

**UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
ESCOLA DE ADMINISTRAÇÃO
DEPARTAMENTO DE CIÊNCIAS ADMINISTRATIVAS**

FELIPE MORGADO PETRY

**PRECIFICAÇÃO DINÂMICA BASEADA EM REINFORCEMENT LEARNING:
UM EXPERIMENTO NO VAREJO SUPERMERCADISTA**

**Porto Alegre
2022**

FELIPE MORGADO PETRY

**PRECIFICAÇÃO DINÂMICA BASEADA EM REINFORCEMENT LEARNING:
UM EXPERIMENTO NO VAREJO SUPERMERCADISTA**

Trabalho de conclusão de curso de graduação apresentado ao Departamento de Ciências Administrativas da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, como requisito parcial para a obtenção do grau de Bacharel em Administração.

Orientador: Prof. Dr. Vinícius Andrade Brei

Porto Alegre

2022

FELIPE MORGADO PETRY

**PRECIFICAÇÃO DINÂMICA BASEADA EM REINFORCEMENT LEARNING:
UM EXPERIMENTO NO VAREJO SUPERMERCADISTA**

Trabalho de conclusão de curso de graduação apresentado ao Departamento de Ciências Administrativas da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, como requisito parcial para a obtenção do grau de Bacharel em Administração.

Orientador: Prof. Dr. Vinícius Andrade Brei

Conceito final: A

Aprovado em 4 de maio de 2022.

BANCA EXAMINADORA

Prof. Dr. Vinícius Andrade Brei

Orientador

Prof^a. Dr^a. Cleo Schmitt Silveira

Examinadora

Porto Alegre

2022

À minha família, professores, amigos, colegas de trabalho e todos aqueles que contribuíram de alguma forma para o desenvolvimento desta monografia.

*“O que pode ser medido pode ser
melhorado.”*

(Peter Drucker)

RESUMO

Os processos tradicionais de precificação não garantem a otimização dos preços praticados porque foram construídos para cenários com baixa complexidade e não exploram o poder computacional disponível na atualidade. Em um varejista supermercadista, por exemplo, podem existir milhares de produtos disponíveis em centenas de estabelecimentos, tornando o cenário extremamente complexo. A administração de preços nas empresas, ao invés de dirigir esforços à otimização, muitas vezes acaba por adotar uma postura conservadora, optando por cobrir custos e incluir a margem do setor que, diferente do comportamento da demanda para cada produto em cada loja, é estática. Este trabalho buscou desenvolver uma estratégia de precificação dinâmica para maximização de margem de contribuição no varejo supermercadista utilizando *reinforcement learning*, considerando a solução como um problema de *multi-armed bandits*, através da implementação do algoritmo Thompson Sampling para controle do *exploration-exploitation tradeoff*. Verificou-se durante a utilização do algoritmo proposto o aumento da margem de contribuição diária média para todos os três produtos participantes do experimento no varejista supermercadista. As conclusões sobre o tema mostram a relevância da utilização de técnicas de *machine learning* para otimização da métrica de interesse, proporcionando soluções escaláveis que permitem uma melhor alocação de recursos organizacionais.

Palavras-chave: Precificação dinâmica; Modelagem de demanda; Aprendizado de máquina; Inteligência artificial.

ABSTRACT

Traditional pricing processes do not guarantee the optimization of prices because they were built for low-complexity scenarios and do not exploit the computing power currently available. In a supermarket retailer, for example, there may be thousands of products available in hundreds of establishments, making the scenario extremely complex. Instead of directing efforts towards optimization, price management in companies often ends up adopting a conservative stance, choosing to cover costs and include the sector's margin which, unlike the behavior of demand for each product in each store, is static. This work sought to develop a dynamic pricing strategy to maximize contribution margin in supermarket retail using reinforcement learning, considering the solution as a multi-armed bandits problem, through the implementation of the Thompson Sampling algorithm to control the exploration-exploitation tradeoff. During the use of the proposed algorithm, the increase in the average daily contribution margin for all three products participating in the experiment at the supermarket retailer was verified. The conclusions on the subject show the relevance of using machine learning techniques to optimize the metric of interest, providing scalable solutions that allow a better allocation of organizational resources.

Key words: Dynamic pricing; Demand modelling; Machine learning; Artificial intelligence.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 - Exemplo de curva de demanda.....	24
Figura 2 - Exemplo de curva de demanda com declive constante	26
Figura 3 - Exemplo de curva de demanda com elasticidade constante	27
Figura 4 - Curva de demanda linear	28
Figura 5 - Curva de demanda de elasticidade constante.....	30
Figura 6 - Curva de demanda logística	31
Figura 7 - Maximização da margem de contribuição	32
Figura 8 - Aprendizagem por reforço	33
Figura 9 - Cenário para análise de algoritmos Multi-armed Bandits	34
Figura 10 - Modelo discreto de curva de demanda.....	38
Figura 11 - Creme Dental Oral B 123 Anticárie Tubo 70g	43
Figura 12 - Água Sanitária Qboa Frasco 2L.....	45
Figura 13 - Vinho Campo Largo Tinto Suave Garrafa 750ml	48
Figura 14 - Ciclo de precificação dinâmica do experimento de campo	63

LISTA DE GRÁFICOS

Gráfico 1 - Curva de demanda logística para o creme dental.....	52
Gráfico 2 - Curva de receita logística para o creme dental.....	52
Gráfico 3 - Curva de margem de contribuição logística para o creme dental.....	52
Gráfico 4 - PDFs da demanda em t_0 para o creme dental.....	53
Gráfico 5 - PDFs da receita em t_0 para o creme dental	54
Gráfico 6 - PDFs da margem de contribuição em t_0 para o creme dental	54
Gráfico 7 - Curva de demanda logística para a água sanitária.....	55
Gráfico 8 - Curva de receita logística para a água sanitária.....	56
Gráfico 9 - Curva de margem de contribuição logística para a água sanitária.....	56
Gráfico 10 - PDFs da demanda em t_0 para a água sanitária	57
Gráfico 11 - PDFs da receita em t_0 para a água sanitária.....	58
Gráfico 12 - PDFs da margem de contribuição em t_0 para a água sanitária	58
Gráfico 13 - Curva de demanda logística para o vinho	59
Gráfico 14 - Curva de receita logística para o vinho.....	59
Gráfico 15 - Curva de margem de contribuição logística para o vinho	60
Gráfico 16 - PDFs da demanda em t_0 para o vinho.....	61
Gráfico 17 - PDFs da receita em t_0 para o vinho.....	61
Gráfico 18 - PDFs da margem de contribuição em t_0 para o vinho.....	62
Gráfico 19 - PDFs da demanda em t_{24} para o creme dental	65
Gráfico 20 - PDFs da receita em t_{24} para o creme dental.....	65
Gráfico 21 - PDFs da margem de contribuição em t_{24} para o creme dental	65
Gráfico 22 - PDFs da demanda em t_{24} para a água sanitária	67
Gráfico 23 - PDFs da receita em t_{24} para a água sanitária.....	67
Gráfico 24 - PDFs da margem de contribuição em t_{24} para a água sanitária.....	67
Gráfico 25 - PDFs da demanda em t_{24} para o vinho.....	69
Gráfico 26 - PDFs da receita em t_{24} para o vinho.....	69
Gráfico 27 - PDFs da margem de contribuição em t_{24} para o vinho.....	70
Gráfico 28 - Evolução da margem de contribuição diária para o creme dental.....	71
Gráfico 29 - Evolução da margem de contribuição diária para a água sanitária.....	72
Gráfico 30 - Evolução da margem de contribuição diária para o vinho	73

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Dados para cálculo de margem de contribuição do creme dental.....	44
Tabela 2 - Demanda diária média por preço praticado para o creme dental.....	44
Tabela 3 - Fator sazonal intra-semanal para o creme dental.....	44
Tabela 4 - Dados para cálculo de margem de contribuição da água sanitária.....	46
Tabela 5 - Demanda diária média por preço praticado para a água sanitária.....	46
Tabela 6 - Fator sazonal intra-semanal para a água sanitária.....	47
Tabela 7 - Dados para cálculo de margem de contribuição do vinho.....	48
Tabela 8 - Demanda diária média por preço praticado para o vinho.....	49
Tabela 9 - Fator sazonal intra-semanal para o vinho.....	49
Tabela 10 - Parâmetros da <i>priori</i> bayesiana em t_0 para o creme dental.....	53
Tabela 11 - Parâmetros da <i>priori</i> bayesiana em t_0 para a água sanitária.....	57
Tabela 12 - Parâmetros da <i>priori</i> bayesiana em t_0 para o vinho.....	60
Tabela 13 - Parâmetros da <i>posteriori</i> bayesiana em t_{24} para o creme dental.....	64
Tabela 14 - Parâmetros da <i>posteriori</i> bayesiana em t_{24} para a água sanitária.....	66
Tabela 15 - Parâmetros da <i>posteriori</i> bayesiana em t_{24} para o vinho.....	68
Tabela 16 - Margem de contribuição diária média em períodos anteriores.....	71
Tabela 17 - Margem de contribuição diária média durante o experimento.....	71

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 - Produtos escolhidos para o experimento.....	42
--	----

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

ABRAS	Associação Brasileira de Supermercados
MaB	<i>Multi-armed Bandits</i>
ML	<i>Machine Learning</i>
PIB	Produto Interno Bruto
PDF	<i>Probability Density Function</i>
PDV	Ponto de Venda
RL	<i>Reinforcement Learning</i>
SBVC	Sociedade Brasileira de Varejo e Consumo
SKU	<i>Stock Keeping Unit</i>
TS	<i>Thompson Sampling</i>

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	14
1.1	JUSTIFICATIVA	18
1.2	OBJETIVOS	19
1.2.1	Objetivo geral	19
1.2.2	Objetivos específicos	19
2	REVISÃO TEÓRICA	20
2.1	ABORDAGENS TRADICIONAIS DE PRECIFICAÇÃO	20
2.1.1	Precificação baseada em custos e margem (<i>cost-plus</i>)	21
2.1.2	Precificação baseada em mercado (<i>market based</i>)	22
2.1.3	Precificação baseada em valor percebido (<i>value based</i>)	23
2.2	MODELAGEM DE DEMANDA.....	23
2.2.1	Sensibilidade a preço	25
2.2.2	Curvas de demanda	28
2.3	OTIMIZAÇÃO DE PREÇO.....	32
2.4	APRENDIZAGEM POR REFORÇO.....	33
2.4.1	Abordagem greedy	35
2.4.2	Thompson Sampling	36
3	PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS	37
3.1	PRECIFICAÇÃO DINÂMICA BASEADA EM THOMPSON SAMPLING	37
3.2	COLETA DE DADOS.....	40
3.3	MANIPULAÇÃO E PREPARAÇÃO DOS DADOS COLETADOS.....	41
3.4	ANÁLISE DOS DADOS COLETADOS	42
3.4.1	Creme dental	43
3.4.2	Água sanitária	45
3.4.3	Vinho	48
3.5	RESTRIÇÕES DO EXPERIMENTO	50
3.6	INICIALIZAÇÃO DO ALGORITMO	51
3.6.1	Creme dental	51
3.6.2	Água sanitária	55
3.6.3	Vinho	59
4	RESULTADOS	63
4.1	EXECUÇÃO DO EXPERIMENTO.....	63

4.1.1	Creme dental.....	64
4.1.2	Água sanitária.....	66
4.1.3	Vinho.....	68
4.2	IMPACTO NA MARGEM DE CONTRIBUIÇÃO.....	70
5	CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	74
	REFERÊNCIAS.....	77
	APÊNDICE A – EXECUÇÃO DO EXPERIMENTO PARA O CREME DENTAL.....	79
	APÊNDICE B – EXECUÇÃO DO EXPERIMENTO PARA A ÁGUA SANITÁRIA ..	104
	APÊNDICE C – EXECUÇÃO DO EXPERIMENTO PARA O VINHO.....	129

1 INTRODUÇÃO

De acordo com Kotler e Keller (2006, p. 482), o varejo inclui todas as atividades relativas às vendas de bens ou serviços diretamente ao consumidor final, para uso pessoal e não comercial. O varejo engloba um conjunto de atividades de negócios que adiciona valor a produtos e serviços vendidos e é o último estágio do processo de distribuição, geralmente, caracterizado pelo contato mais estreito com os consumidores ou adquirentes do produto ou serviço (MATTAR, 2011, p. 2). Conforme o estudo realizado pela Sociedade Brasileira de Varejo e Consumo (SBVC), o varejo restrito, ou seja, varejo de bens de consumo exceto veículos e materiais de construção, teve um impacto de 23,6% no Produto Interno Bruto (PIB) brasileiro, com um volume de R\$ 1,75 trilhão e crescimento real de 1,2% em 2020, acumulando alta pelo quarto ano consecutivo em meio aos impactos da pandemia do coronavírus (SBVC, 2021).

