UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL

FACULDADE DE EDUCAÇÃO

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO

AS CONCEPÇÕES DE MATEMÁTICA DOS PROFESSORES E SUAS FORMAS DE CONSIDERAR OS ERROS DOS ALUNOS

Helena Noronha Cury

Porto Alegre, novembro de 1994

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL

FACULDADE DE EDUCAÇÃO

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO

Nível: DOUTORADO

AS CONCEPÇÕES DE MATEMÁTICA DOS PROFESSORES E SUAS FORMAS DE CONSIDERAR OS ERROS DOS ALUNOS

Helena Noronha Cury

Tese apresentada como requisito parcial para obtenção do Grau de Doutor em Educação

Profº Orientador: Dr. JUAN JOSÉ MOURIÑO MOSQUERA

Porto Alegre, novembro de 1994

FICHA CATALOGRÁFICA

C983c Cury, Helena Noronha
As concepções de matemática dos professores e suas formas de considerar os erros dos alunos / Helena Noronha Cury. - Porto Alegre, 1994.
276 f.

Tese (Doutorado) - Programa de Pós-Graduação em Educação, UFRGS.

1.Matemática - Ensino de 3° Grau 2.Matemática - Filosofia 3.Ensino - Avaliação 4.Análise de Erros (Ensino) I.Título

C.D.D. 510.07
378.16
C.D.U. 51:378:371.26

Ìndices Alfabéticos para o Catálogo Sistemático

Matemática - Ensino de 3° Grau - Avaliação de Aprendizagem

51:378:371.26

Elaborado por Sonia H. Vieira - CRB 10/526

Orientador:

Dr. JUAN JOSÉ MOURIÑO MOSQUERA

Livre Docente em Psicologia da Educação
Doutor em Pedagogia
Mestre em Educação e Psicologia Educacional
Professor Titular da UFRGS
Professor Titular da PUCRS
Professor Titular da Universidade Católica del Uruguay

COMISSÃO EXAMINADORA

Profº.Dr. Juan José Mouriño Mosquera-Orientador

Profª.Dra. Denise B.C. Leite

Profª.Dra.Circe Mary S. da Silva

Profº.Dr.Dalcídio Moraes Cláudio

AGRADECIMENTOS

Um Doutoramento envolve atividades as mais diversas além das disciplinas cursadas, tais como a participação em Seminários, Encontros e Congressos, a realização de pesquisas e de leituras, a orientação recebida. Dessa forma, uma tese de Doutorado é um trabalho que reflete as influências sofridas durante essa caminhada, e é tão grande o número de pessoas e Instituições que, de uma forma ou de outra, contribuem para a sua conclusão que é impossível nomeá-las. Agradeço a todos que me auxiliaram, embora cite apenas aqueles a quem deva mais diretamente estímulo e ajuda:

- ao meu orientador, Prof° Dr. Juan José Mouriño Mosquera, pela confiança depositada, pelo respeito às minhas convicções e pela liberdade de ação;

- à Coordenação do Programa de Pós-Graduação em Educação da FACED-UFRGS e aos professores das disciplinas que cursei, pelo incentivo recebido e pelas sugestões que enriqueceram meus trabalhos;

- ao CNPq, pelo apoio financeiro durante os quatro anos deste trabalho;

- à Pró-Reitoria de Pesquisa e Pós-Graduação da PUCRS, pela licença concedida para cursar o Doutorado;

- aos participantes desta pesquisa, professores de Departamentos de Matemática das Instituições de Ensino Superior da Grande Porto Alegre, especialmente àqueles que se dispuseram a serem entrevistados, pela disponibilidade e pela atenção, sem as quais este trabalho não teria se realizado.

SUMÁRIO

LISTA DE QUADROS

RESUMO

O presente trabalho busca analisar as relações entre as concepções de Matemática assumidas pelos professores e suas formas de considerarem os erros dos alunos.

As respostas dos participantes da pesquisa, professores dos Departamentos de Matemática das Instituições de Ensino Superior da Grande Porto Alegre, a um questionário aberto, forneceram elementos para responder às questões: Quais as concepções sobre Matemática que prevalecem entre os professores? Quais as relações entre as concepções dos professores e as formas de considerarem os erros dos alunos? Como se apresentam as incoerências entre as práticas dos professores, suas concepções e suas formas de considerarem os erros?

Foram escolhidos seis professores, dentre os que responderam ao questionário, para preencheram uma Ficha de Dados e serem entrevistados, com o intuito de aprofundar as questões e esclarecer as opiniões apresentadas.

Após a análise das respostas dos questionários e das entrevistas, é apresentada proposta de reformulação do ensino nos cursos de Licenciatura em Matemática, especialmente quanto à utilização dos erros como fator potencial de desenvolvimento dos alunos, proposta essa baseada em pressupostos lakatosianos e vygotskianos, privilegiando uma avaliação dinâmica, que leve em consideração a interação entre o aluno, os colegas e o professor.

ABSTRACT

The present paper aims to analize the relationship between the conceptions about Mathematics held by the professors and their ways of considering the students' errors.

The subjects - faculty members of Mathematics Departments from universities in the Porto Alegre area - answered to an open questionnaire and provided the elements to answer the following questions: What are the conceptions about Mathematics which prevail among the professors? What are the relationships between the professors' conceptions and their ways of considering the students errors? How are the incoherences among the professors' teaching, their conceptions and their ways of considering the errors presented?

Among those who answered the questionnaire, six professors were chosen to fill a file card and to be interviewed, with the purpose to study the matter further and elucidate the opinions presented.

After the analysis of the answers to the questionnaires and interviews, a proposal to reform the teacher training syllabuses is presented, specially in relation to the use of errors as a potential factor in the students' development. Such proposal is based on lakatosians and vygotskians approaches, favoring a dynamic evaluation, that takes into consideration the interaction among the student, the classmates and the professor.

RESUMEN

El presente trabajo busca analizar las relaciones entre los conceptos de Matemática sustentados por los docentes y las formas que emplean para considerar los errores de los alumnos.

Las respuestas de los participantes de la investigación, profesores de los Departamentos de Matemáticas de las Instituciones de Enseñanza Superior de la Gran Porto Alegre, a una encuesta abierta, aportaron elementos para contestar a las cuestiones: ¿ Cuáles son los conceptos de Matemática que prevalecen entre los docentes? ¿Cuáles son las relaciones entre los conceptos que tienen los docentes y las maneras cómo consideran los errores de los alumnos? ¿Cómo se presentan las incoherencias entre las prácticas de los docentes, sus conceptos y las formas como consideran los errores?

Se eligieron seis docentes, entre los que contestaron a la encuesta, para que rellenaran una Ficha de Datos y que fueran entrevistados con la intención de profundizar las cuestiones y aclarar las opiniones presentadas.

Tras el análisis de las respuestas de las encuestas, se presenta una propuesta para la reelaboración de la enseñanza en los cursos de Licenciatura en Matemática, especialmente cuanto a la utilización de los errores como elemento potencial al desarrollo de los alumnos, propuesta que se basa en presupuestos lakatosianos y vygotskianos, privilegiando una evaluación dinámica, que considere la interacción entre el alumno, los colegas y el docente.

INTRODUÇÃO

Na prática docente de mais de vinte anos em Instituições de Ensino Superior de Porto Alegre, trabalhando, em geral, com alunos de cursos de Licenciatura em Ciências ou Matemática, vimos acumulando uma série de preocupações no que tange a vários aspectos do ensino de Matemática no 3° grau, especialmente com aqueles relacionados à avaliação do desempenho dos alunos e aos erros por eles cometidos.

O interesse pelos erros levou-nos, inicialmente, à preocupação com os tipos de erros e com a possibilidade de classificá-los para discutir possíveis causas. Sob essa perspectiva, trabalhamos durante o curso de Mestrado em Educação, realizando uma pesquisa sobre os erros em demonstrações de Geometria Plana. Mais adiante, ainda com os mesmos objetivos, realizamos uma investigação com professores e alunos da disciplina **Cálculo Diferencial e Integral**. Em ambas as pesquisas, foram surgindo depoimentos que demonstraram ser o problema dos erros bem mais complexo do que havíamos até então suposto, envolvendo as concepções sobre Matemática e sobre o seu ensino e aprendizagem, assumidas pelos professores mas nem sempre explicitadas.

Propusemo-nos, então, com o presente trabalho, a estudar as concepções de Matemática dos professores e suas formas de considerar os erros cometidos pelos seus alunos, com o objetivo de analisar as possíveis relações entre essas concepções e as práticas avaliativas dos professores de Matemática de 3° grau. Nessa medida, ao desenvolver a presente pesquisa, buscamos responder às seguintes questões: Quais as concepções sobre Matemática que prevalecem entre os professores? Quais as relações entre as concepções dos professores e suas formas de considerar os erros dos alunos? Como se apresentam as incoerências entre as práticas dos professores, suas concepções e suas formas de considerar os erros?

Realizamos o trabalho a partir de questionários aplicados aos professores dos Departamentos de Matemática das Instituições de Ensino Superior da Grande Porto Alegre que têm cursos de Licenciatura em Matemática e de entrevistas com seis docentes dessas Instituições. Optamos por realizar a investigação com professores de Matemática de 3° grau, por ser esse o nível de ensino em que trabalhamos e, também, por acreditarmos que a falta de pesquisas sobre o ensino superior de Matemática dificulta o entendimento de certos problemas que surgem no ensino de 1° e 2° graus, conseqüência da reprodução por parte dos professores de um modelo de ensino transmitido pelos seus mestres nos cursos de Licenciatura em Matemática. O presente trabalho é, pois, uma contribuição para o estudo de um dos maiores problemas do ensino de Matemática - a avaliação - enfocado sob o ângulo das concepções filosóficas que norteiam o trabalho dos professores de 3° grau ao considerarem os erros dos alunos.

Na parte inicial do trabalho, são estabelecidos alguns pressupostos teóricos referentes às concepções filosóficas da Matemática, às práticas avaliativas e às possíveis inter-relações entre concepções e práticas, bem como são apresentadas diferentes perspectivas da análise de erros.

Na segunda parte, aparecem os resultados da pesquisa, com as características do campo da investigação e a análise das respostas aos questionários e entrevistas. Finalmente, a partir da análise e discussão dos resultados, é apresentada contribuição para uma possível modificação da situação vigente no ensino de Matemática de 3° grau, enfatizando, de modo especial, o uso dos erros no processo de ensino-aprendizagem.

1. CONSIDERAÇÕES INICIAIS

A EDUCAÇÃO MATEMÁTICA COMO CAMPO DE PESQUISA

Ao tecermos as considerações preliminares deste trabalho de pesquisa, queremos estabelecer, antes de tudo, as interfaces existentes entre a área de conhecimento na qual vamos trabalhar e aquela abrangida pelo Programa de Pós-Graduação em Educação da UFRGS, no qual realizamos o curso de doutorado. Este trabalho constitui-se, fundamentalmente, numa pesquisa em Educação Matemática e, para esclarecermos essa afirmativa, é necessário, primeiramente, discutir o que entendemos por Educação Matemática.

Dependendo da origem da publicação, encontra-se várias expressões, tais como *Mathematics Education, Didaktik der Mathematik, Didactique des Mathématiques*, que, em um primeiro momento, são aceitas como sinônimas. No entanto, existem algumas diferenças que, se não prejudicam o uso dos textos e das idéias esposadas, precisam ser comentadas para melhor apresentarmos nossas próprias idéias.

Explicando os problemas do desenvolvimento da Educação Matemática como ciência, Krygowska afirma:

> "A Didática da Matemática está se desenvolvendo como uma típica disciplina de 'fronteira'. Qualquer disciplina independente é caracterizada pela especificidade de seus problemas, de sua linguagem e de seus métodos de pesquisa. Na primeira fase de seu desenvolvimento, o assunto fronteiriço tem uma condição um pouco indefinida. Em particular, seus métodos de pesquisa podem ser completamente não-homogêneos. Por um lado, a educação matemática se desenvolve na fronteira da matemática, de sua filosofia

e sua história; por outro lado, na fronteira da pedagogia e psicologia. "(KRYGOWSKA, apud SKOVSMOSE, 1985, p.337).[1]

Howson, em sua apresentação dos anais do 2º Congresso Internacional de Educação Matemática, realizado em Exeter, Inglaterra, refere-se às dificuldades da Comissão Organizadora em decidir sobre que temas deveriam ser abordados, visto ser a Educação Matemática uma área em formação:

> "A Educação Matemática é um tópico totalmente diferente, em natureza, da Matemática. Embora não haja deficiência de *teorias* na primeira, há uma notável falta de *teoremas*, pois, efetivamente, não há um sistema axiomático aceito que, mesmo de forma incipiente, modele e seja modelado pelo processo educacional." (HOWSON, 1973, p.4).

Vemos, aqui, as dificuldades encontradas na aceitação da nova disciplina. O 1º Congresso Internacional de Educação Matemática foi realizado em 1969, em Lyon; não obstante, quando da realização do 2º Congresso, em 1972, alguns matemáticos, como Howson, ainda reclamavam da falta de axiomatização na Educação Matemática. Em uma época de forte influência bourbakista, provavelmente não se entendia uma disciplina cujos conceitos não estivessem estruturados em um corpo rígido de proposições, com as quais se pudesse modelar a prática.

Na explicitação dos temas que foram abordados no Congresso, Howson, no entanto, já aponta os tópicos que serão, nos anos seguintes, incorporados ao campo da Educação Matemática: psicologia, linguagem, processo de ensino-aprendizagem, história e filosofia da Matemática, avaliação em Matemática, atividades extra-curriculares em Matemática e novas tecnologias aplicadas ao ensino de Matemática.

---

[1] A tradução desse texto, bem como de todos os outros textos em língua estrangeira citados neste trabalho, foi por nós realizada.

Na década seguinte, já encontramos novas conceituações, mais ou menos amplas. Brousseau explica que "a 'didática das matemáticas' estuda as atividades didáticas, isto é, as atividades que têm por objetivo o ensino, evidentemente no que elas têm de específico para a matemática." (BROUSSEAU, 1986, p.35). Em outro texto, o mesmo autor usa uma idéia um pouco diversa para definir *didática das matemáticas*: é "o estudo da evolução das interações entre um saber, um sistema educativo e os alunos, com o fim de otimizar os modos de apropriação desse saber pelo sujeito."(BROUSSEAU, apud EL BOUAZZOUI, 1988, p.13).

Já Michelle Artigue apresenta uma definição que amplia a **fronteira** mencionada por Krygowska:

> "É freqüente apresentar a didática das matemáticas como um campo científico no cruzamento de diversos outros campos: matemática, epistemologia, linguística, psicologia, sociologia, ciências da educação...e, sublinhando o papel que podem desempenhar essas ciências em seu desenvolvimento, insistir sobre o fato de que a problemática didática leva a remanejar mais ou menos profundamente as ferramentas, conceituais ou metodológicas, que a pesquisa delas toma emprestadas." (ARTIGUE, 1989, p.1).

Artigue parece aceitar que a *didática das matemáticas* não esteja isolada, mas que se relacione estreitamente com as outras ciências das quais "toma emprestados" conceitos e métodos.

Michael Otte diz que "o objeto da didática da matemática como ciência é o sistema de relações entre as pessoas, vistas como indivíduos de posse de seu papel social, que tomam parte na realização do ensino da Matemática." (OTTE, 1991, p.79). Nessa colocação, surge o ser humano como principal elemento da *didática da matemática*: esse novo campo do conhecimento existe porque existem pessoas envolvidas com o ensino de Matemática e essas vão estabelecer relações entre si e com o conhecimento matemático.

Em nosso País, Carvalho, sugerindo que devemos desenvolver nosso próprio conceito de Educação Matemática, procura definí-la de uma forma bem geral:"é o estudo de todos os fatores que influem, direta ou indiretamente, sobre todos os processos de ensino-aprendizagem em Matemática e a atuação sobre estes fatores." (CARVALHO, 1991, p.18).

No entanto, essa é uma definição muito ampla e, para delimitar o campo, o autor acrescenta que a Educação Matemática "emprega contribuições de muitas áreas, mas estas contribuições são trabalhos de Educação Matemática somente se estiverem voltadas para o ensino-aprendizagem em Matemática."(Ibid., p.18).

Em síntese, aceitando a conceituação de Brousseau, que vê a *didática das matemáticas* como interação entre o conhecimento matemático, os alunos e o professor, a idéia de Artigue, de que esse novo campo de conhecimento está no cruzamento de diversas ciências e o alerta de Otte sobre a importância dos indivíduos no contexto social do ensino de Matemática, podemos expor, então, nossa conceituação: **a Educação Matemática é um campo interdisciplinar, que emprega contribuições da Matemática, de sua Filosofia e de sua História, bem como de outras áreas tais como Educação, Psicologia, Antropologia e Sociologia. Seu objetivo é o estudo das relações entre o conhecimento matemático, o professor e os alunos, relações essas que se estabelecem em um determinado contexto sócio-cultural. Seus métodos são variados, porque são originários das diversas áreas que a subsidiam.**

O presente trabalho sobre as concepções dos professores de Matemática e suas influências sobre a forma como eles consideram os erros dos alunos é, portanto, uma pesquisa em Educação Matemática, visto que estuda as relações entre o conhecimento matemático, o professor e os alunos, relações essas que se expressam nas concepções e crenças dos professores e nas formas de avaliar os erros dos alunos.

Valeria ainda ressaltar que o trabalho não se concentra na Filosofia , na Filosofia da Matemática, na Psicologia ou na Educação. É antes uma pesquisa na "encruzilhada" destas ciências e, dessa forma, apropriar-nos-emos daqueles conceitos dessas ciências que forem necesários para responder às questões por nós formuladas.

Tendo esclarecido nosso conceito de Educação Matemática aqui adotado, queremos, agora, explicitar os posicionamentos quanto à Matemática e seu ensino que fundamentam e direcionam o trabalho.

Nossa formação em Matemática, bem como o início de nossa prática docente, desenvolveram-se no começo da década de 70, quando a influência da Matemática Moderna ainda se fazia sentir no ensino desta disciplina. O formalismo, subjacente à Matemática bourbakista, era considerado o paradigma da filosofia da Matemática e seu raio de ação extendia-se desde os primeiros anos de escolaridade até a Universidade, conforme apontam Davis e Hersh (1985), criticando a introdução do estilo formalista, através da Matemática, em todos os níveis de ensino.

O desconforto com o panorama vigente tanto nos cursos em que nos formamos como naqueles em que lecionamos, unia-se ao de outros colegas que conosco debatiam em reuniões e congressos. Aos poucos, através de leituras na área de Educação e Educação Matemática, fomos descobrindo outras idéias para o ensino de matemática, baseadas em novos modelos, distintos do Platonismo e do Formalismo.

Tivemos contacto, então, com as idéias de Lakatos, através dos trabalhos de educadores e filósofos matemáticos, preocupados com currículo (como Confrey), análise de erros (como Borasi), filosofia da Matemática (como Davis e Hersh, Ernest, Tymockzo). O novo paradigma que se vem formando, contesta as teses absolutistas e preocupa-se em descrever a Matemática como ela é e não como deveria ser praticada. O conhecimento matemático não é visto como verdade absoluta, mas é corrigível e sujeito a revisões. Como uma atividade humana, não é isolado das necessidades da sociedade.

Aceitando tais idéias, podemos, agora, esclarecer o posicionamento que embasa este trabalho. Acreditamos que a Matemática é uma atividade humana, sujeita a erros e correções, com origem nas necessidades e problemas da sociedade, em cada época e cultura. O trabalho dos matemáticos não está, portanto, desligado da realidade e leva em consideração a origem histórica dos conceitos, as tentativas anteriores de resolver o problema matemático e as necessidades da ciência e da sociedade.

O ensino de Matemática, em consonância com essa visão, deve proporcionar ao aluno o envolvimento com os problemas da sua realidade sócio-cultural e a possibilidade de construir suas próprias soluções. Os erros cometidos pelos alunos fazem parte do próprio processo de elaboração do conhecimento e devem ser fonte de exploração de novas idéias e novos conteúdos matemáticos.

Feitas essas considerações, podemos, agora, justificar a escolha da área temática da pesquisa.

A ESCOLHA DA ÁREA TEMÁTICA

Desde os primeiros anos em que a Educação Matemática começou a firmar-se como campo de investigação autônomo, são discutidas as relações entre a prática dos professores de Matemática e suas concepções filosóficas. Esse assunto foi abordado por dois dos mais insignes pensadores de nosso século - Jean Piaget e René Thom - em suas palestras como convidados especiais ao 2° Congresso Internacional de Educação Matemática, realizado em Exeter, em 1972.

Piaget, discutindo as orientações para a Educação Matemática, criticava certas posturas vigentes:

> "Se o Platonismo está certo e os entes matemáticos existem independentemente da matéria, ou se o positivismo lógico está correto em reduzí-los a uma sintaxe e semântica gerais, em ambos os casos seria justificável enfatizar a simples transmissão da verdade do professor para o aluno e usar, tão cedo quanto possível, a linguagem do professsor, isto é, a linguagem axiomática, sem preocupar-se muito com as idéias espontâneas da criança."(PIAGET, 1973, p.79).

A concepção platônica e a formalista, portanto, estão englobadas nessa crítica. Piaget mostra não aceitar a idéia de que as verdades matemáticas devam ser transmitidas aos alunos, desconsiderando sua capacidade de construção do conhecimento.

Thom, por sua vez, criticando a Matemática Moderna, apontava suas origens:

> "De fato, quer se queira quer não, toda a pedagogia matemática, mesmo se escassamente coerente, apoia-se em uma filosofia da matemática. A tendência modernista é baseada essencialmente na concepção formalista da matemática."(THOM, 1973, p.204).

No decorrer dos anos, muitos pesquisadores têm se dedicado a investigar as relações entre concepções e práticas dos professores. Não obstante, como já assinalamos anteriormente, os resultados das pesquisas nem sempre coincidem: enquanto alguns investigadores apontam a influência direta das concepções sobre as práticas, outros consideram a existência de vários fatores que relativizam a importância das concepções. No entanto, todos são unânimes em afirmar que o tema é importante e que muitas outras investigações deveriam ser feitas para tentar esclarecer todos os aspectos dessas relações.

Em pesquisas por nós realizadas sobre análise de erros (Cury, 1988, 1990), sentimos a falta de uma melhor compreensão das concepções dos professores, para analisarmos os depoimentos dos alunos, especialmente quando se referiam aos professores e às disciplinas por eles lecionadas.

No primeiro trabalho (Cury, 1988), analisamos os erros cometidos por alunos de um curso de Licenciatura em Matemática, em uma prova simulada de Geometria Plana. Após a análise dos erros, entrevistando os alunos para detectar as possíveis causas desses erros, registramos vários comentários que nos fizeram questionar a influência das concepções dos professores na origem dos erros.

A preocupação com o formalismo, a compartimentação dos conteúdos em disciplinas isoladas, cada uma delas encerrando sua verdade, por exemplo, são características da visão formalista de alguns professores, que se projetam sobre o trabalho do aluno e cerceiam sua criatividade.

Reproduzimos, abaixo, dois dos depoimentos mais marcantes obtidos nessa primeira pesquisa:

> "Agora eu complico tudo. Logo que eu entrei na faculdade, para mim era tudo barbada, eu achava tudo fácil. Agora não, faço um bicho de sete cabeças de uma coisinha banal.(...) Aquilo lá tu não pode, aquilo tu ainda não aprendeu, não pode colocar como justificativa. Agora, num teorema, eu sei uma coisa e penso: Será que isto na faculdade eu já aprendi, já posso usar como definição?"

> "As próprias demonstrações são muito compartimentadas, porque cada ramo da Matemática parte de determinados pressupostos e partindo daqueles, tu tens que usar aquilo e então outros pressupostos não interessam. Por exemplo, eu estou demonstrando um teorema, de repente ponho uma coisa ali e a professora chega e diz: *Não, isto é verdadeiro, mas tu não podes usar porque nós estamos noutra teoria.* Tá, daí tem que apagar e procurar algo naquela teoria." (CURY, 1988, p.158).

Mesmo que os alunos estejam resolvendo corretamente a questão, ou seja, estejam utilizando definições e propriedades válidas a respeito dos entes matemáticos em questão, alguns professores, como os citados nos depoimentos acima, só aceitam o que estiver rigorosamente de acordo com os axiomas e teoremas por eles apresentados.

Nesse caso, não se trata de eliminar o erro, pois não houve erro propriamente dito. É a eliminação de uma tentativa válida, correta, de resolução do problema, que poderia ser aproveitada para discutir a própria axiomatização, o que poderia auxiliar o professor e os alunos a mergulharem em novas conjeturas, a pensarem em novos caminhos para a construção daquela teoria. Será essa a atitude usual dos professores?

Na segunda pesquisa, realizada com alunos de Cálculo Diferencial e Integral (Cury, 1990), trabalhamos com as provas de avaliação aplicadas a todas as turmas da disciplina, em um determinado semestre letivo, analisando as respostas a uma determinada questão e as correções já feitas pelos respectivos professores, para detectar os erros e discutir as possíveis causas com a equipe de professores.

Notamos, ao ouvir os professores, que havia uma divergência de pontos de vista sobre a formulação das questões, sobre os critérios de avaliação e, até, sobre os próprios erros. Muitos dos professores se deram conta, ao ouvirem as opiniões dos colegas, de que suas posturas eram demasiadamente rígidas e, procurando justificá-las, fizeram afirmações como as que seguem: "Mas esta é a maneira de avaliar que meus professores sempre usaram, foi assim que eu aprendi"; ou então: "Nossa formação teve muita influência do formalismo; para nós uma demonstração só está certa se todos os passos foram justificados."

Observamos, então, que as concepções dos professores sobre a Matemática e sobre o ensino dessa disciplina estavam influenciando sua maneira de avaliar os erros e que a conscientização dessas concepções por parte dos professores poderia ser um fator de mudança em suas práticas docentes.

Propusemo-nos, assim, com o presente trabalho, a aprofundar o estudo sobre as concepções e as práticas avaliativas dos professores de Matemática, buscando identificar as relações entre tais concepções e as formas como os professores consideram os erros dos alunos.

Vamos, a seguir, revisar algumas pesquisas sobre concepções e crenças dos professores e como são nelas utilizados esses termos.

2. CONCEPÇÕES E CRENÇAS: PESQUISAS REALIZADAS E SIGNIFICADOS DOS TERMOS UTILIZADOS

O INTERESSE PELAS CONCEPÇÕES E CRENÇAS DOS PROFESSORES DE MATEMÁTICA

O interesse pelas concepções e crenças dos professores de Matemática a respeito dessa disciplina e a influência que tais concepções têm sobre suas práticas teve origem no início do século XX, a partir das preocupações dos psicólogos sociais que procuravam entender a influência das crenças sobre o comportamento das pessoas.

Hadamard, em seu ensaio sobre a psicologia da invenção no campo da Matemática, cita uma pesquisa, realizada em 1902 por vários matemáticos com o auxílio de Claparède, a respeito dos métodos de trabalho dos matemáticos. Mesmo não sendo mencionadas explicitamente as crenças e concepções, elas estão subjacentes às perguntas do questionário. A questão "você está mais interessado na ciência matemática por si mesma ou em suas aplicações aos fenômenos naturais?" (Apud HADAMARD, 1945, p.137), por exemplo, sugere dois tipos de resposta, duas visões sobre a Matemática que influenciariam os trabalhos dos matemáticos na direção da Matemática Pura ou da Aplicada.

Nas décadas de 30 a 60, o interesse pelas concepções e crenças diminuiu, devido às dificuldades em estudar esses constructos com os métodos de pesquisa então vigentes, influenciados pelo associacionismo e pelo behaviorismo. A partir da década de 70, quando a Educação Matemática começou a firmar-se como disciplina autônoma, principalmente nos Estados Unidos e Inglaterra, houve um aumento do número de pesquisas, agora com novos instrumentos metodológicos, cujos resultados inúmeros autores têm relatado, em artigos publicados nos principais periódicos de Educação Matemática. (Thompson, 1992).

A influência das concepções e crenças sobre as práticas dos professores e sobre o desempenho dos alunos em Matemática parece ser aceita pela maior parte dos que pesquisaram o assunto; alguns apontam uma influência direta das concepções sobre as práticas, outros consideram a existência de outros fatores sobre o trabalho docente, mas todos se preocupam em salientar a necessidade de realização de pesquisas sobre o assunto.

Blaire (1981) comenta os "movimentos" na Filosofia da Matemática, tais como o logicismo, o intuicionismo e o formalismo e as diferentes perspectivas para o ensino da Matemática: ensiná-la como uma arte, como um jogo ou como uma técnica. No final de seu artigo, Blaire sugere que os professores deveriam conscientizar-se das diferentes perspectivas, para adequar seu ensino às necessidades do próximo século.

Lerman (1983) critica o artigo de Blaire, por considerar que as conexões entre a filosofia da matemática e os estilos de ensino são muito mais fortes, porém muito mais difíceis de serem detectadas na prática docente. Já agrupa, no entanto, as visões sobre a natureza da Matemática em torno das perspectivas Euclideana e Lakatosiana e, como conseqüência, agrupa os estilos de ensino em torno das práticas centradas no conteúdo e aquelas centradas na resolução de problemas.

Na mesma linha de Lerman, segue Ernest (1989a, 1991a, 1991b), que relaciona as concepções sobre a natureza da Matemática com modelos de ensino, apontando a dicotomia entre as visões absolutista e falibilista, e sugerindo a adoção de uma nova filosofia para a Educação Matemática.

Thompson faz um trabalho com professoras de 2° grau, examinando as relações entre as concepções por elas assumidas e as suas práticas. As três entrevistadas mencionaram aspectos da Matemática que a caracterizam como sistema organizado, preciso e rigoroso, no qual os conteúdos são interrelacionados e conectados logicamente. Ao apontar outros aspectos relacionados com a natureza da Matemática, no entanto, as profesoras apresentaram diferenças que fizeram com que a pesquisadora identificasse três concepções de Matemática: a *platônica*, a *instrumental* e a de *resolução de problemas*. As duas primeiras são, portanto, visões absolutistas, enquanto que a concepção mais dinâmica da terceira entrevistada, aceitando estar a Matemática em constante mudança, aponta para um possível opção pelo falibilismo. Thompson (1984) conclui seu estudo afirmando que há uma relação complexa entre as concepções dos professores e suas decisões e comportamentos instrucionais.

A ausência de reflexão sobre as concepções e práticas, evidenciada nas pesquisas revisadas por Thompson (1992), leva a autora a sugerir que se explore maneiras de auxiliar os professores a justificarem suas ações e debaterem alternativas para as práticas.

Dossey revisa as concepções sobre a Matemática e seu ensino e também propõe mudanças no sentido de uma maior reflexão sobre todos os aspectos envolvidos no processo de ensino e aprendizagem:

> "Os educadores matemáticos necessitam enfocar a natureza da matemática no desenvolvimento da pesquisa, do currículo, do treinamento de profesores, do ensino e da avaliação, à medida em que se esforçam para compreender seu impacto sobre o ensino e a aprendizagem de matemática." (DOSSEY, 1992, p.46).

Llinares e Sanchez (1989) pesquisaram o papel desempenhado pelas crenças sobre a natureza da matemática e de seu ensino na prática de ensino desenvolvida por alunos de um curso de formação de professores primários, na Espanha. Através da análise de conteúdo realizada sobre os dados obtidos em entrevistas, diários de práticas e fichas de observação, os pesquisadores concluíram que as crenças dos alunos-professores têm origem, em grande parte, nas suas experiências prévias como alunos de Matemática. Assim sendo, os cursos de formação de professores deveriam enfatizar não só a aquisição de conhecimentos matemáticos, mas também a possibilidade de desenvolver experiências de ensino em que as crenças dos futuros mestres viessem à tona e pudessem ser discutidas.

Nessa perspectiva de auxiliar os professores a modificarem suas crenças, pode ser classificado o trabalho de Santos com futuros professores de séries iniciais, expostos a várias atividades desafiadoras em termos de resolução de problemas. Segundo a pesquisadora, o estudo feito "revelou que crenças permanentes podem ser desafiadas e começam a mudar quando é dada a oportunidade aos estudantes de controlarem suas próprias aprendizagens e construírem uma compreensão da Matemática." (SANTOS, 1993, p.34).

O interesse pela pesquisa sobre as concepções dos professores está-se difundindo por vários países, especialmente através dos professores que trabalham em conjunto com pesquisadores em Educação Matemática das universidades americanas e inglesas. Prova disso são os debates sobre a relação entre as concepções dos professores, suas práticas e sua formação, realizados durante o Seminário de Investigação em Educação Matemática, em 1992, em Portugal (Ponte et al.,1992). Também podemos citar a conferência realizada por Gómez (1993) , na Universidade Nacional da Colômbia, em que foram apresentados os marcos conceituais sobre o tema e as perspectivas para futuros trabalhos na Universidade dos Andes.

Entre os trabalhos portugueses, salienta-se a pesquisa, realizada por Guimarães (1993), sobre concepções e práticas de quatro professores de Matemática do ensino secundário, com o objetivo de identificar as concepções relativas à Matemática e seu ensino, buscando evidenciar os seus traços mais relevantes, bem como suas diferenças e contrastes. A infalibilidade da Matemática, o rigor, a objetividade e a aplicabilidade dessa ciência, e o fato de pré-existir independentemente do homem são características apontadas pelos entrevistados ao referirem-se à Matemática; são, portanto, visões absolutistas

Os focos temáticos da pesquisa acadêmica em Educação Matemática no Brasil foram classificados por Fiorentini, em seu trabalho junto ao CEMPEM-FE-UNICAMP e apresentados em Fiorentini (1993). Sobre concepções filosóficas da Matemática e/ou concepções e percepções que são atribuídas à Matemática e ao seu ensino, podemos citar, entre outras, as dissertações de Medeiros (1985) e Carvalho (1989). A primeira pesquisadora entrevista professores de Matemática que são, também, pesquisadores em Educação Matemática; ela não classifica as concepções expressas pelos entrevistados, mas faz uma análise e interpretação dos depoimentos, buscando a ideologia subjacente aos discursos.

Carvalho (1989) realiza um trabalho com professoras de séries iniciais, objetivando analisar as concepções de Matemática assumidas por tais professoras. Mesmo não tendo um roteiro diretivo para a entrevista, a pesquisadora preocupa-se em abordar o tema **concepção de Matemática**, colocando a pergunta: "o que é a Matemática para você?". As respostas das quinze entrevistadas são apresentadas, resumidamente em quadros, e, em anexo, aparecem os textos completos.

Retomando esses textos, agrupamos as respostas das entrevistadas em três classes: a) as que consideram a Matemática presente em todas as atividades da vida e salientam seu caráter instrumental; b) as que vêem a Matemática como algo prazeroso; e c) as que consideram a Matemática como a ciência que desenvolve o raciocínio ou que a percebem como um jogo. Pela leitura dos depoimentos, podemos ver semelhanças entre as idéias expostas pelas professoras entrevistadas por Carvalho (1989) e por Thompson (1984): em ambas as pesquisas, surge a concepção utilitária, que aponta a Matemática como **instrumento** para resolver problemas; também o prazer sentido por algumas professoras ao estudar Matemática e **brincar** com ela e o entusiasmo com o seu ensino são mencionados em ambos os trabalhos.

Entre as dissertações e teses listadas por Fiorentini (1993), no entanto, parece-nos que nenhuma trata, especificamente, da relação entre as concepções dos professores e as formas de avaliar os erros dos alunos.

OS SIGNIFICADOS DE *CONCEPÇÃO* E *CRENÇA*

Embora utilizados por vários pesquisadores sem maiores cuidados, os termos *concepções* e *crenças* não têm aceitação unânime, e suas definições são, às vezes, conflitantes. Talvez por esse motivo, os textos mais recentes apresentam uma conceituação dos termos e as diferenças entre eles. Problemas de tradução têm, também, influenciado a forma como alguns autores se referem aos constructos.

Para justificar a escolha do termo *concepção* e do sentido com que vamos empregá-lo, será feita, inicialmente, uma apresentação das idéias de vários pesquisadores.

Ernest parece não fazer uma distinção clara entre os termos *concepção*, *crença*, *opinião* (ou ponto de vista, visão) e *modelo*[1] . Ernest (1989 b) faz referência às opiniões dos professores sobre a natureza da Matemática, distinguindo as que a vêem como um produto, das que a consideram um processo.

Em outro texto, o mesmo autor utiliza os três termos, *concepções*, *crenças* e *opiniões*, referindo-se à natureza da Matemática e a seu ensino e aprendizagem. Primeiramente, ele diz que "os conteúdos ou esquemas mentais dos professores de matemática incluem o conhecimento de matemática, as crenças sobre a matemática e seu ensino e aprendizagem e outros fatores." (ERNEST, 1991 a, p.249).

---

[1] Em inglês, *conception*, *belief*, *view* e *model*, respectivamente.

Considerando que o conhecimento é um fator importante, mas não é suficiente para estabelecer as diferenças entre as práticas, Ernest diz que a ênfase será colocada nas crenças e explica:

> "Os componentes principais das crenças dos professores de matemática são: sua opinião ou concepção sobre a natureza da matemática; seu modelo ou opinião sobre a natureza do ensino de matemática; seu modelo ou opinião sobre o processo de aprendizagem de matemática."(Ibid., p.250).

Portanto, esse autor parece englobar, com o termo *crenças* , os outros constructos (concepções, opiniões, modelos). No entanto, logo em seguida acrescenta:

> "A concepção do professor sobre a natureza da matemática é seu sistema de crenças relativamente à matemática como um todo. Tais pontos de vista formam a base da filosofia da matemática, embora as opiniões de alguns professores podem não ter sido elaboradas em filosofias completamente articuladas.(...) As concepções do professor sobre a natureza da matemática de forma alguma têm que ser opiniões conscientemente definidas; antes, elas podem ser filosofias implicitamente mantidas."(Ibid., p.250).

No parágrafo acima citado, Ernest parece ter invertido os conceitos, indicando que as concepções englobam as crenças, de forma a tornarem-se sinônimos de *sistema de crenças*.

Gostaria de salientar as dificuldades de tradução dos termos utilizados tanto por Ernest como dos empregados por demais autores, pois o uso de um ou outro termo pode sempre ter sido decidido apenas por exigências de estilo (por exemplo, usar sinônimos para não repetir sempre a mesma palavra na frase). Quando Ernest, em um certo trecho, usa, em uma mesma frase, as palavras *concepção* e *opinião*, reporta-se a Thom (1973). Esse, no entanto, usou apenas a palavra *concepção*, referindo-se à filosofia da matemática (concepção formalista, no caso, à p.204).

Dossey (1992) também não define os termos que utiliza, e nele encontramos as palavras *concepção* e *visão*. No ítem relativo às concepções de matemática, o autor discute a natureza da matemática, citando Platão, Aristóteles, Kant, Descartes, os filósofos da matemática dos séculos XIX e XX e as visões modernas. Refere-se à "visão de Platão", à "visão de Aristóteles", etc. Mais adiante, Dossey alude à concepção de matemática defendida pelo professor e, em seguida, no item relacionado com a pesquisa em educação matemática, diz:

> "Pelo menos cinco concepções de matemática podem ser identificadas na literatura sobre educação matemática. Essas concepções incluem dois grupos de estudos sobre a visão externa (Platônica) da matemática. Os três grupos de estudo restantes seguem uma visão mais interna (Aristotélica)." (DOSSEY, 1992, p.43).

Parece-nos, então, que esse autor utiliza os dois termos, *concepção* e *visão*, como sinônimos. Nele, só encontramos a palavra *crença* no final do texto, quando se refere às "crenças dualísticas ou múltiplas à respeito da matemática."(Ibid., p.45).

Para esclarecer melhor o uso dos termos, reportemo-nos a Thompson, que discorreu sobre os problemas de conceituação. Em primeiro lugar, a autora cita as crenças (*beliefs*) e reclama da falta de definições sobre o termo : "Na sua maioria, os perquisadores têm assumido que os leitores sabem o que são as crenças." (THOMPSON, 1992, p.129). Em seguida, salienta a necessidade de fazer uma distinção entre crença e conhecimento, pois ambos os termos aparecem como sinônimos em alguns textos sobre educação.

Thompson sugere, então, a busca a textos de filosofia e psicologia para aqueles que querem um aprofundamento sobre o assunto e furta-se de dar uma definição. Distingue os termos, apenas pelas suas características: as crenças podem ser mantidas com diferentes graus de convicção, não são consensuais e dependem das experiências pessoais do sujeito. O conhecimento, diferentemente, é associado à verdade, e há uma concordância geral sobre os processos de julgamento de sua validade. Mais adiante, a autora comenta a expressão *sistema de crenças*, novamente remetendo a outros autores que trataram do assunto.

Entre os autores mencionados por Thompson, podemos recorrer a Rokeach, que trata da organização e modificação das crenças. Para ele, "as crenças são inferências feitas por um observador sobre estados subjacentes de expectativa." (ROKEACH, 1986, p.2). Quanto ao *sistema de crenças*, para defini-lo, o mesmo autor expressa-se nos seguintes termos:

> "Um sistema de crenças pode ser definido como representando em seu interior, em alguma forma psicologicamente organizada mas não necessariamente lógica, cada uma e todas as incontáveis crenças de uma pessoa à respeito da realidade física e social."(Ibid., p.2).

Rokeach considera que as crenças de um indivíduo variam ao longo de uma dimensão central-periférica. As crenças centrais são aquelas mantidas mais firmemente, enquanto que as periféricas são suscetíveis de mudança. Entre os principais tipos de crenças, cita as *primitivas* - aquelas adquiridas a partir do "encontro direto" com o objeto da crença, e que são reforçadas pelo consenso social unânime do grupo ao qual a pessoa pertence - e as *derivadas*, que são as crenças emanadas de uma autoridade em quem o indivíduo confia.

Vemos, assim, a importância das influências dos mestres e colegas na formação do sistema de crenças dos professores a respeito da Matemática. As idéias veiculadas pela cultura matemática, a partir das principais correntes filosóficas da Matemática, disseminam-se entre os matemáticos, entre os autores de livros-texto, entre os pesquisadores em Educação Matemática, entre os responsáveis pelos currículos dos cursos de Licenciatura, enfim, entre aqueles que têm alguma influência sobre o futuro professor de Matemática. Esse professor tem, então, suas crenças primitivas reforçadas pelo consenso da comunidade e pela autoridade dos mestres.

Voltando às idéias de Thompson, vemos que a autora define, especificamente, *concepção*:

> "A concepção de um professor sobre a natureza da matemática pode ser vista como as crenças conscientes ou

> subconscientes daquele professor, os conceitos, significados, regras, imagens mentais e preferências relacionados com a disciplina. Essas crenças, conceitos, opiniões e preferências constituem os rudimentos de uma filosofia da matemática, embora para alguns professores elas podem não estar desenvolvidas e articuladas em uma filosofia coerente."(THOMPSON, 1992, p.132).

Portanto, para Thompson, a noção de *concepção* é mais ampla, pois inclui o sistema de crenças. Quando se refere a uma filosofia da Matemática, lembra-nos a observação de Ernest:

> Uma ambiguidade sistemática deveria ser assinalada. *A* filosofia da matemática é o campo global de investigação filosófica sobre a natureza da matemática. Por outro lado, *uma* filosofia da matemática é uma consideração ou opinião particular sobre a natureza da matemática." (ERNEST, 1991 b, p.xiv).

No desenvolvimento de seu trabalho, Thompson vai empregando juntos os termos *concepções* e *crenças* e fala, ainda, de *opiniões*. Examinando outro texto da mesma autora (Thompson, 1984), vemos que sua pesquisa sobre as concepções de três professoras de 2º grau inclue as crenças, as opiniões e as preferências dessas professoras a respeito de Matemática.

Portanto, mesmo que tenha empregado as três palavras (concepções, crenças, opiniões), em alguns momentos sem distingui-las, parece-nos que Thompson é coerente, usando, em sua prática de pesquisa, o conceito mais amplo (concepções) e englobando, com esse termo, toda a filosofia da matemática particular de cada professor.

Em textos em língua portuguesa ou espanhola, baseados em autores americanos ou ingleses, encontramos diferentes traduções. Matos (1992) diz ter traduzido a palavra inglesa *belief* pelo termo *concepção* e tece considerações sobre as confusões na definição do conceito. Em geral, ao tentar explicitá-lo, segue autores americanos (Lester, Garofalo) e apresenta idéias semelhantes às de Thompson, mencionando, inclusive, *sistemas de concepções* no mesmo sentido em que a autora usa *sistema de crenças*.

É interessante notar que, no mesmo livro em que Matos escreve, há outro capítulo, de responsabilidade de Ponte (1992) , em que esse afirma ter utilizado *crenças* como tradução da palavra inglesa *beliefs*. Esse autor reporta-se constantemente à obra de Thompson, ao comentar as *concepções* acerca da Matemática.

Llinares e Sanchez, espanhóis, usam a expressão *crenças epistemológicas*, em um sentido amplo que inclui opiniões, visões e crenças:

> "...tanto *a compreensão das noções de matemática escolar que tem que ensinar* como as *crenças epistemológicas* que o estudante para professor leva consigo em relação à natureza da matemática e seu ensino e sobre seu papel como professor e o das crianças como aprendizes, devem ser consideradas como elementos integrantes de seu `marco de referência' que condiciona 'seu' processo de chegar a ser um professor."(LLINARES e SANCHEZ, 1989, p.390).

Guimarães, pesquisador português, fez uma revisão das pesquisas sobre concepções, citando, também, alguns dos autores por nós mencionados, e encontra uma diversidade de termos utilizados pelos investigadores: concepções, crenças, convicções, perspectivas, pontos de vista, preferências e princípios. Por fim, o autor apresenta a <u>sua</u> forma de definir "compreensivamente" o termo *concepção*:

> "...um esquema teórico, mais ou menos consciente, mais ou menos explícito, mais ou menos consistente, que o professor possui, que lhe permite interpretar o que se lhe apresenta ao seu espírito, e que de alguma maneira o predispõe, e influencia a sua acção, em relação a isso." (GUIMARÃES, 1993, p.20).

Vemos, então, que não há concordância entre os diversos pesquisadores a respeito do uso dos termos *concepções* e *crenças* e que precisamos buscar nossas próprias definições, para esclarecer o uso que fazemos dos mencionados termos na presente pesquisa. Para tanto, vamos, primeiramente, buscar os seus significados em dicionários de Língua Portuguêsa (Aurélio), de Língua Inglesa (Webster's) e de Filosofia (Lalande).

Segundo o Aurélio, entre os vários significados para *concepção*, podemos listar: " O ato de conceber ou criar mentalmente, de formar idéias, especialmente abstrações: *A concepção de um princípio filosófico, de uma teoria matemática* . Noção, idéia, conceito, compreensão: *Sua concepção de autoridade está baseada nos moldes tradicionais*. Modo de ver, ponto de vista; opinião, conceito. (FERREIRA, 1975, p.358).

Crença, segundo o mesmo dicionário, é, entre outras acepções: convicção íntima; opinião adotada com fé e convicção. (Ibid., p.399).

Em inglês, o Webster's registra, para *concepção* (*conception*), entre outros, os seguintes significados: "a capacidade, função ou processo de formar idéias ou abstrações ou de compreender o significado dos símbolos que representam tais idéias ou abstrações; uma idéia ou noção geral." (WEBSTER'S, 1976, p.469-470).

Para *crença* (*belief*), o mesmo dicionário indica as palavras **fé**, **crédito**, **confiança**, como sinônimos e explica: *crença* significa aceitação mental ou aprovação de algo oferecido como verdadeiro, com ou sem certeza. (Ibid., p.200).

Em termos filosóficos, encontramos no **Vocabulario técnico y crítico de filosofia**, de Lalande, três significados para a palavra *concepção*:

> "A.Todo ato de pensamento que se aplica a um objeto. B.Mais especialmente, operação da inteligência, oposta às da imaginação, seja reprodutiva, seja criadora (concepção de uma diferença; concepção do mundo). C.Mais especialmente ainda operação que consiste em tomar ou em formar um conceito." (LALANDE, 1966, p.165).

Discutindo as diversas acepções do termo, inclusive apoiando-se em filósofos que o utilizaram, o autor acredita "ser desejável (...) tomar este vocábulo no sentido B e empregar *conceber* nesse mesmo sentido. (...) A *concepção* seria então, por oposição à memória ou à imaginação, a operação da inteligência." (Ibid, p.166).

Para *crença*, Lalande apresenta, inicialmente, dois significados:

> "A.Em sentido simples e amplo, é o equivalente à *opinião* e designa um assentimento imperfeito, que, como a opinião, comporta todos os graus de probabilidade. B. 'No sentido estrito, literal e escolástico da palavra, é dar crédito a um testemunho (*credere*), confiar, sem conhecimento direto, naquele que sabe, e confiar nele por razões extrínsicas ao que afirma." (Ibid, p.200-201)

Em seguida, o mesmo autor discute outras acepções em que, por influência de Kant, a palavra tem sido utilizada, considerando, então, que o termo tem um alcance mais psicológico, designando "antes um fato subjetivo, um estado de alma individual, do que uma afirmação da qual se podem dar razões lógicas adequadas e comunicáveis." (Ibid, p.201).

Revisando os significados utilizados pelos diversos autores que trabalham os conceitos de *concepções*, *crenças*, *opiniões* e *visões* sobre a Matemática e as diversas definições encontradas em dicionarios, optamos pela utilização do termo *concepção*, porque engloba toda a **filosofia particular** de um professor, quando ele *concebe* idéias e interpreta o mundo a partir dessas idéias. Vamos estabelecer, a partir de agora, o sentido com que vamos empregar o termo *concepção*.

Acreditamos que os professores de Matemática formam idéias sobre a natureza da Matemática, ou seja, *concebem* a Matemática, a partir das experiências que tiveram como alunos e professores, do conhecimento que construíram, das opiniões de seus mestres, enfim, das influências sócio-culturais que sofreram durante suas vidas, influências essas que se vêm formando ao longo dos séculos, passando de geração a geração, a partir das idéias de filósofos que refletiram sobre a Matemática.

A essas idéias somam-se todas as opiniões que os professores formam sobre a Matemática como disciplina, sobre seu ensino e aprendizagem, sobre seu papel como professores de Matemática, sobre o aluno como aprendiz, idéias essas nem sempre bem justificadas. Uma mesma pessoa pode ter idéias conflitantes, pois elas dependem das experiências vividas e das influências sofridas em momentos diferentes. Mais ainda, essas idéias podem entrar em choque na prática docente, exatamente porque o professor pode ter utilizado diferentes **filtros** para suas próprias experiências.

Todo esse arcabouço forma o que Ernest (1991 a) chama de *uma* filosofia da matemática, que é particular, própria de cada professor e única, no sentido de que não há duas pessoas com iguais vivências. De qualquer forma, acreditamos que as concepções dos professores influenciam as suas práticas e a mudança nas práticas, se necessário e desejado, só será possível através de uma reflexão sobre as concepções e as práticas desses professores.

Para discutir as relações entre as concepções e as práticas dos professores, vamos, primeiramente, no capítulo seguinte, tecer considerações sobre as idéias que vêm influenciando os matemáticos e professores de Matemática ao longo dos séculos.

3. CONCEPÇÕES FILOSÓFICAS DA MATEMÁTICA: ALGUMAS CONSIDERAÇÕES SOBRE AS IDÉIAS QUE TÊM INFLUENCIADO OS MATEMATICOS E PROFESSORES DE MATEMÁTICA

Desde a Grécia Antiga, a Matemática tem se desenvolvido lado a lado com a Filosofia, sendo fonte de inúmeras questões debatidas pelos filósofos. A Filosofia da Matemática, portanto, é um ramo da Filosofia que reflete sobre a Matemática e lança perguntas tais como: Qual é a natureza do conhecimento matemático? E qual é a natureza da verdade na Matemática? Em que se fundamenta?

As várias respostas a essas e outras questões dão origem às diversas visões filosóficas sobre a Matemática, que, de acordo com Ernest (1991 b), podem ser agrupadas em *absolutistas* e *falibilistas*.

Segundo a visão absolutista, "o conhecimento matemático é feito de verdades absolutas e representa o domínio único do conhecimento incontestável."(ERNEST, 1991 b, p.7). A visão falibilista, por outro lado, considera o conhecimento matemático falível e corrigível e em contínua expansão, como qualquer outro tipo de conhecimento humano.

Esta divisão entre visão absolutista e falibilista já havia sido proposta por outros autores, utilizando termos distintos. Confrey (1981), por exemplo, distingue, na Filosofia da Ciência, três teorias do conhecimento que ele chama de **absolutismo**, **absolutismo progressivo** e **mudança conceitual**.

O absolutismo "tem suas raízes no empiricismo e no positivismo. De acordo com tal teoria, o conhecimento consiste em uma acumulação objetiva de fatos".(CONFREY, 1981, p.244). Suas verdades são imutáveis e seus métodos, irrefutáveis. Mais adiante, o mesmo autor acrescenta, ainda se referindo à visão absolutista, agora em relação à

Matemática: "os conceitos, em Matemática, não se desenvolvem, eles são descobertos e dão a impressão de que sua estrutura é imutável."(Ibid., p.246).

O absolutismo progressivo, ainda segundo Confrey, seria uma teoria mais adequada para a Matemática, pois aceita que o progresso em uma determinada ciência é um processo de substituições de teorias por outras, cada uma delas chegando mais perto da verdade.

A terceira teoria, aplicada à Matemática, acredita que o importante são os problemas pendentes e que as diversas tentativas de resolvê-los, as conjeturas e refutações, promovem seu desenvolvimento.

LERMAN (1983, p.62) considera que as posições filosóficas em relação à Matemática podem ser agrupadas em dois movimentos, "logicamente opostos um ao outro": o programa Euclideano e o programa quase-empiricista.

Por programa euclideano, ele entende o trabalho das escolas logicista, intuicionista e formalista, no sentido de reorganizar a Matemática em uma base Euclideana, ou seja, numa base que busca estabelecer de uma vez por todas a verdade. O programa quase -empiricista, lançado por Lakatos, procura fundamentar o trabalho matemático na busca de hipóteses que serão refutadas através de contra-exemplos; dessa forma, a Matemática se desenvolveria mediante sucessivas reconstruções.

Inúmeros filósofos e matemáticos têm-se posicionado sobre questões relativas à natureza da Matemática. Essas opiniões moldaram a nossa cultura e foram transmitidas, geração após geração, de forma que os professores de Matemática recebem suas influências durante a sua formação e, às vezes, **misturam-nas** acriticamente.

Vamos, agora, tecer algumas considerações sobre as teorias que consideramos mais relevantes para a formação da cultura matemática contemporânea.

AS IDÉIAS DE PLATÃO

Inúmeros autores- filósofos, matemáticos ou educadores matemáticos- têm feito alusão à influência das idéias de Platão na Matemática, desde os tempos de sua Academia até os dias de hoje. Kline (1962), Zuñiga (1987), Davis (1972), Hersh (1979), entre os pensadores matemáticos estrangeiros, e também Pitombeira de Carvalho (1988), Imenes (1989), Machado (1987), entre influentes educadores matemáticos de nosso País, todos fazem menção ao *Mundo das Idéias* platônico.

Com a *Teoria das Idéias*, Platão apresenta uma solução própria para o problema do conhecimento. Citada em várias de suas obras, a noção de Idéia surge em **Fédon**, quando, em um diálogo entre Sócrates e seus discípulos, Platão introduz seu método de pesquisa de índole matemática, através das palavras de Sócrates:

> "...temi perder os olhos da alma se olhasse os objetos com os olhos do corpo, e se me servisse dos sentidos para tocá-los e conhecê-los. Convenci-me de que devia recorrer à razão e buscar nela a verdade de todas as coisas."(PLATÃO, 1984, p.418).

E mais adiante, esclarecendo melhor suas idéias, acrescenta:

> "Digo, pois, que há algo que é bom, que é belo, que é grande por si mesmo.(...). Parece-me que, se há alguma coisa bela, além do belo em si, não pode ser bela senão porque participa do que é belo em si, e o mesmo digo de todas as demais coisas."(Ibid., p.419).

As *Idéias* ou *Formas* incluem não apenas os modelos ideais das qualidades que os homens devem se empenhar em atingir - a idéia do belo, do bom, e assim por diante - mas também os modelos ideais de objetos físicos- a idéia de mesa, por exemplo.

Os objetos físicos, dos quais existem, no mundo, inúmeros exemplares, passíveis de destruição, seriam cópias imperfeitas dos modelos ideais, esses únicos e imperecíveis. Assim, as entidades reais - as *Formas* ou *Idéias* - existiriam em um mundo à parte, o Mundo das Idéias.

Platão sustenta que há idéias eternas e independentes dos sentidos, como o **um**, o **dois**, etc., ou seja, as Formas Aritméticas e outras como o **ponto**, **reta**, **plano**, que são as Formas Geométricas. Quando enunciamos propriedades ou relações entre esses entes, estamos descrevendo relações entre as *Formas*.

Segundo Platão, a Matemática pura "descreve as Formas matemáticas e as relações que elas mantém entre si. A matemática aplicada descreve os objetos empíricos e suas relações, na medida em que se aproximam (participam) das Formas matemáticas e suas relações."(KORNER, 1985, p.19).

Para o mestre grego, a distinção entre aparência e realidade é um dos maiores, senão o maior empreendimento a que deveria se dedicar não só o filósofo e o cientista, mas também o governante.

O mundo das aparências está em constante mudança e o processo de conhecimento, para chegar à contemplação da essência, é apresentado por Platão de forma esquemática:

QUADRO 1: A LINHA DIVIDIDA

Ciência	Razão (Dialética)	**Idéias**	**Mundo Inteligível**
	Conhecimentos Matemáticos	Objetos Matemáticos	
Opinião	Crença	Objetos Sensíveis	**Mundo Sensível**
	Conjetura	**Sombras**	

Adaptado de PESSANHA (1983, p.xx) e LAVINE (1989, p.32)

A Matemática representa, portanto, a passagem entre o mundo sensível e o inteligível. O homem vê apenas as sombras da realidade, **a aparência**, através dos sentidos e só chega à **essência** através da razão.

