

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
Escola de Engenharia

Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Minas, Metalúrgica e de Materiais - PPGEM

**Simulação Geoestatística Aplicada ao Planejamento de Pilhas de Homogeneização - um
Estudo de Caso de Reconciliação**

Luciana Arnt Abichequer

Dissertação para obtenção do título de Mestre
em Engenharia

Porto Alegre

2010

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
Escola de Engenharia

Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Minas, Metalúrgica e de Materiais - PPGEM

**Simulação Geoestatística Aplicada ao Planejamento de Pilhas de Homogeneização - um
Estudo de Caso de Reconciliação**

Luciana Arnt Abichequer

Engenheira de Minas

Trabalho realizado no Departamento de Engenharia de Minas, da Escola de Engenharia da UFRGS, dentro do Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Minas, Metalúrgica e de Materiais - PPGEM, como parte dos requisitos para a obtenção do título de Mestre em Engenharia.

Área de Concentração: Tecnologia Mineral

Porto Alegre

2010

Esta Dissertação foi julgada adequada para obtenção do título de Mestre em Engenharia, área de concentração Tecnologia Mineral e aprovada em sua forma final, pelo orientador e pela Banca Examinadora do Curso de Pós-Graduação.

Orientador: Prof. Dr. João Felipe Coimbra Leite Costa

Banca Examinadora:

Prof. Dr. Rodrigo de Lemos Peroni

Dra. Vanessa Cerqueira Koppe

Prof^a Dra. Vlândia Cristina de Souza

Prof. Dr. Carlos Pérez Bergmann

Coordenador do PPGEM

“But the truth is, all we got is questions”

Never Know

Jack Johnson

Aos meus pais

AGRADECIMENTOS

Ao professor João Felipe pelos muitos ensinamentos e todo o suporte.

Aos colegas do LPM, principalmente ao Hélder, pelas valiosas contribuições e pelo café.

Aos meus pais, pelo amor e tudo o mais que for incondicional.

Ao Gabriel, porto seguro.

Às minhas amigas tão queridas.

À Fosfértil S.A. pelo banco de dados e dados de campo.

Ao Capponi e à Carla que, além de toda a ajuda necessária, se tornaram novos amigos.

Ao CNPq pela bolsa concedida.

Aos professores do DEMIN por sempre estarem dispostos a ensinar.

SUMÁRIO

RESUMO	12
ABSTRACT	13
Capítulo 1	14
1. INTRODUÇÃO	14
1.1. META	16
1.2. OBJETIVOS ESPECÍFICOS	17
1.3. METODOLOGIA	18
1.4. ORGANIZAÇÃO DA DISSERTAÇÃO	18
Capítulo 2	20
2. HOMOGENEIZAÇÃO DE MINÉRIOS	20
2.1. A TEORIA DAS VARIÁVEIS REGIONALIZADAS	20
2.2. O CONCEITO DE HOMOGENEIDADE	21
2.3. O CONCEITO DE HETEROGENEIDADE	21
2.4. MÉTODOS DE HOMOGENEIZAÇÃO	22
2.5. COMENTÁRIOS FINAIS	30
Capítulo 3	32
3. SIMULAÇÃO SEQÜENCIAL GAUSSIANA	32
3.1. SIMULAÇÃO ESTOCÁSTICA	32
3.2. SIMULAÇÃO SEQÜENCIAL GAUSSIANA	35
3.3. COMENTÁRIOS FINAIS	58
Capítulo 4	59
4. RECONCILIAÇÃO DE TEORES	59
4.1. OS TEORES MÉDIOS SIMULADOS DAS PILHAS	59
4.2. OS TEORES MÉDIOS AMOSTRADOS	64
4.3. OS TEORES MÉDIOS PREVISTOS PELO PLANEJAMENTO DE CURTO PRAZO	67

4.4. ANÁLISE DA CORRELAÇÃO ENTRE OS VALORES AMOSTRADOS E PREVISTOS PELO CURTO PRAZO	70
Capítulo 5	72
5. CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES.....	72
5.1. CONCLUSÕES.....	72
5.2. RECOMENDAÇÕES	75

LISTA DE FIGURAS

FIGURA 1.1: CONJUNTO DE IMAGENS DAS PILHAS DO TIPO CHEVRON DA MINA ESTUDADA.	15
FIGURA 1.2: ESTRUTURA DA METODOLOGIA DE TRABALHO ADOTADA.	18
FIGURA 2.1: PILHA DO TIPO WINDROW À ESQUERDA E PILHA DO TIPO CHEVRON-WINDROW À DIREITA.	26
FIGURA 2.2: ESQUEMA SIMPLIFICADO DO MODELO CHEVRON PARA PILHAS DE HOMOGENEIZAÇÃO (MODIFICADO DE SCHOFIELD, 1980).	27
FIGURA 2.3: BRITAGEM PRIMÁRIA E SECUNDÁRIA, ANTES DE O MINÉRIO IR DA LAVRA PARA O PÁTIO DE HOMOGENEIZAÇÃO.	30
FIGURA 3.1: UMA COMPARAÇÃO ENTRE PERFIS GERADOS POR KRIGAGEM ORDINÁRIA E SIMULAÇÃO ESTOCÁSTICA CONDICIONAL. (A) PERFIL VERDADEIRO; (B) PERFIL KRIGADO; (C) PERFIL SIMULADO.	34
FIGURA 3.2: PERFIL DE ALTERAÇÃO DA ÁREA PESQUISADA	38
FIGURA 3.3: COMPORTAMENTO DOS ELEMENTOS QUÍMICOS NO PERFIL DE INTEMPERISMO DE CATALÃO I.	39
FIGURA 3.4: MAPA DE LOCALIZAÇÃO DAS AMOSTRAS PARA A VARIÁVEL FOSFATO NAS FRENTES I E IV.	41
FIGURA 3.5(A): HISTOGRAMA DOS DADOS AGRUPADOS E DESAGRUPADOS DO DOMÍNIO 1.	42
FIGURA 3.6(A): HISTOGRAMAS DOS DADOS NORMALIZADOS PARA OS DOMÍNIOS 1 E 2.	46
FIGURA 3.7: VARIOGRAMAS VERTICAIS DOS DADOS NORMALIZADOS PARA A VARIÁVEL P_2O_5 NOS SEIS DOMÍNIOS GEOESTATÍSTICOS ESTUDADOS.	48
FIGURA 3.8(A): VARIOGRAMAS EXPERIMENTAIS E MODELADOS PARA A VARIÁVEL P_2O_5 NAS DIREÇÕES DE MAIOR CONTINUIDADE PARA OS SEIS DOMÍNIOS GEOESTATÍSTICOS ESTUDADOS.	49
FIGURA 3.9: VERIFICAÇÃO DA BI NORMALIDADE.	51
FIGURA 3.10(A): HISTOGRAMA DOS DADOS ORIGINAIS DESAGRUPADOS DO DOMÍNIO 1 À ESQUERDA. À DIREITA OS HISTOGRAMAS DE DOIS CENÁRIOS SIMULADOS ESCOLHIDOS RANDOMICAMENTE PARA ESTE DOMÍNIO.	53
FIGURA 3.11(A): REPRODUÇÃO DOS VARIOGRAMAS E FLUTUAÇÕES ERGÓDICAS NAS PRINCIPAIS DIREÇÕES DE ANISOTROPIA PARA A VARIÁVEL P_2O_5 , DO DOMÍNIO 1.	56
FIGURA 4.1: VISTA GERAL DA CAVA, EVIDENCIANDO AS BANCADAS (<i>WIREFRAMES</i>) DAS QUAIS SÃO EXTRAÍDOS OS BLOCOS (CADA UM COM SEU RESPECTIVO TEOR) QUE FORMAM UMA PILHA DE HOMOGENEIZAÇÃO.	60
FIGURA 4.2: UM ESQUEMA SIMPLIFICADO DE COMO A MÉDIA PONDERADA DE UMA PILHA DE HOMOGENEIZAÇÃO PODE SER CALCULADA.	61
FIGURA 4.3: DISTRIBUIÇÃO DOS TEORES MÉDIOS DE UMA PILHA DE HOMOGENEIZAÇÃO ESCOLHIDA ALEATORIAMENTE, ENTRE AS 50 FORMADAS, PARA A VARIÁVEL P_2O_5 SIMULADA.	62
FIGURA 4.4: MÉDIAS DE P_2O_5 DAS CINQUENTA PILHAS PARA CEM CENÁRIOS SIMULADOS. OS QUADRADOS AZUIS ESCUROS SÃO AS MÉDIAS DAS PILHAS DE CADA CENÁRIO SIMULADO. AS LINHAS VERMELHAS SÃO AS MENORES E MAIORES MÉDIAS SIMULADAS.	63
FIGURA 4.5: MAPA DE PROBABILIDADES	64

FIGURA 4.6: CINQUENTA PILHAS FORMADAS DURANTE OITO MESES DE 2007. OS TEORES REAIS AMOSTRADOS (TRIÂNGULOS) REFEREM-SE AO TEOR MÉDIO DE CADA PILHA, OBTIDOS PELO SISTEMA DE AMOSTRAGEM NA USINA. OS QUADRADOS REFEREM-SE AO TEOR MÉDIO PARA CADA PILHA SIMULADA. OS LIMITES SUPERIORES E INFERIORES SÃO O MAIOR E O MENOR TEOR MÉDIO SIMULADO PARA CADA PILHA.	66
FIGURA 4.7: CINQUENTA PILHAS FORMADAS AO LONGO DE 2007. OS CÍRCULOS REPRESENTAM AS MÉDIAS PLANEJADAS PELO PLANEJAMENTO DE CURTO PRAZO. OS QUADRADOS AZUIS SÃO AS MÉDIAS CALCULADAS PARA AS PILHAS EM 100 CENÁRIOS SIMULADOS. AS LINHAS VERMELHAS SÃO OS INTERVALOS INFERIORES E SUPERIORES, REPRESENTADOS PELOS MENOR E MAIOR VALOR DA MÉDIA SIMULADA PARA CADA PILHA.	68
FIGURA 4.8 (A): COLETA DAS AMOSTRAS DOS FUIROS DE SONDAGEM.	69
FIGURA 4.9: ANÁLISE DE CORRELAÇÃO ENTRE O TEOR MÉDIO PREVISTO NA PILHA E O TEOR MÉDIO AMOSTRADO NA PILHA.	70
FIGURA 4.10: COMPARAÇÃO DOS TEORES MÉDIOS UTILIZADOS COMO REFERÊNCIA, OS AMOSTRADOS NA USINA E OS PREVISTOS PELO CURTO PRAZO.	71

LISTA DE SÍMBOLOS

P_2O_5 – Fosfato

ROM – *Run Of Mine*, se refere ao minério que alimenta a pilha de homogeneização

R – Massa total de uma pilha de homogeneização

ΔR – Massa de um leito de deposição

ΔK – Fatia vertical de retomada

N – Número de leitos de deposição

$Z(u)$ – Variável aleatória

w_i – Peso de desagrupamento de uma amostra

i – Amostra

n_i – Número de amostras dentro de uma janela de desagrupamento

m_v – Média dos n_i dentro de uma janela de desagrupamento

$Z(u_i)$ – Valor de uma amostra nos nós do grid

u – Ponto qualquer do grid

x – Valor aleatório da $dafl$ (distribuição acumulada de frequência local)

$Z(u_x)$ – Valor x simulado adicionado ao banco de dados original

M – N° de dados originais

RESUMO

A lucratividade da indústria mineira é diretamente dependente do planejamento adequado de todas as fases de extração e beneficiamento de minério. Cada passo deste processo por sua vez, também é dependente dos resultados da fase anterior. As usinas de beneficiamento, por exemplo, devem ser alimentadas por um material o mais homogêneo possível, o que é garantido por um planejamento adequado de lavra e de forma muito eficaz por pilhas de homogeneização. No entanto, os métodos de estimativa comumente utilizados para prever os teores dos blocos que formam esses sistemas, não medem adequadamente a incerteza associada a este processo de estimativa. Este estudo avalia a eficácia da simulação geoestatística na previsão da variabilidade *in situ* dos teores e planejamento de pilhas de homogeneização. O método gera múltiplos cenários equiprováveis para o depósito que devem reproduzir os parâmetros estatísticos das amostras, o histograma e o variograma do fenômeno. Para um dado plano de lavra, o conjunto de cenários simulados irá gerar um conjunto de valores equiprováveis para cada pilha de homogeneização. A metodologia proposta foi aplicada a um depósito de fosfato na região central do Brasil. Neste caso de estudo, os teores de P_2O_5 previstos pelo plano de lavra de curto prazo e amostrados na área industrial foram comparados com o grupo de valores gerados para as pilhas por meio da simulação. A reprodução dos resultados demonstrou a aplicabilidade da metodologia para o depósito em questão. Além disto, a simulação geoestatística demonstrou ser uma ferramenta muito eficiente na previsão da variabilidade *in situ* dos teores e planejamento de pilhas de homogeneização.

Palavra chave: variabilidade *in situ*, pilha de homogeneização, simulação geoestatística

ABSTRACT

Profits in mineral industry strongly depend on proper planning at all stages of mining and ore processing, and every step of these processes depends on the results from the previous stage. These chains of events can be illustrated, for instance, by the processing plant. To maximize ore recovery, among various factors, the processing plant must be fed by a material as homogeneous as possible minimizing the variance of the head grades that can be achieved initially by a proper mining plan and optimal schedule and more effectively by homogenization piles. The key factor is to know the input grade variance to design a blending system capable of attenuating it. Estimation methods commonly used to predict block grades which form the geological model used for mine planning do not adequately measure the variance associated with these estimates. This study evaluates geostatistical simulation in predicting *in situ* grades variability and planning blending piles. The method generates multiple, equally probable grade scenarios for the deposit, which reproduce the values of the samples, the histogram, and the variograma of the attribute being simulated. For a given mining plan, the set of simulated scenarios will generate a group of equiprobable values for each homogenization pile. These results provide the means to assess a range of possible values each pile can have. To validate the suggested methodology, the contents of P_2O_5 obtained by the short-term mining plan and sampled at the processing plant from a large phosphate mine in central Brazil were compared against the simulated values. The results matched adequately demonstrating that geostatistical simulation and pile emulation methodology are efficient tools that could be applied in predicting grades *in situ* variability and in planning blending piles.

Key Words: *in situ* variability, homogenization pile, geostatistical simulation

Capítulo 1

1. INTRODUÇÃO

A lucratividade da indústria mineira é dependente do planejamento adequado de todas as fases que compõem os processos de pesquisa, lavra e beneficiamento do minério. A modelagem e avaliação da jazida, a escolha dos equipamentos utilizados e o planejamento da lavra, as operações unitárias da mina em geral, a escolha do mais adequado método de beneficiamento a ser adotado e todos os demais parâmetros envolvidos afetam a rentabilidade do empreendimento. Cada uma destas etapas, além de estar adequadamente planejada, é diretamente dependente dos resultados da anterior.

As usinas de beneficiamento de minério necessitam do bom andamento de todos os processos envolvidos para garantir a máxima recuperação do produto final. Elas dependem da escolha e utilização adequada dos equipamentos e reagentes (em termos de quantidades e concentrações), do grau de cominuição do minério que está sendo alimentado e, principalmente, da variabilidade de seus teores.

Garantir a baixa variabilidade nos teores de alimentação da planta é um fator de grande importância, sendo imprescindível uma homogeneização eficiente do minério provindo de diferentes frentes de lavra. Segundo Schofield (1980), existem três principais maneiras de garantir a homogeneização do minério, são elas: i) Homogeneização na lavra combinada com utilização de técnicas geoestatísticas para a estimativa de variabilidade ii) Pilhas de homogeneização e iii) Adoção de processos de beneficiamento.

A pilha do tipo Chevron, comumente utilizada, e objeto deste estudo é formada por sucessivas camadas de minério sobrepostas que formarão uma espécie de prisma contendo minério de diversas frentes de lavra (Ferreira. *et. al.*, 1992). A retomada é feita em fatias verticais, assim, cada uma destas fatias será formada por blocos de lavra de áreas diferentes da mina (Figura 1.1).



Figura 1.1: Conjunto de imagens das pilhas do tipo Chevron da mina estudada.

Os métodos de estimativa, tradicionalmente utilizados para construção do modelo de blocos e para o planejamento destas pilhas, não são capazes de prever a variabilidade associada à estimativa de teores destes blocos de maneira efetiva. A krigagem ordinária (Matheron, 1963), por exemplo, gera a melhor estimativa para a média local em um bloco, porém, para garantir que o erro associado a essa estimativa seja mínimo, a variância dos teores entre os blocos estimados é suavizada. Este efeito faz com que a variabilidade dos teores dos blocos calculada seja menor do que a dos dados originais. Assim, esta incerteza associada às estimativas não pode ser corretamente incorporada (Costa. et.al., 1998).

A metodologia sugerida neste estudo utiliza a simulação geoestatística, (Matheron, 1971), (David, 1977), (Journel & Huijbregts, 1978)) como alternativa a ser utilizada no planejamento para construção e retomada das pilhas de homogeneização. Já que, uma das premissas deste método é a reprodução da variabilidade próxima a dos teores que serão minerados.

Neste estudo, a variabilidade é medida por meio de múltiplos cenários calculados pelo algoritmo de simulação sequencial Gaussiana, (Isaaks, 1990). Estes cenários, para serem condicionalmente simulados, devem reproduzir os valores das amostras em seus locais de coleta, o histograma dos dados desagrupados e as mesmas características de distribuição espacial, (Goovaerts, 1997). O conjunto de blocos formadores de uma pilha poderá então retornar tantos teores médios para cada pilha quantos forem os cenários simulados, dada uma seqüência de lavra projetada. Assim, o intervalo de possíveis valores para as médias de cada pilha é calculado, gerando o que se denomina espaço de incerteza dos teores.

Para validar a metodologia proposta, foram estudadas 50 pilhas de homogeneização formadas ao longo de oito meses do ano de 2007, em uma mina de fosfato na região central do Brasil. Os teores médios da variável P_2O_5 amostrados na usina de beneficiamento e estimados pelo planejamento de curto prazo foram comparados com o conjunto de resultados obtidos por meio da aplicação da metodologia proposta. Quando o espaço de incerteza dos valores previstos inclui os valores amostrados, então a reconciliação é válida. Os resultados demonstraram que o procedimento é acurado e preciso para ser aplicado no projeto de pilhas de homogeneização.

1.1. META

A variabilidade do teor do minério que alimenta as usinas de beneficiamento é um dos fatores que mais influenciam a recuperação do produto final, e, conseqüentemente, a lucratividade da indústria mineira. Por esta razão é muito importante avaliar e incorporar a incerteza associada ao processo de previsão de teores.

Esta dissertação tem como meta avaliar por meio de um estudo de caso de reconciliação, a eficiência da simulação geoestatística para quantificar a incerteza dos teores quando aplicada ao planejamento de pilhas de homogeneização.

1.2. OBJETIVOS ESPECÍFICOS

Um estudo de reconciliação, como o que este trabalho se propõe a realizar, objetiva avaliar a eficiência de uma nova metodologia, por meio da comparação dos resultados obtidos pela aplicação desta metodologia, com resultados de referência, ditos reais. A simulação geoestatística vem sendo estudada de diversas maneiras para ser aplicada à previsão da variabilidade *in situ* de teores e planejamento de pilhas de homogeneização. No entanto, não é conhecida a realização de nenhum estudo que comprove a eficiência real deste método. É esta a meta deste trabalho, que será atendida cumprindo-se os seguintes objetivos específicos:

- Verificar a qualidade dos modelos simulados para o depósito por meio da validação dos mesmos. Este procedimento consiste na avaliação da reprodução dos valores amostrados, do histograma dos dados desagrupados e da continuidade espacial do fenômeno;
- Estudar o espaço de incerteza gerado para as médias dos teores simulados para as cinquenta para a definição dos limites mínimo e máximo do intervalo de variabilidade dos teores médios das pilhas;
- Verificar se o conjunto de médias amostradas no moinho está contido no intervalo de valores previstos pela metodologia para validar uma das propostas deste estudo;
- Avaliar se o conjunto de médias previstas pelo planejamento de curto prazo da empresa está contido no intervalo dos valores calculados pela metodologia proposta;
- Analisar se existe uma correlação considerável entre os valores adotados como referência no estudo. Estes valores são os amostrados no moinho e os previstos pelo planejamento de curto prazo da empresa.

1.3. METODOLOGIA

Para o atendimento dos objetivos específicos e validação da metodologia de planejamento de pilhas de homogeneização proposta, foi adotada a seqüência de trabalho exibida na Figura 1.2.

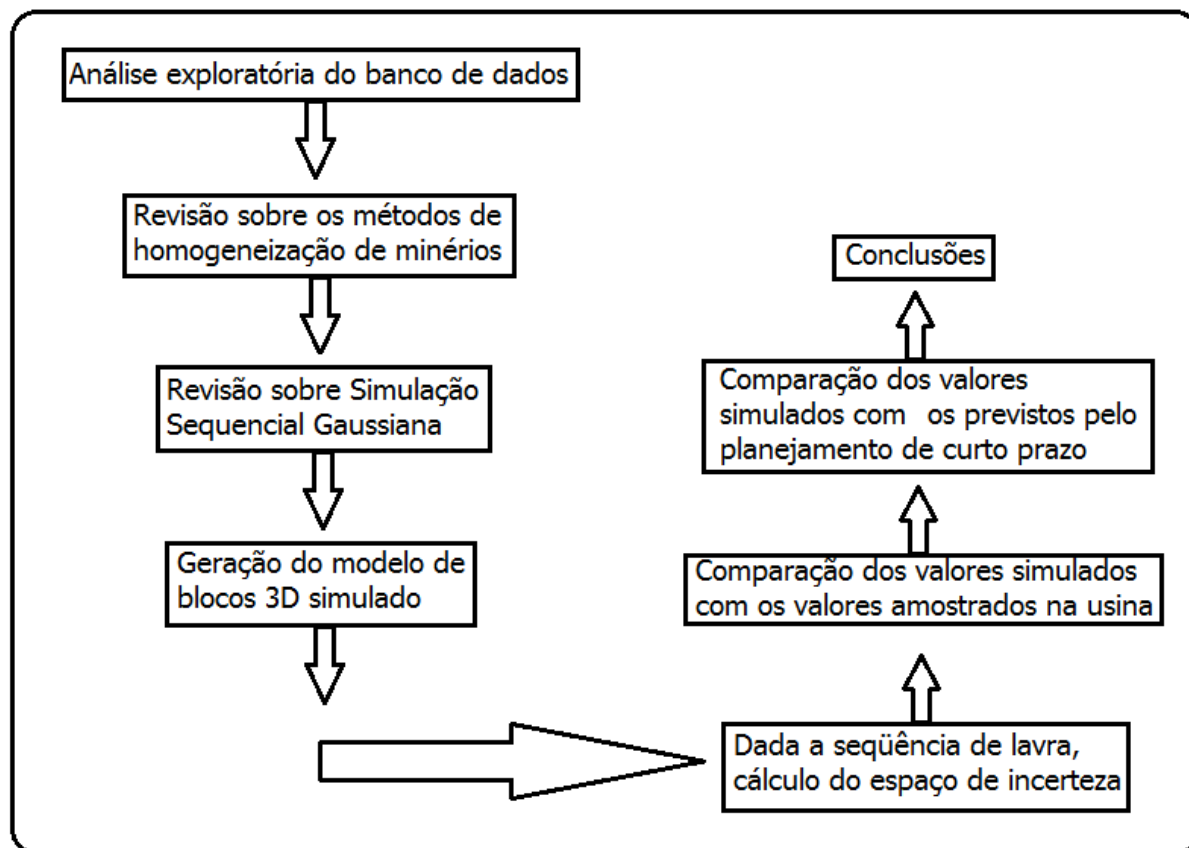


Figura 1.2: Estrutura da metodologia de trabalho adotada.