Os primeiros planos de supermercados surgiram nos Estados Unidos, como experimento para confirmar a hipótese de que a venda de produtos em volumes maiores nos estabelecimentos possibilitaria a redução de preços (MCCARTHY; PERREAULT, 1997). Para Mattar (2011, p. 9), o varejo brasileiro foi sendo implementado copiando experiências bem-sucedidas no exterior e, gradualmente, foi moldando-se às características do mercado. Supermercados são definidos como um estabelecimento onde existe autosserviço, ou seja, onde produtos são expostos e ficam acessíveis ao consumidor que toma suas decisões de compra visando satisfazer suas necessidades e desejos de consumo, escolhendo o produto e levando-o até uma estrutura de *check-out* (PARENTE; BARKI, 2014). Em 2020, de acordo com o estudo realizado pela Associação Brasileira de Supermercados (ABRAS), o setor de autosserviço (mercado de vizinhança, supermercado, hipermercado, atacarejo e e-commerce) alcançou um faturamento de R\$ 554 bilhões através dos 28 milhões de consumidores em mais de 90 mil lojas capilarizadas pelo país, representando 7,5% do PIB nacional no ano (ABRAS, 2021).

O setor supermercadista, em específico, representou R\$ 410 bilhões do faturamento anual (74%). No mesmo ano, o estado de Santa Catarina, unidade federativa do supermercadista participante deste trabalho, foi classificado em quinto lugar em participação de mercado de acordo com o Ranking ABRAS de 2021, que

contempla 902 empresas respondentes. Representando 7,5% do faturamento nacional do setor (R\$ 27 bilhões) e 6,9% do número de lojas espalhadas pelo território nacional (579), a região mostra-se de alta relevância ao estudo pelo seu resultado no setor.

O objetivo do *marketing* é atender e satisfazer as necessidades e os desejos dos clientes-alvo melhor do que os concorrentes. Os profissionais de marketing devem ter plena compreensão de como os consumidores pensam, sentem e agem para oferecer um valor adequado a cada consumidor-alvo (KOTLER; KELLER, 2006, p. 163). Segundo Mattar (2011, p. 90), os estudos do comportamento do consumidor compreendem pesquisar e entender como são tomadas as decisões em gastar os recursos disponíveis (tempo, dinheiro e esforço) no atendimento das necessidades e desejos de consumo pessoais e familiares. O entendimento do comportamento dos consumidores pode resultar em aumento da demanda por produtos e serviços, por meio da compreensão e satisfação das suas preferências, gerando satisfação e, conseqüentemente, retenção de clientes.

Porém, o entendimento da psicologia do consumidor não é suficiente para entendermos as variações reais do consumo da população. Por mais apurado que seja o processo de previsão de vendas de um varejista, não há garantia de 100% de acerto, pois qualquer processo irá depender do comportamento de inúmeras variáveis que não estão sob o controle da empresa (MATTAR, 2011, p. 361). Conceitos como tendências e sazonalidades dificultam a modelagem e, principalmente, a previsão de demanda. Além disso, prever efeitos adversos extremamente raros como, por exemplo, a pandemia do coronavírus (COVID-19) é praticamente impossível.

É inegável a importância do preço de um produto ou serviço no processo decisório do consumidor. Para cada cliente, existe um “verdadeiro preço corrente” a partir do valor percebido (KOTLER; KELLER, 2006, p. 414), diretamente proporcional à satisfação de suas necessidades proporcionada pelo produto ou serviço, que ordinariamente difere do preço definido na empresa. Na venda de produtos e serviços em geral, principalmente no varejo supermercadista, cada diferente preço praticado resulta em diferentes níveis de demanda, ou seja, quantidade vendida de um produto. A relação entre preço e demanda, que normalmente é inversa, ou seja, quanto maior o preço menor a quantidade demandada, é explicada pela sensibilidade a preço do consumidor e é medida através do estudo da elasticidade-preço da demanda. Considerando a margem de contribuição de um varejista supermercadista como uma

função de preço, demanda e custo de cada produto vendido, cada erro na precificação (ou qualquer distância do preço praticado para o melhor preço possível) resulta diretamente em perda de margem. De acordo com Phillips (2005), chamamos de otimização de preço o processo de diminuição dessa distância e, conseqüentemente, a maximização da métrica de interesse que pode ser a margem de contribuição, foco deste trabalho, ou, por exemplo, o faturamento de uma empresa.

Os processos tradicionais de precificação não garantem a otimização dos preços praticados porque foram construídos para cenários com baixa complexidade e não exploram o poder computacional disponível na atualidade. Em um varejista supermercadista, por exemplo, podem existir milhares de produtos disponíveis em centenas de estabelecimentos, tornando o cenário extremamente complexo. A administração de preços nas empresas, ao invés de dirigir esforços à otimização, muitas vezes acaba por adotar uma postura conservadora, optando por cobrir custos e incluir a margem do setor que, diferente do comportamento da demanda para cada produto em cada loja, é estática:

Os executivos alegam que determinar preços é uma dor de cabeça — e piora a cada dia. Muitas empresas não lidam bem com essa tarefa e acabam adotando “estratégias” como: “determinamos os custos internos e aplicamos as margens tradicionais do setor”. Outros erros comuns são não rever os preços com suficiente frequência para capitalizar mudanças de mercado; determinar os preços independentemente do restante do mix de marketing, em vez de pensá-los como um elemento intrínseco da estratégia de posicionamento de mercado; e não variar os preços de acordo com diferentes itens de produto, segmentos de mercado e ocasiões de compra. (KOTLER; KELLER, 2006, p. 414).

A precificação dinâmica é considerada uma estratégia eficiente para administrar preços e tem sido utilizada principalmente por hotéis e companhias aéreas para controlar a demanda de acordo com a oferta. Além de possibilitar o controle da demanda, precificar dinamicamente permite que o preço praticado acompanhe as variações do comportamento do consumidor provocadas por tendências, sazonalidade, e até eventos adversos, ajustando os preços rapidamente e contribuindo para a maximização de margem de contribuição. Para Ganti et al. (2018), o ciclo de precificação dinâmica consiste em coletar dados históricos de demanda por preço praticada para cada item de interesse vendido, postular um modelo estatístico

de demanda como função do preço e estimar os parâmetros através dos dados históricos, otimizar a métrica de interesse (margem de contribuição ou faturamento, por exemplo) obtendo o melhor preço a partir da função da demanda e, por último, praticar o preço otimizado por um período de tempo coletando mais dados até que o ciclo se repita.

A aplicação de técnicas de *machine learning* (ML) permite que os algoritmos de precificação dinâmica aprendam, a partir de um subconjunto de dados separado para treino, a realizar previsões do efeito de diferentes pontos de preços na métrica de interesse e, mais que isso, validá-las em um subconjunto separado para teste para que sejam utilizadas na otimização de preço. Diferente das abordagens tradicionais de programação, onde existem lógicas pré-definidas (se, então), a precificação algorítmica com aprendizado de máquina proporciona a melhoria contínua das previsões e adaptações ao comportamento dinâmico da demanda a partir do grande volume de dados disponíveis gerados diariamente, o que seria impossível de ser processado por um gestor de políticas de preços em um cenário frequente de milhares de *stock keeping units* (SKUs) de um varejista supermercadista.

Um obstáculo comum na implementação de um processo dinâmico de precificação é a ausência de dados históricos suficientes de diferentes preços praticados. Com poucas variações de preços para o mesmo produto torna-se difícil estimar a sensibilidade a preço do consumidor e, conseqüentemente, estimar a curva de demanda em função do preço. A solução para este problema consiste na exploração, ou seja, na realização de experimentos com novos preços que não seriam a opção considerada como mais otimizada no momento, com a esperança de que a informação adquirida resulte em uma melhora na precisão da estimativa de parâmetros e esse novo conhecimento impacte diretamente em maiores retornos a médio e longo prazo.

A exploração é importante, porém perigosa, já que a escolha de novos experimentos de preços para esse objetivo geralmente não é a opção que, levando em consideração os dados históricos disponíveis, maximiza a métrica de interesse. Esse dilema entre explorar novos preços e se aproveitar do conhecimento adquirido praticando os preços resultantes da otimização é conhecido como *exploration-exploitation tradeoff*. Os algoritmos de precificação dinâmica mais comuns são focados majoritariamente no aproveitamento (*exploiting*) e não exploram o suficiente, perdendo margem e/ou faturamento acumulado a longo prazo (GANTI et al., 2018).

Levando em consideração a alta complexidade do cenário de precificação no varejo supermercadista e a carência do tema na literatura acadêmica brasileira, visamos através deste trabalho responder a seguinte pergunta: qual a melhor alternativa de precificação dinâmica para maximização de margem de contribuição no varejo supermercadista?

1.1 JUSTIFICATIVA

Trazer para o centro das discussões o conceito de precificação dinâmica e seus benefícios como uma solução robusta totalmente escalável e altamente automatizada. Além disso, evidenciar seus benefícios e rentabilidade do investimento na tecnologia através da maximização de margem de contribuição acumulada.

Motivar o uso do poder computacional disponível na atualidade através de diversas técnicas de *machine learning* a partir de dados históricos, que no cenário brasileiro ainda é incomum. A utilização de algoritmos de aprendizagem por reforço para treinamentos de modelos de inteligência artificial para precificação permite a redução e realocação de recursos e esforços de administração de preços, principalmente em contextos de alta complexidade como observado no varejo supermercadista.

Incentivar a alfabetização de dados no varejo. A possibilidade de coleta, armazenamento, processamento, transformação e extração de conhecimento de volumes cada vez maiores de dados trouxe inúmeras possibilidades aos tomadores de decisões. Além disso, a disponibilização do dado para análise cada vez menos depende do setor de tecnologia da informação. A possibilidade de cada usuário integrar dados de interesse e cruzar informações gerando *insights* valiosos para as organizações é cada vez mais presente através da alfabetização de dados, que vem se tornando habilidade básica para grande maioria das ocupações. A alfabetização de dados (*data literacy*) é a capacidade de ler, trabalhar, analisar e se comunicar com dados. É uma competência que capacita funcionários de todos os níveis a fazer as perguntas certas sobre dados, desenvolver conhecimento, tomar decisões e comunicar o significado a outras pessoas.

1.2 OBJETIVOS

Nesta seção serão abordados os objetivos do desenvolvimento deste trabalho. O objetivo geral é a finalidade principal do trabalho que é desdobrada em objetivos específicos que facilitam a manutenção do foco do trabalho.

1.2.1 Objetivo geral

Desenvolver uma estratégia de precificação dinâmica para maximização de margem de contribuição no varejo supermercadista utilizando *reinforcement learning*.