As idéias de Platão sobre a Matemática e sobre seu papel na educação dos jovens de seu tempo marcaram indelevelmente as gerações futuras. Seguem alguns trechos do livro VII da **República**:

> "Coloquemos, pois, como lei para aqueles que entre nós estão destinados a ocupar os primeiros postos, que se apliquem na ciência do cálculo, que a estudem, não superficialmente, mas até que, por meio da pura inteligência, tenham chegado a conhecer a essência dos números; não para fazer que esta ciência sirva, como fazem os mercadores e negociantes, para as vendas e compras, mas para aplicá-la às necessidades da guerra e facilitar à alma o caminho que deve levá-la desde a espera das coisas perecíveis à contemplação da verdade e do ser."(PLATÃO, 1984, p.559).

Vemos, aqui, o germe da seleção pela Matemática, pois ela servirá para os eleitos. Quando estudada em profundidade,propicia-lhes chegar à verdade. O seu uso para os cálculos cotidianos é considerado desprezível, assim como o eram os mercadores e negociantes frente aos guerreiros. Está estabelecida a separação entre a Matemática Pura e a Aplicada, com a evidente valorização da primeira. Tais idéias são reforçadas na continuação do diálogo:

> "Sócrates- Advirto agora quão bela em sí é esta ciência do cálculo e quão útil para o desígnio a que nos propomos, quando se estuda por si mesma e não para fazer dela um negócio.
>
> Glauco- Que é que te causa tanta admiração nela?
>
> Sócrates- A virtude que possui de elevar a alma, como acabamos de dizer, obrigando-a a raciocinar sobre os números tais como são em sí mesmos, sem tolerar jamais que seus cálculos visem sobre números visíveis e palpáveis."(Ibid., p.559).

Há, portanto, a exigência do raciocínio sobre os entes ideais; não é permitido o pensamento que parte do concreto, do **palpável**.

Outro trecho do diálogo que cabe destacar é aquele em que Sócrates afirma:

> "Assim mesmo, terás observado que os que nasceram calculadores, dotados de espírito de combinação, têm muita facilidade para quase todas as ciências, e que os mesmos espíritos pesados, quando se adestram suficientemente no cálculo, conseguem com isso, pelo menos, a vantagem de adquirir mais facilidade e penetração. (...) Além disso, difícil te seria achar muitas ciências em cuja aprendizagem custe mais aprofundar-se do que nesta."(Ibid., p.559).

Assim, em duas frases, Platão coloca na boca de Sócrates algumas concepções que até hoje dão margem a incontáveis discussões, a saber: aqueles alunos que são **bons** em Matemática, também o são em muitas outras ciências. Mas essa idéia, que poderia ser verdadeira à época de Platão, não terá necessariamente atravessado os séculos com a mesma conotação. O ensino de Matemática, calcado na repetição das explanações dos professores, na decoração de regras e exercícios-padrão, faz com que o aluno que se adapta a tais práticas tenha facilidade em adotá-las em várias outras disciplinas, especialmente naquelas que também exigem repetição. Mas, no momento em que alguns professores solicitam a expressão da criatividade desse aluno, de sua capacidade de análise e crítica, ele sente-se perdido.

Assim, a apropriação de uma assertiva platônica, que valia para uma determinada época e sociedade, passa a ser utilizada para justificar a excessiva valorização da Matemática no currículo escolar.

Platão também considera que o cálculo serviria para adestrar os espíritos pesados. Aqui está embutido, talvez, o velho chavão: *a Matemática ensina a pensar*. Mas por acaso também não se pensa em outras disciplinas? Machado, criticando esse e outros chavões, refuta essa visão do papel da Matemática no conjunto das disciplinas: "Uma visão que reduz o verbo pensar a intransitivo, que ignora, basicamente, que não se pensa no vazio: pensa-se em alguma coisa ou alguma coisa, e de alguma forma ."(MACHADO, 1987, p.59).

Voltando ao diálogo entre Sócrates e Glauco, na última frase citada aparece a idéia de que a Matemática é difícil, reforçando a concepção de que é um estudo para os mais aptos, os que têm condições de aprofundar-se nela. JAEGER (1979, p.842), ao comentar a obra de Platão, também destaca esta idéia: "É a máxima dificuldade que as matemáticas oferecem a quem as estuda que as qualifica como meio de cultura apto para a seleção espiritual.".

Mais adiante, no diálogo já citado, Sócrates louva a Geometria, considerando-a, também, essencial aos cidadãos, não só pelas suas vantagens para as operações de guerra: "Além disso, comunica ao espírito facilidade para as restantes ciências; assim vemos que há uma diferença entre o que é versado em geometria e o que não o é." (PLATÃO, 1984, p.560).

Platão cita a aritmética, o cálculo e a geometria, entre as ciências que seriam necessárias à formação daquele que deveria ser, ao mesmo tempo, guerreiro e filósofo. Sua preferência pela geometria está evidenciada nas palavras gravadas no pórtico de sua Academia: "Ninguém que ignore a geometria penetre sob este teto."

Outra idéia importante da obra de Platão é apresentada em **Ménon**, a partir de um problema matemático proposto a um escravo de Ménon: a determinação do lado de um quadrado cuja área é o dobro da de outro quadrado de lado dois. No diálogo entre Sócrates e Ménon, Platão explica o seu método para chegar ao conhecimento. Para ele, todos já possuem os princípios sobre os quais se fundamenta qualquer conhecimento humano e o papel do mestre é o de um hábil **parteiro** que auxilia a recordá-los.

Discutindo sobre a possibilidade de conhecer a virtude, estabelece-se o seguinte diálogo:

> "Ménon- Que princípio te guiará na indagação das coisas que ignoras absolutamente? E ainda que chegasses a encontrar a virtude, como a reconhecerias, não havendo-a nunca conhecido?
>
> Sócrates- (...) não é possível ao homem indagar o que sabe nem o que não sabe. Não indagará o que sabe, porque já o sabe e porisso não tem necessidade de indagar; nem indagará o que não sabe, pela razão de que não sabe o que há a indagar."(PLATÃO, 1984, p.213).

E, mais adiante, Sócrates reforça suas idéias: "tudo o que se chama buscar e aprender não é outra coisa senão recordar."(Ibid., p.213). Quando Ménon questiona sua afirmativa, Sócrates pede-lhe que chame o escravo e, através de hábeis perguntas, faz com que esse recorde a solução do problema proposto.

AS IDÉIAS DE ARISTÓTELES

A filosofia da Matemática de Aristóteles foi desenvolvida, em parte, em oposição a de Platão, pois ele critica a Teoria das Formas, dizendo que ela não é racional. Para Aristóteles, cada objeto empírico, cada ser existente, é uma unidade e não existe separado de sua forma ou essência:

> "...a forma de uma coisa é imanente nela, é a forma ou essência universal e eterna que ela compartilha com todas as outras coisas do mesmo tipo ou espécie" (LAVINE, 1989, p.71).

Ao observar várias mesas, por exemplo, e considerar a figura geométrica que lhes é característica (o retângulo, no caso de mesas com tampo retangular), o homem abstrai o que existe de universal naqueles objetos. Mas a possibilidade de abstração não implica a existência independente do que é abstraído. (Korner,1985). Pelo contrário, as idéias não estão separadas das coisas, "pois se elas definem e determinam o ser das coisas não podem estar separadas. As idéias são entes de razão com fundamento nas coisas: são abstraídas da realidade e existem apenas no intelecto." (MOSER, 1993, p.13).

Para Platão, como vimos, os seres matemáticos teriam uma existência em si mesmos, em um Mundo das Idéias. Em sua Metafísica, Aristóteles vai discutir a existência dos entes matemáticos. Inicialmente, Aristóteles diz que vai considerar se os seres matemáticos existem ou não e, em caso afirmativo, como existem: se existem, "devem existir ou em objetos sensíveis, como alguns dizem, ou separados dos objetos sensíveis (e isso é dito também por alguns)". (ARISTÓTELES, 1990, p.607).

Aristóteles justifica a impossibilidade de existência dos seres matemáticos em coisas sensíveis, pelo fato de não haver, ao mesmo tempo, dois seres de três dimensões no mesmo lugar. Além disso, se eles existissem nas coisas sensíveis, então essas não poderiam ser divididas, pois um ponto é indivisível e uma reta, formada por pontos, também o seria e da mesma forma o plano ou qualquer sólido.

Também não é possível que os entes matemáticos existam separados das coisas sensíveis, pois, se junto de um sólido sensível existisse outro sólido, separado dele e anterior a ele, esse teria suas três dimensões separadas e assim por diante, gerando uma acumulação absurda de seres matemáticos.

Para justificar a existência dos seres matemáticos, que não podem existir nas coisas sensíveis nem separados delas, Aristóteles refere-se às duas formas de existência: a material e a existência como abstração da mente. Conforme KORNER (1985, p.20), "o objeto da matemática é constituído por aqueles resultados de abstração matemática que Aristóteles chama de 'objetos matemáticos' ".

MACHADO (1987, p.22) considera que Aristóteles reabilitou o trabalho do matemático, "que deixa de ser um mero caçador de borboletas no perfeito mundo das Formas, vislumbrando a possibilidade de ser ele mesmo um 'fabricante' de borboletas.".

Também em oposição às idéias de Platão, Aristóteles discute a possibilidade de aprender:

> "E como poderíamos nós *aprender* os elementos de todas as coisas? Evidentemente nós não poderíamos começar sabendo algo antes. Pois assim como o que aprende geometria, embora ele possa conhecer outras coisas antes, não sabe nada das coisas com as quais a ciência se ocupa e a respeito das quais ele está aprendendo, assim também é nos outros casos. Portanto, se existe uma ciência de todas as coisas, tal como alguns asseveram que existe, o que a está aprendendo não saberá nada antes. Portanto, todo o aprendizado é por meio de premissas que são (ou todas ou algumas) conhecidas antes- seja o aprendizado por demonstração ou por definições." (ARISTOTELES, 1990, p.511).

E, em seguida, criticando diretamente as idéias de Platão sobre o aprender, ele diz: "se a ciência fosse verdadeiramente inata, seria estranho que nós não tivéssemos consciência de nossa posse do melhor das ciências."(Ibid., p.511). Assim, para o Estagirita, o homem é *tabula rasa* e adquire o conhecimento por abstração.

Lavine considera que a diferença entre Platão e Aristóteles é fundamentalmente a diferença entre duas visões de mundo, que têm suas raízes em dois tipos de personalidade básica: ou se é um platonista ou um aristotélico.

> "Ser um platonista é favorecer as verdades perfeitas, absolutas, da matemática e da lógica como um modelo a ser seguido em todos os campos do conhecimento.(...) Ser um aristotélico é favorecer as coisas mutáveis, concretas, particulares, da natureza e da vida humana(...), tomando a biologia como um modelo para entender sua gênese e os estágios de desenvolvimento, bem como todos os fatores que influenciam seu crescimento ou deterioração." (LAVINE, 1989, p.70).

AS IDÉIAS DE DESCARTES

A Matemática, desde a antiga Grécia, foi sendo hipervalorizada no conjunto das ciências e dificilmente se encontra um pensador que não faça referência a ela. O pensar matematicamente se tornou um modelo para a ciência, em transição rumo à modernidade.

DAVIS e HERSH (1988, p.3) consideram que o mundo moderno, "de racionalismo triunfante", teve início em 10 de novembro de 1619, quando o filósofo René Descartes teve, em um sonho, a visão da unificação de todas as ciências.

A influência desse filósofo e matemático francês foi das mais marcantes na formação das concepções dos homens de ciência e, especialmente, na dos matemáticos, pela sua adoção de um método matemático para chegar à verdade.

Em suas **Meditações**, ao acumular argumentos para provar a existência de Deus, Descartes preocupa-se em esclarecer o que entende por *idéia*: "Alguns dos meus pensamentos são, por assim dizer, imagens das coisas, e a esses, somente, a denominação 'idéia' é aplicada apropriadamente." (DESCARTES, 1990 a, p.308). Mas também são idéias todas as coisas de que se tem consciência, tais como sentimentos, percepções dos sentidos (idéia do sol, por exemplo) e pensamentos da razão , como as afirmações matemáticas.

Mais adiante, Descartes classifica as idéias segundo a sua origem, em *inatas*, "que não tem outra origem senão minha própria natureza", *adventícias*, que "procedem de certas coisas que existem fora de mim" e *fitícias*, que são invenções da imaginação humana.(Ibid, p.309). Nesse sentido, os conceitos matemáticos seriam inatos, porque conhecidos à luz da razão.

Descartes considera que só existem duas maneiras para chegar ao conhecimento: pela intuição e pela dedução. Ele diz estar fazendo um novo uso da palavra *intuição* e define-a como "a concepção indubitável de uma mente não obscurecida e atenta e surge à luz da razão, apenas."(DESCARTES, 1990 b, p.226). Portanto, a intuição é abstrata e não se referencia ao físico ou sensorial.

Por dedução, ele entende "toda a inferência necessária de outros fatos que são conhecidos com certeza."(Ibid., p.226).

Descartes, como Platão, critica o uso da Matemática para cálculos fúteis e demonstrações superficiais "que são mais freqüentemente descobertos por acaso ou por destreza."(Ibid., p.228). Em **Discurso do Método**, o filósofo relembra seus estudos iniciais de Matemática e admira-se de não haver uma utilização mais **elevada** desta ciência:

> "Agradavam-me, sobretudo, as matemáticas, devido à certeza e evidência das suas razões; mas não notara ainda a sua verdadeira utilidade e, pensando que serviam apenas para as artes mecânicas, admirava-me de que, sendo os seus fundamentos tão sólidos, nada de mais elevado se tivesse construído sobre eles."(DESCARTES, 1988, p.45).

Mais adiante, ao enumerar os preceitos de que faria uso para se desfazer de todas as opiniões que até então aceitara e substituí-las por outras, alicerçadas na razão, o autor aponta o encadeamento dos raciocínios e volta a referir-se à verdade na Matemática:

> "...e, considerando que, entre todos os que até aqui procuraram a verdade nas ciências, só os matemáticos puderam encontrar algumas demonstrações, isto é, algumas razões certas e evidentes, não duvidei de que deveria começar pelas mesmas que eles examinaram; embora não esperasse delas nenhuma outra utilidade a não ser a de habituarem o meu espírito a alimentar-se de verdades e a não se contentar com falsas razões."(Ibid., p.59).

Durante o seu período de reclusão voluntária, para "concentrar-se em seus pensamentos", Descartes, exercitando-se no método a que se tinha imposto, "reservava, de tempos a tempos, algumas horas para o praticar em dificuldades de matemática ou até mesmo em algumas outras que podia tornar quase semelhantes às das matemáticas."(Ibid., p.69).

Em outra passagem de seu texto, após ter refletido sobre a existência do pensamento e a existência de Deus, Descartes continua a procurar certas verdades e volta-se para a geometria:

> "...voltando a examinar idéia que eu tinha de um ser perfeito, descobria que a existência estava nela contida, do mesmo modo, ou

> mais evidentemente ainda, que na de um triângulo está compreendido que os seus três ângulos são iguais a dois rectos, ou na de uma esfera, que todos os seus pontos são equidistantes do centro; e que, por conseguinte, é pelo menos tão certo como o pode ser qualquer demonstração de geometria que Deus, que é o ser perfeito, é ou existe."(Ibid, p.78-79).

Descartes, portanto, fundamenta seu trabalho na Matemática, mas não aceita que ela se relacione com os sentidos; propõe uma ciência geral que deve procurar o ideal matemático, ou seja, uma *mathesis universalis*, designação que englobaria tudo aquilo que, nas outras ciências, faz parte da Matemática.

AS ESCOLAS LOGICISTA, INTUICIONISTA E FORMALISTA

No final do século passado, a Matemática havia-se desenvolvido enormemente, especialmente a partir dos trabalhos de Euler, Gauss, Cauchy (no século XVIII) e das contribuições do século XIX, principalmente daquelas advindas da obra de Cantor. Alguns filósofos matemáticos, no entanto, estavam preocupados com o surgimento de paradoxos e contradições na Lógica e na Teoria dos Conjuntos. Assim, buscando critérios para fundamentar a Matemática, desenvolveram-se três escolas de filosofia matemática, cuja influência se faz sentir até os dias atuais: o Logicismo, o Intuicionismo e o Formalismo.

O Logicismo, iniciado por Frege e retomado por Russell, pretende mostrar que a Matemática pode reduzir-se à Lógica. Em síntese, a teoria logicista está dividida em duas proposições: a) todo conceito matemático pode ser definido em termos de conceitos lógicos; e b) os enunciados matemáticos verdadeiros podem ser demonstrados a partir de princípios lógicos.

O programa logicista foi apresentado na monumental obra **Principia Mathematica**, de Russell e Whitehead. Os dois autores, mais especialmente Russell, trouxeram para a sua obra as idéias de Platão, visto ter Russell iniciado sua trajetória filosófica como platonista convicto:

> "Quando comecei a me interessar pela filosofia, esperava poder encontrar nela alguma satisfação que compensasse o meu desejo frustrado por uma religião. Durante algum tempo, encontrei uma espécie de frio confôrto no mundo eterno das idéias de Platão."(RUSSELL, 1958, p.10).

Em outra obra, Russell novamente assume a visão platônica:

> "Vim a pensar na matemática não primariamente como uma ferramenta para se compreender e manipular o mundo dos sentidos, mas como um edifício abstrato que subsistia num céu platônico e que só chegava ao mundo dos sentidos numa forma impura e degradada. Meu ponto de vista geral, nos primeiros anos dêste século, era profundamente ascético. Desgostava-me o mundo real e eu procurava refúgio num mundo sem tempo, sem mudanças, decadência ou o fogo fátuo do progresso."(RUSSELL, 1960, p. 186-187)

Whitehead também evidenciava sentimentos semelhantes em relação à Matemática: "Admitamos que a atividade matemática é uma loucura divina do espírito humano, um refúgio contra a permanência aguilhoante dos acontecimentos eventuais."(WHITEHEAD, 1960, p.403).

A obra de Russell e Whitehead é o coroamento das pesquisas de vários matemáticos que lhes antecederam, como Cantor, Dedekind e Weierstrass, que buscavam a aritmetização da análise, e de Boole, Peano e Frege, precursores da lógica matemática. (Costa, 1962). O simbolismo exagerado e a formalização presentes nos **Principia** mostram que, para os seus autores, a Matemática existe em um "céu platônico", desligada dos problemas humanos.

No entanto, a tentativa de Russell e Whitehead de mostrar que a Matemática clássica pode ser reduzida à Lógica não estava completa. Para evitar os paradoxos e as críticas que surgiam à sua obra, Russell teve que edificar a teoria dos tipos e assumir o *axioma do infinito*[1] , que não tem caráter lógico estrito, pois é uma hipótese sobre o mundo real. Assim, o programa logicista não teve êxito em sua tentativa de assegurar a visão absolutista da Matemática.

No final de sua vida, Russell abandonou a visão platônica em que se apoiara nos seus trabalhos iniciais, talvez pelo desencanto em relação às possibilidades de fundamentar a Matemática:

> "Parti com uma crença mais ou menos religiosa num eterno mundo platônico, em que a matemática resplandecia com uma beleza que se assemelhava à dos últimos Cantos do Paraíso. Cheguei à conclusão de que o mundo eterno é trivial e de que a matemática é apenas a arte de dizer a mesma coisa com palavras diferentes."(RUSSELL, 1958, p.50).

O Intuicionismo, escola cujos principais expoentes foram Brouwer e Heyting, parte de um pressuposto contrário ao dos logicistas, pois considera que há algo de errado com a Matemática clássica. Pensavam, então, os intuicionistas, em reconstruí-la desde os alicerces e, para isso, só aceitavam a parte da Matemática construída a partir dos números naturais.[2]

Brouwer considera que a Matemática não é um conjunto de verdades eternas, mas uma atividade mental que consiste em efetuar, uma após a outra, as construções dos

---

[1] "Se n for um número cardinal finito qualquer, então existe no universo pelo menos uma classe de indivíduos que tem n elementos".

[2] Kroneker já afirmava que Deus deu os números naturais, todo o resto é obra dos homens.

entes matemáticos. Os intuicionistas desenvolveram, portanto, uma aritmética, uma álgebra, uma análise, etc., **intuicionistas**. Para eles, a Matemática origina-se da experiência, através dos sentidos, mas sua estruturação final é puramente intuitiva. Para fundamentá-la, portanto, deve-se partir dos números naturais, sobre os quais todo ser humano tem uma **intuição primordial**.

Ao tentar a reformulação da Matemática clássica, os intuicionistas depararam-se com inúmeros teoremas que não são compostos de **constructos** e os consideraram combinações de palavras sem sentido, rejeitando-os. Dessa forma, a maior parte da comunidade matemática também rejeitou o Intuicionismo, apesar dos pontos positivos dessa Escola, como suas críticas severas às contradições da Matemática clássica, que obrigou os especialistas em Fundamentos da Matemática a desenvolverem novos métodos para reabilitar as teorias criticadas.

A ênfase na intuição e na construção e a insistência em diminuir o papel da linguagem e do simbolismo em Matemática fazem com que o Instuicionismo transforme suas indagações em atividades individuais, pois cada matemático intuicionista poderia fazer uma construção diversa de um determinado conceito e ter-se-ia, assim, Matemáticas pessoais e subjetivas. (Costa, 1962).

Alguns autores referem-se a esta escola pelo nome de **Construtivismo** e apontam seguidores atuais, como o americano Von Glasersfeld. Não obstante, preferimos a primeira denominação, pois a palavra **construtivismo** está ligada a uma concepção epistemológica cujos seguidores, em geral, aceitam a Matemática clássica e não têm a pretensão de negar a bagagem matemática acumulada há milênios.

O Formalismo, cujo maior expoente foi Hilbert, "nasceu das vitórias alcançadas pelo chamado método axiomatico" (COSTA, 1962, p.33). O trabalho dos formalistas consiste em simbolizar uma teoria axiomática, livrando-a de contradições.Os logicistas e os formalistas são, às vezes, confundidos, porque ambos formalizaram os vários ramos da Matemática. No entanto,

> "Os logicistas desejavam usar uma tal formalização para mostrar que o ramo da matemática em estudo pertencia à lógica; os formalistas desejavam usá-la para demonstrar matemáticamente que aquele ramo está isento de contradições."(SNAPPER, 1984, p.92).

Os trabalhos de Godel, publicados em 1931, abalaram os propósitos do Formalismo, ao mostrarem que o programa de Hilbert não poderia ser concretizado: Godel provou que toda a axiomática da aritmética é incompleta e que sua consistência não pode ser demonstrada nela mesma.[3]

Davis e Hersh consideram que os matemáticos se debatem entre duas visões, a platônica e a formalista e essa tensão tem efeitos sobre seu trabalho, como matemáticos ou como professores de Matemática. É curiosa a frase dos autores citados:

> **"...o matemático praticamente típico é um platonista nos dias de semana e um formalista nos domingos. Isto é, quando está fazendo matemática ele está convencido de que está lidando com uma realidade objetiva cujas propriedades está tentando determinar.** Mas, quando desafiado a prestar contas filosóficas desta realidade, acha mais fácil fingir que não acredita realmente nela." (DAVIS e HERSH, 1985, p.362)[4]

---

[3] Uma axiomática é *completa* quando qualquer enunciado formulado nela é tal que ou ele ou sua negação pode ser demonstrado nesta axiomática. Uma axiomática é *consistente* quando, nesta axiomática, não existem proposições tais que tanto elas quanto suas negações sejam demonstráveis.

[4] A primeira frase do parágrafo citado parece ter origem em observações de outros matemáticos. RUSSELL (1958) cita um diálogo entre ele e Whitehead, em que este teria lhe mostrado "de que maneira se podia aplicar a técnica da lógica matemática ao seu vago e confuso mundo, vestindo-o com **roupas domingueiras** que o matemático poderia ver sem que se sentisse escandalizado."(p.35-grifo nosso). Em um artigo, GATTEGNO (1970, p.15) diz ter ouvido de Dienes uma referência a Brouwer e sua lógica intuicionista: "que os matemáticos trabalham como sempre o fizeram nos dias de semana e que se preocupam com os

A concepção formalista sobre a natureza da Matemática está na base da obra de Bourbaki que influenciou, de maneira decisiva, a Reforma da Matemática Moderna. No Brasil, nos anos em que o movimento teve maior impacto, a ênfase no rigor, na axiomática, no conceito de estrutura e na unificação da Matemática através da Teoria dos Conjuntos, apresentada desde a Pré-Escola até o 3° grau, sem uma preparação adequada dos professores, gerou grandes distorções no ensino de Matemática no País.

AS IDÉIAS DE LAKATOS

Imre Lakatos, matemático e filósofo húngaro radicado na Inglaterra, tem uma importância muito grande para os novos rumos que a Educação Matemática está tomando. ERNEST (1991 b, p.xi) considera que, com Lakatos, tem início uma "revolução kuhniana", em que o paradigma absolutista está sendo desafiado por vários filósofos e matemáticos, entre os quais Davis e Hersh e Tymockzo.

Na introdução à sua obra mais polêmica, **Provas e Refutações**, Lakatos posiciona-se contrariamente ao formalismo, apesar de ressalvar que "não desafiará diretamente as posições últimas do dogmatismo matemático":

> "...a filosofia da matemática tem raízes muito profundas. É o último elo na longa corrente das filosofias *dogmatistas* da matemática. (...). Os dogmáticos sustentam que - graças ao poder do intelecto ou dos sentidos, ou de ambos - podemos alcançar a verdade e saber que a alcançamos." (LAKATOS, 1978, p.17).

---

fundamentos no domingo". Portanto, Davis e Hersh parecem ter **vestido** os ditos anteriores com o novo dilema que os preocupa.

Em **Matemática, Ciência e Epistemologia**, Lakatos critica novamente as posturas dogmáticas, especialmente o que ele chama de *regressão infinita*: a tentativa de estabelecer a verdade através de demonstrações, que se apóiam em outras demonstrações, que, por sua vez, dependem de um conjunto de proposições que são aceitas como verdadeiras. Como se pode afirmar que os axiomas estabelecem a verdade absoluta? Segundo ele, o conjunto de axiomas permanece sujeito à críticas, a susbtituições, à desafios, porque é um conjunto de *crenças*.

Lakatos apóia-se em declarações feitas por eminentes filósofos da Matemática para argumentar contra a possibilidade de certeza absoluta em Matemática; na sua lista, encontram-se Russell, Curry, Church e Weyl, entre outros, que, sob a influência das provas de Godel, oferecem argumentos que sugerem o início de uma **mudança de paradigma**.

Lakatos afirma que a Matemática é *quase-empírica* e para justificar sua idéia, ele caracteriza as teorias *quase-empiricas* em oposição às teorias *euclideanas*. Segundo ele, uma teoria *euclideana* é um sistema dedutivo que tem, no ápice, um conjunto de axiomas e termos primitivos e neste é **injetado** o valor *verdade*, que se transmite a todo o sistema pelos **canais dedutivos de transmissão da verdade** (as demonstrações). Porém, a ciência não tem se moldado a este ideal, pois as teorias científicas estão organizadas de forma que a **injeção de verdade** se dá na base, em um conjunto especial de termos perfeitamente conhecidos:

> "Mas a *verdade* não flui para cima. O fluxo lógico importante em tais *teorias quase-empíricas* não é a transmissão da verdade, mas a retransmissão da *falsidade*- desde os teoremas especiais localizados na base ('enunciados básicos'), para cima, até o conjunto de axiomas."(LAKATOS, 1981, p.48).

Pode-se dizer que uma teoria euclideana é verdadeira, mas, de uma teoria quase-empiricista, diz-se, no máximo, que está bem corroborada, pois ela é sempre conjetural. Em um teoria euclideana, os enunciados básicos verdadeiros demonstram o resto do sistema; nas teorias quase-empiricistas, eles são explicados pelo resto do sistema. Na teoria euclideana, a verdade flui de cima para baixo, enquanto que, na teoria quase-empiricista, a falsidade é retransmitida de baixo, desde os enunciados falsos até as hipóteses.

Assim, a metodologia da ciência depende da perspectiva aceita: se aspira a atingir um ideal euclideano, busca um conjunto de axiomas aceitos como verdadeiros, nos quais se baseia; se segue as idéias quase-empiricistas, busca hipóteses audaciosas e imaginativas, com grande potência explicativa. No primeiro caso, o desenvolvimento da ciência é realizado segundo etapas mais ou menos fixas: primeiramente, a etapa pré-científica, de ensaio e erro, quando são estabelecidos os axiomas básicos; em sugundo lugar, a etapa dedutiva, em que a ciência é organizada, e, em terceiro lugar, a resolução de problemas dentro do sistema já estruturado.

Se a ciência segue os pressupostos quase-empiricistas, o desenvolvimento é totalmente diferente: tem origem nos problemas, propõe soluções que serão testadas, criticadas, refutadas; as soluções são substituídas por outras que serão, por sua vez, refutadas e o desenvolvimento se dá através dos embates entre as soluções propostas, não por uma acumulação de conhecimento, mas pelo refinamento do mesmo, a partir das críticas.

Para Lakatos, o conhecimento matemático nasce da atividade humana, como parte de um processo social. Ele não considera a origem e a natureza dos entes matemáticos, mas o processo que transforma a criação privada em conhecimento público, processo esse que se desenvolve através de críticas e refutações.

Para Lakatos, a busca da certeza absoluta é rejeitada, pois a Matemática é falível como qualquer outro conhecimento humano. A perspectiva heurística é adotada por ele como método de descoberta matemática. Provar um teorema é um processo contínuo, que inicia com uma conjetura e parte para uma prova **provisória**, que será refutada por contra-exemplos . Assim, a conjetura inicial vai sendo **refinada**.

O processo de criação de uma prova matemática é social, na medida em que os vários passos da demonstração vão sendo criticados pela comunidade (alunos e colegas). O conhecimento matemático, como criação pessoal de um indivíduo, é passado, através de aulas, palestras, publicações, para a comunidade matemática, que o critica, o reformula, transformando-o em conhecimento público. Esse é, então, internalizado pelos indivíduos da comunidade e dá origem a novas conjeturas que serão, por sua vez, submetidas a críticas. Dessa forma cresce o conhecimento matemático.

Tymockzo aponta muito bem o caráter social da atividade matemática e o papel de Lakatos na construção de uma nova filosofia da matemática:

> "A matemática é uma atividade social e os matemáticos são jogadores do time. Não há dúvida de que os matemáticos como indivíduos podem, sozinhos, fazer um pouco de matemática, mas eles podem fazê-la porque internalizaram as funções sociais da matemática. Se eu estou certo, Lakatos parece ter revertido o ditado platônico de que o Estado é a alma ampliada. De acordo com Lakatos, o matemático como indivíduo é a comunidade matemática reduzida." (TYMOCKZO, 1986, p.49).

O *quase-empiricismo* de Lakatos não é uma filosofia completa da Matemática, pois ele, tendo rejeitado as filosofias dogmatistas, não reconstruiu a filosofia da Matemática com base no falibilismo. Após ter escrito **Provas e Refutações**, ele abandonou a filosofia da Matemática e envolveu-se em discussões sobre Filosofia da Ciência. Sua morte prematura privou-nos de avaliar o trabalho de reconstrução da filosofia da Matemática em bases empiricistas.

Algumas críticas são feitas à teoria de Lakatos no tocante aos aspectos relacionados à Matemática, especialmente por não discutir a natureza dos entes matemáticos e também por não fundamentar o método de descoberta matemática, a Heurística. (Ernest, 1991 b).

De qualquer forma, preocupando-se com o que a Matemática é e, não, com o que ela deveria ser, Lakatos oferece uma nova maneira de conceber a Matemática e o trabalho do matemático como um processo de tentativas, de idas-e-voltas, de erros e acertos. Só depois que há um *produto* do seu trabalho, o matemático vai **vestí-lo** com as **roupas domingueiras** do formalismo, para apresentá-lo ao julgamento da comunidade. Esse *processo* de construção do conhecimento matemático é, portanto, totalmente diferente daquilo que, em geral, é exposto em uma sala de aula, quando o *produto* é apresentado ao aluno como uma estrutura logicamente organizada.

As idéias de cada um dos filósofos ou escolas filosóficas da Matemática influencia o ensino desta disciplina e as posturas dos professores, especialmente quanto à forma de considerar os erros dos alunos. São essas relações entre as concepções filosóficas e as práticas pedagógicas que iremos analisar no capítulo seguinte.

4. CONCEPÇÕES FILOSÓFICAS E PRÁTICAS AVALIATIVAS: AS POSSÍVEIS RELAÇÕES

Vários autores, discorrendo sobre Educação Matemática, têm sugerido relações entre as visões filosóficas da Matemática e as práticas pedagógicas (Blaire, 1981;Lerman, 1983;Ernest, 1985, 1991a;Dossey, 1992). Alguns desses trabalhos constituem o referencial teórico utilizado por pesquisadores que investigaram, entre outros aspectos, as relações acima referidas. (Thompson, 1984; Cooney, 1985; Santos, 1993).

Blaire (1981) identifica quatro correntes filosóficas em Matemática: o logicismo, o formalismo, o intuicionismo e um quarto movimento que ele chama de "hipotético" e que estaria relacionado às explicações sobre os usos e limitações da Matemática. Essa última visão, segundo ele, ter-se-ia desenvolvido, de certa forma, através dos trabalhos de Lakatos.

Mesmo advertindo o leitor sobre a impossibilidade de associar, diretamente, uma tendência pedagógica a cada visão filosófica, Blaire apresenta quatro possíveis perspectivas para o ensino da Matemática: como arte, como jogo, como ciência natural e como atividade tecnicamente orientada. Para discorrer sobre cada uma das tendências, o autor vale-se de um fictício professor de Matemática que teria recebido, em sua formação, as influências de todas essas visões sobre o ensino de Matemática e que, ao iniciar sua carreira, adota cada uma das perspectivas com as diferentes turmas com as quais trabalha.

Ao ensinar Matemática em forma de arte, o jovem professor procura mostrar aos alunos a beleza dessa disciplina e, trabalhando com Geometria, procura levar os estudantes a admirarem a elegância e o rigor das demonstrações. Tais idéias sugerem que Blaire associa o ensino em forma de arte à visão logicista: Russell também se encantava com a "fria beleza" da Matemática e procurava estabelecer demonstrações matemáticas rigorosas, reduzindo-as à Lógica.

Em outra turma, o professor, imaginado por Blaire, vai ensinar Matemática como um jogo, utilizando **Batalha Naval** ou xadrez como recursos para motivar os alunos e incutir neles a idéia de que, assim como os jogos, a Matemática tem regras rígidas que devem ser seguidas por quem quer **ganhar o jogo**. Blaire está, obviamente, fazendo uma relação entre essa forma de ensinar e a visão formalista da Matemática.

A visão hipotética, ou seja, a perspectiva Lakatosiana de formular conjeturas e testá-las, é evidenciada quando o jovem professor vai dar uma aula sobre a fórmula de Euler[1] e apela para o método de descoberta segundo o qual as hipóteses são testadas e modificadas quando necessário, assim como faz o cientista ao descobrir uma lei nas ciências naturais.

Em uma última perspectiva, o professsor vai trabalhar com os alunos sobre um problema da vida real, para o qual procurarão as soluções, a partir da criação de um modelo matemático que simule o problema real e permita discutir as possibilidades de solução e a aplicabilidade tecnológica do modelo.

As idéias de Blaire sugerem, em primeiro lugar, que os professores possam ter uma postura tipo **camaleão**, mimetizando-se segundo as necessidades da turma para a qual lecionarão. Não acreditamos que haja uma correspondência tão estreita entre uma visão formalista, por exemplo, e a forma de ensinar que a reproduza. Se o professor segue as concepções formalistas e tenta ensinar segundo esse modelo, sua preocupação deveria ser com a apresentação dos conteúdos em uma seqüência do tipo **definição-axioma-teorema**. Não utilizaria um jogo para introduzir um determinado conteúdo, pelo contrário, iniciaria a aula com as definições correspondentes àquele conteúdo.

---

[1] Esse foi o conteúdo utilizado por Lakatos para apresentar o diálogo fictício entre um profesor e seus alunos, em sua magistral obra **Provas e Refutações**.

Ao final do artigo, Blaire parece dar-se conta da rigidez de suas associações entre visões filosóficas e posturas pedagógicas, pois comenta:

> "...a popularidade, nos últimos quinze anos, do ensino de Matemática como um jogo, não significa que todos os que defendem a orientação de 'usar jogos' sejam formalistas. Enquanto alguns, que seguem esta orientação, são formalistas, outros simplesmente creem que tal perspectiva facilita o desempenho de seus alunos nas verificações." (BLAIRE, 1981, p.152)

Tais palavras, portanto, já sugerem uma relação entre a visão formalista e a avaliação: vista como um conjunto de regras, leva o aluno a reproduzir essas regras de forma rígida, sem falhas, sem desvios. Se esse é o objetivo do professor ao elaborar o instrumento de avaliação, então o aluno terá um desempenho favorável. Portanto, o que está em pauta não é, apenas, a correspondência entre uma forma de conceber a Matemática e uma forma de ensiná-la; é, também, a idéia da avaliação que está ligada a cada concepção.

Lerman (1983) não aceita as idéias de Blaire, porque considera que as conexões entre as concepções filosóficas e os estilos de ensinar são muito mais fortes do que Blaire sugere, apesar de menos detectáveis no trabalho diário do professor. Lerman segue a proposta de Lakatos e agrupa as visões filosóficas da Matemática sob duas perspectivas: a *Euclideana* e a *quase-empiricista*. Cada uma delas subsidia uma determinada metodologia determinante de dois estilos opostos de ensino de Matemática: centrado no conhecimento ou centrado na resolução de problemas.

Se o ensino é centrado no conteúdo, o professor enfatiza a beleza das demonstrações, exige a prova de todos os resultados, justifica o uso de determinados algoritmos, enfim, **transmite** um conhecimento estável, hierarquicamente estruturado, em que cada conteúdo depende dos anteriores.

De outra parte, se o ensino é centrado na resolução de problemas, o professor não impõe a solução. Ela é buscada, em conjunto, pelo grupo de alunos que testa hipóteses e as refuta. E o conhecimento desenvolve-se a partir das correções, em um constante refinamento.

A classificação das visões filosóficas da Matemática em duas correntes que se opõem também é proposta por Ernest (1985, 1991b). Entre as concepções *absolutistas*, que vêem a Matemática como o domínio do conhecimento incontestável, Ernest aponta o platonismo, o logicismo, o intuicionismo e o formalismo. No lado oposto, situa-se a perspectiva *falibilista* - sustentada pelas idéias de Lakatos e, mais recentemente, por Davis, Hersh e Tymockzo - , segundo a qual a Matemática é uma atividade humana, imperfeita e sujeita a erros, que cresce através das críticas e correções feitas pela comunidade matemática.

Em Ernest (1989 b, 1991a), o autor sugere as possíveis relações entre as concepções filosóficas e as posturas pedagógicas, sendo que a oposição entre as visões *absolutista* e *falibilista* é apresentada como a contraposição respectiva entre o ensino de Matemática como *produto* e como *processo.*

Se a Matemática é vista como o produto do saber acumulado pelas gerações, além das posturas já citadas (busca de verdade absoluta, ênfase nas demonstrações de teoremas, práticas de exercícios rotineiros), Ernest aponta, na avaliação das verificações realizadas pelos alunos, a estigmatização dos erros cometidos. De outra parte, se a Matemática é vista como processo, além do engajamento dos alunos na busca de soluções para problemas não rotineiros, Ernest salienta a aceitação dos erros como passo necessário no trabalho dos alunos. Eles lançam hipóteses e testam-nas sem se preocuparem em usar apenas o permitido pelo professor, aventurando-se em conjeturas próprias.

Davis (1988) classifica as filosofias da Matemática em *privadas* e *públicas*, utilizando termos que teriam sido sugeridos por Tymockzo (1986). O platonismo, o logicismo, o intuicionismo e o formalismo seriam filosofias *privadas*, pois cada matemático, em qualquer uma dessas escolas, trabalha isolado do resto da humanidade, descobrindo (ou criando, de acordo com a concepção filosófica assumida) as precisas e eternas relações entre os entes matemáticos, que são entes da razão. Segundo Davis, quando o ensino de Matemática se baseia nesse tipo de filosofia, em geral, segue o padrão formalista do tipo: **faz assim, aplica tal definição, usa tal algorítmo.**

As filosofias *públicas* entendem que o conhecimento matemático não é criado individualmente, mas é parte do conhecimento de uma comunidade - os matemáticos, os perquisadores, os professores, os alunos de Matemática - que pratica uma determinada atividade e cujas criações são discutidas, corrigidas, retomadas através das publicações dos membros da comunidade, de suas palestras, de suas aulas. A comunidade matemática, inserida em uma determinada sociedade e cultura, vai refletir sobre as necessidades dessa sociedade e, então, trabalhará sobre os conteúdos matemáticos utilizados por e para essa sociedade.

A matematização de quase todas as áreas do conhecimento, a (talvez) excessiva utilização da informática nas ciências sociais e biológicas, faz com que o homem esteja cada vez mais à mercê da"perversão matemática", expressão usada por Upinsky (1989). Visto que somos "beneficiários e vítimas, toda a matematização deveria ser aberta em forum público, onde as idéias são debatidas. Esses debates deveriam começar na escola secundária."(DAVIS, 1988, p.144).

Portanto, a filosofia *pública* da Matemática, que vem tomando forma a partir das idéias de Lakatos e sendo defendida por matemáticos como Davis, Hersh, Tymockzo e

Ernest, entre outros, embasaria uma nova forma de ensinar, centrada nos problemas da sociedade e na emergência de soluções para esses problemas. As soluções seriam criadas pelos membros dessa sociedade, estimulados, desde os primeiros anos de escolaridade, a propor soluções, levantar hipóteses, testá-las, criticá-las.

Apesar das considerações dos autores acima citados, não acreditamos ser possível fazer uma associação estreita entre uma visão filosófica da Matemática e uma tendência pedagógica que lhe seja correspondente. Em geral, não existem posturas do professor de Matemática, características de uma escola de pensamento matemático. Um determinado professor, com uma determinada concepção de Matemática, pode agir de maneira diferente em relação a turmas diversas, devido às influências dos alunos, da Instituição, dos colegas ou da realidade sócio-econômica de cada escola.Da mesma forma, professores com concepções filosóficas opostas podem, pelo mesmo tipo de influências, realizar trabalhos muito semelhantes em uma determinada turma e escola.

Assim, parece-nos que devemos examinar as possíveis relações entre as concepções e as práticas, tentando entender, também, como as circunstâncias modelam essas relações.

Os autores que dividem as visões filosóficas em categorias opostas e as relacionam a determinadas práticas pedagógicas, enunciam considerações gerais sobre o processo de ensino-aprendizagem de Matemática, sem se deterem em aspectos específicos, como a avaliação da aprendizagem. Iremos, agora, tecer considerações sobre a avaliação em Matemática para tentar estabelecer suas possíveis relações com as concepções filosóficas.

Chevallard e Feldmann (1986) consideram que as definições da palavra *avaliação*, registradas em dicionários ou em obras pedagógicas, apresentam um problema grave: o objetivo do processo de avaliação é colocado naquilo que **deve ser**, no que o aluno deve atingir, ou seja, no produto da aprendizagem e não no processo. A ideia subjacente é a de que existe uma verdade única que deve ser atingida pelos alunos, e a nota atribuída às provas indica em que medida o aluno **se aproximou** dessa verdade; os erros, portanto, devem ser analisados com o objetivo de serem eliminados.

Em Matemática, de modo geral, o professor, ao elaborar uma prova, faz, também, o gabarito, ou seja, o modelo segundo o qual o aluno deve resolver as questões. Assim, a verdade do professor, a sua maneira de solucionar as questões é que serve de modelo para a correção das provas dos alunos.

Parece-nos que a visão absolutista da Matemática está presente nesse procedimento dos professores: eles acreditam, efetivamente, na existência, em Matemática, de uma verdade absoluta que não pode ser sujeita a críticas e correções e, por extensão, de uma **maneira de fazer**, uma resolução certa que deveria ser seguida por todos.

Quando os professores de Matemática constroem um gabarito, já estão estabelecendo uma verdade única, isolada da realidade dos alunos. Outro agravante pode ser citado: ao avaliar a prova separadamente das outras atividades desenvolvidas durante o período de aprendizagem, ou seja, do próprio trabalho de sala de aula, do estudo individual ou dos trabalhos de casa, o professor isola o processo de aprendizagem de seu produto.

Na correção de cada questão, surge, em nossa opinião, novamente o laivo absolutista, agora em sua versão formalista, quando o profesor considera que as regras formais de uso do conteúdo são mais importantes do que o significado que é atribuído a esse conteúdo. E são as regras que contam na avaliação, uma vez que ela é feita com base no uso das mesmas regras em uma prova. Mesmo quando o professor salienta sua preocupação com o desenvolvimento da questão, essa observação se refere ao encadeamento lógico dos raciocínios, à elegância, à correção, ao rigor das provas apresentadas, ou seja, àqueles elementos valorizados pela comunidade matemática, segundo os quais um trabalho na área pode ou não habilitar-se a ser lido pelos membros dessa comunidade.

Não estamos negando a importância desses elementos, efetivamente indispensáveis à apresentação de um conteúdo matemático. Não consideramos, também, a possibilidade de aceitar qualquer solução como válida, apenas porque houve **esforço** do aluno em realizar a tarefa proposta[2] .Acreditamos, isso sim, que a avaliação, **como vem sendo feita em geral**, não leva em conta o processo de chegar à solução, não usa os erros dos alunos como subsídios para a compreensão de suas dificuldades e, especialmente, não parte dos erros para desafiar o aluno a **mudar**, a crescer no entendimento, a desenvolver sua capacidade de crítica, de análise e de generalização.

Outro aspecto que merece destaque, no processo de avaliação em Matemática, em geral desenvolvido, é o hábito de corrigir as provas em conjunto, uma após a outra. De uma parte, como já enfatizamos, o trabalho anterior do aluno, seu desempenho em sala de aula ou em outras atividades, é desconsiderado, pois se está corrigindo a prova isolada de outros trabalhos. De outro modo, a avaliação da prova vai sendo influenciada pela própria prova: se um aluno resolve corretamente as primeiras questões, o professor tende a **desculpar** os erros encontrados no final; se, pelo contrário, o aluno erra na primeira parte da prova, o professor o rotula como **mau aluno** e corrige, com mais rigor, a segunda parte.

Esse viés pode ser minimizado, corrigindo o conjunto de provas questão por questão, como vários professores fazem. No entanto, tal procedimento não o elimina pois a

---

[2] Certas posturas pedagógicas não- diretivas propõem uma avaliação que impede, em nosso entender, o desenvolvimento do alunos, pois qualquer trabalho é aceito desde que ele demonstre esforço. É um arremedo de avaliação, já que não serve como diagnóstico do trabalho realizado, tanto pelo aluno, quanto pelo professor.

comparação passa a ser feita, então, com as melhores soluções apresentadas para aquela determinada questão.

Parece-nos que há um aspecto desconsiderado, em geral, no processo de avaliação: a relação entre professores e alunos com vistas ao conhecimento. Os pesquisadores franceses, ligados aos IREM, têm-se referido, freqüentemente, à noção de *contrato didático*, introduzida por Brousseau, a partir das idéias de Rousseau, expostas em **O contrato social**.

Brousseau (1986) considera que a única maneira de fazer Matemática é buscando e resolvendo problemas específicos, e que o aluno, ao resolver os **bons** problemas propostos pelo professor, aprende o conteúdo em questão. Se o aluno não consegue resolvê-los, por um ou outro motivo, o professor tem a obrigação de ajudá-lo e, até, de justificar a escolha de um problema difícil. [3] . A noção de *contrato didático* independe da concepção filosófica ou pedagógica assumida pelo professor, uma vez que é uma relação que se estabelece toda a vez que um professor e seus alunos reúnem-se em torno de um conhecimento. Segundo o autor, essa relação

> "...determina - explicitamente em parte, mas sobretudo implicitamente - o que cada parceiro, o professor e o aluno, tem a responsabilidade de gerar e do qual ele será, de uma maneira ou de outra, responsável perante o outro. Esse sistema de obrigações recíprocas é semelhante a um contrato. O que nos interesssa aqui é o *contrato didático*, isto é, a parte desse contrato que é específico do 'conteúdo': o conhecimento matemático visado." (BROUSSEAU, 1986, p.51).

---

[3] BROUSSEAU (1986) considera que, em uma concepção moderna de ensino, os problemas propostos pelo professor devem ser escolhidos de forma que o aluno possa "agir, falar, refletir, evoluir por seu próprio movimento" (p.49) e que o professor não deve intervir no sentido de apresentar conteúdos, a não ser que o aluno solicite, para a resolução do problema.

O contrato didático reúne, portanto, três instâncias: o aluno, o professor e o conhecimento. Não há a alternativa de aceitá-lo ou recusá-lo; o contrato está posto no momento em que os alunos e o professor se encontram em torno do conhecimento ensinado. "Os contratantes, eles mesmos, não pré-existem ao contrato. É o contrato que os cria."(CHEVALLARD, 1988, p.11).

As regras não são enunciadas pois o contrato jamais será concluído, fechado. Ele está sempre **em se fazendo**. Fica tacitamente estabelecido que a situação de sala de aula é diferente de qualquer outra que professores e alunos vivenciam, e, de certa forma, o saber cotidiano é deixado em suspenso. Como diz Chevallard:

> "...o contrato determina, tanto para o professor como para o aluno, uma **Weltanschauung** particular, visão de mundo didática além de outras visões de mundo possíveis, e em várias maneiras, estranha à visão de mundo na qual evoluem ordinariamente os indivíduos fora da relação didática." (CHEVALLARD, 1988, p.12).

Parece existir, na sala de aula, uma lógica própria, geradora das respostas dos alunos, de tal forma que o que já sabem, o saber cotidiano, é desprezado frente ao formal. O mesmo autor, evidenciando abertura em direção a uma nova visão da Matemática e de seu ensino, reclama dessa postura:

> "Que os alunos dispõem de duas 'lógicas', uma 'sagrada' (a do contrato didático), a outra 'profana', é verossímil. Que a primeira seja de qualquer maneira selecionada pelo ritual escolar e a outra abandonada à porta da sala de aula, parece plausível. Mas porque não haveria uma forma de solidariedade ou de casamento entre elas, a lógica profana colocando-se em movimento cada vez que o exercício normal da lógica sagrada tornar-se impossível (não pertinente) em conseqüência da ruptura, intencional ou não, do contrato didático?" (Ibid., p.17).

Seria o caso de questionar se, em uma prova, por exemplo, não se poderia aceitar o conhecimento **profano**, informal, não sistematizado, mas que mostra como o aluno está-se desenvolvendo buscando atingir um patamar mais elevado de compreensão do conteúdo.

O papel do professor no processo de ensino-aprendizagem "encontra-se mediado pelo contrato didático, que fixa a exigência de uma progressão no saber."(CHEVALLARD E FELDMANN, 1986, P.68). Há um conjunto de exigências que o professor (e a Instituição) consideram legítimas: o tempo dedicado a um determinado conteúdo, o tipo de questões propostas em provas, os critérios de correção. Tais elementos são negociados pelos alunos, aula por aula, em uma tentativa de baixar o nível de exigência ou, pelo menos, de adequá-lo às suas necessidades.

Cada contrato didático, portanto, tem uma história própria, pois cada turma tem a sua própria forma de progredir no conhecimento. Assim, não haveria, em princípio, a possibilidade de realização de uma mesma prova para turmas diferentes, como freqüentemente acontece, quando há várias turmas de uma mesma disciplina funcionando em um mesmo horário, com professores diferentes.

CHEVALLARD e FELDMANN (1986, p.70) acreditam que a avaliação é "racional em suas intenções, mas irracional em seu funcionamento". A avaliação é um "ritual de passagem", pois, enquanto os alunos se submetem às questões propostas pelo professor, esse é submetido, pelas respostas dos alunos, a outra questão "igualmente cruel":

> "A correção, longe de ser, para o professor, um momento como os outros do processo didático, vivido com igual serenidade, aparece como a prova por excelência, da qual se livra ou da qual, pelo contrário, faz uma pequena crucificação que reaparece regularmente."(Ibid.,p.71).

O professor sente-se avaliado a cada prova que propõe aos alunos, pois o mau resultado apresentado pelos estudantes representa o fracasso do professor, como um dos **contratantes**.

A nota atribuída à prova é uma mensagem que tem como destinatário não só o aluno, mas o **mundo exterior**: os pais, a Instituição e a sociedade. Mesmo que o professor não concorde com a nota por ele atribuída a um aluno - por considerar que esse **sabe** mais do que evidenciou na prova -, e faça um comentário sobre isso, oralmente ou na própria prova, indicando que conteúdos, no seu entender, o aluno deve retomar, estabelece-se um mal-estar entre ambos que atrapalha as próximas interações professor-aluno.

A visão formalista da Matemática, aliada a uma abordagem tecnicista[4] do processo de ensino-aprendizagem, faz-se sentir na avaliação, desde o momento da elaboração das questões, quando o professor parte da idéia de ajustá-las às supostas capacidades que o aluno deveria ter desenvolvido. "Nessa concepção, a tarefa do professor (...) torna-se uma simples atividade de calibragem efetuada por um operador- o professor- em relação a um objeto- os alunos."(CHEVALLARD e FELDMANN, 1986, p.74).

O momento da aplicação da prova também tem, em geral, um ritual implícito, mais ou menos aceito por todos. O professor solicita um determinada disposição das classes, faz algumas admoestações sobre possíveis **colas**, marca o tempo de duração da prova e recusa-se a auxiliar os alunos. A toda essa encenação subjaz a idéia de que o conhecimento, transmitido aos alunos de uma determinada forma, deva ser assim reproduzido da única maneira considerada correta. Dessa forma, o diálogo entre professor e aluno, que possa ter

[4] Essa abordagem, segundo Libâneo (1985) e Saviani (1991), busca planejar a educação segundo objetivos operacionais, parcelando o trabalho pedagógico e organizando as condições de aprendizagem, de forma que o aluno modifique seu desempenho.

sido estimulado durante as aulas e que possa ter, efetivamente, levado o aluno a atingir uma melhor compreensão dos conteúdos, é bruscamente interrompido. A prova introduz, assim, uma quebra do contrato didático, um desequilíbrio nas relações entre o professor e os alunos, em torno do saber.

Novamente queremos esclarecer que não somos contrários à elaboração individual das soluções dos problemas propostos e que acreditamos ser essa, efetivamente, uma etapa importante no desenvolvimento do aluno. No entanto, ela deveria ser constante, deveria ocorrer em todas as aulas e não, apenas, em uma, duas ou três oportunidades, durante um semestre letivo. Em nosso entender, tal atitude fracciona o processo de aprendizagem, sem dúvida concebido como aquisição de conteúdos delimitados. Não é por acaso que os alunos perguntam freqüentemente: "Até onde vai a matéria para a prova?"

Na correção da prova, o peso atribuído a cada questão e os critérios para a correção (aceitar meia questão, neutralizar pontos negativos com positivos, etc.) partem do princípio de que o saber é passível de medição. Tal concepção, que remonta aos séculos XVIII e XIX, com a invasão da Estatística e da Demografia nas Ciências Sociais (Chevallard e Feldmann, 1986), traz incoerências muito grandes, como a atribuição do zero. - O conhecimento nulo existe? - E se o aluno entrega a prova em branco, o zero que lhe é atribuído mede a atitude de recusa a submeter-se a uma avaliação que, de alguma forma, quebrou o contrato didático?

Qualquer que seja a nota atribuída ao aluno, o desequilíbrio na relação professor-aluno-conhecimento terá seus efeitos, também, no desempenho dos alunos nas próximas avaliações da mesma disciplina. A prova serve de ocasião de aprendizagem, uma vez que o aluno descobre, pelo tipo de questão proposta, quais os conteúdos matemáticos que devem ser aprendidos, qual o objeto de aprendizagem valorizado pelo professor e pela sociedade. Assim, a concepção de Matemática do professor é transmitida aos alunos.

A nota, publicada pelo professor e enviada à Administração, escamoteia, para o exterior, todas as experiências vividas em sala de aula: os debates, as tensões, as frustrações e as alegrias do processo.

A nota final do semestre, sendo uma média (aritmética ou ponderada, conforme as regras estabelecidas), é ainda mais falível do que as parciais, pois dá uma impressão de desempenho homogêneo que o aluno, na maior parte das vezes, não teve no decorrer do semestre.

Em um curso universitário, com regime de disciplinas semestrais e pré-requisitos para matrícula, as notas em Matemática (em geral as mais baixas em cursos em que essa disciplina não é básica) têm, ainda, a função de selecionar aqueles que poderão cursar disciplinas subseqüentes do currículo. Assim, a Matemática serve como filtro, selecionando os mais aptos, conforme a visão platônica.

Retomando as considerações até aqui apresentadas, acreditamos que a concepção absolutista da Matemática é a que mais influencia as práticas avaliativas, vigentes no ensino dessa disciplina. As idéias de Platão, Descartes e da escola formalista podem ser relacionadas com algumas das etapas do processo de avaliação.

A visão absolutista aparece, por exemplo, na elaboração das provas, quando são propostas questões dissociadas da realidade dos alunos, como se a Matemática existisse em mundo à parte, e os alunos devessem raciocinar sobre os entes matematicos "tais como se apresentam", conforme afirmava Platão.

Outra influência absolutista é a de Descartes, cujas regras para "bem conduzir a razão na busca da verdade" preconizavam o reducionismo:

> "...dividir cada uma das dificuldades que eu havia de examinar em tantas parcelas quantas fosse possível e necessário para melhor as resolver(...) conduzir por ordem os meus pensamentos, começando pelos objectos mais simples e mais fáceis de conhecer, para subir pouco a pouco, gradualmente, até ao conhecimento dos mais compostos.(DESCARTES, 1988, p.57).

Esse método analítico tornou-se uma característica do pensamento científico e está vivo e presente no ensino de Matemática. Considera-se que o aluno **sabe** resolver um problema, quando divide as dificuldades, examinando-as uma a uma, começando pelas partes mais simples. Esse reducionismo, no entanto, é insustentável, se considerarmos o processo global, pois se perde a capacidade de ver o todo e as suas interrelações.