1.4. ORGANIZAÇÃO DA DISSERTAÇÃO

Os próximos capítulos dessa dissertação estão organizados da seguinte maneira:

O capítulo 2 apresenta uma breve revisão sobre os métodos de homogeneização de minérios, principalmente os relacionados com o planejamento da lavra e pilhas de homogeneização.

No capítulo 3, é feita uma breve revisão sobre o método de Simulação Sequencial Gaussiana e são apresentados os modelos gerados para o depósito apatítico em questão.

A análise dos resultados obtidos para a comparação das médias das pilhas amostradas e das médias planejadas pelo planejamento de curto prazo com o espaço de incerteza gerado pela metodologia proposta é apresentada no capítulo 4.

O capítulo 5 é referente às conclusões obtidas a partir dos resultados atingidos nessa dissertação e recomendações para trabalhos futuros.

Capítulo 2

2. HOMOGENEIZAÇÃO DE MINÉRIOS

Este capítulo apresenta uma breve revisão sobre a teoria das variáveis regionalizadas, os conceitos de homogeneidade e heterogeneidade aplicados a bens minerais, relacionando as principais estratégias adotadas para a homogeneização de minérios. Schofield (1980) enumera os métodos usados para homogeneização de minérios, que incluem: i) Previsão da variabilidade dos teores na lavra através de técnica geoestatísticas e sua blendagem durante a extração; ii) Pilhas de homogeneização e iii) Processos de beneficiamento de minérios.

2.1. A TEORIA DAS VARIÁVEIS REGIONALIZADAS

A teoria das variáveis regionalizadas introduzida por Matheron (1963) é baseada no princípio de que as variáveis envolvidas no processo de formação de um depósito mineral podem assumir diversos valores em lugares distintos do espaço. Este fenômeno não pode ser descrito simplesmente como aleatório, mas deve ser representado por meio de ferramentas matemáticas. A variável regionalizada tem duas componentes, uma aleatória, onde os possíveis valores que a mesma pode assumir não possuem nenhuma dependência entre si em uma escala de irregularidade local. E, uma componente espacial estruturada, a partir da qual será revelada a continuidade do fenômeno como um todo, dada a correlação entre os valores de uma vizinhança local. Esta teoria é a base fundamental da geoestatística e permite entender que a variabilidade *in situ* de um depósito mineral depende exclusivamente das condições de formação do mesmo.

2.2. O CONCEITO DE HOMOGENEIDADE

Segundo Gy (1998), para que um determinado material possa ser considerado homogêneo, todas as porções que o constituem, independentemente do tamanho, devem ser estritamente idênticas. Segundo Schofield (1980), se os valores médios dos atributos de interesse das amostras, ou porções de material, não variarem significativamente entre si, então o material analisado pode ser dito homogêneo. Então, a definição de homogeneidade de Schofield requer que os limites dentro dos quais serão aceitas variações em torno da média sejam previamente definidos.

Para que seja possível concluir que um material é homogêneo, além do método de amostragem ser o mesmo para todas as amostras estas devem ter o mesmo volume e serem coletadas aleatoriamente, seguindo os mesmos protocolos de preparação e análise química. Em certos casos acontece de amostras de determinado volume serem consideradas homogêneas, porém se analisadas em frações menores as características podem ser bastante distintas, sendo assim o material heterogêneo. Assim, heterogeneidade depende da escala de observação.

O principal objetivo de um sistema de homogeneização é garantir que todo o lote seja o mais homogêneo possível, com todos os parâmetros de interesse variando somente dentro dos níveis pré-estabelecidos como toleráveis.

2.3. O CONCEITO DE HETEROGENEIDADE

Segundo Gy (1998), todo o material que não for composto por porções de material, estritamente idênticas é heterogêneo. Já Schofield (1980) define que material heterogêneo é aquele em que as amostras diferem entre si de tal forma que o limite de variabilidade para determinados parâmetros definido como aceitável é ultrapassado.

2.4. MÉTODOS DE HOMOGENEIZAÇÃO

Os três principais procedimentos de homogeneização adotados na indústria mineira são (Schofield, 1980):

- Homogeneização na lavra: as técnicas geoestatísticas são de grande valia como ferramenta auxiliar no procedimento de homogeneização inicial do minério. Além de fornecerem as estimativas dos teores dos blocos que serão minerados, são capazes de prever a variabilidade associada ao processo de estimativa;
- Pilhas de Homogeneização: são unidades armazenadoras do material que será alimentado à usina de beneficiamento, e, se planejadas e operadas adequadamente, reduzem significativamente a variabilidade dos teores da lavra;
- Métodos de beneficiamento: representados por usinas de beneficiamento, fazem a classificação final do minério de interesse em porções ainda mais homogêneas e enriquecidas.

2.4.1. HOMOGENEIZAÇÃO NA LAVRA

O conhecimento geológico e geotécnico da jazida é fundamental para a adequada extração de qualquer bem mineral. É indispensável saber sobre as dimensões do depósito, a distribuição dos teores e a incerteza associada à estimativa dos mesmos, principalmente quando a distribuição espacial dos teores do minério em questão for bastante variável. Em certos depósitos, em determinado local se pode ter um valor de teor e logo ao lado outro significativamente diferente, o que influencia diretamente na qualidade do minério lavrado.

Esse conhecimento detalhado da jazida também é importante para a correta classificação dos materiais como estéril ou minério, de acordo com certos intervalos toleráveis, para uma ou mais variáveis de um depósito. Em uma mineração de carvão como as

do sul do Brasil, por exemplo, onde o carvão existe em grandes quantidades de baixa qualidade e o produto da lavra, depois de britado, é vendido diretamente para as usinas termoelétricas, o teor de cinzas não pode ser superior a determinados limites estabelecidos em contrato. Assim, é muito importante estimar corretamente a distribuição do teor de cinzas ao longo do depósito e planejar a lavra de maneira que este limite não seja excedido no lote vendido. Gambin (2002) utilizou simulação geoestatística para aperfeiçoar a estratégia de blendagem de lotes de carvão dentro de limites estabelecidos em contrato.

As usinas de beneficiamento por sua vez, também não podem ser alimentadas com um minério cuja distribuição de teores seja muito variável, ou cujos teores das variáveis de interesse sejam muito baixos, ou ainda que o material tenha um índice muito alto de contaminantes. Este é o caso do minério fosfático estudado, que possui cerca de dez contaminantes que devem ter o teor controlado antes do minério ser enviado à usina. Além disto, a lavra deve garantir o teor de corte da variável de interesse P_2O_5 . Tudo isto pode ser previsto e analisado pelo planejamento de lavra, partindo dos resultados obtidos no modelo de blocos construído a partir de técnicas geoestatísticas.

Diferentemente dos métodos clássicos de interpolação, como o do inverso do quadrado da distância, em que todas as amostras vizinhas de um bloco recebem pesos proporcionais ao inverso da distância que estão do local que se quer estimar, não dependendo da correlação espacial entre elas, a krigagem ordinária analisa por meio de funções, correlogramas ou variogramas, a continuidade espacial do depósito. Assim, mesmo amostras que estejam bastante próximas poderão receber menor peso na estimativa se estiverem pouco correlacionadas com o local que se deseja estimar. Outra vantagem da krigagem ordinária é que, por dar pesos para as amostras conforme a sua relação espacial, e, por forçar que somatório destes pesos seja um, ela fornece a melhor estimativa para a média local de um bloco de maneira que o erro associado ao valor previsto seja minimizado.

A desvantagem desse método tão eficaz para a estimativa da média local do bloco é a suavização dos teores estimados em relação aos teores amostrados, além da inadequação da variância do erro associado à estimativa como medida de incerteza, chamada de variância de krigagem. A variância de krigagem é um índice cujo valor depende do tamanho e da disposição geométrica das amostras, desconsiderando o valor absoluto de cada uma, não sendo útil, portanto, para medidas do espalhamento local do erro (Goovaerts, 1997).

Surge então a simulação geoestatística como alternativa, já que uma das premissas do método é a reprodução da variabilidade natural do fenômeno estudado. Com a simulação podem ser gerados inúmeros cenários equiprováveis para um depósito mineral, e cada um deles deve ter histogramas e variogramas semelhantes ao dos dados originais, além de reproduzir os valores das amostras.

Conhecendo inúmeros valores prováveis para um bloco, a distribuição condicional local dos teores pode ser estimada e a variabilidade, representada por um conjunto de valores que a variável pode assumir neste local, determinada (Pilger, 2000). Assim, a krigagem ordinária é o método mais indicado para a estimativa do teor médio local de um bloco e a simulação geoestatística tem se mostrado bastante eficiente no fornecimento de medidas de variabilidade.

De posse do teor médio estimado para o bloco e da medida do erro associado à estimativa, é importante saber o tamanho do bloco que será lavrado, o que influencia diretamente na média e na medida de variabilidade do minério que está sendo extraído, chamada de variância de dispersão. Quanto maior for o bloco lavrado menor será a variação dos teores entre os mesmos, garantindo assim, a homogeneização inicial do minério.

Mas, para isto a relação volume x variância estabelecida por Parker (1979) deve ser cuidadosamente observada. As dimensões dos blocos estimados são diferentes das dos blocos lavrados, que por sua vez são diferentes das pilhas de homogeneização. Então, na medida em que o volume considerado aumentar, a variância irá diminuir significativamente. Esta informação é muito útil para o planejamento de lavra de jazidas com distribuição heterogênea de teores (Valente, 1982).

O planejamento de lavra pode incorporar todas as informações fornecidas pelas técnicas geoestatísticas. Estas, além de fornecerem informações essenciais sobre o teor médio dos blocos minerados, são muito eficientes na previsão da variabilidade *in situ* dos teores. Desse modo, o planejamento da lavra adequado irá garantir uma significativa homogeneização inicial do minério.

2.4.2. HOMOGENEIZAÇÃO EM PILHAS

As pilhas de homogeneização são ferramentas muito importantes utilizadas para atenuar a significativa variabilidade residual do minério proveniente da lavra. Além de servirem como unidades de armazenamento, quando bem planejadas e operadas garantem a homogeneização do minério ROM, (Hustrulid & Kuchta, 1995).

Segundo Schofield (1980), existem algumas características que favorecem o uso de pilhas de homogeneização como unidade armazenadora e homogeneizadora de material:

- O beneficiamento não precisa ocorrer logo após a extração do minério;
- As usinas de beneficiamento irão ser alimentadas com minério relativamente homogêneo e de fácil manipulação;
- O processo de beneficiamento será significativamente facilitado, reduzindo a demanda por uma automação complexa nas etapas seguintes;
- A variabilidade de minérios de baixa qualidade e alta heterogeneidade será significativamente reduzida, permitindo assim, a lavra do minério com estas características.

Em qualquer sistema de homogeneização em pilhas, tanto os equipamentos utilizados, como a deposição e a retomada do material são os principais atenuadores da variabilidade dos teores do minério, (Schofield, 1980). Estes sistemas podem ser formados de diversas formas diferentes, sendo que a escolha de um entre os diversos métodos existentes deve considerar inúmeros fatores. É importante conhecer o espaço que estará disponível para a construção do pátio de homogeneização e a distância deste pátio da usina de beneficiamento e das frentes de lavra. É necessário saber ainda a escala de produção do minério, ou seja, as quantidades que serão depositadas e retomadas e com que frequência isto irá ocorrer.

Embora as pilhas circulares se apresentem de maneira muito eficaz no sentido de homogeneizar propriamente o minério e fazer uso de equipamentos relativamente simples, a sua utilização requer um espaço físico bastante grande. Assim, os modelos mais adotados na mineração, são os das pilhas longitudinais.

As pilhas do tipo Windrow ou Windrow-Chevron, devem ser consideradas quando for necessário reduzir a variabilidade existente por causa da segregação das partículas mais grossas de material. A Figura 2.1 apresenta uma seção transversal básica destes dois métodos que não serão abordados em maiores detalhes porque não são objetos de interesse desse trabalho.

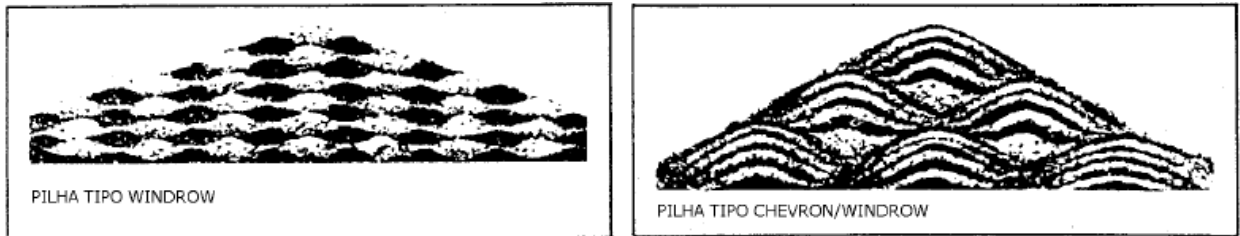


Figura 2.1: Pilha do tipo Windrow à esquerda e pilha do tipo Chevron-Windrow à direita.
Modificado de Schofield (1980).

As pilhas do tipo Chevron, mais comumente utilizadas na mineração e objeto desse estudo, são formadas pela deposição de sucessivas camadas de minério sobrepostas que formam uma espécie de prisma contendo minério de diversas frentes de lavra. A retomada é feita em fatias verticais, assim, cada uma destas fatias é formada por blocos de lavra de áreas diferentes da mina. O problema deste método é que, devido ao modo como é feita a deposição do material, as partículas mais grossas podem ser segregadas para a base da pilha.

Valente (1982) descreveu detalhadamente como funciona o processo de homogeneização nas pilhas do tipo Chevron.

- Como as pilhas são alimentadas em um sistema de diversos leitos sobrepostos, a massa de cada leito pode ser representada por $um\Delta R$ da massa total R da pilha. Deste modo, a variabilidade do material ROM será igualmente dividida entre os diversos intervalos de massa ΔR ;
- Se a pilha de homogeneização for operada adequadamente, então devido ao modo de deposição do material, a variabilidade existente entre os diversos ΔR , estará sobreposta quando a pilha estiver formada;
- Devido às dimensões do pátio onde serão montadas as pilhas de homogeneização e às dimensões dos blocos de lavra minerados

para formar estas pilhas, algumas vezes pode ocorrer a sobreposição de determinada quantidade de material pertencente ao mesmo bloco de lavra em mais de um ΔR . Assim, existirá uma variação dos teores entre as fatias retomadas (ΔK), esta porém, menor do que a existente entre os ΔR ;

- O processo de homogeneização em pilhas deve ser estudado em função do número de leitos de deposição de minério (N), da massa de cada leito (ΔR) e da massa de cada fatia retomada (ΔK).

A Figura 2.2 mostra um esquema simplificado dos leitos de deposição ΔR , das fatias de retomada ΔK e da variabilidade entre os ΔR .

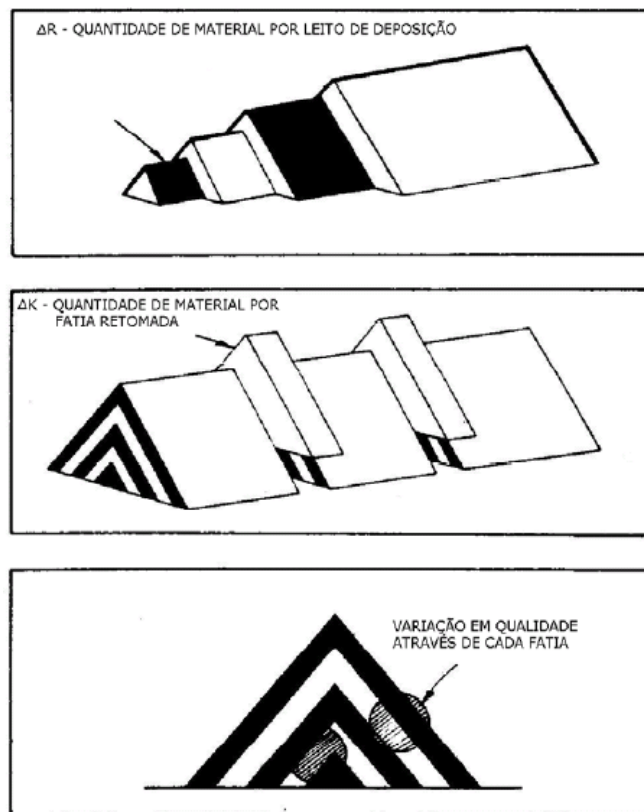


Figura 2.2: Esquema simplificado do modelo Chevron para pilhas de homogeneização (modificado de Schofield, 1980).

O dimensionamento das pilhas de homogeneização deve ser planejado de modo que a variabilidade existente entre as fatias retomadas (ΔK) seja minimizada. Assim, devem

ser buscados os parâmetros ótimos para todas as variáveis de interesse, massa de cada leito de deposição (ΔR), número de leitos (N) e número de fatias de retomada (ΔK).

Segundo os parâmetros de homogeneidade de Schofield (1980), a massa de cada leito (ΔR) é relativamente homogênea, pois o minério é composto se não por um, por poucos blocos de lavra. Já, a variabilidade entre estes leitos de deposição é significativamente maior do que a variabilidade existente entre o conjunto de que formam as fatias de retomada ΔK s. Este fato está de acordo com a relação volume x variância estabelecida por Parker (1979), já citada anteriormente. Ou seja, a variabilidade entre os leitos de deposição (ΔR) é maior do que a variabilidade das fatias de retomada (ΔK).

A variabilidade do minério retomado nas pilhas é representada pela variância do teor do minério retomado em relação ao teor médio esperado para a média da pilha e é dada pela soma das variâncias entre os ΔR s e ΔK s. O objetivo principal desses sistemas de homogeneização é tentar obter a soma das variâncias ΔR s e ΔK s o mais próximo o possível de zero. Garantindo assim, teores de retomada ao redor da média esperada.

O dimensionamento dos pátios de homogeneização deve ser planejado para que as pilhas sejam formadas de modo que contenham o maior número possível de leitos de deposição, (N). Deste modo, a variabilidade entre os leitos será menor, já que possivelmente um leito será formado por um ou poucos blocos de lavra com poucas variações no teor em comparação com leitos formados por diversos blocos. Assim, a variabilidade entre as fatias de retomada ΔK será significativamente reduzida.

No entanto, o aumento de N para além de um determinado número torna a utilização das pilhas um procedimento antieconômico. Além disto, a partir de certo número de leitos de deposição (N), a variabilidade existente entre eles passa a ser a mínima possível e um valor constante (Schofield, 1980).

Muitos estudos têm sido realizados com o objetivo de aperfeiçoar o dimensionamento de pátios de homogeneização e podem ser encontrados em Costa. et. al. (2007), Ribeiro (2007), entre outros.

Ferreira. et. al., (1992) descreveram que o dimensionamento de pátios de homogeneização deve considerar especialmente dois fatores:

- Processual: a geometria da pilha e as características do material influenciam diretamente na diminuição do desvio padrão.

- Econômico: o custo das correias transportadoras é diretamente proporcional ao comprimento do pátio de homogeneização enquanto que o custo de armazenamento e deposição do material é diretamente proporcional à largura da pilha que se pretende formar.

2.4.3. HOMOGENEIZAÇÃO NO BENEFICIAMENTO

As usinas de beneficiamento são a última etapa do processo de homogeneização de minérios. O propósito de sua existência é concentrar o minério em porções mais ricas e homogêneas por meio de processos físicos e/ou químicos para posterior utilização nas indústrias metalúrgica, química ou cerâmica. A variabilidade residual dos teores em torno da média esperada proveniente das pilhas de homogeneização é significativamente reduzida nas usinas.

Segundo Chaves (1996), o beneficiamento é constituído por um conjunto de operações unitárias organizadas em um sistema de fluxograma de maneira que o produto final seja um concentrado ou um produto com características aceitáveis pelo mercado consumidor. As operações unitárias que fazem parte do beneficiamento de minérios de acordo com Luz. et. al. (1998) são as seguintes:

- Redução de tamanhos representada pela cominuição do minério com britadores e moinhos;
- Separação de tamanhos por meio de peneiras e classificadores;
- Separação de espécies minerais, com processos físicos e/ou químicos: concentração gravimétrica e flotação;
- Separação (sólido-líquido) realizada com espessamento e filtragem do produto final da usina;
- Secagem.

A Figura 2.3 mostra um fluxograma típico para as etapas primárias do beneficiamento do minério apatítico. As demais fases do processo são bastante complexas e

influenciam na qualidade do produto final. Este é o caso da mineração de fosfato em questão, com teores bastante variáveis em função do grande número de contaminantes que devem ser levados em consideração. Essa dissertação propõe que seja feita uma análise detalhada da estratégia de homogeneização em pilhas por meio de técnicas que vem sendo aperfeiçoadas através de aplicações da simulação geoestatística. O algoritmo de simulação geoestatística e os modelos gerados para o depósito apatítico em questão serão detalhadamente discutidos no capítulo 3.

Capítulo 3

3. SIMULAÇÃO SEQÜENCIAL GAUSSIANA

O presente capítulo apresenta os princípios do algoritmo de simulação seqüencial gaussiana utilizado nesse estudo como ferramenta para acessar a variabilidade *in situ* dos teores dos blocos formadores das pilhas de homogeneização. Mostra os modelos gerados para a variável P_2O_5 e o atendimento destes modelos às condições de validação: reprodução dos valores das amostras originais, dos seus histogramas e variogramas.

3.1. SIMULAÇÃO ESTOCÁSTICA

A simulação estocástica tem como objetivo principal acessar a incerteza relacionada às estimativas dos atributos. Ao contrário da krigagem ordinária (Matheron, 1963) que busca a minimização do erro associado ao valor previsto localmente, os métodos de simulação geram cenários que em primeiro lugar devem reproduzir as características de variabilidade natural dos fenômenos. No caso de bens minerais, devem ser reproduzidas as funções de distribuição de probabilidade e covariância. A incerteza associada à estimativa pode ser medida então, por meio da diferença entre os valores das diversas realizações (Costa, 1997).

A simulação estocástica definida por Deutsch & Journel (1998) é o processo por meio do qual é possível gerar inúmeros cenários equiprováveis, imagens estocásticas, para uma variável aleatória que obedece a modelos de funções aleatórias. Assim, cada um dos cenários gerados deve reproduzir as características impostas pelo modelo de funções aleatórias.

Os métodos de simulação estocástica têm sido largamente utilizados em diversas aplicações que vão desde a análise de risco para contaminações no solo até projetos de natureza econômica. Em cada caso, no entanto, as leis de distribuição de probabilidade da variável de entrada que deverão ser reproduzidas pelos diversos cenários gerados, são diferentes. Além disto, os modelos permitem conclusões distintas que podem ser referentes ao

comportamento de uma variável em determinadas condições ou simplesmente um grupo de possíveis valores para o atributo de interesse.

No caso de um depósito mineral, as características de dispersão dos teores dos dados originais, média, variância e covariância, deverão ser respeitadas nos cenários simulados. Se, além destas características, os modelos reproduzirem nos locais amostrados os valores dos dados originais, então o modelo poderá ser dito condicionalmente simulado.

Os modelos de blocos criados por meio da simulação estocástica condicional permitem o acesso à incerteza sobre a estimativa dos teores dos blocos. O método gera inúmeras imagens estocásticas levemente distintas umas das outras que tem a mesma probabilidade de representar o depósito real. Assim, a diferença entre elas permite quantificar a incerteza sobre a estimativa.