1.2.2 Objetivos específicos

- a) analisar a estratégia de precificação tradicional utilizada no varejo supermercadista;
- b) implementar e testar um algoritmo de precificação dinâmica;
- c) comparar os resultados da precificação dinâmica com os de precificação tradicional;
- d) determinar a melhor estratégia de precificação para maximização da margem de contribuição.

2 REVISÃO TEÓRICA

Para que seja possível analisar as vantagens em precificar dinamicamente um produto ou serviço, é necessário compreender as vantagens e, principalmente, as desvantagens dos métodos tradicionais de precificação a serem solucionadas pelo método proposto neste trabalho. Há de se destacar e fundamentar teoricamente também as dificuldades e limitações enfrentadas na solução. Nesta seção, portanto, serão revisitadas as principais publicações na literatura a respeito do tema, as quais servirão de suporte à problemática analisada neste estudo.

2.1 ABORDAGENS TRADICIONAIS DE PRECIFICAÇÃO

De acordo com Mattar (2011, p. 450), preço é o valor monetário pelo qual o vendedor e o comprador estão dispostos a realizar uma troca comercial. Para o comprador, é o valor monetário que ele está disposto a pagar ao vendedor em troca de um conjunto de benefícios a ser recebido através de um produto ou serviço. Para muitas organizações, o processo de precificação é composto por um conjunto de decisões complexas dificultadas por diversos motivos, como a falta de disciplina, a inexistência de um processo de gerenciamento consistente e a ausência de análises de resultados entre diferentes as tomadas de decisões (PHILLIPS, 2005, p. 18).

Historicamente, o preço de um produto ou serviço é o fator mais decisivo do processo de decisão de compra (KOTLER; KELLER, 2006, p. 412). Com o avanço da tecnologia, proporcionando cada vez mais a democratização de informações de preços e descontos aos consumidores, varejistas acabam por serem pressionados a reduzir preços e, conseqüentemente, pressionam a indústria a fornecerem produtos cada vez mais baratos para preservarem suas margens através da redução de custos. Segundo Mattar (2011, p. 450), “o grande desafio do estabelecimento de preços no varejo é fazê-lo de tal forma a ser competitivo e, simultaneamente, atender aos objetivos de resultados da empresa”. Portanto, a tarefa de atribuir preços no mercado varejista acaba por se tornar um problema de extrema relevância, já que toda

ineficácia no processo resulta diretamente em perda de lucro e impacta negativamente não só os resultados da empresa como também a percepção do consumidor.

Phillips (2005) define três principais abordagens mais tradicionais de precificação: precificação baseada em custos e margem, precificação baseada em mercado e precificação baseada em valor percebido. Entretanto, também ressalta que os três métodos são puristas por definição e dificilmente são praticados nas organizações. Na verdade, a grande maioria dos processos de precificação nas organizações são híbridos a partir das três formas, onde a filosofia de cada um são ponderadas de acordo com os seus objetivos resultando em uma estratégia mista de definição de preços a serem praticados.

2.1.1 Precificação baseada em custos e margem (*cost-plus*)

Para Phillips (2005, p. 23), a precificação baseada em custos e margem (*cost-plus*) é provavelmente a abordagem mais popular de definição de preços entre as organizações, apesar de também ser a mais antiga. O método consiste em apurar os custos unitários de cada produto e adicionar um percentual de margem que cubra custos fixos e garanta, também, o retorno sobre o capital. A simplicidade desta abordagem fez com que fosse amplamente adotada, dando espaço a definições de margens pré-definidas para cada setor. A possibilidade de garantir o lucro a cada venda passa uma falsa sensação de segurança geralmente apoiada pelo departamento financeiro das organizações, tornando-os grandes simpatizantes deste método.

A maior desvantagem da precificação baseada em custos é, sem dúvida, sua característica totalmente intrínseca de definição de preços. O cálculo de um preço final, que engloba custos e ainda garante o objetivo de retorno financeiro para a organização, sem referências do ambiente externo no processo é uma tarefa perigosa. Sem levar em consideração a percepção do mercado sobre o produto, dificilmente o preço praticado estará de acordo com o valor monetário o qual o consumidor estaria disposto a desembolsar pelos benefícios proporcionados pela mercadoria (DOLAN; SIMON, 1996, p. 38). Além disso, a ideia de aplicar uma margem fixa a partir do custo não explora e muito menos motiva a redução de custos através da eficiência de

processos produtivos, por exemplo. O cenário real da aplicação desta abordagem consiste em “resultados menores do que o esperado” no final do mês (PHILLIPS, 2005, p. 23), provocados pela variação de custos que não é refletida a tempo no preço praticado. O cálculo praticado geralmente leva em consideração custos históricos, já que o custo real do mês é apurado apenas no final do período contábil e o processo de precificação de um produto é raramente revisado, salvo em casos de reajustes de margens influenciadas por fatores como, por exemplo, inflacionários.

2.1.2 Precificação baseada em mercado (*market based*)

A precificação baseada em mercado (*market based*) pode assumir diferentes significados dependendo do contexto inserido. Phillips (2005, p. 24) define esta abordagem se referindo exclusivamente à precificação a partir dos preços praticados pela concorrência de uma organização. Nesse caso, o método de definição de preços consiste em adotar uma política em relação aos principais concorrentes, podendo ser tanto igualar preços ou variá-los proporcionalmente. Em mercados de *commodities*, por exemplo, não existe uma alternativa além deste método e, portanto, não existe uma decisão fundamentada de preço a ser praticado. Em oposição à abordagem de precificação baseada em custos onde a primeira etapa é a apuração dos custos, neste caso o preço final praticado se torna pré-requisito para construção de uma estrutura de custos, geralmente norteando grande parte dos processos organizacionais como, por exemplo, a cadeia de produção da mercadoria a ser ofertada.

A precificação a partir da concorrência na maioria dos casos é acompanhada da crença de que o preço praticado pelo concorrente é, ou está muito próximo, do preço ideal, o que nem sempre é verdade. Praticar o mesmo preço de outra organização desconhecendo sua estrutura interna de custos é extremamente arriscado. Além de custos, esta abordagem não leva em consideração o valor percebido pelo consumidor, deixando de lado a diferenciação e valorização de uma marca quando comparada à concorrência.

2.1.3 Precificação baseada em valor percebido (*value based*)

Tradicionalmente, a precificação baseada em valor percebido (*value based*) se refere à utilização de metodologias como pesquisas com clientes, grupos de foco e análise conjunta para estimar como os clientes avaliam um produto em relação às alternativas, que são então usadas para determinar o preço (PHILLIPS, 2005, p. 25). A ideia de praticar o preço que representa o valor percebido do consumidor é extremamente atrativa já se assemelha a ideia de maximizar lucros não precificando abaixo do valor monetário esperado pelo comprador. Porém, há uma grande diferença entre o valor percebido de um potencial consumidor e a sua decisão real de compra levando em consideração suas alternativas, já que existe uma restrição competitiva sobre preços baseados em valor.

Assim como as outras abordagens, a aplicação purista deste método possui desvantagens ao ignorar outras variáveis, sendo neste caso, custos e competidores. A ideia de insistir em precificar de acordo com o valor percebido mesmo que isso signifique praticar preços maiores em relação à concorrência, geralmente só funcionaria considerando um maior investimento em *branding* resultando em uma maior diferenciação em comparação aos concorrentes da organização. Por outro lado, isso só faria sentido quando não inviabilizado pela apuração de custos. Portanto, nenhuma das três abordagens puristas tradicionais deveriam ser executadas isoladamente, e sim, combinadas visando a busca da maximização de resultados.

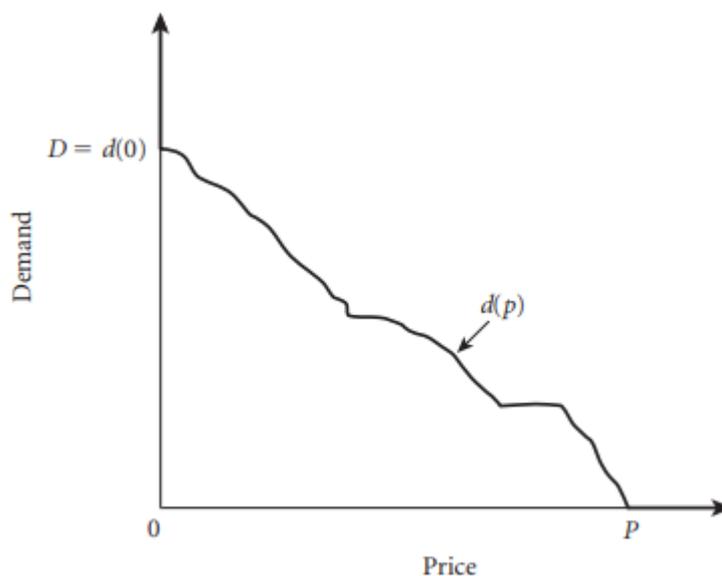
2.2 MODELAGEM DE DEMANDA

O entendimento da variação de demanda para cada ponto de preço praticado é essencial ao estudo de precificação dinâmica e, principalmente, otimização/maximização de resultados. Cada diferente preço a ser praticado resultará em níveis diferentes de demanda, através de uma relação preço-demanda normalmente inversamente proporcional, geralmente explicada por uma função que pode ser visualizada através uma curva de demanda onde quanto maior o preço

menor a quantidade demandada (KOTLER; KELLER, 2006, p. 419). Segundo Ganti et al. (2018, p. 5), qualquer sistema comercial de precificação dinâmica precisa descobrir como modelar a função de demanda e, em seguida, como usar a função de demanda modelada para calcular os preços ideais a serem praticados.

Podemos visualizar a função de demanda através de uma curva de demanda que se assemelha à curva de demanda dos mercados proposta pela teoria do equilíbrio geral de mercado presente na literatura econômica, porém difere em contexto. A curva de demanda utilizada neste trabalho representa a demanda por um único produto ofertado por um único vendedor como função do preço praticado por ele. Diferente da curva de demanda dos mercados que busca explicar o comportamento do mercado por completo, podemos obter curvas de demanda completamente diversas entre competidores do mesmo mercado (PHILLIPS, 2005, p. 38). Na Figura 1 podemos observar um exemplo:

Figura 1 - Exemplo de curva de demanda



Fonte: PHILLIPS (2005, p. 40).

onde $d(p)$ representa a demanda por um produto individual de um único vendedor a um preço praticado p .

2.2.1 Sensibilidade a preço

A curva de demanda evidencia as reações dos indivíduos frente a diferentes sensibilidades a preço:

Ela resume as reações de muitos indivíduos com diferentes sensibilidades a preço. O primeiro passo para estimar a demanda é compreender o que afeta tal sensibilidade. De modo geral, os compradores são menos sensíveis a preço para produtos de baixo custo ou comprados com pouca frequência. Também são menos sensíveis a preço quando (1) não há ou existem poucos substitutos ou concorrentes; (2) eles não reparam de imediato no preço mais elevado; (3) são lentos em mudar seus hábitos de compra; (4) acham que os preços mais altos são justificados; e (5) o preço é apenas uma pequena parte do custo total de obtenção, operação e manutenção do produto durante sua vida útil. (KOTLER; KELLER, 2006, p. 419).

As duas formas mais populares de mensurar a sensibilidade a preço é o declive e a elasticidade da função preço-demanda (PHILLIPS, 2005, p. 42). O declive (*slope*) mensura a variação da demanda em relação às mudanças de preços, podendo ser definido como na Equação 1:

$$\delta(p_2, p_1) = [d(p_2) - d(p_1)] / (p_2 - p_1) \quad (1)$$

onde $p_1 > p_2$ e, conseqüentemente, $d(p_1) < d(p_2)$, sendo $d(p)$ a quantidade demandada no ponto de preço p . A definição depende de dois pontos de preço distintos porque o declive será constante apenas em casos em que a função da relação preço-demanda é linear. Entretanto, ele pode ser definido pela aproximação de p_2 a p_1 conforme apresentado por Phillips (2005, p. 42) e podendo observado na Equação 2:

$$\delta(p_1) = \lim_{h \rightarrow 0} [d(p_1 + h) - d(p_1)] / h = d'(p_1) \quad (2)$$

onde $d'(p)$ representa a derivada da função da demanda $d(p)$ no ponto de preço p .