Ensinar a difícil tarefa de ver o todo, examiná-lo em suas partes e voltar ao todo com uma nova visão obtida a partir da análise das partes, deveria ser um dos objetivos da Matemática como disciplina de um currículo escolar, em qualquer nível. Não obstante, na maior parte das vezes, é enfatizada a redução às partes, **picoteando-se** os conteúdos programáticos e impedindo, por conseqüência, o aluno de ver o todo. Essa postura, em termos de avaliação, reflete-se no momento em que há a preocupação de descontar pontos por cada erro cometido em uma resolução, sem tentar entender o raciocínio global, o caminho pelo qual o aluno chegou àquele erro, a **mensagem** que ele passa sobre as suas dificuldades.

Pressupõe-se, também, ao corrigir as provas, que os alunos tenham justificado cada passo das demonstrações, em uma linguagem formal, simbolizada, livre de contradições; nas questões que envolvem algorítmos; espera-se que executem os cálculos na seqüência

certa. Está-se, assim, aceitando uma postura formalista, do tipo: **faz assim-aplica essa definição-demonstra dessa forma**.

A preocupação com a eliminação dos erros cometidos pelos alunos, tão própria da concepção que vê a Matemática como o domínio do conhecimento absoluto e infalível, parte da idéia equivocada de que os textos matemáticos não têm erros. Davis (1972) comenta a existência de uma obra, publicada em 1935, na qual, em mais de 130 páginas, são listados erros cometidos por matemáticos, desde a antiguidade, arrolando, também, os autores que descobriram os erros e as discussões por eles geradas.

A existência de erros cometidos por matemáticos não é, evidentemente, uma desculpa para aceitar trabalhos errados dos alunos; queremos, apenas, lembrar que a Matemática é corrigível e que se desenvolve por meio das correções que a comunidade matemática vem fazendo ao longo dos séculos. Há, portanto, um papel fecundo atribuído aos erros, no desenvolvimento da Matemática. As geometrias não-euclideanas, por exemplo, não teriam sido criadas, se não tivessem ocorrido fracassos nas tentativas de provar o 5º postulado de Euclides.

Da mesma forma, os erros cometidos pelos alunos podem ser um "trampolim para a investigação", nas palavras de Borasi (1988). A autora exemplifica o potencial educacional dos erros no ensino da Matemática, mostrando diferentes definições incorretas de circunferência, dadas por um grupo de alunos. Tomando cada uma delas, a autora sugere que os alunos tentem descobrir que outros entes matemáticos poderiam ser descritos a partir de cada definição; quais as conseqüências por aceitar essas definições; quais as propriedades da circunferência que continuariam válidas; o que significa **definir**, em termos matemáticos.

Se se toma, por exemplo, a definição que diz: *uma circunferência é o lugar geométrico dos pontos do plano equidistantes de um dado ponto*, pode-se propor aos alunos o trabalho com uma geometria não-euclideana, como a *geometria do taxi* (Krause, 1986), por exemplo, pela qual a definição acima dá origem a uma figura geométrica que não tem a forma usual e esperada de uma circunferência.[5]

Em uma perspectiva de ensino centrada no processo, aceitando a possibilidade de refutar e corrigir os conceitos matemáticos, poder-se-ia partir dos erros para explorar a Matemática, desenvolvendo, assim, a capacidade crítica dos alunos. Essa seria uma das relações entre a visão *falibilista* da Matemática, sugerida por Ernest (1991b), e o processo de avaliação da aprendizagem dessa disciplina.

O presente trabalho envolve, especificamente, as formas como os professores de Matemática avaliam os erros cometidos pelos alunos. Assim sendo, consideramos necessário entender os objetivos das pesquisas realizadas em análise de erros, os focos de interesse dos pesquisadores. Uma retrospectiva dos trabalhos na área permitirá alcançar o objetivo referido e será realizada a seguir.

[5] Nessa geometria, se a distância entre dois pontos P(a,b) e Q(c,d) é dada por $d= |c-a| + |d-b|$, então o conjunto dos pontos do plano equidistantes de um dado ponto C é um quadrado.

5. ANÁLISE DE ERROS: RETROSPECTIVA HISTÓRICA E PERSPECTIVAS ATUAIS

A análise de erros é uma abordagem de pesquisa em Educação Matemática que vem sofrendo as influências das teorias vigentes, em diferentes épocas, tanto na Pedagogia, quanto na Psicologia. No início do século XX, Watson lança, nos Estados Unidos, a revolução behaviorista, afirmando que a psicologia é uma ciência objetiva, e que seu tema é o estudo da conduta observável. Inseridas nesse paradigma, estão as idéias de Thorndike sobre a associação entre estímulo e resposta. Em **Psychology of Arithmetic**, ele sugere que a missão dos professores é selecionar vínculos estímulo-resposta que permitam aos alunos efetuarem cálculos e resolverem problemas. (Resnick e Ford, 1990).

Colaboradores de Thorndike pesquisaram as dificuldades encontradas pelos alunos na resolução de problemas de aritmética. Knight e Behrens, por exemplo, registraram os erros cometidos por alunos de 2° ano, ao praticarem adições e subtrações de naturais com resultado inferior a 20. A análise de erros limitava-se ao cômputo do número de vezes em que uma operação tinha que ser apresentada para que o aluno desse a resposta correta, ou o tempo necessário para o aluno resolver a operação. Eram organizadas escalas de dificuldades, para auxiliar o professor a suprimir a conduta errônea dos alunos. (Resnick e Ford, 1990).

Os trabalhos em análise de erros, nessas primeiras décadas do século XX, estavam restritas às pesquisas sobre erros em aritmética, cometidos, portanto, por alunos dos primeiros anos escolares. Uma exceção foi a pesquisa de Smith, realizada com alunos de *high school*, sobre erros em demonstrações de Geometria Plana. (Smith, 1940 a, 1940 b).

Na Alemanha, por essa época, havia também o interesse pela análise de erros, sob a influência da Gestalt e da Psicanálise. No entanto, não houve intercâmbio entre os pesquisadores americanos e europeus. Segundo Radatz (1980), a análise de erros didaticamente orientada, na Alemanha, foi iniciada por Weimer cujo interesse se ligava ao estabelecimento de padrões individuais de erros.

Uma segunda fase na análise de erros aconteceu a partir dos anos 50, sob o enfoque do processamento da informação. A cibernética de Wiener, a teoria da informação de Shannon, os trabalhos de Bruner e as experiências de Newell e Simon abriram novas portas para pesquisas nas mais diversas áreas, sugerindo novos métodos e novas abordagens para os problemas estudados.

Mesmo discordando em vários pontos, os teóricos do processamento da informação compartilham o pressuposto de que a mente humana possui uma estrutura semelhante a de um computador, processando informações através de uma série de **memórias**.

Sob a ótica do processamento da informação, muitos pesquisadores utilizam os protocolos verbais em seus trabalhos de análise de erros. Como salientam NEWEL e SIMON (1972, p.12), "a análise dos protocolos verbais é uma técnica típica para verificar a teoria e tornou-se, de fato, uma espécie de marca registrada da abordagem do processamento da informação".

Uma das pesquisas dessa fase foi realizada por Lankford que trabalhou com alunos de 7ª série, resolvendo problemas que envolviam as quatro operações, com inteiros e racionais. O entrevistador pedia aos alunos que **pensassem em voz alta**, enquanto resolviam os problemas e, através dos protocolos, eram analisadas as diversas estratégias de resolução e os padrões de erros.

A partir de estudos desse tipo, Brown e Burton desenvolveram um programa de computador, denominado *Buggy*, para estudar os erros sistemáticos cometidos pelos alunos em operações de subtração. Na memória do computador, são armazenados todos os procedimentos errôneos já detectados e, a partir desses, o desempenho dos alunos é catalogado. (Resnick e Ford, 1990).

Essas experiências em análise de erros com utilização de computadores influenciaram várias pesquisas nos Estados Unidos e América Latina, a partir da divulgação em Congressos. Como exemplo, podemos citar o projeto **Dignóstico e análise de erros: subsídios para o processo ensino-aprendizagem em Matemática**, desenvolvido na Universidade Federal do Rio de Janeiro. (Guimarães Jr., 1989).

Tanto sob a perspectiva do behaviorismo, como sob a do processamento da informação, a análise de erros em Matemática tem-se restringido a uma função diagnóstica e reparadora. Os pesquisadores preocupam-se em classificar os erros para permitir aos professores uma modificação nas estratégias de ensino, tornando-as mais eficazes. Parece vigorar, então, a visão absolutista da Matemática, no momento em que os pesquisadores e professores procuram oportunizar aos alunos meios de alcançarem a verdade absoluta, evitando os erros.

Macedo critica essa preocupação da escola com o fazer e com a eficácia, em detrimento do compreender:

> "Quando a escola falha nesta perspectiva da eficácia, a razão do erro é buscada em muitas fontes: ora é considerado um problema do professor, ora da escola, ora da criança, etc. Mas há sempre um culpado na história." (MACEDO, 1990, p.353).

Parece-nos que, sob as perspectivas já citadas, os pesquisadores não levam em conta o papel da cultura e do inter-relacionamento humano na ocorrência dos erros. Suas experiências são feitas em laboratórios ou, se realizadas em sala de aula, ocorrem em condições especiais, previamente planejadas. O aluno é solicitado a dar resposta a um problema ou a fazer alguns cálculos; porém, se no seu cotidiano ele tem outras formas de resolver tais questões, se a interação com os colegas tem ou não influência em suas resoluções, essas são questões que, em geral, os pesquisadores não formulam, perdendo, assim, a oportunidade de verificar as reais condições do aluno como ser humano, inserido em uma determinada cultura e sociedade.

A abordagem construtivista a partir da obra de Piaget, tem outra visão do erro. Vários autores que seguem essa tendência têm apontado os defeitos das outras abordagens. Bessot, por exemplo, critica os que buscam apenas eliminar os erros:

> "Certas teorias consideram o reforço externo como principal mecanismo desse desenvolvimento: sob esse ponto de vista, os erros são o efeito da ignorância ou da desatenção e dessa forma devem ser evitados em todo o processo de aprendizagem." (BESSOT, 1983, p.474).

Casávola et al. destacam o importante papel dos erros na construção do conhecimento, na perspectiva construtivista, e citam uma frase do próprio Piaget:

> "...um erro corrigido (por ele mesmo) pode ser mais fecundo do que um acerto imediato, porque a comparação de uma hipótese falsa e suas conseqüências fornece novos conhecimentos e a comparação entre dois erros dá novas idéias." (PIAGET, apud CASÁVOLA et al., 1988, p.43).

A perspectiva construtivista, portanto, apresenta uma visão bem mais aberta, aceitando os erros cometidos pelos alunos e até estimulando a sua ocorrência, considerando as possibilidades que se abrem para o sujeito construtor do conhecimento.

Gostaríamos de assinalar, ainda, as atividades que vêm sendo realizadas por grupos ligados aos IREM (*Institut de Récherche sur l'Enseignement des Mathématiques*) franceses cujos pesquisadores enfatizam mais a noção de obstáculo do que a de erro. Os conceitos referentes a obstáculos têm sua origem na noção de **obstáculo epistemológico**, introduzida por Bachelard em 1938:

> "Quando se buscam as condições psicológicas do progresso da ciência, chega-se logo a essa convicção de que é em termos de obstáculos que é necessário colocar o problema do conhecimento científico. (...) é no ato mesmo de conhecer, intimamente, que aparecem, por uma espécie de necessidade funcional, lentidões e perturbações. É lá que nós mostraremos as causas de estagnação e mesmo de regressão, é lá que nós descobriremos as causas da inércia que chamaremos de obstáculos epistemológicos."(BACHELARD, apud ARTIGUE, 1989, p.4).

Segundo Artigue (1989), o aparecimento da noção de obstáculo epistemológico em textos de Didática da Matemática, teve sua origem em trabalho apresentado por Brousseau, em 1976, em um encontro da Comissão Internacional para o Estudo e Melhoria do Ensino da Matemática. No entanto, o próprio BROUSSEAU (1983, p.173), retomando o texto anterior, diz que "a noção de obstáculo está em vias de se constituir e se diversificar: não é fácil dizer generalidades pertinentes sobre esse assunto.". Mais adiante, porém, enfatiza que um obstáculo se manifesta por erros.

Enquanto alguns pesquisadores questionam a idéia de que o obstáculo produz erros (Artigue, 1989), outros fazem distinções entre **dificuldade e obstáculo** (El Bouazzoui, 1988) e outros, ainda, preferem utilizar tais termos com o significado da linguagem comum, por acreditarem ser prematuro estabelecer conceituações rígidas. (Glaeser, 1985).

Radatz, ao fazer uma revisão das pesquisas sobre análise de erros, realizadas nos Estados Unidos e Europa até o final dos anos 70, aponta para a importância dos erros no sentido de oportunizar o diagnóstico das dificuldades de aprendizagem e de criar condições para avaliar o desempenho individual dos alunos. A análise de erros também serve como "ponto de partida para a pesquisa sobre o processo de ensino-aprendizagem matemático" e como "estratégia de pesquisa promissora para esclarecer algumas questões fundamentais da aprendizagem matemática." (RADATZ, 1980, p.16).

No entanto, em outro texto, ao apresentar uma classificação das causas dos erros, segundo os paradigmas do processamento da informação, o autor mostra estar preocupado com a eliminação dos erros, pois se refere ao "desempenho exitoso em tarefas matemáticas" (RADATZ, 1979, p.166). Dessa forma, parece partir do pressuposto de que o professor ensinará um determinado conteúdo e proporá tarefas que lhe permitam avaliar o desempenho do aluno, através dos erros e acertos na resolução.

Mesmo que essa avaliação dos erros possibilite a pesquisa sobre os processos de ensino-aprendizagem, ou sobre o desenvolvimento cognitivo do aluno, não há, em Radatz, uma preocupação com os aspectos sociais e culturais, com o papel da cultura na formação dos conceitos matemáticos e com a influência dos professores e dos colegas em interação com o aluno. Trata-se de uma visão absolutista, bem de acordo com os paradigmas do processamento da informação nos quais o autor se insere.

Uma abordagem mais ampla sobre as possibilidades da utilização da análise de erros no processo de ensino-aprendizagem é apresentada por Borasi, pesquisadora italiana, atualmente radicada em New York. Incorporando idéias de Kuhn, Lakatos, Piaget e Vergnaud, a autora propõe novos rumos para a análise de erros, fugindo de certas limitações do behaviorismo e do processamento da informação.

Além do papel tradicional da análise de erros no sentido de identificar e classificar os erros cometidos pelos alunos e propor estratégias para eliminá-los, Borasi (1988 b) aponta outras possibilidades: usar os erros como instrumentos para explorar o funcionamento da mente (Piaget, Vergnaud); aproveitá-los como elementos fundamentais para o desenvolvimento de uma disciplina (Kuhn, Lakatos); avançar, partindo dos erros em programação de computadores e através do *debugging*, na compreensão da linguagem de programação utilizada e dos próprios conteúdos trabalhados (Papert).

Todas essas alternativas podem ser analisadas sob o ponto de vista do objetivo didático proposto ao fazer análise de erros e, também, do foco de interesse. Borasi tem apresentado essas alternativas em um quadro resumo, sucessivamente aperfeiçoado (1985, 1987, 1988 b), e que, aqui, reproduzimos em sua versão mais recente:

QUADRO 2: ALTERNATIVAS PARA O USO DOS ERROS

foco / objetivo	conteúdo técnico-matemático	natureza da matemática	processo de aprendizagem
Eliminação do erro	O erro é visto como um sinal de falha do processo de aprendizagem. Sua causa é diagnosticada na tentativa de eliminar o erro pela raíz. 1	O erro é visto como projeção da incompreensão de caráter mais geral, relativa à natureza da Matemática. Tal incompreensão é diagnosticada com a intenção de remediá-la, eliminando-a. 2	O erro é visto como um instrumento para identificar dificuldades comuns da aprendizagem e métodos de ensino ineficazes. O currículo e os métodos de ensino podem ser conseqüentemente melhorados, para evitar tais dificuldades (e erros) no futuro. 3
Exploração e descoberta	O erro é visto como um estágio necessário, positivo no processo de pesquisa. Pode motivar novas direções para a exploração e levar a descobertas inesperadas. 4	O erro é visto como um instrumento para pôr em evidência os limites e características de uma disciplina. Pode motivar e levar a reflexões sobre a natureza da disciplina 5	O erro é visto como projeção dos mecanismos com os quais a mente opera. Pode constituir-se em instrumento para compreender melhor os processos cognitivos e o próprio desenvolvimento. 6

(Cf. BORASI, 1988 b, p.380).

A idéia de Borasi sobre o papel construtivo do erro é diversa da dos piagetianos. Mesmo enfatizando a exploração e a descoberta como objetivos das pesquisas, a autora está considerando o erro como instrumento didático; para Piaget e colaboradores, seu papel é de construtor do conhecimento.

Para esclarecer as possibilidades do esquema de Borasi, vamos tomar exemplos de erros cometidos por alunos de Cálculo Diferencial e Integral, analisados por nós em uma pesquisa realizada na PUCRS (Cury, 1990). No referido trabalho, tentávamos identificar e classificar os erros em soluções de problemas de Cálculo em provas de verificação de aprendizagem. Em uma determinada questão, apresentávamos uma função composta e solicitávamos sua derivada. Independentemente de outros erros cometidos que se acumulavam na resolução, e, também, do tipo de função apresentada, notamos que alguns alunos utilizavam uma regra de derivação incorreta que parecia ter origem em uma **falsa generalização** de outra já conhecida. Por exemplo, se solicitávamos a $D_x(u.v)$, sendo u e v funções de x, alguns alunos respondiam que $D_x(u.v)=u'.v'$, numa espécie de **generalização** da regra da derivada da soma, $D_x(u+v)=u'+v'$. Da mesma forma, na determinação da $D_x(e^x)$, encontramos, em alguns casos, que $D_x(e^x)=x.e^{x-1}$, evidenciando, claramente, que os alunos aplicaram (erradamente) a regra da derivada da potência, $D_x(x^p)=p.x^{p-1}$.

Se se considerar a casa 1 do Quadro de Alternativas de Borasi, pode-se pensar que houve falhas na apresentação das regras de derivação, e o conteúdo será retomado, re-explicado, e melhor exemplificadas as regras, tentando mostrar aos alunos como se faz corretamente. Em termos da casa 2, pode-se considerar que não ficou clara a noção de derivada de uma função, e o assunto é retomado sob novos enfoques, relembrando a noção de derivada e a interpretação geométrica.

Na casa 3, sempre com o objetivo de eliminar o erro, pode-se considerar que há falhas no planejamento da disciplina Cálculo Diferencial e Integral, que os métodos de ensino não estão sendo eficientes ou que os conteúdos poderiam ser melhor distribuídos, para que, no futuro, se pudesse ter mais tempo para estudar a parte operacional da derivação.

Se, no entanto, a preocupação não é com a eliminação dos erros, há, na casa 4, uma sugestão para aceitar esse tipo de erro cometido pelos alunos, ou seja, a **falsa generalização** de regras. Partindo da regra incorreta, jogar com outra abordagem, representando geometricamente o resultado obtido pelos estudantes ou aplicando sua regra em um exemplo prático (velocidade de um móvel, taxa de crescimento ou custo marginal), para explorar o erro no sentido da descoberta das conseqüências da **nova** regra.

Na casa 5, pode-se partir da regra incorreta e questionar a própria idéia de regra em Matemática: como se deduz uma regra, quais os limites de validade ou que condições devemos impor para utilizá-la. Nessas discussões, é possível explorar certos aspectos gerais da Matemática, tais como a formalização de resultados.

Finalmente, na casa 6, pode-se explorar a **falsa generalização,** no sentido de estudar processos cognitivos complexos. Como salienta Rivière,

> "Muitos erros são resultados de *procedimentos ou algoritmos incorretos* que as crianças inventam. A questão é de como chegam a essa invenção e qual o seu significado e coerência em função das *estruturas de conhecimento* e dos *recursos cognitivos* que as crianças possuem." (RIVIÈRE, 1990, p.167).

Sintetizando os elementos apresentados nesse capítulo, vê-se que as pesquisas em análise de erros podem ser agrupadas em torno de dois objetivos principais: a superação do erro através de sua eliminação ou através da exploração de suas potencialidades. Na primeira categoria, ficam as pesquisas realizadas sob a influência do behaviorismo e do processamento de informação. Em segundo lugar, aparecem os trabalhos mais recentes, de caráter construtivista. Essa divisão não é rígida e podem ser encontrados os dois objetivos em alguns trabalhos. O que distingue as pesquisas, no entanto, é a ênfase na eliminação ou na exploração do erro e as conseqüências do estudo para o processo de ensino e aprendizagem de Matemática.

6.SÍNTESE DA FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Nos capítulos anteriores, foram revisados alguns aspectos relacionados com a Educação Matemática, especialmente no tocante às concepções e crenças sobre a Matemática e seu ensino e às perspectivas da análise de erros. Retomando as idéias apresentadas, podemos fazer, agora, uma síntese, destacando aquelas mais relevantes para a investigação.

Vê-se, inicialmente, que a Educação Matemática é uma disciplina nova, desenvolvendo-se na **fronteira** de vários campos do conhecimento e, sendo assim, apropria-se de conteúdos e métodos de outras áreas, buscando atingir seu objetivo que é o estudo das relações entre o conhecimento matemático, o professor e seus alunos.

Exatamente por ser nova, a Educação Matemática carece, ainda, de uma fundamentação filosófica que a embase e que permita a emergência de debates sobre diversos aspectos desse campo de conhecimento.

Ernest (1991 b) aponta a falta de uma exploração extensa e profunda em Filosofia da Educação Matemática e, revisando várias correntes filosóficas da Matemática e diversos aspectos do processo de ensino e aprendizagem dessa disciplina, oferece novas perspectivas para pensar os problemas da área. Quando analisa problemas específicos do ensino de Matemática, no entanto, dirige seus comentários para situações vigentes na Inglaterra.

Em nosso País, há falta de estudos em Filosofia da Educação Matemática que apontem caminhos para os pesquisadores que apresentam uma intensa produção na área da Educação Matemática, especialmente após a criação dos cursos de Mestrado em Educação Matemática pela UNESP de Rio Claro e pela Universidade Santa Úrsula, do Rio de Janeiro, bem como por outros cursos que estão inciando suas atividades de Pós-Graduação na área, em todo o Brasil.

Quanto aos estudos sobre concepções de Matemática e sobre análise de erros, nota-se que há grande interesse pelos temas, especialmente nos Estados Unidos e Europa, e esse interesse dissemina-se, agora, por outras regiões, a partir da leitura da bibliografia específica que vem crescendo.Não obstante, parece-nos que a falta de uma Filosofia da Educação Matemática faz com que os pesquisadores, em cada nova investigação, tenham que **reinventar a roda**, procurando construir uma fundamentação para cada pesquisa em particular. Seria necessário, em nosso entender, que houvesse grupos de pesquisa sobre concepções, sobre avaliação e sobre análise de erros, para que o intercâmbio entre os grupos pudesse originar novas pesquisas.

O termo *concepção*, por exemplo, é utilizado com diferentes significados nas obras revisadas, o que nos leva a questionar se se pode partir das conclusões de um autor, quando esse não define os termos utilizados ou os emprega com significados diversos daqueles já aceitos.

Entre as classificações propostas pelos pesquisadores para as concepções de Matemática, assumidas pelos matemáticos ou professores de Matemática, preferimos a de Ernest (1991 b) que agrupa as diversas *filosofias da Matemática* em *absolutistas* e *falibilistas*. Acreditamos ser essa classificação a mais coerente para os propósitos da análise de erros, visto que também encontramos em Borasi (1988 b) uma dicotomia nos objetivos propostos para fazer análise de erros (eliminação e exploração).

A visão *absolutista* da Matemática, que a vê como domínio da certeza indubitável, parece estar relacionada à busca da eliminação dos erros, para que a verdade inabalável não venha a ser contestada. A visão *falibilista*, aceitando que a Matemática se desenvolva através de críticas e refutações, tem todas as condições de aceitar os erros como pontos de partida para novas explorações que possam levar a descobertas inesperadas.

O desenvolvimento da Matemática, ao longo dos séculos vem sofrendo a influência de vários pensadores, de cujas idéias se apropriam as novas gerações de matemáticos ou professores de Matemática. Entre as influências mais marcantes estão as idéias de Platão, Aristóteles, Descartes, dos filósofos que criaram as escolas Logicista, Intuicionista e Formalista e de Lakatos, esse já da primeira metade do século XX.

Evidentemente, as idéias dos pensadores não estão isoladas; fazem parte da cultura transmitida aos que os sucedem. Descartes e Russell, por exemplo, deixam bem clara, em seus escritos, a influência de Platão; Lakatos assegura que sua obra tem como **pano de fundo** algumas idéias de Popper e Polya. Assim, há uma série de influências que se amalgamam em uma determinada *concepção*, com o predomínio de uma ou de outra.

As visões *absolutista* e *falibilista* aceitam, ambas, a busca da verdade em Matemática; a diferença entre elas é que os absolutistas acreditam ser possível atingir a verdade absoluta e que, uma vez atingida (uma vez provado um teorema, por exemplo), nada mais há a fazer. Essa verdade (essa proposição demonstrada) deve ser transmitida às futuras gerações que devem aceitá-la sem críticas. Os falibilistas acreditam que a Matemática progride mediante incessante aperfeiçoamento, por críticas e refutações, e que uma proposição já demonstrada pode ser retomada, re-estudada à luz de novas teorias, ou refinada segundo novos padrões de rigor.

As filosofias da Matemática recebem ainda novas classificações, como a propostas por Tymockzo e utilizada por Davis: *privadas* e *públicas*. Nessas denominações, está presente a preocupação com a comunidade e com os problemas sociais que afetam o mundo de hoje, propondo uma nova idéia de ensino de Matemática, voltado para as necessidades sociais e gerador de soluções.

A avaliação dos alunos e, conseqüentemente, a forma com que os profesores consideram os erros são, portanto, elementos indicadores da presença ou ausência de uma nova postura em Educação Matemática, relacionada com as concepções assumidas pelos professores. A fundamentação teórica sintetizada acima é apresentada no Quadro 3, com as respectivas implicações para a investigação.

QUADRO 3: SÍNTESE DA FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

CAPÍTULO	IDÉIAS PRINCIPAIS	IMPLICAÇÕES PARA A INVESTIGAÇÃO
1.Considerações iniciais	A Educação Matemática é definida por vários autores, que apontam conceituações diversas, enfatizando ora um, ora outro aspecto do novo campo de pesquisa. Aceitando a conceituação de Brousseau, que vê a didática das matemáticas como interação entre o conhecimento matemático, os alunos e o professor, a idéia de Artigue, de que esse novo campo de conhecimento está no cruzamento de diversas ciências e o alerta de Otte sobre a importância dos indivíduos no contexto social do ensino de Matemática, podemos expor nossa conceituação: a **Educação Matemática é um campo interdisciplinar, que emprega contribuições da Matemática, de sua Filosofia e de sua História, bem como de outras áreas tais como Educação, Psicologia, Antropologia e Sociologia. Seu objetivo é o estudo das relações entre o conhecimento matemático, o professor e os alunos, relações essas que se estabelecem em um determinado contexto sócio-cultural.**	A conceituação de Educação Matemática apresentada subsidia a elaboração das questões de pesquisa que investigam as opiniões dos professores sobre as relações da Matemática com as diversas áreas do conhecimento e as relações de alunos e professores em torno do saber.
2. Concepções e crenças: pesquisas realizadas e significado dos ermos utilizados	Vários pesquisadores têm buscado investigar as relações entre as concepções e as práticas dos professores de Matemática. Entre esses, apontamos, em especial, os trabalhos de Lerman, que agrupa as visões sobre a natureza da Matemática em torno das perspectivas euclideana e lakatosiana; de Ernest, que aponta a dicotomia entre as visões absolutista e falibilista; de Thompson, que identifica as concepções platônica, instrumental e de resolução de problemas a partir dos depoimentos de professoras de 1° grau; de Guimarães, que procura evidenciar os traços mais relevantes, bem como as diferenças e contrastes entre as concepções e práticas dos professores. Entre os significados dos termos concepções e crenças, utilizados, às vezes, de forma conflitante, destacam-se as conceituações de Thompson e de Ernest; ambos apontam a existência de *uma* filosofia da Matemática para cada professor, como o somatório das concepções, crenças, opiniões e preferências a respeito da natureza da Matemática e de seu ensino e aprendizagem, assumidas pelo professor.	As pesquisas reslizadas, especialmente as de Thompson e de Guimarães, apontam relações complexas entre as concepções de Matemática e as práticas dos professores. Os trabalhos realizados, especialmente o de Thompson, reforçam a dicotomia entre as visões absolutista e falibilista e auxiliam a estabelecer o roteiro de análise da pesquisa. A aceitação da conceituação de Ernest para a palavra concepção esclarece a utilização desse termo em nossa investigação e embasa a análise do discurso. (continua)

QUADRO 3: (continuação)

3. Concepções filosóficas da Matemática: algumas considerações sobre as idéias que têm influenciado os matemáticos e professores de Matemática	As diversas concepções que influenciam os professores de Matemática podem ser agrupadas em duas correntes: a visão absolutista, que entende o conhecimento matemático como feito de verdades eternas e incontestáveis e a visão falibilista, que encara o conhecimento matemático como em contínua construção, corrigido a partir das críticas e correções. Entre as visões absolutistas, destacam-se as de Platão, de Aristóteles, de Descartes e das escolas logicista, intuicionista e formalista. A visão falibilista é defendida por Lakatos e, mais recentemente, por Davis e Hersh, Ernest e Tymockzo.	As opiniões dos professores a respeito da natureza da Matemática, de sua importância no conjunto das disciplinas e dos objetivos de seu ensino, evidenciam suas concepções de Matemática. De acordo com as idéias predominantes no discurso do professor, podem ser identificadas as influências sofridas e sua posição a favor da postura absolutista ou da falibilista.
4. Concepções filosóficas e práticas avaliativas: as possíveis relações	A prática do professor é permeada pelas suas concepções de Matemática. Em geral, aqueles professores que assumem uma visão absolutista da Matemática têm uma prática tradicional e estigmatizam os erros; os que defendem uma visão falibilista, aceitam alternativas mais abertas para suas práticas e encaram o erro como fator fundamental para a construção do conhecimento. Alguns pesquisadores estabelecem conexões entre as concepções filosóficas e os estilos de ensinar. Ainda que os investigadores não tenham se detido nos aspectos específicos da avaliação, podemos estabelecer, a partir das considerações de Chevallard e Feldmann, uma relação entre a concepção absolutista e as práticas avaliativas vigentes, que transformam a tarefa do professor em uma "atividade de calibragem", desconsiderando o "contrato didático" estabelecido entre alunos e professores em torno do conhecimento.	As possíveis relações entre as concepções de Matemática e as práticas avaliativas sugerem um questionamento das incoerências entre discurso e prática, especialmente quanto às formas de considerar os erros dos alunos.
5. Análise de erros: retrospectiva histórica e perspectivas atuais	De acordo com o objetivo didático a que se propõem os pesquisadores que fazem análise de erros, podemos agrupar os trabalhos realizados em dois grupos: aqueles que procuram diagnosticar as causas dos erros para eliminá-los e aqueles que utilizam os erros para exploração e descoberta. O professor, ao analisar as respostas dos alunos às questões por ele propostas, está fazendo análise de erros, e a forma de considerar esses erros e utilizá-los no decorrer do processo de ensino evidencia, também, suas concepções filosóficas e pedagógicas.	A dicotomia entre as visões absolutista e falibilista sugere um tratamento diferenciado dos erros cometidos pelos alunos.

7. OS PROCEDIMENTOS DA PESQUISA

A CARACTERIZAÇÃO DO CAMPO DE INVESTIGAÇÃO

Mesmo já tendo indicado, no início desse trabalho, alguns elementos da investigação, queremos, antes de analisar e discutir os dados obtidos, explicitar os vários aspectos que caracterizam o campo de investigação, bem como justificar os procedimentos adotados.

Área Temática

Conforme já consideramos anteriormente, desde que a Educação Matemática começou a firmar-se como campo de pesquisa, vários autores têm-se preocupado com as relações entre as práticas dos professores de Matemática e suas concepções filosóficas. Nosso interesse, em termos de pesquisa, está ligado à análise de erros cometidos pelos alunos e às formas como os professores avaliam esses erros. Acreditamos, entretanto, que as concepções de Matemática, assumidas pelos professores, influenciam nas práticas avaliativas. Em nosso trabalho, portanto, temos um conjunto de aspectos inter-relacionados que formam a ÁREA TEMÁTICA da pesquisa: RELAÇÕES ENTRE AS CONCEPÇÕES DE MATEMÁTICA ASSUMIDAS PELOS PROFESSORES E AS FORMAS DE CONSIDERAR OS ERROS DOS ALUNOS.

Questões de Pesquisa

A partir do referencial teórico, delinearam-se questões de pesquisa que nortearam a investigação. À medida que analisamos os questionários e aprofundamos a investigação, as indagações, originalmente propostas, ganharam maior clareza e, conseqüentemente, apresentam nova redação. Assim, nosso trabalho busca responder às seguintes questões:

1)Quais as concepções sobre a Matemática, assumidas pelos professores de Matemática, que prevalecem?

2)Quais as relações entre as concepções dos professores e as formas de considerar os erros dos alunos?

3)Como se apresentam as incoerências entre a prática dos professores de Matemática, suas concepções sobre Matemática e suas formas de considerar o erro?

Definição de Termos

Consideramos necessário delimitar os termos repetidos, insistentemente, ao longo do texto, para esclarecer o significado que eles assumem neste trabalho. Assim, listamos, a seguir, os significados das expressões mais utilizadas que fazem parte do enunciado da área temática e das questões de pesquisa.

Relações: vinculações entre duas ou mais opiniões expressas por um professor, ou correspondências entre discurso e prática docente.

Concepções de Matemática : idéias expressas pelos professores, relativas à natureza da Matemática e ao ensino e aprendizagem dessa disciplina; o termo é utilizado no sentido amplo em que Ernest (1991 b) o emprega, como *uma filosofia particular*, própria de cada professor.

Professores de Matemática: os professores de Matemática, nesta pesquisa, são os docentes lotados nos Departamentos de Matemática das cinco Instituições Universitárias que têm cursos de Licenciatura em Matemática, em Porto Alegre e na Grande Porto Alegre.

Formas de considerar os erros: maneiras de examinar os erros cometidos pelos alunos, com o objetivo de eliminá-los ou de explorá-los em novas descobertas. Estamos, assim, seguindo a síntese de Borasi (1988 b), que propõe essas duas opções para trabalhar com os erros.

<u>**Erros cometidos pelos alunos**</u>: respostas (orais ou escritas) dos alunos às questões propostas pelo professor de Matemática, as quais estão em desacordo com as verdades aceitas pela comunidade acadêmica ou pelo professor. Quando um professor considera errada a resposta de um aluno, isso não significa, necessariamente, que ela esteja errada sob o ponto de vista de outros professores, pois podem mudar os padrões de julgamento.

<u>**Alunos**</u>: são os alunos das disciplinas matemáticas, oferecidas pelos Departamentos de Matemática das cinco Instituições Universitárias, cujos professores participaram da pesquisa.

<u>**Incoerências**</u>: discordâncias entre discurso e prática, ou entre práticas realizadas por um mesmo professor. Ernest (1991 a) salienta, com esse sentido, os desacordos entre os modelos de ensino e aprendizagem esposados e oficializados (*espoused-enacted models*) por um mesmo professor que age em sala de aula em desacordo com seus pontos de vista.

<u>**Prática do professor de Matemática**</u>: exercício de todas as atividades inerentes ao desempenho da função de professor de Matemática: escolha dos conteúdos a serem trabalhados, estabelecimento de objetivos, utilização de determinadas estratégias de ensino e avaliação da aprendizagem.

JUSTIFICATIVAS PARA A ESCOLHA DA METODOLOGIA

A pesquisa em Ciências Humanas foi, inicialmente, tributária do positivismo, empregando métodos quantitativos de investigação. Nas últimas décadas, tem-se modificado sob influência da fenomenologia e do marxismo, adotando metodologias qualitativas para abordar os temas de pesquisa.

Segundo TAYLOR e BOGDAN (1986, p.20), a expressão *metodologia qualitativa* refere-se "à investigação que produz dados descritivos: as próprias palavras das pessoas, faladas ou escritas e a conduta observável."

Discorrendo sobre as origens histórico-filosóficas da metodologia qualitativa, Patton (1986), Erickson (1989) e, os já citados, Taylor e Bogdan (1986) discordam em alguns pontos, mas situam os primeiros trabalhos de cunho qualitativo entre o final do século XIX e o início do século XX, com pesquisas sociológicas e antropológicas.

Patton (1986), embora registrando as diversas tradições de pesquisa qualitativa, considera ser a noção de *verstehen* o tema integrador entre as várias vertentes. O termo, no sentido empregado por Weber, significa a "compreensão, em um nível pessoal, dos motivos e crenças que estão por trás das ações das pessoas."(TAYLOR e BOGDAN, 1986, p.16).

A colocação acima justifica, em si, a opção por uma metodologia qualitativa, ao abordar o tema da presente pesquisa: queremos, exatamente, entender as crenças e as concepções dos professores de Matemática e verificar como elas influenciam o seu comportamento em termos didático-pedagógicos.

Também aceitamos a diferenciação proposta por Haguette, segundo a qual:

> "...os métodos quantitativos supõem uma população de objetos de observação comparável entre si e os métodos qualitativos enfatizam as especificidades de um fenômeno em termos de suas origens e de sua razão de ser." (HAGUETTE, 1990, p.55).

Neste trabalho, não temos uma "população de observação comparável", pois cada professor tem uma filosofia particular da Matemática que norteia sua prática. As especificidades de cada um, em termos de concepções, crenças e práticas docentes, devem ser salientadas e analisadas para detectar as possíveis interações entre essas concepções e crenças e as ações desenvolvidas em seu trabalho docente.

Taylor e Bogdan (1986), bem como Patton (1986), referem-se às características dos métodos qualitativos. Entre essas, salientamos as que nortearam este projeto de pesquisa:

a) **a abordagem indutiva**. O pesquisador qualitativo não tem um modelo pré-estabelecido que possa ser **testado** com os dados obtidos. Pelo contrário, as categorias de análise emergem das observações feitas, na medida em que o investigador tenta entender os padrões de organização que existem;

b) **a perspectiva holística**. O pesquisador qualitativo vê a pessoa e as situações como um todo, sem a preocupação de quantificar informações e reduzi-las a variáveis;

c) **a investigação naturalística**. O pesquisador qualitativo é sensível ao efeito que pode causar sobre os pesquisados e procura intervir o mínimo possível. Em uma entrevista, procura deixar que os assuntos se sucedam naturalmente, como em uma conversação normal, reduzindo ao máximo as perguntas e aceitando os desvios do tema, por saber que toda expressão de idéias traz associações que podem auxiliar na interpretação.

Sendo esse trabalho uma pesquisa de cunho qualitativo, gostaríamos, desde logo, de esclarecer o termo *dados*, já citado nos parágrafos anteriores, que pode, eventualmente, sugerir uma abordagem quantitativa. Segundo Patton,

> "Os dados qualitativos consistem em *descrições detalhadas* de situações, eventos, pessoas, interações e comportamentos observáveis; *citações diretas* das pessoas sobre suas experiências, atitudes, crenças e pensamentos; e resumos ou trechos inteiros de documentos, correspondência, gravações e histórias de vida." (PATTON, 1986, p.22).

As técnicas de investigação utilizadas na presente pesquisa foram adotadas tendo em vista o enfoque interpretativo na abordagem do tema. Foram utilizados um questionário semi-estruturado, entrevistas em profundidade e fichas de dados pessoais. Assim, neste trabalho, os *dados* serão todos os tipos de informação que se puder obter, através das respostas aos questionários, dos depoimentos dos professores e das fichas de dados pessoais.

A escolha e elaboração dos instrumentos, adotados na pesquisa, foram baseadas nas idéias apresentadas no referencial teórico e nas implicações que tais idéias têm, em termos de práticas docentes. Assim sendo, tendo em vista as questões de pesquisa que nortearam a investigação, consideramos necessário aplicar, inicialmente, um questionário[1] , que daria uma visão geral sobre todos os aspectos já teorizados, a saber: concepções sobre a Matemática, posturas pedagógicas do professor, procedimentos de avaliação utilizados, formas de lidar com os erros.

A justificativa para a inclusão de cada uma das questões já é um referencial teórico para a sua análise. Será apresentada quando da análise e interpretação dos dados.

---

[1] Ver Anexo 1

Thiollent (1987) considera que as perguntas do questionário correspondem a uma **tradução** das hipóteses de pesquisa e observa, também, que os questionários e as entrevistas são técnicas que se complementam. Nosso objetivo, ao realizar entrevistas com alguns indivíduos, foi o de aprofundar os aspectos mais relacionados às questões de pesquisa. A abordagem desses aspectos através dos questionários não é suficiente para uma análise consistente, pois é necessário o debate entre entrevistador e entrevistado, de forma que se possa partir das respostas escritas e esmiuçar todos os aspectos, todas as idéias a eles associadas, todas as possíveis ligações dessas respostas com outras que tenham sido, também, apresentadas.

Assim, aceitamos a definição de Taylor e Bogdan para a *entrevista em profundidade*:

> "Por entrevista qualitativa em profundidade, entendemos reiterados encontros face a face entre o pesquisador e os informantes, encontros estes dirigidos para a compreensão das perspectivas que os informantes têm à respeito de suas vidas, experiências ou situações, tais como as expressam com suas próprias palavras." (TAYLOR e BOGDAN, 1986, p.101).

Cardoso também se refere à entrevista, salientando os aspectos da interação entre entrevistador e entrevistado:

> "Uma entrevista, enquanto está sendo realizada, é uma forma de comunicação entre duas *pessoas* que estão procurando entendimento. Ambas aprendem, se aborrecem, se divertem e o discurso é modulado por tudo isto." (CARDOSO, 1988, p.102).

Para desenvolver as entrevistas, há um roteiro de perguntas[2] que não é rígido. As questões foram colocadas, apenas, para guiar o entrevistador através dos tópicos

---

[2] Ver Anexo 2

principais, e novas perguntas eram feitas à medida que as respostas direcionavam o tema da conversação. Como salientam Ludke e André, não havendo

> "...uma ordem rígida de questões, o entrevistado discorre sobre o tema proposto com base nas informações que ele detém e que no fundo são a verdadeira razão da entrevista. Na medida em que houver um clima de estímulo e de aceitação mútua, as informações fluirão de maneira notável e autêntica." (LUDKE e ANDRÉ, 1986, p.33-34).

O roteiro proporcionou uma estrutura básica para desenvolver questões específicas para cada item e para variar a seqüência das questões, de acordo com o desenrolar das entrevistas, tomndo por base as respostas anteriores para inserir novas questões e, também, aprofundando aqueles aspectos que, pelas respostas do entrevistado, mereceram uma investigação mais detalhada.

A entrevista apresenta vantagens e desvantagens. Taylor e Bogdan (1986), bem como Haguette (1990), citam vieses que podem ter origem no entrevistador, no entrevistado ou na interação entre eles. Sendo uma **conversa entre iguais**, a entrevista pode produzir as mesmas distorções que caracterizam a conversação normal, tais como exageros e omissões. Os entrevistados podem estar receosos de se verem expostos, se não perante a sua comunidade[3] , pelo menos perante o próprio entrevistador que, no caso do presente trabalho, é um colega de profissão.

Além disso, as pessoas falam e agem de maneira diferente, em situações diferentes. Não se pode garantir que as mesmas perguntas, feitas pelo mesmo entrevistador ao mesmo entrevistado, não teriam respostas diferentes em outro momento, quando outros fatores, das mais diversas origens, pudessem tê-los influenciado.

---

[3] No trabalho, foi assegurada a não-identificação dos sujeitos.

Apesar dessas desvantagens, acreditamos, como PATTON (1986, p.196), que "entrevistamos pessoas para extrair delas aquelas coisas que não podemos observar diretamente." As vantagens, portanto, superam os possíveis problemas.

Só se podem entender as crenças e as concepções dos professores, perguntando, direta ou indiretamente. Observações de sala de aula, por exemplo, dão informações sobre o **comportamento** do professor, mas as razões de ser daquele comportamento não são compreendidas, sem a explicitação de seus fundamentos.

Se se observa uma prova corrigida por um professor, por exemplo, pode-se ver se ele assinala ou não os erros cometidos pelos alunos, se ele indica ou não os valores atribuídos a cada resposta correta e assim por diante. Mas: - Por que o professor assinala os erros? - Qual o seu objetivo ao fazer isso? - Como ele vai, depois, abordar o erro cometido pelo aluno?, são respostas que só podem ser dadas pelo próprio professor.

Assim. acreditamos que o questionário aplicado na presente pesquisa forneceu uma visão geral que permitiu destacar algumas questões para serem aprofundadas. As entrevistas, por sua vez, foram extremamente ricas, por todos os conceitos emitidos, bem como pelas idéias que pudemos inferir das justificativas dadas pelo entrevistado, ao afirmar suas opiniões.

Como instrumento adicional, foi elaborada a ficha de dados pessoais[4] , com o objetivo de complementar informações sobre o respondente, com vistas à apresentação dos sujeitos. Foram incluídas questões sobre formação, experiência docente e produção acadêmica.

---

[4] Ver Anexo 3

Para análise das respostas aos questionários e das entrevistas, foram seguidos, em linhas gerais, os procedimentos para análise de conteúdo indicados por Bardin (1979). A técnica, no entanto, tem que se adaptar ao conteúdo existente: nem todos os passos indicados puderam ser seguidos, bem como outros foram criados. Como salienta a autora,"a técnica de análise de conteúdo adequada ao domínio e ao objetivo pretendidos, tem que ser reinventada a cada momento, excepto para usos simples e generalizados." (BARDIN, 1979, p.31).

Ao optar pela análise de conteúdo dos discursos dos professores, é necessário levar em consideração o fato de que esses discursos são produzidos por pessoas que estão inseridas no que Gee et al. (1992) chamam de "matriz sócio-histórica", ou seja, a cada dia, as influências que recebemos, professores e alunos, do ambiente que nos cerca- em termos psicológicos, sociais, culturais, institucionais, políticos e econômicos- fazem com que mudem as condições de ensino-aprendizagem. O **contrato didático** estabelecido entre professores e alunos em torno do saber é um ato de equilíbrio instável, modificado momento a momento, mas que pode ser entendido, nas suas especificidades, se partimos do pressuposto de que as mudanças fazem parte do processo.

Assim, ao tentar interpretar as relações complexas que se estabelecem nessa interação, analisando o conteúdo das respostas dos professores, vamos considerar que "o discurso reflete a experiência humana e, ao mesmo tempo, constitui parte importante dessa experiência."(GEE et al., 1992, p.228).

Além disso, é necessário lembrar que o discurso é oral, transcrito por uma pessoa que também está exposta às influências do meio e que pode, por vezes, introduzir, no texto escrito, alguma característica que não seja do entrevistador. Por esse motivo, houve o cuidado de transcrever todas as palavras e expressões, mesmo aquelas que não colaboram para a leitura do texto produzido, pois são **ruídos** emitidos, enquanto o entrevistado pensa em uma resposta.

Se a entrevista é um encontro entre **duas** pessoas, cada uma delas com suas expectativas e bagagem de experiências, a análise da entrevista é, no entanto, uma tarefa que será realizada apenas por **uma** delas: o entrevistador-pesquisador. É ele quem vai debruçar-se sobre o discurso, procurando, ao mesmo tempo, afastar-se da cena e aceitar a opinião do outro com isenção, lembrando que os resultados da pesquisa são definidos pelas idéias do outro e, não, pelas suas.

Tanto os questionários como as entrevistas foram objeto de sucessivas **leituras interpretativas**, para avançar na busca das respostas às questões de pesquisa. Foi seguida, então, a indicação de Ludke e André:

> "É preciso que a análise não se restrinja ao que está explícito no material, mas procure ir mais a fundo, desvelando mensagens implícitas, dimensões contraditórias e temas sistemáticamente 'silenciados'". (LUDKE e ANDRÉ, 1986, p.48).

Os procedimentos seguidos para a análise dos questionários e das entrevistas serão indicados a seguir.

A ESCOLHA DOS PARTICIPANTES E DOS INSTRUMENTOS DA PESQUISA E OS PROCEDIMENTOS ADOTADOS NA APLICAÇÃO DOS INSTRUMENTOS

Em face às idéias expostas nos capítulos iniciais, evidencia-se a importância que têm as crenças e concepções dos professores para a prática docente de Matemática. Desse modo, poder-se-ia trabalhar com professores dessa disciplina em qualquer nível de ensino.

Nossas reflexões, no entanto, centram-se na docência universitária, uma vez que sempre trabalhamos com alunos dos cursos de Licenciatura em Matemática. Os temas relacionados a essa área de atuação têm sido objeto de estudos apresentados em Congressos e de artigos publicados em periódicos nacionais. (Cury, 1989, 1993). Assim, nosso interesse maior é quanto ao ensino de Matemática ministrado aos futuros professores.

Consideramos, além de tudo, que os professores de Departamentos de Matemática que têm, sob seu cargo, um curso de Licenciatura em Matemática arcam com uma responsabilidade maior, pois, para esse curso, a Matemática não é apenas uma ferramenta que será utilizada nas disciplinas básicas da área (como, por exemplo, a Matemática lecionada em cursos de Engenharia). Em cursos de Licenciatura em Matemática, além dos conteúdos ministrados, os professores passam aos alunos a maneira de ensinar, de avaliar, os critérios de seleção de conteúdos, enfim, a prática docente que, muitas vezes, serve de **modelo** para os futuros professores.

Com tais preocupações em mente, resolvemos trabalhar com os professores de Matemática lotados em Departamentos de Matemática das cinco Instituições Universitárias de Porto Alegre e da Grande Porto Alegre que possuem curso de Licenciatura em Matemática. Essas **Instituições** serão, doravante, indicadas por Universidade A, B, C, D e E, por questões de ética. Os **pesquisados** são, portanto, os professores dos Departamentos de Matemática das cinco Instituições Universitárias de Porto Alegre e da Grande Porto Alegre que têm curso de Licenciatura em Matemática.

O questionário semi-estruturado, já referido anteriormente, foi testado através de sua aplicação a dois professores de Matemática: um, de uma das Instituições Universitárias de Porto Alegre e o outro, de uma das Instituições Universitárias da Grande Porto Alegre. Ambos os professores são graduados em Matemática, trabalham com alunos de cursos de Licenciatura em Matemática, mas estão lotados em outros Departamentos. Assim sendo, não fazem parte do conjunto de pesquisados. A análise de suas respostas e a posterior entrevista acarretaram modificações nas perguntas que revelaram não terem sido bem compreendidas.

Da posse da versão final do questionário, procuramos, então, o coordenador do Departamento de Matemática de cada uma das cinco Instituições e solicitamos permissão para realizar a pesquisa. Todos concordaram e colocaram-se à disposição para distribuir o questionário entre os professores. A forma de distribuição, entretanto, não foi a mesma em todos os lugares.

Em duas Universidades, tivemos acesso aos escaninhos dos professores e neles colocamos os questionários, com o auxílio do coordenador, conversando, ainda, com alguns professores para explicar melhor o trabalho e solicitar empenho no sentido de responderem e de incentivarem os colegas a fazê-lo. Nas outras Instituições, no entanto, há uma sistemática de comunicação diferente entre coordenadores e professores, ou seja, ela se faz através da Secretaria do Departamento.

Por informações obtidas com alguns colegas dessas três Instituições, descobrimos que houve falhas na distribuição e que nem todos receberam o questionário. Se, por exemplo, algum professor não se dirigiu à Secretaria do Departamento naquela semana em que os questionários estavam sendo distribuídos, poderá não tê-lo recebido, situação não incomum, visto que os professores horistas, muitas vezes, chegam à Instituição apenas para o horário de aulas.

Pelos motivos acima expostos, não podemos, portanto, determinar quantos, dos 183 professores lotados nos Departamentos de Matemática das cinco Universidades, efetivamente receberam os questionários.

Cada coordenador combinou conosco a forma de devolução do questionário e, após um período de trinta dias, retornamos às Instituições para recolhê-los. No entanto, em todas elas foi necessário um prazo maior, pois vários professores se queixavam (e os coordenadores passavam as queixas) de que estavam assoberbados de trabalho e não podiam dedicar-se a responder de forma cuidadosa. Acreditamos que, em muitos casos, essa demora indicava o medo de se expor e, conseqüentemente, a falta de vontade de entregar.

Após uma espera que se prolongou por três meses, consideramos que não seria possível atrasar mais a pesquisa, visto que as entrevistas com os respondentes a serem selecionados teriam que ser feitas enquanto ainda lembrassem a razão de terem dado determinadas respostas, em especial as que queríamos aprofundar. Concluímos o recolhimento dos instrumentos, contando, no total, com 33 questionários devolvidos.

Uma informação, na carta de apresentação do questionário, indicava que não havia necessidade de assinar, de modo a propiciar aos professores toda a liberdade de expressão, sem medo de críticas. No entanto, informava-se que haveria uma segunda fase da pesquisa em que precisaríamos entrevistar alguns respondentes, para aprofundar certas questões, e que, se o professor quisesse continuar a colaborar, deveria indicar seu nome, a fim de possibilitar contacto. Talvez esse pedido tenha assustado alguns professores que resolveram, então, não devolver o questionário, para não correrem o risco de serem **convidados** a assinar e, conseqüentemente, serem entrevistados.

Dos 33 questionários respondidos, apenas 18 voltaram assinados, sendo que, de uma das cinco Instituições, nenhum professor se identificou. A Universidade em questão foi uma das que evidenciou problemas na distribuição dos questionários.

Havíamos colocado no projeto de tese que a escolha dos entrevistados dependia, entre outros critérios, da vontade do professor, pois não queríamos fazer uma entrevista "caracterizada pela mútua hostilidade entre entrevistador e entrevistado", nas palavras de MASSARIK (1981, p.201). Dessa forma, decidimos que não deveríamos insistir com o coordenador de Departamento dessa Instituição em que não houve **candidatos** para a entrevista, na identificação de algum professor. Asim, essa Instituição só foi representada, na análise dos dados, pelas respostas dadas ao questionário.

Sendo essa pesquisa de cunho qualitativo, não foi considerada uma amostra probabilística, nem foram utilizados critérios estatísticos para a escolha dos professores entrevistados. Nesse particular, seguimos as idéias de Michelat:

> "Numa pesquisa qualitativa, só um pequeno número de pessoas é interrogado. São escolhidas em função de critérios que nada têm de probabilistas e não constituem de modo algum uma amostra representativa no sentido estatístico." (MICHELAT, 1987, p.199).

Procurando contemplar todas as Universidades em que houve candidatos à entrevista, ficou estabelecido que entrevistaríamos seis professores, considerando, para cada Instituição, a relação entre o número de questionários assinados e o número de questionários devolvidos.

Esses seis professores passaram a constituir, então, os **respondentes**. O quadro abaixo mostra a relação entre o número de questionários assinados e devolvidos e o número de professores escolhidos, em cada Instituição.

QUADRO 4: NÚMERO DE QUESTIONÁRIOS ASSINADOS E DEVOLVIDOS E NÚMERO DE PROFESSORES ESCOLHIDOS PARA ENTREVISTA

Universidade	Número de Questionários Devolvidos	Percentual de Questionários Assinados	Número de Professores Entrevistados
A	7	100	2
B	13	61,5	2
C	4	50	1
D	4	25	1
E	5	0	0
Total	33	54,5	6

Para a escolha dos sujeitos em cada Instituição, foram analisados detalhadamente os questionários assinados, provenientes de cada uma das Universidades, e escolhidos segundo certos critérios, apresentados a seguir:

a)**Capacidade de expressão escrita**. Alguns professores, talvez por dificuldades pessoais de expressão em língua portuguesa ou pelo hábito de expressarem-se através da simbologia matemática ou, ainda, por má vontade de detalhar suas idéias, produziram respostas sucintas, esquematizadas, pouco esclarecedoras, ainda que coerentes. Assim, optamos por aqueles que esclareceram suas opiniões sobre Matemática e exemplificaram sua prática de sala de aula, especialmente nos aspectos relacionados à avaliação e à forma de considerar os erros.

b)**Disponibilidade de tempo para as entrevistas**. Os professores horistas, que ficam na Universidade apenas naquelas horas em que estão ministrando suas aulas, talvez não pudessem, por suas atividades em outros estabelecimentos de ensino, dedicar tempo às entrevistas. Alguns professores de tempo integral, por sua vez, envolvidos em tarefas de pesquisa ou coordenação, talvez também não dispusessem de tempo. Assim, contactamos com os possíveis entrevistados, indagando a respeito da possibilidade de dedicar pelo menos uma hora ao trabalho.

c) **Vontade de participar**. A decisão de participar da segunda fase da pesquisa coube ao professor que devolveu o questionário assinado; ele poderia ter mudado de opinião no período entre o preenchimento do questionário e a realização da entrevista. Dessa forma, ao mesmo tempo em que era verificada a disponibilidade de horário, já era avaliada sua vontade de colaborar.

Acreditamos ter acertado na utilização dos critérios de escolha, pois os seis professores que se ajustaram aos requisitos, colocaram-se à disposição, apesar de todas as suas ocupações ou problemas particulares, e enfatizaram a disponibilidade para futuros contactos, caso fosse necessário esclarecer, posteriormente, algum aspecto da entrevista.

