Estratégias de Paralelização de Algoritmos Numéricos

Guilherme Galante[1]
Jeysonn Isaac Balbinot[2]
Rogerio L. Rizzi[3]
Tiarajú A. Diverio[4]

Resumo

Apresenta-se neste artigo uma proposta de trabalho para a obtenção de soluções em paralelo para sistemas de equações lineares de grande porte. As soluções serão obtidas através de duas abordagens. Na primeira, via decomposição de dados, será utilizado o método Krylov-Schwarz. Na segunda, via decomposição de domínio, serão utilizados o método aditivo de Schwarz e o método de Schur. Todas as implementações visarão arquiteturas tipo *cluster* de PCs multiprocessados.

1 Introdução

O Grupo de Matemática Computacional e Processamento Paralelo (GMCPAR) da UNIOESTE vem trabalhando em aplicações de alto desempenho, e dentre elas estão o desenvolvimento de modelos computacionais paralelos para a simulação do escoamento e do transporte de substâncias em corpos de água, e para a simulação de processos relacionados com a hemodinâmica do corpo humano. Essas questões são os principais elementos motivadores deste trabalho. Porém, enquanto pesquisa em Computação Científica Paralela, o objetivo deste trabalho é desenvolver estratégias apropriadas, sob o ponto de vista numérico e computacional, para a solução em paralelo de sistemas de equações que surgem da discretização dos modelos matemáticos de tais fenômenos. Isso se torna possível graças ao crescente avanço do hardware e do software, permitindo que complexos fenômenos naturais e processos industriais possam atualmente ser simulados em uma escala espaço-temporal antes impraticável.

---

[1] ggalante@bol.com.br bolsista CNPq
[2] jeysonn@unioeste.br bolsista CNPq
[3] rogerio@unioeste.br orientador
[4] Apoio: CNPq

2 Solução de Sistemas de Equações Lineares

Os modelos computacionais são constituídos, no nível do modelo matemático, de equações diferenciais ou equações integrais. Para se resolver computacionalmente essas equações deve-se discretizá-las, ou seja, transformar o espaço contínuo em um espaço discreto e finito de pontos. Como resultante das discretizações geram-se sistemas lineares de equações que, em geral, são lineares, esparsos e de grande porte. Esses sistemas de equações lineares estão entre os mais freqüentes problemas tratados pela computação científica, e para resolve-los há basicamente duas classes de métodos: a dos métodos diretos e a dos iterativos. Dado que as matrizes dos coeficientes dos sistemas de equações lineares são esparsas, somente serão empregados métodos iterativos. Nesse caso serão empregados métodos iterativos do subespaço de Krylov que são particularmente eficientes. A eficiência desses métodos decorre dos fatos que eles têm, em geral, boa taxa de convergência, e de que seus algoritmos são construídos sobre operações básicas em álgebra linear e, portanto, são altamente paralelizáveis (SAAD, 1996).

3 Métodos de solução em paralelo

Para se obter a solução de tais sistemas de equações em paralelo em arquiteturas tipo *clusters* de PCs, serão empregadas duas abordagens. A decomposição ou particionamento de dados, onde as operações e os dados são distribuídos entre os processos disponíveis e são resolvidos em paralelo, e a decomposição de domínio, onde se obtém a solução do problema global combinando as soluções de subproblemas locais (SMITH; BJORSTAD; GROPP, 1996). Em particular, emprega-se neste trabalho, o método de decomposição de domínio aditivo de Schwarz, como método de solução e como pré-condicionador. Sob quaisquer dessas abordagens são decompostos o domínio ou os dados, de modo a identificar as células da fronteira e as células internas a cada subdomínio ou conjunto de dados. Além disso, dado que as estratégias visam arquiteturas tipo clusters multiprocessados, implementações e estruturas de dados devem ser tais que permitam explorar os dois níveis de paralelismo, o intra e o internodal.

Referências

SAAD, Y. *Iterative Methods for Sparse Linear Systems*. Boston: PWS Publishing Company, 1996.

SMITH, B.; BJORSTAD, P.; GROPP, W. *Domain Decomposition: Parallel Multilevel Methods for Elliptic Partial Differential Equations*. Cambridge: Cambridge University, 1996.