A elasticidade-preço da demanda é a forma mais popular de mensurar a sensibilidade a preço e representa percentualmente a variação na demanda frente às alterações de preços, ou seja, a reação do mercado (MATTAR, 2011, p. 455). Para Kotler e Keller (2006, p. 420): “Se a demanda praticamente não se altera com uma pequena mudança no preço, dizemos que ela é inelástica. Se a demanda muda consideravelmente, dizemos que é elástica.”. Por padrão, obtemos um valor negativo, já que demanda e preço variam em direções opostas (DOLAN; SIMON, 1996, p. 30). Phillips (2005, p. 43) define a elasticidade-preço da demanda conforme a Equação 3:

$$\epsilon(p_1, p_2) = \frac{[d(p_2) - d(p_1)] p_1}{[p_2 - p_1] d(p_1)} = \frac{\Delta d\%}{\Delta p\%} \quad (3)$$

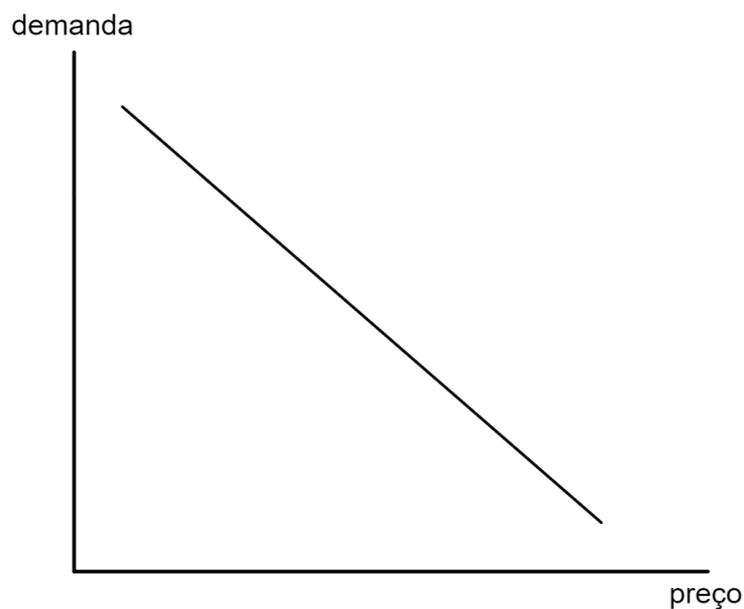
onde $p_2 > p_1$ e, conseqüentemente, $d_2 < d_1$. Por exemplo, no caso de uma diminuição de 20% no preço de um produto resultar em 30% de aumento na demanda teremos uma elasticidade-preço da demanda $\epsilon = \frac{30}{-20}$, resultando em -1,5, ou seja, além de inversamente proporcional a reação na quantidade demandada é 1,5 vezes maior quando comparada à alteração de preço. Assim como no declive, podemos obter a elasticidade-preço da demanda individualmente derivando uma elasticidade para cada ponto da função (*point elasticity*) aproximando p_2 a p_1 conforme apresentado por Phillips (2005, p. 44) na Equação 4:

$$\epsilon(p_1) = -d'(p_1)p_1 / d(p_1) \quad (4)$$

onde $d'(p)$ representa a derivada da função da demanda $d(p)$ no ponto de preço p . A elasticidade por ponto é útil como uma estimativa local da reação da demanda frente a pequenas mudanças no preço.

A relação entre o declive da curva de demanda e a elasticidade-preço de demanda é inversamente proporcional. À medida que o declive aumenta, a elasticidade tende a diminuir e vice-versa. Na Figura 2 e Figura 3 podemos observar a diferença entre o declive e a elasticidade:

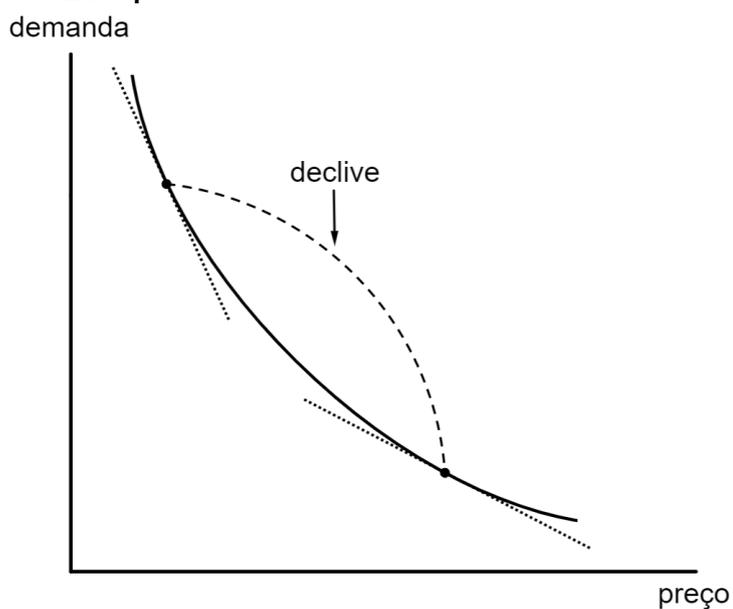
Figura 2 - Exemplo de curva de demanda com declive constante



Fonte: Elaborado pelo autor.

Aqui, podemos observar um cenário de curva de demanda onde o declive é constante e, conseqüentemente, a elasticidade varia. O declive constante caracteriza uma relação linear entre preço e demanda conforme observado na Figura 2. Por outro lado, na Figura 3 podemos observar um cenário de elasticidade constante, diferente do declive que pode ser derivado a cada ponto através da aproximação da equação 2:

Figura 3 - Exemplo de curva de demanda com elasticidade constante



Fonte: Elaborado pelo autor.

A relação inversamente proporcional entre as duas medidas é explicada pelo fato de o cálculo do declive levar em consideração a variação vertical em relação à variação horizontal, enquanto a elasticidade-preço da demanda considera a razão entre a variação percentual horizontal e a variação percentual vertical. De acordo com Phillips (2005, p. 44), a principal vantagem que torna a elasticidade popularmente preferida pela comunidade acadêmica é a independência de unidade de medida, já que o declive da função varia conforme a unidade de medida utilizada.

2.2.2 Curvas de demanda

Neste tópico serão apresentados os três tipos de curvas de demanda mais presentes na literatura, observadas a partir de funções de demanda lineares, de elasticidades constantes e logísticas. A função linear de demanda é representada por Phillips (2005, p. 49) na Equação 5:

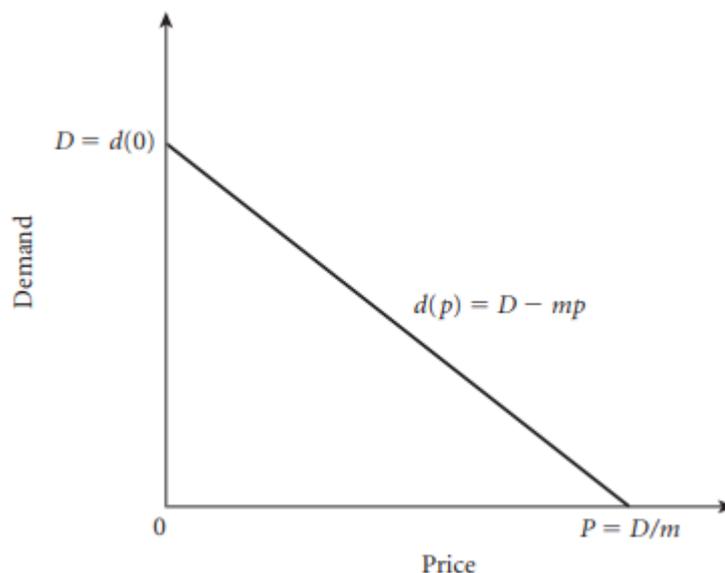
$$d(p) = D - mp \quad (5)$$

sendo $D > 0$, $m > 0$ e $D = d(0)$. O declive entre $d(0)$ e $p = 0$ é m . Dessa forma, podemos concluir que elasticidade-preço de demanda pode ser equacionada da seguinte forma:

$$\epsilon(p) = mp / (D - mp) \quad (6)$$

onde $\epsilon(p_1) \neq \epsilon(p_2)$. A partir disso, podemos observar a curva de demanda na Figura 4:

Figura 4 - Curva de demanda linear



Fonte: PHILLIPS (2005, p. 49).

A curva de demanda linear é considerada a menos realista dos três tipos mais explorados, porém é a mais encontrada em exemplos por ser relativamente simples. Em um cenário real, a sensibilidade a preço não é linear e a curva de demanda é moldada de acordo com a elasticidade-preço da demanda que pode ser constante ou variável de acordo com diferentes intervalos de preços. Conforme o nome sugere, a função de demanda de elasticidade constante assume que a elasticidade-preço da demanda é igual em todos os pontos de preço e é representada por Phillips (2005, p. 50) conforme a Equação 7:

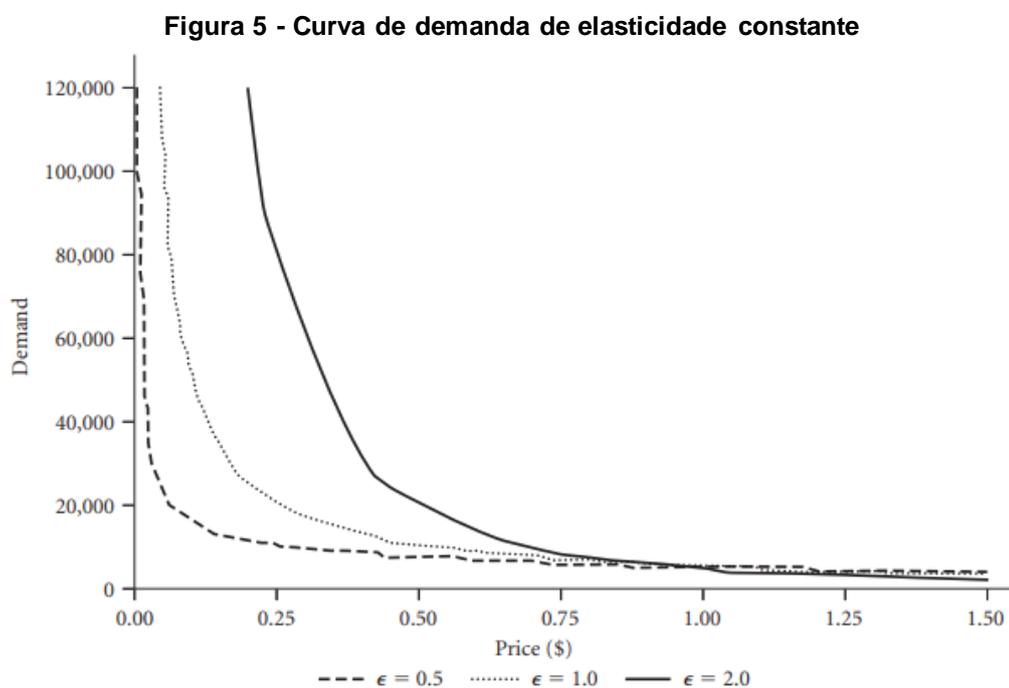
$$d(p) = Cp^{-\epsilon} \quad (7)$$

sendo $C = d(1)$ e, conseqüentemente, $C > 0$. Assim, também podemos equacionar o declive de uma função de demanda de elasticidade constante da seguinte forma apresentada na Equação 8:

$$d'(p) = -C\epsilon p^{-(\epsilon+1)} \quad (8)$$

onde sempre será assumirá um valor negativo e, portanto, sempre possuirá inclinação descendente. Também podemos perceber que a demanda não assume o valor zero a nenhum preço, se aproximando do infinito à medida que o preço diminui.