Escolhidos os professores, marcamos os horários e locais para as entrevistas. Algumas foram realizadas em nosso gabinete, na PUCRS; outras, nos gabinetes dos entrevistados. Todas as entrevistas foram gravadas, com a concordância dos participantes. Explicamos que assim procedíamos para facilitar a conversação, pois, se fôssemos tomar notas, estaríamos constantemente interrompendo o fluxo das idéias. Explicamos, também, que ninguém mais teria acesso às fitas gravadas e que, portanto, poderiam falar sem constrangimento, numa **conversa entre colegas.**

Nos momentos iniciais da entrevista, em geral, os professores mostravam-se um pouco tensos e suas respostas eram lacônicas. Em seguida, no entanto, quando tentávamos precisar o significado de algum termo, o respondente já começava a falar mais, entusiasmava-se com o tema e, na maior parte das vezes, as perguntas eram apenas **detonadores** daquela torrente de idéias, de opiniões e de relatos de experiências.

Pelo planejamento inicial, seriam utilizados 30 minutos para cada entrevista, evitando ocupar demasiadamente o tempo dos professores, especialmente daqueles que eram horistas e que precisavam deslocar-se de uma a outra Instituição. Não obstante, pelo interesse demonstrado na manifestação de suas opiniões, poucas entrevistas se restringiram ao período planejado, sendo que, em dois casos, a conversa estendeu-se por mais de uma hora.

Após as entrevistas, solicitou-se aos professores o preenchimento de ficha de dados pessoais que permitiu completar e confrontar as informações obtidas com as respostas ao questionário e com as entrevistas.

PREPARAÇÃO DO MATERIAL PARA A ANÁLISE

Questionários

A preparação dos questionários para a análise mereceu uma série de providências. O material, inicialmente guardado em envelopes separados, correspondentes às cinco Instituições pesquisadas, foi codificado, recebendo cada questionário indicação formada por uma letra e um número. Assim, **A1** indicava que o questionário era o primeiro do envelope originário da Instituição A.

Algumas respostas eram muito longas e os professores haviam utilizado o verso do papel para completá-las. Dessa forma, a leitura, questão por questão, tornou-se difícil. Resolvemos, então, fotocopiar todo o material e recortar essas cópias, separando as respostas de cada questão em envelopes distintos. Em conseqüência, a leitura ficou mais homogênea, visto que as respostas se sucediam em um bloco facilmente manejável.

As sucessivas leituras exigiram que voltássemos ao todo para detectar padrões. A análise fez-se nesse intercâmbio entre todas as respostas de um professor e o conjunto das respostas de todos eles a uma determinada questão.

Para a análise de cada questão, listávamos todas as frases, ou resumos de frases, que respondiam à pergunta feita. O conjunto das frases, copiadas uma abaixo da outra, permitia-nos procurar as "regularidades recorrentes" que, segundo PATTON (1986, p.311), "representam padrões que podem ser separados em categorias."

As categorias criadas foram indicadas por siglas, que permitiam, após, codificar os dados. NM, por exemplo, significava **natureza da Matemática** e, com esse código, apontávamos aquelas frases que indicavam a concepção sobre a natureza da Matemática, expressa pelo professsor.

Após uma primeira categorização, realizada em todas as questões (e com categorias novas que surgiam a cada questão), deixamos o material **em suspenso** por um certo tempo, para relê-lo **com outros olhos** e refazer a categorização, caso fosse necessário.

Na abordagem indutiva utilizada, o sistema de categorias não foi, como se vê, definido antes, mas resultou da classificação baseada na analogia entre as idéias apresentadas.

Visto não serem todos os questionários assinados, não cabe uma apresentação dos respondentes, ainda mais que o interesse pelas respostas dadas ao questionário é de fornecer o pano de fundo para as entrevistas posteriores.

Também devido à ausência de assinatura, não se pôde saber se o respondente é do sexo masculino ou feminino[5] . Pensamos, inicialmente, em referirmo-nos a ele como **a pessoa**, utilizando um substantivo neutro. Consideramos a palavra pouco adequada. Após, examinamos a solução encontrada pelos tradutores de uma entrevista com Apple, - na revista Educação e Realidade (jul./dez.86) -, escrevendo "o(a) professor(a)". Também não gostamos da fórmula, por considerá-la de leitura cansativa, em face às inúmeras vezes em que teríamos de usá-la..

Mesmo correndo o risco de usar uma linguagem sexista, resolvemos, afinal, seguir as normas de concordância nominal e utilizar a forma masculina: o respondente, o professor. Fica o alerta, no entanto, para evitar a idéia de que tenhamos trabalhado somente com respondentes do sexo masculino.

Entrevistas

A preparação das entrevistas para a análise já se iniciava durante a própria entrevista. Anotávamos as observações que nos vinham à mente, tanto as relacionadas às atitudes dos professores (gestos, hesitações), como, às suas respostas. Imediatamente após cada entrevista, ouvíamos a gravação toda, para conferir se não havia problemas técnicos, aproveitando para escrever as primeiras interpretações.

---

[5] Dos 18 questionários assinados, 4 foram respondidos por homens e 14 por mulheres.

A transcrição das entrevistas foi por nós realizada, com o cuidado de anotar cada palavra, cada expressão, mesmo as repetidas várias vezes, as hesitações e a procura de novos termos para expressar-se. Já durante a traanscrição, estávamos novamente interpretando o que ouvíamos e escrevendo algumas observações, à medida que surgiam idéias importantes, emitidas pelo respondente.

Inicialmente escritas à mão de forma rápida, as transcrições foram, a seguir, datilografadas, para a obtenção de um material mais organizado, com uma margem que permitisse anotar as interpretações decorrentes das sucessivas leituras.

Novamente, durante o trabalho de datilografia, também realizado por nós, percebemos novos elementos para a análise, tomando o cuidado de registrá-los.[6]

Nessas primeiras interpretações, ao ouvir a gravação, ao transcrevê-la e ao datilografá-la, realizamos o que BARDIN (1979, p.75) chama de *leitura flutuante*: "leitura intuitiva, muito aberta a todas as idéias, reflexões, hipóteses." As anotações que fizemos já serviram como **hipóteses provisórias**, descartadas ou não na fase posterior de interpretação.

A primeira fase da análise, portanto, compreendeu: a leitura inicial de todos os questionários respondidos, para detectar pontos controvertidos que deveriam ser aprofundados nas entrevistas; a leitura detalhada dos dezoito questionários assinados, para a escolha dos possíveis entrevistados; e as primeiras interpretações, feitas logo após a audição e a transcrição das gravações. De posse de todo o material (ficha de dados, questionários e textos datilografados), iniciamos a segunda fase da análise que será detalhada a seguir.

---

[6] No Anexo 4, são apresentadas, na íntegra, as transcrições de duas entrevistas, para ilustrar o processo por nós utilizado.

8.ANÁLISE E DISCUSSÃO DOS QUESTIONÁRIOS

OBSERVAÇÕES INICIAIS

Antes de iniciar a análise das respostas, queremos observar que havia no questionário uma solicitação inicial ao respondente, no sentido de escolher uma das disciplinas por ele lecionadas e de tê-la em mente ao responder às questões. Com esse pedido, procurávamos obter informações sobre a prática do professor em uma determinada sala de aula. Se, por exemplo, ele fosse trocando de disciplina à medida que respondesse, poderia escolher sempre aquela que lhe fosse mais favorável, ou seja, a turma ou disciplina em que tivesse obtido um melhor desempenho no ítem questionado.

A preocupação, acima indicada, também deve ser levada em conta durante o trabalho de análise e interpretação dos dados, baseado no que os professores escreveram ou disseram e, não, em observações de sala de aula. Assim, devemos ter em mente que algumas das respostas podem não corresponder exatamente às opiniões ou às práticas desses professores, pois alguns podem ter distorcido a realidade, procurando melhorar a sua imagem e adaptá-la àquilo que pensam ser a expectativa do entrevistador.

Assim sendo, procuraremos, na interpretação, ficar restritos ao que foi manifestado pelos professores e aceitar os conteúdos como fidedignos. Mesmo que alguns possam ter usado certos **mecanismos de proteção** em uma ou outra questão, as incoerências detectadas, tanto nas respostas ao questionário quanto nas entrevistas, mostram que, nem sempre, o **modelo pedagógico** que alguns possam ter procurado construir resiste ao cruzamento das informações.

EMBASAMENTO TEÓRICO DAS QUESTÕES E ANÁLISE DAS RESPOSTAS DOS PROFESSORES

A análise das respostas dos professores às perguntas do questionário envolve, em um primeiro momento, a justificativa para a colocação da questão, ou seja, o seu embasamento teórico. Assim, apresentaremos, a seguir, cada uma das questões, com as justificativas correspondentes, as respostas dadas pelos professores e a análise de seu conteúdo.

1ª QUESTÃO: Se você fosse o responsável pela elaboração do programa da disciplina, que critérios você utilizaria para selecionar os conteúdos?

Sabemos que a escolha dos conteúdos não é, via de regra, realizada pelo professor. Ele recebe pronto um programa e, muitas vezes, até um cronograma, para que desenvolva seu trabalho nos moldes considerados corretos pelo Coordenador da disciplina ou pela Direção. Somente nos casos de disciplinas isoladas, lecionadas somente para uma turma, poder-se-ia ter escolha de conteúdos, isso quando o professsor responsável tem autonomia suficiente para fazer valerem as suas idéias.

Assim, propusemos a situação ideal de o professor ser o responsável pela seleção de conteúdos, e queríamos saber quais seriam as preocupações ao escolhê-los.

Os vários critérios apresentados pelos respondentes podem ser agrupados em duas grandes categorias: aqueles que se referem à preocupação com os alunos e com o curso e os que destacam aspectos do conteúdo.

No primeiro caso, podemos citar: a adequação dos conteúdos aos objetivos do curso em que a disciplina é ministrada; as necessidades dos alunos em suas futuras profissões; a adequação da disciplina aos conteúdos que são pré-requisitos de 1° e 2° graus, já conhecidos pelos alunos, e a necessidade de sanar as dificuldades apresentadas; a importância dos conteúdos para as outras disciplinas do curso; a escolha de conteúdos que permitam ao aluno estudar sozinho e aplicá-los a situações novas; a escolha de conteúdos que sejam atraentes e motivadores para o aluno, especialmente mediante a apresentação de aplicações; a existência de bibliografia indicada, na Biblioteca e a existência de um Laboratório à disposição dos alunos. Essa foi, sem dúvida, a categoria prevalecente, com 42 respostas dentro desta temática.[1]

Entre os que se referiram à escolha de conteúdos **atraentes**, citamos, como curiosa, a resposta de um professor que acrescentou, entre parênteses, a expressão: "conteúdos **não-chatos** ". Poder-se-ia, então, perguntar se classifica os conteúdos em **chatos** e **não-chatos**, segundo a sua referência ou a dos alunos. Se for de acordo com a sua ótica, como poderá saber se um conteúdo **chato** para ele também o será para o aluno?

Em segundo lugar, temos os critérios que contemplam a disciplina em si, com 7 respostas nesse item. São elas: a abrangência dos conteúdos, o aprofundamento, a atualização; os exemplos básicos e relevantes; o desenvolvimento das idéias e estruturas matemáticas; a apresentação de uma visão global da disciplina; os aspectos históricos de seu desenvolvimento e a seqüência lógica dos conteúdos.

---

[1] O número de respostas supera, em muito, o número de respondentes, visto que cada um apresentou vários critérios. Essa observação é válida para a análise de qualquer resposta, pois as questões abertas dão margem às mais variadas colocações.

É interessante citar que dois respondentes dessa segunda categoria não pensaram em critérios seus para a escolha de conteúdos. Um professor disse não haver outra escolha além da usual para a disciplina em questão, citando conteúdos que fazem parte do índice de qualquer livro-texto; outro, citou, como critério para seleção de conteúdos, "o currículo mínimo do MEC". Apenas um dos professsores não respondeu à questão 1.

Refazendo a leitura do conjunto global das respostas, notamos um fato interessante e digno de destaque, que mereceu aprofundamento. Nessa questão, houve vinte e dois respondentes que mencionaram, como critérios de seleção de conteúdos, a adequação aos objetivos do curso em questão, ou então a utilidade para o futuro profissional e para as próximas disciplinas do curso, ou ainda os pré-requisitos trazidos pelos alunos. No final do questionário, na questão 12, perguntávamos se a escolha de outra disciplina para responder às questões teria modificado as respostas do professor. Curiosamente, dos vinte e dois professores acima citados, houve dez que afirmaram que não haveria modificação.

Assim, apresentava-se já uma contradição: se há uma preocupação com o aluno, com a disciplina, com a aplicabilidade dos conteúdos no curso, como poderiam ser iguais as respostas ao mudar a disciplina, a turma e o curso?

Voltando a estes dez respondentes, verificamos que a contradição é aparente, pois, na maior parte das vezes, quando esses professores responderam que selecionam os conteúdos de acordo com a sua utilidade para o aluno ou para o curso, estavam colocando, sob o seu ponto de vista, a importância ou utilidade que eles vêem naqueles conteúdos. E, em muitos casos, a **utilidade** corresponde ao velho chavão: é útil para ensinar a pensar, para disciplinar o pensamento. Dessa forma, podem ser iguais as respostas ao mudar a disciplina ou a turma, pois o professor que avalia a **utilidade** é o mesmo.

2ª QUESTÃO: Você emprega contribuições de outras áreas do conhecimento no ensino da disciplina? Se o faz, explique de que forma.

A Matemática é, muitas vezes, considerada uma disciplina à parte no currículo escolar, isolada da realidade, em um *mundo das idéias*. Essa visão, em alguns momentos da história do ensino da disciplina ou para alguns professores em particular, é substituída por outra, que a aceita como parte integrante da cultura e da sociedade, voltada para as necessidades dessa mesma sociedade.

Assim, com a questão 2, queríamos verificar como o professor se posiciona frente às possíveis aplicações e relacionamentos de sua disciplina com as demais áreas.

A maior parte dos respondentes (vinte e cinco professores) afirmou empregar contribuições de outras áreas. Pelos exemplos dados, vê-se que alguns se restringem ao uso de exemplos de aplicação de conteúdos matemáticos à Física, como, tradicionalmente, se encontram em livros de Cálculo ou Equações Diferenciais. Outros, já estendem essa aplicação a outras áreas, especialmente àquelas relacionadas com o curso no qual a disciplina se desenvolve. Poucos se referem ao uso de conceitos de outras áreas através da proposição de situações-problema, a partir das quais o conteúdo matemático será desenvolvido. Ainda houve referência à contribuições do Português, "ao exigir que o aluno se expresse tanto oral, quanto por escrito, de maneira correta", como salientou um professor.

É de discutir-se se essa exigência é uma **contribuição** de outra área, pois a Matemática não se relaciona com o Português; pelo contrário, parece-nos que o Português só reforça uma postura formalista, avessa a erros de linguagem, tanto em Português, como em Matemática.

Consideramos mais coerente a posição de outro professor que respondeu: "o Português é explorado para tornar os conceitos mais claros, através do estudo dos termos, da associação de idéias e da transferência de vocabulário". Nesse caso, efetivamente, o professor está fazendo uso da comparação de termos em duas linguagens, o Português e a Matemática. Essa é uma estratégia bastante utilizada quando, ao se definir um conceito como *ângulos adjacentes*, por exemplo, busca-se partir do significado da palavra *adjacente* em língua portuguesa.

Quanto aos demais respondentes, cinco declararam empregar, raramente, contribuições de outras áreas, e três disseram que não as utilizam.

3ª QUESTÃO: Especifique um determinado conteúdo de sua disciplina e explique como você faz as adaptações para apresentá-lo aos alunos.

Essa questão foi elaborada com o objetivo de verificar como o professor faz a **transposição didática** de um conteúdo matemático. Essa noção, aproveitada por vários pesquisadores franceses ligados aos IREM, recebeu a seguinte definição de Chevallard:

> "Um conteúdo do conhecimento, tendo sido designado como saber a ensinar, sofre desde então um conjunto de transformações adaptativas que vão torná-lo apto a tomar o seu lugar entre os *objetos de ensino*. O 'trabalho' que, de um objeto de saber a ensinar faz um objeto de ensino, é chamado *transposição didática*". (CHEVALLARD, 1985, p.39).

FENNEMA e FRANKE (1992, p.153), mesmo não utilizando essa expressão, referem-se ao trabalho de adaptação de conteúdos: "Esta tradução da Matemática em representações compreensíveis é o que distingue um professor de Matemática de um matemático."

A transposição didática não ocorre, no entanto, apenas no momento em que um professor prepara sua aula ou seus textos. Ela já começa há muito tempo, desde que o professor se relacionou pela primeira vez com o conteúdo em questão. O saber ensinado é isolado de suas origens históricas, há uma banalização dos conceitos, uma perda de seu vigor.

Se um professor leciona a mesma disciplina por anos a fio, a cada ano ele faz nova transposição, a partir de experiências anteriores. Ao cabo de certo período, alguns conceitos ficam **soltos**, pois foram sendo retirados do programa aqueles elementos que a ele estavam relacionados.

Assim, ao fazer a transposição didática dos conteúdos, reorganizando-os da forma mais fácil para o ensino, o professor, às vezes, cria obstáculos à compreensão dos conceitos pelos alunos, o que pode resultar em erros.

Dessa forma, com a questão 3, pretendíamos verificar até que ponto o professor faz uma elaboração pessoal do conteúdo a ser ensinado. No entanto, ao evitar usar a expressão **transposição didática**, que, talvez, ainda não faça parte do vocabulário utilizado pelos professores, optamos pela palavra **adaptações**.

Com essa formulação, muitos professores entenderam a pergunta como se referindo aos passos seguidos para a **apresentação** de um determinado conteúdo. Consideramos, então, que deveríamos aprofundar a questão da transposição didática nas entrevistas e utilizamos as respostas à questão 3, juntamente com as da questão 6, para compreender **todo** o trabalho do professor, desde a preparação da aula até a metodologia de ensino propriamente dita. Assim, essas respostas foram analisadas juntamente com as dadas à questão 6.

4ª QUESTÃO: Na sua opinião, qual a importância da Matemática no conjunto das disciplinas?

5ª QUESTÃO: E qual o papel da Matemática na educação do ser humano?

Ao colocar as questões 4 e 5, tínhamos como objetivo entender as concepções do professor sobre a Matemática, a partir de suas opiniões sobre a importância e o papel dessa disciplina. Analisaremos as duas questões em conjunto.

Revisando as pesquisas sobre as crenças e concepções dos professores de Matemática, nota-se, em alguns casos, que o investigador evita solicitar diretamente ao professor a **sua** definição de Matemática, a **sua** filosofia da Matemática. Carvalho (1989), que pesquisou as concepções de professores de séries iniciais, relatou algumas dificuldades no encaminhamento das perguntas e a forma como as superou. Questões que remetiam diretamente a um determinado autor ou teoria eram problemáticas, pois o professor, não querendo mostrar o seu desconhecimento, ficava inibido ao responder.

Medeiros (1985), para obter respostas a várias preocupações quanto ao ensino de Matemática, às as razões de seu estudo e às posturas de professores e alunos, investigou o discurso ideológico que sustenta a Educação Matemática. Ao contrário de outros pesquisadores, ela partiu da indagação direta: "O que é Educação Matemática?". Pelos depoimentos anexados ao trabalho, nota-se que os respondentes não dão uma resposta direta, mas fazem uma série de considerações, a partir das quais a pesquisadora inferiu a conceituação.

Nem sempre os respondentes se ativeram à pergunta feita. Muitos consideraram a importância da Matemática de uma forma geral, sem analisá-la como uma das disciplinas de um currículo escolar. Assim, ela é considerada importante, porque tem um determinado papel na sociedade e na educação do ser humano.

Dessa forma, foram consideradas todas as afirmativas feitas, tanto na questão 4, quanto na 5, e, após, classificadas. As respostas podem ser agrupadas em duas classes: em primeiro lugar, estão aquelas que colocam a importância e o papel da Matemática na sua capacidade de desenvolver as potencialidades do ser humano. Com esse teor, encontram-se as seguintes idéias: a Matemática desenvolve o raciocínio e a capacidade de análise, síntese e generalização; ajuda a pensar, é disciplinadora do pensamento; auxilia o indivíduo a tomar decisões, a ser crítico, questionador, comparador, atento, autônomo; é formadora do intelecto, das faculdades mentais, situa o indivíduo no meio em que vive, amplia suas possibilidades em termos profissionais, ajuda-o a ser dedicado, cunpridor, rigoroso e exigente e dá ao indivíduo o poder que vem do saber. A maioria dos respondentes (dezenove pessoas) posicionaram-se nesse sentido.

Em segundo lugar, há aquelas respostas que consideram a Matemática importante para a sociedade , para o mundo. Ela não está, portanto, isolada, mas é utilizada pelo cientista e pelo homem comum, no seu dia-a-dia. Os dez professores que adotam essa visão afirmam: a Matemática ajuda a compreender os conceitos científicos; é uma ferramenta para o desenvolvimento das outras ciências; é indispensável para as conquistas tecnológicas, para a resolução de problemas complexos; é útil para a pesquisa em várias áreas; serve para a quantificação de variáveis em todas as disciplinas e é necessária na vida diária, facilitando o cotidiano.

Algumas dessas respostas, mesmo estabelecendo um confronto entre a Matemática e as outras ciências, colocam-na em um **pedestal**, pois a sua importância estaria ligada ao rigor, que exige uma "postura crítica frente ao conhecimento", ao fato de ser o "elo integrador entre as mais variadas disciplinas", garantindo, assim, a continuidade do aprendizado e dando a outras ciências "um suporte de credibilidade".

É interessante notar que, mesmo enfatizando a importância da Matemática para a solução de problemas da ciência e da vida real, alguns professores acrescentam que serve para o ser humano resolver os problemas. Há, como se vê, uma relativização da importância da Matemática para as aplicações na vida real, no momento em que passa pelo papel do ser humano.

Entre as respostas que nos chamaram a atenção, encontra-se a do respondente que, citando vários chavões bem conhecidos dos matemáticos e professores de Matemática, alerta para o risco de ser a disciplina "carregada de autoritarismo", por ser "um conjunto de regras que devem ser executadas sem ser preciso entender o porquê." Lembra-nos, então, a famosa frase de Russell: "a Matemática pode ser definida como um objeto de estudo em que jamais sabemos do que estamos falando, nem se o que dizemos é verdadeiro."(RUSSELL, 1977, p.84).

O mesmo professor considera que a Matemática é importante, também, por ser "um material rico para previsão de comportamentos". Colocada dessa forma, a Matemática parece ser um jogo rígido e seu uso parece ligar-se ao controle, à disciplina; é uma visão estática, de um mundo previsível. É, portanto, uma visão formalista.

Outro professor assume a visão platônica, em sua acepção mais clara, pois diz que a importância da Matemática está baseada no fato de ela "bastar-se a si mesma como corpo de conhecimentos e, nessas condições, ser independente da própria realidade."

Em relação às questões 4 e 5, três dos professores fizeram considerações alheias à questão e um não as respondeu.

6ª QUESTÃO: Detalhe os passos que você segue, em geral, para trabalhar um determinado conteúdo em sala de aula (metodologia utilizada, tarefas solicitadas, distribuição do tempo para as diversas etapas, etc.)

Quando o professor escolhe os conteúdos a ensinar, faz as transposições didáticas, utiliza determinadas estratégias em sala de aula, adota um sistema de avaliação e uma forma de lidar com os erros dos alunos, ele está assumindo posturas que podem ser características de uma determinada tendência pedagógica.

Na prática tradicional, a metodologia adotada estrutura-se, em geral, na técnica da aula expositiva em que o professor é o centro das atenções. Ele escolhe o conteúdo a ser apresentado, motiva os alunos, faz a apresentação teórica, relaciona o conteúdo com outros, já estudados, e dá exemplos de aplicações, em exercícios.

Na pedagogia escolanovista, a metodologia releva o **aprender fazendo**. O professor parte de atividades, tais como experiências, pesquisas e resolução de problemas, e o aluno, trabalhando individualmente ou em grupo, deve dispor das informações que lhe permitam descobrir a solução para o problema proposto, discutindo as várias hipóteses e testando-as.

Na pedagogia tecnicista, que privilegia a transmissão de informações logicamente ordenadas, os passos a serem seguidos pelo professor são: a) estabelecer os objetivos comportamentais; b) planejar atividades a serem desenvolvidas pelos alunos, a fim de atingirem os objetivos propostos, em seu ritmo próprio, em uma seqüência de pequenos passos e c) avaliar a mudança de comportamento dos alunos.

As outras tendências pedagógicas, tais como a não diretiva, a libertadora, a libertária e a crítico-social dos conteúdos[2], não enfatizam o método de ensino, mas as relações professor-aluno, aluno-aluno e aluno-conhecimento. Assim, podem ser utilizadas diferentes técnicas de ensino, de acordo com o objetivo maior, que é privilegiar as referidas relações.

Assim, a questão 6 foi proposta, no questionário, com o objetivo de, através da metodologia utilizada pelo professor, entender a sua prática e as influências que sobre ela se fazem sentir.

Para cada respondente, fizemos a leitura das respostas às questões 3 e 6, em conjunto, analisando, portanto, **todo** o trabalho do professor, desde as adaptações dos conteúdos até as técnicas empregadas em sala de aula.

A grande maioria dos respondentes (vinte e cinco professores) adota uma postura tradicional. As aulas, em geral, são expositivas e alguns desses professores despertam o interesse da turma apresentando um problema real que será equacionado a partir dos conteúdos a serem abordados em aula. Outros professores iniciam a aula com a exposição da teoria, formalizada ou não. Seguem-se as aplicações dos conteúdos em exemplos e em

---

[2] Estamos seguindo, aqui, a classificação apresentada em Libâneo (1985).

exercícios, solicitando-se ainda, a resolução de outros exercícios pelos alunos, em aula, às vezes em grupo, ou em casa.

Apenas quatro professores descrevem formas de trabalho características de outras tendências pedagógicas. Dois deles privilegiam o trabalho em grupo, quando os alunos se engajam a atividades, tais como jogos ou modelagem matemática, quando os conteúdos envolvidos são discutidos no grupo, e são solicitadas as explicações teóricas ao professor. Utilizam, portanto, a metodologia do **aprender fazendo**.

Outros dois professores se referem aos estudos dirigidos, organizados segundo objetivos específicos, "cujo alcance é verificado semanalmente em testes individuais". O rítmo de cada aluno é respeitado, na medida em que o professor faz o atendimento de acordo com as solicitações. Seguem, portanto, o modelo da pedagogia tecnicista.

Quatro professores não responderam satisfatoriamente às questões 3 e 6: dois deles deixaram-nas em branco, e outros dois fizeram observações genéricas que não permitiram compreender o trabalho realizado em sala de aula.

7ª QUESTÃO: Como os alunos, de forma geral, avaliam o seu modo de proceder em sala de aula?

Muitas Universidades estão adotando, periodicamente, procedimentos de avaliação da qualidade de ensino, segundo os quais alunos e professores analisam o seu desempenho. Se o professor recebe os resultados das opiniões de seus alunos em relação à sua prática, pode tentar modificar aqueles aspectos em que recebeu críticas.

A avaliação dos alunos é um elemento importante para dimensionar a prática do professor, mas, em nossa pesquisa, não podemos contar com esses dados pelo fato de que nem todos os professores se identificaram. Em decorrência, não sabemos quem são os alunos e seus professores, respectivamente. De qualquer forma, consideramos que a pergunta pode contribuir para mostrar se os respondentes estão sendo avaliados e de que forma. Nas entrevistas, esse aspecto foi aprofundado.

Ficou constatado que a avaliação está sendo aplicada em quatro das cinco Instituições envolvidas nessa pesquisa. Na outra, as respostas dos professores basearam-se nas opiniões dos alunos, manifestadas em sala de aula. Apenas três professores responderam que os alunos os avaliam com conceito "muito bom". Dezesseis professores consideram que seu trabalho tem aprovação dos alunos, incluindo-se, aqui, expressões tais como "bom", "positivo", "os alunos estão satisfeitos", "gostam do meu trabalho", "adaptam-se ao meu modo de proceder".

Mesmo não confirmando que recebem conceitos ruins, seis professores mencionaram críticas tais como "muito teórico", "muito exigente", "autoritário, rabugento, antipático", "dá coisas difíceis". Alguns professores acrescentaram que a avaliação varia, pois alguns alunos gostam e outros fazem críticas ao trabalho.

Cinco professores não responderam à questão 7, e foi curiosa a maneira como dois deles fugiram à pergunta: um respondeu que a avaliação dos alunos estava "à disposição" na Universidade; outro se considerava "suspeito para comentar".

<u>8ª QUESTÃO</u>: Na sua opinião, o que é aprender? Como seu aluno demonstra que aprendeu?

9ª QUESTÃO : Que critérios você utiliza para avaliar as respostas dos alunos a uma determinada questão proposta?

10ª QUESTÃO: Quais os erros mais freqüentes cometidos pelos alunos na disciplina?

11ª QUESTÃO: De que forma você lida com as respostas consideradas erradas?

As questões 8,9,10 e 11, acima indicadas, estão interligadas, pois focalizam a avaliação da aprendizagem. Segundo Ernest (1991 a), a prática do professor de Matemática depende, entre outros elementos, de suas concepções e crenças sobre a natureza da Matemática e o processo de ensino-aprendizagem. Ele estabelece relações entre as visões dos professores, a respeito da natureza da Matemática, e suas idéias, a respeito do processo de aprendizagem nessa disciplina. Sintetizando as opiniões de Ernest e as de Borasi (1988), podemos justificar a interligação entre as questões acima indicadas.

Segundo Ernest (1991a), pode-se fazer uma associação entre cada uma das **filosofias** assumidas pelos professores e os diversos **modelos** de aprendizagem. Assim, quem concebe a Matemática como um corpo estático e unificado de conhecimentos, em geral, acredita que o aluno aprende passivamente, por uma acumulação das informações transmitidas pelo professor. Aqueles que acreditam no caráter utilitário da Matemática, parecem pensar que o aluno aprende através da repetição de exercícios-padrão, obtendo o domínio das técnicas.

A retenção das informações, portanto, é garantida por essa repetição e pela recapitulação dos conteúdos, organizados logicamente. Assim sendo, ao avaliar as respostas dos alunos, através de testes e provas de verificação, o objetivo do professor é verificar se há exatidão na reprodução dos conteúdos ensinados.

Os erros cometidos pelos alunos são considerados falhas no processo de aprendizagem, e a preocupação do professor é a de retomar os conteúdos , mostrando a resolução considerada correta, para que o aluno não venha a repetir os erros. O objetivo, portanto, é a **eliminação** do erro.

Aqueles que esposam uma visão da Matemática como um campo de conhecimento em contínua expansão, sujeito a revisões e críticas, consideram, em geral, a aprendizagem como a construção ativa do conhecimento e a exploração autônoma de problemas. Ela consiste, portanto, em atividade de descoberta, e a avaliação proporciona ao aluno uma visão sobre seu próprio desenvolvimento, permitindo-lhe repensar os passos na busca de soluções para os problemas.

Os erros cometidos pelos alunos são considerados estágios necessários à exploração de problemas e podem ser utilizados, pelo professor ou pelos próprios alunos, para novas descobertas e para discussão dos conceitos envolvidos em um determinado problema matemático.

Assim, na questão 8, quando perguntávamos a opinião do professor sobre o aprender e sobre como o aluno mostra que aprendeu, estávamos preocupados em entender as concepções de aprendizagem sustentadas pelo professor, e em verificar se há coerência entre essas concepções e as formas de avaliar os erros cometidos pelos alunos.

Os critérios utilizados para avaliar as respostas dadas pelos alunos a uma determinada questão proposta (a 9 do questionário) esclarecem melhor as concepções de avaliação do professor. Ainda que utilizem o mesmo instrumento de avaliação (uma prova, por exemplo), a correção pode dar margem a interpretações totalmente distintas: pode haver apenas a preocupação com os resultados numéricos, finais, ou pode-se considerar mais importante o desenvolvimento da questão, a criatividade, o raciocínio lógico.

Em relação à questão 10, sobre os tipos de erros mais freqüentes, várias pesquisas (Kent, 1978; Movshovitz-Hadar et al., 1987; Cury, 1990; Sánchez, 1990) já mostraram que as dificuldades de compreender certos conteúdos de 1° e 2° grau, especialmente os relacionados à Álgebra, dão origem a uma série de erros que criam obstáculos à compreensão de novos conteúdos.

É freqüente a reclamação dos professores de erros em conteúdos considerados pré-requisitos, e é compreensível essa atitude, visto que, ao planejar um curso universitário, parte-se do pressuposto de que os alunos conhecem os conteúdos de 1° e 2° graus e estão aptos a atingir novos patamares de raciocínio, dedução e generalização. Quando isso não acontece, o professor sente-se obrigado a repetir explicações sobre conteúdos elementares, ficando impedido de aprofundar os conteúdos que fazem parte da disciplina universitária.

Com a questão 10, queríamos saber se há alguma tentativa de sistematização dos tipos de erros cometidos pelos alunos, e verificar na questão 11, como os professores lidam com os erros: se procuram simplesmente eliminá-los, ou se os aproveitam para explorar novos conceitos matemáticos e novas estratégias para resolver problemas.

Vamos, neste ponto do trabalho, analisar as respostas às questões 8,9,10 e 11, primeiramente, contemplando cada uma delas e, no final, analisando as incoerências detectadas nas respostas.

Na questão 8, pretendíamos conhecer a opinião do professor sobre o que é aprender e como o aluno mostra que aprendeu. A distribuição das respostas dos professores em duas colunas, uma, com o significado de *aprender*, e outra, com a indicação da forma como o aluno demonstra que aprendeu, permitiu-nos classificar separadamente as duas partes da resposta, a partir das palavras-chave que surgiram.

Em relação ao que é aprender, há, em primeiro lugar,um grupo formado por nove respondentes que usaram as expressões "aplicar", "utilizar", "transportar", "reproduzir" os conhecimentos, em situações semelhantes ou novas. Em um segundo grupo, formado por oito respondentes, surgiram as palavras "adquirir", "dominar", "assimilar", "reter", "internalizar", em relação aos conhecimentos novos. Em um terceiro grupo, formado por quatro professores, houve a utilização da palavra "mudar": mudar "algo dentro de nós", mudar o fazer, mudar o comportamento. Há, ainda, dois professores que utilizaram expressões, tais como "tirar conclusões", "estabelecer relações", "organizar, estruturar e hierarquizar o saber"; outros dois respondentes consideraram que aprender é "ser capaz de ensinar, explicar ou propor questões sobre o conteúdo".

No tocante à forma como o aluno demonstra que aprendeu, dos dezoito professores que responderam a essa parte da questão, onze disseram que o aprendizado do aluno aparece nas verificações, nos testes, nas respostas às questões propostas, orais ou escritas.

Os outros sete professores não explicaram como avaliam a aprendizagem, mas citaram a exemplificação, a tradução, pelas próprias palavras, do que foi trabalhado em aula, a transferência para novas situações, como formas de o aluno mostrar que aprendeu. As respostas sugerem que tais professores utilizam as técnicas tradicionais de avaliação de aprendizagem. Apenas quatro professores não responderam à questão 8.

A questão 9 indagava sobre os critérios utilizados para avaliar as respostas dos alunos. A maioria das respostas (22) dos professores enfatiza o desenvolvimento da questão, preocupando-se com a lógica, o raciocínio, a argumentação, a coerência, a objetividade, a clareza, a segurança e o rigor utilizados pelos alunos na solução do problema proposto.

Seis respostas fazem referência às questões que exigem aplicação de fórmulas ou cálculos e, nesse caso, só é aceita a solução absolutamente certa.

Muitos dos respondentes que dizem valorizar mais os aspectos do desenvolvimento da questão, ou seja, o processo de obtenção da solução em detrimento do produto final, apontam, no entanto, talvez pelas suas próprias concepções de avaliação, o peso que conferem a cada parte da resposta: valorizam só a metade, tiram pontos pelos erros, etc.

Quatro respondentes referiram-se aos objetivos da própria questão, avaliando se o aluno atingiu o objetivo proposto. Três pessoas não responderam à questão 9.

Uma resposta curiosa é a do professor que cita, como critério para avaliar a resposta do aluno, o fato de ele ter estudado o conteúdo para fazer a avaliação. Mas como pode saber se ele estudou? Pelas respostas corretas? Mas, então, só erra quem não estuda? E o estudar seria um processo de resultados imediatos? A resposta sugere que o professor considera a aprendizagem uma acumulação de conteúdos que o aluno **estudaria** para reproduzir na prova.

A questão 10, que indaga sobre os erros mais freqüentes, confirmou os resultados das pesquisas já citadas, sobre tipos de erros: a maioria das respostas (23) apontam os erros em conteúdos de 1° e 2° graus (fatoração, simplificação, radiciação, frações, trigonometria, geometria plana). Os erros nos conteúdos das disciplinas de 3° grau, pelos exemplos apresentados, também são erros usuais. Um professor mencionou o erro que consiste em fazer $\frac{d}{dx}(\frac{f(x)}{g(x)})$ como sendo igual a $\frac{\frac{d}{dx}(f(x))}{\frac{d}{dx}(g(x))}$. Esse erro, bastante freqüente, conforme nossa pesquisa com alunos de Cálculo (Cury, 1990), consiste em uma **falsa generalização**: o aluno vê, por exemplo, limite do quociente de duas funções como quociente dos limites das funções e **generaliza,** apressadamente, para a operação de derivação.

Encontramos, também, seis respostas que se referem aos erros de lógica que surgem em demonstrações de teoremas, quando, por exemplo, os alunos partem da tese para demonstrar a proposição. Foi citado, ainda, o erro que consiste em utilizar definições erradas. Além dessas, anotamos 4 respostas que mencionam erros de cálculo e erros por distração. Apenas dois professores não mencionaram tipos de erros.[3]

Chamou-nos a atenção a resposta de um professor que citou "os erros por falta de fixação de exercícios", evidenciando sua visão da aprendizagem como domínio de técnicas, adquiridas pela repetição dos exercícios de fixação.

A questão 11, que indaga sobre a forma de lidar com os erros cometidos pelos alunos, só não foi respondida por seis professores. A maior parte dos respondentes (vinte e dois), mostrou que, ao lidar com o erro, seu objetivo é eliminá-lo. Os professores dizem que assinalam na prova a resposta errada e que a discutem em aula, com o grupo, ou, individualmente, com os alunos que os procuram; que sugerem, aos alunos, a retomada dos conteúdos nos quais mostram deficiências e que retomam o conteúdo em que houve maior incidência de erros.

---

[3] É interessante notar a resposta de um desses professores: "Além de ser aborrecido ter que enumerar esses 'erros frequentes', seria desnecessário: quem formulou a indagação sabe da resposta.". Parece que o professor em questão não acredita no valor das pesquisas para o aprofundamento dos problemas do ensino e na colaboração da comunidade de educação matemática para a realização de tais pesquisas. Além disso, parece que os erros o aborrecem, visto não querer sequer mencioná-los. Acreditamos que sua visão seja absolutista, só a verdade seria aceita.

Em todas essas colocações, o professor está preocupado com a eliminação do erro, substituindo-o pela resposta correta, conforme o gabarito que ele fornece aos alunos. Portanto, há uma concepção subjacente de que existe uma única verdade, uma única forma de responder corretamente, uma única maneira de fazer o exercício ou resolver o problema. Soluções alternativas não são esperadas e, quando aparecem, quase nunca são aceitas.

Dois desses professores referiram-se aos pesos que associam a cada parte da questão em que há erro: "se for em nível de 1° e 2° graus, considero metade da questão"; "erros envolvendo conteúdos da disciplina, considero toda a questão errada".

Apenas cinco respondentes mostraram uma visão mais aberta, tentando utilizar o erro como ferramenta para a aprendizagem. Explicando como orienta o aluno, um deles usou, como ilustração, o erro, bastante freqüente, que consiste em efetuar, por exemplo, a soma $\sqrt{2} + \sqrt{8}$ e encontrar $\sqrt{10}$. Nesse caso, poder-se-ia, segundo esse professor, propor ao aluno que efetue $\sqrt{9} + \sqrt{16}$, para que ele se dê conta de que, pelo seu processo, obteria $\sqrt{25}$ e chegaria ao absurdo de ter $3+4=5$. Outros dois respondentes, mesmo sem exemplificar, indicaram o mesmo procedimento.

Duas colocações destacam-se por motivarem o aluno para novas descobertas. Um professor disse que faz um retorno da resposta errada ao grupo e obtém nova resposta (errada ou não). Procura, então, testá-la, usando a calculadora, conseguindo que os alunos expressem as idéias erradas que eles trazem desde o 1° e 2° graus e que, muitas vezes, são a origem dos erros. Dessa forma, o aluno é confrontado com a sua **crença** e ela se desmonta nos testes que são feitos.

Outro professor diz procurar entender a argumentação utilizada pelo aluno "no caminho para o erro". Acrescenta, ainda: "às vezes, penso que um aluno aprende mais quando entende o seu erro do que quando apresenta, de imediato, a solução correta."

Além dessas colocações, enfatizamos, agora, aquelas que chamaram a atenção pelas indagações que se podem fazer sobre as contradições na prática do professor. Em uma delas, o professor confessa: "há ocasiões em que nem analiso com o aluno o seu erro, mas eu preciso saber onde ele errou (é uma coisa meio compulsiva)". Por que ele precisa saber onde o aluno errou, se não vai retomar o erro com o aluno, para discussão? E por que julga ser um comportamento compulsivo?

Outra afirmação bastante discutível é a do professor que diz: "procuro mostrar os passos importantes e exigir treinamento": Parece-nos que sua visão de aprendizagem, como a de outro professor já citado, é aquela que acredita ser o aprender um domínio de técnicas que exigem treinamento continuado.

Retomando as colocações feitas pelos professores às questões 8,9,10 e 11, podemos detectar incoerências que provavelmente prejudicam as práticas de alguns professores e, conseqüentemente, criam obstáculos à aprendizagem dos alunos.

Uma resposta contraditória é a do professor que explica:"quando se aprende, algo muda dentro de nós, embora isso nem sempre seja externamente perceptível". Daí acrescenta: "com o aluno é mais fácil, pois pretendemos ver se ele aprendeu algo específico que achamos que foi ensinado por nós. Aí entram as técnicas de avaliação". Mas se nem sempre a mudança é perceptível externamente, como pode ser fácil detectá-la? Nos critérios de avaliação, cita a fundamentação da argumentação, a flexibilidade de raciocínio e a correção das respostas numéricas; em relação à forma de lidar com os erros, indica que apenas os assinala na prova. Onde fica o **mudar** nessa postura? Quer parecer que ele não avalia a **mudança**, apenas a retenção dos conteúdos e a adequada utilização dos mesmos em exercícios.

Uma resposta que mostra a influência dos clichês em Educação foi dada por um professor que afirma ser a ação a base do conhecimento. A seguir, diz que avalia os estudantes através das respostas individuais às questões que ele propõe e, referindo-se ao aluno, acrecenta que se preocupa em "identificar o que ele ainda não sabe e o que ele já aprendeu." E ainda acrescenta que, se o aluno discute os erros cometidos, ele não os comete mais. Então esse professor parece entender a ação como resolução de exercícios. As respostas sugerem que o professor considera **não aprendidos** aqueles conteúdos que não são utilizados pelo aluno na resolução da questão ou aqueles nos quais comete algum erro. Mas com isso ele pode garantir que identificou "o que o aluno não sabe"? E se "o conhecimento é ação", o não saber significa ausência de ação?

Outra incoerência, essa percebida pelo próprio respondente, aparece na seguinte resposta: "aprender é ser capaz de ensinar ou ser capaz de propor questões relacionadas com sua experiência e respondê-las com o uso dos conteúdos estudados." Esperar-se-ia que a avaliação feita por esse professor tivesse por base as aulas preparadas pelos alunos que evidenciariam capacidade de "saber ensinar". No entanto, ele próprio confessa não conseguir atingir esse nível e diz avaliar "pela aplicação do apresentado em aula em situações-problema." No entanto, mais rígidos parecem ser os seus critérios de avaliação, quando diz:

> "...costumo, ao enunciar a questão, relacionar todas as etapas da construção da resposta; dou 'peso' a cada etapa de acordo com sua importância no contexto; quantifico cada etapa em relação ao valor total da questão; somo os valores das etapas atingidas para atribuir o grau."

Pelo exposto, percebemos que esse professor já decide de antemão, ao enunciar a questão, quais são as etapas **corretas** que devem ser seguidas pelo aluno para resolvê-la e a importância de cada etapa. Portanto, sua avaliação é uma comparação das habilidades do aluno com as do modelo; as suas próprias. Isso se confirma quando, ao responder sobre as formas de lidar com os erros, ele diz fornecer o gabarito da questão aos alunos.

Finalmente, como último exemplo de incoerência, há a resposta de um professor que diz: "aprender é interiorizar o conhecimento e ter certeza de que posso aplicá-lo a outras situações." Portanto, só a auto-avaliação daria conta dessa "certeza", dessa **interiorização** do conhecimento. No entanto, o professor, mesmo concordando ser difícil avaliar e queixando-se dos métodos falhos, diz que procura verificar se "o grau de respostas do aluno melhorou no decorrer do semestre." Portanto, intui-se que ele utiliza provas de verificação.Mas como pode **verificar** a certeza do aluno sobre sua capacidade de aplicar os conteúdos?

12ª QUESTÃO: Se você tivesse escolhido outra disciplina entre as que leciona nesse Departamento, suas respostas seriam diferentes? Em caso afirmativo, explique quais e por que.

Se se considera a Matemática como um corpo estático de conhecimentos, desligado da realidade, pronto para ser **transmitido** aos alunos, então o trabalho dos professores de Matemática será sempre igual, pois estarão trasmitindo apenas o conhecimento acumulado pelas gerações.

Se, por outro lado, se entende a Matemática como uma atividade humana ligada aos problemas e necessidades da sociedade, o seu ensino, coerentemente, deve estar apoiado nos problemas que interessam aos alunos, como indivíduos inseridos nessa sociedade.

Assim, colocamos a questão 12 no final do questionário para que pudéssemos dispor de mais um elemento para analisar as concepções dos professores e detectar as incoerências nas respostas.

Já nos referimos à contradição entre as respostas à questão 1 e à 12, nas quais alguns professores declararam escolher os conteúdos das disciplinas pela aplicabilidade a um determinado curso ou ao tipo de aluno e, depois, afirmaram que não teriam respondido de outra forma ao pensar em outras disciplinas.

Analisando todas as respostas à questão 12, verificamos que quatro pessoas não responderam, doze escreveram um taxativo **não**, sem explicações, e duas justificaram o **não** pelo fato de terem respondido de uma forma abrangente sobre sua postura e concepções, o que, segundo eles, independeria do contexto.

Os quinze restantes responderam que modificariam as suas respostas, pois, para outra disciplina, os objetivos seriam diferentes, como seriam, também, a aplicabilidade dos conteúdos, o tipo de aluno, de curso, de metodologia, de tempo disponível. Nas justificativas, alguns desses professores, inclusive, apontaram as respostas que efetivamente seriam modificadas, caso pensassem em outra disciplina.

No entanto, apesar dessas justificativas, a maioria dos professores parece ter uma visão absolutista sobre Matemática, considerando que existem verdades absolutas a serem transmitidas aos alunos e, especialmente, julgando que os erros dos alunos devem ser eliminados, pois, segundo eles, somente o que é **correto, certo, verdadeiro** deve ser aceito em uma prova de verificação de aprendizagem.

ANÁLISE GLOBAL DOS QUESTIONÁRIOS

Concluída a análise de cada uma das questões do questionário, retomamos, mais uma vez, a totalidade, relendo todas as respostas e a análise procedida, com vistas a obter uma síntese dos resultados. Foi possível, a partir dessa retomada, separar as respostas em duas ou mais categorias e perceber a predominância, em geral, de uma sobre as outras.

Quais são, afinal, as concepções e práticas dos respondentes? Podemos dizer que os professores, de forma geral, preocupam-se com as necessidades dos alunos, no momento de selecionar os conteúdos das disciplinas matemáticas. Ao ensinar esses conteúdos, procuram aplicações em outras áreas do conhecimento; no entanto, essas aplicações são utilizadas para motivar os alunos e exemplificar os conceitos. Não parece haver muita preocupação em partir dos problemas reais para desenvolver os conteúdos. Os professores seguem o caminho tradicional, ou seja, apresentam a teoria e depois a aplicam, ao invés de partir da prática e chegar aos conceitos teóricos.

Quanto à importância da Matemática no conjunto das disciplinas de um curso e ao papel dessa disciplina na educação do ser humano, os professores, em geral, destacam a relevância da Matemática no desenvolvimento das potencialidades do ser humano. A metodologia utilizada em sala de aula é a tradicional[4] : a aula, em geral, é expositiva e o professor já traz o conteúdo pronto para ser apresentado aos alunos; a motivação é feita através de exemplos e aplicações em outras áreas dos conteúdos a serem estudados; há uma retomada dos conteúdos considerados pré-requisitos e a matéria nova é apresentada, por

---

[4] Estamos usando o termo **tradicional** no sentido empregado por Libâneo (1985) e Saviani (1985), ao referirem-se às tendências pedagógicas.

definições e demonstrações logicamente encadeadas. A seguir, os alunos, individualmente ou em grupo, resolvem exercícios sobre os conteúdos apresentados e, no final, o professor corrige-os no quadro-verde.

Os professores consideram que, ao serem avaliados pelos alunos, têm a aprovação do seu trabalho e, na maior parte das vezes, referem-se ao diálogo constante com os alunos e à preocupação em esclarecer suas dúvidas.

Quanto à aprendizagem, os professores acreditam que ela se dê **de fora para dentro**, ou seja, que o aluno aprende passivamente, pela acumulação das informações. Enquanto alguns professores enfatizam a "aquisição" dos conhecimentos, outros referem-se à sua "aplicação", mas, em ambos os tipos de respostas, o aluno age sobre algo que lhe foi trazido já pronto.

Quanto às formas de avaliar a aprendizagem, a grande maioria dos professores têm, também, uma postura tradicional, pois aplicam testes e verificações escritas e associam "pontos" às diversas partes da resposta, esperando que o aluno reproduza o que lhe foi ensinado para medir a **retenção** do conhecimento.

Ao corrigirem as provas, os professores dizem preocupar-se mais com o desenvolvimento da questão, com a escolha das técnicas adequadas e com a argumentação empregada. No entanto, quando citam os erros mais freqüentes, eles se referem a erros em conteúdos de 1° e 2° graus e mostram exemplos que envolvem aplicações das fórmulas e regras. Assim, parece-nos que a preocupação com a correção do produto final ainda é maior do que a suposta importância dada ao desenvolvimento do processo de resolução.

Em sua maioria, os professores, ao devolverem aos alunos as provas corrigidas, têm o objetivo de eliminar os erros cometidos, de alertar os alunos para que não os repitam.

Os professores parecem dividir-se em relação à modificação das respostas, no caso de responderem ao questionário pensando em outra disciplina. Aqueles que responderam afirmativamente, citaram as questões em que alterariam as opiniões, mencionando, principalmente, a questão 6, relativa à metodologia. Os que responderam negativamente, fizeram-no taxativamente ou tentaram justficar-se explicando que suas respostas abrangiam todas as situações.

Se retomamos as idéias de Blaire (1981), Confrey (1981), Lerman (1983), Ernest (1991 b) e especialmente Ernest (1991 a), que dividem as concepções filosóficas da Matemática em categorias e associam a cada uma delas uma postura pedagógica, podemos dizer que os professores respondentes têm uma visão *absolutista* da Matemática, considerando-a um corpo estático e unificado de verdades absolutas, como produto acabado do trabalho de gerações e gerações que será transmitido aos alunos pelo professor que detém o conhecimento. O ensino, portanto, é centrado no conhecimento e, coerentemente, a postura pedagógica é a tradicional.

O contrato didático é rígido. Há uma série de exigências formalistas, que se evidenciam nos critérios de avaliação citados pelos professores: rigor, coerência, lógica no desenvolvimento da questão e exatidão na resposta numérica. A correção das provas, como salientam Chevallard e Feldmann (1986), é sentida pelos professores como "uma pequena crucificação", pois se queixam das dificuldades em avaliar os alunos.

A compartimentalização do saber, a divisão da questão em partes e a associação de "pesos" a cada uma das partes, evidenciam o caráter reducionista que os professores imprimem à avaliação. Dessa forma, a ênfase conferida pela maior parte dos respondentes à eliminação dos erros cometidos pelos alunos é facilmente dedutível das práticas avaliativas por eles utilizadas.

SAVIANI (1985, p.24), ao referir-se à concepção humanista tradicional em Filosofia da Educação, salienta que sua característica marcante é a visão que ela assume do homem: "encarado como constituído por uma essência imutável, cabendo à educação conformar-se à essência humana."

Essas idéias nos levam à obra de Suchodolski (1984) em que é discutida a oposição entre a pedagogia da essência e a da existência. Segundo ele, a filosofia de Platão, que diferencia o *Mundo das Idéias*- perfeito, real, verdadeiro- e o *Mundo das Sombras*- imperfeito e empírico- é uma das fontes da pedagogia da essência.

O mesmo autor acredita que Aristóteles, apesar de criticar a *Teoria das Idéias* de Platão, também fundamenta a pedagogia da essência. Cada ser humano tem uma forma ou essência que compartilha com todos os outros seres humanos, que é sua atividade pensante e que deve ser desenvolvida através da educação: "a tarefa da educação consiste em actuar da mesma maneira em todos."(SUCHODOLSKI, 1984, p.21).

Voltemos às respostas dos professores, em relação à natureza e ao papel da Matemática na educação do homem. A maior parte dos respondentes acentua a importância da Matemática no desenvolvimento das potencialidades do ser humano. Estão, portanto, assumindo uma postura pedagógica que privilegia a essência do homem: sua capacidade de raciocínio, de argumentação e de crítica, sua atenção, autonomia e rigor.

Parece-nos, portanto, que, mesmo não tendo questionado diretamente o professor sobre sua visão filosófica da Matemática, podemos inferí-la com base nas respostas dadas às questões. Acreditamos que a maioria dos respondentes esposa uma visão absolutista da Matemática, com componentes platônicos, cartesianos e formalistas.

Não encontramos, pelo menos nas respostas aos questionários, evidências de que alguns professores defendam a visão falibilista, segundo a qual a Matemática é falível, corrigível e está em constante mudança. Pelo contrário, sempre se revela a preocupação com a busca da verdade absoluta, com a apresentação organizada e sistematizada dos assuntos, evitando os caminhos que possam levar a erros.

Vamos, a seguir, apresentar a análise e discussão das entrevistas, para poder, no final, comparar os dados obtidos.

9. ANÁLISE E DISCUSSÃO DAS ENTREVISTAS

A CARACTERIZAÇÃO DOS ENTREVISTADOS

A partir das informações apresentadas por cada um dos seis professores entrevistados ao preencher a ficha de dados, podemos classificá-los de forma geral, evitando uma caracterização individual que permitiria identificá-los, visto que a não-identificação foi assegurada desde o primeiro contacto com os possíveis participantes.

Os professores entrevistados têm idades variando entre 35 e 60 anos, estando a maioria na faixa dos 40 anos. Cinco são do sexo feminino e um, do sexo masculino[1] .

Em termos de formação acadêmica, dois dos professores possuem curso de Licenciatura e Bacharelado em Matemática; dois têm apenas Licenciatura em Matemática; e dois, apenas Bacharelado em Matemática. Todos têm cursos de Pós-Graduação: dois deles têm Especialização em Matemática, sendo que um deles está cursando o Mestrado em Matemática; dois têm Especialização em Matemática e em Educação; dois têm Mestrado em Matemática e um deles tem, ainda, Doutorado em Matemática, realizado no País e Pós-Doutorado, no Exterior.

Os professores têm uma ampla experiência docente: lecionam há mais de 15 anos (o tempo de magistério varia entre 15 anos e meio e 24 anos), sendo que quatro deles têm experiências em magistério de 1°, 2° e 3° graus. Um deles só leciona em 3° grau e outro, em

---

[1] Novamente adotamos a decisão, citada anteriormente, de referirmo-nos a cada um deles usando a forma masculina: o professor, o entrevistado. Desta forma, evitamos uma possível identificação do único homem do conjunto dos entrevistados.

3° e 4° grau.Os que lecionaram (ou ainda lecionam) em 1° e 2° grau, possuem experências em escolas públicas e particulares. Quanto ao magistério de 3° grau, quatro deles já trabalharam (ou trabalham) em mais de uma Instituição de Ensino Superior, pública ou privada e outros dois têm apenas experiência na Instituição que representam na entrevista.

O tempo de trabalho na Instituição pela qual os professores foram entrevistados varia entre 4 e 22 anos, com uma média de 14 anos. Quanto ao regime de trabalho, dois são horistas, dois têm regime especial (20 ou 30 horas semanais, distribuídas entre aulas e atendimento aos alunos) e dois têm tempo integral com dedicação exclusiva.

O número de horas/aula semanais, ministradas no semestre em que foram entrevistados, é bastante variado: dois professores lecionam quatro horas por semana, outro professor tem sete horas-aula, e os outros têm respectivamente nove, dez e dezesseis horas-aula semanais.

As disciplinas lecionadas também variam bastante, exemplificando o trabalho feito em várias áreas da Matemática lecionada em 3° e 4° grau: Álgebra Linear, Geometria, Cálculo Diferencial e Integral, Análise, Equações Diferencias, para cursos de Matemática, Engenharia, Informática, Administração e Ciências, bem como disciplinas relacionadas ao ensino de Matemática, em cursos de Licenciatura em Matemática.

Em termos de publicações, apenas um professor tem expressiva produção, com vinte artigos publicados e dois trabalhos em Anais de Congressos. Dois professores não têm nenhuma publicação; um entrevistado tem três artigos publicados, outro tem um livro, dois artigos e um trabalho em Anais e outro tem um artigo e um resumo em Anais.

Para referirmo-nos aos professores entrevistados, pensamos, inicialmente, em designá-los por Professor A, Professor B, etc.. Ou então, poderíamos numerá-los: Professor 1, Professor 2, e assim por diante. No entanto, essas formas são extremamente impessoais e o nosso contacto com os entrevistados foi cordial, informal e pessoal. Ao retomar os textos datilografados das entrevistas, imediatamente lembramos a pessoa, as suas expressões faciais durante a entrevista, os risos, a tensão inicial, enfim, o ser humano completo e não apenas o conjunto de frases enunciadas. Assim, não nos agrada numerá-los ou indicá-los com letras, como se fossem apenas elementos pertencentes a um mesmo conjunto, o conjunto dos entrevistados. Preferimos nomeá-los - mesmo que com nomes fictícios - para assegurar a não-identificação, mas garantir sua distinção enquanto seres humanos.