Além de analisar a incerteza associada à estimativa, a simulação condicional estocástica não produz o efeito de suavização da variabilidade espacial em relação aos dados originais, como acontece com qualquer método de interpolação. Deutsch & Journel (1998) definiram os dois aspectos principais que diferenciam a simulação da krigagem ordinária ou de qualquer outro método de interpolação:

(i) Na simulação condicional estocástica a reprodução da variabilidade do depósito através da semelhança de distribuição dos teores e sua continuidade espacial têm prioridade sobre a qualidade da estimativa local do bloco. Ao contrário dos métodos de interpolação como a krigagem ordinária que ao minimizar o erro da estimativa local diminui a variabilidade global do depósito;

(ii) A simulação foi desenvolvida para fornecer medidas de acuracidade local e global. Estas medidas são dadas pela diferença entre os diversos valores simulados local ou globalmente. Já, a krigagem ordinária só é capaz de fornecer uma medida incompleta de acuracidade local e nenhuma medida de acuracidade global.

As diferenças entre a simulação e a krigagem também foram estudadas por Journel & Huijbregts (1978) e podem ser mais bem entendidas por meio do diagrama da Figura 3.1. É possível perceber que, apesar de a krigagem ordinária fornecer a melhor medida para a média do perfil do solo, é com a simulação que se torna possível reproduzir as

flutuações (detalhes em menor escala) do mesmo. Ou seja, do perfil krigado resulta a melhor média local enquanto que o perfil simulado reproduz melhor o fenômeno globalmente.

Assim, a krigagem é o método mais adequado para ser utilizado em estimativas para os depósitos e a simulação o mais indicado para acessar as medidas de dispersão destas estimativas.

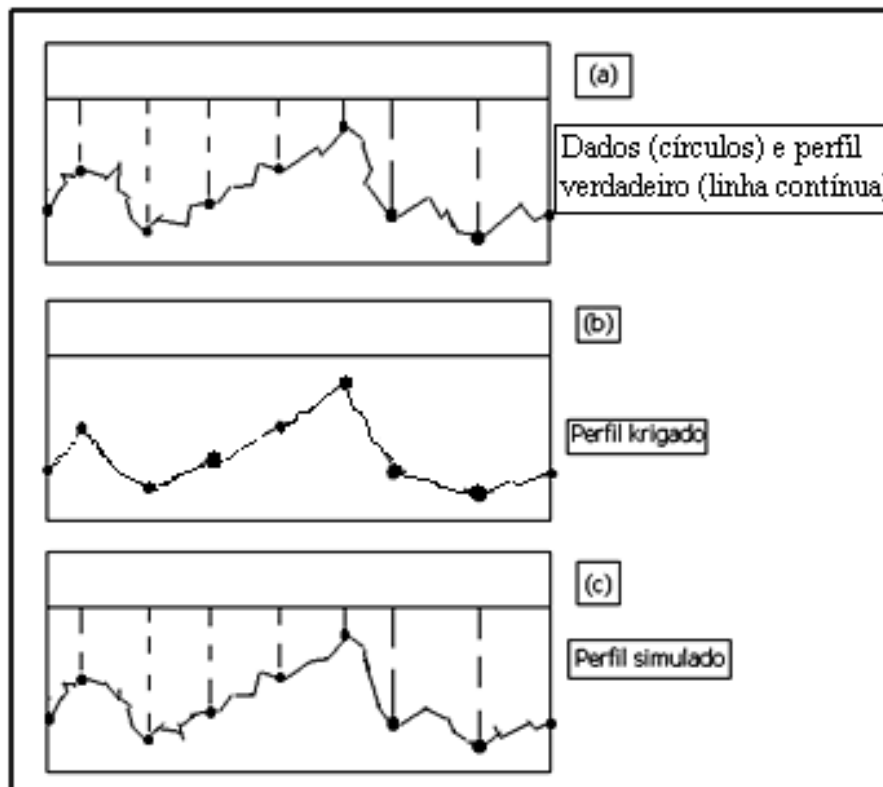


Figura 3.1: Uma comparação entre perfis gerados por krigagem ordinária e simulação estocástica condicional. (a) Perfil verdadeiro; (b) Perfil krigado; (c) Perfil simulado.

A indústria normalmente utiliza a krigagem ordinária, ou outros algoritmos de interpolação para inferir os teores e posteriormente planejar a lavra. Estes métodos, porém, apesar de fornecerem a melhor estimativa para a média local de um bloco, não são capazes de incorporar adequadamente a incerteza associada a esta estimativa. No intuito de prever os teores dos blocos de modo que o erro associado seja minimizado, a variância da estimativa termina por ser suavizada em relação àquela dos dados originais (Costa. et.al., 1998).

A simulação estocástica condicional por sua vez, por não ser um interpolador e por respeitar a variabilidade natural do depósito por meio da reprodução das funções de distribuição de probabilidade e covariância, permite o acesso a medidas de incerteza. Como a simulação gera inúmeros cenários equiprováveis para um mesmo fenômeno, a diferença entre

os resultados obtidos entre eles permite a avaliação do erro associado às estimativas dos teores de forma eficiente.

3.2. SIMULAÇÃO SEQUENCIAL GAUSSIANA

Segundo Isaaks (1990), o princípio da simulação sequencial está baseado na idéia de derivar um valor da distribuição de frequência acumulada local (dfal) de uma variável aleatória $Z(u)$. Partindo, para isto, da relação de covariância dos valores amostrais próximos, incluindo os dados originais e os pontos vizinhos previamente simulados.

No caso de uma função aleatória com distribuição Gaussiana (normal), a dfal é estimada pelo algoritmo da krigagem simples e a simulação sequencial passa a ser chamada de simulação sequencial gaussiana. Nesse estudo, os cenários simulados foram gerados com o uso do software Isatis[®] seguindo a seguinte seqüência:

- i) Análise dos dados;
- ii) Transformação gaussiana;
- iii) Verificação da multinormalidade;
- iv) Variografia;
- v) Seleção aleatória de um ponto para ser simulado;
- vi) Estimativa da dfal do ponto selecionado;
- vii) Escolha de um valor aleatório da dfal deste ponto;
- viii) Inclusão deste valor no banco de dados;
- ix) Verificar se todos os pontos foram simulados;
- x) Retro transformação dos dados simulados do espaço normal para o espaço real.

Cada um destes passos será explicado detalhadamente na medida em que a metodologia for aplicada para a construção de um modelo de blocos 3D para a variável P_2O_5 .

3.2.1. O DEPÓSITO

O presente trabalho pretende avaliar o comportamento da variável P_2O_5 em uma mina de fosfato da região central do Brasil. O fosfato é o minério de interesse e é fundamental conhecer o comportamento desta variável *in situ* e nas pilhas de homogeneização, para que o planejamento da mina e da usina seja adequado.

No Brasil, cerca de 80% das jazidas fosfatadas naturais – fosfatos em geral, são de origem ígnea com presença acentuada de rocha carbonatítica e minerais micáceos com baixo teor de P_2O_5 , enquanto que em termos mundiais esse percentual está em torno de 17%.

Esses fosfatos recebem a denominação de fosfato natural, rocha fosfatada ou mesmo concentrado fosfático, caso sejam passíveis de serem usados (aproveitados) quer diretamente como material fertilizante, quer como insumo básico da indústria do fósforo ou de seus compostos, tal qual se encontram na natureza ou após os minérios sofrerem concentração por meios físicos nas usinas de beneficiamento. Os concentrados fosfáticos são comercialmente expressos sob a forma de pentóxido de fósforo (P_2O_5) ou fosfato tricálcio $Ca_3(PO_4)_2$, também conhecido como “*Bone Phosphate of Lime – BPL*”.

A maioria dos minérios de fósforo, inclusive o estudado, pertence ao grupo da apatita, representado pela fórmula: $Ca_5(F, Cl, OH)(PO_4)_3$ – que é um fosfato cristalino de cálcio com flúor, com teor de P_2O_5 nesse tipo de depósito oscilando de 4 a 15%. Os depósitos de apatita têm uma mineralogia extremamente complexa, tendo impurezas (contaminantes) de influência marcante no rendimento (recuperação) de fósforo nas usinas de beneficiamento desses minérios, resultando em altos custos de produção, muito embora já tenham ocorrido muitas melhorias tecnológicas para aproveitamento dessa apatita.

Regionalmente, a área pesquisada é integralmente composta por rochas magmáticas do Complexo Carbonatítico de Catalão I, denominação feita pela empresa Prospec em 1966 quando do desenvolvimento dos trabalhos do “Projeto Chaminés”. Este complexo alcalino, membro da Província Ígnea do Alto Paranaíba, intrusivo sobre rochas metassedimentares do Grupo Araxá, destaca-se no relevo regional como um platô, de forma parcialmente elíptica e com eixos N-S e E-W medindo-se 6 e 5,5km respectivamente.

Litologicamente é constituído majoritariamente por foscoritos, flogopititos (com freqüentes termos híbridos entre as duas rochas) e carbonatitos; secundariamente por dunitos, nelsonitos, silexitos, fenitos, tufos e bebedouritos (piroxenitos c/ apatitas). Texturas de brechas nestas rochas são comuns.

A intrusão do complexo está intimamente relacionada à pluma de Trindade, tendo idade aproximada de intrusão de 80 milhões de anos. Com exceção da cava da mina que o limita, os afloramentos de rocha nesta região são praticamente inexistentes, devido principalmente ao espesso manto de intemperismo desenvolvido.

Como nas demais jazidas brasileiras de fosfato, especialmente Tapira, Araxá e Salitre, o intemperismo representa o principal agente mineralizador neste elemento e por fim o controle das tipologias de minério que será detalhada adiante.

O perfil de alteração da área pesquisada é subdividido nos seguintes horizontes, do topo a base, segundo Oliveira e Imbernom (1998) – vide também a figura 3.2:

- Capeamento (*overburden*): formado pela caolinita, goethita e fosfatos aluminosos; matéria orgânica na porção superior – horizonte estéril para fosfato;
- Saprolito aloterítico (*alloteritic saprolite*): estrutura primária não é reconhecível; composto por fosfato secundário, quartzo e goethita - horizonte também estéril para fosfato;
- Saprolito isalterítico (*isalteritic saprolite*): carbonato ainda ausente, mas com estrutura primária reconhecível. Apatita, goethita, quartzo, argilas, flogopita e vermiculita. Silexito e concreções ferruginosas em direção ao topo;
- Rocha alterada (*altered rock*): alteração intempérica pouco intensa. Carbonatos preservados;
- Rocha fresca (*fresh rock*): Mistura heterogênea de flogopitito, foscorito, carbonatito e brechas.

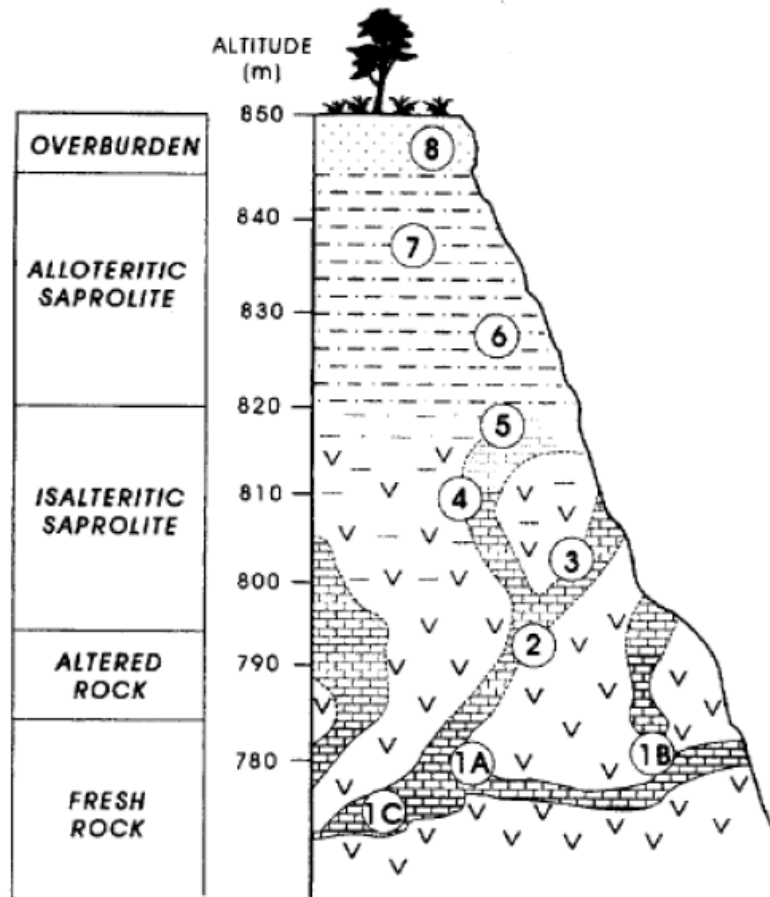


Figura 3.2: Perfil de alteração da área pesquisada

A zona mineralizada em fosfato está contida, nos horizontes de saprolito isalterítico e rocha alterada. O primeiro citado pode ser ainda subdividido, segundo critérios mineralógicos e químicos, nos seguintes tipos (figura 3.3):

Minério Oxidado:

Caracteriza-se pela coloração dominante marrom, mas por vezes preta, amarela ou cinza, textura argilosa a areno-argilosa consistência friável e estrutura maciça. Quimicamente caracteriza-se por apresentar maiores teores de P_2O_5 , Fe_2O_3 e SiO_2 , teores menores de MgO (máximo de 1,5%), RCP (relação entre cálcio e P_2O_5 - máximo de 1,40) e CaO , em comparação aos outros tipos.

Minério Micáceo-Oxidado

É o minério de transição entre as zonas de intemperismo oxidada e micácea, caracterizando-se por apresentar pequenas quantidades de vermiculitas típicas. Quimicamente é caracterizado por apresentar teores de MgO entre 1,5 e 3,5%, RCP e CaO ligeiramente mais elevados que a tipologia Oxidado e P₂O₅ e Fe₂O₃ ligeiramente mais baixos que este; por fim, o SiO₂ mantém os mesmos teores que a anterior.

Minério Micáceo

Caracteriza-se por possuir as estruturas originais preservadas, rico em micas (flogopitas predominando-se sobre vermiculitas), mas ainda sem carbonatos preservados. Em comparação com a tipologia Micáceo-Oxidado, esta quimicamente é caracterizada por possuir MgO superior (entre 3,5% e 8%), assim como a RCP e P₂O₅ ligeiramente inferior. Isto denota num minério de inferior desempenho no beneficiamento, mas este ainda possível técnica e economicamente, cujos concentrados apresentam teores superiores de Mg, Al e Si.

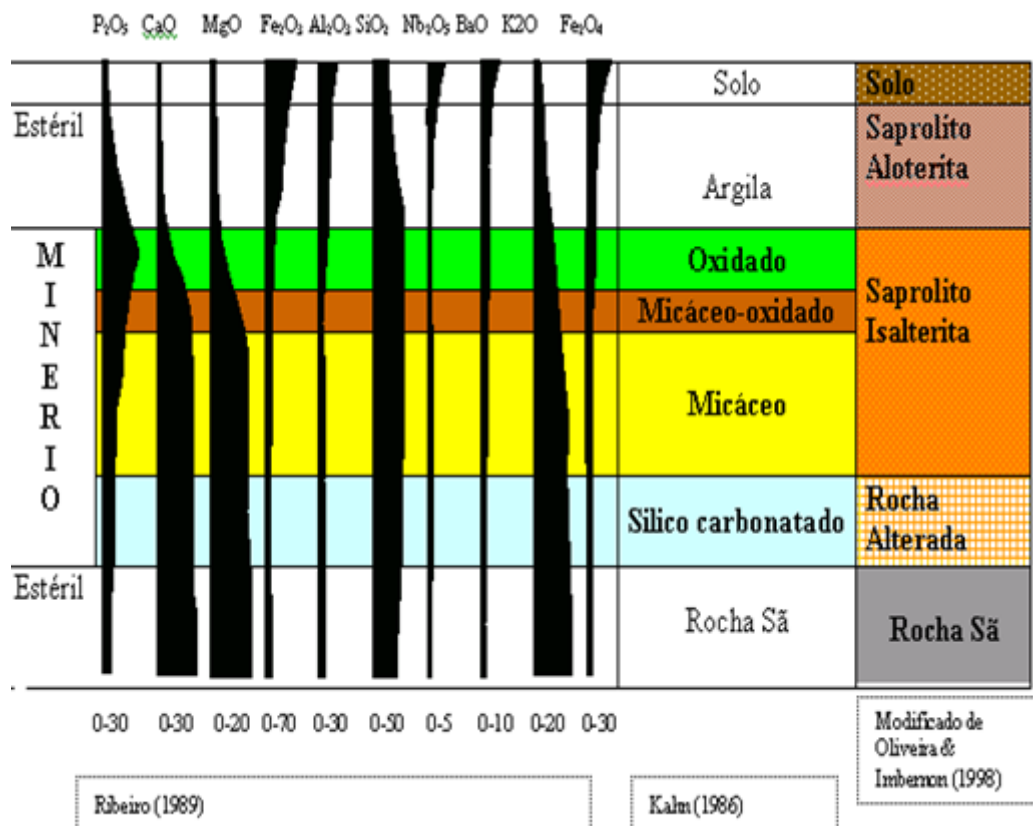


Figura 3.3: Comportamento dos elementos químicos no perfil de intemperismo de Catalão I.

Para a construção do modelo de blocos 3D simulado o depósito foi dividido em 6 domínios geoestatísticos de acordo com o comportamento da variável P_2O_5 em termos de distribuição de teores e continuidade espacial. Com base nas informações de formação do depósito e enriquecimento da jazida em fosfato os domínios foram agrupados de modo a considerar que o P_2O_5 varia muito mais na direção vertical do que na horizontal do corpo mineralizado. Os histogramas e variogramas dos 6 domínios serão apresentados no item 3.2.2 referente à análise dos dados.

3.2.2. ANÁLISE DOS DADOS

O banco de dados utilizado é composto por 5200 furos espaçados em uma malha aproximadamente regular de 35m. Cada furo tem compostas de 5m, resultando em 16354 amostras no total. Como o número de amostras é muito grande o banco de dados não será apresentado nesta dissertação.

Um mapa de localização (vista superior) da distribuição dos teores da variável P_2O_5 nas frentes I e IV é apresentado na figura 3.4. Como é possível perceber, existem alguns locais que estão mais densamente amostrados tanto na frente I quanto na frente IV. Quando isso acontece a amostragem é dita preferencial e é necessário proceder o desagrupamento (Isaaks & Srivastava, 1989) dos dados para que a estimativa da distribuição de probabilidades não seja influenciada pelo agrupamento das amostras.

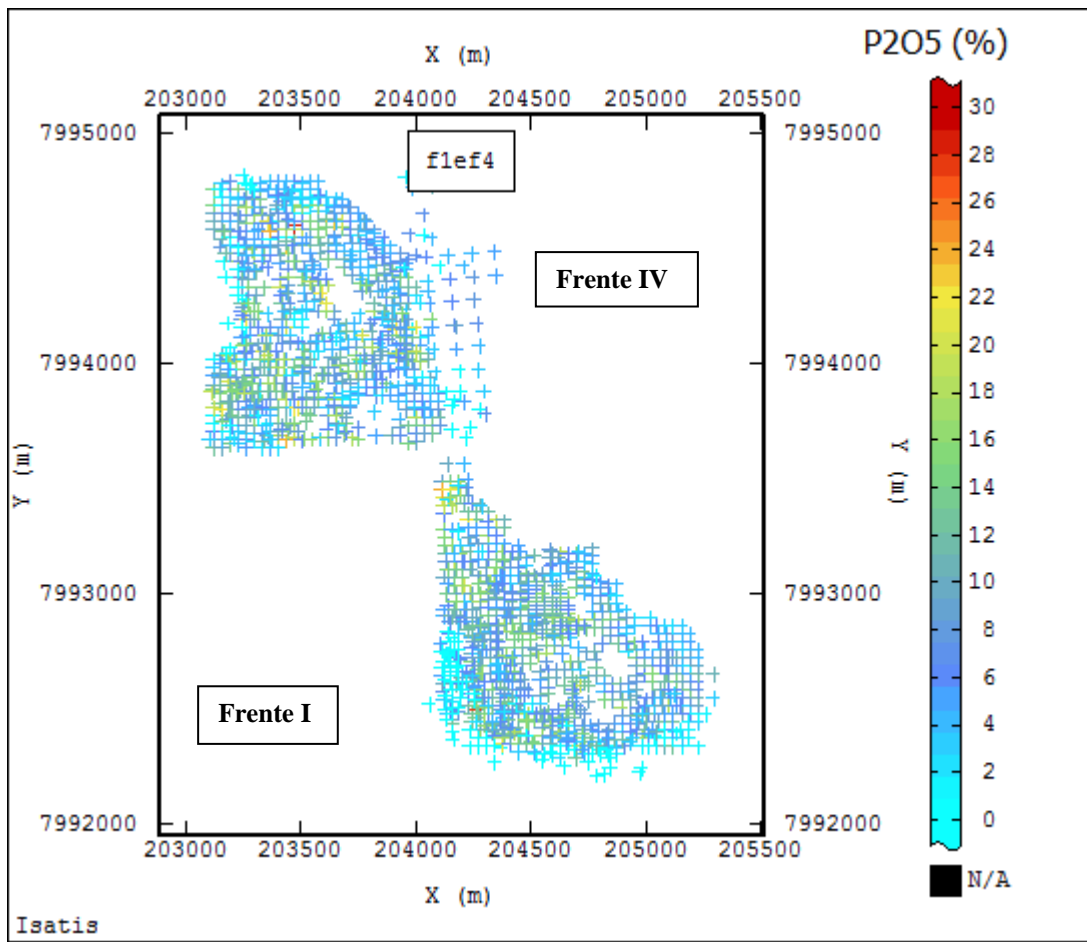


Figura 3.4: Mapa de localização das amostras para a variável fosfato nas frentes I e IV.

Existem diversos métodos de desagrupamento que funcionam basicamente dando pesos diferentes para as amostras conforme a sua localização espacial, de modo que as zonas preferencialmente amostradas não tenham maior influência do que as demais no valor final da média global estimada. Neste caso, a média global é dada por uma combinação linear dos pesos de todas as amostras.

O método aplicado neste estudo foi o das células móveis (Bleines, C. et. al., 2008) do software Isatis[®]. Neste método, a área de interesse é dividida em diversas células de mesmo tamanho, centradas em cada amostra que deve ter o peso determinado. O peso que cada amostra recebe é inversamente proporcional ao número total de amostras da mesma janela. Desse modo, as amostras agrupadas irão receber pesos menores na estimativa, já que existirão muitas amostras dentro de uma mesma célula. E, as amostras desagrupadas, receberão pesos maiores porque estarão praticamente sozinhas em uma janela.

Para calcular o peso w_i de uma dada amostra i , o número de amostras n_i dentro de uma janela móvel centrada nesta amostra é calculado. O peso w_i é igual à m_v/n_i , onde m_v é a média de todos os n_i dentro de uma janela. O peso será 1 quando o número de dados no interior da janela for igual à média do n_i . Esta normalização faz com que os pesos não diminuam conforme o número de amostras dentro de uma mesma célula aumenta.

A média estimada global pode ser expressa como:

$$m = \sum_{i=1}^n w_i * Z(u_i)$$

Onde, w_i são os pesos de desagrupamento e $Z(u_i)$ são os valores das amostras.

As dimensões escolhidas para as células de desagrupamento são as mesmas da malha amostral que é aproximadamente regular e espaçada em um *grid* de 35x35x5 metros. Assim, as amostras que estiverem alocadas em distâncias menores do que estas receberão pesos menores. A figura 3.5 mostra uma comparação entre os histogramas dos dados agrupados e desagrupados.