Na Figura 5, podemos observar diferentes funções representadas no mesmo plano, para valores diferentes de elasticidade:



Fonte: PHILLIPS (2005, p. 50).

Apesar do modelo da curva de demanda com elasticidade constante ser superior ao modelo linear ao ser aplicado em contextos reais, o modelo logístico tende a performar superiormente nos extremos das faixas de preços praticados. Por exemplo, o mesmo produto sendo precificado significativamente mais caro em relação à concorrência tende a ter sua demanda reduzida, porém não deixaria de ser demandado pelos consumidores mais fiéis à marca da empresa. Esses consumidores geralmente se identificam com a empresa e dificilmente deixariam de adquirir o produto caso seu preço, que já é muito acima do mercado, se tornasse minimamente maior. Portanto, assumir uma elasticidade constante para a curva de demanda por completo não seria a melhor opção nesse caso, onde nas extremidades teríamos o coeficiente de elasticidade menor quando comparado ao centro.

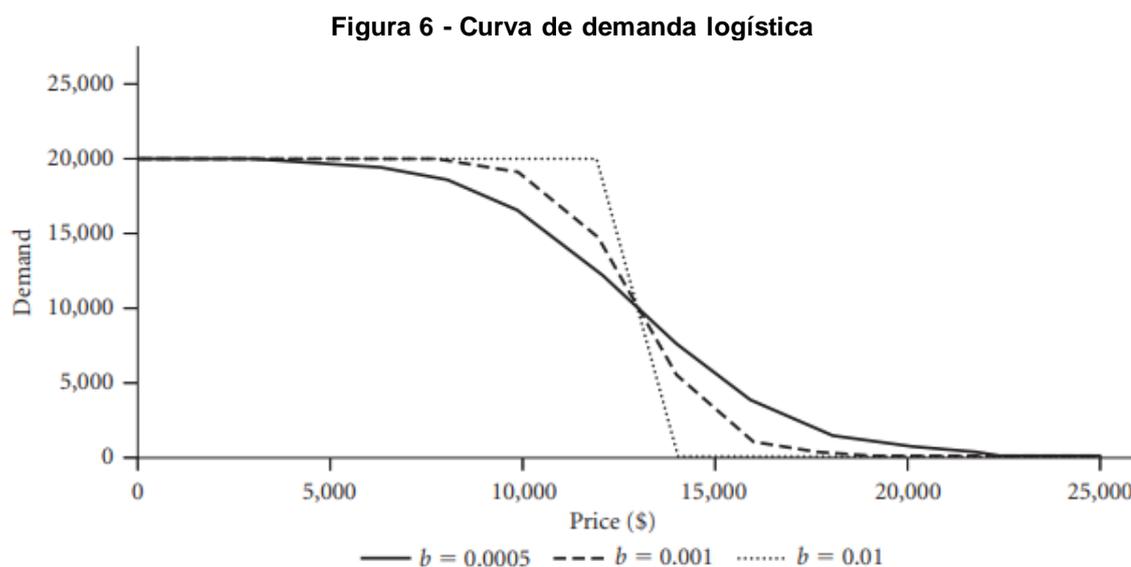
A função de demanda logística (*logit*) é representada por Phillips (2005, p. 53) através da Equação 9:

$$d(p) = \frac{C e^{-(a+bp)}}{1 + e^{-(a+bp)}} \quad (9)$$

onde $C > 0$ e $b > 0$. C representa o tamanho do mercado, obtido através de $d(0)$, b representa a sensibilidade a preço onde quanto maior seu valor maior a sensibilidade e a é uma constante. Dado isso, podemos obter a elasticidade através da Equação 10:

$$\epsilon(p) = \frac{bp}{1 + e^{-(a+bp)}} \quad (10)$$

Conforme comentado no exemplo anterior, podemos perceber uma maior elasticidade no centro da curva de demanda e uma menor elasticidade nas extremidades que pode ser observada no exemplo de curva de demanda logística da Figura 6:



Fonte: PHILLIPS (2005, p. 54).

De acordo com Phillips (2005, p. 55), o modelo logístico tende a representar cenários reais superiormente quando comparado ao modelo linear e de elasticidade constante, principalmente quando estamos analisando grandes mudanças de preço.

2.3 OTIMIZAÇÃO DE PREÇO

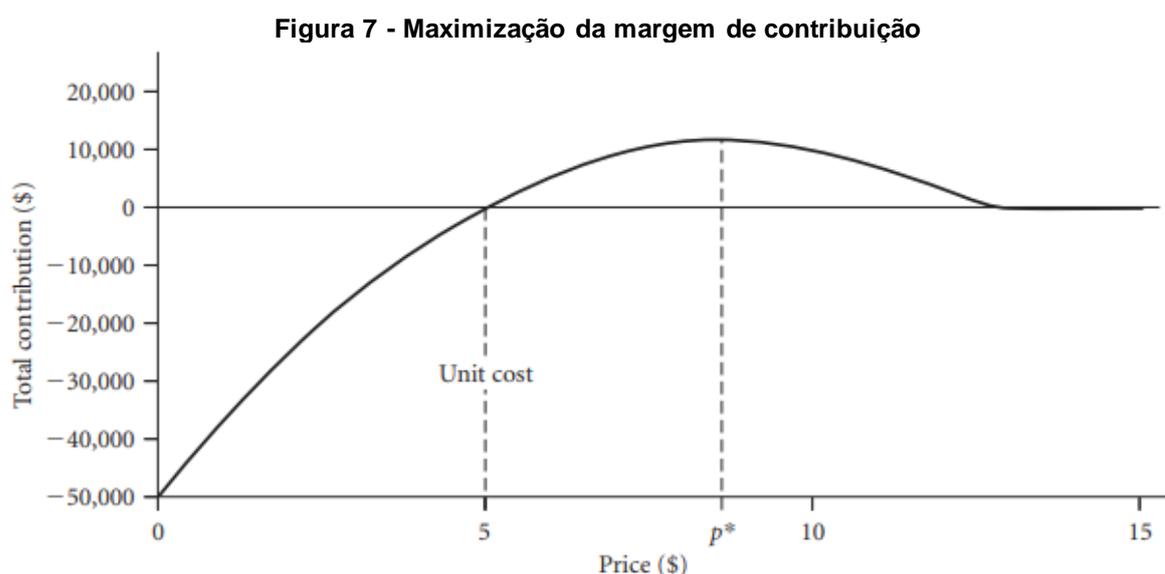
O processo de otimização de preço consiste na maximização de uma métrica de interesse que, neste trabalho, será a margem de contribuição unitária do produto que é definida por Phillips (2005, p. 62) da seguinte forma apresentada na Equação 11:

$$m(p) = (p - c) d(p) \quad (11)$$

sendo c o custo unitário do produto. Dessa forma, o mesmo autor resume o problema de otimização de preço conforme a Equação 12:

$$p^* = \max_p (p - c) d(p) \quad (12)$$

onde p^* é o ponto de preço que maximiza a margem de contribuição unitária, conforme podemos observar na Figura 7:



Fonte: PHILLIPS (2005, p. 62).

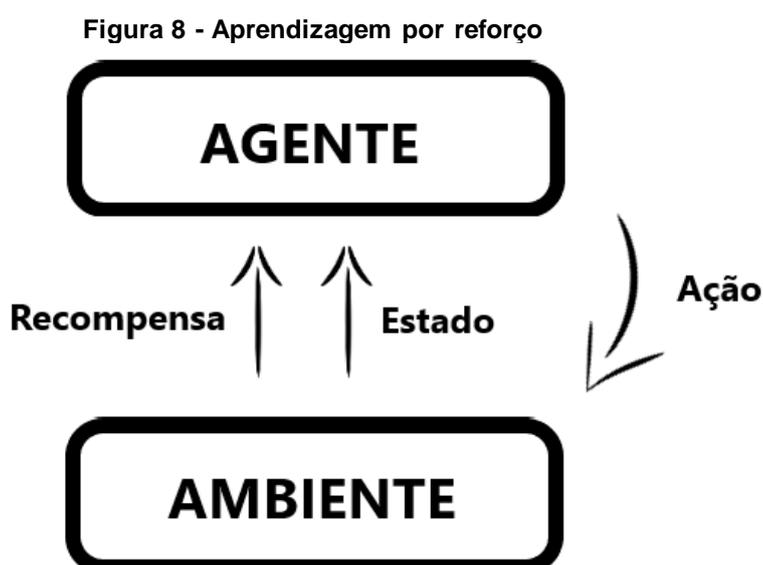
Dessa forma, podemos perceber que a venda do produto acima do melhor preço nunca resultará em prejuízo, já que no pior caso iremos obter $d(p) = 0$. Por

outro lado, a venda do produto abaixo do valor de seu custo unitário sempre acarretará prejuízo apesar de qualquer quantidade demanda.

Considerando as dificuldades de modelar a função de demanda nos cenários reais devido à ausência de uma quantidade significativa de pontos de preço praticados, neste trabalho iremos confirmar a hipótese de p^* ser o melhor preço através de uma abordagem de aprendizagem por reforço onde serão explorados preços próximos à p^* através de aprendizado de máquina (*machine learning*) utilizando técnicas de aprendizagem por reforço (*reinforcement learning*).

2.4 APRENDIZAGEM POR REFORÇO

Segundo Sutton e Barto (1998), em uma abordagem de aprendizagem por reforço (*reinforcement learning*) um agente se encontra em um ambiente onde interage com ele através de ações realizadas passo a passo. Em cada passo, o agente recebe como entrada um indicativo do estado atual do ambiente, que será interpretado e resultará em uma saída contendo a ação a ser tomada no próximo passo. Cada ação resultará no retorno de uma recompensa ao agente, alterando o estado do ambiente, conforme a Figura 8:



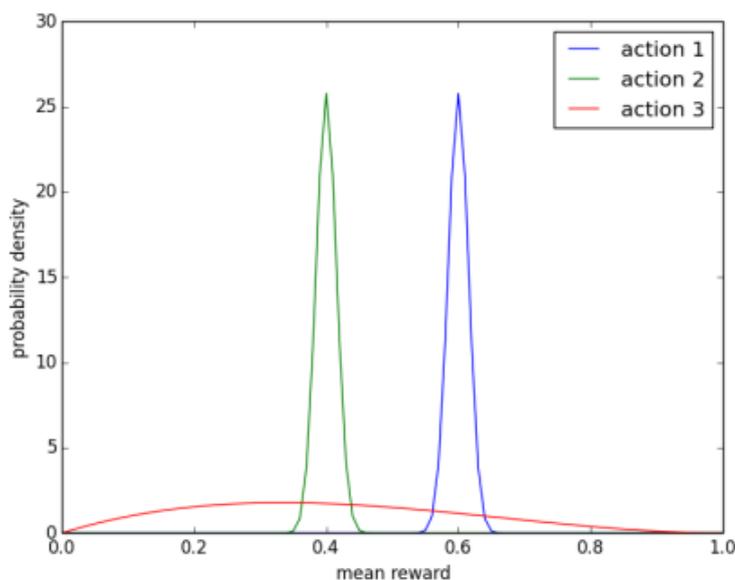
Fonte: Elaborado pelo autor.

A política do agente é a função que, através de ações, deve maximizar a recompensa acumulada em um intervalo de tempo definido (SUTTON; BARTO, 1998).