Para escolher os nomes fictícios com os quais rebatisamos nossos entrevistados, baseamo-nos em Lakatos (1978), que utilizou os nomes das letras gregas para referir-se aos alunos que dialogam com o mestre na busca da solução para o problema proposto. Além disso, os matemáticos (e os professores de Matemática, por extensão), têm uma grande familiaridade com o alfabeto grego, utilizado para simbolizar entes matemáticos em várias áreas da Matemática. Em Cálculo, especialmente, costumamos nos referir às dificuldades dos alunos em lidar com os *épsilons* e *deltas*, observação que foi feita, inclusive, por um dos entrevistados. Assim, ao nomearmos os professsores por **Alfa**, **Beta**, **Gama**, **Delta**, **Sigma** e **Ômega**, eles pareceram mais personalizados e, à medida que mergulhamos nas entrevistas, associamo-las aos entrevistados agora rebatisados.

OS ENTREVISTADOS E O MOMENTO DA ENTREVISTA

Havendo rebatisado os entrevistados e caracterizado-os de maneira geral, estamos, agora, em condições de referirmo-nos a cada um deles, sem identificá-los. Acreditamos ser importante fazer um comentário inicial sobre o momento da entrevista, pois ele é um indicador do envolvimento do professor com a pesquisa.

Alfa havia marcado dia e hora para receber-nos, no intervalo entre os turnos da manhã e tarde, pois estava com muitos compromissos naquela semana e não poderia dedicar outro momento à entrevista. Recebeu-nos em sua sala, no Campus de sua Universidade, e de início solicitou-nos o questionário que havia respondido anteriormente, para relembrar as respostas e poder dar os esclarecimentos solicitados. Desde as primeiras perguntas, estendeu-se sobre o ítem abordado, falando rápido (como é seu costume), sem dar-nos tempo de interrompê-lo. Parecia querer dar sua opinião sobre todos os aspectos envolvidos na sua resposta e, especialmente, ilustrá-la com exemplos de fatos ocorridos em suas aulas ou no ensino de 3° grau de Matemática, de uma maneira geral..

O tempo foi passando e **Alfa** não demonstrava pressa, não olhava o relógio nem fazia qualquer observação sobre seus compromissos urgentes. Após uma hora de conversa,considerando que todas as perguntas tinham sido respondidas e que não havia mais esclarecimentos a solicitar, demos por encerrada a entrevista, agradecendo a atenção e o tempo que **Alfa** tinha dedicado à pesquisa. Ele retrucou, então, que os agradecimentos deveriam ser feitos por ele, pois havíamos lhe propiciado a oportunidade de opinar sobre os assuntos abordados, o que, segundo ele, não acontecia habitualmente.

Outros dois professores, **Beta** e **Delta**, também agradeceram a oportunidade de falar sobre assuntos relacionados com a Matemática e o seu ensino. Esses profesores tiveram a oportunidade, então, durante a entrevista, de expressar os seus pontos de vista. Pareceu-nos que não há, em geral, em uma comunidade acadêmica, espaço para trocar idéias, para conversas informais, em que o professor fale <u>sobre si</u>, não exatamente sobre aspectos de sua vida pessoal, mas sobre suas opiniões, suas concepções, sobre sua disciplina e o processo de ensino e aprendizagem da mesma.

Beta também marcou o dia e a hora mais convenientes para a entrevista, pois estava envolvido em várias atividades extra-classe, tais como reuniões de Departamento e elaboração de projetos. Preferiu, no entanto, deslocar-se até nossa sala, na PUCRS, pois, segundo ele, estaria "passando por lá" naquele dia. No início da entrevista, parecia um pouco tenso e notamos que escolhia as palavras, olhando, às vezes, para o gravador. Foi se descontraindo aos poucos, à medida que era solicitado a justificar as respostas dadas às perguntas do questionário. Ao final, fez uma observação sobre a tensão inicial, dizendo não estar acostumado a falar com um gravador ligado.

Mesmo tendo dito que tinha um compromisso posterior e que não poderia atrasar-se, **Beta** empolgou-se com os assuntos debatidos e quis esclarecer todas as suas respostas, todas as opiniões que emitia, refletindo um pouco antes de responder às questões mais difíceis, como aquelas relacionadas à concepção de Matemática. Sua entrevista foi uma das mais longas e, após o encontro, ao acompanhá-lo até o estacionamento do Campus, **Beta** ainda acrescentou algumas observações que reforçavam idéias já emitidas, referindo-se, então, à satisfação em ter participado da pesquisa e colocando-se à disposição para quaisquer esclarecimentos adicionais.

Gama recebeu-nos em sua sala, no Campus de sua Universidade, em um dos períodos disponíveis para atendimento de alunos. Desde as primeiras perguntas que lhe fizemos, a respeito das respostas ao questionário, **Gama** fez questão de relê-las e explicá-las detalhadamente, inclusive acrescentando vários exemplos de fatos ocorridos em suas aulas. Habitualmente, ele fala muito depressa e parecia querer ocupar todo o tempo disponível para justificar cada aspecto abordado, às vezes, deixando algumas idéias inconclusas, face à quantidade de exemplos que trazia.

Gama desculpava-se, às vezes, por não conhecer algum autor ou teoria por nós referidos, dizendo não lembrar ou conhecer pouco, como se considerasse que deveria estar a par de todos os assuntos relacionados com a Matemática ou com seu ensino. Lembra-nos a pesquisa de Carvalho (1989), já citada, sobre as concepções de professores de séries iniciais, em que a autora comenta as questões que remetem diretamente a determinado autor ou teoria: o professor, não querendo mostrar o seu desconhecimento, ficava inibido ao responder.

No início da entrevista, **Gama** parecia ter respostas prontas, especialmente quando esclarecia aspectos que tinham sido abordados no questionário. Á medida que introduzíamos questões novas, investigando suas concepções de Matemática, ele foi-se questionando, pois se deu conta de que incorria em contradições: "muitas vezes a gente fala uma coisa, daqui há pouco fala de novo e tá se desdizendo". A entrevista foi longa e encerrou-se somente quando consideramos que todos os aspectos tinham sido esclarecidos.

Delta havia marcado um determinado dia e hora para a entrevista, mas teve que desmarcar, porque estava com problemas de doença em família. Mesmo assim, procurou-nos logo que teve um tempo livre, dizendo que achava importante dar uma contribuição quando solicitado, pois sabia, por sua própria experiência, das dificuldades encontradas pelos professores ao realizar pesquisas que envolvem a cooperação dos colegas.

Delta é uma pessoa extrovertida e expansiva que entremeia suas frases com risadas. Em alguns momentos, deu-nos a impressão de que seu riso escondia um certo nervosismo, pois, no início, se referiu ao temor de "não saber responder". Ele procurava responder às perguntas que fazíamos, exemplificando algumas vezes, mas sempre fazendo uma pausa ao final da resposta, esperando nossa próxima pergunta, como se aguardasse o rumo que nós daríamos à conversa.

Quando aprofundamos as questões sobre sua concepção de Matemática, **Delta** pareceu entusiasmar-se, aproximando-se um pouco e baixando o tom de voz, como se fosse contar algum segredo. No final, ele deu-se conta de que tinha descoberto coisas sobre si que nem sabia: "de repente eu acho que gostaria de fazer uma coisa diferente...e nem sabia." Nesse ponto, **Delta** confirma a observação de Patton:

> "O fato de ser levado na direção de um processo reflexivo direcionado afeta as pessoas que estão sendo entrevistadas e deixa-as

> sabendo coisas sobre si mesmas que elas não sabiam- ou pelo menos não estavam conscientes- antes da entrevista." (PATTON, 1986, p.252).

Sigma preferiu ser entrevistado em nossa sala, na PUCRS, pois suas múltiplas atividades em diferentes locais dificultariam a compatibilização de horários. No início, ele parecia um pouco contrafeito em participar da pesquisa e, ao ser questionado sobre uma resposta sua ao questionário, respondeu secamente que era exatamente o que havia colocado. Ao dar-se conta de que tinha interpretado equivocadamente a questão, **Sigma** relaxou um pouco e tornou-se mais expansivo. Sua atitude não pode ser considerada como má vontade ou falta de interesse, pois é uma característica pessoal, de ficar sempre de sobreaviso, até ter confiança na pessoa e poder falar despreocupadamente, como foi fazendo à medida que se desenrolava a entrevista.

A forma de **Sigma** expressar-se é totalmente informal, entremeada de observações críticas e divertidas. Ao referir-se a uma das turmas para a qual lecionava naquele semestre, deixou vir à tona seu entusiasmo em relação ao trabalho que fazia:"é uma coisa bem bonita de se ver, a forma com que eles cresceram.". Sua entrevista, mesmo tendo esclarecido as principais questões que propusemos, poderia ter sido mais aprofundada se houvesse mais tempo ou se suas múltiplas atividades não tivessem impossibilitado um outro encontro.

Ômega foi entrevistado em sua sala, no Campus de sua Universidade, tendo se prontificado a atender-nos fora de seu horário de trabalho, para permitir uma conversa sem interrupções. **Ômega** fala devagar e parece escolher as palavras, para que suas respostas sejam suficientemente esclarecedoras. Também costuma pontuar as frases com risos, especialmente quando responde a algo de que não está seguro. Pareceu emocionar-se um pouco quando se queixou da má vontade dos alunos ou da dificuldade em motivá-los. Não parece querer aprofundar-se nas questões relacionadas à avaliação e às formas de lidar com os erros, proferiu discorrer sobre a Matemática em si, sobre os conteúdos ensinados ou sobre as dificuldades com algumas turmas.

No final da entrevista, quando fizemos observações sobre nosso interesse em conhecer as concepções de Matemática assumidas pelos professores, **Ômega** deu-se conta de que suas respostas eram elucidativas de suas concepções e retraiu-se um pouco, talvez querendo evitar que novas "descobertas" pudessem ser feitas. Suas respostas, no entanto, tanto às perguntas do questionário quanto às da entrevista, já haviam delineado claramente sua visão da Matemática e do processo de ensino-aprendizagem dessa disciplina.

OS DADOS OBTIDOS A PARTIR DAS ENTREVISTAS

Caracterizados os entrevistados, de uma maneira geral, e os momentos de interação pessoal que foram as entrevistas, podemos, agora, referirmo-nos aos dados obtidos a partir de cada entrevista, para analisá-los em separado, em um primeiro momento, e, em conjunto, no final, fazendo o confronto entre as diversas concepções evidenciadas pelos professores.

Como já foi dito anteriormente, em cada entrevista iniciávamos o diálogo a partir das respostas dadas pelos professores ao questionário. Assim, ao apresentarmos os depoimentos dados durante cada entrevista, temos, também, que retomar as respostas ao questionário, que foram o ponto de partida para as novas questões que aprofundaram o tema.

Mesmo tendo um roteiro para a entrevista[3] , as questões não eram colocadas em uma mesma ordem para todos os entrevistados, pois iniciávamos o diálogo com um pedido de esclarecimento de alguma resposta do questionário não suficientemente elaborada. Procurávamos, em geral, deixar as questões relativas às concepções de Matemática para o final, seguindo a orientação de Ludke e André (1986), já comentada, de que a prematura colocação de questões complexas pode bloquear as respostas seguintes.

Nos textos datilografados relativos a cada entrevista, sublinhamos as frases que se referiam a cada um dos aspectos destacados a partir da análise dos questionários, a saber: **concepções de Matemática, concepções de ensino-aprendizagem, técnicas de avaliação e formas de lidar com os erros.** Á margem do texto, fazíamos algumas observações e interpretações que seriam retomadas mais adiante. Cabe, ainda, a observação de que não pensamos em fazer generalizações probabilísticas a partir das idéias apresentadas por seis professores e que temos de levar em conta o fato de estarmos analisando aquilo que eles dizem ser suas idéias e seus comportamentos.

Todos os professores se preocuparam em entremear seus depoimentos com vários exemplos de situações de sala de aula, e, em alguns casos, os dados são redundantes. Assim, destacaremos as idéias mais significativas e os exemplos que, em nosso entender, melhor ilustram as questões de investigação. Acreditamos ter aprofundado suficientemente as questões levantadas nas entrevistas, abordando as informações sob vários ângulos, o que nos permitiu detectar aspectos importantes relacionados às concepções e práticas dos professsores.

---

[3] Ver Anexo 2

A ENTREVISTA COM ALFA

Iniciamos a entrevista com **Alfa** solicitando esclarecimentos sobre a resposta à questão 3 do questionário, em que inqueríamos sobre as adaptações do conteúdo para a apresentação aos alunos. Já esclarecemos, na análise dos questionários, que estávamos interessados, nessa questão, na **transposição didática**, ou seja, no processo de transformar um saber a ensinar em um objeto de ensino. Essa reorganização dos conteúdos, realizada pelo professor, traz embutidas todas as suas concepções sobre Matemática e seu ensino. Cada professor, ao preparar uma aula sobre um determinado conteúdo, ao decidir sobre as estratégias a serem utilizadas em sala de aula, ao propor questões aos alunos e avaliá-los, tomará decisões que são particulares, pois são determinadas por sua filosofia da Matemática particular.

Alfa explicou inicialmente que gosta de usar livros-texto em suas aulas, porque fica um material de consulta para o aluno, mas acha que é necessária uma reelaboração dos conteúdos, porque há aspectos demasiadamente técnicos e o importante é "dar a idéia das coisas":

> "...às vezes com um livro é difícil de passar isso...é preciso explicitar em aula, dar exemplos intuitivos ou apelar para exemplos que sejam interessantes...o mais importante é desenvolver a intuição matemática e não deixar o aluno se confundir no detalhe técnico...a intuição matemática é a coisa mais importante que existe."

Solicitamos, então, que **Alfa** retomassse a resposta à questão 6 do questionário, na qual explicava os passos seguidos em aula para trabalhar um determinado conteúdo. Ele havia dito que procurava motivar os alunos através de um exemplo interessante e depois introduzia as definições pertinentes, as deduções e as aplicações em problemas. Confirmou, então, esse procedimento:

> "...a gente primeiro vê um exemplo do que quer calcular, para ficar uma idéia clara do que quer chegar e depois começa a colocar resultados...quando eu falo no Teorema Fundamental do Cálculo, eu dou imediatamente um equação diferencial bem simplesinha assim, para o cara ter uma idéia do pra que aquilo serve...porque realmente pode ficar duro para o aluno aceitar aquilo, se ele não tem uma idéia do final..."

Vemos, assim, que a motivação a que ele se refere não é apenas um despertar da atenção, uma justificativa para o conteúdo que vai ser ensinado. Ele procura dar uma idéia global do assunto, para depois detalhar. Criticou, inclusive, o ensino de um conteúdo para o qual o aluno não vê aplicação:

> "...o pior de tudo é o que acontece muitas vezes...o cara aprende um pouquinho de Álgebra Linear e não sabe pra quê...então cria um sentimento no estudante: *Ah, estes caras da Matemática estudam um monte de bobagem, não sei o que eles querem.*"

Pelos exemplos que apresentou, notamos que **Alfa** aprofunda os conteúdos ensinados, mas não aceita uma apresentação rígida: "o que eu não tento fazer é uma seqüência do tipo definição-teorema-corolário, isto é uma coisa que eu acho que não funciona."

Referiu-se, também, à influência formalista no ensino da Matemática, criticando-a:

> "...uma seqüência de operações formais não adianta para a pessoa entender o que realmente acontece...tem que ter alguma formalização...(mas) é preferível ter uma visão mais intuitiva do que ter uma visão bourbakiana."

Alfa trouxe muitos exemplos de situações de ensino que ele conhece, no Brasil e no exterior, para ilustrar seus pontos de vista.Enquanto narrava os fatos, ia entremeando com opiniões e críticas e podemos pinçar algumas frases que evidenciam suas idéias sobre o aprender:

> "...acham que para (o aluno) aprender tem que estar em sala de aula...pra ele aprender tem que estar alguém explicando pra ele...e não é assim...eu acho que o cara tem que ter um trabalho

independente...uma pessoa não aprende por osmose, tá lá alguém martelando, martelando um monte de coisas...não é só explicar todas as formulazinhas pra ele...ele tem que sentar lá, ver, fazer um exemplo pra se convencer...é mais uma atividade individual, autônoma."

Alfa fez comparações entre o ensino de 3° grau no Brasil e no exterior, criticando certas atitudes que desenvolvemos: "aqui você tem uma atitude paternalista, de explicar tudo". Segundo ele, se o aluno tiver que estudar o livro-texto sozinho, isto "estimula o trabalho independente e ele não vai ter tudo mastigadinho."

Alfa também criticou os currículos dos cursos de Engenharia do Brasil, baseados nos das melhores universidades americanas, que exigem um número muito grande de horas de aula de Matemática, adequados aos futuros engenheiros que vão desenvolver projetos. Mas, segundo ele, em cada universidade nossa,

"...dos 400 que entram na Engenharia por ano, digamos que 30 ou 40 é que realmente vão desenvolver projetos, vão realmente ter necessidade desta sofisticação matemática...a maior parte não vai precisar disto...podiam ter um curso de Cálculo mais leve..."

Outra idéia que se destaca nessas comparações entre o ensino desenvolvido no Brasil e em outros países, é a relativa à influência do aluno e da sociedade no trabalho do professor. Segundo **Alfa**, há uma resistência do nosso aluno em aceitar o que está sendo ensinado:

"...o cara cria aquela coisa *não, eu só vou aceitar isto aí se entender que for útil para alguma coisa*...nós aqui temos um sentimento muito crítico...o professor, muitas vezes, é visto como um representante da autoridade que está lá querendo impingir alguma coisa."

Alfa vê aspectos positivos nessa atitude, mas reclama dos negativos:

"...certo ceticismo contra tudo...*ninguém é honesto, nada funciona, ninguém faz nada certo*...o que não é verdade. As pessoas estão tentando fazer o melhor que podem e, muitas vezes, é difícil a pessoa perceber que aquela é a maneira de fazer."

Para **Alfa**, esse ceticismo exagerado, que seria uma componente de nossa cultura, é "estressante" para os professores, pois os obriga a justificar cada passo dado, cada resultado apresentado, cada questão proposta, sempre sendo questionados, segundo ele, quanto à **utilidade** daquele conteúdo.

No questionário, havíamos perguntado sobre a importância e o papel da Matemática, e as respostas de **Alfa** relacionavam essa disciplina com outras áreas do conhecimento, salientando a necessidade crescente da Matemática para os avanços da Engenharia, da Física, da Informática e também o seu papel em qualquer atividade em que há necessidade de analisar um problema real, modelá-lo e criar soluções para ele.

Essa parece ser, portanto, uma visão utilitária da Matemática. Para aprofundar a questão, perguntamos diretamente a **Alfa**: "Se precisasses definir o que é a Matemática, o que dirias?" Seu espanto em relação à pergunta ficou evidente pela sua primeira reação: uma gostosa risada. Em seguida, ele lembrou-se de parte de uma frase de um matemático **importante**, que também teria tido dificuldades em definir a Matemática e completou: "sei lá, é difícil explicar uma coisa assim...eu não sei o que é a Matemática. Puxa!"

Tentamos, então, encaminhar a pergunta de outra forma, pedindo-lhe que explicasse o que são os entes matemáticos. No primeiro momento, **Alfa** também julgou que não sabia, mas, então, procurou uma saída através da utilidade da Matemática:

> "Vamos pensar nos fins, para que seria útil a Matematica. O mundo real tem uma série de problemas que você quer resolver e tem que encontrar soluções ótimas...a primeira coisa é você saber quais são as informações pertinentes ao problema...tem um monte de coisas que não são relevantes...o engenheiro, o físico, o economista vai procurar encontrar o que realmente é o essencial para ele, ele está tentando encontrar um modelo...na hora que você começa a fazer os modelos, você começa a abstrair tudo o que realmente é essencial...quando você chega nisso, você vai trabalhar com algo que, enfim, é um ente matemático, uma abstração."

E, ao chegar a essas conclusões, **Alfa** enunciou, enfim, uma definição de Matemática: "Matemática é isto, trabalhar com a essência da coisa, sem levar em conta todas as outras coisas que no contexto existem."

Tentamos, então, fazer uma síntese de suas idéias: "Para ti, então, os entes matemáticos são uma abstração, mas servem para lidar com os problemas do mundo?" **Alfa**, sem concordar ou negar, esquivou-se de assumir aquela **definição**, dizendo que estava falando "do ponto de vista do usuário". Procurou, então, exemplificar as idéias expostas, fazendo uma síntese do surgimento das Geometrias não-Euclideanas e chagando até o uso que Einstein fez da Geometria de Riemann, concluindo: "Na medida em que a Matemática está associada a uma contribuição social, a relatividade nunca teria sido feita se não houvesse desenvolvimento da Matemática".

Alfa também mencionou as contribuições da Matemática à Computação, para ilustrar o fato de que muitas vezes um determinado conteúdo matemático, extremamente abstrato e aparentemente sem aplicação prática, vai ser usado em algum momento:

> "Tem muita coisa que vai levar mais tempo ou menos tempo para ser útil, alguma coisa vai ser mais ou menos relevante, mas o que é fundamental do ponto de vista da Matemática, mais cedo ou mais tarde se mostra que é uma coisa importante...não se sabe do que se vai precisar no século que vem..."

E, finalizando as suas considerações sobre a Matemática e os entes matemáticos, **Alfa** apresentou o trabalho do matemático em conjunto com o de toda a comunidade de cientistas:

> E as perguntas não respondidas são interessantes porque criam novas perguntas para os matemáticos pensarem; existe uma troca de informações do mundo real e do mundo matemático...às vezes, têm coisas que ocorrem na Física de uma maneira heurística, até que algum matemático resolve estudar aquilo e vê que tem uma estrutura matemática interessante...aquilo pode ser útil para o físico, que estava olhando de outro ponto de vista."

Em outro momento, quando falava da dificuldade em fazer os alunos entenderem que um determinado conteúdo vai ser útil mais tarde, **Alfa** ainda expressou uma outra idéia sobre a natureza da Matemática: "A Matemática tem esta natureza...cada pedra depois da outra e, às vezes, você não sabe como é que vai chegar lá. A última pedra requer uma certa fé das pessoas."

Tendo esclarecido suficientemente as questões relativas à concepção de Matemática, dirigimos as perguntas para o assunto **avaliação**: procedimentos utilizados para avaliar o aluno e formas de considerar os erros. **Alfa** já havia respondido, no questionário, que existem dois tipos de questões em uma prova: aquelas que exigem um desenvolvimento mecânico, como as que envolvem cálculos e aplicação de fórmulas e as questões que levam à modelagem de um problema concreto.

Nas questões do primeiro tipo, são exigidos "valores ou expressões exatos, sem erros". Já nas questões do segundo tipo, que são as mais importantes segundo **Alfa**, é necessário avaliar o desenvolvimento, ver se o aluno sabe analisar o problema. Nesse caso, o eventual erro na "manipulação das fórmulas não é tão crucial".

Evidentemente, através dessas respostas, já tínhamos deduzido que **Alfa** utiliza provas escritas para a verificação da aprendizagem. Aprofundando um pouco essa classificação das questões, **Alfa** afirmou valorizar mais as do segundo tipo, aquelas em que o aluno tem que raciocinar: "ele está mostrando que entendeu a coisa em si, não está só, digamos assim, usando, de uma maneira formal, os conceitos, sem entender o que está fazendo." Tais questões, segundo **Alfa**, "são as mais difíceis, tem que pensar realmente, senão não dá."

Alfa não pareceu preocupar-se muito em discutir os erros com os alunos, pois afirmou fazer apenas indicações na prova, como colocar um **x** ou dizer "está errado". Quando perguntamos se discutia a prova com os alunos, disse não ter tempo para esclarecimentos gerais e só discutir com aqueles que o procuram: segundo ele, sempre há alunos que buscam saber o que erraram.

Quando o erro se repete em muitas provas, **Alfa** faz uma observação geral, mas, pelo que disse, sua postura é a de eliminar a ocorrência do erro e não a de tentar esclarecer a sua causa. Exemplificando essa atitude, ele repetiu o que diz para os alunos de Cálculo: "olha, vocês façam tudo, qualquer coisa, mas não digam que se a_n vai a zero, então o somatório de a_n vai a zero, está claro?". Na prova, no entanto, parece que os alunos não se sensibilizam com o aviso, pois cometem o mesmo erro: "quer dizer, não adianta, repetir mil vezes..."

É interessante notar que esse erro, bastante freqüente nas turmas de **Alfa**, é também citado por Brousseau, que o considera "resistente" e hipotetiza sobre suas causas:

> "Um estudante utiliza o seguinte 'teorema':'Se o termo geral de uma série tende a zero, a série converge' .Está distraído? Recita mal - invertendo hipótese e tese - um teorema do curso? Compreendeu mal a noção de limite? Ou a de série? É um erro sobre condições necessárias e suficientes?" (BROUSSEAU, 1983, p.174).

Brousseau expõe suas idéias, alongando-se sobre as possíveis causas do erro; acredita, em princípio, que se possa partir dos erros para entender a maneira de pensar do aluno. **Alfa**, no entanto, apenas constata existência do erro; sua única atitude é alertar os alunos para que não o repitam, o que, como vimos, resulta inútil.

Quanto aos alunos que solicitam explicações sobre a correção da prova, **Alfa** considera essa atitude importante, pois o aluno, tendo descoberto o seu erro, vai pensar um pouco sobre ele e, quando vem discutí-lo com o professor, terá condições de aprender a partir da explicação sobre o erro. E **Alfa** conclui com uma observação interessante: "pior de tudo é o cara que não consegue nem errar, não sabe nem fazer algo errado...daí ele não aprende".

ANÁLISE DAS IDÉIAS EXPRESSAS POR ALFA

As idéias expressas por **Alfa** foram muito importantes para o desenvolvimento da presente pesquisa, pois foram abordados em profundidade todos os aspectos destacados a partir da análise dos questionários.

Em relação à adaptação dos conteúdos para a apresentação aos alunos, vemos que **Alfa** privilegia o aspecto global em detrimento dos detalhes técnicos e apela para a intuição matemática. Wilder (1967) faz referências à intuição matemática, definindo-a como uma "qualidade psicológica" que consiste, principalmente, na acumulação de atitudes derivadas da experiência matemática, tanto individual como cultural, que pode e deve ser desenvolvida através do ensino, como propõe **Alfa**.

Wilder conclui seu artigo apontando para uma relação interessante entre a intuição de um matemático e a visão platônica:

> "O principal papel da intuição é proporcionar um fundamento conceitual que sugere a direção que novas pesquisas devem tomar. A opinião do matemático ao considerar a existência de conceitos matemáticos (números, noções geométricas, etc.) é proporcionado por essa intuição; essas opiniões são com freqüência tão firmemente sustentadas que merecem a denominação de 'platônicas'." (WILDER, 1967, p.610).

THOMPSON (1984) realizou um estudo de caso com três professoras de 2° grau e distinguiu três **filosofias da Matemática** assumidas pelas suas entrevistadas: a visão platônica, a visão de solução de problemas e a visão instrumentalista. Cada professora expressou, também, suas concepções de ensino e a pesquisadora considera que as relações entre as concepções e as práticas são complexas e que, nem sempre, há a correspondência esperada entre uma determinada concepção filosófica e a sua prática docente. Uma das suas entrevistadas também indicou o apelo à intuição para tornar o conteúdo significativo, mas sua visão da Matemática não é a platônica, e, sim, a relacionada à solução de problemas.

Assim, o apelo à intuição *per se* não está relacionado com uma determinada visão da Matemática. Temos que aprofundar outros elementos do discurso de **Alfa** para melhor entender suas concepções.

Quando **Alfa** se preocupa em motivar o aluno através de exemplos, ele está procurando dar a visão global do conteúdo. Parece-nos que, nesse aspecto, ele está pensando na Matemática como um "corpo unificado de conhecimento, consistindo de verdades e estruturas interconectadas", como aponta ERNEST (1989 a, p.21), referindo-se à visão platônica. Esse seria, portanto, um elemento a corroborar a hipótese inicial de que **Alfa** esposa a concepção platônica.

A dificuldade em definir a Matemática não é prerrogativa de **Alfa**; ela é comum à maioria dos professores de Matemática e dos matemáticos profissionais, que, segundo Dossey (1992), pensam pouco a respeito da natureza do seu objeto de trabalho.

Alfa, desde as respostas ao questionário, aponta a utilidade da Matemática para os avanços de diversas áreas do conhecimento. Na entrevista, novamente procura apontar os fins da Matemática e exemplificar suas idéias através do trabalho dos engenheiros, físicos, economistas e informatas que buscam um modelo matemático para encontrar soluções para um determinado problema real. Mesmo os conteúdos mais abstratos e aparentemente dissociados da realidade, algum dia, poderão ter utilidade, pois "não se sabe do que se vai precisar no século que vem".

Siu e Siu (1979), tentando responder à questão tantas vezes formulada pelos alunos - para que se estuda Matemática - apresentam diferentes respostas: porque é bela, porque é divertida, porque é útil, porque ensina a pensar. Mas os autores acrescentam, criticando cada uma das respostas, que não sabemos quanta Matemática será necessária para as futuras profissões de nossos alunos.

Alfa também questiona esse ponto, quando considera que a Matemática ensinada nos cursos de Engenharia talvez seja demasiada, pois só alguns "vão desenvolver projetos, vão realmente ter necessidade desta sofisticação matemática." Sua solução para o problema, no entanto, lembra as idéias de Platão, quando esse cita a aritmética, o cálculo e a geometria entre as ciências que devem ser ensinadas à elite. **Alfa** propõe que aqueles engenheiros que vão desenvolver projetos (os "30 ou 40" que se destacam da massa de alunos que ingressam em cursos de Engenharia) cursem uma disciplina especial, na qual os conteúdos serão aprofundados.

A questão da utilidade da Matemática também é discutida por Davis e Hersh (1985) que consideram os distintos significados dados à palavra útil. Um pedagogo pode dizer que a Matemática é útil, porque ensina a pensar; um arquiteto pode dizer que ela é útil, porque conduz à criação da beleza; um filósofo pode afirmar que é útil, porque lhe proporciona "um refúgio contra a permanência aguilhoante dos acontecimentos eventuais"(WHITEHEAD,1960,p.403); um engenheiro dirá que a Matemática é útil, porque lhe permite construir um edifício e assim por diante. O sentido atribuído por Alfa à utilidade da Matemática, no entanto, é mais **pragmático**, testemunhando as observações de Skovsmose:

> "De acordo com a tendência *pragmática* em Educação Matemática, a essência da Matemática deve ser encontrada em suas aplicações e, portanto, em um sentido exterior à Matemática.(...) Essa tendência pragmática ampla pode ser interpretada como uma reação contra o estruturalismo dos anos 60." (SKOVSMOSE, 1985, p.342).

Alfa criticou os exageros da influência bourbakista, estruturalista, sobre o ensino da Matemática e enfatizou as aplicações da Matemática às diversas ciências, principalmente, a busca de modelos matemáticos para otimizar as soluções dos problemas do mundo real.

Nessa modelagem, vamos "abstrair tudo o que é essencial" e chegar, enfim, a uma função, uma equação diferencial, um "ente matemático".

Davis e Hersh comentam a postura do matemático aplicado, que busca chegar ao modelo matemático procurado:

> "Filosoficamente, o matemático aplicado é um platonista crédulo. Aceita que *há* uma função *u(t)* e que tem o direito de usar qualquer método que conseguir imaginar para aprender o mais que puder sobre ela. Ficaria confuso se lhe pedissem para explicar *onde* ela existe ou *como* ela existe." (DAVIS e HERSH, 1985, p.421).

E, mais adiante, os mesmos autores concluem:"a hipótese platônica de que nosso modelo matemático é um objeto bem-definido parece essencial se quisermos que todo o projeto da matemática aplicada faça sentido." (Ibid., p.422).

Quando **Alfa** diz que a Matemática consiste em "trabalhar com a essência da coisa, sem levar em conta todas as outras coisas que no contexto existem" e quando se refere ao "mundo matemático" que troca informações com o mundo real, parece estar imbuído da visão platônica de que a Matemática existe em um mundo à parte, descontextualizada. Mesmo enfatizando a importância da Matemática para o desenvolvimento das demais ciências, ele parece acreditar que os problemas surgem no mundo **real**, entendido como mundo das experiências concretas, e que o usuário buscaria o auxílio da Matemática que está em um mundo à parte, para solucionar os problemas. Mesmo considerando que a Matemática está "associada a uma contribuição social", parece ver o trabalho do matemático como distinto do de outros cientistas, pois a necessidade de conhecer os conteúdos pré-requisitos para poder chegar a trabalhar com "a última pedra", requer "uma certa fé", como buscava RUSSELL (1958, p47), quando "queria ter certeza da mesma maneira pela qual as pessoas desejam a fé religiosa".

Em termos de concepção de Matemática, portanto, acreditamos, pelas análises que fizemos acima, que **Alfa** esposa a visão platônica. Vamos, agora, discutir a sua prática docente e as relações que possam surgir entre essa prática e sua concepção filosófica.

A prática docente desenvolvida por **Alfa** pode ser classificada como **tradicional**, pois ela é centrada no professor que motiva o aluno através de exemplos , explana o conteúdo e o aplica em problemas. Na avaliação, utiliza provas escritas para verificar a aprendizagem e somente comenta os erros que se repetem freqüentemente, não se servindo dos mesmos como meio para explorar novos conteúdos, mas, ao contrário, procurando alertar os alunos para eliminar sua ocorrência.

Há, no entanto, alguns aspectos nas colocações de **Alfa** que nos fazem pensar que sua concepção tradicional de ensino-aprendizagem não é rigida. Ele não aceita que a aprendizagem seja uma acumulação de conteúdos e critica os que pensam dessa forma: "uma pessoa não aprende por osmose, tá lá alguém martelando, martelando um monte de coisas".

Para **Alfa**, a aprendizagem é uma atividade individual, autônoma, em que o aluno vai trabalhar com o livro-texto, vai rever o conteúdo, "convencer-se" do que lhe foi ensinado, através da realização de testes, de contra-exemplos. Aprender, portanto, para ele, não é uma atividade social, o aluno não aprende compartilhando suas experiências com o professor ou com os colegas, mas também não aprende apenas pela imposição das idéias do mestre, numa acumulação do conhecimento pronto.

Talvez por coerência com essas idéias, **Alfa** não se preocupe em discutir os erros com os alunos: se esse deve aprender de forma individual, a partir de seus esforços para entender o conteúdo, então também deve refazer as questões erradas e retomar os conteúdos não suficientemente aprendidos.

Alfa parece aceitar, no entanto, o potencial educacional dos erros, quando assevera que a pior situação é a do aluno que "nem consegue errar", pois esse não tem condições de aprender com as explicações do professor, visto não ter sequer pensado sobre o problema proposto.

Observamos uma incoerência nas afirmações de **Alfa** relativas à utilidade da Matemática: ele considera importante dar uma idéia geral do conteúdo para o aluno ver a utilidade do mesmo, pois "pode ficar duro para o aluno aceitar aquilo se ele não tem uma idéia do final"; no entanto, reclama da postura dos estudantes que, durante o processo de ensino, afirmam:"eu só vou aceitar isto aí se entender que for útil para alguma coisa.". Parece-nos que **Alfa** tem os <u>seus</u> critérios para decidir sobre o que é útil, baseado no seu conhecimento dos conteúdos matemáticos, e que, quando aponta a utilidade posterior daquilo que está ensinando, estabelece, no **contrato didático**, a possibilidade de um questionamento constante sobre as finalidades de cada etapa da matéria. Não obstante, quando os alunos procuram questioná-lo, ele se ressente da "cobrança exagerada".

Acreditamos que **Alfa**, ao reclamar das críticas dos estudantes, está apontando um aspecto também indicado por Ernest (1991a): a influência do contexto social sobre as posíveis relações entre concepções e práticas. Esse autor considera que os modelos de ensino e aprendizagem esposados por um professor são submetidos às coações - explícitas ou implícitas dos alunos, dos pais, dos colegas, da Instituição -, e transformam-se em modelos **oficializados**, às vezes bem diversos dos originais concebidos.

Alfa parece acreditar no ensino de uma disciplina matemática como um corpo organizado de conhecimentos, que serão aplicados em outras áreas do saber e que os alunos devem procurar aprender através de um esforço individual. Entretanto, segundo ele, os alunos, em uma postura crítica e negativista, estão sempre cobrando a utilização imediata e questionando a autoridade do professor que decide sobre os conteúdos a serem ensinados, professor esse que é visto como representante da autoridade.

Assim, mesmo adotando uma prática docente tradicional, coerente com sua visão absolutista da Matemática, **Alfa** introduz modificações nessa postura, às vezes por influência dos alunos, outras vezes pela crença em suas próprias idéias, que, em parte, já avançam na direção de uma contestação a certas práticas vigentes no ensino de Matemática de 3° grau.

A ENTREVISTA COM BETA

Iniciamos a entrevista com **Beta**, indagando sobre a primeira resposta ao questionário, em que ele mencionava os critérios utilizados para selecionar os conteúdos de uma disciplina matemática. Queríamos entender quais seriam os assuntos "que pretendessem o desenvolvimento de idéias e estruturas matemáticas". **Beta** esclareceu que pensara em Geometria, disciplina com a qual tem trabalhado nos últimos semestres:

> "...numa disciplina de Geometria, eu selecionaria idéias centrais de Geometria para serem trabalhadas...algorítmos de resolução são importantes, mas eles entram como uma questão secundária...ele entra só como uma necessidade de um problema, surge a partir de problemas e não o algorítmo em si".

Vemos, então, que **Beta** está preocupado com as idéias gerais de uma determinada disciplina, porque através delas é possível apresentar aos alunos o desenvolvimento das idéias gerais em Matemática. Os algorítmos, as regras para resolução de um problema, só surgem se forem necessários para a resolução de "uma questão relevante".

Beta vê possibilidades de empregar contribuições de outras áreas do conhecimento no ensino de Matemática apenas em algumas disciplinas, tais como Cálculo e Álgebra Linear; em outras, usualmente classificadas como **Matemática Pura** (a Álgebra,por exemplo), "até pode se fazer, mas já é mais complicado."

Em termos de transposição didática, **Beta** dá um exemplo interessante da maneira como adapta os conteúdos para transformá-los em objeto de ensino:

> "...o teorema de Tales[4] ...eu paro e fico pensando, o que é este teorema, em outras palavras? Eu tento olhar ele de enfoques diversos e dei uma visão pros meus alunos que achei ótima, porque eu acho que ficou como a idéia central: o teorema de Tales é a maneira de a gente criar dois segmentos numa mesma razão."

Beta critica os professores que vão para a sala de aula apenas reproduzir um livro-texto:

> "Se tu passas o enunciado daqueles teoremas na forma como estão no livro, os alunos dificilmente vão pegar qual é a essência matemática que tem ali...porque ele é muito formal...tu tens que ter uma linguagem assim muito significativa para o aluno e não é a linguagem simbólica..."

No entanto, **Beta** confessa que também agia da forma que critica, quando começou a lecionar: "eu comecei fazendo uma coisa formal...depois de anos de trabalho, tu começa a perceber as coisas de outra forma..."

Beta considera que o uso da Matemática para resolver problemas "concretos" é aceitável no ensino de 1° e 2° graus, mas que, em nível universitário, "de repente não é mais necessária esta conexão com este mundo concreto nosso". Suas críticas dirigem-se àqueles que vêem a Matemática como "ferramenta para resolução de problemas": "este critério utilitário, a Matemática para resolver problemas...eu não concordo com esta visão da Matemática".

---

[4] Em geral, enunciamos o teorema de Tales da seguinte forma: Se um feixe de paralelas é cortado por duas transversais, então a razão entre dois segmentos quaisquer determinados em uma delas é igual à razão entre os respectivos segmentos correspondentes na outra.

Tanto na entrevista quanto nas respostas ao questionário, **Beta** deixou clara a sua idéia de que a Matemática deve ser ensinada como "uma estrutura abstrata de idéias", em que os conceitos mais gerais são abordados:

> "...procuro centrar as atividades do dia nas idéias principais, deixando muitas vezes os detalhes como trabalho extra-classe...ao final da aula, o aluno deve de fato ter assimilado conhecimento substancial e novo...numa segunda etapa, são trabalhados exercícios que reforçam idéias já trabalhadas...a aula acontece num clima de diálogo permanente."

Esse diálogo, mencionado por **Beta**, parece exigir dos alunos uma participação constante. Eles não escutam passivamente, mas participam e, inclusive, reclamam dessa exigência:"num primeiro momento, reagem à minha postura de quase nunca responder a questões a não ser na forma de outras questões."

Beta parece ter uma concepção de aprendizagem que está de acordo com a sua postura de fazer o aluno descobrir suas próprias respostas:

> "...aprender é estabelecer relações...tirar conclusões, amadurecer idéias, perceber diversas nuances e aspectos de um mesmo problema...aprender é este processo, é tu ir integrando este conhecimento."

Perguntamos, então, como **Beta** avalia o seu aluno, visto ter essa concepção de aprendizagem. Ele cita dois tipos de avaliação: a primeira, que chama de **formal**, na qual utiliza provas e testes, com os quais pretende que "com o trabalho que foi feito, eles consigam perceber algumas coisas sobre aquele conteúdo que eu chamaria de mínimo." Outro tipo de avaliação utilizado por **Beta**,que poderíamos denominar de **informal**, é a observação constante em sala de aula:

> "...no geral, eu conheço já muito o aluno...eu noto o quanto eles estão evoluindo, com é que eles estão caminhando, o que eles estão amadurecendo...então eu não fico tão amarrado a esta questão de valorização, mas é um desempenho global."

Beta confessa ter mudado sua maneira de avaliar ao longo do tempo: " há alguns anos atrás, eu terminava o curso sem saber direito quem era quem...eu registrava as notas, mas eu não sabia quem era".

Não obstante, mesmo acreditando que poderia ter um conceito para cada aluno, a partir dessas observações constantes e do acompanhamento do trabalho diário, **Beta** considera difícil "abandonar os instrumentos formais":

> "...eu acharia o ideal não precisar nem ter que fazer uma prova formal...mas, por enquanto, eu meço formalmente...eu não sei se vou conseguir ter um controle de rendimento da turma, no sentido que:'Ah, eu não preciso fazer nada, eu não vou fazer nada'."

Quando voltamos a discutir a resposta de **Beta**, de que sua avaliação formal é "clássica", ele concordou e acrescentou que não faz a avaliação formal de outra maneira, porque há várias "coisas" que o obrigam a aplicar provas: a tradição, as regras do Departamento, os próprios alunos, que estão acostumados a esperar uma avaliação por provas.

Beta havia respondido ao questionário pensando na disciplina de Geometria e referiu-se, então, aos erros mais freqüentes, cometidos pelos alunos nas provas:

> "...numa demonstração, lá pelas tantas eles estão usando a própria tese na argumentação...ou uma decorrência da tese...quer dizer, eles ainda não têm este resultado e já estão usando uma coisa que decorre dele:"

Beta confirma, assim, um dos resultados da pesquisa de Cury (1988), em que esse tipo de erro foi detectado e classificado.

No questionário, **Beta** havia feito um comentário interessante sobre os erros:

> "... às vezes, penso que um aluno aprende mais quando entende o seu erro do que quando apresenta de imediato a solução correta. Para nós professores, certamente o erro do aluno é um grande auxílio para entendermos os *mecanismos do pensar*."

Quanto à forma de lidar com os erros cometidos pelos alunos, **Beta** explicou que escreve muitas observações nas provas: "olha como é que tu fez, onde é que está o problema aqui". Somete quando é um erro que "chama muito a atenção", ele procura conversar com o aluno, para "entender quais foram os mecanismos dele".

Entretanto, **Beta** parece não se preocupar em saber como os seus comentários afetam o desempenho dos alunos, pois considera que eles não levam em conta suas observações:" mesmo que tu tenha comentado, às vezes, eles vêm reclamar em cima da solução que eles apresentam."

Concluindo suas observações sobre a avaliação, **Beta** confessou que não gosta de avaliar, que é a pior parte da atividade didática e que se sentiria feliz se pudesse dizer aos alunos, no início do semestre, que eles iriam, apenas, se divertir com a Matemática.

A idéia de que a Matemática é algo divertido já é uma indicação de como **Beta** vê essa disciplina. Perguntamos, então, diretamente:"O que é, para ti, a Matemática?". Ele comenta que essa pergunta é uma de suas preocupações atuais, pois está escrevendo, em co-autoria, um texto em que precisa definir a Matemática e já tem, portanto, uma resposta mais elaborada. Para **Beta**,

> "...a Matemática é uma expressão do mundo...é uma maneira de tu expressares coisas do mundo em que vives...usas essa linguagem um tanto formalizada, mas ela te ajuda a entender o mundo...agora, esta expressão do mundo não precisa ser necessariamente resolver um problema de área, ali daquele prédio...não, pode ser uma expressão do mundo num caráter até bem mais artístico...não precisa ser só utilitário."

Os entes matemáticos, então, sob essa visão de **Beta**, "nada mais são do que uma leitura de alguma coisa no mundo, que se repete aqui, lá e lá, então tu juntas isso, tu tiras a essência disso."

Tentando explicar melhor suas idéias, **Beta** citou os números que surgem "como uma necessidade de comunicação, de organização do pensamento": referiu-se aos números naturais, que existem para contar, medir e que são usados pelas crianças a todo momento, e os números reais que "já é outro conceito de número."

Beta comenta a dificuldade que seus alunos têm de perceber o que é um número irracional e considera dever-se tal dificuldade ao fato de que:

> "...neste momento, tu já passou pro mundo das idéias matemáticas...os números irracionais são os números do mundo das idéias matemáticas...ele é diferente do número natural, que é um número que, digamos, tá aí no mundo...tu jamais vai usar um número irracional para medir alguma coisa...eles são simplesmente números que existem nas idéias matemáticas, no sentido mais abstrato...não nos servem pra explicar as coisas do mundo."

Na conclusão da entrevista, **Beta** comentou a satisfação em poder discutir com alguém "da área" asssuntos relativos à prática docente, bem como concepções e crenças sobre a Matemática.

ANÁLISE DAS IDÉIAS EXPRESSAS POR BETA

Nas colocações feitas por **Beta**, destaca-se, em primeiro lugar, a sua recusa em aceitar a visão utilitária da Matemática: o uso dessa disciplina exclusivamente para resolver problemas concretos. Ele está preocupado em passar para os alunos uma visão geral dos conteúdos, a "idéia central", a "essência matemática", a "estrutura abstrata de idéias." **Beta** refere-se, mais de uma vez, a essa estrutura das idéias matemáticas, e poderíamos pensar, inicialmente, que sua concepção de Matemática é estruturalista ou formalista. No entanto, uma visão formalista valorizaria as regras, os algorítmos, o que **Beta** parece rejeitar.

A preocupação com a visão geral, com a compreensão da "essência matemática", parece privilegiar o conhecimento unificado que consiste de estruturas inter-relacionadas, característica daqueles que esposam a visão platônica, segundo Ernest (1989 a).

THOMPSON (1984, p.110), pesquisando as concepções de Matemática defendidas por três professoras de séries iniciais, apresenta a seguinte afirmativa de uma das entrevistadas: "o conteúdo da Matemática é coerente. Seus tópicos são inter-relacionados e conectados logicamente no interior de uma estrutura organizacional ou 'esqueleto' ". Em outro texto, referindo-se à mesma professora, THOMPSON (1992, p.132) diz serem suas concepções "alinhadas com a visão platônica". Essas colocações vêm reforçar a idéia de que a visão de **Beta** sobre a Matemática é platônica.

Da mesma forma, é platônica a separação que **Beta** faz entre as disciplinas matemáticas que permitem o emprego de contribuições a outras áreas do conhecimento e aquelas **puras** ou abstratas, dissociadas dos problemas das outras ciências. Há, ainda, a menção aos números que são usados no dia-a-dia para contar e medir e àqueles que existem apenas em um "mundo das idéias matemáticas".

Beta só aceita o uso da Matemática para resolver problemas concretos no ensino de 1° e 2° grau; em nível universitário, "não é mais necessária esta conexão com este mundo concreto nosso". Essa parece ser a transposição para o nosso sistema de ensino das palavras de Platão, quando esse criticava o uso da Matemática pelos negociantes e mercadores e sugeria o seu estudo para "elevar a alma" daqueles que se destinavam às ocupações mais nobres.

Em varios momentos, **Beta** explica que a mudança na sua postura docente foi-se desenvolvendo nos últimos anos, e, talvez por este motivo, encontramos atitudes conflitantes no seu fazer pedagógico. Em um primeiro momento, sua prática pode ser classificada como **tradicional**, pois **Beta** explora os conteúdos principais, **reforça** as idéias em exercícios, faz uma avaliação **clássica**, através de provas escritas, e apenas escreve observações nas provas para alertar os alunos quanto aos erros cometidos.

Em cada etapa de sua atividade docente, no entanto, surgem idéias que não se adequam à postura tradicional. Apesar de ter afirmado que, no final da aula, o aluno deve ter "assimilado" conhecimento novo, **Beta** não parece acreditar que a aprendizagem se dê pela acumulação passiva dos conteúdos ensinados, pois exige participação constante dos alunos, no momento em que lhes devolve as perguntas feitas e os incita a descobrirem sozinhos as respostas.

Para **Beta**, aprender é "tirar conclusões, amadurecer idéias, integrar o conhecimento"; assim, o papel do aluno não é passivo, ele deve agir sobre o saber ensinado, para tirar suas conclusões.

Também na avaliação, **Beta** mostra seu conflito quanto às novas possibilidades que se descortinam ao conhecer cada um dos alunos, observar seu trabalho e sua evolução. Há o viés quantitativo, pois **Beta** diz que, por enquanto, **mede** formalmente o rendimento dos alunos;há, também, a confusão entre uma avaliação que privilegia todas as experiências vividas em sala de aula e a possibilidade de que esse tipo de avaliação seja encarado, pelos alunos, como uma ausência de regras, um *laissez-faire*, em que cada um poderia recusar-se a trabalhar.

Beta queixa-se das pressões dos alunos e da Instituição, no sentido de que realize provas escritas para avaliação da aprendizagem. Depois, considerando que até conseguiria "ganhar a briga" com os colegas e o seu Departamento, confessa que não modifica o processo de avaliação, porque não saberia como o fazer. Quando diz que a pior parte da atividade didática é a avaliação, lembra-nos a "pequena crucificação" mencionada por Chevallard e Feldmann (1986), quando se referem ao momento da correção das provas, vivido pelos professores como uma provação.

No tocante à forma de lidar com os erros cometidos pelos alunos, observamos uma incoerência entre as idéias apontadas por **Beta** no questionário e aquelas, na entrevista. No primeiro, ele afirmou que o erro "é um grande auxílio para entendermos os *mecanismos* do pensar" e que o aluno aprende com o erro. Pelas idéias expostas na entrevista, entretanto, ele mostra não fazer uso do erro como ferramenta para a aprendizagem, pois apenas procura eliminar aquilo que não está correto. Quando os alunos procuram defender as suas formas de resolução, Beta reclama que eles "não se preocupam muito" com as observações indicadas nas provas corrigidas. É, portanto, uma postura rígida, que privilegia a **lógica sagrada** do contrato didático, a resolução que é convencionada como correta.

Beta expressa sua concepção de Matemática de uma forma bem elaborada, porque, como disse, está escrevendo um texto em que procura definir a Matemática. Não obstante, a frase que repete várias vezes, "a Matemática é uma expressão do mundo", parece mais um chavão, porque procura logo ressaltar que essa expressão do mundo não precisa, necessariamente, de resolver problemas concretos, não precisa de ser utilitária. Então, ele parece querer abandonar o prosaico mundo das aparências e refugiar-se em um *mundo das idéias*, que abriga a "essência das situações variadas que se apresentam no mundo", ou seja, que abriga os entes matemáticos.

Beta parece expressar mais claramente sua concepção de Matemática quando não é questionado diretamente sobre ela, ou seja, quando deixa escapar uma observação como a que fez sobre a felicidade que sentiria ao poder dizer aos alunos, apenas, que eles iriam se divertir com os conteúdos apresentados no semestre.

Cooney (1985) realizou um estudo sobre as concepções e crenças de Fred, um jovem professor de Matemática de 2º grau, e identificou o conflito entre suas idéias e sua prática de sala de aula. Fred acreditava que o fato da Matemática ser **divertida** era uma justificativa suficiente para o seu estudo e seu ensino. O jovem professor declarava ser a resolução de problemas a principal atividade em Matemática e pensava que seus alunos teriam grande prazer em resolver charadas e problemas recreacionais. No entanto, mesmo quando os problemas despertavam o interesse dos alunos, a resolução proposta por Fred era extremamente rígida, não privilegiando possibilidades de conjeturas e discussões por parte dos alunos.[5]

Assim como Fred, **Beta** considera a Matemática divertida, mas não consegue, ainda, aceitar as soluções dos alunos e reformular suas aulas a partir dos erros apresentados, para que os estudantes possam, também, descobrir a diversão envolvida na procura de soluções compartilhadas, quando essas não são elaboradas apenas para uma **cobrança** formal em uma prova.

Acreditamos, assim, que **Beta** assume uma visão absolutista da Matemática, com características platônicas. Sua prática docente, entretanto, não pode ser classificada apenas como tradicional, pois há vários elementos inovadores, conflitando com posturas mais rígidas. A preocupação em realizar a **transposição didática** de um conteúdo de maneira a contemplar seus vários aspectos e a avaliação **informal**, por exemplo, são provas das modificações que **Beta** vem introduzindo em sua prática, nos últimos anos.

No final da entrevista, quando **Beta** manifestou a sua satisfação em poder discutir suas concepções e práticas, ele comentou que os professores não têm, em geral, oportunidades de engajarem-se em conversas sobre esses temas. Talvez por esse motivo, **Beta** não tenha, ainda, conscientizado-se das atitudes que seria necessário tomar para que sua prática docente fosse mais coerente com as idéias sustentadas, especialmente quanto à possibilidade de utilizar novas formas de avaliação e de aproveitar os erros para,

[5] Por exemplo, em um problema que envolvia a resolução de um sistema de 3 equações a 3 variáveis, Fred exigia que os alunos seguissem o mesmo processo já ensinado, eliminando, em primeiro lugar, a variável **x**, não levando em conta o fato de que poderia ser mais fácil eliminar antes **y** ou **z**.

efetivamente, entender os mecanismos do pensar dos alunos e poder, assim, auxiliá-los a aprender a partir dos erros.

A ENTREVISTA COM GAMA

Iniciamos a entrevista com **Gama** tentando esclarecer sua resposta à questão 3 do questionário, a respeito da **transposição didática**, na qual ele havia apresentado exemplos de adaptações de conteúdos de Cálculo Diferencial e Integral. **Gama** assim os explicou:

> "Por exemplo, em séries tem uma infinidade de critérios para classificar em convergentes...então, que eu faço? Seleciono os mais gerais, que se adaptem a qualquer tipo de série, sempre levando em conta o objetivo maior, que é desenvolver uma função em série e determinar o intervalo de convergência."

Quando perguntamos se a preparação das aulas desse conteúdo era feita com base apenas em livros-texto, **Gama** esclareceu:

> "Na primeira vez em que eu fui dar séries, primeiro eu estudei num monte de livros e daí eu fiz a minha estrutura...a primeira vez que eu dei, por exemplo, eu não dei um critério de comparação. Aí, depois, conversando com outros professores e vendo que aquele da comparação era simples, aí introduzi o da comparação...quer dizer, com o tempo fui ajustando isso. Na primeira vez que eu dei, eu dei como achava, entende? Agora, na segunda vez, eu já fui conversando com outras pessoas, fui vendo as dificuldades dos alunos e aí eu já fui adaptando."

Gama mostra preocupar-se muito com a compreensão dos alunos. Procura utilizar exemplos relacionados com as áreas de interesse dos diversos cursos para os quais leciona a disciplina de Cálculo a Várias Variáveis, tais como Biologia, Física, Química e Engenharia. Pergunta sempre o que o aluno já sabe sobre o conteúdo em questão, para iniciar a aula a partir das contribuições dos estudantes, procurando "adaptar" os conceitos do

Cálculo em $\Re$ à nova situação. Após a apresentação teórica, solicita que os alunos resolvam problemas e auxilia-os a selecionar os recursos melhor indicados para a solução.

Gama considera ter modificado muito a sua prática no decorrer dos anos:

> "Se eu for pensar como é que eu dava aula há vinte anos atrás e como eu dou hoje, eu mudei muito...quando eu comecei a trabalhar aqui, era um certo ou errado...eu dava aquilo que tinha que dar, do jeito que eu tinha que dar, tinha um cronograma...agora, eu pego determinadas turmas e digo assim: *Pô, mas´ é muito árido eu sair lascando função.* Então, eu começo com problemas, pra eles verem que a lei da função vai surgindo em função de um problema...se o aluno entender pra que serve, ele vai gostar muito mais do que se o aluno simplesmente engolir que isto ele vai precisar um dia."

Segundo **Gama**, os alunos "adaptam-se facilmente" à sua forma de "conduzir a aula", ainda que reclamem da dificuldade das questões propostas em provas.

No questionário, **Gama** já havia esclarecido sua concepção de aprendizagem:

> "Aprender é internalizar um conceito e saber utilizá-lo nas mais diversas situações. O aluno demonstra que aprendeu quando consegue ver a estrutura do conteúdo e, a partir daí consegue transferir para situações novas, relacionar com situações de vida, etc."