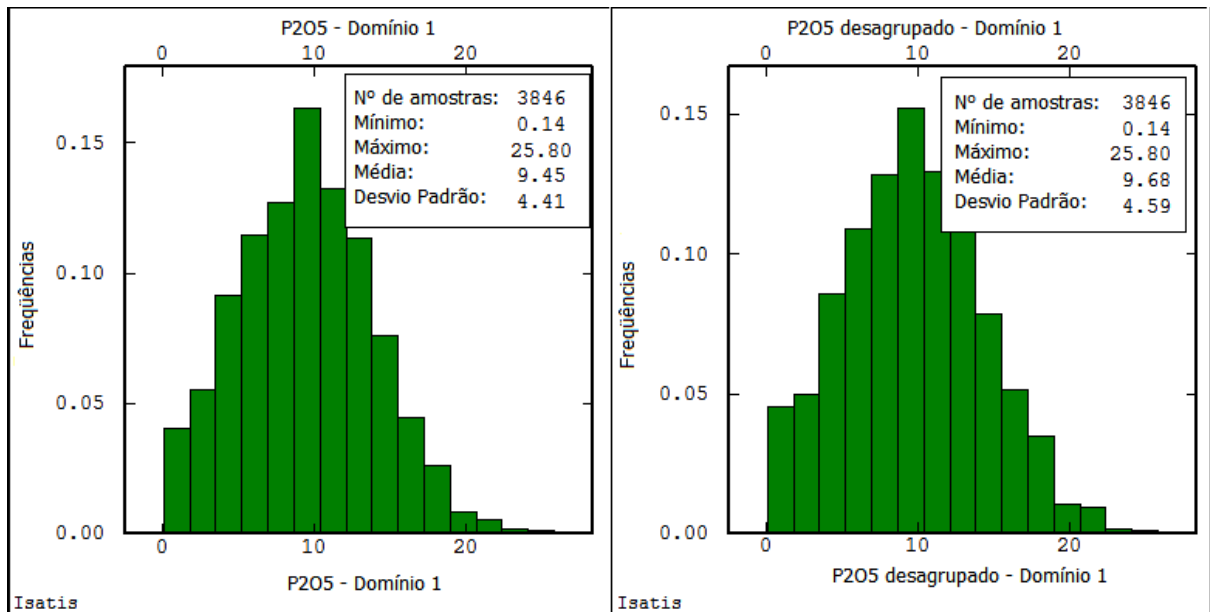


Figura 3.5(a): Histograma dos dados agrupados e desagrupados do Domínio 1.

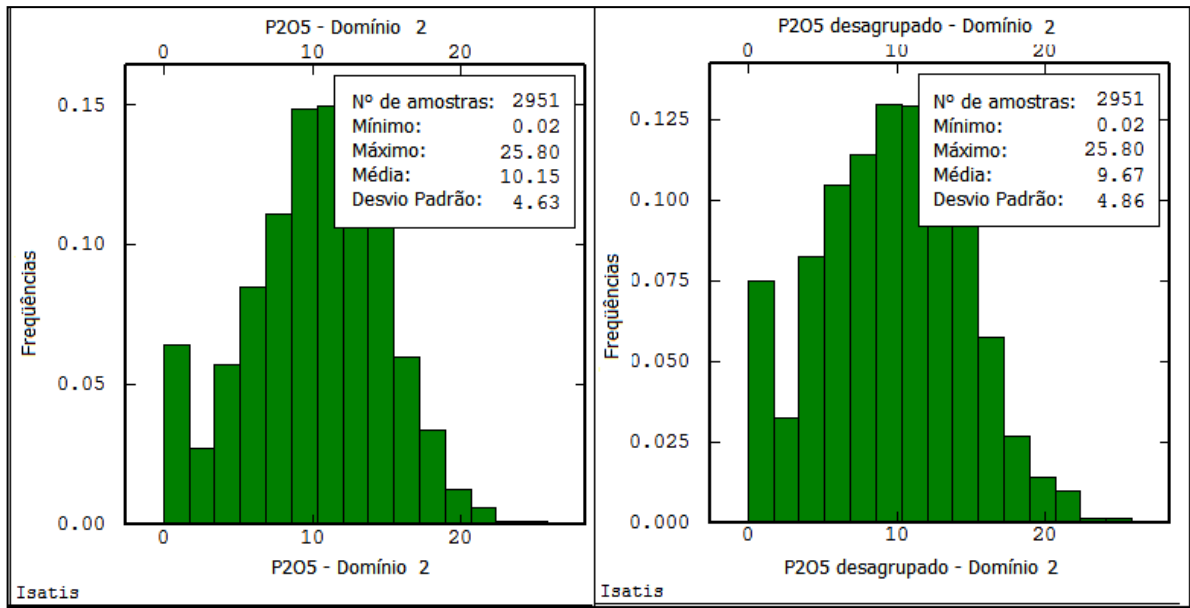


Figura 3.5(b): Histograma dos dados agrupados e desagrupados do Domínio 2.

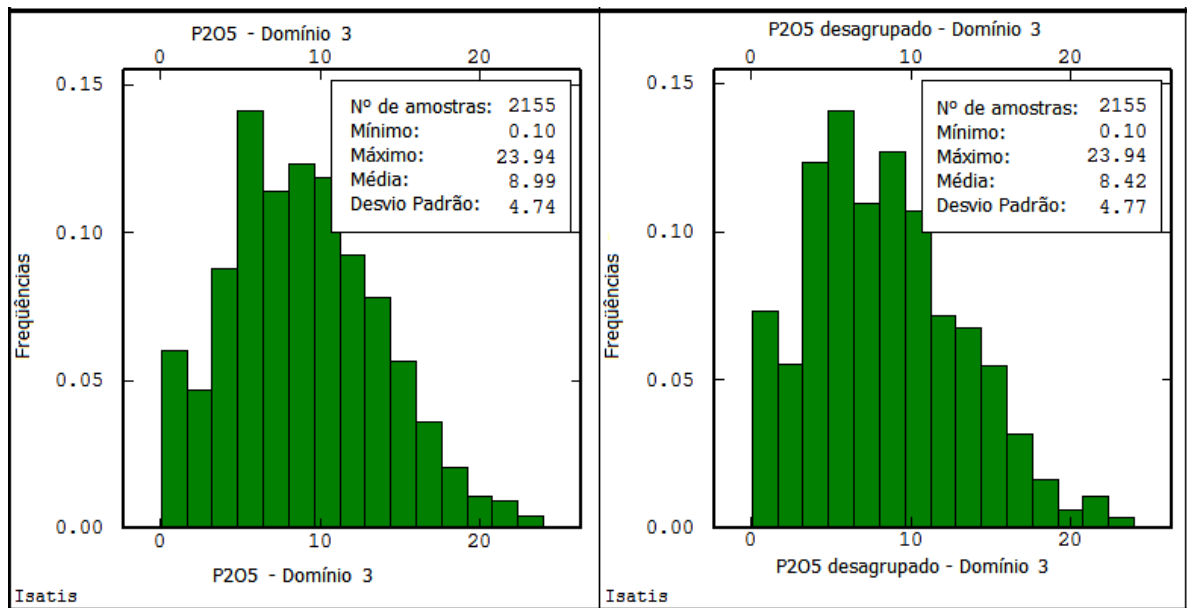


Figura 3.5(c): Histograma dos dados agrupados e desagrupados do Domínio 3.

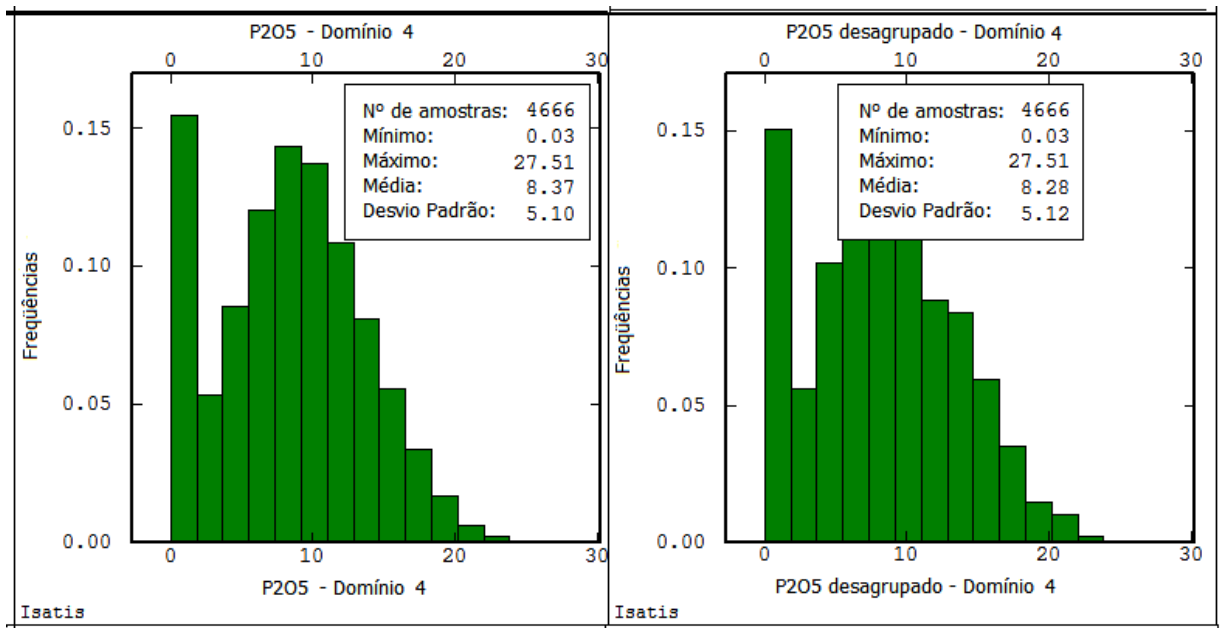


Figura 3.5(d): Histograma dos dados agrupados e desagrupados do Domínio 4.

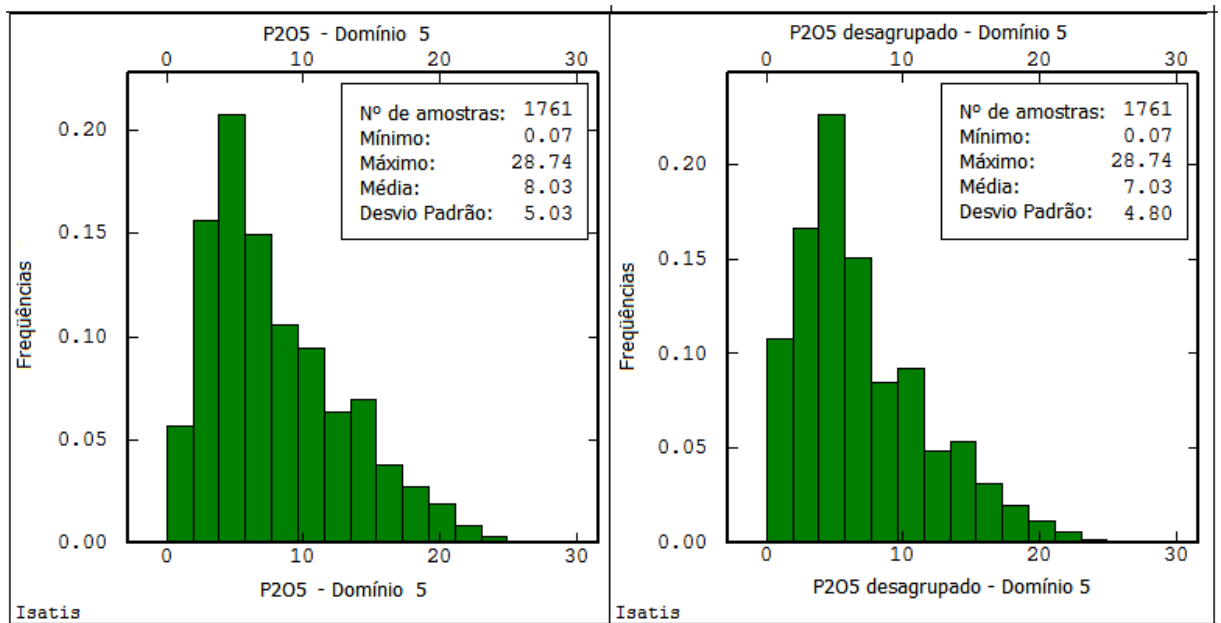


Figura 3.5 (e): Histograma dos dados agrupados e desagrupados do Domínio 5.

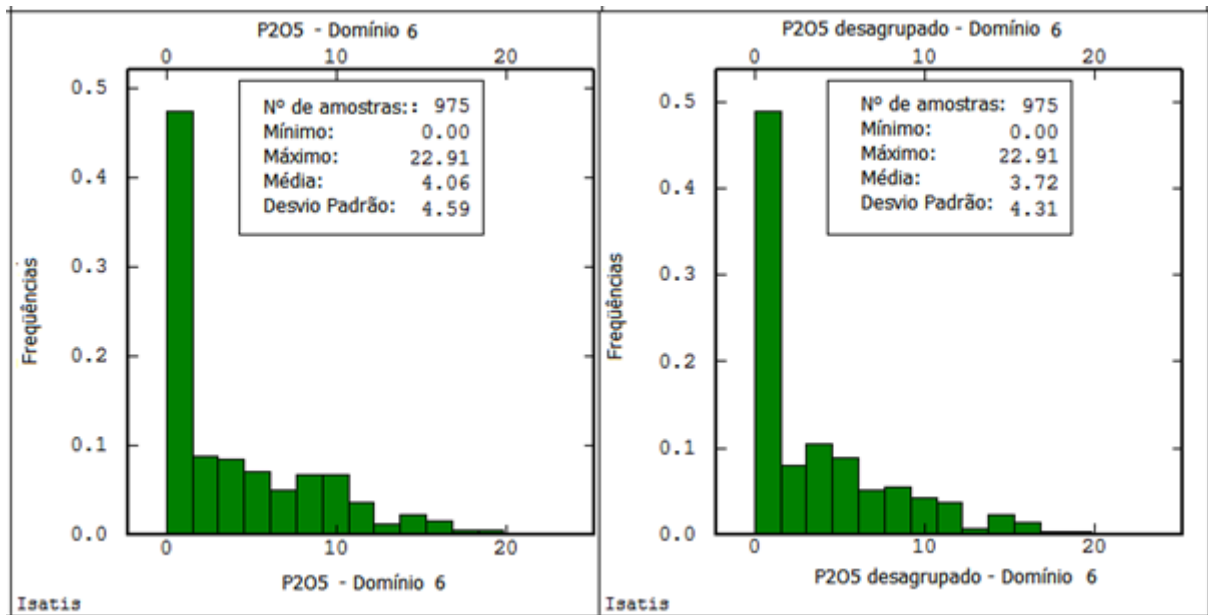


Figura 3.5(f): Histograma dos dados agrupados e desagrupados do Domínio 6.

Note que, com exceção do domínio 1, a frequência dos valores abaixo do teor de corte (5%) é bastante considerável. Isto acontece porque na individualização destes domínios não é possível separar os valores com teores baixos dos demais, já que eles se encontram distribuídos de forma irregular ao longo de todo o depósito.

3.2.2. TRANSFORMAÇÃO GAUSSIANA

Na simulação sequencial gaussiana, o valor derivado da distribuição condicional de frequência acumulada local (dfal), que será usado para a simulação de novos teores para os blocos é obtido através de funções aleatórias multigaussianas. A krigagem simples é utilizada para calcular a média e a variância de uma dfal gaussiana local, o que permite a escolha de um valor aleatório para a simulação de novos cenários. As funções multigaussianas, no entanto, assumem que a distribuição dos dados seja normal o que raramente acontece na realidade. Deste modo, é necessário que os dados sejam transformados para o espaço normal. (Goovaerts, 1997).

A transformação da distribuição dos dados originais, normalmente assimétrica, em uma distribuição normal é feita dando-se pesos para as amostras. Segundo Goovaerts (1997), se os dados estiverem agrupados, os pesos utilizados para a normalização serão

aqueles previamente utilizados para o desagrupamento. A normalização dos dados da variável P_2O_5 foi feita com o uso do software Isatis® e pode ser vista na figura 3.6 para os seis domínios geostatísticos estudados. É possível perceber que em todos os casos, a normalidade da distribuição é garantida com histogramas simétricos com média igual a zero e desvio padrão unitário.

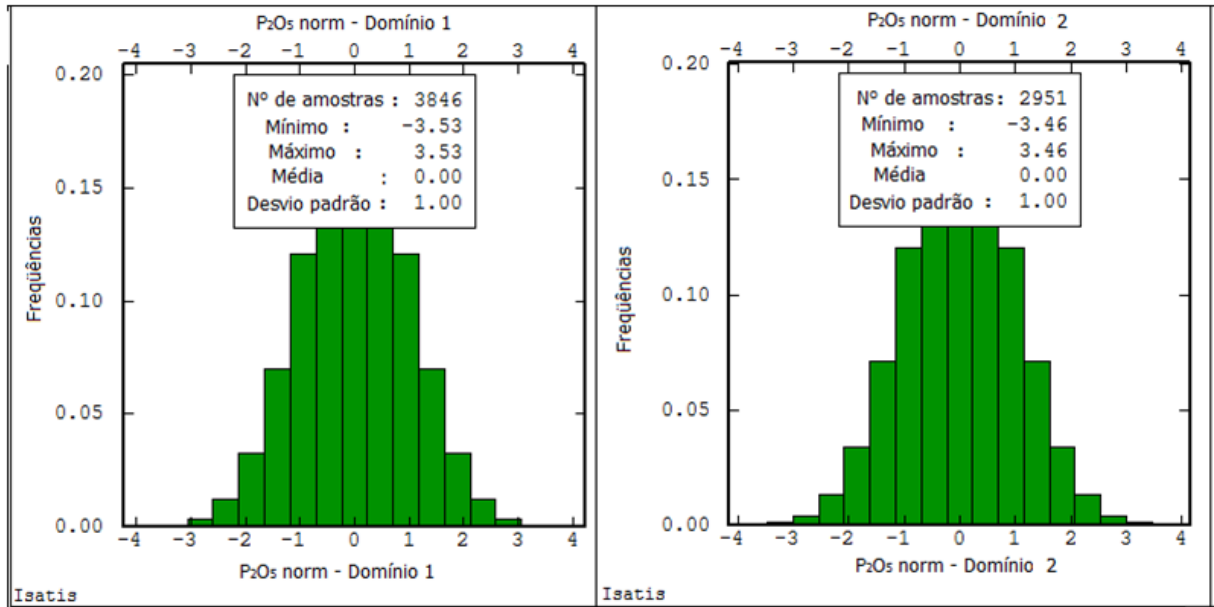


Figura 3.6(a): Histogramas dos dados normalizados para os Domínios 1 e 2.

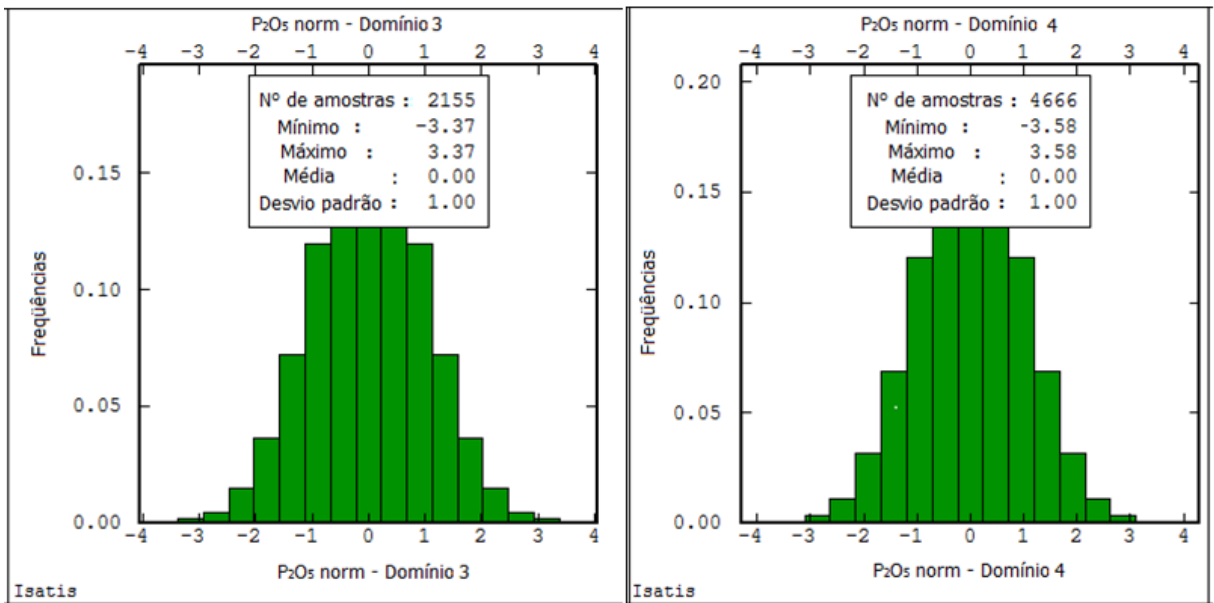


Figura 3.6(b): Histogramas dos dados normalizados para os Domínios 3 e 4.

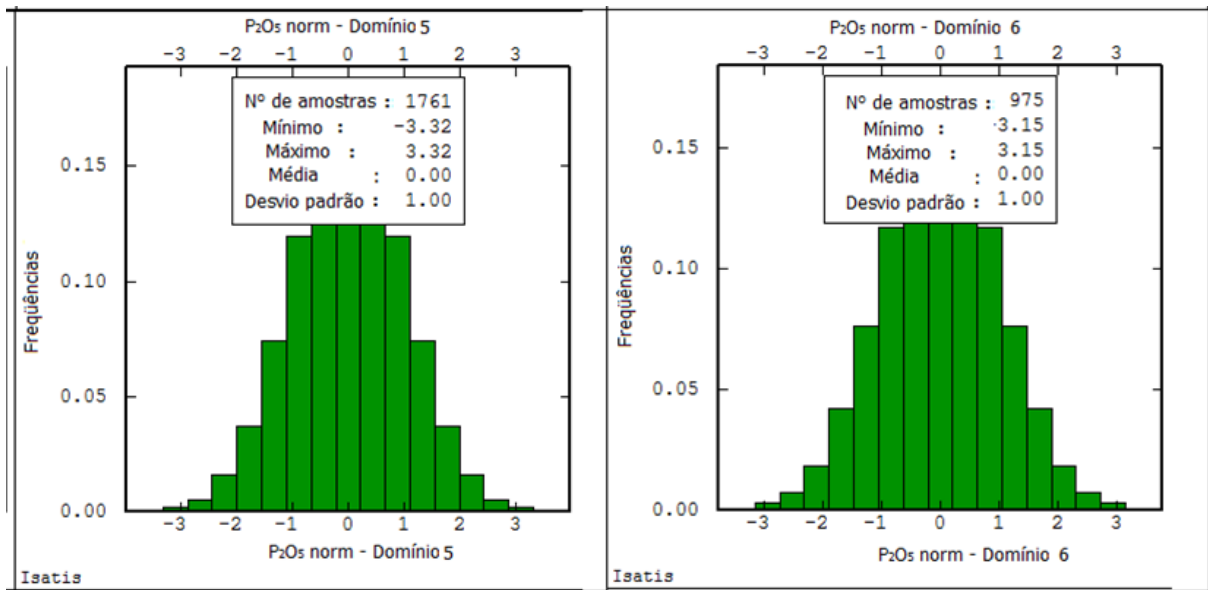


Figura 3.6(c): Histogramas dos dados normalizados para os Domínios 5 e 6.

3.2.3. VARIOGRAFIA - CONTINUIDADE ESPACIAL

De posse dos dados normalizados, a continuidade espacial do fenômeno deve ser estudada. O primeiro passo para o estudo da continuidade espacial é o cálculo de um variograma ao longo do furo (*DTH – down the hole*), para a determinação do efeito pepita (Isaaks & Srivastava, 1989). O efeito pepita se refere à variância intrínseca dos dados, além daquela que provém de diferenças causadas pela própria coleta das amostras.

Todos os variogramas seguintes são calculados assumindo o efeito pepita do variograma modelado ao longo da direção dos furos. A figura 3.7 apresenta os variogramas ao longo dos furos para os seis domínios geoestatísticos estudados.