O contexto de precificação dinâmica explorado neste trabalho pode ser considerado como um problema de *Multi-armed Bandits* (MaB), no qual se refere à uma analogia às máquinas caça-níqueis (*one-armed bandit*), frequentemente apresentada na literatura como uma representação do problema de aprendizagem por reforço. Sutton e Barto (1998, p. 8) definem o problema como: considerando um ambiente com diversas máquinas (*multi-armed bandits*) onde cada uma possui uma distribuição distinta de recompensas numéricas a serem recebidas a cada jogada, um agente é responsável por maximizar as recompensas em um intervalo de tempo escolhendo, a cada passo, em qual máquina irá jogar. Obrigatoriamente, devido a não possuir conhecimento prévio a respeito da recompensa média de cada máquina, o agente inicia explorando as opções disponíveis. No entanto, o número de jogadas disponíveis é limitado e a recompensa total precisa ser maximizada, se deparando então com o dilema entre explorar novas opções em busca de recompensas diferentes (*exploring*), que podem ser maiores ou menores, ou usufruir do conhecimento adquirido permanecendo na máquina que, baseado nas experiências até o momento, mostrou-se a que retorna a maior recompensa média (*exploiting*). Esse dilema é conhecido como *exploration-exploitation tradeoff*.

A seguir, iremos explorar alguns exemplos de algoritmos encontrados na literatura que buscam uma solução ao problema de MaB, lidando com o *exploration-exploitation tradeoff*. Para isso, iremos utilizar um cenário proposto por Russo et al. (2018, p. 10) onde, para cada vez que uma máquina k for selecionada, uma recompensa de valor numérico igual a 1 é recebida a uma probabilidade θ_k . Caso contrário, uma recompensa de valor numérico igual a 0 é recebida. A recompensa média verdadeira de cada máquina é desconhecida pelo agente e o conhecimento adquirido é representado através de funções densidade de probabilidade para cada ação, sendo atualizadas a cada passo. Considerando um histórico de 2003 jogadas, sendo 1000 para k_1 , 1000 para k_2 e 3 para k_3 , obtemos um cenário que pode ser observado na Figura 9:

Figura 9 - Cenário para análise de algoritmos Multi-armed Bandits



Fonte: RUSSO et al. (2018, p. 62).

onde podemos observar a densidade de probabilidades para cada máquina, podendo perceber a incerteza da recompensa de k_3 .

2.4.1 Abordagem greedy

De acordo com Russo et al. (2018, p. 9), os algoritmos *greedy* são, provavelmente, a abordagem mais simples e mais encontrada nos problemas de decisão em questão. A abordagem *greedy* consiste em maximizar a recompensa imediata, ou seja, k_1 seria escolhido para a próxima jogada, já que a incerteza sob a recompensa média é relativamente pequena. Analisando o cenário, parece coerente evitar k_2 , já que é extremamente improvável que $\theta_2 > \theta_1$. Por outro lado, k_3 foi jogado poucas vezes e, conforme podemos observar na Figura 9, existe uma chance de $\theta_3 > \theta_1$. Caso isso se confirme, o algoritmo *greedy* ficará preso em uma ação com recompensa média inferior à melhor ação, já que esta abordagem nunca exploraria k_3 .

Podemos considerar o algoritmo ϵ -*greedy* como uma adaptação à abordagem *greedy*, que busca resolver o problema apresentado, explorando aleatoriamente opções subótimas a uma probabilidade ϵ . Analisando o cenário apresentado na Figura 9, isso significa que a probabilidade de k_1 ser escolhido seria de $1 - \epsilon$. Apesar desta

abordagem apresentar uma melhora em relação à anterior, ela ainda acaba por ser ineficiente já que desperdiça recursos explorando opções que dificilmente trarão melhores recompensas, que é o caso de k_2 .

2.4.2 Thompson Sampling

O algoritmo Thompson Sampling (THOMPSON, 1933) foi proposto em 1933 com aplicação nos problemas de modelagem de ensaios clínicos, que é por natureza um exemplo de problema de MaB. O algoritmo é formulado através de uma abordagem Bayesiana, o que permite atualizar o modelo de distribuição das recompensas com uma maior precisão através de cada amostra observada, assim como quantificar a incerteza nas estimativas dos parâmetros do modelo. Portanto, a ideia principal do Thompson Sampling (TS) é controlar a quantidade de exploração através da amostragem de parâmetros de um modelo probabilístico que é refinado ao longo do tempo. Se a variância da distribuição for alta, acabaremos explorando uma quantidade mais ampla de funções. Se a variância for baixa, acabaremos por escolher principalmente funções que estão próximas do que pensamos ser a função mais provável de proporcionar melhores recompensas e exploraremos formas mais distantes apenas ocasionalmente.

Portanto, para decidir qual máquina escolher, cada distribuição é amostrada e a máquina do maior valor obtido é a escolhida. A maior vantagem deste algoritmo é o controle da proporção de exploração através de amostragens das distribuições que são atualizadas a cada jogada. Isso faz com que não sejam exploradas ações que já sabemos que não trarão recompensas melhores, representadas por k_2 na Figura 9.

3 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

A execução deste trabalho desenvolveu-se através da metodologia de pesquisa causal, na qual foi executado um experimento de campo para identificar a relação de causa e efeito para validar a hipótese de que a utilização de precificação dinâmica baseada em *reinforcement learning* (RL) implica na maximização da margem de contribuição acumulada, de abordagem quantitativa que, para Richardson (2015), se refere à utilização da quantificação desde a coleta de dados até a manipulação das informações adquiridas através de técnicas estatísticas. A pesquisa causal, também conhecida como pesquisa explicativa, é definida por Gil (2008) como: “são aquelas pesquisas que têm como preocupação central identificar os fatores que determinam ou que contribuem para a ocorrência dos fenômenos. Este é o tipo de pesquisa que mais aprofunda o conhecimento da realidade, porque explica a razão, o porquê das coisas.”.

Nesta seção será detalhada a formulação do algoritmo de precificação dinâmica a ser implementado e a coleta, preparação e análise de dados necessários para a execução e validação da solução.

3.1 PRECIFICAÇÃO DINÂMICA BASEADA EM THOMPSON SAMPLING

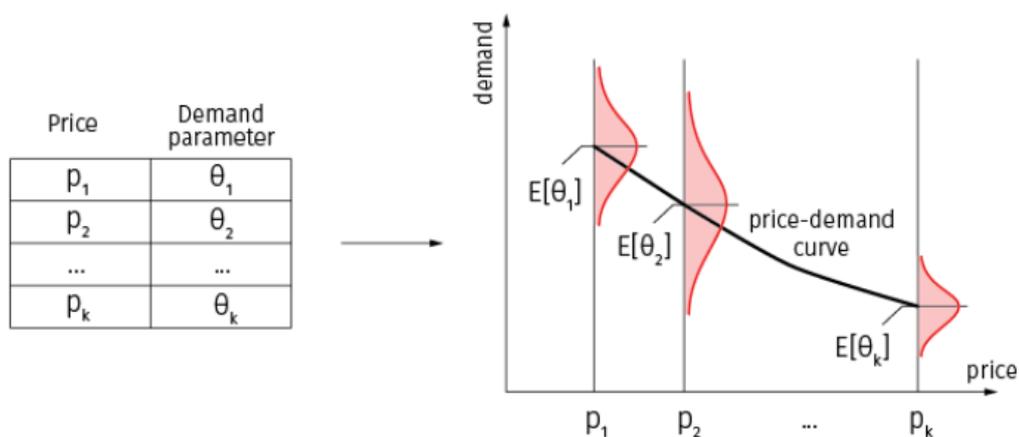
O algoritmo a ser implementado consiste na utilização de *reinforcement learning* para precificar dinamicamente de forma flexível e amplamente customizável para incluir diferentes restrições de preços impostas não só pelo varejista supermercadista participante deste estudo como também qualquer utilizador da solução proposta. Para construir uma estrutura flexível e adaptativa utilizaremos métodos Bayesianos para estimativa de demanda que nos permitirá atualizar precisamente o modelo de distribuição da demanda a cada amostra observada, possibilitando também a quantificação da incerteza nas estimativas dos parâmetros do modelo. A abordagem Bayesiana também facilitará o controle do *exploration-*

exploitation tradeoff, já que a quantidade de exploração será derivada da incerteza das estimativas de demanda para cada preço.

Para isso, utilizaremos uma implementação do algoritmo Thompson Sampling para precificação dinâmica onde primeiramente precisamos especificar um modelo probabilístico para a demanda. Neste trabalho, utilizaremos o modelo de curva de demanda logística, supracitado na Equação 9, para obter p^* através de uma adaptação do processo de otimização de preço da Equação 12, para incluir a incidência da alíquota de impostos sobre a venda na margem de contribuição unitária. Considerando a baixa precisão do modelo de regressão devido à pequena quantidade e diversidade de dados históricos de pontos de preço praticados, iremos considerar p^* como uma estimativa aproximada norteadora dos preços a serem utilizados como ponto de partida do algoritmo a ser implementado utilizando a abordagem de *reinforcement learning* para o problema de MaB com Thompson Sampling.

Dessa forma, iremos optar pela utilização de um conjunto discreto de pontos de preço a serem testados. Esta abordagem é preferível devido às restrições impostas pelos varejistas em razão das suas diferentes políticas de preços onde, por exemplo, devem variar obrigatoriamente considerando intervalos de 50 centavos pré-definidos dispensando pontos intermediários: 5,99; 6,49; 6,99; 7,49; 7,99; etc. Neste caso, o modelo de demanda consiste em k pontos de preço onde cada um está associado à sua própria *probability density function* (PDF) especificada por seus parâmetros, de modo que a curva de demanda geral obtida através do modelo de curva de demanda logística possa ser ajustada incluindo a demanda média obtida em cada ponto de preço explorado, conforme podemos observar na Figura 10:

Figura 10 - Modelo discreto de curva de demanda



Fonte: KATSOV (2019).

Assim, conseguimos aproximar cada vez mais, a cada rodada do experimento, o modelo de curva de demanda gerado à curva de demanda real utilizando como parâmetro θ a demanda média em cada ponto de preço.

Considerando o fato de que cada amostra representa valores inteiros de quantidade demandada para cada intervalo de tempo t , sendo neste trabalho definido como um dia de operação do varejista supermercadista, conseguimos assumir que a demanda observada possui distribuição de Poisson (KATSOV, 2019), representada na Equação 13:

$$d_1, \dots, d_n \sim \text{poisson}(\theta) \quad (13)$$

onde podemos definir a distribuição *priori* de θ como uma distribuição Gama por ser conjugada à distribuição de Poisson, conforme podemos observar na Equação 14:

$$p(\theta) = \text{gama}(\alpha, \beta) = \frac{\beta^\alpha}{\Gamma(\alpha)} \theta^{\alpha-1} e^{-\beta\theta} \quad (14)$$

Dado isso, a função de verossimilhança (*likelihood*) dada as amostras observadas em um determinado preço pode ser definida como na Equação 15:

$$p(d | \theta) = \prod_{i=1}^n \frac{e^{-\theta} \theta^{d_i}}{d_i!} = \frac{e^{-n\theta} \theta^{\sum_i d_i}}{\prod_i d_i!} \quad (15)$$

Então, a atualização da distribuição *posteriori* do parâmetro θ é obtida através do produto entre a distribuição *priori* e a função de verossimilhança conforme podemos observar na Equação 16:

$$p(\theta) \leftarrow p(\theta) \cdot p(d | \theta) = \text{gama}(\alpha + \sum d_i, \beta + n) \quad (16)$$

Assim, atualizaremos a distribuição *priori* para cada ponto de preço p , adicionando ao hiperparâmetro β o número de vezes em que p foi oferecido e adicionando a demanda total observada ao hiperparâmetro α . Como atualizaremos a cada rodada do experimento, iremos adicionar a α a demanda observada no período t , conforme a Equação 17:

$$\alpha \leftarrow \alpha + d_t \quad (17)$$

e incrementar β em 1 a cada rodada em que o ponto de preço em questão for praticado, conforme a Equação 18:

$$\beta \leftarrow \beta + 1 \quad (18)$$

Portanto, a formulação da solução de precificação dinâmica utilizando Thompson Sampling possui como primeiro passo a inicialização da distribuição *priori* conforme a Equação 14. Então, a cada intervalo de tempo t amostramos a demanda para cada distribuição de ponto de preço do experimento, escolhemos o melhor preço através da otimização apresentada na Equação 12, praticamos o preço escolhido observando a demanda d_t e, por fim, atualizamos os hiperparâmetros α e β conforme apresentado nas Equações 17 e 18, respectivamente.