Gama já explicara que emprega apenas provas escritas para verificação da aprendizagem. Perguntamos, então, quais os critérios por ele utilizados para avaliar os alunos, segundo essa sua idéia sobre o aprender. Ele apoiou-se nas opiniões dos colegas que com ele preparam as aulas e provas da disciplina e explicou:

> "...a gente acha assim...depois de desenvolver aquilo (o conteúdo apresentado pelo professor), eles podem sempre generalizar um pouquinho mais...então a gente, às vezes, bota umas coisinhas um pouco mais gerais, mas que eles teriam condições de fazer dentro daquele trabalho que a gente faz na aula...Eu não sou de botar exatamente o que eu dei, entende? Tento dar uma situação um pouquinho diferente do que eu dei em aula, mas que mostre se ele pensou ou se está reproduzindo o que eu dei, entende? Eu acho que a pessoa que entendeu...não tá fazendo mecanicamente...eu acho que para aprender, tu tem que mostrar alguma coisa."

Gama exemplificou com uma questão de Cálculo a Várias Variáveis, envolvendo derivada da função composta, em que o aluno teria que fazer, na prova, um processo inverso ao apresentado em aula. "Na prova, eles fizeram a regra, eles fizeram direitinho e muitos se quebraram nisto."

Encaminhamos a conversa, então, para os erros cometidos pelos alunos, perguntando sobre a atitude de **Gama** em relação ao tipo de erro mencionado, em que o aluno "se quebrara" por não saber transferir os conceitos aprendidos para a nova situação proposta.**Gama** indicou a forma de correção desse tipo de questão: dar pontos a cada parte da solução (derivação da função composta, determinação da derivada da função em um ponto, etc.) e descontar pontos pelo que o aluno não sabe fazer.

Insistimos na questão, porque nos interessava especialmente a forma de lidar com os erros e não só os critérios de correção. **Gama** explicou que devolve as provas corrigidas e espera que os alunos vejam as observações feitas, mostrando, também, o gabarito de correção. Segundo ele, às vezes, os alunos "não se contentam" e pedem:"Ah, professor, não dá pra dar mais meio ponto?". **Gama** atende a todos no final da aula ou em sua sala, sempre procurando fazer com que os alunos descubram sozinhos a solução, a partir das observações feitas na prova: "É engraçado que, às vezes, eles não se dão conta...eu digo assim: *Mas tu tens todos os dados aqui...é questão até de leitura*"

Gama não sabe dizer se as observações que faz nas provas auxiliam os alunos a aprender com os erros: "Eu não controlo isso, não tenho como controlar. Quer dizer, até teria, mas não controlo."

Voltando à questão dos erros, **Gama** explicou, ainda, como avalia outros tipos de respostas erradas e especificou a distinção que faz entre os tipos de erros:

> "...se erra porque trocou o sinal...às vezes copiam o sinal errado e dá um resultado errado, eu também não desconto nada. Se eu vejo que é um erro de distração, eu não desconto nada. Agora, se vejo que é

um erro de estrutura, eu até desconto bastante ou até não considero nada."

Considerando que não estava clara, ainda, a visão de Matemática assumida por **Gama**, questionamo-lo diretamente sobre o assunto, mas ele pareceu fugir da pergunta ou, pelo menos, não soube respondê-la de imediato, pois se apoiou em uma definição de Matemática dada por uma profesora que havia feito uma palestra em um Encontro de Educação Matemática:

> "Ela deu uma definição de Matemática que eu até gostei, que é o que eu acho realmente. Ela disse que seria a ciência das relações...não é a minha definição, é dela...mas eu digo, às vezes, pros alunos, em outras palavras...a gente está aprendendo Matemática não é pela Matemática em si...mas é a habilidade que a Matemática te dá...pra tu te movimentares em qualquer área."

Gama já havia explicado, no questionário, que considera a Matemática tão importante quanto qualquer outra ciência e que seu papel, como o de qualquer outra disciplina, é o de ajudar a desenvolver as potencialidades do indivíduo. Reforçou essa idéia, comparando a Matemática com o Português, no sentido de que ambas as disciplinas desenvolvem a habilidade de interpretar, ambas têm um alfabeto próprio, uma simbologia que é objeto de uma determinada leitura.

Notando que precisávamos de aprofundar melhor as idéias de **Gama** a respeito da Matemática, perguntamos sobre os entes matemáticos. Ele respondeu que esses seriam os elementos do universo em que vamos trabalhar e novamente fez comparações com outras disciplinas: "Se eu estudar Biologia, eu vou ter outro tipo de entes, que são os seres vivos."

Gama considerou que os entes matemáticos "estão ligados à natureza" e que a Matemática surge de alguma coisa que foi um problema: "a Matemática, às vezes, é uma ferramenta para resolver um problema de uma determinada área e, às vezes, a Matemática é uma ferramenta pra resolver um problema da própria Matemática."

Notando a dificuldade, encontrada por **Gama,** de explicar sua posição em relação à Matemática, tentamos resumir o que ele havia colocado até o momento e solicitamos que procurasse esclarecer melhor as suas idéias. Ele explicou que entende "a coisa assim, tudo muito junto...tu não consegue isolar" Sempre procurando apoiar-se nas opiniões de outros, **Gama** referiu-se, ainda, àqueles que se dedicam `a pesquisa, à "Matemática pela Matemática", e aos que procuram usar a Matemática para obter avanços tecnológicos que permitam atender às necessidades cada vez maiores das pessoas no mundo de hoje.

Considerando que **Gama** parecia não querer se comprometer apresentando suas idéias, perguntamos se a sua maneira de ver a Matemática refletia-se na forma de avaliar os erros dos alunos. Ele, então, pareceu resumir suas dificuldades em definir-se, pois respondeu:

> "...eu acho que a aula da gente é o que a gente é...a visão que tu passa pro aluno é a visão que tu tens...eu tinha uma visão, depois eu fui um pouco mais adiante, tenho outra visão, depois que eu fiz um curso na Educação, eu tenho outra visão."

Argumentamos, então, que a sua concepção de Matemática não parecia ser, apenas, aquela dada pela conferencista, e **Gama** concordou, concluindo que sua visão privilegia toda a experiência de vida que ele já teve e que o próprio conhecimento matemático evolui.

A ANÁLISE DAS IDÉIAS EXPRESSAS POR GAMA

A entrevista com **Gama** foi uma das mais longas, não só pelo fato dele ter-se extendido muito nos seus depoimentos, ilustrando-os com uma série de exemplos, mas também porque nós tivemos que retomar cada resposta e aprofundá-la, tentando entender as concepções que o entrevistado não deixava vir à tona.

Gama parece contemporizar suas posições, seja quanto aos conteúdos escolhidos, seja quanto à forma de "conduzir a aula", seja quanto aos critérios de avaliação. Ele busca sempre "adaptar-se" às opiniões dos colegas e aos interesses dos alunos, procurando ensinar aqueles conteúdos que vão ser úteis para o alunos na compreensão dos conteúdos mais avançadas, na sua futura profissão ou mesmo na resolução de problemas práticos do cotidiano.

Gama parece ter uma prática **tradicional**, pois enfatiza a importância dos conteúdos, "conduz a aula" de forma a apresentar a teoria, exemplificá-la e propor problemas, que serão resolvidos pelos alunos e corrigidos pelo professor. Sua avaliação é coerente com suas idéias a respeito da aprendizagem, pois procura colocar questões em que o aluno mostre ter compreendido a estrutura do conteúdo e o "transferido" para novas situações. Preocupa-se em eliminar os erros cometidos pelos alunos, no momento em que procura levá-los a entender a <u>sua</u> solução, apresentada no gabarito.

Apesar de mostrar, em linhas gerais, uma postura pedagógica tradicional, **Gama** apresenta certas atitudes que nos fazem considerar que as mudanças na sua prática docente, a que ele se refere, ainda estão ocorrendo e que ele é sensível às influências dos alunos, dos colegas, da sociedade, refletindo as mudanças que vêm ocorrendo ao seu redor; como ele afirmou, "tudo está muito junto" e as experiências de vida influenciam suas concepções que, por sua vez, são "passadas" para os alunos.

Parece-nos significativo o uso da palavra **adaptar**, mencionada várias vezes por **Gama**, no questionário e na entrevista. Ele adapta os conteúdos segundo as necessidades dos alunos, adapta as questões da prova às condições dos estudantes e às ponderações dos colegas, ele adapta-se à definição de Matemática dada por uma especialista, os alunos adaptam-se à sua forma de conduzir a aula. Em alguns aspectos, **Gama** parece assumir algumas das idéias da Escola Nova, quando essa aponta a adaptação dos conteúdos às necessidades da sociedade; ele acredita que a Matemática contribui para que o aluno desenvolva suas potencialidades e saiba, em qualquer outra situação ou disciplina, resolver os problemas que surjam. Como escreve LIBÂNEO (1985, p.25) , referindo-se aos pressupostos escolanovistas, "é mais importante o processo de aquisição do saber do que o saber propriamente dito.".

Também notamos, nas colocações feitas por **Gama**, a preocupação em manter um bom relacionamento com os alunos e em valorizar suas idéias; não é um "ensino centrado no aluno", mas também não é centrado no professor, pois esse "vai fazendo junto" com o aluno, como explicou **Gama**, aludindo ao processo de generalização de um determinado conceito.

Gama parece,então, debater-se entre tendências diversas, apresentando, em alguns aspectos, atitudes bastante incoerentes. Quanto à forma de lidar com os erros, por exemplo, ele faz com que os alunos descubram os seus próprios erros a partir das observações feitas na prova, mas não procura saber se isso os ajuda a aprender; preocupa-se em colocar questões em que o aluno mostre uma compreensão global dos conceitos ensinados, mas insiste em referir-se à pontuação que estabelece para cada parte da questão.

Também nas suas concepções sobre a Matemática, **Gama** parece ter dificuldade em assumir as suas próprias idéias, pois, de início, aceita a definição de outrem, ainda que enfatize não ser a sua: "a Matemática é a ciência das relações". Buscando entender essa colocação, lembramo-nos, inicialmente, da definição de Matemática dada por Comte:

> "Nós conseguimos pois, agora, definir com exatidão a ciência matemática, determinando-lhe por objetivo a medida *indireta* das grandezas, e dizendo que se propõe constantemente a *determinar as grandezas uma pelas outras, segundo as relações precisas que existem entre elas.*" (COMTE, 1869, p.98).

O mesmo autor, discorrendo sobre a *filosofia positiva*, considera que a sua constituição se deu a partir da "ação combinada dos preceitos de Bacon, das concepções de Descartes e das descobertas de Galileu".(Ibid., p.19-20). Comte supervaloriza a obra de

Descartes, porque ela representa a aproximação entre o abstrato (Álgebra) e o concreto (Geometria), ou seja, a **relação** "entre dois saberes que anteriormente estavam isolados". (SILVA, 1994, p.76). A visão de Comte é *absolutista*, ele aprecia o trabalho daqueles que buscam a verdade absoluta e indubitável, reconstruindo o saber adquirido, como o fez Descartes.

Gama compara a Matemática ao Português, como duas linguagens com simbologia própria; refere-se, também, às duas maneiras de trabalhar com a Matemática, o conteúdo pelo conteúdo ou a sua aplicação prática. Aponta, ainda, os entes matemáticos como ligados à natureza, surgindo de um problema concreto. Nessas colocações, novamente parece aproximar-se das idéias de Comte, quando esse autor estabelece a divisão entre a Matemática *concreta* e a *abstrata*:

> "a matemática concreta tem um caráter filosófico essencialmente experimental, físico, ligado aos fenômenos; enquanto que o da matemática abstrata é puramente lógico, racional." (COMTE, 1869, p.104).

Comte acredita que a Matemática concreta se origina do fenômeno físico, da procura das leis que o regem; quando tais leis são encontradas, o fenômeno em si é abandonado, e o trabalho matemático abstrato consiste em lidar com as relações numéricas existentes.

Silva alerta para o fato de que:

> "Quando Comte pensa em termos de Matemática abstrata, vê apenas uma lógica, uma linguagem, um método, e, portanto, não há objeto matemático; todavia, na Matemática concreta, há objetos matemáticos que são oriundos da empiria." (SILVA, 1994, p.76).

Comte considerava a Matemática como a mais antiga e perfeita de todas as ciências, escolhendo-a como base de sua classificação das ciências positivas. Conforme SILVA (1992, p.151), o filósofo francês via a Matemática como "pronta, acabada", não se justificando a introdução, nela, "das abstrações desprovidas de racionalidade e de dignidade".

Nesse ponto, parece-nos que **Gama** se distancia bastante das concepções comtianas, pois acredita estar o conhecimento matemático em constante evolução.

Como já salientamos, **Gama** apóia-se, inicialmente, em uma definição de Matemática que não é sua; no entanto, reformulou-a, pois explica para os alunos que "a gente está aprendendo Matemática não é pela Matemática em si, mas é a habilidade que a Matemática te dá". Comentou, ainda, que procura ensinar funções a partir de problemas reais, pois "se o aluno entender pra que serve, ele vai gostar muito mais."

Mais adiante, **Gama** refere-se ao fato de ser a Matemática uma ferramenta para resolver problemas de uma determinada ciência ou da própria Matemática. Argumenta, ainda, que a Matemática surge a partir das necessidades das pessoas, em cada época, e que as exigências atuais, no sentido de uma tecnologia mais sofisticada, influenciam a evolução do conhecimento matemático.

A partir dessas observações, parece-nos que a visão de **Gama** a respeito da Matemática tem uma forte componente utilitária, no sentido de ser uma ciência que pode ser aplicada tanto em seu próprio campo como no de outras.

Thompson (1984) relaciona idéias apresentadas por uma das professoras entrevistadas em sua pesquisa, muito semelhantes às opiniões expressas por **Gama**: a Matemática serve como ferramenta para as outras ciências, tem origem nas necessidades das outras ciências e da própria Matemática, seus conteúdos estão se modificando para acomodarem-se os novos desenvolvimentos. A autora refere-se a essa visão da Matemática como sendo "ativa" ou de "solução de problemas".

Parece-nos que as dificuldades evidenciadas por **Gama**, durante a entrevista, em esclarecer suas próprias concepções, fazem parte de sua maneira de ser, pois ele, ao destacar a preocupação em "adaptar-se" aos outros, está, talvez, apontando para as adaptações que fez entre diversas concepções a que foi "exposto" em suas "experiências de vida". Os elementos positivistas e utilitaristas de suas idéias sobre a Matemática, às vezes, concordam e, outras, conflituam-se em sua prática, em alguns pontos, tradicional e, em outros, escolanovista.

Não descartamos a possibilidade da ocorrência de outros aspectos, tanto em relação às concepções quanto às práticas de **Gama**, pois temos, para análise, apenas aqueles depoimentos oriundos das respostas do questionário e da entrevista. As dificuldades evidenciadas por ele em assumir uma determinada concepção podem ser indicativos da coexistência de outros fatores, não detectados por ele e sequer por nós.

A ENTREVISTA COM DELTA

Pelas respostas do questionário, já tínhamos uma idéia a respeito da conduta de **Delta** em sala de aula. Ele parece seguir a tendência **tradicional** de ensino, iniciando a aula com a revisão dos conteúdos trabalhados anteriormente e com a correção dos exercícios solicitados como tema; após, desenvolve os novos conteúdos, utilizando sempre exemplos práticos e apresenta exercícios de fixação, através dos quais os alunos podem esclarecer as dúvidas relativas ao conteúdo. Finalmente, propõe outros exercícios, como tarefa extra-classe.

Em algumas perguntas do questionário, entretanto, **Delta** havia sido sucinto,não exemplificando suas colocações. Procuramos, então, iniciar a entrevista aprofundando tais questões, como, por exemplo, as relativas à concepção de aprendizagem. **Delta** havia escrito que "aprender é adquirir conhecimentos novos, com capacidade de crescer dentro do assunto". Solicitado a esclarecer essa resposta, ele disse:

> "...eu sinto se o aluno aprende quando eu consigo ver se tá sabendo aplicar aquilo...se ele consegue abrir o horizonte dele naquele assunto...quer dizer, não é só eu pedir *deriva isto* e daí ele deriva. Mas, de repente, eu dou um probleminha querendo a aceleração de

alguma coisa e ele não consegue encaixar aquilo ali dentro da derivada. Então, eu acho que é neste sentido, quando ele consegue enxergar aplicações...eu sempre digo pra eles: *o que eu tô dando aqui é o be-a-bá, agora vocês vão aprofundar o assunto e vão tentar pesquisar em outras coisas pra aprender mais.* Aí é que vai crescer, porque, se não, o cara fica naquilo ali, só naquilo que tu faz, aquilo é o mínimo."

Essa explicação, no entanto, não parecia suficiente, pois conflitava com outra resposta do questionário, em que **Delta** afirmava ser a "falta de estudo para fixar o conteúdo" a causa dos erros mais freqüentes cometidos pelos alunos. Questionando-o sobre essa resposta e sua relação com o conceito de aprendizagem anteriormente expresso, **Delta** explicou-nos:

> "...às vezes eles chegam a estudar, mas não chegam a **fixar** a coisa, eles não exercitam o suficiente...eles lêem aquele assunto, ficam com a idéia, mas não conseguem **reproduzir**, porque a parte da memória não funcionou...por exemplo, na derivada, às vezes, o cara sabe, ele enxerga qual o tipo de derivada, mas ele não sai do chão, porque ele não sabe a fórmula, porque ele não chegou a **fixar**...então, faltou estudo, realmente, pra ele poder **reproduzir** aquilo ali."(grifos nossos).

Visto termos introduzido, já, a questão do erro, continuamos a falar sobre avaliação. **Delta** utiliza somente provas escritas para verificação da aprendizagem e divide a questão em etapas, pontuando cada uma delas, para "valorizar o que o aluno fez corretamente". Mesmo assim, procura, na correção das questões, verificar se o aluno "pegou a idéia central".

Delta explicou sua forma de corrigir, dando como exemplo uma prova sobre derivadas, em que um determinado aluno havia errado a fórmula de derivação em uma questão e acertado a mesma fórmula em outra:

> "...eu sempre penso assim...não daria o ponto inteiro, mas consideraria alguma coisa, porque ele sabe fazer, sei lá o que aconteceu na hora daquela primeira (questão)...eu consigo, na hora da prova, quando eu estou corrigindo, ver se o cara não sabe nada ou se ele conseguiu pegar a idéia e se perdeu ali pelo meio."

Delta devolve a prova aos alunos com as indicações sobre os erros e "dá um tempinho bom" para eles analisarem o que fizeram, enquanto ele percorre a sala e vai conversando com os alunos sobre os erros:

> "...neste semestre, que as minhas turmas eram pequenas, eu conseguia ir, um por um, e dizer: *olha, tu viu onde tu errou?* E eu acho que isto foi muito bom, porque eles não repetiram este tipo de erro. Eu até fiz a experiência de botar, no exame, questões da primeira prova, da segunda prova, coisas que tinham bastante erro, e não se repetiram."

Procurando, após, esclarecer a visão de Matemática assumida por **Delta**, partimos de suas respostas ao questionário, quando afirma ser a Matemática importante, porque "desenvolve o raciocínio lógico", "com ela o ser humano desenvolve habilidades". Ele confirmou essas idéias, acrescentando, ainda, que a Matemática "abre o horizonte" para todas as outras disciplinas.

Tentando abordar a questão de outro ângulo, perguntamos sobre sua definição de entes matemáticos, e **Delta** respondeu-nos que eles estão "em qualquer lugar, no mundo". Exemplificou, dizendo: "se eu sair daqui, vou fazer um trajeto, eu já procuro ver onde é que está o triângulo, que eu vou sair pelo caminho mais curto (...) vou sair pela hipotenusa."

Segundo **Delta**, em qualquer atividade que vai realizar, ele procura estabelecer relações com a Matemática e com a Lógica, fazendo deduções a partir das premissas dadas:

> "...quando fiz este curso na Educação (referia-se a um curso de especialização), eu sempre conseguia enxergar alguma coisa que me ajudava, que era relacionada com a Matemática. Se eu ia ler um livro, mesmo que não dissesse nada daquilo, não tinha nada escrito de Matemática, mas eu sempre conseguia enxergar alguma coisa...eu levo as coisas junto."

Quando procuramos aprofundar mais a questão das concepções de Matemática, questionando-o diretamente sobre o assunto, **Delta** pareceu ter-se dado conta do significado de suas colocações anteriores, pois, ao falar, usou o recurso que parece ser sua característica para disfarçar um certo nervosismo, ou seja, entremeou a frase com risos: "a minha (concepção) seria a de viver junto com a Matemática...nem eu sabia disso!"

Notando que havíamos atingido um aspecto importante, em termos de visão da Matemática, insistimos na questão da avaliação, para saber se essa idéia de que a Matemática está sempre junto, influenciava, de alguma forma, sua maneira de avaliar o desempenho dos alunos. **Delta**, surpreendentemente, afirmou que, ao avaliar o aluno, precisava "fugir" dessa concepção, pois não é a usual entre os seus colegas e porque ele não poderia fazer algo diferente:

> "...eu vou corrigir uma prova, de repente eu tenho que seguir a linha de todo o mundo, né?...eu não posso avaliar coisas fora do que os outros fazem...porque vai ter diferença da minha turma pra turma dos outros, sabe?...Eu procuro fazer as coisas dentro do que todo o mundo faz, é claro, dentro daquela linha que é tradicional. Mas eu acho que, se eu fosse dono da minha cabeça, se eu pudesse fazer a coisa diferente, não faria provas como faço aqui...é muito de conhecimento, repetir, repetir...sabe como é, pega Cálculo, vinte turmas, todos os alunos têm que ter as mesmas possibilidades, entende?"

Perguntamos, então, sobre o que acontece quando ele leciona disciplinas no curso de Matemática em que há apenas uma turma, e **Delta** explicou que continua "saindo fora" de sua concepção particular, porque se sente pressionado pelos colegas:

> "...porque daí, quando tu entra numa Matemática, tu já levas as normas da coisa, né? E as normas são praticamente as mesmas. O aluno tem que ser avaliado dentro daquela linha, então naquela linha eu vou.(...). Por exemplo, agora mesmo fiz prova junto com outras pessoas, então eu vou corrigir...bom, até aqui se dá tanto, até ali se dá tanto...eu não vou querer que meu aluno saia com vantagem em relação ao outro ou o contrário...então, eu vou seguir as mesmas normas...mas eu acho que eu gostaria de fazer uma coisa diferente."

Talvez notando que estava descobrindo aspectos sobre sua conduta que até então não percebera, **Delta** concluiu a entrevista dizendo: "eu nunca botei isto pra fora, sabe? Porque eu nunca paro pra pensar realmente e falar sobre isto. Então, é isto aí!".

ANÁLISE DAS IDÉIAS EXPRESSAS POR DELTA

As idéias expressas por **Delta**, tanto no questionário como na entrevistas, parecem enfatizar os aspectos relacionados ao ensino e a aprendizagem da Matemática, em detrimento das concepções e das crenças sobre a Matemática. Não obstante, a afirmativa de que a Matemática está sempre junto com ele, em qualquer atividade em que se envolva, mostra que há uma concepção subjacente, que se evidencia nos exemplos que fornece: a escolha do trajeto mais curto (a hipotenusa de um triângulo retângulo); a habilidade para interpretar textos usando raciocínios lógicos; a apresentação de aplicações práticas junto com cada assunto teórico.

Delta não faz referências à Matemática como corpo unificado de conhecimentos, tampouco destaca seus aspectos formais, mas parece preocupar-se com cada conteúdo em particular, com o que pode usar daquele conteúdo, para si ou para seus alunos.

ERNEST (1991 a, p.250), referindo-se às *filosofias* da Matemática, defendidas pelos professores, cita a visão *instrumental*, para a qual a Matemática é uma "acumulação de fatos, regras e habilidades, a serem usados na prossecução de algum objetivo externo. Portanto, a Matemática é um conjunto de regras e fatos não relacionados mas utilitários". É, assim, uma visão *absolutista*.

THOMPSON (1984, p.116) também encontrou essa visão instrumental da Matemática em Lynn, uma das professoras por ela entrevistada, que, entre outras afirmativas, expressava idéias muito semelhantes às de **Delta**: "A Matemática acontece como resultado de necessidades básicas que originam-se em situações do dia-a-dia. (...). Seu estudo treina a mente a pensar logicamente".

Também semelhantes aos de **Delta**, foram alguns comentários de Lynn a respeito do processo de ensino-aprendizagem de Matemática. A entrevistada de Thompson considera que a aprendizagem se dá através da realização de exercícios de fixação e que a habilidade dos estudantes em resolver problemas matemáticos depende da correta identificação do tipo de problema, da escolha do método ou da regra apropriada para resolvê-lo e da aplicação correta desse procedimento.

A primeira resposta de **Delta** sobre aprendizagem, quando considerou que "aprender é adquirir conhecimentos novos com capacidade de crescer dentro do assunto" e as considerações seguintes, em que se refere à reprodução dos conteúdos estudados, não são contraditórias como podem parecer incialmente, pois, subjacentes a elas, está a idéia de que o conhecimento adquirido pelos alunos deve ser "fixado" para ser aplicado em novas situações. Assim, a Matemática que é ensinada pelo professor é um **instrumento** para a resolução de problemas.

O ensino ministrado por **Delta** é extremamente tradicional, como ele mesmo observa, o que se evidencia nos passos **herbartianos**[6] seguidos em aula. Quanto à avaliação da aprendizagem, **Delta** tenta fazer uma apreciação global, procurando ver se o aluno "pegou a idéia central". Não obstante, quando explica sua forma de lidar com os erros, evidencia seu objetivo de eliminá-los, pois procura repetir no exame as mesmas questões das provas, exatamente para verificar se houve a fixação das respostas corretas que substituíram os erros cometidos pelos alunos.

Delta parece pautar sua prática docente pelas normas da Instituição na qual trabalha ou, ao menos, pelas do grupo de colegas com os quais convive. Vários

---

[6] Herbart, um dos principais sistematizadores da concepção tradicional de ensino, aponta cinco passos indispensáveis em todo o processo de ensino: preparação, apresentação, associação, generalização e aplicação. (Di Giorgi, 1986; Eby, 1962).

pesquisadores têm-se referido às influências institucionais sobre a prática do professor de Matemática. Ernest (1991 a) acredita que existe uma distinção entre os modelos de ensino-aprendizagem esposados por um professor e aqueles **sancionados** pela Instituição, distinção essa provocada pelas influências do contexto social, ou seja, dos colegas, dos alunos, dos pais, dos superiores, bem como do sistema de ensino como um todo. Essas fontes de pressão levam o professor a internalizar um conjunto de coações que afetam sua prática docente.

Cooney (1985), ao apresentar as experiências de Fred, um jovem professor de Matemática que tentava utilizar a metodologia de resolução de problemas, também aponta as pressões sofridas pelo professor, nesse caso por parte dos alunos que não aceitavam seu estilo **diferente** de ensinar.

Ponte (1992) acredita que a solução dos conflitos entre as concepções pedagógicas assumidas pelos professores e as práticas usuais em seu ambiente de trabalho, podem-se dar por acomodação (quando os professores se adaptam à maneira de agir dos colegas ou às normas institucionais, procurando a solução mais **econômica** para o conflito) ou por reflexão (quando os professores procuram pesar os prós e contras de cada atitude que tomam). **Delta** aparentemente se acomodou às normas da Instituição e às pressões dos colegas, procurando seguir a mesma linha que os outros, tanto na forma de ensinar quanto na de avaliar. Notamos que ele procura não pensar sobre suas próprias concepções, não falar sobre elas, não "botar para fora", ou seja, **Delta** não reflete sobre os conflitos, "fugindo" de suas próprias concepções, talvez para não sofrer com a constatação de que age contra suas próprias convicções.

É interessante notar que a falta de reflexão sobre suas concepções e práticas também foi admitida por Lynn, a professora que esposava a visão instrumental da Matemática e que foi entrevistada por Thompson (1984). Seria interessante, talvez, proporcionar a professores como Lynn e **Delta** uma oportunidade de refletirem sobre suas próprias idéias e de discutirem-nas com outros colegas, para que pudessem perceber as incoerências entre seu discurso e prática. Dessa forma, talvez pudessem evitar a triste constatação feita por **Delta**: "se eu fosse dono de minha cabeça...eu faria coisas diferentes."

A ENTREVISTA COM SIGMA

Sigma tem experiência docente de 3° grau em várias Instituições, trabalhando com disciplinas matemáticas de vários cursos, mas respondeu ao questionário e às perguntas da entrevista referindo-se às disciplinas de Análise Matemática, lecionadas em um curso de Licenciatura em Matemática. No questionário, ele já havia manifestado a sua preocupação com as dificuldades apresentadas pelos seus alunos licenciandos, com deficiências muito grandes em termos de conteúdos matemáticos elementares. Por esse motivo, **Sigma** busca sempre selecionar, dentre os conteúdos a serem ensinados, aqueles que exigem conhecimentos básicos, para poder "reforçá-los".

O ensino ministrado por **Sigma** é **tradicional**, conforme se depreende de suas próprias palavras:

> "...inicialmente, escrevo no quadro-verde o conteúdo, espero que os alunos copiem e então passo a explicar, fazendo exemplos e procurando relacionar, no que for possível, com conteúdos já vistos e principalmente com conteúdos que eles ensinarão aos seus alunos...ao final dou um fechamento, de forma que todas as questões estejam esclarecidas e o conteúdo trabalhado".

Sigma gostaria de usar livro-texto em suas aulas, mas não consegue, "não só porque o conteúdo não se ajusta, mas tem que pegar aquele conteúdo do livro e esmiuçar aquilo, tem que traduzir pra eles".

No questionário, **Sigma** já havia expressado sua concepção de aprendizagem:

> "...aprender é uma forma de aquisição ampla de conhecimento. Percebo que um aluno aprendeu, quando ele se torna capaz de se expressar dentro do conteúdo, isto é, identificar o que entendeu e também as suas dúvidas."

Ao solicitar esclarecimentos sobre a expressão **aquisição ampla**, **Sigma** explicou-nos que

> "...não é o domínio, absorver aquele conteúdo, entender aquilo ali que eu explico: *Ah, tá, então isto aqui se faz assim, assim, assado* ,que nem um joguinho pronto...pra mim, é ele conseguir se virar dentro daquilo...entender, relacionar, associar com outros conceitos...o aluno aprende quando ele consegue usar."

Apesar das dificuldades apresentadas pelos seus alunos em conteúdos de Matemática elementar, **Sigma** considera que houve um grande crescimento desses estudantes, que com ele trabalham há um ano nas disciplinas de Análise Matemática:

> "...é uma coisa bonita de se ver, a forma com que eles cresceram...Hoje eu consigo, por exemplo, apresentar uma determinada situação e encontrar, naquela turma, soluções diferenciadas...eles estão, cada um, seguindo a sua linha de raciocínio...No começo, eu fazia a coisa de um jeito, aquilo saia como lei, eles decoravam aquela sistemática...procuravam fazer assim, *ipsis litteris* ..agora já se soltam, aparecem soluções diferentes, coisas que eu não pensei ainda...então em um ano, o progresso é uma coisa bem notória."

Sigma parece estar satisfeito com os alunos dessa turma, pois elogia a sua dedicação:

> "...em todas as turmas que eu trabalho, é a única que eu consigo ter este tipo de trabalho e de relacionamento...o tipo de aluno também é diferente, é mais interessado, mais sacrificado...tem um outro espírito, muito parecido com aluno de interior...quando eu dou curso

> de férias no interior, é o mesmo espírito...é aquele aluno super abnegado, que se confina."

Sigma utiliza apenas provas escritas para verificação da aprendizagem. Na correção, preocupa-se com a clareza e a coerência das respostas apresentadas e procura fazer observações extensas, para que os alunos se conscientizem dos seus erros:

> "...eu escrevo na prova, às vezes mando cartas, assim...chamo a atenção pra isto, aquilo, consulte tal coisa...escrevo na prova ou comento com eles diretamente...dá pra fazer isto, eu tenho bastante tempo e a turma é pequena."

Sigma exemplificou os erros mais freqüentes, relacionados com conteúdos de 1° e 2° graus, cometidos pela maioria dos alunos de sua turma. Considera, no entanto, que é fácil lidar com esses erros, pois os comenta com os alunos e, em outras oportunidades em que coloca questões semelhantes nas provas, parece-lhe que não há reincidência dos erros.

Sigma já havia, no questionário, explicitado sua opinião sobre a importância da Matemática: "tem a importância que é devida a qualquer instrumento que serve para facilitar a vida das pessoas, nem mais nem menos; quando ela se distancia dessa função, perde o seu mais importante, e talvez único, sentido."

Questionando-o diretamente sobre sua definição para essa ciência, **Sigma** confirmou: "pra mim, é uma ciência instrumental." E, referindo-se a profissionais de outras áreas, que vêem a Matemática como ciência autônoma, ele criticou-os, dizendo: "a Matemática não existe enquanto coisa isolada...o sentido da coisa é justamente facilitar...as pessoas não têm esta noção."

Os entes matemáticos, para **Sigma**, são "elementos de uma estrutura ...de uma teoria que se constroi." Mesmo tendo função instrumental, a Matemática "se desenvolve enquanto ciência e na construção desta ciência tu tens alguns elementos que tu defines."

Sigma diz comentar com os alunos alguns aspectos da linguagem matemática, que é uma linguagem artificial. Para isso, usa palavras do cotidiano, como, por exemplo, **limite**. Segundo ele, o fato de "entrar com os *épsilons* e ***Deltas***" faz com que os alunos percam a noção intuitiva de limite[7] chegando ao ponto de dizerem que um determinado limite "existe e é infinito."[8]

No final da entrevista, voltando a referir-se às atitudes dos alunos, **Sigma** relatou um fato acontecido em sala de aula, quando trabalhou com os conceitos de derivação e integração ao mesmo tempo, para dar um fechamento a uma aula sobre séries. Segundo ele, uma aluno fez o seguinte comentário: "por isto é que eu gosto da Matemática, porque fica tudo abotoadinho." **Sigma** considera que este tipo de atitude evidencia uma capacidade de "deslumbramento": "eles têm esta coisa de ainda se deslumbrarem, um encantamento que eu acho difícil de a gente encontrar...mas é legal."

A ANÁLISE DAS IDÉIAS EXPRESSAS POR SIGMA

---

[7] A definição de limite de uma função, apresentada em qualquer livro-texto de Cálculo ou Análise, é formulada da seguinte maneira: Seja f uma função definida em um intervalo aberto contendo a (exceto possivelmente no próprio a) e seja l um número real. Então, o limite de f(x) quando x tende para a é l se, para todo $\varepsilon>0$, existe $\delta>0$ tal que, para todo x, se $0<|x-a|<\delta$, então $|f(x)-l|<\varepsilon$.

[8] Essa afirmativa, bastante usual em provas de Cálculo ou Análise Matemática, é paradoxal, pois, quando x tende para um determinado valor a, se a função cresce ilimitadamente, com valores tão grandes quanto se queira, então ela não tem limite, ou seja, o limite não existe, o que é indicado usualmente por $\lim f(x)=+\infty$. Assim, a simbologia matemática pode confundir a noção intuitiva que, apresentada através de um gráfico, por exemplo, seria facilmente entendida.

Ao analisarmos as idéias expressas por **Sigma**, tanto no questionário como na entrevista, chama-nos a atenção, de imediato, sua concepção de Matemática como "ciência instrumental". Para ele, a Matemática só tem sentido se for utilizada para "facilitar a vida das pessoas"; os entes matemáticos são **construídos**, ou seja, não pré-existem em um mundo à parte. Essa construção, no entanto, exige uma estrutura formal, com definições e axiomas, a partir dos quais serão derivados os resultados seguintes.

Aparentemente, parece haver uma incoerência entre a visão instrumental e a formalista, expostas por **Sigma**. Porém, talvez essa última seja apenas o reflexo das idéias a que foi exposto durante sua formação em Matemática, pois a concepção instrumental é a dominante, refletindo-se em suas idéias sobre ensino e aprendizagem.

Sigma procura ensinar aquilo que vai ser **útil** aos futuros professores; apresenta os conteúdos segundo as necessidades dos estudantes, buscando "esmiuçar", "traduzir", dar as noções intuitivas, mas também mostrar os aspectos formais, relacionados à linguagem. O aluno mostra que aprendeu quando consegue **usar** os conhecimentos, ou seja, quando os relaciona, os associa, tem um "trânsito" fácil entre as diversas fontes de consulta sobre os conteúdos estudados. **Sigma** critica, de certa maneira, a acumulação de conhecimentos estanques, o "fazer assim, assado, que nem um joguinho pronto".

O bom relacionamento de **Sigma** com seus alunos e o progresso dos mesmos, em termos de aprendizagem, mostram que sua visão instrumental não é fechada e rígida, pois ele valoriza o fato de os alunos apresentarem soluções diferentes das que ele pensou, bem como aceita essas soluções durante as discussões de sala de aula. Neste aspecto particular, tem uma conduta oposta à de Lynn, a professora entrevistada por Thompson (1984), que, segundo a pesquisadora, esposa a visão instrumental: Lynn não se preocupa com a utilização da Matemática de forma criativa, pois seu ensino se caracteriza pela abordagem prescritiva, do tipo "faz assim, faz assado", criticada por **Sigma**.

Comparando as visões de **Sigma** e de Lynn, parece-nos que nosso entrevistado está muito mais próximo das idéias defendidas pelos pragmatistas. O *pragmatismo*, corrente neo-positivista desenvolvida principalmente nos Estados Unidos, no início desse século, tem como principal representante o filósofo e psicólogo William James. Para ele,

> "O pragmatismo representa uma atitude perfeitamente familiar em filosofia, a atitude empiricista, mas a representa (...) em uma forma mais radical e menos sujeita a objeções do que tem sido assumido até agora." (JAMES, 1990, p.11)

O pragmático, segundo James, desvia-se dos princípios e volta-se para os fatos, para os resultados, para a ação. A verdade, segundo os seguidores dessa corrente, é aquilo que pode ser validado, verificado, em suma, aquilo que **funciona**, que é útil.

O *instrumentalismo*, criado por Dewey a partir das influências do pragmatismo de Peirce e James, assegura que a ação precede a experiência e que essa é a fonte do conhecimento. Quando o homem precisa de vencer uma dificuldade ou enfrentar um problema, tudo aquilo que utiliza para encontrar a solução passa a ser um **instrumento** para a ação.

DEWEY (1990, p.99,) como educador, critica o esquema tradicional de ensino, por impor "de cima e de fora", os conteúdos e métodos dos adultos "àqueles que estão somente crescendo devagar em direção à maturidade". A esse esquema tradicional, ele contrapõe suas idéias para uma "educação progressiva": expressão e cultivo da individualidade; atividade livre; aprendizagem pela experiência; aquisição de técnicas e habilidades como meios de atingir objetivos de interesse dos alunos; identificação com o processo da vida, com o presente da criança; adequação ao mundo em mudança.

O ensino ministrado por **Sigma**, embora tradicional, tem aspectos inovadores, pois ele busca **atingir objetivos de interesse dos alunos**, quais sejam, prepará-los para a futura profissão e habituá-los a buscarem soluções diferentes para os problemas. Lynn, a professora entrevistada por Thompson (1984), tem uma visão estreita, pois se preocupa apenas em ensinar o aluno a usar as ferramentas matemáticas para resolver problemas rotineiros da própria Matemática.

Quanto à forma de lidar com os erros cometidos pelos alunos, notamos uma incoerência entre a aceitação, por **Sigma**, das "soluções diferentes" em sala de aula e a não-aceitação dos erros que possam surgir nessas soluções, em aula ou em provas. Há uma preocupação com a eliminação dos erros, evidenciada no alerta que ele faz, em tom de brincadeira, aos alunos: "vocês vão me prometer que jamais vão entrar em uma sala de aula sem preparar a aula." **Sigma** tem receio de que os "erros bobos" cometidos pelos futuros professores possam vir a prejudicar suas práticas.

Talvez nosso entrevistado não tenha, ainda, conscientizado-se de que, em seu trabalho com essa turma tão interessada, poderia aproveitar os erros cometidos pelos alunos para fazê-los explorarem suas próprias deficiências, preparando-os para ensinar Matemática de uma forma mais crítica, que aceitasse inicialmente soluções incorretas, para, posteriormente, **desmontá-las** a partir das refutações.

A ENTREVISTA COM ÔMEGA

No questionário, **Ômega** havia explicado como trabalha em sala de aula e referido-se às aplicações do conteúdo ensinado. Apresentou, no entanto, poucos exemplos de situações de ensino-aprendizagem, por isso iniciamos a entrevista solicitando esclarecimentos sobre esses aspectos.

Ômega considera que os alunos têm que "pegar o essencial de tudo", a visão geral em primeiro lugar, para que o professor, depois, possa "distrinchar, coisinha por coisinha": "a visão geral primeiro e depois vai analisando, vai dissecando aquilo ali.".

Ômega segue a tendência **tradicional** em seu ensino, iniciando a aula com uma "sondagem" sobre os conhecimentos dos alunos a respeito do conteúdo e revisando o que for necessário. A seguir, apresenta os principais tópicos teóricos e ocupa o restante do tempo com exercícios. Exemplificando com o ensino da propriedade da soma dos ângulos internos de um triângulo, **Ômega** explicou-nos como vê o processo de aprendizagem dessa propriedade:

> "...ele (o aluno) pode muito bem, se eu encaminhar, descobrir aquilo ali sozinho...então é isto que eu procuro fazer...eu procuro explorar isto aí...de que ele tenha a impressão de que tá descobrindo sozinho...depois a gente entra na parte teórica da demonstração...e aí eu vou fazendo perguntas e encaminho pra eles verem aquilo ali...mas eles descobrem em seguida."

No questionário, **Ômega** já havia respondido que "aprender um conteúdo significa ser capaz de aplicá-lo em outras situações." Notamos, no entanto, que o **aplicar**, para ele, não significa trabalhar com outras áreas do conhecimento:

> "...seria uma aplicação na situação nova...se ele aprendeu realmente, mesmo que não tenha nunca falado naquela oportunidade de aplicar, ele vai ser capaz de aplicar...não precisa nem ser na prática...pode ser dentro da própria Matemática...tu aprendeste um conteúdo em Lógica, digamos assim, de repente tu vai lá pra Análise, tu tens aquela mesma coisa...tu podes usar lá."

Quando insistimos um pouco mais na questão, para entendermos sua definição, **Ômega** concluiu que

> "...aprender é fazer que aquilo ali seja parte integrante de ti mesmo, quer dizer, no momento em que surge uma situação que tu possa relacionar com aquilo, vai diretão, não precisa nem pensar...se tu não consegue fazer isto, tu não aprendeste realmente."

A concepção de aprendizagem volta a aparecer quando **Ômega** comenta que só se pode "medir" a aprendizagem do aluno através das provas, pois

> "...muitas vezes, na aula, tu acha que ele está aprendendo, porque ele te responde, ele te faz perguntas que são coerentes, que são cabíveis,

e depois na prova faz umas besteiras...quer dizer, na hora ele estava participando, mas aprender mesmo, ele não aprendeu."

Notando que **Ômega** valoriza sobremaneira a prova escrita como instrumento de avaliação da aprendizagem, dirigimos, então, as perguntas para as questões dos critérios de correção e dos erros: "constumo valorizar tudo o que o aluno faz certo, mesmo que seja uma simples identificação do tipo de problema, mas também costumo descontar todo tipo de erro."

Os erros mais freqüentes, segundo **Ômega**, são aqueles "decorrentes da falta de base", em conteúdos de 1° e 2° graus. Ele comenta as respostas erradas com os alunos antes da prova, porque já sabe, de antemão, pela sua experiência, quais os erros mais freqüentes: " *cuidem isto aqui, prestem atenção, porque isto aqui é importante, vocês vão se enganar depois*...isto eu já sei, mas não adianta nada."

Ômega não devolve as provas aplicadas e não discute os erros em aula, espera que os alunos o procurem para, então, encontrarem o "bilhetinho" relativo aos erros cometidos. Parece não se preocupar em saber se o aluno leva suas observações em conta, não repetindo os erros: "não observei nunca, talvez eu não tenha tido chance ou não prestei atenção."

Ômega já havia, no questionário, indicado que a avaliação de seu trabalho, por parte dos alunos, não é muito favorável, pois, segundo ele, os estudantes reclamam que os conteúdos ensinados são difíceis, que "não entendem nada", que ele "corre muito". Mencionou, ainda, o relacionamento que tem com uma determinada turma, aquela a que se referia quando respondeu ao questionário: "eu só encontro má vontade deles...no primeiro dia de aula, eles não me conhecem ainda e já tá tudo de cara torta...a gente sente o ambiente, o clima da aula."

Apesar dessa dificuldade de relacionamento, não parece haver diferença entre o índice de aproveitamento dessa turma de **Ômega** e o de suas outras, pois "o índice é relativamente bom...é que eu procuro não fazer coisas muito difíceis, porque eu sei das dificuldades deles...avalio considerando tudo o que eu posso considerar."

Após os esclarecimentos sobre as concepções de ensino-aprendizagem, consideramos importante debater as idéias sobre a própria Matemática. **Ômega** já havia respondido, no questionário, que esta disciplina é importante porque "desenvolve o pensamento lógico" e exige "muita reflexão, concentração, análise e disciplina." Ao ser solicitado a definir a Matemática, ele respondeu:

> "...pra mim é uma das coisas mais lindas que existem, só isso...tem muitas coisas que me satisfazem, estudar aquilo me dá prazer, eu acho bonita, eu gosto de ver, eu gosto de trabalhar..."

Os entes matemáticos, para **Ômega**,

> "...são a base de toda esta ciência que tu manipula depois...são os atomozinhos, que vão crescendo e se desenvolvendo em todo o resto...são abstrações...que estão só na tua cabeça e em lado mais nenhum."

Ômega ainda acrescentou, voltando a referir-se à **beleza**: "até a beleza que tu vês na Matemática também tá na tua cabeça, como tudo o que tu sentes, tu fazes...tu transmites lá de dentro, do teu interior...são coisas que casam com tua maneira de ser, de pensar, de agir."

E, nesse momento, **Ômega** completou uma idéia que já havia aparecido nas respostas ao questionário: "os professores de Matemática destacam-se por serem dedicados, cumpridores, rigorosos, exigentes"..."por isso as pessoas que se dedicam à Matemática...são pessoas certinhas...corretas"

Ômega considera que sua visão de Matemática "talvez entre nas provas, na avaliação", pois ele faz observações, para os alunos, sobre os conteúdos que considera mais bonitos. Os estudantes, no entanto, parecem não compartilhar de sua opinião, pois, segundo ele, riem e perguntam-lhe: "onde é que o senhor vê beleza nisto aí?". **Ômega**, então, completa a entrevista dizendo: "que eu vou fazer? deixa rir...pra mim, a Matemática, antes de tudo, é bonita, não adianta!".

ANÁLISE DAS IDÉIAS EXPRESSAS POR ÔMEGA

Ao retomarmos o conjunto das idéias expostas por **Ômega**, tanto no questionário como na entrevista, chama-nos a atenção, de imediato, a concepção de Matemática, como algo belo e prazeroso, que serve para desenvolver o pensamento lógico, a concentração, a disciplina. Sua beleza, portanto, parece estar ligada à sua organização e logicidade, ao fato de ser um corpo de conhecimentos unificado, do qual os alunos devem ter, primeiramente, uma visão geral, para depois "dissecar" os elementos constitutivos, as abstrações, que se encadeiam e desenvolvem toda a estrutura dessa ciência.

Parece-nos, assim, que **Ômega** esposa a visão platônica da Matemática, lembrando, até pelos termos utilizados, as idéias expostas por Russell em suas obras:

> "A matemática, adequadamente encarada, possui não apenas verdade como também suprema beleza - fria e austera beleza, como a da escultura, sem apelar para qualquer aspecto de nossa natureza mais fraca.".(RUSSELL, 1977, p.69).

Em outro texto, Russell volta a falar na **beleza** da Matemática:

> "O mundo da matemática e da lógica permanece, em seu próprio domínio, encantador - mas trata-se do domínio da imaginação. A matemática tem de viver, com a música e a poesia, na região da beleza feita pelo homem, e não entre a poeira e a imundície do mundo.".(RUSSELL, 1958, p.37).

Portanto, a beleza que **Ômega** vê na Matemática, beleza que está na "cabeça" do homem e que rejeita os aspectos fracos e desprezíveis, parece ser aquela que Platão enxergava nessa ciência destinada à formação das elites. Assim, não é de estranhar que

Ômega credite à Matemática o papel de formadora de cidadãos "corretos, dedicados, cumpridores".

Também nos chamou a atenção a visão de ensino-aprendizagem exposta por **Ômega**, com ênfase no processo de descoberta, por parte dos alunos, dos conteúdos a serem estudados. **Ômega** descreve um processo de descoberta de uma propriedade dos triângulos que nos lembra o conhecido diálogo entre Sócrates e Ménon, em que o primeiro faz o escravo descobrir uma determinada propriedade que ele já saberia e que estaria apenas recordando.

Ômega, no entanto, não afirma que os alunos estão **recordando** um conhecimento, ele apenas utiliza o recurso das perguntas hábeis pra conduzir o raciocínio do aluno e despertar o seu interesse pelo conteúdo que será exposto a seguir. Aprender, para nosso entrevistado, é "aplicar um conteúdo em outras situações", mas vemos que essa **aplicação** é, efetivamente, um relacionamento entre os conteúdos, uma habilidade de enxergar, na situação nova, a estrutura já conhecida.

Comparando as idéias de **Ômega** sobre a Matemática e seu ensino e aprendizagem com suas opiniões sobre avaliação e erro, notamos uma incoerência, pois ele não valoriza, como se poderia esperar de suas explanações anteriores, as descobertas feitas pelos alunos em aula, as perguntas "coerentes, cabíveis" que eles lhe fazem durante a exposição dialogada do conteúdo. Para ele, somente a prova escrita "mede" a aprendizagem, e ele pré-julga os alunos, alertando-os para os erros que, segundo ele, os estudantes irão cometer nas provas.

Ômega talvez não se dê conta de que sua atitude provoca uma quebra do **contrato didático**, pois os alunos que estavam dialogando com o mestre e descobrindo os conteúdos novos, são avisados de que "vão-se enganar depois". Atitudes como essa podem ser responsáveis, talvez, pela "má-vontade" dos alunos a que **Ômega** se referiu.

Na processo de avaliação desenvolvido por **Ômega**, parecem estar presentes os aspectos rigorosos e exigentes apontados por ele como característicos dos professores de Matemática, pois se preocupa em analisar a questão em todos os detalhes, valorizando o que estiver certo e descontando todos os erros. Sua postura perante os erros é, claramente, de eliminá-los, pois procura, inclusive, evitar que os alunos os cometam; não surtindo efeito o seu alerta; também não aproveita os erros para rediscutir os conteúdos, pois só aqueles estudantes que o procuram é que recebem os "bilhetinhos" admoestatórios.

Ômega também mostra uma certa incoerência quando diz facilitar as questões das provas da turma com a qual tem dificuldade de relacionamento, pois podemos pensar que ele o faz não só por adaptar os critérios de avaliação ao nível da turma, mas também pela pressão exercida pelos alunos. Conforme CHEVALLARD e FELDMANN (1986, p.74), quando o professor prepara uma prova , "a confecção do enunciado é, dessa forma, limitada a um trabalho de ajustamento das questões propostas às capacidades supostas dos alunos" e essa **calibragem**, muitas vezes, é feita sob a pressão dos alunos, mesmo que não seja explícita, mas que se manifeste por atitudes de repúdio ao professor, de "má-vontade", de crítica.

Acreditamos que **Ômega**, por refugiar-se com a Matemática, em um mundo desligado dos problemas práticos, não consegue fazer a **ponte** entre a beleza que ele vê na Matemática e as necessidades dos seus alunos, que talvez queiram uma Matemática mais prática, mais voltada para os seus problemas.

ANÁLISE GLOBAL DAS ENTREVISTAS

Tendo analisado cada uma das entrevistas realizadas, podemos, agora, discutir as semelhanças e diferenças entre os discursos dos seis professores, quanto àqueles aspectos que já se salientaram na análise dos questionários e sobre os quais procuramos aprofundar as questões durante as entrevistas, a saber: **concepções sobre a Matemática, seu ensino e aprendizagem e formas de lidar com os erros cometidos pelos alunos.**

Abordando, inicialmente, as afirmativas a respeito da Matemática, vemos que as concepções de **Alfa**, **Beta** e **Ômega** são, em parte, semelhantes, pois os três professores consideram ser a Matemática um campo unificado de conhecimentos, cujos elementos estão organizados logicamente e representam a "essência das situações que se apresentam no mundo". **Alfa** valoriza o caráter utilitário da Matemática, pois enfatiza a contribuição dessa às demais ciências. **Beta**, ao contrário, não aceita ver a Matemática como uma "ferramenta para resolução de problemas", mas, antes, como uma "expressão do mundo". **Ômega** salienta a ordem, o rigor e a disciplina como elementos característicos da Matemática e, por extensão, dos que a ela se dedicam, mas enfatiza particularmente sua beleza e o prazer que encontra em trabalhar com essa disciplina.

Gama, **Delta** e **Sigma**, por sua vez, também parecem apresentar pontos em comum no tocante às concepções sobre a Matemática, pois os três professores salientam o caráter instrumental da Matemática. **Gama** considera ser a Matemática uma ferramenta, que serve para resolver problemas das outras ciências ou da própria Matemática, enquanto que **Delta** aponta seu uso para as necessidades cotidianas. Para **Sigma**, o sentido da Matemática é exatamente "facilitar a vida das pessoas", sendo tão importante quanto qualquer outro instrumento que tenha a mesma função.

Gama e **Sigma**, mesmo destacando o caráter utilitário da Matemática, apontam os aspectos formais de sua estrutura, mas **Delta** parece preocupar-se mais com as "idéias centrais" de cada conteúdo em particular.

Quais são, então, as concepções de Matemática que prevalecem entre os professores? Notamos uma distinção entre as concepções sustentadas por **Alfa**, **Beta** e **Ômega**, em que se sobressaem os elementos platônicos, e aquelas assumidas pelos três outros professores, em que se destaca mais o aspecto utilitário ou instrumental. De qualquer forma, são visões *absolutistas* da Matemática, pois todos parecem aceitar que essa ciência é o domínio das verdades absolutas e que o conhecimento matemático consiste em descrições dos entes matemáticos, das relações entre eles e da estrutura lógica que os sustenta. Nenhum dos professores entrevistados menciona a possibilidade de que o conhecimento matemático seja falível ou esteja aberto a críticas e correções.

Todos os professores parecem concordar com a afirmativa de que a Matemática desenvolve certas habilidades, como o raciocínio lógico, a capacidade de abstração, a facilidade em relacionar conhecimentos e transferí-los para novas situações. Essas características da Matemática, como disciplinadora do pensamento, que vêm sendo apresentadas ao longo dos séculos, - desde a afirmativa platônica de que os "bons calculadores" têm facilidade para todas as ciências, até as regras cartesianas para direcionar a mente - são afirmativas aceitas aparentemente sem discussão. Não obstante, as concepções dos profesores sobre o que seja ensinar e aprender Matemática nem sempre levam em conta essas afirmativas sobre o papel da disciplina como formadora do intelecto, pois os professores não parecem preocupar-se em desenvolver as habilidades acima citadas.

Pelas respostas dos seis entrevistados, tanto nos questionários quanto nas entrevistas, notamos que suas práticas docentes são **tradicionais**: aulas são expositivas, mais ou menos dialogadas, conforme o professor; motivação inicial, através de um problema ou da revisão da aula anterior, seguida da exposição do conteúdo associado ao anterior;

apresentação de exemplos e de exercícios de aplicação, que são realizados pelos alunos e, quando possível, corrigidos pelo professor. Cada professor, no entanto, modifica alguns aspectos dessa prática, de acordo com suas idéias, com as necessidades da turma, com as experiências que acumula ao longo dos anos, com as influências que sofre da Instituição, dos colegas ou dos próprios alunos.

Alfa, por exemplo, critica o ensino baseado na acumulação de informações, apresentadas de forma rígida e compartimentada, sem que o aluno tenha uma visão geral do todo. Coerente com suas idéias, busca incentivar o esforço individual dos alunos, mas esses, acostumados a atitudes paternalistas, procuram reverter a situação e exigem explicações demasiadas.

Beta também não aceita que a aprendizagem se dê por acumulação dos conteúdos ensinados; antes prefere dizer que o aluno aprende quando consegue tirar conclusões e integrar os conhecimentos. Assim sendo, apresenta os vários aspectos de um mesmo conteúdo, para que os alunos estabeleçam as possíveis relações.

Gama procura sempre adaptar a sua aula às necessidades dos alunos e valoriza o proceso de aquisição do conhecimento, procurando "fazer junto" com o aluno as conclusões e generalizações.

Para **Alfa**, **Beta** e **Gama**, portanto, o aluno não é passivo frente ao conhecimento; para os dois primeiros, no entanto, o aluno deve trabalhar de forma mais independente, enquanto que **Gama** trabalha junto com eles.

Delta, por outro lado, enfatiza a fixação dos conteúdos ensinados, a reprodução das regras e a sua correta aplicação e não parece oportunizar, aos alunos, situações em que eles possam "crescer dentro do assunto", de forma independente.

Sigma também valoriza a aquisição de conhecimentos, mas critica a idéia de que o aluno precise de reproduzir as regras, como em um jogo. Para ele, o estudante mostra que aprendeu quando sabe selecionar os conteúdos e os utilizar em situações novas. **Ômega** também expressa a mesma idéia sobre aprendizagem, apesar de seu conceito de aplicação ser diferente do de **Sigma**, pois esse só vê razão de ser da Matemática em sua possibilidade de "facilitar a vida", enquanto que **Ômega** foge das aplicações práticas e procura mostrar o uso da Matemática para a própria Matemática.

Sigma procura fazer com que seus alunos busquem soluções próprias para os problemas propostos, e **Ômega** estimula os estudantes, com hábeis perguntas, a descobrirem sozinhos algumas propriedades dos entes matemáticos. Assim, parece-nos que ambos consideram ser o aluno um agente ativo do conhecimento, mas não exigem sua independência, como o fazem **Alfa** e **Beta**.

Parece-nos, assim, que a prática tradicional é a que mais se evidencia entre nossos entrevistados, mas ela aparece matizada, entremeando alguns elementos que apontam certa inconformidade em relação a essa mesma prática. Temos que levar em conta, no entanto, o fato de estarmos analisando aquilo que os professores afirmam ser sua prática, e de poder haver diferenças entre esse discurso e a ação efetiva em sala de aula.