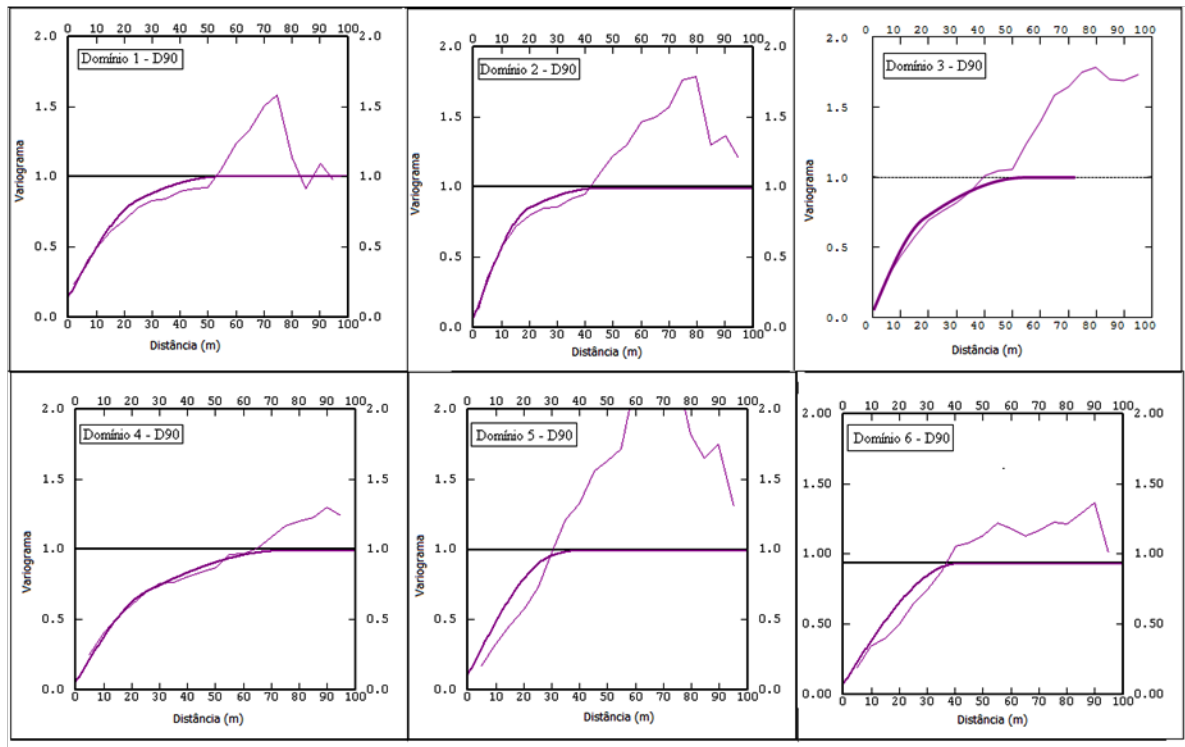


Figura 3.7: Variogramas verticais dos dados normalizados para a variável P_2O_5 nos seis domínios geoestatísticos estudados.

Para analisar mais detalhadamente a continuidade espacial dos dados é necessário o cálculo dos variogramas experimentais direcionais. Cada variograma direcional irá informar o limite de distância onde pares de amostras estão correlacionados, ou seja, não ultrapassam a variância máxima dos dados, representada pela variância à priori da distribuição. São calculados os variogramas experimentais em oito direções em incrementos de $22,5^\circ$ e diversos mergulhos. A direção de maior continuidade é aquela cujo variograma ajustado apresenta o maior alcance.

Depois de calculados os variogramas experimentais, é necessária a determinação de seus modelos de ajuste. Estes modelos podem ser formados por quantas estruturas forem necessárias para o melhor ajuste do variograma modelado em relação ao variograma calculado. A figura 3.8 mostra os variogramas experimentais e modelados nas direções de maior e menor continuidade, em 3.7(a) e 3.7(b), respectivamente, para os dados da variável P_2O_5 normalizada nos seis domínios geoestatísticos estudados.

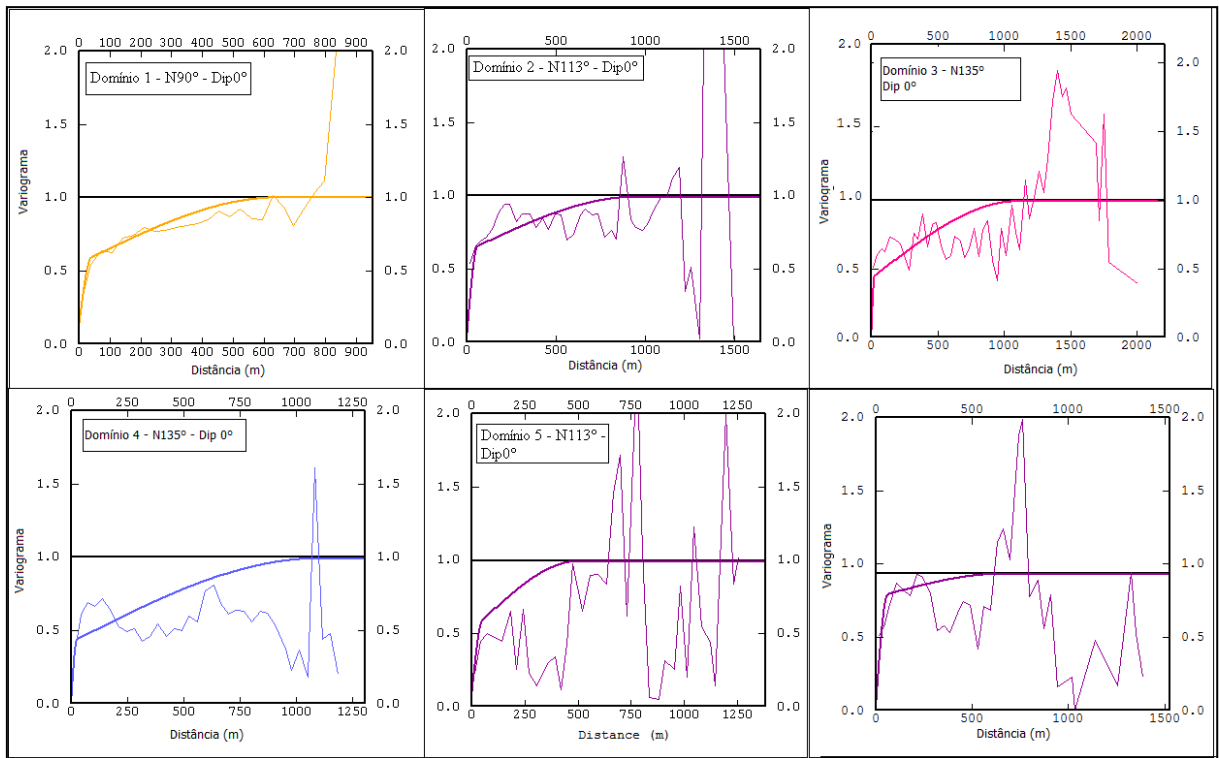


Figura 3.8(a): Variogramas experimentais e modelados para a variável P_2O_5 nas direções de maior continuidade para os seis domínios geoestatísticos estudados.

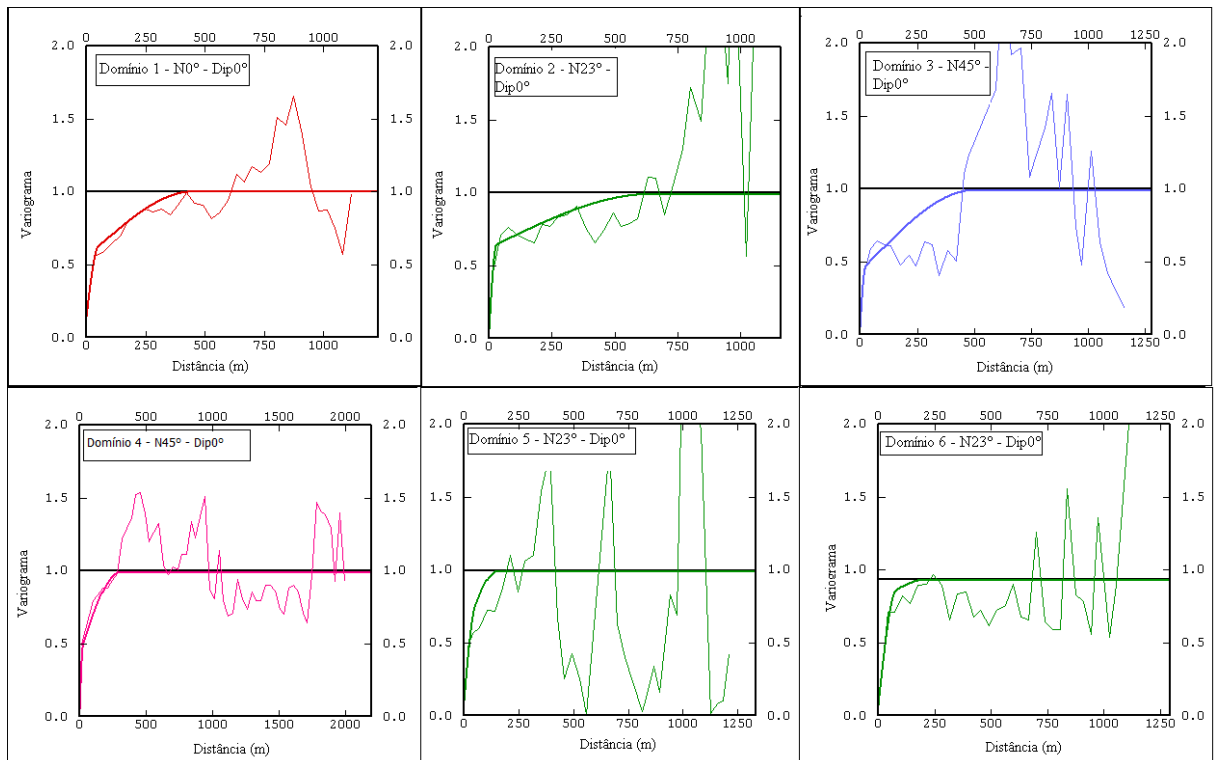


Figura 3.8(b): Variogramas experimentais e modelados para a variável P_2O_5 nas direções de menor continuidade para os seis domínios geoestatísticos estudados.

As equações para os 6 domínios estão discriminadas a seguir:

Domínio 1:

$$\gamma(h) = 0,14 + 0,41Sph\left(\frac{h_{N90}}{50}, \frac{h_{N0}}{40}, \frac{h_{D90}}{25}\right) + 0,45Sph\left(\frac{h_{N90}}{650}, \frac{h_{N0}}{450}, \frac{h_{D90}}{55}\right)$$

Domínio 2:

$$\gamma(h) = 0,06 + 0,56Sph\left(\frac{h_{N113}}{60}, \frac{h_{N23}}{30}, \frac{h_{D90}}{20}\right) + 0,37Sph\left(\frac{h_{N113}}{950}, \frac{h_{N23}}{650}, \frac{h_{D90}}{45}\right)$$

Domínio 3:

$$\gamma(h) = 0,05 + 0,38Sph\left(\frac{h_{N135}}{25}, \frac{h_{N45}}{25}, \frac{h_{D90}}{25}\right) + 0,56Sph\left(\frac{h_{N135}}{1100}, \frac{h_{N45}}{500}, \frac{h_{D90}}{75}\right)$$

Domínio 4:

$$\gamma(h) = 0,05 + 0,37Sph\left(\frac{h_{N135}}{25}, \frac{h_{N45}}{25}, \frac{h_{D90}}{25}\right) + 0,56Sph\left(\frac{h_{N135}}{1100}, \frac{h_{N45}}{300}, \frac{h_{D90}}{75}\right)$$

Domínio 5:

$$\gamma(h) = 0,1 + 0,42Sph\left(\frac{h_{N113}}{50}, \frac{h_{N23}}{50}, \frac{h_{D90}}{40}\right) + 0,47Sph\left(\frac{h_{N113}}{500}, \frac{h_{N23}}{150}, \frac{h_{D90}}{30}\right)$$

Domínio 6:

$$\gamma(h) = 0,07 + 0,42Sph\left(\frac{h_{N113}}{60}, \frac{h_{N23}}{80}, \frac{h_{D90}}{40}\right) + 0,47Sph\left(\frac{h_{N113}}{650}, \frac{h_{N23}}{200}, \frac{h_{D90}}{45}\right)$$

Onde, $\gamma(h)$ é a variância entre os pares de amostras separadas por h metros;

Sph é o modelo de ajuste esférico para a equação do variograma;

h_N representam as direções de anisotropia dos domínios.

Note que embora possam ser identificadas direções de maior e menor continuidade em todos os domínios, mais da metade da contribuição para a variância máxima dos dados acontece em menores alcances. Assim, fica comprovada a informação fornecida

pela geologia e tomada como base para definição dos domínios geoestatísticos: existe muito mais variação entre os teores no horizonte vertical (entre domínios), do que no horizontal (no mesmo domínio).

3.2.4. VERIFICAÇÃO DA MULTINORMALIDADE

A transformação dos dados originais para o espaço normal não é o suficiente para garantir que o modelo da função de distribuição de probabilidades seja multinormal. Deutsch & Journel (1998) mostram diferentes maneiras de verificar a binormalidade da distribuição, sendo que, quando a binormalidade é verificada a multinormalidade, em geral, é assumida.

Um método para testar a bi normalidade consiste em testar as relações entre as médias e as variâncias dos dados que sofreram transformação normal. A teoria multigaussiana assume que não existe efeito proporcional entre eles, são ditos homocedásticos.

A verificação consiste na análise da correlação entre as médias e as variâncias locais. A média de cada janela, ou área local é plotada no eixo x e a variância correspondente no y. Nenhuma correlação é esperada e o espalhamento sem correlação é propriedade associada à multivariabilidade. A figura 3.9 mostra as médias normalizadas de alguns locais selecionados aleatoriamente ao longo do depósito e a inexistência de correlação destas médias com as respectivas variâncias. Note que não existe nenhuma correlação entre a média e variância nos locais do depósito escolhidos aleatoriamente.

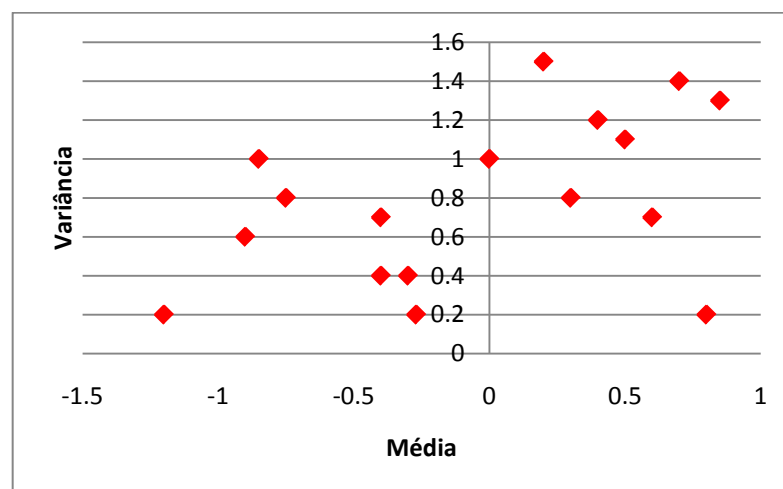


Figura 3.9: Verificação da bi normalidade.

3.2.5. SIMULAÇÃO DAS IMAGENS ESTOCÁSTICAS

Aceita a hipótese de multinormalidade dos dados originais transformados para o espaço gaussiano, o próximo passo para a construção de um modelo de blocos 3D simulado é a escolha de um caminho aleatório que garanta que todos os nós do grid sejam visitados e recebam valores simulados. Em um dos nós do grid deve ser feita a estimativa da distribuição condicional acumulada local de probabilidade (dcalp), realizada por meio do algoritmo da krigagem simples dos dados originais normalizados. Conhecida a dcalp em um ponto qualquer u , um valor x aleatório desta distribuição é sorteado usando métodos de Monte Carlo neste nó e adicionado no banco de dados como $z(u_x)$. Então, o novo banco de dados terá $\{[z(u_i), i=1, \dots, M + 1]\}$. Onde M é o número de dados originais e $z(u_i)$ o valor dos dados nos nós do grid. Este procedimento se repete até que todos os pontos sejam simulados. A geração de inúmeras imagens estocásticas é feita do mesmo modo, a única diferença é o caminho randômico, que muda em cada novo cenário simulado (Isaaks, 1990).

A rotina de simulação seqüencial gaussiana do software Isatis[®] foi aplicada de modo que fossem gerados cem cenários simulados para a variável de interesse P_2O_5 . Costa (1997) mostrou que um número entre cinquenta e cem simulações é suficiente para mapear a incerteza associada a estimativas de um atributo geológico.

Como o depósito apatítico estudado é bastante extenso, a simulação em pontos é um procedimento computacional extremamente laborioso. É por este motivo que a variável P_2O_5 foi simulada em uma malha de 5x5x5m.

Os cenários simulados, no entanto, também resultam em uma distribuição dos teores no espaço normal. Por isso é necessário que se proceda à chamada retro-transformação dos dados simulados do espaço normal para o espaço original. Esta transformação é feita de modo inverso à transformação inicial. Antes de os modelos serem efetivamente utilizados, é necessária a verificação da reprodutibilidade das duas funções condicionantes: a distribuição de probabilidade e a função covariância/variograma.

3.2.6. VALIDAÇÃO DOS MODELOS SIMULADOS

O modelo de blocos simulado deve ser validado antes de sua utilização na construção das pilhas de homogeneização. Esta validação consiste na checagem da reprodução do histograma e da continuidade espacial do fenômeno, representada pelos variogramas. A figura 3.9 mostra dois histogramas simulados e o histograma dos dados originais para cada domínio geostatístico. É possível verificar a semelhança do histograma dos dados originais com os simulados.

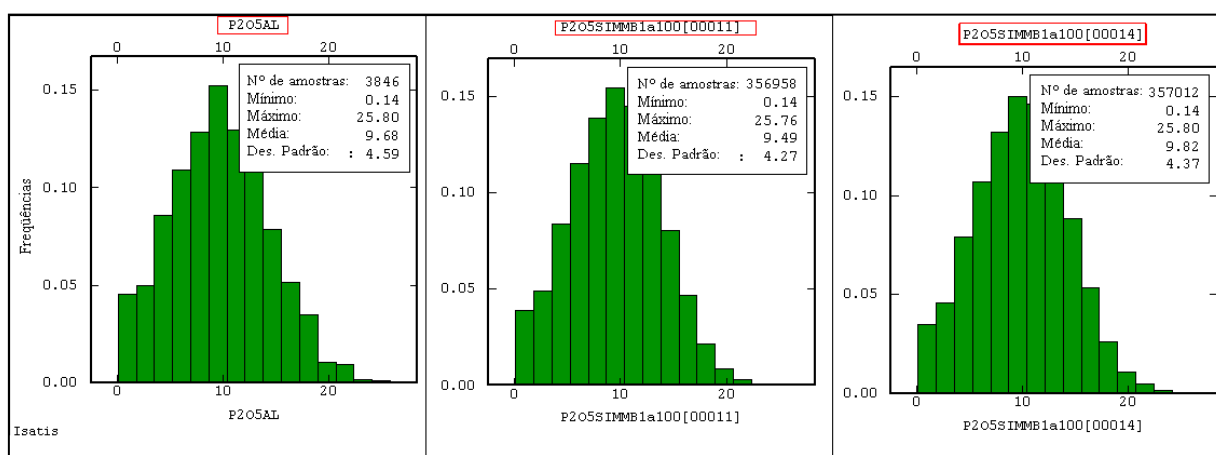


Figura 3.10(a): Histograma dos dados originais desagrupados do Domínio 1 à esquerda. À direita os histogramas de dois cenários simulados escolhidos randomicamente para este domínio.

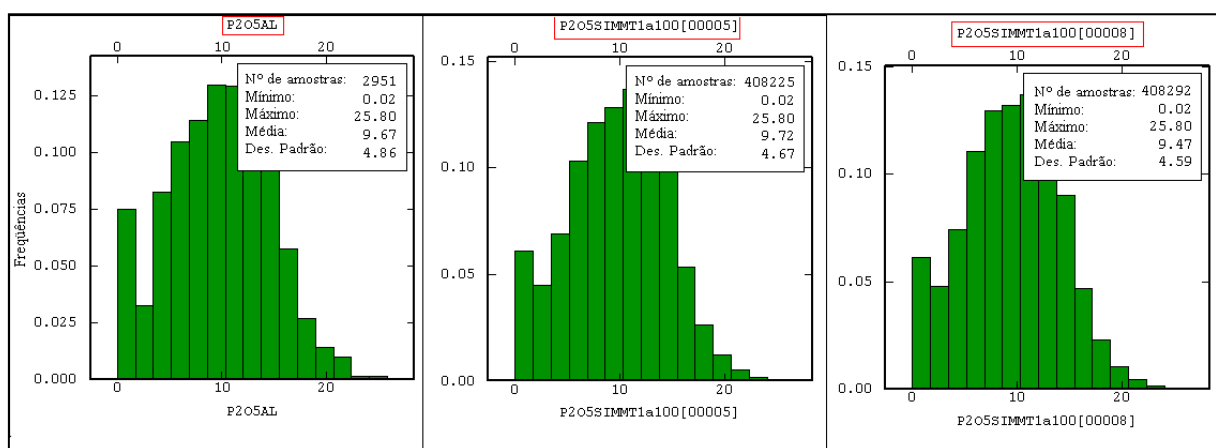


Figura 3.9(b): Histograma dos dados originais desagrupados do Domínio 2 à esquerda. À direita os histogramas de dois cenários simulados escolhidos randomicamente para este domínio.

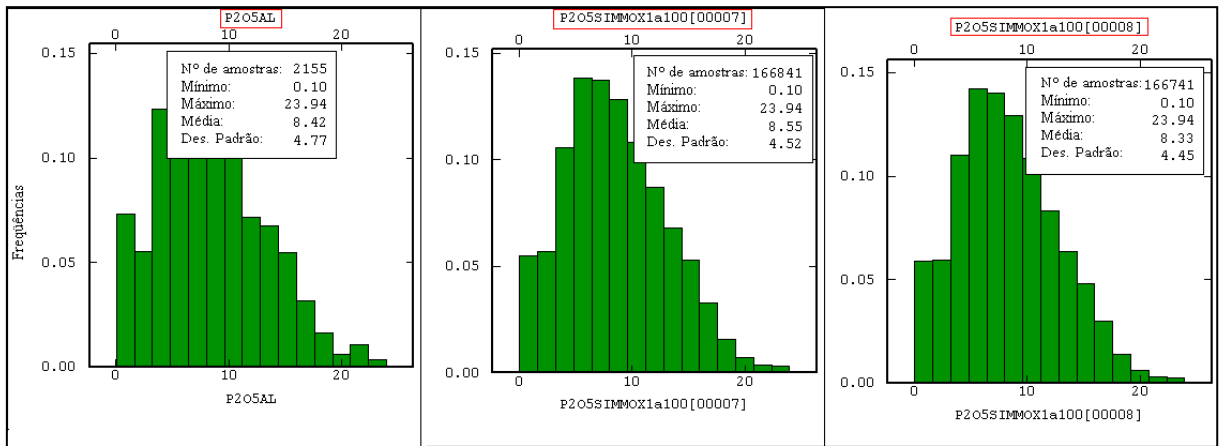


Figura 3.9(c): Histograma dos dados originais desagrupados do Domínio 3 à esquerda. À direita os histogramas de dois cenários simulados escolhidos aleatoriamente para este domínio.