3.2 COLETA DE DADOS

A coleta dos dados necessários para o experimento consistiu na disponibilização, por parte do varejista supermercadista, de dados históricos diários de preços praticados e demanda observada para cada produto escolhido em uma unidade operacional específica. Devido à limitação atual do horário limite para atualização de preços do dia seguinte na parte da operação do participante do estudo, optamos por considerar para dados de demanda diária o período da abertura da loja até às 20 horas de cada dia. Portanto, tanto para dados históricos quanto para o período do experimento, consideraremos como demanda diária apenas as unidades

vendidas no intervalo de tempo supracitado. Também foram coletados dados de custo unitário atual e alíquota de imposto incidente sobre a venda para cálculo de margem de contribuição unitária.

O varejista supermercadista possui uma plataforma de *e-commerce* onde a demanda é atendida de acordo com a localização do consumidor, sendo a loja física mais próxima responsável por atender o pedido. Neste estudo, o conjunto de dados fornecidos da loja física escolhida contém registros de vendas realizadas via *e-commerce*, porém, não foram categorizadas e, conseqüentemente, não foram analisadas separadamente das pertencentes à loja física. A implantação da plataforma virtual por parte do varejista supermercadista é recente e possui volume de demanda muito inferior em à operação da loja física. De qualquer forma, ambas participaram do estudo, tendo seus preços atualizados diariamente para os produtos escolhidos e suas demandas contabilizadas, mesmo que sem distinção.

A escolha dos produtos a serem contemplados no experimento foi determinada através da satisfação dos seguintes critérios: possibilidade de consulta e disponibilização da demanda observada diariamente, existência de dados históricos consistentes de demanda diária para os diversos pontos de preço praticados anteriormente, clareza e facilidade de descrição do método de precificação utilizado anteriormente ao período do experimento, viabilidade de atualização diária de etiquetas de preço no ponto de venda (PDV), baixa sazonalidade intra-anual e intra-mensal no período do experimento e baixo risco de ruptura de estoque.

3.3 MANIPULAÇÃO E PREPARAÇÃO DOS DADOS COLETADOS

No presente estudo, apresentamos uma solução de precificação dinâmica como estratégia de longo prazo, tratando-a como um processo de otimização diária dos preços praticados durante todo o ciclo de vida de um produto. Portanto, optamos por desconsiderar dados históricos referentes a campanhas promocionais, excluindo assim o efeito de *advertising* na tomada de decisão do consumidor final e buscando adequar o conjunto de dados ao cenário do experimento.

Para cada produto, a partir dos dados diários de preço praticado e demanda observada, foram classificados como *outliers* e removidos do conjunto valores com z-

score inferior a 3 e calculadas as demandas diárias médias para cada preço praticado no passado. Com o objetivo de mensurar o desempenho do algoritmo através do aumento de margem de contribuição diária média, consideraremos a alíquota de impostos sobre a venda no cálculo de margem de contribuição unitária conforme a Equação 19:

$$MCU = (p - c) - (p * i) \quad (19)$$

onde p representa o preço praticado, c o custo unitário do produto e i a alíquota de impostos sobre a venda. Para considerar a sazonalidade intra-semanal da demanda, calculamos o fator sazonal de cada dia da semana para cada preço p conforme a Equação 20:

$$S(p, w) = \frac{d_{p,w}}{d_p} \quad (20)$$

onde $d_{p,w}$ representa a demanda média diária para um produto p em um dia da semana w e d_p a demanda média diária para do mesmo produto p considerando todos os dias da semana. Dessa forma, podemos obter o fator sazonal calculando a média do fator sazonal de cada preço praticado no passado, que será utilizado para correção da demanda observada.

3.4 ANÁLISE DOS DADOS COLETADOS

Foram escolhidos e disponibilizados, por parte do varejista supermercadista participante do estudo, três SKUs de diferentes departamentos. No Quadro 1 podemos observar os produtos escolhidos para o experimento:

Quadro 1 - Produtos escolhidos para o experimento

Produto	Nomenclatura Completa	Departamento
Creme Dental	Creme Dental Oral B 123 Anticárie	Higiene

	Tubo 70g	
Água Sanitária	Água Sanitária Qboa Frasco 2L	Limpeza
Vinho	Vinho Campo Largo Tinto Suave Garrafa 750ml	Bebidas

Fonte: Elaborado pelo autor.

Considerando o limite estabelecido pelo varejista de três produtos disponibilizados, optamos pela escolha de produtos de departamentos diversos com o objetivo de explorar o desempenho do algoritmo em casos de curvas de demandas com comportamentos diferentes de elasticidade. Nas seções a seguir apresentaremos a análise dos dados coletados individualmente para cada produto participante do experimento.

3.4.1 Creme dental

Podemos visualizar na Figura 11 o creme dental escolhido conforme exposto aos consumidores na plataforma de *e-commerce* do varejista supermercadista:

Figura 11 - Creme Dental Oral B 123 Anticárie Tubo 70g



Fonte: Plataforma de *e-commerce* do varejista supermercadista.

Os dados necessários, disponibilizados pelo participante do estudo, para o cálculo da margem de contribuição unitária e o último preço praticado do produto podem ser observados na Tabela 1:

Tabela 1 - Dados para cálculo de margem de contribuição do creme dental

Dado	Valor
Último preço praticado	R\$ 2,79
Custo Unitário	R\$ 1,45
Alíquota de imposto sobre a venda	17%

Fonte: Elaborado pelo autor.

Para o último preço praticado, através da Equação 19 obtemos uma margem de contribuição unitária de aproximadamente R\$ 0,87. Considerando dados de 20 de março de 2021 a 20 de março de 2022 e desconsiderando dados vendas promocionais e *outliers* conforme o critério supracitado, obtemos os valores de demanda diária média por preço praticado apresentados na Tabela 2:

Tabela 2 - Demanda diária média por preço praticado para o creme dental

Preço praticado	Demanda diária média
R\$ 2,19	27,0
R\$ 2,37	51,0
R\$ 2,39	37,9
R\$ 2,59	22,8
R\$ 2,79	18,8

Fonte: Elaborado pelo autor.

Após o cálculo da demanda diária média, foi calculado o fator sazonal (intra-semanal) conforme a Equação 20 apresentada anteriormente, obtendo-se os valores apresentados na Tabela 3:

Tabela 3 - Fator sazonal intra-semanal para o creme dental

Dia da semana	Fator sazonal
Domingo	0,65

Segunda-feira	0,87
Terça-feira	0,94
Quarta-feira	1,08
Quinta-feira	0,98
Sexta-feira	1,32
Sábado	1,29

Fonte: Elaborado pelo autor.

Podemos perceber que sexta-feira é o dia da semana com maior demanda média, sendo aproximadamente 32% superior a demanda diária média (considerando a semana inteira). Por outro lado, domingo é o dia com menor volume de unidades médias vendidas, representando aproximadamente 65% da demanda média diária previamente calculada.

3.4.2 Água sanitária

Podemos visualizar na Figura 12 a água sanitária escolhida conforme exposto aos consumidores na plataforma de *e-commerce* do varejista supermercadista:

Figura 12 - Água Sanitária Qboa Frasco 2L



Fonte: Plataforma de e-commerce do varejista supermercadista.

Os dados necessários, disponibilizados pelo participante do estudo, para o cálculo da margem de contribuição unitária e o último preço praticado do produto podem ser observados na Tabela 4:

Tabela 4 - Dados para cálculo de margem de contribuição da água sanitária

Dado	Valor
Último preço praticado	R\$ 6,65
Custo Unitário	R\$ 3,35
Alíquota de imposto sobre a venda	26,25%

Fonte: Elaborado pelo autor.

Para o último preço praticado, através da Equação 19 obtemos uma margem de contribuição unitária de aproximadamente R\$ 1,55. Considerando dados de 20 de abril de 2021 a 20 de março de 2022 e desconsiderando dados vendas promocionais e *outliers* conforme o critério supracitado, obtemos os valores de demanda diária média por preço praticado apresentados na Tabela 5:

Tabela 5 - Demanda diária média por preço praticado para a água sanitária

Preço praticado	Demanda diária média
------------------------	-----------------------------

R\$ 5,89	22,8
R\$ 6,11	24,0
R\$ 6,15	16,5
R\$ 6,25	18,8
R\$ 6,35	29,0
R\$ 6,45	27,3
R\$ 6,59	19,6
R\$ 6,65	29,6
R\$ 6,69	13,3

Fonte: Elaborado pelo autor.

Após o cálculo da demanda diária média, foi calculado o fator sazonal (intra-semanal) conforme a Equação 20 apresentada anteriormente, obtendo-se os valores apresentados na Tabela 6:

Tabela 6 - Fator sazonal intra-semanal para a água sanitária

Dia da semana	Fator sazonal
Domingo	0,64
Segunda-feira	0,88
Terça-feira	1,01
Quarta-feira	1,05
Quinta-feira	0,98
Sexta-feira	1,25
Sábado	1,24

Fonte: Elaborado pelo autor.

Podemos perceber uma grande semelhança do comportamento sazonal da água sanitária com o do creme dental, tendo também sexta-feira como o dia da semana com maior demanda média, sendo aproximadamente 25% superior a demanda diária média para todos os dias da semana. Domingo também possui o menor valor, representando aproximadamente 64% da demanda média diária.

3.4.3 Vinho

Podemos visualizar na Figura 13 o vinho escolhido conforme exposto aos consumidores na plataforma de *e-commerce* do varejista supermercadista:

Figura 13 - Vinho Campo Largo Tinto Suave Garrafa 750ml



Fonte: Plataforma de *e-commerce* do varejista supermercadista.

Os dados necessários, disponibilizados pelo participante do estudo, para o cálculo da margem de contribuição unitária e o último preço praticado do produto podem ser observados na Tabela 7:

Tabela 7 - Dados para cálculo de margem de contribuição do vinho

Dado	Valor
Último preço praticado	R\$ 13,99
Custo Unitário	R\$ 5,96
Alíquota de imposto sobre a venda	34,25%

Fonte: Elaborado pelo autor.

Para o último preço praticado, através da Equação 19 obtemos uma margem de contribuição unitária de aproximadamente R\$ 3,24. Considerando dados de 20 de março de 2021 a 20 de março de 2022 e desconsiderando dados vendas promocionais e *outliers* conforme o critério supracitado, obtemos os valores de demanda diária média por preço praticado apresentados na Tabela 8:

Tabela 8 - Demanda diária média por preço praticado para o vinho

Preço praticado	Demanda diária média
R\$ 11,99	7,5
R\$ 12,99	8,3
R\$ 13,49	3,7
R\$ 13,59	5,2
R\$ 13,99	4,4
R\$ 14,49	2,0

Fonte: Elaborado pelo autor.

Após o cálculo da demanda diária média, foi calculado o fator sazonal (intra-semanal) conforme a Equação 20 apresentada anteriormente, obtendo-se os valores apresentados na Tabela 9:

Tabela 9 - Fator sazonal intra-semanal para o vinho

Dia da semana	Fator sazonal
Domingo	0,84
Segunda-feira	0,81
Terça-feira	0,79
Quarta-feira	0,83
Quinta-feira	1,03
Sexta-feira	1,36
Sábado	1,32

Fonte: Elaborado pelo autor.

