes bandas.

2 Solver para Sistemas Lineares com Matrizes Bandas

Neste trabalho foram utilizadas algumas técnicas matemáticas para obter uma maior exatidão nos cálculos da solução de sistemas lineares com matrizes bandas. Entretanto, precisa-se contornar um problema causado pelo uso da matemática intervalar, o *wrapping effect* (NEUMAIER, 1993). O *wrapping effect* é um efeito que, durante a realização de cálculos com intervalos, pode fazer com que o diâmetro dos intervalos resultantes aumente rapidamente, ou seja, o intervalo calculado como resposta acabe divergindo bastante da resposta exata. Para tentar minimizar esse problema o *solver* foi desenvolvido baseado na resolução de equações diferenciais (programa *mv_diff*) mostrando-se, dessa maneira, bastante eficiente no tratamento deste efeito. Após a experiência obtida com o *mv_diff*, um algoritmo para a resolução de sistemas lineares triangulares com matrizes bandas foi desenvolvido (*band*),

¹sergio@inf.ufrgs.br Bolsista Dell

²bfkcalcalde@inf.ufrgs.br Bolsista Dell

³holbig@inf.ufrgs.br

⁴Apoio: CNPq, LabTeC UFRGS/Dell e FAPERGS (Cooperação Internacional)

onde esses sistemas foram reescritos na forma de equações diferenciais, o que possibilitou a utilização dos mesmos métodos de resolução do *mv_diff*. O cálculo da aproximação da inversa através do método de Gauss (utilizado para resolver sistemas densos (ANTON; RORRES, 2001)) foi substituído pelo cálculo da aproximação através da Decomposição LU da matriz A. Estes algoritmos foram inicialmente desenvolvidos em PASCAL-XSC (KRÄMER; KULISCH; LOHNER, 1994), uma linguagem não adequada ao objetivo deste trabalho. Devido a este fato, esses algoritmos foram reescritos em C-XSC (HOFSCHESTER; KRÄMER, 2001) com o objetivo futuro de desenvolver uma biblioteca paralela de alta exatidão para agregados de computadores (clusters). Alguns testes foram realizados e demonstraram a eficiência do método implementado.

3 Conclusões e Trabalhos Futuros

O *solver* em desenvolvimento neste trabalho tem a preocupação com a qualidade numérica da solução de sistemas de equações lineares esparsos, em especial de sistemas com matrizes bandas. Pode-se atribuir a alta exatidão das soluções ao uso da aritmética intervalar, aliado a um sofisticado tratamento numérico provido pelo C-XSC. Atualmente essa pesquisa trabalha na fase de estudo de como paralelizar esses métodos. Com o intuito de realizar essa paralelização, a primeira etapa desta pesquisa foi a realização da integração da biblioteca C-XSC com a biblioteca MPICH, o que possibilitará, de maneira mais clara, o estudo e desenvolvimento deste e de outros métodos numéricos para a resolução de sistemas lineares esparsos gerando, conseqüentemente, uma biblioteca paralela e de alta exatidão que será implementada e utilizada no cluster LabTeC do II-UFRGS. Juntamente com essa paralelização, será realizada uma análise de desempenho e exatidão dos métodos implementados, visando avaliar a viabilidade e a qualidade desses métodos.

Referências

- ANTON, H.; RORRES, C. *Álgebra Linear com Aplicações*. 8a. ed. Porto Alegre: Bookman, 2001.
- HOFSCHESTER, W.; KRÄMER, W. *C-XSC 2.0: A C++ Class Library for Extended Scientific Computing*. Wuppertal, Germany, 2001.
- KRÄMER, W.; KULISCH, U.; LOHNER, R. *Numerical Toolbox for Verified Computing II - Advanced Numerical Problems*. Karlsruhe, Germany, 1994. Disponível em: <<http://www.uni-karlsruhe.de/Rudolf.Lohner/papers/tb2.ps.gz>>.
- NEUMAIER, A. The wrapping effect, ellipsoid arithmetic, stability and confidence regions. *Computing Supplementum*, Springer-Verlag, New York, v. 9, p. 175–190, 1993.