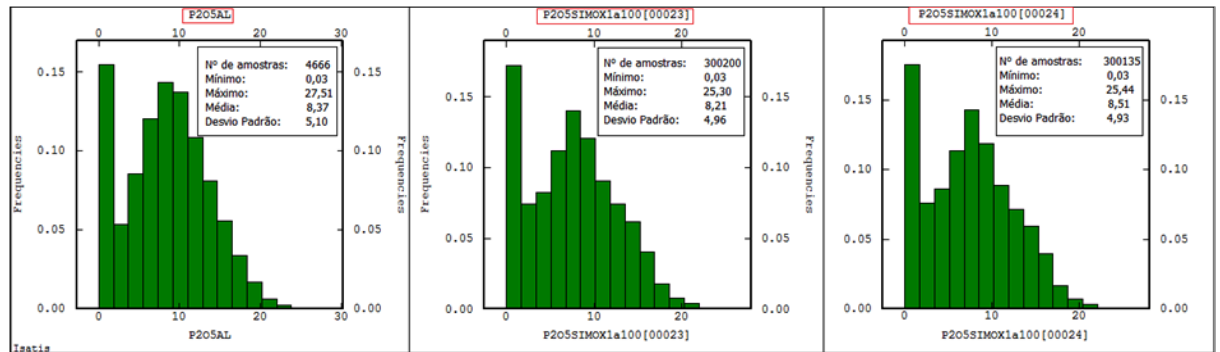


Figura 3.9(d): Histograma dos dados originais desagrupados do Domínio 4 à esquerda. À direita os histogramas de dois cenários simulados escolhidos aleatoriamente para este domínio.

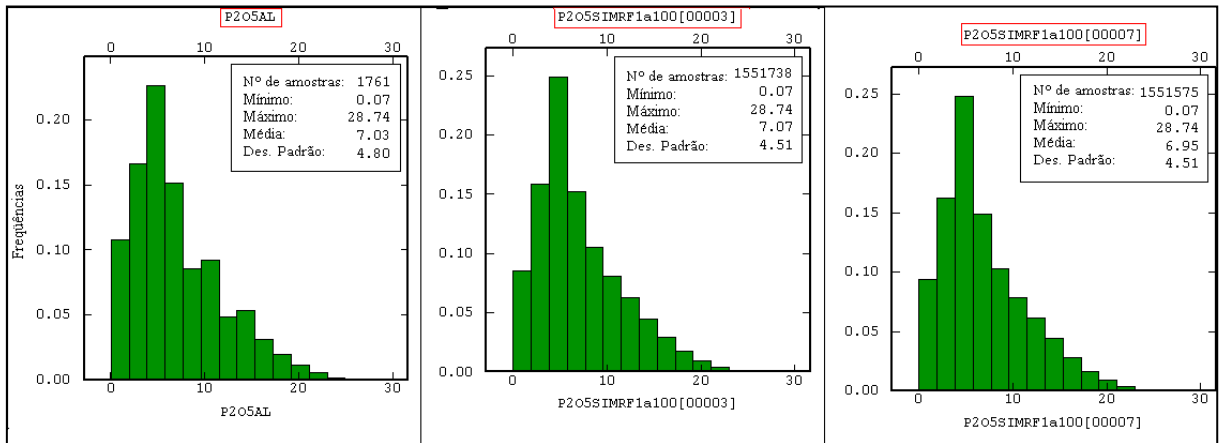


Figura 3.9(e): Histograma dos dados originais desagrupados do Domínio 5 à esquerda. À direita os histogramas de dois cenários simulados escolhidos aleatoriamente para este domínio.

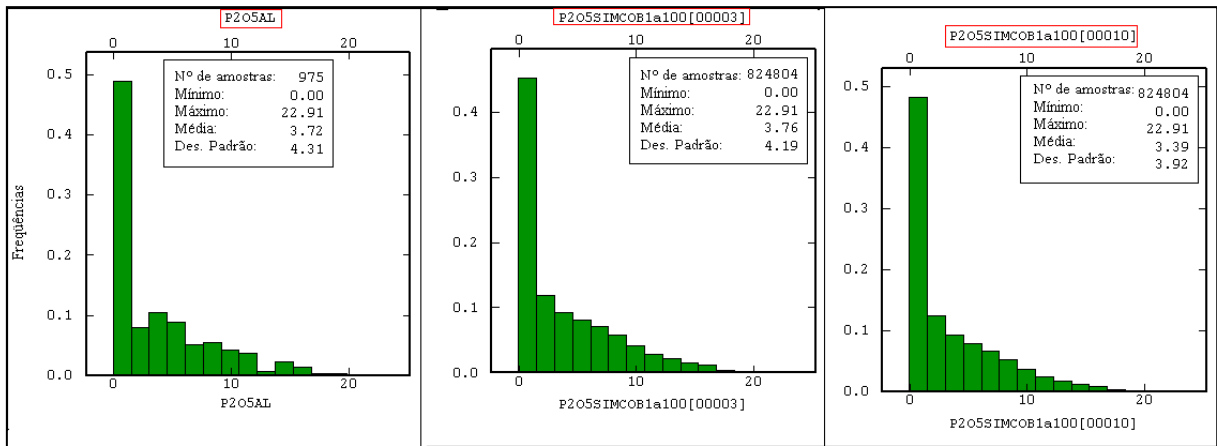


Figura 3.9(f): Histograma dos dados originais desagrupados do Domínio 6 à esquerda. À direita os histogramas de dois cenários simulados escolhidos aleatoriamente para este domínio.

Para que um cenário simulado reproduza de maneira adequada o cenário real, a continuidade espacial das variáveis, naturalmente existente em um depósito mineral, deve ser respeitada. Ou seja, as direções de anisotropia, com os mesmos parâmetros para os variogramas experimentais e modelados, devem ser mantidas. Como citado anteriormente, o método é capaz de gerar inúmeros e equiprováveis cenários condicionalmente simulados para um depósito mineral. No entanto, apesar de estes serem semelhantes, logicamente, não são iguais.

Assim, mesmo que as características de continuidade espacial sejam mantidas, os parâmetros dos variogramas simulados podem e devem flutuar em torno do variograma experimental dos dados originais. São as flutuações ergódicas que estão reproduzidas na figura 3.10, para os seis domínios geostatísticos do depósito. Segundo Deutsch & Journel (1998), a magnitude das flutuações ergódicas é controlada por fatores tais como o algoritmo utilizado para gerar as realizações, o número de dados condicionantes e os parâmetros do variograma.

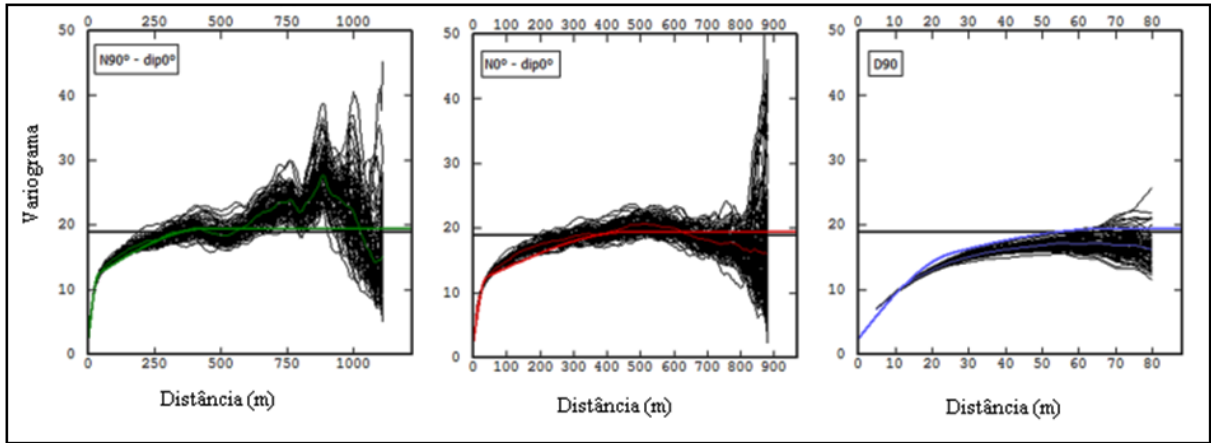


Figura 3.11(a): Reprodução dos variogramas e flutuações ergódicas nas principais direções de anisotropia para a variável P_2O_5 , do Domínio 1.

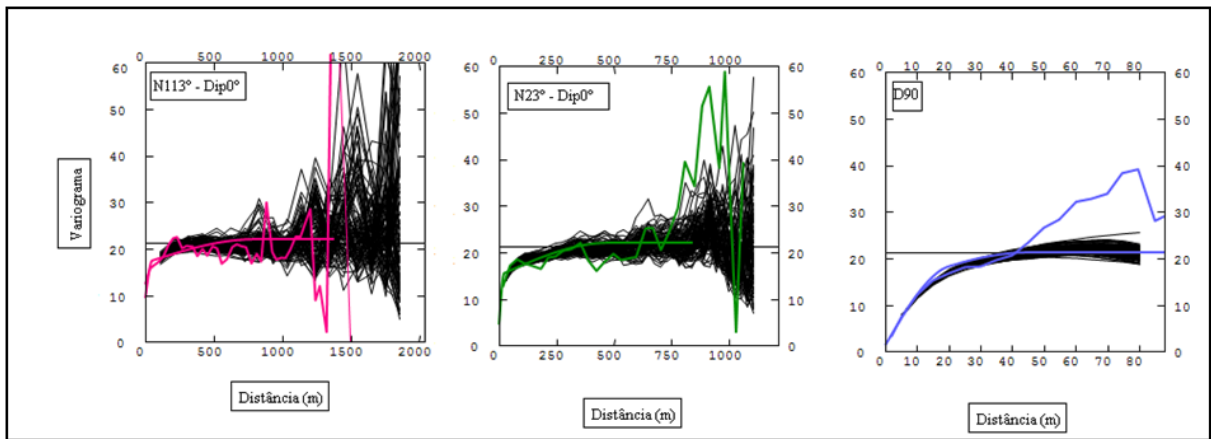


Figura 3.10(b): Reprodução dos variogramas e flutuações ergódicas nas principais direções de anisotropia para a variável P_2O_5 , do Domínio 2.

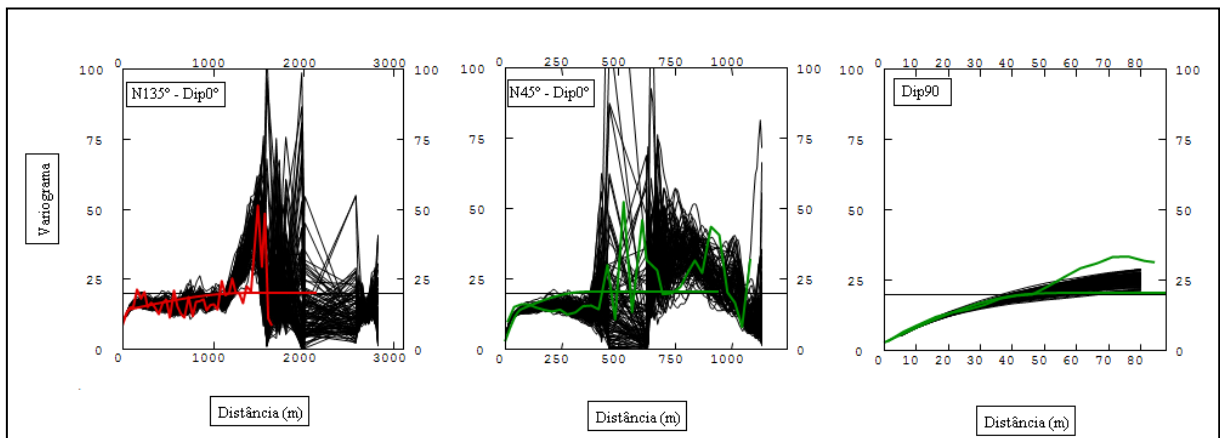


Figura 3.10(c): Reprodução dos variogramas e flutuações ergódicas nas principais direções de anisotropia para a variável P_2O_5 , do Domínio 3.

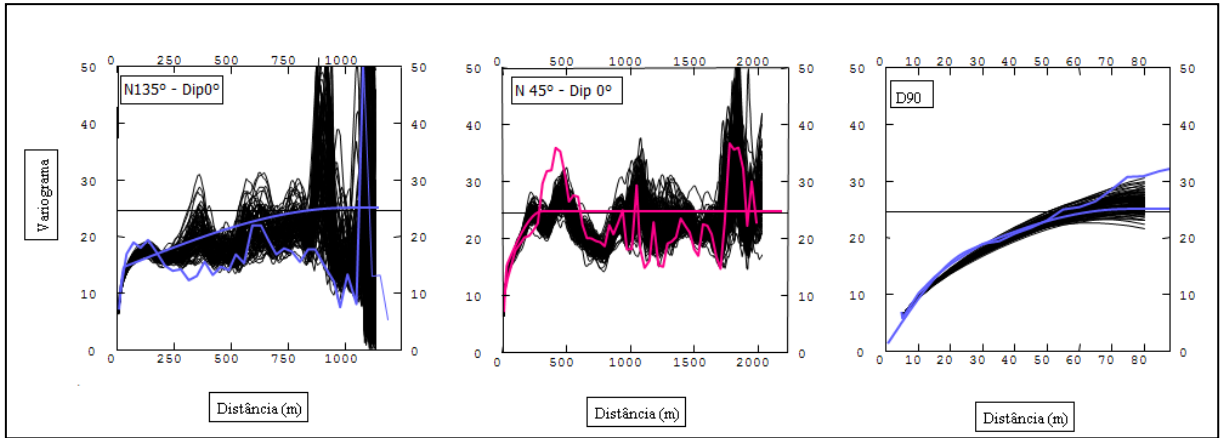


Figura 3.10(d): Reprodução dos variogramas e flutuações ergódicas nas principais direções de anisotropia para a variável P_2O_5 , do Domínio 4.

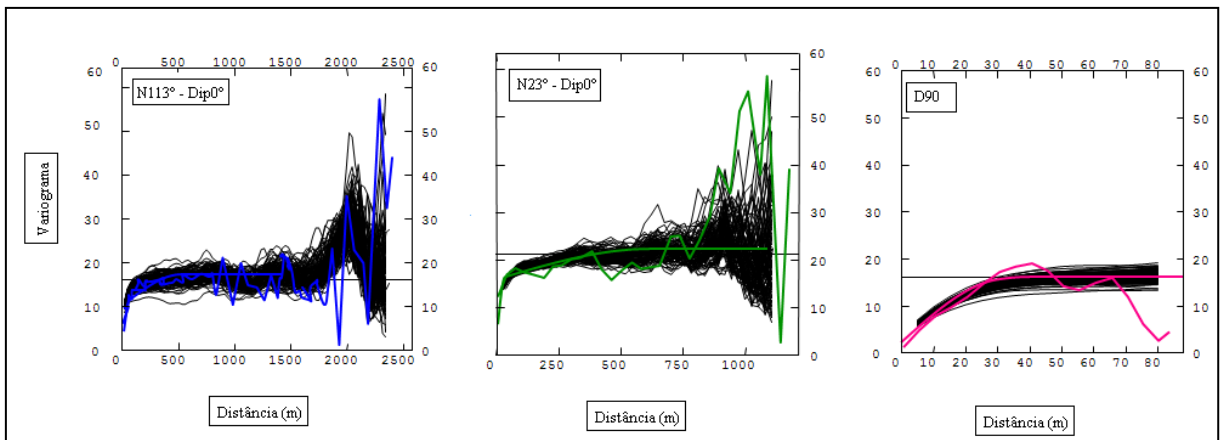


Figura 3.10(e): Reprodução dos variogramas e flutuações ergódicas nas principais direções de anisotropia para a variável P_2O_5 , do Domínio 5.

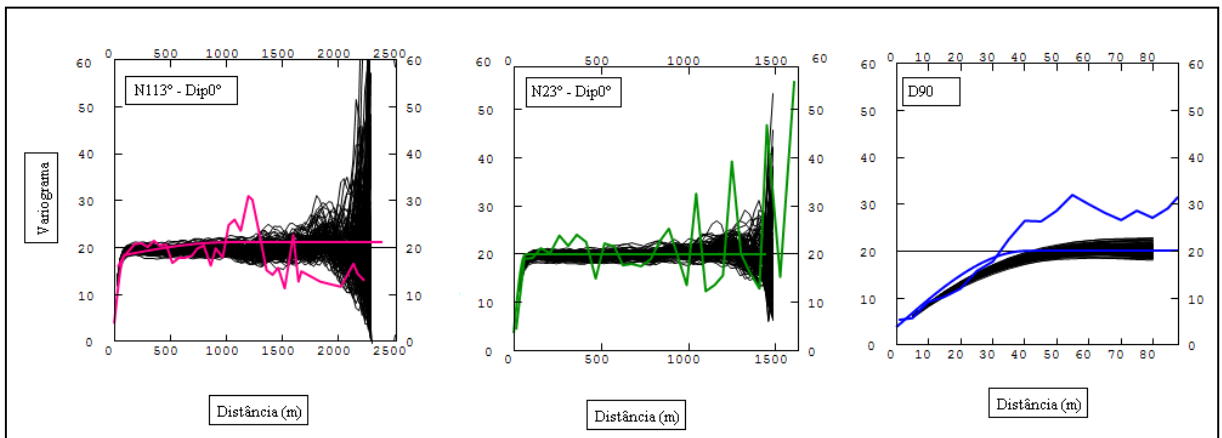


Figura 3.10(f): Reprodução dos variogramas e flutuações ergódicas nas principais direções de anisotropia para a variável P_2O_5 , do Domínio 6.

3.3. COMENTÁRIOS FINAIS

Neste capítulo, foi apresentada a técnica de simulação seqüencial gaussiana e a sua aplicação para a variável P_2O_5 em um depósito de fosfato da região central do Brasil. Após a geração dos modelos, os mesmos foram validados de forma a verificar a reprodução dos parâmetros estatísticos de primeira e segunda ordem, respectivamente o histograma e o variograma dos dados originais. O objetivo da geração de inúmeros modelos condicionalmente simulados para este depósito é o acesso à incerteza associada aos teores dos blocos estimados que irão formar as pilhas de homogeneização. No capítulo 4, os teores simulados das pilhas serão comparados com os amostrados na usina de beneficiamento e os planejados pelo planejamento de curto prazo da empresa realizando uma reconciliação de teores (previstos x realizados).

Capítulo 4

4. RECONCILIAÇÃO DE TEORES

Um estudo de reconciliação, como o que este trabalho se propõe a realizar, objetiva avaliar a eficiência de uma nova metodologia, por meio da comparação dos resultados obtidos pela aplicação desta metodologia, com resultados de referência, ditos reais. A simulação geoestatística vem sendo estudada de diversas maneiras para ser aplicada à previsão da variabilidade *in situ* de teores e planejamento de pilhas de homogeneização. No entanto, não é conhecida a realização de nenhum estudo que comprove a eficiência real deste método. É este o objetivo final deste trabalho e são estes os resultados que serão apresentados a seguir.

O capítulo 4 apresenta o cálculo dos teores médios simulados das pilhas para a variável P_2O_5 nos 100 cenários igualmente prováveis gerados para o depósito apatítico estudado. Mostra também, como são obtidos os teores utilizados neste estudo como referência para a reconciliação, os teores amostrados na área industrial e aqueles estimados pelo planejamento de curto prazo. Verifica a reconciliação entre os valores previstos pela metodologia proposta e os teores de referência para cinquenta pilhas formadas ao longo do ano de 2007. Por fim, faz uma rápida análise da correlação entre os teores amostrados e planejados.

4.1. OS TEORES MÉDIOS SIMULADOS DAS PILHAS

A obtenção dos teores médios simulados de uma pilha de homogeneização, para que sejam utilizados em um estudo de reconciliação, requer o prévio conhecimento de quais blocos foram lavrados para formar esta pilha. No presente trabalho, as pilhas são formadas por um conjunto de blocos delimitado por sólidos ou *wireframes*, que por sua vez, estão localizados em diversas frentes de lavra em operação na mina. A figura 4.1 mostra uma representação esquemática de um conjunto de *wireframes* e seus histogramas associados com os valores simulados que estas podem assumir. Cada conjunto, formado por blocos de

5x5x5m, recebe uma identificação para diferenciá-lo dos demais que formam outras pilhas. Este procedimento foi feito com o uso do *software* Datamine Studio®.

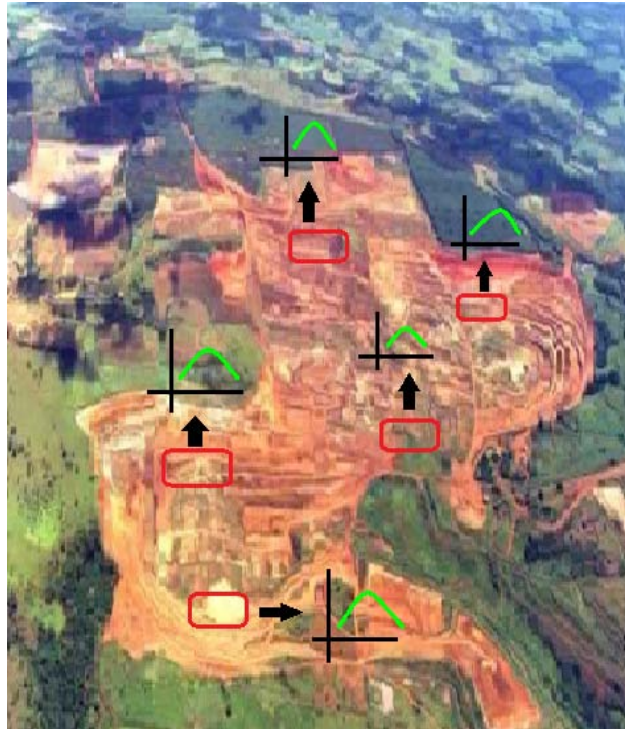
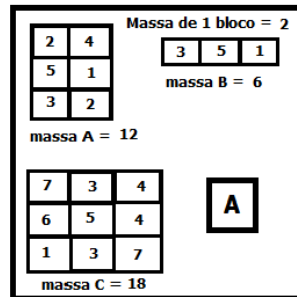


Figura 4.1: Vista geral da cava, evidenciando as bancadas (*wireframes*) das quais são extraídos os blocos (cada um com seu respectivo teor) que formam uma pilha de homogeneização.

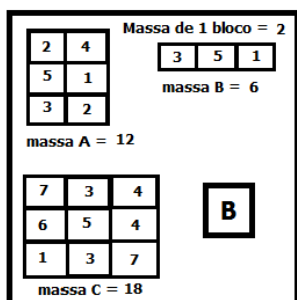
Identificados os blocos que fazem parte de cada pilha, estes são exportados para o *software* Isatis®, já que este contém as imagens estocásticas geradas para o depósito, assunto já abordado no capítulo 3. Fazendo uso de ferramentas de seleção de intervalos e de operações de lógica é possível saber que blocos estão dentro de quais domínios geoestatísticos simulados, já que a ssG é executada separadamente em cada domínio. Depois disto, os blocos de uma mesma pilha pertencentes a diferentes domínios são agrupados em um único arquivo. Assim, o conjunto de sólidos/*wireframes* de todas as pilhas estará completamente preenchido por blocos com informações sobre o conteúdo simulado da variável P_2O_5 .

O teor médio simulado de cada pilha é obtido simplesmente pela média dos teores de todos os blocos que compõem esta pilha. E, como não existem ensaios precisos de densidade na mina, embora este não seja o procedimento mais indicado, um valor médio para este parâmetro tão importante foi assumido como $2,1 \text{ t/m}^3$.

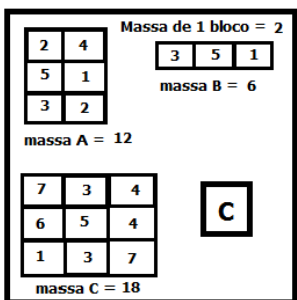
A figura 4.2 mostra por meio de um exemplo, um esquema simplificado dos procedimentos matemáticos que devem ser considerados no cálculo da média ponderada global.