As semelhanças entre os comportamentos dos profesores ficam muito mais evidentes quando abordamos a avaliação da aprendizagem por eles realizada e a forma como lidam com os erros cometidos pelos alunos: todos utilizam provas escritas e todos têm como objetivo a eliminação dos erros.

Na elaboração das questões das provas e na escolha dos critérios de correção, os nossos seis entrevistados apresentam pequenas diferenças. **Alfa** propõe dois tipos de questões, as que exigem apenas cálculos e aplicações de fórmulas e as que envolvem o desenvolvimento de um modelo matemático para o problema. Na correção, valoriza mais as do segundo tipo e não se preocupa em discutir os erros cometidos pelos alunos, pois entende que é função do aluno buscar a retomada dos conteúdos não suficientemente compreendidos.

Beta avalia formal e informalmente os alunos; no primeiro caso, "mede" o rendimento através de provas escritas, enquanto que, no segundo caso, privilegia todas as experiências de sala de aula. Entretanto, apesar de preferir a segunda forma, não consegue desligar-se das exigências institucionais. Mesmo considerando a importância do erro para entender os "mecanismos do pensar", não aproveita o seu potencial, buscando, apenas, a sua eliminação.

Gama, Delta e **Ômega** salientam a pontuação dada às questões e a aceitação de tudo o que for "certo", já evidenciando o rechaço ao erro. Apontam as falhas cometidas nas provas, às vezes, discutem-nas, mas sempre com o objetivo de eliminá-las.

Sigma preocupa-se com os "erros bobos", cometidos pelos alunos, e não parece aproveitar as "soluções diferentes" por eles apresentadas em sala de aula, no sentido de explorar criticamente os erros que possam surgir.

De uma maneira geral, podemos dizer, então, que os nossos seis profesores entrevistados esposam uma visão *absolutista* da Matemática, ou seja, consideram que o conhecimento matemático é constituído de verdades absolutas, organizadas em um sistema lógico, coerente e rigoroso. A prática docente dos seis entrevistados é *tradicional*: em aula, o conteúdo anterior é revisado e o novo é exposto aos alunos que devem assimilá-lo e reproduzi-lo nas provas escritas, evitando, ao máximo, a ocorrência de erros.

No entanto, pelas diferenças já apontadas entre as idéias manifestadas pelos professores e suas descrições dos comportamentos em sala de aula, vemos que as relações entre concepções e práticas não são tão estreitas como podem parecer à primeira vista.

Não temos evidências para afirmar, por exemplo, que a visão platônica - que vê a Matemática como um corpo unificado de conhecimentos pré-existentes ao homem - esteja ligada a uma determinada concepção de ensino e de aprendizagem, enquanto que a visão instrumental - que enfatiza o caráter utilitário da Matemática - esteja ligada à outra, diversa.

Os três professores que parecem esposar uma visão platônica da Matemática apresentam características diferentes na sua prática, ainda que essa possa ser classificada como tradicional: **Alfa** procura sempre mostrar a utilidade dos conteúdos que estão sendo ensinados, enqunto que **Beta** e **Ômega** não se preocupam com aplicações práticas. Os três queixam-se das pressões dos estudantes: **Alfa** reclama do imediatismo dos alunos que não aceitam apenas a visão global e estão sempre exigindo uma explicação "mastigada" dos conteúdos; **Ômega**, ainda que concordando com **Alfa** quanto à necessidade de dar a visão geral em primeiro lugar, procura logo "distrinchar, coisinha por coisinha", todos os elementos. As reclamações de **Ômega** referem-se ao relacionamento com os alunos e à dificuldade em fazê-los ver a beleza da Matemática.

Beta procura mostrar a estrutura da matéria e dialogar constantemente com os alunos, desafiando-os a resolverem independentemente as "questões secundárias"; suas reclamações estão ligadas às pressões que os alunos exercem no sentido de manter a avaliação formal a que estão acostumados.

Os três entrevistados que parecem esposar uma visão utilitária ou instrumental da Matemática também apresentam diferenças nas suas práticas, pois todos procuram ensinar aquilo que é útil, mas o conceito de utilidade muda. **Gama** procura "adaptar" os conteúdos às necessidades dos alunos dos diversos cursos, dando exemplos de aplicações em Física, Química, Biologia, etc. **Delta** e **Sigma** vêem a utilidade da Matemática nas situações do dia-a-dia, mas não parecem passar essa visão para os alunos, pois enfatizam o seu uso para resolver questões da própria Matemática.

As diferenças entre os professores, no entanto, não são notadas no momento da avaliação. Não há discordância entre o tipo de instrumento de avaliação, pois todos privilegiam o uso de provas escritas. Também não há distinção entre as formas de considerarem os erros: todos buscam eliminá-los, seja alertando os alunos antes das provas (**Alfa** e **Ômega**, por exemplo, apontam os erros que sempre se repetem, esperando que os alunos os evitem nas provas), seja discutindo com os estudantes depois das provas, individualmente ou globalmente, procurando fazer com que eles não repitam os erros em outras situações.

As diferenças nas concepções absolutistas sobre a Matemática, sustentadas pelos entrevistados, com aspectos platônicos, formalistas, positivistas e utilitaristas[9] , não se fazem notar, portanto, na forma como consideraram os erros. Para todos, os erros são "acontecimentos desastrados, que seria melhor, se possível, evitar completamente", conforme diz DONALDSON (1977 , p.181), criticando esse ponto de vista "do senso comum".

Há, não obstante, certas incoerências entre as considerações dos professores sobre a Matemática e seu processo de ensino-aprendizagem e o que eles dizem fazer em sala de aula. **Alfa** considera importante dar a idéia geral dos conteúdos para que os alunos possam ver a utilidade dos mesmos, mas reclama da postura deles, quando exigem uma explicação muito particularizada sobre a necessidade do estudo de cada item.

Beta diz ser o erro um auxílio para entender os "mecanismos do pensar", mas não aceita as reclamações dos alunos que vêm defender as suas formas próprias de resolução das questões.

---

[9] Os aspectos formalistas e positivistas surgem em algumas idéias apontadas por **Beta** e **Gama**, mas não se sobressaem, no geral.

Gama defende o uso de questões em que o aluno possa mostrar a sua compreensão global dos conteúdos estudados, mas, na correção, adapta-se aos padrões utilizados pelos seus colegas, pontuando cada parte em separado.

Delta gostaria de fazer provas diferentes, em que não houvesse tanta ênfase na repetição dos conceitos e regras ensinados, mas teme a reação dos colegas e da Instituição e segue as normas vigentes.

Sigma, em aula, parece valorizar as "soluções diferentes" apresentadas pelos alunos, quando cada um procura seguir sua "linha de raciocínio". No entanto, não aproveita os erros cometidos pelos alunos nas provas para fazê-los explorarem suas deficiências em termos de conteúdos matemáticos.

Ômega, em aula, conduz habilmente os alunos a "descobrirem" as propriedades dos entes matemáticos, mas não valoriza o esforço dos estudantes e, ao avisá-los sobre os erros que irão cometer, faz um pré-julgamento que interrompe o processo criativo dos alunos. Ao tentar adaptar os critérios de correção das provas ao nível de conhecimento dos alunos, está, talvez, submetendo-se às pressões dos mesmos, que manifestam seu repúdio às críticas que sofrem através da "má-vontade" com que o recebem em sala de aula.

Chama-nos a atenção, em todos os aspectos incoerentes acima apontados, a ocorrência de pressões dos alunos, dos colegas ou da Instituição e a falta de conscientização dos professores sobre os aspectos contraditórios de suas práticas. Tal afirmativa se baseia nas atitudes de alguns dos entrevistados que se surpreenderam com alguma pergunta nossa, ou até com as suas próprias respostas, despertando, talvez, para a necessidade de refletir mais sobre suas práticas e suas concepções e crenças.

Quando **Alfa** se surpreende por não saber definir Matemática; quando **Beta** afirma que poderia "ganhar a briga" com os colegas e o Departamento, no sentido de modificar a avaliação, mas que não o faz porque não sabe avaliar de outra forma; quando

Gama conclui que sua forma de proceder em aula é a soma de todas as influências que sofreu; quando **Delta** descobre que gostaria de agir de forma diferente, se pudesse "fugir" das normas, estão, todos eles, dando um primeiro passo na direção de uma modificação em suas práticas, pelo menos naqueles aspectos em que tais práticas se mostram incoerentes em relação às crenças e concepções.

A capacidade de refletir sobre sua prática, a conscientização sobre a existência de alternativas para a prática, a sensibilidade para escolher e implementar estratégias coerentes com as suas concepções são fatores que, segundo Ernest (1991 a), possibilitariam aos professores refletirem sobre as incoerências entre suas concepções e práticas e desenvolverem uma prática autônoma, indispensável à implementação de um ensino crítico.

As diferenças entre os modelos de ensino-aprendizagem esposados pelos professores e aqueles efetivados nas suas práticas de sala de aula são, ainda segundo Ernest (1991 a), causadas pela influência do contexto social e pelo nível de conscientização dos professores de suas próprias concepções. O autor aponta as expectativas dos alunos e pais, o currículo institucionalizado, os livros-texto adotados e o sistema de avaliação vigente na escola como influências poderosas no sentido de homogeneizar a prática dos professores, fazendo com que as diferenças de concepções não se façam sentir no cotidiano da sala de aula

Acreditamos que, nos Departamentos de Matemática e nas IES envolvidas no presente trabalho, há, ainda, outros fatores impedindo o desenvolvimento de uma prática autônoma. Para esclarecer melhor essa afirmativa, vamos discorrer um pouco sobre as condições de ingresso e de trabalho dos professores universitários de Matemática nas cinco Instituições de Ensino Superior em que realizamos a presente investigação.[10]

De uma maneira geral, a maior parte dos docentes dos Departamentos de Matemática das cinco IES em questão ingressaram nas respectivas Instituições, após a Reforma Universitária de 1968[11], quando o aumento do número de vagas no ensino superior fez com que as Universidades tivessem que contratar novos professores em curto espaço de tempo. A falta de cursos de Mestrado ou Doutorado em Educação Matemática[12] e o pequeno número de pós-graduados em Matemática existentes no Brasil - realidade para a maior parte dos cursos universitários, àquela época - fez com que a titulação não fosse um dos critérios importantes para a seleção dos professores contratados.

Além disso, das cinco Instituições em questão, apenas uma realiza concurso público para provimento das vagas[13]; nas demais, o professor ingressante tem uma indicação favorável de algum professor do Departamento ou foi um ótimo aluno egresso do curso de Matemática da Instituição, ou, ainda, tem grande experiência em ensino de 1° ou 2° graus, destacando-se em sua escola de origem.[14]

---

[10] As observações que se seguem estão baseadas em informações que obtivemos dos seis professores entrevistados, complementadas por dados fornecidos pelos Coordenadores de Departamento, bem como em nossa experiência docente em três das Instituições pesquisadas.

[11] Das cinco Instituições pesquisadas, quatro foram criadas antes de 1968.

[12] O primeiro Mestrado em Educação Matemática existente no Brasil foi criado em 1984, na UNESP, de Rio Claro, SP.

[13] Nos últimos anos, uma das cláusulas do acordo sindical entre os professores do ensino particular e as entidades mantenedoras prevê que a contratação de novos professores seja feita através de edital, no qual se especifiquem os critérios de seleção; no entanto, em algumas IES, há normas regimentais anteriores que ainda valem e as contratações continuam a ser feitas nos moldes antigos.

[14] Às vezes, todos os fatores juntos concorrem para que um determinado professor seja contratado.

No decorrer dos anos, às vezes por pressões das próprias Instituições, muitos desses professores de Matemática se encaminharam a cursos de pós-graduação em Matemática, Estatística, Educação, Informática ou outras áreas de algum modo ligadas à sua atuação na Universidade. Atualmente, face às exigências das Agências Financiadoras e das Comissões Avaliadoras das Instituições, à concorrência entre as IES particulares e ao próprio aumento do número de mestres e doutores, a maioria das Institutições está exigindo pelo menos o título de Mestre para contratação de novos professores, sendo que algumas ainda colocam, como meta, atingir determinado número de mestres e doutores até um certo ano.

No entanto, nas Instituições pesquisadas, nem sempre a titulação é acompanhada da experiência no magistério e as inevitáveis comparações que são feitas entre as práticas pedagógicas dos professores e seus conhecimentos matemáticos (até mesmo através das avaliações dos professores pelos alunos, realizadas em quatro das cinco IES) desencadeiam pressões que se fazem sentir sobre aqueles professores que não agem de acordo com as normas mais ou menos institucionalizadas.

Essas pressões podem afetar, então, o desempenho daqueles professores que não têm, ainda, uma posição estável na Instituição, especialmente nas IES particulares, em que fatores econômicos têm, nos últimos tempos, acarretado um **enxugamento** do corpo docente, com demissão daqueles professores que, de uma forma ou de outra, não estão se **adequando** às necessidades da Instituição.

Porém, o temor da demissão não é o único fator que pressiona o professor. Mesmo nas IES em que não há normas escritas relativas à avaliação (Atos Normativos, por exemplo), os coordenadores de algumas disciplinas, nas reuniões periódicas com seus professores coordenados, estabelecem certas regras quanto ao número de provas, ao conteúdo que deve ser abrangido em cada prova, etc., com o objetivo **de homogeneizar** o ensino nas diversas turmas de uma mesma disciplina. Assim, o professor sente-se constrangido a agir conforme as normas, para ser aceito no grupo.

Esse **controle** dos professores pelos coordenadores ou Diretores não é, entretanto, entanto, generalizado, porque, em alguns casos, depende da disciplina lecionada. Se o professor leciona uma disciplina isolada, seu trabalho não é avaliado de perto e ele pode, apenas, no final do semestre, publicar as notas dos alunos segundo as normas da Instituição.

Tmbém a liberdade dos professores varia de acordo com a Universidade pesquisada. Morosini (1990) realizou uma investigação com professores de cursos de graduação da UFRGS e concluiu que esses professores são "soberanos solitários", pois reinam em sua sala de aula, tendo liberdade para adaptarem as súmulas de suas disciplinas e escolherem a forma de desenvolvimento dos conteúdos. Há, no entanto, um distanciamento muito grande entre as Comissões de Carreira e a maioria dos professores, pois esses não se sentem controlados, mas também não participam das decisões sobre os cursos em que lecionam.

Em algumas IES particulares, as decisões são tomadas pelas Direções ou por Comissões nomeadas para realizarem reformulações curriculares e, nem sempre, os professores que lecionam em um determinado curso (horistas, especialmente) têm participação nas decisões.

Os professores precisam, também, de adaptar-se, ao menos em parte, às necessidades e exigências dos alunos, para conseguirem estabelecer uma **convivência pacífica** com os estudantes. Tais **adaptações** dependem, também, do professor e da Instituição, pois em alguns casos, mesmo correndo o risco de serem avaliados negativamente pelos alunos, alguns professores insistem em agir de uma determinada forma e, às vezes, até se apoiam na imagem de **raladores** para avaliarem de acordo com suas idéias, desprezando opiniões em contrário de colegas ou dos alunos.

Ao tecer considerações sobre a conduta dos professores em relação à avaliação, apoiamo-nos, principalmente, em Chevallard (1988) e Chevallard e Feldmann (1986).

Também Baldino aponta a pressão das normas que vigoram em sala de aula, mesmo as que não são impostas pela Direção:

> "As leis vigentes na sala de aula são tão universais e estáveis a ponto de acharmos que são naturais, que nasceram com o mundo, que não poderiam ser outras. Quando se introduzem modificações nesta serenidade aparente, descobre-se não só que tais leis podem ser mudadas mas também que elas têm seus ardentes defensores, principalmente entre alunos e pais." (BALDINO, 1988, p.30).

Não obstante, pelas observações dos entrevistados, **Beta** e **Delta** principalmente, vimos que a mudança não é fácil e que o professor acaba por adaptar-se àquilo que é feito pelos colegas em termos de tipos de prova e de critérios de correção.

Outro fator que desencadeia a acomodação dos professores às normas vigentes é o fato de haver muitos professores horistas nas IES, especialmente nas particulares pesquisadas. Esses professores, lecionando também em escolas de 1° e 2° graus ou em outras IES, procuram agir dentro dos padrões de cada Instituição, para conseguirem manter-se em todas elas, sem criar atritos desgastantes.

Também nos parece importante registrar a falta de pesquisas sobre o processo de ensino-aprendizagem da Matemática em 3° grau, em nossas IES. Em geral, não há linhas de pesquisa em Educação Matemática, até, talvez, pela falta de professores com mestrado ou doutorado nessa área. Aqueles que procuram desenvolver investigações, fazem-no isoladamente; quando realizam algum trabalho inovador, mesmo que seja em conjunto com outros colegas, esse não tem continuidade, pois não faz parte ainda das normas aceitas pela comunidade e não vai ser repetido pelos professores que trabalharão com a mesma turma nos semestres seguintes.[15]

---

[15] CARNEIRO e HOFFMANN (1994), ao relatarem uma experiência nova em avaliação matemática, reclamam da dificuldade em motivarem outros professores para uma prática diferente: "os professores, mesmo os mais jovens e recém-formados, de quem se espera a busca de novos caminhos, tendem a repetir

O pouco tempo de que dispõem os horistas, envolvidos em atividades em várias Instituições, aliado à falta de uma **atitude de pesquisa** que predisponha os professores a discutirem os resultados obtidos com experiências novas, faz com que, de uma forma geral, os docentes universitários de Matemática, especialmente os das cinco IES em questão, não tenham ocasiões de debater os problemas de suas práticas, as suas idéias, suas sugestões de mudanças e, até mesmo, as pressões exercidas pelas Instituições e pelos alunos. As observações de **Alfa**, **Beta** e **Delta** sobre a falta de oportunidades de conversar sobre assuntos relacionados ao ensino de Matemática ou mesmo sobre suas próprias concepções é um testemunho da ausência de reflexão sobre todos os aspectos envolvidos na prática docente.

Alguns dos achados da presente pesquisa são, de certa maneira, corroborados por investigações realizadas em outros contextos, como as de Thompson (1984) e Guimarães (1993). Em ambos os estudos, os professores entrevistados, em geral, esposam uma visão absolutista da Matemática, têm um estilo tradiconal de ensino, concebem a aprendizagem principalmente como aquisição de conhecimentos e regras e não refletem sobre suas concepções e práticas.

Somente uma das professoras participantes da pesquisa de Thompson (1984) vê a Matemática de uma forma diversa, em uma concepção que pode ser classificada como falibilista; coerentemente, suas idéias sobre aprendizagem apontam a importância das conjeturas e refutações dos alunos na busca da compreensão dos conteúdos. Parece ser, também, a única que reflete sobre sua prática e sobre as conseqüências de tal prática para os alunos.

---

os modelos dos mestres que encontraram durante sua vida escolar, perpetuando exatamente o comportamento que criticaram e deploraram como alunos." (p.128).

Tendo concluído a análise global das entrevistas por nós realizadas e apontado os pontos de contacto com as investigações feitas por outros pesquisadores, queremos salientar os aspectos coincidentes e os não coincidentes dos resultados obtidos através dos questionários e das entrevistas, o que faremos no Quadro 5, apresentado à página seguinte. Enfatizamos, ainda, serem as conclusões a que chegamos válidas para os professores participantes desta pesquisa, para as situações particulares de ensino-aprendizagem a que eles se referiram e para o contexto geral em que se inserem.

Podemos, agora, encaminhar as reflexões no sentido de apontar caminhos para uma nova abordagem do ensino de Matemática, especialmente em nível de 3° grau e, mais especificamente para os cursos de formação de professores, pois serão os novos professores que influenciarão, com suas concepções e práticas, a aprendizagem de Matemática das futuras gerações.

QUADRO 5: ASPECTOS COINCIDENTES E NÃO COINCIDENTES DOS RESULTADOS OBTIDOS ATRAVÉS DOS QUESTIONÁRIOS E DAS ENTREVISTAS

Aspectos coincidentes entre resultados dos questionários e entrevistas	Aspectos não coincidentes entre resultados dos questionários e entrevistas
1.A concepção de Matemática que prevalece entre os participantes da pesquisa é a ***absolutista***, que considera essa ciência como um corpo estático e unificado de verdades absolutas. É enfatizada a importância da Matemática para o desenvolvimento das potencialidades do ser humano e para o crescimento das outras ciências. Tanto nas respostas dos questionários quanto nas entrevistas, os participantes se dividem em relação aos aspectos valorizados na Matemática: alguns privilegiam a unificação dos conhecimentos e a organização lógica, enquanto outros enfatizam o caráter instrumental. 2.A prática pedagógica da maioria dos participantes da pesquisa é a tradicional: as aulas são expositivas, a motivação é feita a partir da revisão da aula anterior, seguindo-se a exposição dos conteúdos novos e a aplicação de exercícios. 3.Tanto os respondentes do questionário quanto os entrevistados manifestaram a preocupação com as necessidades dos alunos ao selecionarem os conteúdos a serem ensinados. Porém, os que usam aplicações da Matemática às diversas ciências, fazem-no apenas para motivar ou exemplificar um determinado conteúdo e não há evidências de que saibam como fazer uso das aplicações a partir das necessidades dos alunos. 4.A avaliação realizada por todos os participantes da pesquisa é a tradicional, em que são utilizados testes e provas escritas, esperando que o aluno reproduza o que foi ensinado para medirem a retenção do conhecimento. 5.A preocupação de <u>todos</u> os participantes, na correção das provas, é no sentido de eliminarem os erros cometidos pelos alunos.	1.As observações sobre a falta de reflexão dos professores a respeito de suas concepções e práticas e sobre a dificuldade de desenvolverem uma prática autônoma surgiram no decorrer das entrevistas, mas não foram mencionadas nos questionários. 2.Os respondentes do questionário, em geral, acreditam que a aprendizagem se dá de fora para dentro e que o aluno aprende passivamente. Os entrevistados, no entanto, não são unânimes em aceitar essa concepção, tendo alguns, inclusive, criticado o ensino baseado no acúmulo de informações e mostrado seus esforços na busca de alternativas. 3.Os respondentes do questionário, em geral, consideram que os alunos aprovam seu trabalho. Os entrevistados, no entanto, já deixam transparecer as dificuldades que enfrentam quanto às exigências dos alunos, quanto às suas críticas e quanto à "má-vontade" manifestada. 4.A inconformidade com os procedimentos avaliativos utilizados pelos professores aparece nas respostas de alguns dos entrevistados, que declararam-se insatisfeitos com o processo utilizado, apesar de não saberem como fazer para modificá-lo.

10. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Após ter concluído a análise global das respostas dos professores aos questionários e das idéias apresentadas durante as entrevistas, podemos agora discorrer sobre os aspectos que mais se destacaram e encaminhar nossas reflexões no sentido de propor reformulações para o ensino nos cursos de Licenciatura em Matemática, especialmente no que tange à utilização dos erros como fator potencial de desenvolvimento do aluno.

Vimos que os professores têm, em sua maioria, uma visão *absolutista* da Matemática, considerando-a como o domínio das verdades absolutas, que se dispõem em uma estrutura complexa, onde imperam a ordem e o rigor. Mesmo quando apresentam mudanças em suas práticas, contestando certos aspectos do ensino tradicional, os professores estão imbuídos da idéia de que a Matemática é importante no desenvolvimento da essência do homem e de que devem evitar os caminhos que possam levar os alunos a erros.

Não há evidência, pelo menos entre os participantes da pesquisa, da aceitação da visão *falibilista*, que vê a Matemática como um campo em constante mudança, cujo conhecimento nasce da atividade humana, como parte de um processo social.

Mesmo aqueles professores que consideram estar a Matemática diretamente ligada às necessidades cotidianas, não parecem ver a possibilidade de o conhecimento matemático ser falível e corrigível. Esse conhecimento faz parte da vida diária e só tem sentido se for útil às necessidades cotidianas, mas é exato, indubitável e, uma vez estabelecido, deve ser ensinado como verdade absoluta.

É, portanto, uma postura dogmática a que prevalece entre os professores, originando, muitas vezes, uma prática autoritária, visto que as críticas e refutações, não aceitas em relação ao conhecimento matemático, por extensão também não são aceitas em relação à forma de apresentar esse conhecimento ou à forma de avaliá-lo. Lakatos critica duramente esse dogmatismo que não dá lugar a contra-exemplos e críticas: "ainda não se compreendeu suficientemente que a atual educação científica e matemática é um foco de autoritarismo e que é a pior inimiga do pensamento independente e crítico."(LAKATOS, 1978, p.186).

Imenes (1994), referindo-se às experiências desagradáveis com a Matemática escolar, relatadas a ele por muitas pessoas, aponta o autoritarismo presente na forma como o professor se coloca em relação à Matemática: se esse não aceita interpretações diferentes da sua, então ele não está contribuindo para o desenvolvimento do pensamento autônomo do aluno. Conseqüentemente, esse professor está reforçando a submissão do aluno às regras impostas por outrem, ou seja, a sua passividade face ao poder.

Não estamos afirmando (e acreditamos que Imenes também não o esteja) que o dogmatismo matemático - a visão absolutista dessa disciplina - seja responsável direto pela postura acrítica dos estudantes e, por extensão, da população em geral. Seria um reducionismo absurdo fazer tal afirmativa, visto que inúmeros fatores de ordem sócio-político-cultural influenciam o comportamento de uma determinada comunidade. No entanto, acreditamos que a Educação - e, no caso específico, a Educação Matemática com uma visão absolutista - tem a sua parcela de contribuição nessa confluência de fatores.

Os professores de Matemática, mais expostos ainda à visão absolutista dessa ciência por terem estado em contacto com a cultura matemática durante todos os anos de sua formação e por exercerem, muitas vezes, o autoritarismo herdado de alguns de seus mestres, tem, então, uma tendência bastante grande de aceitar passivamente as normas vigentes em uma determinada Instituição. As observações de **Ômega** sobre as pessoas que se dedicam à Matemática e que são "certinhas, corretas", e a aceitação, por parte de **Delta**, das normas de avaliação impostas pelo grupo de professores com quem trabalha, evidenciam essa tendência e apontam, também, para a falta de reflexão dos professores sobre suas concepções e práticas.

Se os profesores não se acostumam a fazer conjeturas sobre os conceitos matemáticos, se não refutam as resoluções de problemas e as demonstrações de teoremas propostas por outros professores ou pelos livros-texto por eles adotados, se não procuram criar novas soluções ou novas provas, se não apresentam suas idéias perante os colegas, expondo-as às críticas, então esses professores não conseguem, também, questionar as suas próprias concepções e práticas e detectar as incoerências que, por ventura, venham a apresentar.

Um aspecto bastante destacado nos questionários e entrevistas foi a utilidade da Matemática para as diversas ciências ou para a vida cotidiana. Muitos professores enfatizaram o caráter instrumental da Matemática, o fato de ela servir como **ferramenta** para as diversas ciências ou para a própria Matemática. Entretanto, não há evidências de que saibam como fazer uso das aplicações da Matemática no ensino dessa disciplina, pois a mera apresentação de exemplos de uso na Física, na Química, na Biologia ou na Economia não parece incentivar o aluno a buscar soluções próprias para os seus problemas, sejam eles pessoais ou profissionais.

A idéia de partir de um problema real e de apresentar os conteúdos matemáticos à medida que se tornam necessários para a solução do problema, já é utilizada por alguns professores de Matemática: é a metodologia da modelagem matemática, referenciada, por exemplo, em Bassanezi (1988). Outros professores, ao invés de partirem de problemas trazidos pelos alunos ou surgidos nas disciplinas profissionalizantes dos cursos freqüentados pelos estudantes, procuram utilizar aqueles problemas clássicos, cuja modelagem já foi realizada por outros e que servem como exemplos de aplicações dos conteúdos matemáticos às diversas ciências. Essa parece ser a prática privilegiada por muitos dos professores participantes da presente pesquisa.

Pensamos que, de uma forma ou de outra, a modelagem sem raízes históricas, ou seja, a apresentação de um modelo matemático para a resolução de um problema real ou fictício sem que o aluno conheça outras situações, ocorridas em épocas e contextos diversos, faz com que o modelo obtido pareça um *tour de force* do professor, como se fosse obrigado a adaptar o conteúdo da disciplina àquele problema surgido.

Muitas vezes os alunos questionam o professor sobre a validade do modelo, pois não têm informações sobre outros que tenham funcionado. Ou, então - o que também é freqüente - o problema é de simples resolução matemática, e os estudantes procuram usar o modelo obtido para projetar novas situações, mas os valores previstos não se adaptam à realidade.

Se não houve, em aula, uma construção do modelo, com todas as etapas de dúvidas, de tentativas, de acertos e erros, de reformulações, de discussões, então o aluno não vivencia o trabalho matemático, não o vê como um processo social, em que uma necessidade de um indivíduo ou de um grupo de indivíduos em uma comunidade faz com que seja buscada uma solução compartilhada por todos os envolvidos na busca: alunos, professores, matemáticos e técnicos de outras áreas relacionadas com o problema. Ao invés disso, o aluno vê o modelo como um produto individual, em que as dificuldades de construção foram escamoteadas e só os passos **assépticos** da construção são apresentados.

Mas o trabalho do matemático não é infalível: ele pode ser um percurso sofrido, acarretar erros que só serão descobertos anos mais tarde, sofrer retrocessos e percalços, bem como surgir de intuição brilhante que apresenta soluções, mas não indica os caminhos.

Um futuro professor de Matemática não pode-se formar pensando que essa ciência não tem falhas, que todas as áreas se desenvolvem harmonicamente dentro de uma estrutura lógica e hierárquica, que todos os problemas têm soluções e todas as proposições podem ser provadas. A visão absolutista, com todas as conseqüências já mencionadas, tem origem nessa falsa crença a respeito da Matemática e do trabalho dos matemáticos.

Mas, como se poderia levar os alunos a compreenderem melhor o desenvolvimento da Matemática ao longo dos tempos, a partir dos problemas característicos de cada época? Pensamos que a História da Matemática pode ter uma importante contribuição nesse sentido. Essa disciplina tem despertado, nos últimos tempos, grande interesse, especialmente por parte dos educadores matemáticos, preocupados em aprofundar o estudo dos problemas do processo de ensino e aprendizagem dessa disciplina.[1]

Alguns livros de História da Matemática utilizados em nosso meio - como o de Pastor e Babini (1951) - apresentam em comum o fato de fazerem uma história linear, factual, na qual se destacam os principais matemáticos de cada época e seus trabalhos, em uma apresentação tediosa e que se preocupa, apenas, em acumular fatos e datas. Essa forma de fazer História é contestada pela *Nouvelle Histoire*, corrente da historiografia contemporânea que vem se desenvolvendo especialmente na França, desde 1929, a partir da fundação da revista *Annales d'Histoire Économique e Sociale*. Seus criadores propunham-se a fazer uma história-problema, uma história de todos os homens, das estruturas, das evoluções e das transformações; uma história interdisciplinar.

O enfoque da Nova História adapta-se muito bem aos propósitos de utilização da História da Matemática no ensino dessa disciplina, pois, da mesma forma que a Educação Matemática, se socorre das outras ciências, buscando as possíveis interfaces.

Outra contribuição importantíssima dessa corrente historiográfica é a idéia dos tempos que convivem na História, exposta por Fernand Braudel:

---

[1] Os trechos que se seguem foram adaptados de um artigo de nossa autoria, denominado "A Escola dos Anais e a *Nouvelle Histoire*: possibilidades para uma nova História da Matemática", a ser publicado proximamente.

> "...existe a história que é imutável; depois há a história lentamente ritmada (a conjuntura, o movimento da população, os Estados, a guerra); enfim, há a história dos indivíduos e dos fatos, muito rápida. (...) Pois o tempo da história não tem uma única vazão; ele se escoa em camadas. Portanto, é necessário ver a história na vertical." (BRAUDEL, 1984, p.19).

A partir das obras de Braudel, toda uma produção histórica foi marcada pela tríade estrutura-conjuntura-acontecimento. A História, portanto, não deve ser explorada horizontalmente, em uma linha contínua, mas verticalmente, buscando em cada camada os elementos que se articulam, pois há histórias paralelas, com ritmos diferentes.

Também na História da Matemática, podemos encontrar esses tempos. Há a História quase imóvel do homem em relação com o meio, criando a Matemática que lhe serve para as necessidades cotidianas, como a que foi desenvolvida pelas civilizações às margens do Nilo, que precisavam de demarcar as terras, após cada cheia do rio. Depois, temos a história social que se move lentamente entre as grandes civilizações, cujos conhecimentos matemáticos foram disseminados a partir dos deslocamentos das populações e das conquistas. Finalmente, há a história rápida, a história dos indivíduos dentro das comunidades, as influências que esses sofrem: as pressões, as intrigas, os **fatos**.

Não se compreende um fato como, por exemplo, a criação das geometria não-euclideanas, sem situá-lo dentro de uma tradição de pesquisa que se desenvolveu desde a época de Euclides, a partir dos esforços para provar o seu 5º Postulado. Também não se avalia a importância do uso da Geometria de Riemann por Einstein, se esse fato não for relacionado ao extraordinário desenvolvimento da Física e da Química no início do século XX. Há, portanto, histórias paralelas que se desenvolvem em ritmos diferentes e que contribuem para a composição de um determinado acontecimento.

Le Goff (1990), um dos principais historiadores da fase atual da Nova História, propõe alguns desdobramentos para o futuro do movimento, como o aperfeiçoamento dos métodos de comparação e o estabelecimento de um novo conceito de documento. Aos alunos de um curso de Licenciatura em Matemática, essas sugestões podem servir para uma melhor compreensão da contínua expansão dos conhecimentos matemáticos.

Os futuros professores têm necessidade de entender cada conceito matemático de forma global, não só os aspectos técnicos, mas também a sua origem, desenvolvimento e aplicabilidde. E essa apreensão do todo não se estrutura apenas com uma visão (a ocidental, por exemplo) do que foi criado no passado, mas com a possibilidade de comparar todas as abordagens do conceito em todas as épocas e culturas. A Matemática, dessa forma, passa a ser vista como o trabalho de uma comunidade, como parte de uma herança cultural, que cresce e se desenvolve a partir de problemas teóricos e práticos, surgidos ao longo dos séculos, em vários grupos humanos.

O ensino de Matemática apoia-se muito em documentos, visto que´não se podem apresentar cálculos longos e provas minunciosas sem que haja registro escrito que sirva de apoio para seguir o raciocínio. Os textos escritos pelos matemáticos, desde o papiro de Rhind até os artigos e livros publicados nos dias de hoje, têm sido a base do ensinamento da Matemática. Entre esses documentos, destaca-se a correspondência mantida entre os grandes matemáticos, através da qual se pode ver o desenvolvimento de uma determinada área. Parece-nos, no entanto, que os textos são aceitos como verdadeiros sem que se faça um estudo da razão pela qual foram escritos, por quem foram encomendados ou a que propósito se destinavam.

Um exemplo interessante de registro matemático são as anotações feitas pelo francês Fermat à margem de um livro. Estudando a versão latina da **Aritmética** de Diofanto, Fermat escreveu a sua célebre conjetura: se n é um inteiro maior que 2, não há valores inteiros positivos x, y, z tais que $x^n + y^n = z^n$. Acrescentou, ainda, que havia encontrado a demonstração dessa proposição, mas que a margem do livro era pequena demais para contê-la. A sua frase desencadeou incontáveis tentativas de se fazer a prova, mas, até hoje, nenhum matemático o conseguiu.

Mas terá Fermat feito efetivamente a demonstração? Acreditamos que, se houvesse um estudo aprofundado do trabalho dos cientistas daquele período, poder-se-ia entender melhor os textos de Fermat inseridos naquele contexto. O estudo proposto não é mero diletantismo, pois a compreensão dos erros cometidos pelos matemáticos no desenvolvimento de uma área tão importante quanto a teoria das equações pode ser muito proveitosa para se entenderem as dificuldades evidenciadas pelos estudantes de Matemática e os erros que por ventura venham a apresentar.

Outra abordagem para uma nova História da Matemática é a pesquisa sobre o seu ensino. Entre todas as possibilidades que se abrem nesse campo, poder-se-ia citar, como exemplo, o levantamento dos livros utilizados no ensino de Matemática no Brasil, desde os primeiros tempos em que houve ensino institucionalizado no País: quais os conteúdos apresentados, quem são os autores dos livros publicados, qual a filosofia da Matemática que está por trás de cada obra, quais as teorias de ensino que embasam esses trabalhos, a quem era permitido ter acesso aos livros, quais os interesses ocultos quando os livros eram ou são indicados por uma Instituição. Todas essas são questões pertinentes e extremamente atuais, visto que as aulas de Matemática são, muitas vezes, uma repetição do conteúdo na forma em que é apresentado no livro-texto.

Imenes (1989) realiza uma análise dos livros-texto de Matemática, utilizados no ensino de 1° e 2° graus no Brasil, desde o início do século e conclui que a concepção platônica impregna a forma de apresentação dos conteúdos, mostrando-os desligados da vida e do que as pessoas fazem, como se tivessem existência própria.

Assim, a história do ensino da Matemática, desenvolvida a partir dos livros-texto utilizados, abre perspectivas para entender como certos erros, apresentados nesses livros e passados acriticamente aos alunos por professores pouco preparados, acabam por se tornarem obstáculos à aprendizagem da Matemática. Esse fato pode explicar em parte a queixa dos professores universitários no que tange à "falta de pré-requisitos" dos alunos, conforme vimos nos depoimentos dos participantes da presente pesquisa.

Para aproveitar as sugestões advindas da Nova História e fazê-las frutificar em um currículo de um curso de Licenciatura em Matemática, é necessário ter uma visão dinâmica dessa disciplina, aberta a críticas e reformulações. A concepção falibilista, apoiada nas idéias de Lakatos, pode proporcionar as condições para suplantar o dogmatismo e o autoritarismo presentes em muitas propostas de ensino de Matemática nos cursos de Licenciatura.

Para LAKATOS (1981, p.338), o ensino de Ciências e de Matemática está "desfigurado pela usual apresentação autoritária", porque apresenta o conhecimento pronto e não menciona os problemas que o originaram nem as dificuldades encontradas pelos cientistas ao resolvê-los. Ele propõe uma **História-com-Filosofia da Ciência**, em que se estabeleça uma "influência terapêutica" entre os dois campos do saber, apresentando a Ciência na História e a História na Ciência.

O entendimento do contexto histórico no qual se desenvolve uma descoberta matemática e das condições que permitem que os erros porventura existentes sejam encontrados é um fator importante para a formação dos futuros professores, no sentido de contestar a visão absolutista da Matemática que eles possam trazer do ensino básico, quando os erros são escamoteados e a Matemática é apresentada como um conjunto de verdades a serem assimiladas pelos alunos.

Mesmo que Lakatos não tenha explicitado a abordagem histórica para a Filosofia da Matemática, conforme a crítica de Ernest (1991 b), sua forma peculiar de referir-se à história dos fatos torna **Provas e Refutações**, sua tese doutoral, uma obra *sui generis* em História-com Filosofia da Matemática, pois o texto é uma "reconstrução racional" da história genuína, que aparece soberbamente documentada nas notas de rodapé.

Não há outros textos lakatosianos que retomem a mesma temática, talvez porque sua morte prematura o impediu de voltar a trabalhar com Filosofia e História da Matemática. Alguns editores reuniram seus escritos em livros, mas o próprio Lakatos, rigoroso com o que publicava, não tinha autorizado a divulgação de certos textos, que foram então **completados** pelos editores. Assim, não podemos dizer que suas idéias estejam completamente elaboradas ou que se articulem perfeitamente nas obras publicadas postumamente.

Não acreditamos que uma nova orientação para o ensino da Matemática possa basear-se totalmente nas idéias de Lakatos, primeiramente porque sua proposta de Filosofia da Matemática - o *quase-empiricismo* - não está totalmente elaborada, conforme as críticas apontadas por Ernest (1991 b). Além disso, Lakatos escreve sobre História e Filosofia da Ciência e da Matemática, mas suas opiniões sobre o ensino aparecem esporadicamente em alguns de seus textos. Não há uma **Filosofia da Educação Matemática** em Lakatos, apesar de ele ter-se envolvido com o ensino superior e a sua reformulação. Algumas de suas idéias, adaptadas por matemáticos e educadores matemáticos como Davis, Hersh, Tymockzo, Ernest e Borasi, no entanto, têm apontado novos caminhos para o ensino de Matemática.

Vamos discorrer, então, sobre as afirmativas de Lakatos com as quais concordamos, apoiando-nos nas opiniões de alguns de seus seguidores. Hersh considera que discussões sobre Filosofia da Matemática têm conseqüências sobre o ensino e a pesquisa em Matemática e propõe uma nova tarefa: "não procurar a verdade indubitável, mas considerar o conhecimento matemático como ele realmente é -falível, corrigível, experimental e em expansão, como são todos os outros tipos de conhecimento humano." (HERSH, 1979, p.43).

Essa expansão do conhecimento se dá a partir das discussões, das idéias compartilhadas, da possibilidade de se corrigirem os erros confrontando os trabalhos sobre um mesmo tema. Os entes matemáticos não são criados arbitrariamente, eles surgem da ação sobre outros entes matemáticos já existentes, que, por sua vez, foram criados para atender às necessidades da ciência e da vida cotidiana. Portanto, uma nova perspectiva para o ensino de

Matemática em cursos de formação de professores deve levar em conta essa concepção sobre a origem do conhecimento matemático: ele não "cai pronto do céu"[2] , não está dissociado das necessidades humanas, mas é experimental, gerado a partir das tentativas de solução dos problemas reais que surgem em uma determinada época ou comunidade.

Obviamente, não estamos acreditando ser possível um conhecimento estanque, que **brote** diretamente do empírico, sem raízes em outros conhecimentos. Pensamos, isso sim, que os conhecimentos acumulados pelas gerações de matemáticos constituem a reserva em que são buscadas as **ferramentas** que permitem solucionar os novos problemas. Mais ainda, as soluções já encontradas, no passado, para problemas semelhantes devem ser estudadas por todos aqueles que se propõem a ensinar Matemática, pois também não é admissível que se procure **reinventar a roda** a cada nova solução proposta.

DAVIS (1988, p.144) acredita que o novo professor de Matemática deve "tornar-se um intérprete e um crítico do processo matemático e da forma como esse processo interage com o conhecimento". O mundo moderno está de tal forma matematizado que somos beneficiários e vítimas dessa matematização. Davis questiona as conseqüências da exclusão de um grupo humano de determinados programas com base em critérios numéricos[3] e vê a discussão desses fatos como fundamental em cursos de formação de professores. Se a Matemática não é neutra, se ela pode instrumentar grupos humanos ou Instituições que tem caráter discriminatório, então é necessário que os professores de Matemática discutam com os alunos o uso da Matemática e a importância dos erros que por ventura possam ser cometidos por aqueles que a utilizam.

---

[2] Conforme expressão usada por Imenes (1989) ao criticar a visão platônica.

[3] As cláusulas relativas à idade em planos de saúde, por exemplo, baseadas em critérios estatísticos.

Quando um professor considera totalmente errada uma questão em que apenas a resposta numérica final está incorreta, e os alunos reclamam desse critério severo, é comum o professor responder que está preservando-os de futuros erros em suas vidas profissionais. Mas é suficiente essa resposta? Os alunos aprendem com o erro cometido? Parece-nos que não, pois o professor não parte da resposta numérica para questionar os alunos sobre a origem do erro cometido. Os alunos têm dificuldades com as operações elementares? Talvez não saibam utilizar a máquina de calcular?

Ernest (1991 a), ao defender a visão dinâmica de resolução de problemas em que o conhecimento matemático está em contínua expansão, enfatiza o processo de solução ao invés de aceitar um produto, uma solução pronta. Tymockzo (1986) defende uma filosofia pública da Matemática em que o conhecimento não seja criado individualmente, mas seja fruto do trabalho de uma comunidade. Em termos de ensino, aceitar tal filosofia significa aceitar, também, a avaliação e as críticas do trabalho de cada indivíduo dentro da comunidade; os erros, então, não seriam considerados um "abandono da verdade", mas uma possibilidade de se superarem as dificuldades.

Borasi (1985) considera que os erros são "janelas" para algo mais e que, olhando através dos erros, podemos explorar um determinado conteúdo matemático em todos os seus aspectos, detectando as dificuldades que possam apresentar para os alunos e partindo para uma investigação sobre o próprio processo de aprendizagem em Matemática.

A importância da construção social do conhecimento matemático, enfatizada por Lakatos e seus seguidores, pode também ser derivada das idéias de Vygotsky. O eminente pensador russo não tem, assim como Lakatos, uma obra totalmente elaborada, pois sua morte, também prematura, interrompeu um trabalho fecundo que já acumulava dezenas de artigos e livros sobre os mais diversos assuntos, como arte, literatura, pedagogia e psicologia, entre outros[4] .

Os escritos de Vygotsky têm sido traduzidos e discutidos no Ocidente, especialmente nos últimos anos, e há, atualmente, um grande interesse por alguns constructos vygotskianos, como a *lei fundamental do desenvolvimento*, enunciada da seguinte forma:

> "Todas as funções psicológicas superiores aparecem duas vezes no curso do desenvolvimento da criança: a primeira vez nas atividades coletivas, nas atividades sociais, ou seja, como funções interpsíquicas; a segunda, nas atividades individuais, como propriedades internas do pensamento da criança, ou seja, como funções intrapsíquicas." (VYGOTSKY, 1973, p.36).

Entre essas funções psicológicas superiores estão a atenção, a memória, a formação de conceitos, a compreensão, o raciocínio indutivo e dedutivo - funções envolvidas na construção do conhecimento matemático. Dessa forma, o trabalho matemático é social antes de ser individual.

A ênfase no social aparece, também, em outro dos conceitos vygotskianos discutido intensamente, o da *zona de desenvolvimento proximal* (ZDP), que relaciona novamente os níveis social e individual do desenvolvimento. Nas palavras do mestre russo, a *zona de desenvolvimento proximal* é:

---

[4] Há alguns pontos em comum entre Vygotsky e Lakatos, especialmente na vida pessoal e profissional, mesmo que seus interesses teóricos não tenham sido os mesmos. Ambos são originários do Leste europeu: Vygotsky nasceu na Bielorussia, em 1896, e Lakatos, na Hungria, em 1923. A origem étnica é a mesma, pois ambos são judeus e, de uma forma ou de outra, sofreram discriminações ou perseguições devido à origem. Vygotsky, mesmo sendo um dos melhores alunos de sua turma, teve dificuldades para ingressar na Universidade, pois àquela época, apenas 3% das vagas nas Universidades de Moscou e São Petersburgo podiam ser ocupadas por judeus. Lakatos foi um sobrevivente da perseguição nazista, tendo inclusive perdido a mãe e a avó em Auschwitz; para escapar dos alemães, trocou o sobrenome de batismo, Lipschitz. Tanto Vygotsky como Lakatos trabalharam para os respectivos governos da União Soviética e da Hungria, em funções ligadas à Educação: Vygotsky ocupou o posto de diretor do Instituto de Defectologia Experimental, em Moscou, enquanto que Lakatos desempenhou importantes funções no Ministério da Educação. A morte prematura colheu-os no auge da produtividade: Vygotsky faleceu de tuberculose, aos 37 anos, enquanto que Lakatos morreu aos 51 anos, de um tumor cerebral. (os dados biográficos de Vygotsky são encontrados em Wertsch (1988) e os de Lakatos, em Davis e Hersh (1985)).

> "...a distância entre o nível de desenvolvimento real, que se costuma determinar através da solução independente de problemas, e o nível de desenvolvimento potencial, determinado através da solução de problemas sob a orientação de um adulto ou em colaboração com companheiros mais capazes." (VYGOTSKY, 1989, p.97).

A diferença entre o que um aluno consegue fazer sozinho e o que ele realiza com a ajuda do professor ou de outros colegas, pode ser notada em aulas de Matemática, quando um aluno não consegue resolver um problema sozinho, mas, ao engajar-se no trabalho em conjunto com os colegas, consegue oferecer sugestões importantes à resolução da tarefa e, estimulado pelo grupo, chega aos mesmos resultados que os demais, ainda que em ritmo mais lento. Também a aprendizagem da Matemática se alicerça na interação social, antes de internalizar-se no indivíduo.

No entanto, os professores, em geral, não levam em conta as possibilidades que a interação social pode oferecer, especialmente do ponto de vista da avaliação. O desempenho individual é superestimado em detrimento do social, ou seja, daquele que poderia ser avaliado após a interação com o mestre ou com os colegas. Os erros cometidos em uma prova individual, mesmo quando discutidos em grupos após a correção, não são, em geral, retomados pelos professores para uma reavaliação do desempenho daqueles que cometeram os erros, mas que, talvez, já tenham reelaborado suas soluções.

Segundo VYGOTSKY (1989, p.97), a zona de desenvolvimento proximal "define aquelas funções que ainda não amadureceram, mas que estão em processo de maturação, funções que amadurecerão, mas que estão presentemente em estado embrionário.".

Portanto, o erro cometido por um aluno pode seu um sinal de que alguns processos ainda não estão maduros e o professor pode auxiliá-lo a se desenvolver, a entender o conceito, a estabelecer as relações pertinentes, a solucionar os problemas. Se a nota for atribuída apenas pelo desempenho na prova, a avaliação realizada pelo professor não estará levando em conta as possibilidades futuras do aluno; e esse futuro poderá ser o momento seguinte à interação com o mestre ou com os colegas.

Um dos professores entrevistados na presente pesquisa referiu-se, efetivamente, ao fato de que basta, às vezes, dizer uma palavra que lembre o conteúdo que deveria ter sido utilizado em uma determinada questão, e o aluno já se dá conta e refaz a solução imediata e corretamente. Não obstante, os professores, em geral, não modificam a avaliação feita, e o erro cometido não é relevado.

Outro ponto interessante na exposição de Vygotsky é a crítica ao ensino orientado para o desenvolvimento que já foi atingido. Segundo ele, esse ensino[5] :

> "...não se dirige para um novo estágio do processo de desenvolvimento, mas, ao invés disso, vai a reboque desse processo. Assim, a noção de zona de desenvolvimento proximal capacita-nos a propor uma nova fórmula, a de que o 'bom aprendizado' é somente aquele que se adianta ao desenvolvimento." (VYGOTSKY, 1989, p.100-101).

E o que seria um bom ensino de Matemática, nesse sentido? Parece-nos que não seria aquele que repete conteúdos já apresentados, em uma seqüência, às vezes, monótona de exercícios padronizados, pois estaria "a reboque" do desenvolvimento que já foi adquirido. Também não seria aquele que só atinge uma pequena minoria privilegiada de alunos que estão em um nível de desenvolvimento muito superior à média da turma e que, por isso, são estimulados pelo professor, discriminando aqueles que não têm ainda desenvolvidas certas capacidades exigidas para o trabalho com um determinado conteúdo.

---

[5] A tradução brasileira de Vygotsky (1989) usa a palavra **aprendizagem**, mas Wertsch (1988) faz uma observação, em nota de rodapé, sobre o vocábulo original russo, *obuchenie*, que pode significar tanto ensino como aprendizagem. Optamos, portanto, pela palavra **ensino**, que nos parece mais adequada ao contexto. Da mesma forma, apesar de reproduzirmos a citação conforme se apresenta em Vygotsky (1989), alertamos para o uso das palavras **instrução** e **ensino** em outros textos sobre Vygotsky em língua espanhola (Wertsch (1988), traduzido do inglês, e Palacios (1987), no original em espanhol).

O bom ensino, nessa perspectiva vygotskiana, seria aquele que estimula as funções psicológicas superiores que estão prontas para amadurecerem, ou seja, aquele que aproveita o potencial do aluno e dá apenas o **empurrão** necessário para que esse se possa desenvolver.

Bruner discute a proposta de Vygotsky sobre o *bom ensino* e dá a sua interpretação:

> "Se a criança torna-se apta a avançar estando sob a tutelagem de um adulto ou de um colega mais competente, então o tutor ou o colega auxiliar servem ao aprendiz como uma forma delegada de consciência até o momento em que o aprendiz é capaz de dominar sua própria ação até sua própria consciência e controle. Quando a criança adquire esse controle consciente sobre uma nova função ou sistema conceitual, torna-se, então, capaz de usá-lo como um instrumento." (BRUNER, 1985, p.24-25).

Assim, entre a solução errada dada por um aluno a um problema matemático e a possível reformulação dessa solução pelo mesmo aluno, há um período **de tutelagem** em que ele se apóia no conhecimento do professor ou no dos colegas mais experientes, para desenvolver o seu pensamento até poder retomar o problema e solucioná-lo, novamente sozinho, mas, agora, usando os instrumentos conceituais ou metodológicos adquiridos no convívio social.

Nesse caso, os erros cometidos não são simplesmente eliminados pelo professor ou pelos colegas, com a indicação da solução correta e já vimos, pelo relato de alguns dos entrevistados da presente pesquisa, que tais alertas não eliminam a ocorrência posterior do erro. Ao invés disso, a aprendizagem do aluno alavanca-se nos erros e na colaboração dos seus pares. É, assim, uma "passagem da atividade individual à atividade social e após um retorno à atividade individual." (WERTSCH, 1985, p.142).

Levando em consideração a passagem pela atividade social na aprendizagem da Matemática, a avaliação dessa aprendizagem não se pode embasar apenas no desempenho individual: é necessário, também, que o professor avalie a aprendizagem enquanto está-se fazendo, na interação com o professor ou com os colegas, pois dessa forma os erros cometidos na resolução das questões propostas não são simplesmente eliminados, mas servem como ponto de partida para explorar as dificuldades apresentadas pelos alunos. Dessa forma, o professor tem uma visão mais abrangente das reais capacidades dos estudantes e pode adequar o ensino às necessidades apresentadas pela turma, planejando estratégias que desenvolvam aquelas funções ainda não completamente amadurecidas.

A interação com o professor ou com os colegas, possibilitando ao aluno um questionamento sobre os conteúdos aprendidos, pode fazer também com que o futuro licenciado em Matemática se acostume a refletir sobre suas próprias idéias e suas formas de resolver um problema. Esse hábito de reflexão e de questionamento será, então, levado à sua prática docente, e o futuro mestre talvez consiga reverter o autoritarismo presente nas práticas usuais em aulas de Matemática.

Uma avaliação, segundo as perspectivas vygotskianas, é, portanto, *dinâmica*: explora os processos de aprendizagem do aluno e envolve uma interação entre esse e o professor, em oposição à avaliação *estática* que se concentra no produto, naquilo que o aluno sabe fazer por si só. Lunt (1994), ao estabelecer as diferenças entre os dois tipos de avaliação, salienta que a primeira é mais prospectiva do que retrospectiva, porque explora o potencial de um indivíduo ao interagir com outros.

Nossa proposta de reformulação do ensino de Matemática e, em especial, das práticas avaliativas nos cursos de Licenciatura envolve uma mudança radical na visão do professor, pois exige que esse aceite uma nova concepção sobre a Matemática, sobre seu ensino e aprendizagem e sobre o papel do erro nessa aprendizagem.

Um trabalho de acompanhamento do aluno em sua interação com o professor e os colegas, de detecção dos erros e de aproveitamento dos mesmos, é uma proposta viável na maioria dos cursos de Licenciatura em Matemática, especialmente nos existentes nas IES pesquisadas, pois a diminuição da procura por cursos de Licenciatura[6] , de uma maneira geral, faz com que os cursos de Matemática tenham um pequeno número de alunos por disciplina. Assim, a queixa de alguns dos professores entrevistados a respeito da dificuldade de se discutirem os erros cometidos pelos alunos, devido ao número excessivo de estudantes por turma, não se sustenta no caso das disciplinas ministradas especificamente no curso de Matemática. Nossos entrevistados **Delta** e **Sigma**, por exemplo, salientaram os bons resultados que conseguem quando têm uma turma pequena e podem fazer um trabalho muito mais interativo.

Três são, portanto, as vertentes que embasam nossas considerações: as idéias de Lakatos, os constructos de Vygotsky e as propostas da Nova História. Lakatos concebe a criação do conhecimento matemático como um processo social em constante **mudança**, iniciado por uma conjetura que vai sendo exposta a contra-exemplos e refinada ao longo do tempo. Assim, o ensino de Matemática deveria levar em consideração o contexto histórico no qual se desenvolve um determinado conceito.

Vygotsky propõe um ensino dirigido aos processos de desenvolvimento que estão em **mudança**, amadurecendo na *zona de desenvolvimento proximal*, prontos a desabrochar em uma interação social. No estudo das funções psicológicas superiores, o mestre russo enfatiza a importância de abranger o processo de desenvolvimento em todas as suas fases: "Estudar alguma coisa historicamente significa estudá-la no processo de mudança." (VYGOTSKY, 1989, p.74).

---

[6] O problema da diminuição do número de candidatos aos cursos de Licenciatura é uma constante em todas as Universidades brasileiras e tem sido debatido em vários congressos. No entanto, foge ao âmbito da presente pesquisa uma discussão das causas sócio-político-econômicas desse fato.

A menção à História, em ambas as perspectivas, não pressupõe uma história linear, factual, mas uma história ritmada, que faça comparações, que analise documentos, que busque, em todas as épocas, os elementos comuns. É, portanto, uma Nova História, das transformações, das **mudanças**.

E como podemos implementar uma **mudança** nos cursos de Licenciatura em Matemática a partir das idéias aqui expostas? Sabemos que propor tal modificação é uma tarefa difícil, pois estaremos questionando concepções e práticas arraigadas. Concordamos com D'AMBRÓSIO (1993, p.39), quando diz que a mudança é "tamanha utopia que exige da comunidade de educadores matemáticos a procura de alternativas criativas.". Mesmo sabendo das dificuldades, acreditamos ser possível oferecer sugestões para reformulações que poderão ser realizadas por etapas, de acordo com as possibilidades de cada curso de Licenciatura em Matemática.

Queremos enfatizar a importância na mudança na forma de se considerarem os erros dos alunos, mas essa está ligada a outras modificações, pois uma avaliação dinâmica só será realizada quando as concepções e práticas dos professores se modificarem, no sentido de aceitarem uma visão falibilista da Matemática.