A Média A = $\frac{(2+4+5+1+3+2)}{6} + \frac{(3+5+1)}{3} + \frac{(7+3+4+6+5+4+1+3+7)}{9} = \frac{10,27}{3} = 3,42$
 Errado!!!
 Não considera a massa dos blocos!!!!



B Média B = $\frac{((2+4+5+1+3+2) \times 2) + ((3+5+1) \times 2) + ((7+3+4+6+5+4+1+3+7) \times 2)}{18 \times 2} = 3,66$
 Certo!!!!
 Cálculo da média ponderada pela massa!!!



C Média C = $\frac{(2+4+5+1+3+2+3+5+1+7+3+4+6+5+4+1+3+7)}{18} = 3,66$
 Certo!!!!
 Todos os blocos têm a mesma massa!!!

Figura 4.2: Um esquema simplificado de como a média ponderada de uma pilha de homogeneização pode ser calculada.

A figura 4.2 permite perceber que, neste caso, embora os sólidos que compõem o conjunto como um todo tenham massas diferentes, cada pequeno bloco tem a mesma massa, desse modo a média global pode ser tomada de uma só vez. É o que acontece neste estudo de caso. As *wireframes* que formam uma pilha têm dimensões diferentes, mas todas elas estão preenchidas com blocos simulados com as mesmas dimensões (5x5x5m) e de mesma densidade. E, como o atributo de interesse é a média e não o desvio padrão, o cálculo pôde ser executado desse modo.

Cada cenário simulado dá origem a uma média ligeiramente diferente para cada uma das 50 pilhas estudadas. Como foram gerados 100 cenários equiprováveis, então foram calculados 100 possíveis e equiprováveis teores médios de P_2O_5 para cada pilha de homogeneização. A figura 4.3 mostra 100 médias calculadas para uma das 50 pilhas, escolhida aleatoriamente.

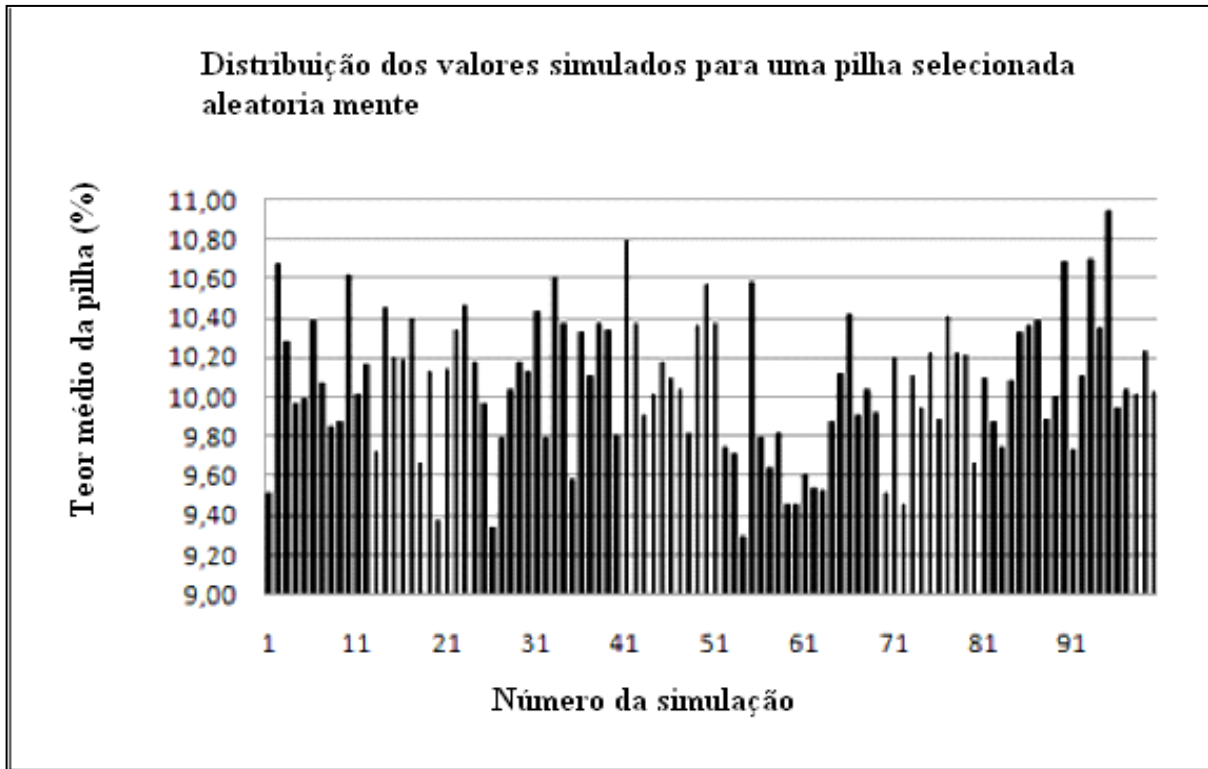


Figura 4.3: Distribuição dos teores médios de uma pilha de homogeneização escolhida aleatoriamente, entre as 50 formadas, para a variável P_2O_5 simulada.

O grupo de teores médios simulados para todas as pilhas é então exportado para o programa Microsoft Excel[®] e reproduzido em forma de gráfico (figura 4.4). É possível perceber que o intervalo de médias das pilhas gerado pela simulação não é uniforme. Ou seja, para algumas pilhas ele é mais estreito abrangendo uma faixa menor de valores possíveis e para outras o efeito contrário pode ser observado. O que acontece é que a incerteza sobre os teores dos blocos de regiões onde a variabilidade é maior, ou, onde a malha amostral for menos densa, também é maior, já que quanto menos informação se tiver sobre determinado local, mais imprecisa será a estimativa neste lugar.

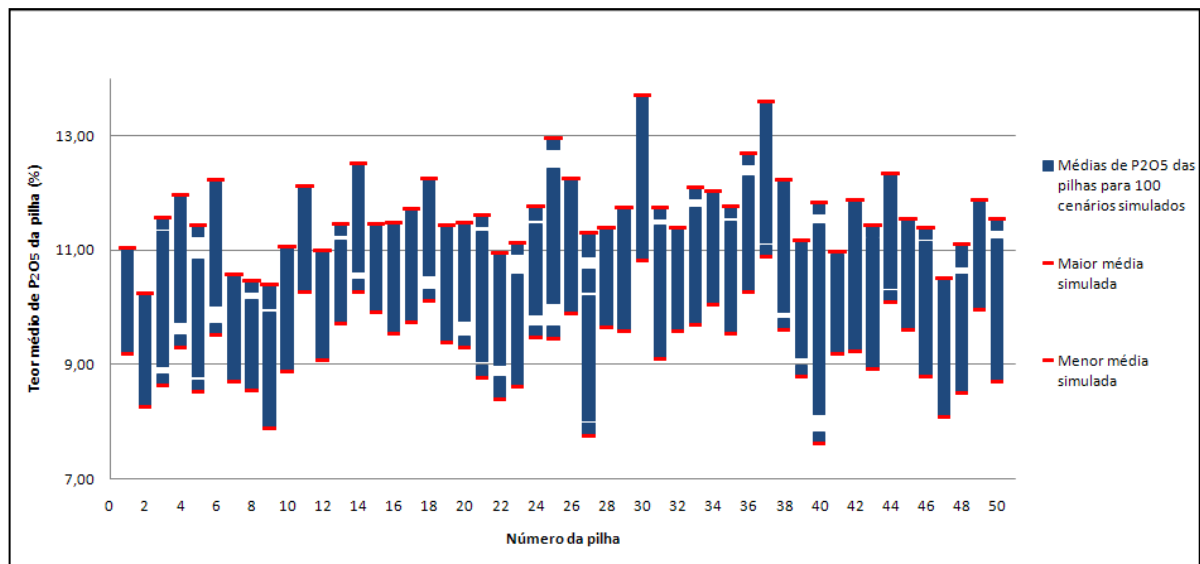


Figura 4.4: Médias de P_2O_5 das cinquenta pilhas para cem cenários simulados. Os quadrados azuis escuros são as médias das pilhas de cada cenário simulado. As linhas vermelhas são as menores e maiores médias simuladas.

O que se espera é que os teores de referência, tanto os amostrados na usina de beneficiamento, quanto os estimados pelo planejamento de curto prazo, estejam contidos dentro deste intervalo de possíveis valores simulados para o teor médio de P_2O_5 das pilhas de homogeneização estudadas. Assim, a estimativa e a metodologia proposta podem ser propriamente validadas.

Além disto, a metodologia é bastante eficiente no mapeamento de pilhas planejadas que apresentam problemas de alta variabilidade de teores. Na figura 4.4 é possível observar que as pilhas 27 e 40, por exemplo, apresentam um intervalo bastante extenso de possíveis teores médios simulados de P_2O_5 . Então, devido à possibilidade de identificação dos blocos formadores destas pilhas é possível refazer o planejamento das pilhas, amostrar mais densamente estas áreas ou, em último caso, excluir algumas regiões da mina do plano de lavra.

Outro benefício da aplicação da simulação geoestatística no mapeamento da incerteza associada à previsão dos teores médios das pilhas de homogeneização é a identificação de possíveis pilhas planejadas que podem não atender a necessidades específicas.

No caso deste estudo, é possível avaliar a probabilidade que cada pilha tem de atender a especificação de alimentar a usina de beneficiamento com um teor mínimo de 9% de P_2O_5 e a figura 4.5 apresenta uma série de valores com estas probabilidades. É visível que

as pilhas 9 e 27 apresentam mais de 50% de chance de não atenderem ao teor mínimo de 9% de P_2O_5 , sendo assim identificadas como “pilhas problema”. Além destas, as pilhas 2 e 47 apresentam mais de 30% dos teores médios simulados inferiores 9% de P_2O_5 .

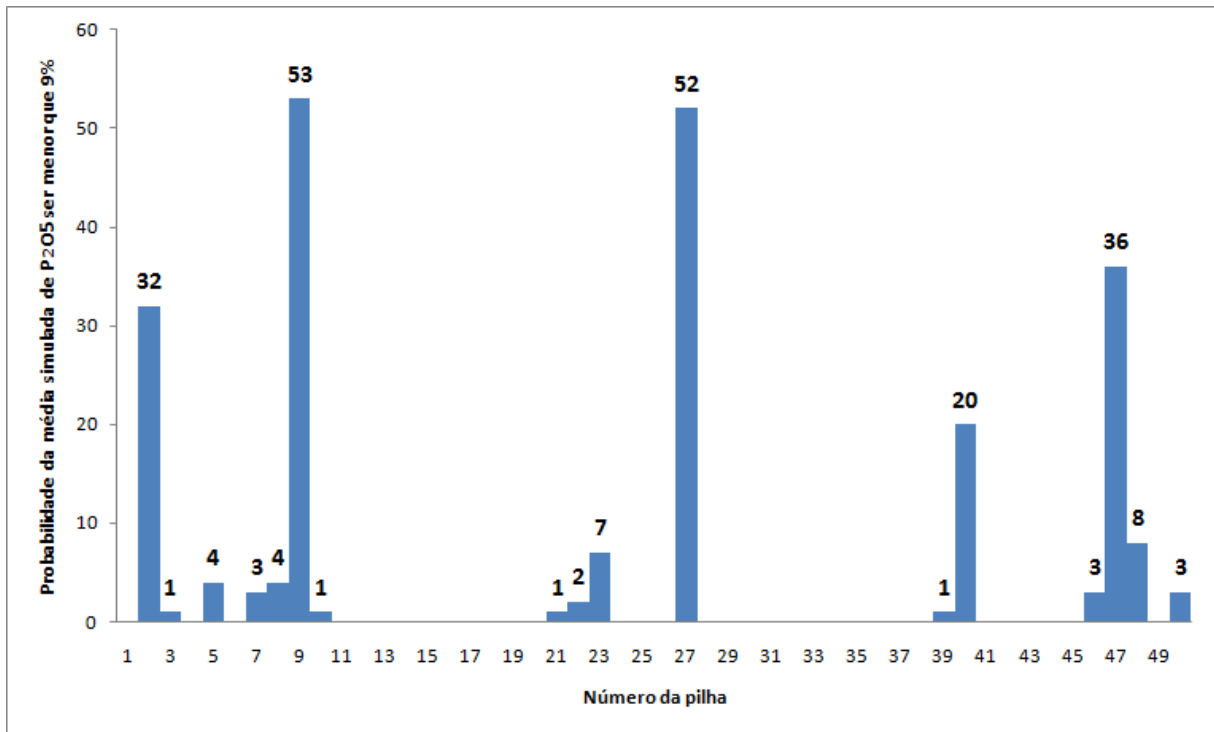


Figura 4.5: Mapa de probabilidades

De posse destas informações o planejamento de curto prazo destas pilhas pode ser refeito, alguns dos blocos previstos podem ser substituídos por outros que façam com que o limite do teor de alimentação da usina seja atendido.

4.2. OS TEORES MÉDIOS AMOSTRADOS

Segundo a teoria da amostragem desenvolvida por Gy (1998), uma amostra de um fluxo unidimensional (E.G.: correia transportadora) deve ser constituída por diversas porções coletadas ao longo de intervalos de tempo. Além disto, estas porções devem ser retiradas preferencialmente por um amostrador automático colocado de forma perpendicular ao descarregamento do material da correia transportadora, que faz o transporte do material da

mina para a pilha de homogeneização ou na saída da pilha para a entrada da usina de beneficiamento. O volume de amostra coletado deve ser cuidadosamente calculado por parâmetros específicos e a coleta deve ser executada de modo que o amostrador percorra todo o espaço de descarte de material da correia.

Na mina de fosfato onde este estudo foi realizado, existem duas pilhas do tipo Chevron, com capacidade aproximada de 110.000 toneladas e não existe um amostrador automático na correia transportadora. O local mais próximo da pilha de homogeneização onde se coletam amostras é na área industrial, já na saída do primeiro moinho, sendo que aproximadamente 10% das partículas grossas são descartadas na alimentação deste moinho. A coleta acontece manualmente de oito em oito horas. Destas três porções coletadas, se calcula a média amostrada do dia da pilha. Como uma pilha leva aproximadamente cinco dias para ser retomada, a média final da pilha é dada pela média aritmética das cinco médias do dia da pilha.

4.2.1. RECONCILIAÇÃO DOS TEORES ESTIMADOS PELA METODOLOGIA PROPOSTA X TEORES AMOSTRADOS

A figura 4.5 mostra a comparação de 50 valores de P_2O_5 de pilhas amostradas na área industrial (triângulos), com o intervalo dos possíveis teores médios para as mesmas pilhas, gerados por um conjunto de 100 cenários simulados. Os limites inferiores e superiores são dados, respectivamente, pelos menores e maiores valores simulados para o teor médio da pilha. Pode-se notar que, segundo a metodologia proposta, apenas 4 das cinquenta pilhas amostradas estão fora do intervalo de possíveis valores previstos para o teor médio de P_2O_5 destas pilhas. Em 92% de todas as pilhas estudadas o espaço de incerteza sobre os teores médios, fornecido pelo procedimento adotado inclui os valores amostrados, demonstrando precisão e acuracidade na reprodução dos resultados obtidos pela metodologia quando comparados com os teores de referência.

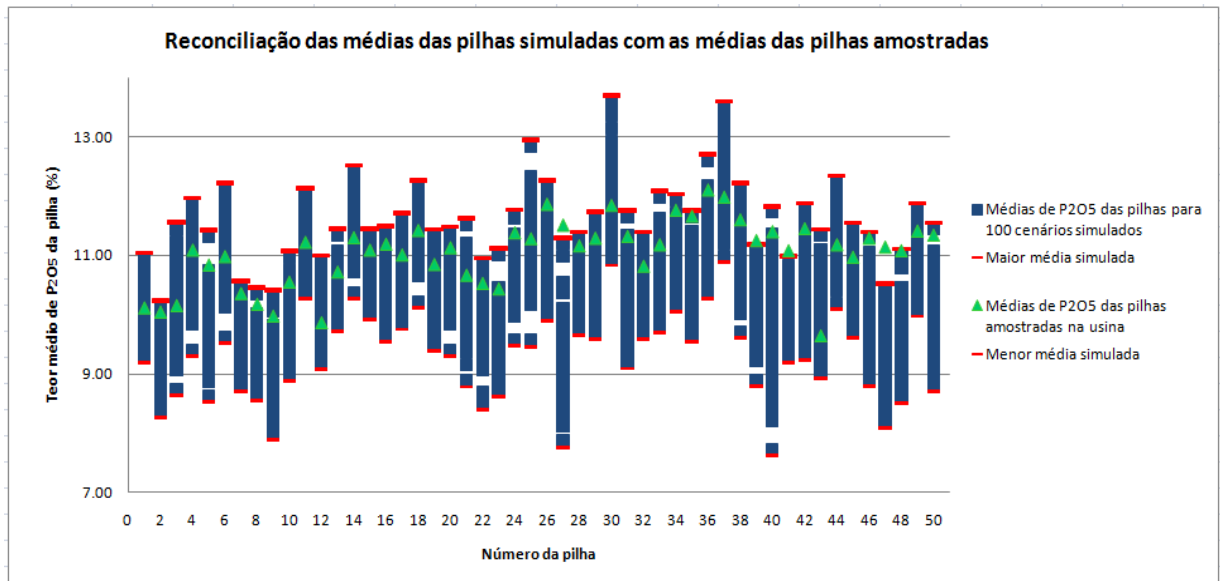


Figura 4.6: Cinquenta pilhas formadas durante oito meses de 2007. Os teores reais amostrados (triângulos) referem-se ao teor médio de cada pilha, obtidos pelo sistema de amostragem na usina. Os quadrados referem-se ao teor médio para cada pilha simulada. Os limites superiores e inferiores são o maior e o menor teor médio simulado para cada pilha.

Observa-se na figura 4.5, que o valor amostrado frequentemente é plotado na parte superior do intervalo de valores possíveis. Isto ocorre porque parte da alimentação do moinho, onde as amostras são coletadas, é descartada antes da amostragem. Cerca de 10% do deste minério, formado por partículas grossas é rejeitado e não está incluído no material enviado para análise em laboratório. Estas partículas grossas são as menos enriquecidas em fosfato, já que são as menos alteradas, e, o enriquecimento deste depósito de origem ígnea é dado pela ação do intemperismo. Assim, as tipologias mais oxidadas, de granulometria mais fina, são as que contêm maiores quantidades de fosfato. Conseqüentemente, os teores mais pobres contidos no intervalo granulométrico de partículas grossas descartado, não contribuem para o valor resultante do teor de alimentação da planta. Isso provoca um viés evidente de alto teor, se comparado com os teores determinados pelo planejamento de lavra de curto e longo prazo. Os teores informados pela usina tendem a ser mais altos. E este viés de amostragem é claramente notado pelos triângulos plotados na faixa superior da figura 4.5. Os intervalos de incerteza previstos pelo algoritmo de simulação incluíram 92% dos teores amostrados, mesmo que estes não sejam precisamente corretos para o teor do ROM, o qual a simulação objetiva prever.

4.3. OS TEORES MÉDIOS PREVISTOS PELO PLANEJAMENTO DE CURTO PRAZO

Outro teor que pode ser assumido como real para validar as previsões geradas pelo algoritmo de simulação geoestatística é o teor médio de P_2O_5 fornecido pelo plano de lavra de curto prazo para cada pilha. O plano de curto prazo utiliza, para estimar o modelo de blocos, o conjunto de dados originais, constituído por furos regularmente espaçados de 35m e amostras adicionais de canaleta, que são coletadas, e, combinadas com o conjunto de dados originais. O método adotado pelo plano de lavra de curto prazo, para estimar os teores dos blocos, e assim, prever o teor médio da pilha, é a interpolação pelo inverso do quadrado da distância (Isaaks & Srivastava, 1989).

4.3.1. RECONCILIAÇÃO DOS TEORES ESTIMADOS PELA METODOLOGIA PROPOSTA X TEORES PREVISTOS PELO PLANEJAMENTO DE CURTO PRAZO

A figura 4.6 reproduz as médias planejadas de P_2O_5 também para 50 pilhas formadas ao longo de 2007. As mesmas 100 médias geradas através da aplicação do algoritmo de simulação seqüencial Gaussiana, utilizadas para efeitos de comparação com as médias amostradas foram confrontadas com as médias previstas pelo planejamento de curto prazo. Observa-se que em 94% dos casos, o intervalo de variabilidade previsto através metodologia aplicada inclui a média de P_2O_5 planejada para as pilhas de homogeneização, ou seja, apenas 3 resultados que foram planejados pelo curto prazo da empresa não foram incluídos no intervalo previsto pela metodologia proposta.

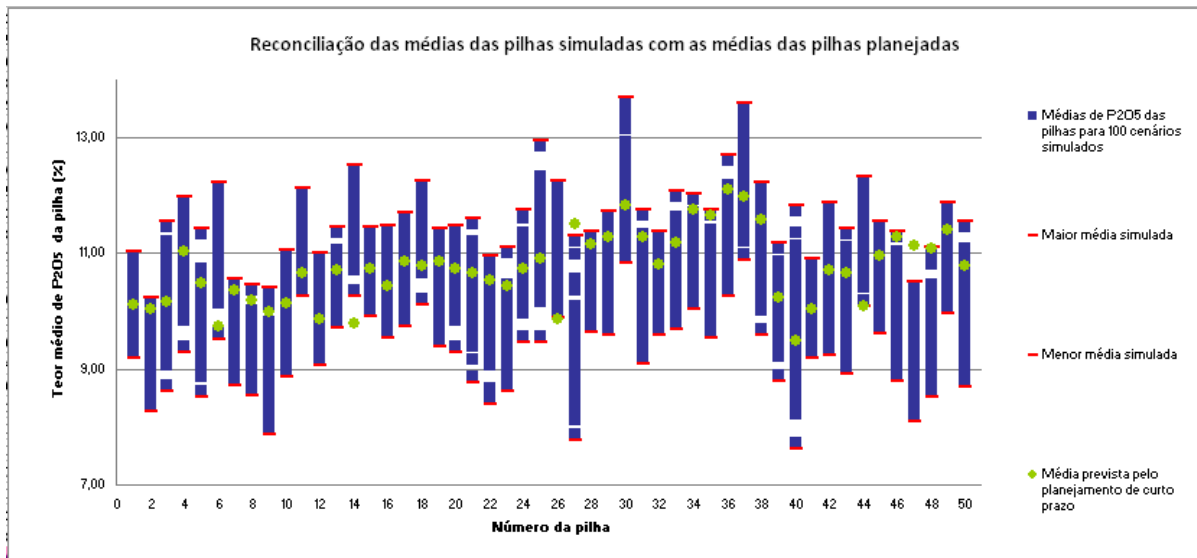


Figura 4.7: Cinquenta pilhas formadas ao longo de 2007. Os círculos representam as médias planejadas pelo planejamento de curto prazo. Os quadrados azuis são as médias calculadas para as pilhas em 100 cenários simulados. As linhas vermelhas são os intervalos inferiores e superiores, representados pelos menor e maior valor da média simulada para cada pilha.

Embora o intervalo simulado reproduza muito bem tanto os valores amostrados (92% das médias) quanto os previstos pelo curto prazo (94% das médias) a faixa dos valores previstos pelo curto prazo pode ser percebida mais próxima ao centro do intervalo de incerteza gerado para as médias das pilhas. Isto ocorre porque os planejamentos de longo e curto prazo consideram amostras sem perdas de material, diferentemente do modelo de pilha adotado onde há descarte de partículas grossas na entrada do moinho, o que provoca um aumento no teor médio de cada pilha.

Boas práticas utilizadas para a estimativa de teores exigem que os dados utilizados para a interpolação sejam de mesmo suporte, (as amostras tenham o mesmo volume), sejam coletadas com métodos de amostragem similares e sejam preparadas segundo os mesmos protocolos. Ao não se utilizar destas práticas, pode-se obter estimativas tendenciosas, com amostras de diferentes variabilidades sendo combinadas de forma inadequada. Como o modelo de blocos do planejamento de curto prazo assume que as amostras provenientes de furos de sondagem e amostras de canaleta são do mesmo suporte, espera-se que as estimativas resultantes sofram com esta decisão. A figura 4.7 permite perceber o quão diferentes são os métodos utilizados para a obtenção das amostras dos furos de sondagem em (a) e as amostras de canaleta em (b). Assim, a percepção de que a utilização de ambas as amostras em um só banco de dados pode afetar significativamente a estimativa, se torna mais clara. Além disso, a técnica de interpolação utilizada na estimativa de teores é o

inverso do quadrado da distância, menos confiável do que a krigagem ordinária (Matheron, 1963).



Figura 4.8 (a): Coleta das amostras dos furos de sondagem.



Figura 4.7(b): Coleta das amostras de canaleta.

A interpolação com o método do inverso do quadrado da distância é eficaz quando aplicada aos depósitos de forte continuidade espacial, onde os teores não mudam muito em curtas distâncias. Isto não se aplica a este depósito de fosfato. Desta forma, a krigagem ordinária seria a alternativa adequada para interpolar os teores, e a simulação

geoestatística a ferramenta recomendada para analisar o risco associado a este processo de estimativa.

4.4. ANÁLISE DA CORRELAÇÃO ENTRE OS VALORES AMOSTRADOS E PREVISTOS PELO CURTO PRAZO

Os valores previstos pelo planejamento de lavra de curto prazo foram plotados contra aqueles derivados dos teores amostrados na usina. A figura 4.8 mostra o gráfico de dispersão para esta correlação com um coeficiente de regressão de 0,72, demonstrando a fraca correlação entre os valores de referência.

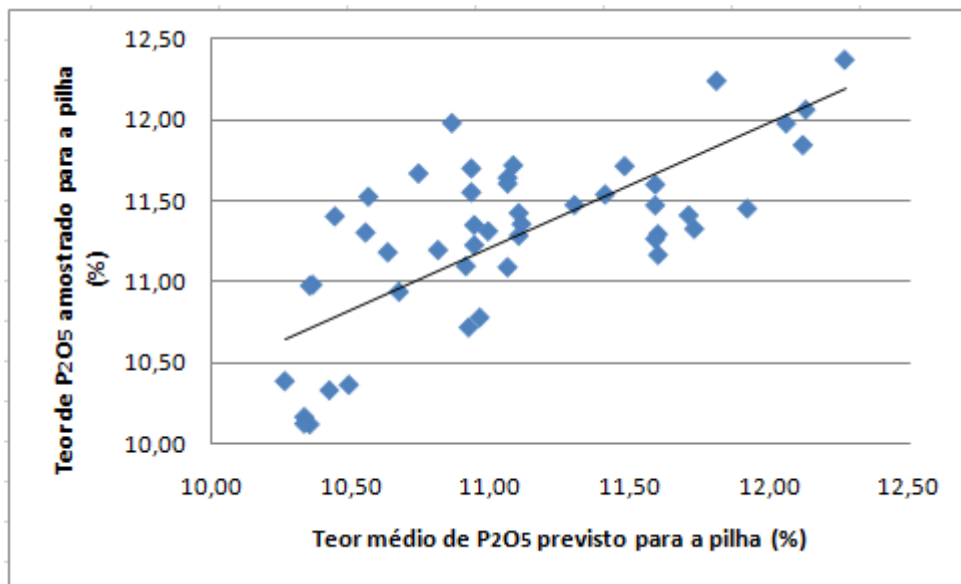


Figura 4.9: Análise de correlação entre o teor médio previsto na pilha e o teor médio amostrado na pilha.

A figura 4.9 mostra uma comparação dos teores amostrados (usina) e planejados (curto prazo), onde é possível perceber que os teores amostrados são ligeiramente superiores aos teores previstos pelo curto prazo. Este fato está de acordo com o esperado devido ao descarte de partículas grossas que ocorre na entrada do moinho e o tipo de pilha (Chevron) adotado, onde novamente partículas grosseiras são segregadas para a base da pilha, sendo parte de sua retomada bastante dificultada.

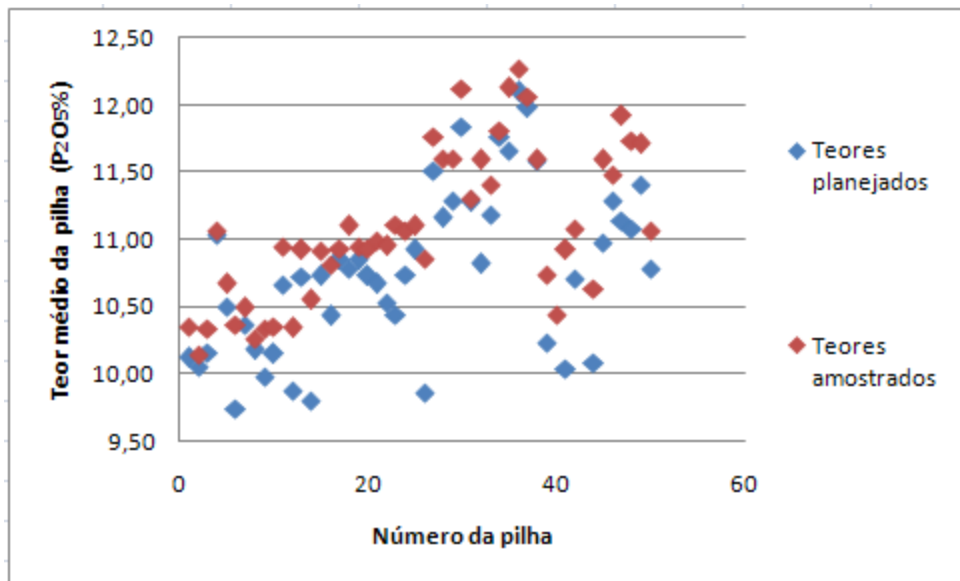


Figura 4.10: Comparação dos teores médios utilizados como referência, os amostrados na usina e os previstos pelo curto prazo.

4.5. COMENTÁRIOS FINAIS

O presente capítulo apresentou como foi gerado o espaço de incerteza sobre os teores médios das pilhas de homogeneização estudadas e mostrou como são obtidos os teores utilizados como referência para reconciliação neste estudo. Avaliou a eficiência da metodologia proposta, que faz uso da simulação geoestatística para prever a variabilidade *in situ* dos teores que formam pilhas de homogeneização. Por meio de gráficos, onde foram plotados os teores simulados e os teores de referência, verificou-se que o método é bastante acurado e preciso no atendimento deste objetivo, reproduzindo em 92% dos casos os teores amostrados na usina e em 94% os teores previstos pelo curto prazo.

Capítulo 5

5. CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES

O presente capítulo apresenta uma revisão dos tópicos abordados no decorrer do trabalho e as conclusões obtidas por meio de resultados provados em um estudo de caso. Por fim, são apresentadas sugestões para trabalhos futuros.

5.1. CONCLUSÕES

As usinas de beneficiamento devem ser alimentadas com um minério com uma distribuição de teores o mais homogênea possível, para que possam garantir elevados índices de recuperação e, conseqüentemente, lucratividade para a indústria mineira. Isso deve acontecer porque as usinas trabalham com reagentes e equipamentos projetados para beneficiar o minério variando dentro de uma faixa aceitável de valores. Caso isso não aconteça, o rendimento esperado pode não ser alcançado.

Os três principais procedimentos de homogeneização adotados na indústria mineira estão descritos brevemente a seguir, sendo os dois primeiros antecessores à usina e o último o próprio beneficiamento do minério:

- Homogeneização na lavra: as técnicas geoestatísticas são de grande valia como ferramenta auxiliar no procedimento de homogeneização inicial do minério. Além de fornecerem as estimativas dos teores dos blocos que serão minerados, são capazes de prever a variabilidade associada ao processo de estimativa;
- Pilhas de homogeneização: são unidades armazenadoras do material que será alimentado à usina de beneficiamento, e, se planejadas e operadas adequadamente, reduzem significativamente a variabilidade dos teores da lavra;

- Métodos de beneficiamento: representados por usinas de beneficiamento, fazem a classificação final do minério de interesse em porções ainda mais homogêneas e enriquecidas.

Todos os três métodos foram abordados no capítulo 2, porém as pilhas de homogeneização são o objeto de interesse maior desse trabalho e foram analisadas mais detalhadamente. As pilhas de homogeneização são muito eficientes quando utilizadas para atenuar a significativa variabilidade residual do minério proveniente da lavra. Além de servirem como unidades de armazenamento, quando bem planejadas e operadas garantem a estabilidade de alimentação do minério às plantas de beneficiamento.

No entanto, os métodos de estimativa, tradicionalmente utilizados para a construção do modelo de blocos e para o planejamento destas pilhas, não são capazes de prever a variabilidade associada à estimativa de teores de maneira efetiva. A krigagem ordinária, por exemplo, gera a melhor estimativa para a média local em um bloco, porém, para garantir que o erro associado a essa estimativa seja mínimo, a variância dos teores entre os blocos estimados é suavizada. Como resultado, a variabilidade calculada dos teores dos blocos é menor do que a dos dados originais. Assim, esta incerteza associada às estimativas não pode ser corretamente avaliada. A metodologia sugerida neste estudo utiliza a simulação geoestatística como alternativa a ser utilizada no planejamento das pilhas de homogeneização. Já que, uma das premissas deste método é a reprodução da variabilidade próxima a dos teores que serão minerados, por meio da reprodução dos histogramas e variogramas dos dados originais.

Os princípios da simulação geoestatística foram apresentados no capítulo 3, principalmente os do algoritmo da simulação seqüencial Gaussiana, que foi utilizado neste trabalho. Além do método, foram apresentados os modelos gerados para o depósito de fosfato estudado nesta dissertação.

O fato é que a simulação geoestatística vem sendo estudada de diversas maneiras para ser aplicada à previsão da variabilidade *in situ* de teores e planejamento de pilhas de homogeneização. No entanto, não é conhecida a realização de nenhum estudo que comprove a eficiência real deste método. É este o objetivo final deste trabalho e são estes os resultados que foram apresentados no capítulo 4.

Os resultados obtidos com a aplicação da metodologia proposta foram comparados com os valores adotados como referência neste trabalho. Para que a eficiência do método fosse verificada, o grupo de teores médios simulados das pilhas deveria incluir como parte da solução, tanto os teores amostrados na área industrial, quanto os previstos pelo curto prazo.

A figura 4.5 mostrou a comparação de 50 valores de P_2O_5 de pilhas amostradas na área industrial (triângulos), com o intervalo dos possíveis teores médios para as mesmas pilhas, gerados por um conjunto de 100 cenários simulados. Pode-se notar que, segundo a metodologia proposta, apenas 4 das cinquenta pilhas amostradas estão fora do intervalo de possíveis valores previstos para o teor médio de P_2O_5 destas pilhas. Em 92% de todas as pilhas estudadas o espaço de incerteza sobre os teores médios, fornecido pelo procedimento adotado incluiu os valores amostrados.

A figura 4.6 reproduziu as médias previstas pelo planejamento de curto prazo para a variável P_2O_5 também para 50 pilhas formadas ao longo de 2007. As mesmas 100 médias geradas através da aplicação do algoritmo de simulação sequencial Gaussiana, utilizadas para efeitos de comparação com as médias amostradas foram comparadas com as médias previstas pelo planejamento de curto prazo. Em 94% dos casos, o intervalo de variabilidade previsto através metodologia aplicada incluiu a média de P_2O_5 planejada para as pilhas de homogeneização, ou seja, apenas 3 resultados que foram planejados pelo curto prazo da empresa não foram reproduzidos pela metodologia proposta.

Embora existam alguns pequenos problemas (abordados detalhadamente no capítulo 4) em relação ao método de amostragem e ao planejamento de curto prazo, os intervalos de incerteza previstos pelo algoritmo de simulação incluíram 92% dos teores amostrados, e 94% dos teores planejados. Mesmo que estes não tenham sido gerados por métodos que teoricamente conduziriam a valores mais precisos, o estudo provou que a metodologia proposta produz resultados consistentes para os teores médios das pilhas de homogeneização.

Além disto, a metodologia provou ser bastante eficiente no mapeamento de pilhas planejadas que apresentam problemas de alta variabilidade de teores. Na figura 4.4 é possível observar que as pilhas 27 e 40, por exemplo, apresentam um intervalo bastante extenso de possíveis teores médios simulados de P_2O_5 . Então, devido à possibilidade de identificação dos blocos formadores destas pilhas é possível refazer o planejamento das

pilhas, amostrar mais densamente estas áreas ou, em último caso, excluir estas áreas do plano de lavra.

5.2. RECOMENDAÇÕES

A presente dissertação não foi capaz de avaliar a variabilidade entre as fatias de retomada dentro de uma mesma pilha, dita variabilidade intra-pilhas. Este procedimento não foi possível porque o conjunto de blocos que forma uma pilha é conhecido, mas não a seqüência de lavra destes blocos. Seria de grande valia um estudo de caso de reconciliação, em uma mina onde esta seqüência fosse conhecida.

O trabalho só foi realizado considerando a variável P_2O_5 , mas nessa mina, mais 10 variáveis devem ter o teor cuidadosamente controlado no ROM. O mesmo estudo poderia ser realizado com outras variáveis.

O mesmo estudo também poderia ser realizado em uma mina que possui amostradores automáticos na correia transportadora. E, assim verificar se a influência nos resultados finais seria significativa ou não.

O estudo poderia ser realizado em uma mina onde o planejamento de curto prazo é feito com a utilização do algoritmo da krigagem ordinária e separadamente entre as amostras de furo e de canaleta, para verificação dos seus benefícios em relação ao método do inverso do quadrado da distância e da influência do suporte amostral.

Mensurar o impacto que campanhas de sondagem ou amostragens de frente de lavra iriam produzir na redução do espaço de incerteza.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- BLACKWELL, G.H. & ANDERSON H.M. & RONSON K. 1999. *Simulated grades and open pit mine planning - resolving opposed positions*. Proceedings, 28th International Symposium on Computer Applications in the Mineral Industries, Colorado, U.S.A., p. 205-215.
- BLACKWELL, G.H. & SINCLAIR, A.J. 2002. *Applied Mineral Inventory Estimation*. Cambridge University Press, Cambridge, 381p.
- BLEINES, C. & DERAISME, J. & GEFFROY, F. & PERSEVAL, S. & RAMBERT, F. & RENARD, D. & TOUFFAIT, Y. 2001. *ISATIS software manual*. Geovariances and École des Mines de Paris, 531p.
- BONATO, F.S. & COSTA, J.F.C.L. & KOPPE, J.C. 2000. *Planejamento de Lavra Baseado na Variabilidade de Atributos Geológicos*. REM - Revista Escola de Minas, Vol. 53, Nº 4, p. 275-284.
- BONATO, F.S. 2000. *Planejamento de Lavra com Auxílio de Simulação Geoestatística*. Dissertação de Mestrado. Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Minas, Metalúrgica e de Materiais (PPGEM), Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 87p.
- CHAVES, A.P. 1996. *Teoria e Prática do Tratamento de Minérios*. Signus Editora, São Paulo, 235 p.
- CHILÈS, J.P. 1984. *Simulation of a Nickel Deposit: Problems Encountered and Practical Solutions*. In: Verly, G., David, M., Journel, A. and Marechal, A. (Eds.) *Geostatistics for Natural Resources Characterization*. Reidel Publishing Company, Dordrecht, p. 1015-1030.
- CHILÈS, J.P. & DELFINER, P. 1999. *Geostatistics: Modeling Spatial Uncertainty*. John Wiley & Sons Ltd., New York, 695p.
- CLARK, I. & WHITE, B. 1976. *Geostatistical Modelling of An Orebody as An Aid to Mine Planning*. Proceedings, 14th International Symposium on Computer Applications in the Mineral Industries, Colorado, U.S.A., p 1004-1012.
- CLARK, I. 1979. *Practical Geostatistics*. Applied Science Publishers Ltd., London, 129p.

- COSTA, J.F.C.L. 1997. Developments in Recoverable Reserves and Ore Body Modeling. PhD Thesis, WH Bryan Mining Geology Research Centre, The University of Queensland, Australia, 333 p.
- COSTA, J.F.C.L. & Koppe, J.C. & Marques, D.M. & Costa, M.S.A. & Batiston, E.L. & Pilger, G.G. & Ribeiro, D.T. 2007. *Incorporating in situ Grade Variability Into Blending Piles Design Using Geostatistical Simulation*, in Proceedings of the Third World Conference on Sampling and Blending, pp. 378-389.
- COSTA J.F.C.L., KOPPE, J.C., DIMITRAKOPOULOS, R. & ZINGANO, A.C. 1998. Incorporating Uncertainty Associated with Prediction of Geological Attributes in Coal Mine Planning. Proceedings, 27th International Symposium on Computer Applications in the Mineral Industries (APCOM'1998), London, UK, p. 470 - 477.
- DAGBERT, M. 1981. *The Simulation of Space-Dependent Data in Geology*. In: Craig, R.G.; Labovitz, M. L. (Eds.) *Future Trends in Geomathematics*. Pion Limited, London, p. 29-47.
- DAVID, M. 1973. *Tools for Planning: Variances and Conditional Simulations*. Proceedings, Proceedings, 11th International Symposium on Computer Applications in the Mineral Industries, Arizona, U.S.A., p. D10-D23.
- DAVID, M. & DOWD, P. & KOROBOV, S. 1974. *Forecasting Departure from Planning in Open Pit Design and Grade Control*. Proceedings, 12th International Symposium on Computer Applications in the Mineral Industries, Colorado, U.S.A., p. F131-F153.
- DAVID, M. 1977. *Geostatistical Ore Reserve Estimation. Developments in Geomathematics 2*. Elsevier Scientific Publishing Company, Amsterdam, 364p.
- DAVID, M. 1988. *Handbook of Applied Advanced Geostatistical Ore Reserve Estimation. Developments in Geomathematics 6*. Elsevier Scientific Publishing Company, Amsterdam, 216p.
- DERAISME, J., DE FOUQUET, C. & FRAISSE, H. 1984. *Geostatistical Orebody Model for Computer Optimization of Profits from Different Underground Mining Methods*. Proceedings, 18th International Symposium on Computer Applications in the Mineral Industries, London, p 583-590.
- DEUTSCH, C.V. & JOURNEL, A.G. 1998. *GSLIB: Geostatistical Software Library and User's Guide*. Oxford University Press, New York, 2^a Edição, 369p.

- FERREIRA, F.M. & CHAVES, A.P. & DELBONI, H. 1992. *Conditional Simulation Method for Design of Blending Piles*. Proceedings, 23th International Symposium on Computer Applications in the Mineral Industries, Phoenix, U.S.A., p. 615-623
- GAMBIN, F. 2003. *Aperfeiçoamento da Estratégia de Homogeneização de Minérios Utilizando Simulação Geoestatística*. Dissertação de Mestrado. Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Minas, Metalúrgica e de Materiais (PPGEM), Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 96p.
- GAMBIN, F. & COSTA, J.F.C.L. & KOPPE, J.C. 2005. *Estratégia de controle de qualidade de minério na lavra usando simulação geoestatística*. REM - Revista Escola de Minas, Vol. 58, Nº 4, p. 193-200.
- GERSTEL, A.W. & WERNER, J.W. 1996. *Computer Simulation Program for Blending Piles*. Bulk Solids Handling, Vol. 16, Nº 1, p. 49-58.
- GOOVAERTS, P. 1997. *Geostatistics for Natural Resources Evaluation*. Oxford University Press, New York, 483p.
- GY, P.M. 1998. *Sampling for Analytical Purposes*. John Wiley & Sons Ltd., Chichester, 153p.
- HUSTRULID, W. & KUCHTA, M. 1995. *Open Pit Mine Planning & Design Fundamentals*. A. A. Balkema, Rotterdam, Vol. 1, 636p.
- ISAAKS, E.H. 1990. *The Application of Monte Carlo Methods to The Analysis of Spatially Correlated Data*. PhD Thesis, Stanford University, USA, 213 p.
- ISAAKS, E.H. & SRIVASTAVA, M.R. 1989. *An Introduction to Applied Geostatistics*. Oxford University Press, New York, 561p.
- JOURNEL, A.G. & HUIJBREGTS, C.J. 1978. *Mining Geostatistics*. Academic Press, London, 600p.
- LUZ, A. B. , POSSA, M.V. & ALMEIDA, S.L. 1998. *Tratamento de Minérios*. Centro de Tecnologia Mineral, CETEM/CNPq, Rio de Janeiro, 676 p.
- MATHERON, G. 1963. *Principles of Geostatistics*. Economic Geology, Nº 58, p. 1246-1266.

- MATHERON, G. 1971. Principles The Theory of Regionalized Variables and its Applications, Les Cahiers du CMM. Fasc. No. 5, ENSMP, Paris, 211 p.
- MATHERON, G. 1973. *The Intrinsic Random Functions and Their Applications*. Advances in Applied Probability, N° 5, p. 439-468.
- MATHERON, G. 1982. *La d'Estructuration des Hautes Teneurs et le Krigeage des Indicatrices*. Internal report N-761, Centre de Géostatistique, Ecole des Mines de Paris, Fontainebleau, 33p.
- MYERS, J.C. 1996. Geostatistical Error Management: Quantifying Uncertainty For Enviromental Sampling And Mapping. Van Nostrand Reinhold, New York, 545p.
- NOWAK, M.S., SRIVASTAVA, R.M., SINCLAIR, A.J. 1993. *Conditional simulation, a mine planning tool for a small gold deposit*. Proceeding, Geostatistics Troia'92, Tróia, Portugal, p. 977-987.
- OLIVEIRA, S.M.B., IMBERNON, R.A.L. 1998. *Weathering alteration and related REE concentration in the Catalão I carbonatite complex, central Brazil*. Journal of South American Earth Sciences. (4): 379 – 388.
- PARKER, H. 1979. *The Volume Variance Relationship: A Useful Tool for Mine Planning*. Engineering and Mining Journal, Vol. 180, p. 106-123.
- PILGER, G.G. 2000. *Crítérios para Locação Amostral Baseados em Simulação Estocástica*. Dissertação de Mestrado. Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Minas, Metalúrgica e de Materiais (PPGEM), Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 127p.
- PITARD, F.F. 1993. *Pierre Gy's Sampling Theory and Sampling Practice. Heterogeneity, Sampling Correctness, and Statistical Process Control*. CRC Press, Boca Raton, 2ª Edição, 488p.
- RAVENS-CROFT, P.J. 1992. *Risk analysis for mine scheduling by conditional simulation*. Institution of Mining and Metallurgy, Vol. 101, p. A104-A108.
- RIBEIRO, D.T. 2007. *PDFseq: Mine Scheduling Simulation Based on Block Probability Distribution Function: An Iron Ore Application*. Proceedings, 33th International Symposium on Computer Applications in the Mineral Industries, Santiago, Chile, p. 369-374.

ROSSI, M.E. 1999. Uncertainty and Risk Models for Decision-Making Processes. Proceedings, 28th International Symposium on Computer Applications in the Mineral Industries, Colorado, U.S.A, p. 185-195.

SCHOFIELD, C.G. 1980. Homogenisation/Blending Systems Design and Control for Minerals Processing. TransTech Publications, Germany, 236p.

SOUZA, L.E. & COSTA, J.F.C.L. & KOPPE, J.C. 2004. *Uncertainty Estimate in Resources Assessment: A Geostatistical Contribution*. Natural Resources Research, Vol. 13, p. 1-5.

SOUZA, L.E. 2007. *Proposição Geoestatística Para Quantificação do Erro em Estimativas de Tonelagens e Teores*. Tese de Doutorado. Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Minas, Metalúrgica e de Materiais (PPGEM), Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 193p.

VALENTE, J.M.G.P. 1982. *Geomatématica – Lições de Geoestatística*. Fundação Gorceix, Ouro Preto, Vol. 6, 323p.