Assim, em primeiro lugar, propomos a formação de grupos de estudo e discussão sobre os mais variados temas, desde História e Filosofia da Matemática , passando por debates sobre conteúdos das disciplinas básicas - Análise, Álgebra, Geometria - até trocas de idéias sobre Metodologia do Ensino da Matemática, sobre Análise de Erros e sobre avaliação. Esses grupos seriam formados por professores do curso de Licenciatura em Matemática de uma determinada Instituição ou mesmo de Instituições diversas, assessorados por especialistas em cada uma das áreas debatidas. Os encontros de professores teriam o objetivo subjacente de incentivar a reflexão sobre as concepções e práticas vigentes nos cursos atuais.

Assim como a comunidade matemática está envolvida no processo social de criação da Matemática, na medida em que cada conhecimento criado por um indivíduo é passado à comunidade que o critica e reformula, tornando-o público, de forma a ser internalizado pelos indivíduos da comunidade e gerar novos conhecimentos, também uma comunidade de Educação Matemática - o grupo de professores de um curso de Licenciatura em Matemática, no caso - deveria envolver-se no processo de ensino e aprendizagem dessa disciplina, abrindo espaços para que cada indivíduo possa trazer suas experiências de ensino e discuti-las com o grupo, de tal forma que as concepções subjacentes venham à tona e sejam criticadas; dessa maneira, cada indivíduo poderia concientizar-se das incoerências de sua prática, e o grupo poderia aproveitar a experiência discutida para reformulá-la e reaplicá-la, gerando novas experiências que seriam novamente discutidas.

Um ensino que contemple uma concepção falibilista da Matemática - que procure reproduzir, nas aulas de cada disciplina, o trabalho real do matemático, um trabalho social, em constante mudança, sofrendo correções ao longo do tempo; que aceite os erros cometidos pelos alunos e os aproveite para entender os seus processos de cognição; que avalie não só o trabalho individual, mas também aquele que é gerado na interação com o professor e com os colegas -, só será possível se os professores do curso em questão estiverem imbuídos desses ideais e compartilharem suas experiências, seus sucesso e fracassos.

Assim, se houver um grupo coeso que concorde com as propostas de mudança, ele será responsável pela segunda etapa: a elaboração, propriamente dita, do currículo do novo curso. A escolha das disciplinas e sua distribuição pelos diversos semestres do curso não é o fator fundamental em uma mudança: há propostas interessantes já apresentadas e divulgadas. (Souza et al. (1991), Informativo SBM (1994)). O aspecto mais importante, em nosso entender, é o conhecimento dos pressupostos básicos das teorias que pretendem adotar e a coerência entre tais pressupostos e o planejamento de estratégias de ensino e avaliação.

Propomos, portanto, que o trabalho dos professores se ancore nos pressupostos lakatosianos e vygotskianos e privilegie a mudança, a interação social e a reflexão. A coesão do grupo de trabalho e o consenso sobre as práticas - sobre as formas de considerar os erros, por exemplo - pode minimizar a pressão dos alunos, dos colegas de um mesmo Departamento ou da Instituição, no sentido de nivelar as exigências, conforme a queixa apresentada por alguns de nossos entrevistados.

Para enfatizar as considerações aqui apresentadas, vamos sintetizar nossa proposta de reformulação do ensino nos cursos de Licenciatura em Matemática, listando as principais **RECOMENDAÇÕES**:

a) Embasar a reforma nas idéias de Lakatos, nos constructos de Vygotsky e nas propostas da Nova História, enfatizando a mudança que se desenvolve no processo de criação do conhecimento matemático, nos processos de desenvolvimento cognitivo e no curso da história;

b) Formar grupos de estudo e discussão sobre temas relacionados à Matemática e à Educação Matemática, com o objetivo subjacente de incentivar a reflexão dos professores sobre suas concepções e práticas;

c) Elaborar, com a participação dos professores que vêm refletindo sobre suas concepções e práticas, um novo currículo para o curso de Licenciatura em Matemática. O aspecto mais importante dessa elaboração será o conhecimento, por parte dos professores, dos pressupostos básicos das teorias adotadas e a coerência entre tais pressupostos e as estratégias de ensino e avaliação;

d) Realizar um trabalho de acompanhamento do aluno de Licenciatura em Matemática, em sua interação com professores e colegas em torno do saber, detectando e aproveitando os erros cometidos e realizando uma avaliação dinâmica, que explore o potencial de um indivíduo ao interagir com outros.

Sabemos que estamos propondo uma mudança muito profunda para os padrões vigentes nos cursos de Licenciatura em Matemática com cujos professores trabalhamos na presente pesquisa. Não obstante, mudar é preciso, se não quisermos que os cursos se esvaziem e que, no futuro, os professores de Matemática sejam buscados entre os profissionais de outras áreas, como já ocorreu no passado. Apesar de todas as dificuldades sociais e econômicas que desanimam os jovens candidatos ao magistério de Matemática, ainda acreditamos ser válida tal opção profissional e esperamos que nosso trabalho contribua, de alguma forma, para modificar a situação atual.

11. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ARISTÓTELES. Metaphysics. In:ADLER,M.J.(ed.). *Great books of the western world.* 2.ed. Chicago: Encyclopaedia Britannica, 1990. v.7. p.499-626.

ARTIGUE, Michelle. Epistemologie et didactique. *Cahier de Didirem*, Paris, n.3, juin 1989.

BALDINO, Roberto R. Por que a matemática hoje? *Temas & Debates*, v.1, n.1, p.28-33, 1988.

BARDIN, Laurence. *Análise de conteúdo.* Lisboa: Edições 70, 1979.

BASSANEZI, Rodney C. Modelagem matemática: experiências no cálculo. *Bolema*, v.3, n.4, p.41-49, 1988.

BESSOT, Annie. Analyse d'erreurs dans l'utilisation de la suite des nombres par les enfants de la 1.ére anée de l'enseignément obligatoire en France au cours preparatoire (enfants de 6 a 7 ans). In: INTERNATIONAL CONGRESS ON MATHEMATICAL EDUCATION, 4., 1980, Berkeley. *Proceedings.* Boston: Birkhauser, 1983. p.474-476.

BLAIRE, Eric. Philosophies of mathematics and perspectives of mathematics teaching. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, v.12, n.2, p.147-153, Mar./Apr. 1981.

BORASI, Raffaella. *Alternative perspectives on the educational uses of errors.* Sherbrooke, 1987. 12 p. Trabalho apresentado no 3° CIEAEM, realizado em Sherbrooke, Canada, em julho de 1987.

_____ . *Beyond diagnosis and remediation.* Budapest, 1988a. 6 p. Trabalho apresentado no 6° ICMI, realizado em Budapest, Hungria, de 27 de julho a 3 de agosto de 1988.

_____ . Sbagliando s'impara:alternative per un uso positivo degli errori nella didattica della matematica. *L'insegnamento della Matematica e delle Scienze Integrate*, v.11, n.4, p.365-404, apr. 1988b.

_____ . Using errors as springboards for the learning of mathematics: an introduction. *Focus on Learning Problems in Mathematics*, v.7, n.3-4, p.1-14, 1985.

BRAUDEL, Fernand. Une vie pour l'histoire. *Magazine Littéraire*, n.212, p.18-24, 1984.

BROUSSEAU,Guy. Fondements et méthodes de la didactique des mathématiques. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, v.7, n.2, p.33-115, 1986.

_____ . Les obstacles epistemologiques et les problémes en mathématiques. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, v.4, n.2, p.165-198, 1983.

BRUNER, J. Vygotsky: a historical and conceptual perspective. In: WERTSCH, J.V. (ed.). *Culture, communication and cognition*: Vygotskian perspectives. Cambridge: Cambridge University Press, 1985. p.21-34.

CARDOSO, Ruth C.L. Aventuras de antropólogos em campo ou como escapar das armadilhas do método. In: DURHAM, Eunice R. et al. *A aventura antropológica*: teoria e pesquisa. 2. ed. São Paulo: Paz e Terra, 1988. p.95-105.

CARNEIRO, V.C., HOFFMANN, J.M.L. O ensino de matemática versus avaliação numa perspectiva construtivista: um diálogo possível? *Educação*, Porto Alegre, v.17, n.26, p.127-142, 1994.

CARVALHO, Dione Lucchesi de. *A concepção de matemática do professor também se transforma*. Campinas: UNICAMP, 1989. Dissertação (Mestrado em Educação)- Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, 1989.

CARVALHO, J.B. Pitombeira de. Matemática hoje. *Temas & Debates*, v.1, n.1, p.15-27, 1988.

_____ . O que é Educação Matemática? *Temas & Debates*, v.4, n.3, p.17-26, 1991.

CASÁVOLA, H.M. et al. O papel construtivo dos erros na aquisição dos conhecimentos. In: CASTORINA, J.A. et al. *Psicologia genética*: aspectos metodológicos e implicações pedagógicas. Porto Alegre: Artes Médicas, 1988.

CHEVALLARD, Yves. *Sur l'analyse didactique*. Marseille: IREM, 1988. (Publications de l'IREM d'Aix-Marseille, 14).

_____ . *La transposition didactique*: du savoir savant au savoir enseigné. Grenoble: La Pensée Sauvage, 1985.

CHEVALLARD, Yves, FELDMANN, Serge. *Pour une analyse didactique de l'evaluation*. Marseille: IREM, 1986. (Publications de l'IREM d'Aix-Marseille, 3).

COMTE, Auguste. *Cours de philosophie positive*. 3. ed. Paris: J.B.Baillière et fils, 1869. v.1.

CONFREY, Jere. Conceptual change analysis: implications for mathematics and curriculum. *Curriculum Inquire*, v.11, n.3, p.243-257, 1981.

COONEY, Thomas J. A beginning teacher's view of problem solving. *Journal for Research in Mathematics Education*, v.16, n.5, p.324-336, 1985.

COSTA, Newton C.A. da. *Introdução aos fundamentos da matemática*. Porto Alegre: Globo, 1962.

CURY, Helena Noronha. *Análise de erros em demonstrações de geometria plana*: um estudo com alunos de 3° grau. Porto Alegre: UFRGS, 1988. Dissertação (Mestrado em Educação)- Faculdade de Educação, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 1988.

______. Caracterização dos problemas do currículo de um curso de licenciatura em matemática. In: II ENCONTRO PAULISTA DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, São Paulo, 1991. *Anais*. CAEM-IME/USP, 1993. p.176.

______. *O currículo do curso de licenciatura em matemática da PUCRS*: análise dos problemas e perspectivas de mudança. Porto Alegre: 1991. 41 p. Trabalho apresentado para a disciplina Teorias da Educação e Currículo do Programa de Pós-Graduação em Educação da UFRGS. Texto digitado.

______. *Erros em soluções de problemas de cálculo diferencial e integral*: análise, classificação e tentativas de superação. Porto Alegre: PUCRS, Instituto de Matemática, 1990. 44 p. Relatório de pesquisa. Texto digitado.

______. *A Escola dos Anais e a "Nouvelle Histoire"*: possibilidades para uma nova história da matemática. A publicar.

______. Uma proposta para o ensino de história da matemática. *Educação*, Porto Alegre, v.12, n.16, p.9-15, 1989.

D'AMBRÓSIO, Beatriz S. Formação de professores de matemática para o século XXI: o grande desafio. *Pró-Posições*, v.4, n.1, p.35-41, mar. 1993.

DAVIS,Philip J. Applied mathematics as social contract. *Mathematics Magazine*, v.61, n.3, p.139-147, June 1988.

______. Fidelity in mathematical discourse:is one and one really two? *American Mathematical Monthly*, v.79, n.3, p.252-263, Mar. 1972.

DAVIS,P.J., HERSH,R. *A experiência matemática*. Rio de Janeiro: Francisco Alves, 1985.

______. *O sonho de Descartes*. Rio de Janeiro: Francisco Alves, 1988.

DESCARTES, René. *Discurso do método*. Lisboa: Edições 70, 1988.

______. Meditations on first philosophy. In: ADLER,M.J. (ed.). *Great books of the western world.* 2. ed. Chicago: Encyclopaedia Britannica, 1990 a. v.28. p.295-329.

______. Rules for the direction of the mind. In: ADLER,M.J. (ed.). *Great books of the western world.* 2. ed. Chicago: Encyclopaedia Britannica, 1990 b. v.28. p.223-262.

DEWEY, John. Experience and education. In: ADLER, M.J. (ed.). *Great books of the western world.* 2.ed. Chicago: Encyclopaedia Britannica, 1990. v.55. p.99-125.

DONALDSON, Margaret. L'erreur et la prise de conscience de l'erreur. *Bulletin de Psychologie*, v.30, n.327, p.181-186, jan./fév. 1977.

DOSSEY,John A. The nature of mathematics: its role and its influence. In: GROUWS,D.A. (ed.). *Handbook of research on mathematics teaching and learning.* New York: Macmillan, 1992. p.39-48.

DI GIORGI, Cristiano. *Escola nova.* São Paulo: Ática, 1986.

EBY, Frederick. *História da educação moderna.* Porto Alegre: Globo, 1962.

EDUCAÇÃO & REALIDADE. Porto Alegre: FACED-UFRGS, v.11, n.2, jul./dez. 1986. p.57.

EL BOUAZZOUI, Habiba. *Conceptions des élèves et des professeurs à propos de la notion de continuité d'une fonction.* Québec: Université Laval, 1988. Tese (Doutorado)- Faculté des Sciences de l'Education, Université Laval, 1988.

ERICKSON, Frederick. Metodos cualitativos de investigación sobre la enseñanza. In: WITTROCK,M.C. *La investigación de la enseñanza II*: metodos cualitativos y de observación. Barcelona: Paidós, 1989. v.2. p.195-301.

ERNEST, Paul. The knowledge, beliefs and attitudes of the mathematics teacher: a model. *Journal of Education for Teaching*, v.15, n.1, p.13-33, 1989 a.

______. The philosophy of mathematics and mathematics education. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, v.16, n.5, p.603-612, 1985.

______. *The philosophy of mathematics education.* London: Falmer, 1991 b.

______. Philosophy, mathematics and education. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, v.20, n.4, p.555-559, July/Aug. 1989 b.

_____ . The impact of beliefs on the teaching of mathematics. In: ERNEST, Paul. (ed.). *Mathematics teaching*: the state of the art. 2. ed. London: Falmer, 1991 a. p.249-254.

FENNEMA, E., FRANKE, M.L. Teachers' knowledge and its impact. In: GROUWS,D.A. (ed.). *Handbook of research on mathematics teaching and learning*. New York: Macmillan, 1992. p.147-164.

FERREIRA,Aurélio B. de H. *Novo dicionário da língua portuguesa*. Rio de Janeiro: Nova Fronteira, 1975.

FIORENTINI, Dario. Memória e análise da pesquisa acadêmica em educação matemática no Brasil: o banco de teses do CEMPEM/FE-UNICAMP. *Zetetiké*, v.1, n.1, p.55-94, março de 1993.

GATTEGNO, Caleb. El elemento humano en la matemática. *Conceptos de Matematica*, v.4, n.14, p.14-18, abr./mayo/jun. 1970.

GEE, J.P., MICHAELS, S. O'CONNOR, M.C. Discourse analysis. In: LeCOMPTE, M.D.,MILLROY,W.L.,PREISSLE, J. (ed.). *The handbook of qualitative research in education*. San Diego: Academic Press, 1992. p.227-291.

GLAESER, Georges. Epistemologia dos números relativos. *Boletim GEPEM*, n.17, p.29-124, 1985.

GÓMEZ, Pedro. *Las creencias de los profesores*: un vinculo entre la filosofia y la enseñanza de las matemáticas. Bogotá, 1993. Texto digitado.

GUIMARÃES, Henrique M. *Ensinar matemática*: concepções e práticas. Lisboa: Associação dos Professores de Matemática, 1993. Dissertação (Mestrado em Educação) - Faculdade de Ciências, Universidade de Lisboa, 1988.

GUIMARÃES JR, Wilson. Um protótipo para o diagnóstico automático de erros no algorítmo da subtração. In: CONGRESSO NACIONAL DE INICIAÇÃO CIENTÍFICA EM MATEMÁTICA, 2., 1989. Rio de Janeiro. *Anais*. Rio de Janeiro: UFRJ, 1989. p.2-19.

HADAMARD, Jacques. *An essay on the psychology of invention in the mathematical field*. Princeton: Princeton University Press, 1945.

HAGUETTE, Teresa M.F. *Metodologias qualitativas na sociologia*. Petrópolis: Vozes, 1990.

HERSH, Reuben. Some proposals for reviving the philosophy of mathematics. *Advances in Mathematics*, n.31, p.31-50, 1979.

HOWSON, A.G. (ed.). *Developments in mathematical education*. Cambridge: Cambridge University Press, 1973.

IMENES, Luís Márcio P. *Um estudo sobre o fracasso do ensino-aprendizagem de matemática.* Rio Claro: UNESP, 1989. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática)- Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, 1989.

_____ . O exercício da cidadania exige autonomia de pensamento. O que o ensino de matemática tem a ver com isso? In: ENCONTRO GAÚCHO DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 2., 1993. Porto Alegre. *Anais.* Porto Alegre, PUCRS, 1994. p.19-21.

INFORMATIVO SBM. Belo Horizonte, n.2, mar. 1994.

JAEGER, Werner . *Paidéia*: a formação do homem grego. São Paulo: Martins Fontes, 1979.

JAMES, William. Pragmatism. In: ADLER, M.J. (ed.). *Great books of the western world.* 2.ed. Chicago: Encyclopaedia Britannica, 1990. v.55. p.1-64.

KENT, David. Some processes through which mathematics is lost. *Educational Research,* v.21, n.1, p.27-35, 1978.

KLINE, Morris. *Mathematics*: a cultural approach. Reading: Addison-Wesley, 1962.

KÖRNER, S. *Uma introdução à filosofia da matemática.* Rio de Janeiro: Zahar, 1985.

KRAUSE, Eugene F. *Taxicab geometry*: an adventure in non-euclidean geometry. [s.l.]: Dover, 1986.

LAKATOS, Imre. *A lógica do descobrimento matemático*: provas e refutações. Rio de Janeiro: Zahar, 1978.

_____. *Matemáticas, ciencia y epistemología.* Madrid: Alianza, 1981.

LALANDE, André. *Vocabulário técnico y critico de filosofia.* 2. ed. Buenos Aires: El Ateneo, 1966.

LAVINE, T.Z. *From Socrates to Sartre*: the philosophic quest. 7. ed. New York: Bantam Books, 1989.

Le GOFF, Jacques. A história nova. In: Le GOFF, J. (org.) *A história nova.* São Paulo: Martins Fontes, 1990. p.25-64.

LERMAN, Stephen. Problem-solving or knowledge-centred: the influence of philosophy on mathematics teaching. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology,* v.14, n.1, p.59-66, Jan./Feb. 1983.

LIBÂNEO, José Carlos. *Democratização da escola pública*: a pedagogia crítico-social dos conteúdos. 2. ed. São Paulo: Loyola, 1985.

LLINARES, J., SANCHEZ, V. Las creencias epistemológicas sobre la naturaleza de las matemáticas y su enseñanza y el proceso de llegar a ser un profesor. *Revista de Educación*, Madrid, n.290, p.389-406, set./dic. 1989.

LUDKE, Menga, ANDRÉ, Marli E.D.A. *Pesquisa em educação*: abordagens qualitativas. São Paulo: EPU, 1986.

LUNT, Ingrid. A prática da avaliação. In: DANIELS, H. (org.). *Vygotsky em foco*: pressupostos e desdobramentos. Campinas: Papirus, 1994. p.219-252.

MACEDO, Lino de. Para uma visão construtivista do erro no contexto escolar. In: SÃO PAULO. Secretaria de Educação. Coordenadoria de Estudos e Normas Pedagógicas. *Coletânea de Textos de Psicologia*: psicologia da educação. São Paulo, 1990. v.1. p.346-362.

MACHADO, Nílson José. *Matemática e realidade*. São Paulo: Cortez, 1987.

MASSARIK, Fred. The interviewing process re-examined. In: REASON, P., ROWAN, J. (ed.). *Human inquiry*. London: John Wiley & Sons, 1981. p.201-217.

MATOS, João Felipe. Atitudes e concepções dos alunos: definições e problemas de investigação. In: PONTE, J.P. et al. *Educação matemática*. Lisboa: Instituto de Inovação Educacional, 1992. p.123- 171.

MEDEIROS, Cleide Farias de. *Educação matemática*: discurso ideológico que a sustenta. São Paulo: PUCSP, 1985. Dissertação (Mestrado em Psicologia da Educação)- Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, 1985.

MICHELAT, Guy. Sobre a utilização da entrevista não-diretiva em sociologia. In: THIOLLENT, M.J.M. *Crítica metodológica, investigação social & enquete operária*. 5. ed. São Paulo: Polis, 1987. p.191-211.

MOROSINI, Marília C. *Seara de desencontros: a produção do ensino na Universidade*. Porto Alegre: UFRGS, 1990. Tese (Doutorado em Educação) - Faculdade de Educação, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 1990.

MOSER, Alvino. *Filosofia e educação matemática*. Texto digitado. [1993 ?].

MOVSHOVITZ-HADAR, Nitsa et al. An empirical classification model for errors in high school mathematics. *Journal for Research in Mathematics Education*, v.18, n.1, p.3-14, 1987.

NEWELL, Allen, SIMON, Herbert. *Human problem solving*. Englewood Cliffs: Prentice-Hall, 1972.

OTTE, Michael. Didática da matemática como ciência. *Bolema*, v.6, n.7, p.78-84, 1991.

PALACIOS, Jesús. Reflexiones en torno a las implicaciones educativas de la obra de Vigotski. In: SIGUÁN, M. (coord.). *Actualidad de Lev. S. Vigotski.* Barcelona: Antropos, 1987. p.176-188.

PASTOR, J.R., BABINI, J. Historia de la matemática. Buenos Aires: Espasa-Calpe, 1951.

PATTON, Michael Q. Qualitative evaluation methods. 7. ed. Beverly Hills: Sage, 1986.

PESSANHA, José A.M. Platão: vida e obra. In: PLATÃO. *Diálogos.* São Paulo: Abril Cultural, 1983. p.vii-xxii.

PIAGET, Jean. Comments on mathematical education. In: HOWSON, A.G. (ed.). *Developments in mathematical education.* Cambridge: Cambridge University Press, 1973.p.79-87.

PLATÃO. *Diálogos.* México: Editorial Porrúa, 1984.

PONTE, João Pedro. Concepções dos professores de matemática e processos de formação. In: PONTE, J.P. et al. *Educação matemática.* Lisboa: Instituto de Inovação Educacional, 1992. p.187-239.

PONTE, J.P. et al. *Educação matemática.* Lisboa: Instituto de Inovação Educacional, 1992.

RADATZ, Hendrik. Error analysis in mathematics education. *Journal for Research in Mathematics Education,* v.10, n.3, p.163-172, May 1979.

_____ . Students'errors in the mathematical learning process: a survey. *For the Learning of Mathematics,* v.1, n.1, p.16-20, July 1980.

RESNICK, Lauren B., FORD, Wendy W. *La enseñanza de las matemáticas y sus fundamentos psicológicos.* Barcelona: Paidós, 1990.

ROKEACH, Milton. *Beliefs, attitudes and values*: a theory of organization and change. 8. ed. San Francisco: Jassey-Bass, 1986.

RIVIÈRE, Angel. Problemas y dificultades en la aprendizage de las matemáticas: una perspectiva cognitiva. In: COLL, C., PALACIO, J., MARCHESI, A. *Desarollo psicologico y educación III.* Necesidades educativas especiales y aprendizage escolar. Madrid: Alianza, 1990. p.155-182.

RUSSELL, Bertrand. *Meu pensamento filosófico.* São Paulo: Ed. Nacional, 1960.

_____ . *Misticismo e lógica e outros ensaios.* Rio de Janeiro: Zahar, 1977.

_____ . *Retratos de memória e outros ensaios.* São Paulo: Ed. Nacional, 1958.

SÁNCHEZ, José del R. Concepciones erróneas en matemáticas: revisión y evaluación de las investigaciones. *Educar*, n.17, p.205-219, 1990.

SANTOS, Vânia M.P. dos. *The impact of an innovative mathematics course on the beliefs of prospective elementary teachers*. Atlanta, 1993. 38 p. Trabalho apresentado no Annual Meeting of the American Educational Research Association, em Atlanta, Georgia, em abril de 1993.

SAVIANI, Dermeval. *Escola e democracia*. 25. ed. São Paulo: Cortez, 1991.

______. Tendências e correntes da educação brasileira. In: SAVIANI, D. et al. *Filosofia da educação brasileira*. 2. ed. Rio de Janeiro: Civilização Brasileira, 1985. p.19-47.

SIU,F.K., SIU, M.K. History of mathematics and its relation to mathematical education. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, v.10, n.4, p.561-567, 1979.

SILVA, Circe Mary S.da. A concepção de matemática de Auguste Comte. *Zetetiké*, v.2, n.2, p.71-83, mar. 1994.

SILVA, Clóvis Pereira da. *A matemática no Brasil*: uma história de seu desenvolvimento. Curitiba: Ed. da UFPR, 1992.

SKOVSMOSE, Ole. Mathematical education versus critical education. *Educational Studies in Mathematics*, n.16, p.337-354, 1985.

SMITH, Rolland R. Three major difficulties in the learning of demonstrative geometry. Part I: Analysis of errors. *Mathematics Teacher*, New York, v.33, n.3, p.99-134, Mar. 1940 a.

______. Three major difficulties in the learning of demonstrative geometry. Part II: Discription and evaluation of methods used to remedy errors. *Mathematics Teacher*, New York, v.33, n.4, p.150-178, Apr. 1940 b.

SNAPPER, Ernst. As três crises da matemática: o logicismo, o intuicionismo e o formalismo. *Humanidades*, v.2, n.8, p.85-93, jul./set. 1984.

SOUZA, Antônio C. Carrera de. *Matemática e sociedade*: um estudo das categorias do conhecimento matemático. Campinas, UNICAMP, 1986. Dissertação (Mestrado)- Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, 1986.

SOUZA, A.C.C.de et al. Diretrizes para a licenciatura em matemática. *Bolema*, v.6, n.7, p.90-99, 1991.

SUCHODOLSKI, Bogdan. *A pedagogia e as grandes correntes filosóficas*: pedagogia da essência e a pedagogia da existência. 3. ed. Lisboa: Livros Horizonte, 1984.

TAYLOR, S., BOGDAN, R. *Introducción a los métodos cualitativos de investigación*. Buenos Aires: Paidós, 1986.

THIOLLENT, Michel J.M. *Crítica metodológica, investigação social & enquete operária*. 5. ed. São Paulo: Polis, 1987.

THOM, René. Modern Mathematics: does it exist? In: HOWSON, A.G. (ed.). *Developments in mathematical education*. Cambridge: Cambridge University Press, 1973. p.194-209.

THOMPSON, Alba G. Teachers' beliefs and conceptions: a synthesis of the research. In: GROUWS, D.A. (ed.). *Handbook of research on mathematics teaching and learning*. New York: Macmillan, 1992. p.127-146.

______ . The relationship of teachers'conceptions of mathematics and mathematics teaching to instructional practice. *Educational Studies in Mathematics*, n.15, p.105-127, 1984.

TYMOCZKO, Thomas. Making room for mathematicians in the philosophy of mathematics. *Mathematical Intelligencer*, v.8, n.3, p.44-50, 1986.

UPINSKY, Arnaud-Aaron. *A perversão matemática*. Rio de Janeiro: Francisco Alves, 1989.

VYGOTSKY, L.S. Aprendizaje y desarollo intelectual en la edad escolar. In: LURIA, A.R. et al. *Psicología y pedagogía*. Madrid: Akal, 1973. p.23-39.

______ . *A formação social da mente*. 3. ed. São Paulo: Martins Fontes, 1989.

WEBSTER'S third new international dictionary. Chicago: Encyclopaedia Britannica, 1976. v. 1.

WERTSCH, James V. La médiation sémiotique de la vie mentale: L.S.Vygotsky et M.M.Bakhtine. In: BRONCKART, J.P. et al. *Vygotsky aujourd'hui*. Neuchâtel: Delachaux & Niestlé, 1985. p.139-168.

______ . *Vygotsky y la formación social de la mente*. Barcelona: Paidós, 1988.

WHITEHEAD, Alfred N. Mathematics as an element in the history of thought. In: NEWMAN, James R. *The world of mathematics*. London: George Allen & Unwin, 1960. v.1. p.402-416.

WILDER, R.L. The role of intuition. *Science*, v.156, n.3775, p.605-610, May 1967.

ZUÑIGA, Angel Ruiz. Algunas implicaciones de la filosofía y la história de las matemáticas en su enseñanza. *Rev.Educación*, San José, v.11, n.1, p.7-19, 1987.

12. ANEXOS

ANEXO 1: QUESTIONÁRIO

Escolha uma das disciplinas que você leciona nesse Departamento e a tenha em mente ao responder às questões abaixo. Caso o espaço não seja suficiente, complete a resposta no verso.

1) Se você fosse o responsável pela elaboração do programa da disciplina, que critérios você utilizaria para selecionar os conteúdos?

2) Você emprega contribuições de outras áreas do conhecimento no ensino da disciplina? Se o faz, explique de que forma.

3)Especifique um determinado conteúdo de sua disciplina e explique como você faz as adaptações para apresentá-lo aos alunos.

4) Na sua opinião, qual a importância da Matemática no conjunto das disciplinas?

5) E qual o papel da Matemática na educação do ser humano?

6) Detalhe os passos que você segue, em geral, para trabalhar um determinado conteúdo em sala de aula (metodologia utilizada, tarefas solicitadas, distribuição do tempo para as diversas etapas, etc.)

7) Como os alunos, de forma geral, avaliam o seu modo de proceder em sala de aula?

8) Na sua opinião, o que é aprender? Como o seu aluno demonstra que aprendeu?

9) Que critérios você utiliza para avaliar as respostas dos alunos a uma determinada questão proposta?

10)Quais os erros mais freqüentes cometidos pelos alunos na disciplina?

11) De que forma você lida com as respostas consideradas erradas?

12) Se você tivesse escolhido outra disciplina entre as que leciona nesse Departamento, suas respostas seriam diferentes? Em caso afirmativo, explique quais e porquê.

ANEXO 2: ROTEIRO PARA ENTREVISTA

Como se comporta o professor de Matemática na sua atividade docente? Que conteúdos escolhe? Como os transpõe para o ensino? Como age em sala de aula, que métodos utiliza?

Como o professor de Matemática considera que o aluno aprende Matemática? De acordo com essa concepção de aprendizagem, como ele atua de forma a promover a aprendizagem? Como avalia a aprendizagem do aluno? Que critérios utiliza para correção das provas? Como usa os erros no decorrer do processo de ensino?

Quais as opiniões do professor de Matemática sobre a natureza da Matemática, sobre as razões de ensinar Matemática, sobre sua importância para as atividades cotidianas e para o desenvolvimento da ciência?

ANEXO 3: FICHA DE DADOS

1.DADOS DE IDENTIFICAÇÃO

Nome:

Idade:

Sexo:

2.FORMAÇÃO ACADÊMICA

2.1 Graduação

Curso 1:	Curso 2:	Curso 3:
Instituição:	Instituição:	Instituição:
Término:	Término:	Término:

2.2 Pós-Graduação

2.2.1 Especialização

Curso 1:	Curso 2:	Curso 3:
Instituição:	Instituição:	Instituição:
Término:	Término:	Término:

2.2.2 Mestrado

Curso:

Instituição:

Término:

2.2.3 Doutorado

Curso:

Instituição:

Término:

2.2.4 Pós-Doutorado- Instituição:

3.EXPERIÊNCIA DOCENTE

3.1 Tempo de magistério em anos:

3.2 Instituições em que já lecionou (1°, 2° e 3° e 4° graus), incluindo aquelas em trabalha atualmente:

Instituição A:	Nível de ensino:
Instituição B:	Nível de ensino:
Instituição C:	Nível de ensino:
Instituição D:	Nível de ensino:
"	"
"	"

3.3 Dados relativos à docência na Instituição pela qual responde ao questionário:

3.3.1 Tempo de trabalho na Instituição em anos:

3.3.2 Regime de trabalho:

Tempo parcial ( ) Tempo integral ( ) Dedicação exclusiva ( )

3.3.3 Número de horas/aula ministradas neste semestre:

3.3.4 Disciplinas que leciona neste semestre:

Nome da disciplina:	Nível:
"	"
"	"
"	"

4. PUBLICAÇÕES

4.1 Livros publicados (quantidade):

4.2 Capítulos em livros publicados (quantidade):

4.3 Artigos publicados (quantidade):

4.4 Trabalhos completos ou resumos em Anais de Congressos (quantidade):

ANEXO 4: ÍNTEGRA DAS ENTREVISTAS

A ENTREVISTA COM DELTA

H- (Em relação à resposta da pergunta 1 do questionário) Quando escreves que um dos critérios seria pré-requisitos para a disciplina, o que queres dizer?

D- Ah, sim,sim...se eu vou dar Cálculo II, eles têm que saber o Cálculo I...

H- (sobre a pergunta 3) Tu dás a aula exatamente como está no livro? Como é que fazes as adaptações daquilo que está no livro?

D- Bom, daí eu, normalmente, não sigo assim exatamente o livro, o que tá ali.. Então, eu leio aquele livro, leio um outro e aí vou ver, assim, fazer um "puxa daqui-puxa dali", ver o que eu acho que fica melhor.

H- Mas, o que tu achas que fica melhor para aquela turma que tu estás preparando aula?

D- Ah, não, para o conteúdo em si... para o que eles vão precisar depois...eu nem penso, assim, naquela turma, exatamente neste caso. Para o que eles vão precisar depois, eu preciso ter isso, isso, isso e só...E aí, então,é que eu vou fazer a seleção, para ver. Por exemplo, normalmente eu começo assim,: defino, né, então vem a 1ª definição, vem aquela parte dos conceitos e tal, depois vêm os tipos de função, então eu vejo que tipos eu vou precisar, né, então de repente, lá no livro têm 20 tipos, eu vou precisar de 15, ou têm 15 e eu vou precisar de 20, então...quer dizer,é neste sentido, assim.

H- (Sobre a pergunta 8):Me explica melhor o que é aprender.

D- Eu acho que aqui, assim, para mim...é que eu sinto se o aluno aprende quando eu consigo ver se tá sabendo aplicar aquilo...se ele consegue abrir...o horizonte dele naquele assunto, entendeste?Quer dizer, não é só eu pedir: *deriva isto* e daí ele deriva. Mas, de repente, eu dou um probleminha querendo a aceleração de alguma coisa e ele não consegue encaixar aquilo ali dentro da derivada. Então, eu acho que é neste sentido, quando ele consegue enxergar aplicações...aprendeu e ainda foi além daquilo ali...no fim a gente dá é condições pra ele aprender, de repente,não é?Eu acho que aquilo que a gente ensina...tu consegues, assim, dar...pô, o cara de repente vai ter que pegar livros e aprofundar aquilo ali pra entender mais. Então, eu sempre digo pra eles: *o que eu tô dando aqui é o be-a-bá, agora vocês vão aprofundar o assunto e vão tentar pesquisar em outras coisas pra aprender mais*...e aí é que vai crescer,né?Porque, se não, o cara fica naquilo ali, só naquilo que tu faz, aquilo é o mínimo.

H- (Sobre a pergunta 10):quando tu dizes "erros por falta de estudo para fixar o conteúdo", o que queres dizer com isso?

D- Seria assim, Helena , eu noto assim,por exemplo, às vezes, eles chegam a estudar, mas não chegam a fixar a coisa, eles não exercitam o suficiente, eles lêem aquele assunto, ficam com a idéia, mas não conseguem reproduzir, porque a parte da memória não funcionou ; por exemplo, na derivada, às vezes, o cara sabe, ele enxerga qual o tipo de derivada, mas ele não sai do chão, porque ele não sabe a fórmula, porque ele não chegou a fixar,...então, faltou, estudo, realmente, pra ele poder reproduzir aquilo ali...aí, como eles não sabem, né, esta partezinha anterior, nossa!, se perdem nas coisas ...quer dizer, vão fazer uma fórmula de Bashkara,derivam uma coisa, vão igualar a zero pra achar um ponto de máximo ou mínimo, caem numa equação de 2° grau...a regra do produto nulo, eles aplicam pra produto igual a 3...

H- (Sobre a pergunta 11) Como tu mostras os erros para os alunos?

D- Ah, é em aula. Eu normalmente levo as provas pra aula, pra eles,né,e daí eu dou um tempo: no final da aula, meia hora ou 20 minutos, conforme, conforme o tempo que eu tenho, mas normalmente eu dou um tempinho bom pra eles poderem, então, analisar bem o que fizeram e aí então eu vou nos erros.

H- Mas, na correção, tu salientaste?

D- Salientei...eu corrijo, marco...se o cara calculou o volume e eu queria a área, eu boto lá: "área". Então, marco ali onde está o erro e escrevo, até pra mim, depois, quando eu vou mostrar, eu já sei, já tenho a indicação do que foi que errou.

H- E daí, então, tu vais para o aluno?

D- Sim...agora mesmo, neste semestre, que as minhas turmas eram pequenas, eu quase conseguia fazer com todas isto aí, a não ser aquele muito desligado, que na hora que eu ia mostra a prova, ia embora. Caso contrário, eu conseguia ir um por um e dizer: *olha, tu viu onde tu errou*? E aí eu conseguia mostrar. Quando tinha turma pequena, aí dava pra fazer. E eu acho que isto foi muito bom, porque eles não repetiram este tipo de erro. Eu até fiz a experiência de botar, no exame, questões da primeira prova, da segunda prova, coisas que tinham tido bastante erro, e não se repetiram, que dizer, achei que foi bom...porque a gente não tem condições de fazer isto...e este semestre deu. Eu gostei, assim, vi que...até tinha um rapazinho que fez um erro numa questão de Álgebra...pra demonstrar,ele não demonstrou nada,quer dizer, ele usava a tese, ele usava aquilo que ele queria demonstrar em vez de usar a hipótese...sabe?Fazia uma enrolada. E, agora, então, ele conseguiu entender o que que ele tinha que demonstrar, o que que ele tinha que usar pra demonstrar aquilo ali. Foi fazendo esta análise, assim, com eles.

H- Tu achas que o aluno aprende quando ele consegue crescer. Agora, como é que numa prova tu avalias quando o aluno aprendeu, nessa tua visão?E tu analisas os erros com este objetivo, isto é, de ver se o aluno cresceu?

D- Ah,eu sim. Eu vejo, assim, por exemplo, né, o cara, de repente, ele tem que fazer uma integral e ele errou aquela integral ali. Aí, daqui a pouco, lá numa outra questão, tinha uma coisa que encaixava aquilo ali, que, se ele soubesse integrar aquela, ele iria fazer...são coisas parecidas...aí, ele usa a mesma técnica lá, usa certo e aqui não...Agora mesmo, eu estava ali com a (citou uma colega), tinha um cara que fez mais ou menos isto:ele tinha uma questão pra resolver e ele perdeu toda a questão, ela não deu nada pra ele, porque ele não usou lá a derivada que precisava usar,tá? Mas lá adiante, na outra, tinha a mesma questão e ele fez certo,usando a mesma derivada. Então, ela estava lá, se dava aquele ponto ou não. Eu disse: *Olha, não daria o ponto inteiro, mas consideraria alguma coisa, porque ele sabe fazer, sei lá o que aconteceu na hora daquela primeira ali.* Então, eu sempre penso assim, eu penso em ver, assim, se o cara aprendeu alguma coisa, o que aconteceu,será que ele...de repente, ele se passou mesmo...eu consigo, assim...sei lá, eu consigo, na hora da prova, quando eu estou corrigindo, ver se o cara não sabe nada ou se ele conseguiu pegar a idéia e se perdeu ali pelo meio...eu acho que...quando ele vai derivar a função, ele aplica a derivada certa, ele faz u^p, na hora que ele vai derivar u, ele erra uma coisa qualquer...mas ele pegou,...a idéia central,né...

H- (Sobre as perguntas 4 e 5) Nas duas, tu disseste mais ou menos que a Matemática ajuda o aluno a pensar, etc. De uma forma geral, o que é a Matemática para ti?Como tu a definirias?

D- Ah, eu definiria assim, né...que é aquela disciplina, aquela ciência, que faz com que a pessoa desenvolva o raciocínio...que faz ela pensar realmente, que abre o horizonte para todas as outras.

H- E como é são os entes matemáticos para ti? Tu disseste:"É a ciência que...". Se pensarmos na biologia, por exemplo, os entes da biologia são os seres vivos, eles estão no mundo, tu podes chegar a um ser humano através dos sentidos...E os entes matemáticos, onde eles estão?

D- Estão em qualquer lugar! Se eu saio daqui, por exemplo, e vejo um triângulo, vou sair pela hipotenusa (risadas).Eu não sei, eu enxergo, assim, a Matemática em tudo.

H- Tu achas que a Matemática está no mundo?

D- Eu acho, eu acho como eu estou te dizendo exatamente aqui.Pois, se eu sair daqui, vou fazer um trajeto, eu já procuro ver onde é que está o triângulo, que eu vou pelo caminho mais curto. Eu acho, eu enxergo isso.

H- Com os entes matemáticos tu fazes uma leitura do mundo?

D- É, nem todos,né,mas sempre alguma coisa me lembra...sempre eu consigo associar,relacionar as coisas.

H- E pensando em termos de linguagem,de formalismo?Se definirmos Matemática como linguagem, então os entes matemáticos são símbolos daquela linguagem.

D- Sim, é outra linha, daí.

H- Ou tu podes pensar que a Matemática é apenas uma construção da mente,abstrata, que não tem nada a ver com a realidade, é um jogo. Dessas visões...

D- A minha seria a de viver junto com a Matemática. (risadas)...Nem eu sabia disso...(risos)

H- O meu trabalho é entender como as diversas concepções da Matemática influenciam o trabalho do professor. E existe a idéia de que a Matemática é uma leitura de mundo...

D- Hã,hã, eu tô nesta aí...Eu procuro sempre relacionar as coisas, quando eu vou fazer alguma coisa, eu penso,assim, na Lógica, será que isto aqui é...para qualquer...quase que para qualquer coisa que eu vou fazer...

H- Então isso esclarece melhor tua resposta à pergunta 4: "O ser humano desenvolve habilidades uma vez que é obrigado a pensar" .E depois na 5: "Desenvolve o raciocínio lógico, auxiliando na resolução de problemas". Tu estás sempre pensando na Matemática como alguma coisa que está junto com as atividades do ser humano?

D- Sabe que eu acho que eu faço isto mesmo,Helena? Porque tu sabes que quando eu fiz esse curso na Educação, era gozado, de repente as pessoas diziam assim: "Agora,o matemático..." Aquele professor, ele dava aula sábado de manhã inteira; aí, quando chegava nos dez minutos finais, em todas as aulas ele dizia: "Agora o matemático vai fazer o apanhado" E tu sabes que eu fazia, assim? E aí, o pessoal no fim brincava e dizia assim: "Não, agora não vamos mais vir pra aula das 8h, só vamos vir nos dez minutos finais" Em todas, inclusive naquelas disciplinas, eu sempre conseguia enxergar alguma coisa que me ajudava, que era relacionada com a Matemática, era gozado!. Se eu ia ler um livro, mesmo que não dissesse nada daquilo, não tinha nada escrito de Matemática , mas eu sempre conseguia enxergar alguma coisa, assim, que me lembrasse, que me fizesse relacionar, né...*tem fundamento porque isto aqui se faz assim*...então eu meio que levo as coisas junto, acho que é isto aí.

H- E agora voltando ao aprender.Tu tens uma visão de que a Matemática está sempre junto, na tua vida ela está sempre junto.

D- Pra mim, está... eu tenho que fugir disto...por exemplo, em relação ao aluno, às vezes, eu acho que eu devo ter que fugir, porque...por exemplo, eu vou corrigir uma prova, de repente eu tenho que seguir a linha de todo o mundo,né?Eu acho que de repente eu devo,às vezes, fugir deste pensamento,assim... quando eu fizer alguma coisa específica, assim, do meu trabalho...por exemplo, eu não posso avaliar coisas fora do que os outros fazem...porque vai ter diferença da minha turma pra turma dos outros,sabe? Eu acho assim...eu tenho o meu pensamento, mas eu procuro fazer as coisas dentro do que todo o mundo faz,é claro, dentro daquela linha que é tradicional. Mas eu acho que, se eu pudesse...se eu fosse dono da minha cabeça, se eu pudesse fazer a coisa diferente, não faria provas como faço aqui. Acho que, de repente, não.

H- Pois é, é isto que eu notei...

D- É muito de conhecimento, de conhecimento, repetir, repetir...Eu acho que, se eu pudesse, eu não faria tudo assim, nessa linha. É que, sabe como é, pega Cálculo, 20 turmas, todos os alunos têm que ter as mesmas possibilidades, entende? Pega um lá, com um professor que faz um trabalho totalmente diferente, e aí a coisa já não...

H- Mas, e em lugares onde não há 20 turmas, a tua maneira de proceder...

uma coisa diferente...

H- Que interessante...

D- Pois é...

H- Tu sabes que, de vez em quando, aqui nas entrevistas, eu fico surpresa....

D- Eu também estou...eu nunca botei isto pra fora, sabe? Assim, nunca cheguei...porque eu nunca paro pra pensar realmente e falar sobre isto, né?Então, é isto aí.

H- Pois é isto que eu estou procurando ver, como a concepção do professor está influenciando sua maneira de avaliar, se as coisas correm paralelas ou se ele tem uma visão e na hora de avaliar, tem outra.

D- É, de repente eu acho que sai fora um pouco por causa dessa coisa da gente ter que seguir aquela norma. Eu vou corrigir...por exemplo, fiz, agora mesmo, prova junto com outras pessoas, então eu vou corrigir... bom,até aqui se dá tanto, até ali se dá tanto...eu não vou querer que meu aluno saia com vantagem em relação ao outro ou o contrário... então, eu vou seguir as mesmas normas. Mas, de repente, eu acho que eu gostaria de fazer uma coisa diferente... eu não sabia...(risos).

A ENTREVISTA COM ÔMEGA

H- Na primeira pergunta, sobre os critérios que utilizarias para selecionar conteúdos para uma disciplina, não respondeste exatamente o que fora perguntado. Por quê?

< o entrevistado lê sua resposta >

O-Mas esta "capacidade " aqui, não seria um critério, né, seria uma coisa que eu ia fazer durante a minha aula.

H-Seria um objetivo?

O-É,é, não um critério pra escolha da...este segundo ainda podia ser (referia-se a "estudo dos principais tópicos")...e a primeira,né?(referia-se a "visão geral da disciplina e suas aplicações")...mas a terceira não está...

H-Mas o mais importante é que tu pensas numa visão geral e nas aplicações?

O-Nas aplicações daquilo ali,né...Porque, em geral, nas turmas com que eu trabalho...são turmas de outros cursos...

H-Tu pensaste em qual disciplina, ao responder?

O-Acho que eu pensei na minha mesmo, na Geometria.

H-Na questão 4, vou perguntar de outro jeito: **Teorema da soma dos ângulos internos**.Esse teorema, não foste tu que inventaste, mas existe esse conteúdo em algum lugar...

O-Que já foi demonstrado...

H-E tu vais dar uma aula sobre ele. Quais são as tuas preocupações ao passar daquele livro-texto para chegar no aluno?

O-Como é um caso como esse aqui, por exemplo, que ele pode muito bem...se eu encaminhar, descobrir aquilo ali sozinho,...então é isto que eu procuro fazer.Nestes faceizinhos assim, que ele, num recorte simples, ele pode verificar que acontece...um verifica, o outro verifica, o outro lá no outro canto verifica, aí depois eles percebem que todo o mundo aconteceu e nem todos fizeram o mesmo desenho,né, então eu procuro explorar isto aí...de que ele tenha a impressão de que tá descobrindo sozinho aquilo ali,né...e depois, então, com o que já tem de outros...de outra parte teórica,né,que é necessária...então a gente entra na parte teórica de demonstração...mostrar o porquê que acontece aquilo...mas em geral eles gostam mais da primeira parte,de fazer o recorte,verificar, constatar...e aí eu vou fazendo perguntas e encaminho pra eles verem aquilo ali...mas eles descobrem,em seguida...

H- Se tu fosses preparar um seminário...tá, nem precisa ser...eu quero dizer, se tu fosses dar...

O-Um conteúdo mais...

H-Porque daí, tu não irias usar um recorte.O que tu considerarias que seria importante para preparares tua aula? Se tu fosses preparar uma aula para um concurso,onde sortearias um ponto...

O-Tu pegas a síntese, assim...eu acho que tu tens que pegar o essencial de tudo,né,fazer um resumo daquilo ali e tentar,talvez até antes de apresentar a tua aula, apresentar este resumo pro aluno...olha,isto aqui...sei lá...e depois distrinchar,depois vai,vai,vai...coisinha por coisinha...mas primeiro talvez o todo...

H-Mas, então, está de acordo com o que já tinhas falado aqui em cima...

O-A visão geral primeiro e depois vai analisando,vai dissecando aquilo ali.

H-Agora vamos para a pergunta 8: O que é aprender?Tu colocaste :"Na minha opinião,aprender um conteúdo significa ser capaz de aplicá-lo em outras situações"

O-É,fazer que aquilo ali seja parte integrante de ti mesmo,quer dizer, no momento em que surge uma situação que tu possa relacionar com aquilo, vai diretão,não precisa nem pensar...aquilo ali vai direto,né...surge uma coisa parecida,tu encaixa...isto aí se tu aprendeste...se tu não consegue fazer isto,tu não aprendeste realmente...eu acho.

H- Tu disseste que os alunos demonstram se aprenderam nas diversas situações de sala de aula, mas que isso só vai ser medido através das provas.

O-Sim, porque nós não avaliamos...

H-Mas na aula, por que tu achas que não...

O- Na aula, muitas vezes, na aula, tu acha que ele está aprendendo, porque ele te responde, ele te faz perguntas que são coerentes, que são cabíveis e depois na prova faz umas besteiras...quer dizer que, na hora ele estava participando, mas aprender mesmo, ele não aprendeu...se ele faz uma bobagem depois, na prova...

H-Eu perguntava sobre os critérios de avaliação e sobre os erros e como lidas com os erros. Aqui, tu dizes que costumas comentar em aula as respostas erradas, mostrando o erro e como será o correto.

O-Isto antes de fazer a prova, quando eu estou dando aula...porque a gente já sabe, da prática que tem...eu chamo a atenção, *cuidem isto aqui,prestem atenção,porque isto aqui é importante, vocês vão se enganar depois*...isto eu já sei, mas não adianta nada...

H-Mas depois que vêem a prova...

O-Depois que já cometeram os erros?

H-Sim, tu fazes observações na prova?

O-Também faço na prova, mas nem todos vêm olhar a prova; eu não levo a prova pra aula, fico com a prova na minha sala, recomendo que eles venham olhar, muitas vezes eles vêm e encontram o bilhetinho...mas a maioria não vêm...

H-Mas e para esses que encontram a observação, há um retorno, o cara não faz o mesmo erro?

O-Não, não observei nunca, talvez eu não tenha tido chance ou não prestei atenção...mas, em geral eu acho que é válido, porque o aluno lê...se ele vê na prova aquilo ali escrito, ele lê e diz: *Bah, mas o que eu fiz aqui!* Mas se ele continua cometendo, eu não sei dizer, exatamente eu não sei.

H-Tu falas no aprender que significa aplicar e no início falaste que o importante é dar a visão geral e as aplicações. Essas **aplicações** são as mesmas de lá, a palavra **aplicações** aqui tem a mesma concepção? (leio as duas respostas para o entrevistado)

O- Com toda a certeza, é, claro... Talvez até, Helena, aqui seria uma aplicação na situação nova, **aqui** mais...(na resposta sobre o aprender) e lá não, lá mostrando as aplicações que existem e aqui mais uma coisa que surja de repente...se ele aprendeu realmente, mesmo que não tenha nunca falado naquela oportunidade de aplicar, ele vai ser capaz de aplicar...mesmo em uma situação que não tenha nunca sido falada por ele.

H-(Lendo as respostas às perguntas 4 e 5) Um pouco ao redor disso, se tu fosses definir o que é Matemática, qual a tua concepção?

O-(risos)Deixa eu ver...como é que eu definiria Matemática...bom, pra mim é uma das coisas mais lindas que existem, só isso...têm muitas coisas que me satisfazem, estudar aquilo me dá prazer, eu acho bonita, eu gosto de ver, eu gosto de trabalhar, só isto ai...não sei, sei lá...

H-Agora, em relação aos entes matemáticos...

O-Tudo abstratinho...(risos)

H-Que tu pensas deles, o que são os entes?

O-São a base de toda esta ciência que tu manipula depois...os entes matemáticos? São os átomozinhos que vão crescendo e se desenvolvendo em todo o resto...

H_Mas tu disseste que são abstrações...

O-Sim e são abstrações...

H-Tá, mas onde eles estão?

O-Na tua cabeça só...só na tua cabeça e em lado mais nenhum...em lado mais nenhum...e até a beleza que tu vês na Matemática...tu deve ver também,claro...quem é o matemático que não vai ver beleza na Matemática?...também tá na tua cabeça, como tudo o que tu sentes, que tu fazes...que tu transmites lá de dentro,do teu interior...e são as coisas que casam com tua maneira de ser, com certeza,né...com a tua maneira de pensar, de agir, sei lá...eu acho que tudo isso aí...eu acho que é por isso que as pessoas que se dedicam à Matemática...tu pode olhar...em geral são pessoas assim,como eu te disse aqui,né...certinhas...dificilmente tu encontra uma pessoa,um matemático que...são meio loucos,né...mas no bom sentido,não no sentido de fazer coisa errada,de (...)acho que não,são pessoas corretas...

H-Eu estou tentando entender qual a concepção de Matemática e como essa concepção se classifica e se essa concepção se encaixa na de aprender e na forma de avaliar o erro. Então, tua concepção está muito próxima da do Russell, ele fala muito como falastes agora...agora, em termos de aprendizagem...tu achas que a Matemática tem este caráter de coisa bonita, que se encadeia, que os entes são abstrações que tu...

O-que tu manipula, que tu vai jogando,que tu vai...sei lá...que tu vai encadeando umas coisas nas outras,né...

H-Então, onde entra o **aplicar**, a palavra **aplicar** que tu usaste na definição do que é aprender...aplicá-lo onde?

O-Até dentro da própria Matemática, na outra situação de estudo, não precisa nem ser na prática,não precisa nem ser na vida prática...pode ser dentro da própria Matemática,tu vai pra uma outra disciplina,completamente... digamos, tu aprendeste um conteúdo em Lógica,digamos assim, de repente tu vai lá pra Análise,lá pra sei lá onde...e tu tens aquela mesma coisa,aquele mesmo tipo de coisa,aquilo tu podes usar lá...

H-Mas quero te perguntar mais sobre os erros:quando tu fazes uma prova e vais avaliar, tu pensas nessa tua idéia sobre Matemática? Quer dizer, está presente na tua prova?

O-A parte que eu considero primordial?

H-Não, eu quero dizer essa tua idéia sobre a Matemática, que é bonita, que as coisas se encadeiam, etc...

O-Não sei te dizer, não sei te responder...se eu penso nisto na hora de elaborar uma prova,na hora de corrigir?

H-Sim, porque, por exemplo...o que eu estou tentando dizer é o seguinte:que tu gostas muito de Matemática, que tu enxergas muita beleza na Matemática e eu tinha vontade de saber se os teus alunos...

O-Não, eu acho que eu não consigo passar para eles...é isto que tu queres dizer?

H-Não é nem passar para eles, mas, em algum momento, será que isso entra nas tuas provas, na tua avaliação?

O-Talvez, talvez entre, Helena, talvez entre, porque eles dão risada da minha cara,às vezes, quando eu digo...eu,às vezes, não me contenho,né...quando eu...faço alguma coisa que eu acho uma parte bonita, eu falo que eu acho bonita e eles riem, eles não veem...*Onde é que o Sr. vê beleza nisso aí?*...eles não sentem...talvez até eu deixe

Ah, mas esta parte é uma das que eu acho lindo...então, quando eu ensinava combinatória, eu sempre dizia...a Geometria Analítica, também, que eu acho bonita...e eu sempre dizia que era muito bonita aquela parte,que era uma das mais bonitas da Matemática...eles riam ...riam...que que eu vou fazer?deixa rir...não entendiam porque eu achava bonita. Agora, é claro, que o aluno...aqueles alunos que têm a facilidade, que gostam da Matemática, eles também acham...eles também acham bonito, mas são pouquíssimos, são muito poucos.

H-E nesse curso , tu tens menos chance de encontrar...

O-Muito menos...neste aí eu encontro só má vontade deles...é incrível, Helena, no primeiro dia de aula, eles não me conhecem ainda, não foram meus alunos, a maioria não foi meu aluno,nunca passou por mim,e já tá tudo de cara torta...eu já encontro todos eles de cara torta...olha, eu levei uma menina...eu fui cativá-la no fim do semestre...inclusive ela foi do (citou o nome de outro professor que leciona no mesmo curso) diversas vezes, já está aqui desde o outro curso, o (novamente citou o nome do colega) me contou que ela já é antiga daqui, e não conseguia, não conseguia, não conseguia terminar. Mas eu sei que eles vão pra minha aula trabalhados. Não sei se é pelos alunos antigos...talvez até pode ser,né...ou por outra parte...mas que eles vão de má vontade,vão,vão...e gente boa,às vezes,tu sabe...gente boa, que vai...que eu sinto,né,a gente sente o ambiente,o clima da aula,né...

H-Mas e o índice de aprovação, é o mesmo que de qualquer outra...

O-Até é bom o índice, é bom, é relativamente bom...mas é que eu procuro não fazer coisas muito difíceis, porque eu sei das dificuldades deles,né...avalio,considerando tudo o que eu posso considerar...

H-Bom, em princípio é isso, eu entendi bem a tua concepção, ficou bonita.

O- Pra mim, a Matemática antes de tudo é bonita, não adianta, e como eu gosto das coisas bonitas...