É possível perceber um volume de demanda notavelmente maior nos finais de semana, sendo terça-feira o dia da semana com menor demanda diária média, representando aproximadamente 79% da demanda média diária considerando a semana inteira. Sexta-feira, como nos dois produtos anteriores, também é o dia com maior demanda diária média, sendo aproximadamente 36% superior à média.

3.5 RESTRIÇÕES DO EXPERIMENTO

Para viabilizar a execução do experimento, foi necessária a adaptação do algoritmo para algumas restrições impostas pelo varejista supermercadista participante do estudo. Assim como toda mudança de estratégia de precificação, a implantação de uma estratégia de precificação dinâmica através de utilização de RL traz consigo um risco de provocar alterações inesperadas nos padrões de comportamento do consumidor. Buscando minimizar esses impactos, o experimento foi adequado ao cenário atual do varejista, considerando limitações de processos operacionais e requisitos da política de preços atual.

Conforme já mencionado, para atualização em regime D-1 (dia anterior) dos preços para o dia seguinte essa deveria ser feita até às 21 horas, portanto, optamos por considerar o período da abertura da loja até às 20 horas de cada dia como demanda diária a ser computada pelo algoritmo. Outra limitação operacional para o experimento foi a atualização de preços aos domingos, sendo assim, domingos foram desconsiderados do experimento, tendo os preços dos produtos inalterados e a demanda diária não considerada para atualização do modelo.

Para a definição dos preços, buscando minimizar o risco de mudança do comportamento do consumidor e a redução do tempo necessário para o experimento, optamos pelo limite de 5 preços a serem explorados dinamicamente para cada produto, respeitando a seguinte configuração a partir do preço p definido pelo modelo de curva de demanda logística: $\{p - 10\%, p - 5\%, p, p + 5\%, p + 10\%\}$. Visando a adequação dos preços sugeridos à política de preços existente no ambiente do experimento, as sugestões de preço deveriam obrigatoriamente terminar em 5 ou 9 centavos, ou seja, os preços deveriam ser incrementados de acordo com o seguinte

exemplo: 5,99; 6,05; 6,09; 6,15; 6,19; etc. Para isso, após a inicialização do algoritmo e definição do conjunto discreto de preços a serem testados, esses foram arredondados para valor mais próximo permitido.

Apesar da escolha de produtos com baixo risco, ocorreram alguns casos de ruptura de estoque e campanhas promocionais de produtos substitutos para o creme dental durante o período do experimento. Para essas situações, foram contabilizadas como demanda diária observada a previsão para o preço praticado no dia, do modelo obtido na inicialização do algoritmo, que será apresentado na seção a seguir.

3.6 INICIALIZAÇÃO DO ALGORITMO

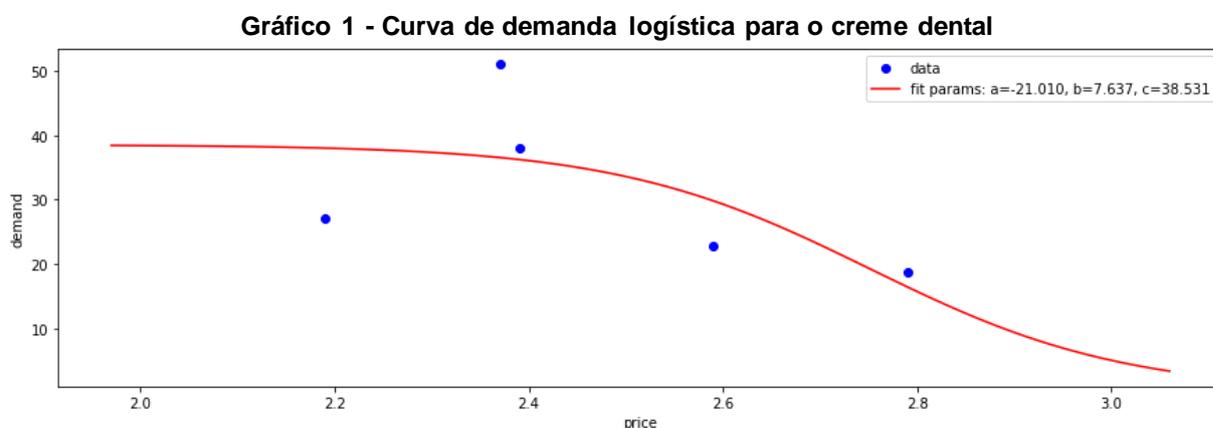
A inicialização do algoritmo de precificação dinâmica baseado em Thompson Sampling consistiu na modelagem da curva de demanda de cada produto, a partir do modelo de curva de demanda logística proposto por Phillips (2005) apresentado na Equação 9 deste trabalho. O modelo obtido é utilizado para identificar o preço p^* que maximiza a margem de contribuição diária, utilizado como norteador dos preços a serem explorados a partir da regra percentual de 10% supracitada. Nesta seção serão apresentados os modelos de curva de demanda obtidos para cada produto a partir dos dados históricos de demanda diária observada para cada preço praticado no passado dentro do intervalo de tempo utilizado.

3.6.1 Creme dental

A função obtida, com $R^2 \cong 0,43$, através do modelo de curva de demanda logística que explica o comportamento da demanda para o creme dental pode ser observada na Equação 21:

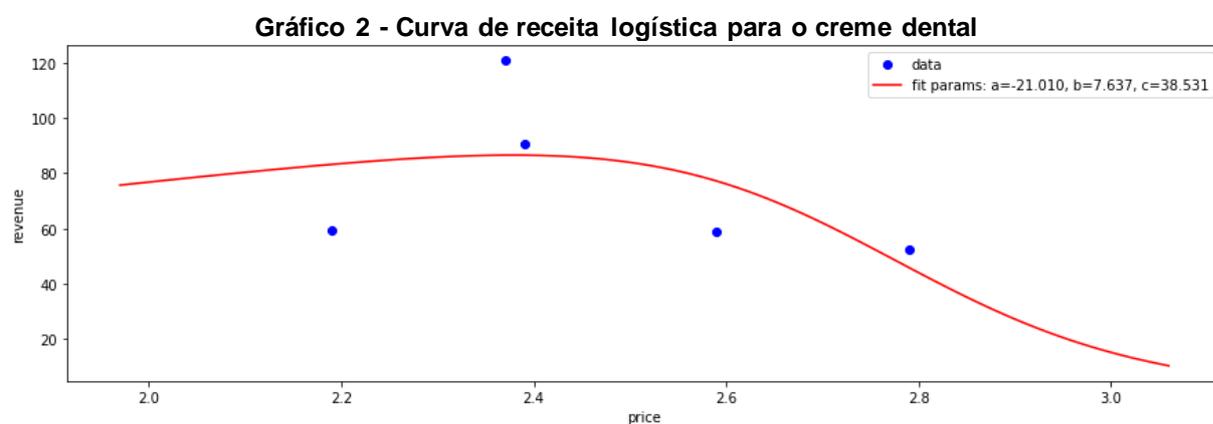
$$d(p) = \frac{38,531e^{-(21,010+7,637p)}}{1 + e^{-(21,010+7,637p)}} \quad (21)$$

Portanto, podemos visualizar a curva de demanda logística para o creme dental no Gráfico 1:



Fonte: Elaborado pelo autor.

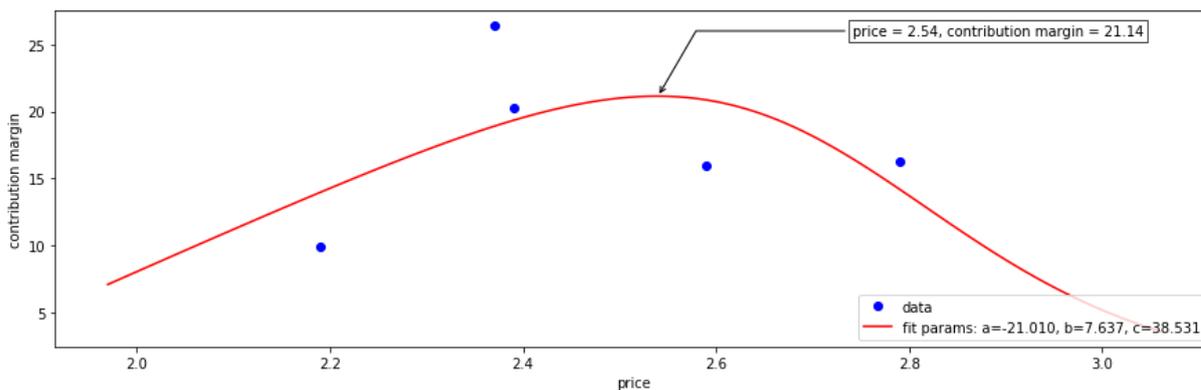
A partir da curva de demanda, multiplicando o preço pela demanda podemos obter a curva de receita logística para o creme dental conforme o Gráfico 2:



Fonte: Elaborado pelo autor.

Por último, utilizando os dados de custo unitário e a alíquota de impostos incidentes sobre a venda, podemos obter a curva de margem de contribuição logística para o creme dental, que pode ser visualizada no Gráfico 3:

Gráfico 3 - Curva de margem de contribuição logística para o creme dental



Fonte: Elaborado pelo autor.

Através do modelo obtido, podemos identificar que $p^* = 2,54$. Seguindo a regra de 10% definida para a inicialização do algoritmo e definição dos preços, obtemos o conjunto de preços a serem explorados: {2,29; 2,39; 2,55; 2,65; 2,79}. Com isso, inicializamos nossa *priori* bayesiana de θ em t_0 do experimento para cada preço do creme dental com os seguintes parâmetros α e β da Tabela 10:

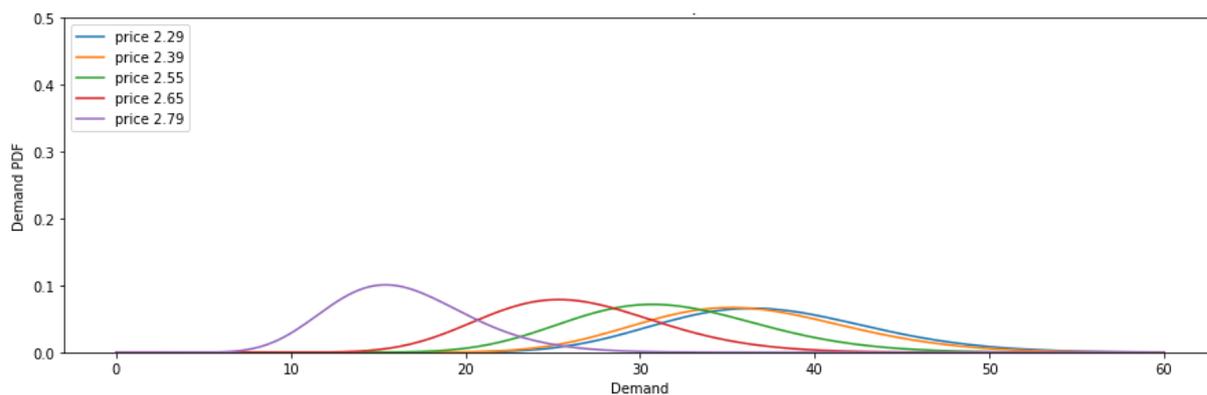
Tabela 10 - Parâmetros da *priori* bayesiana em t_0 para o creme dental

Preço	α	β
2,29	37,423651	1,000000
2,39	36,230611	1,000000
2,55	31,700810	1,000000
2,65	26,347461	1,000000
2,79	16,416707	1,000000

Fonte: Elaborado pelo autor.

Podemos visualizar as PDFs iniciais do experimento no Gráfico 4:

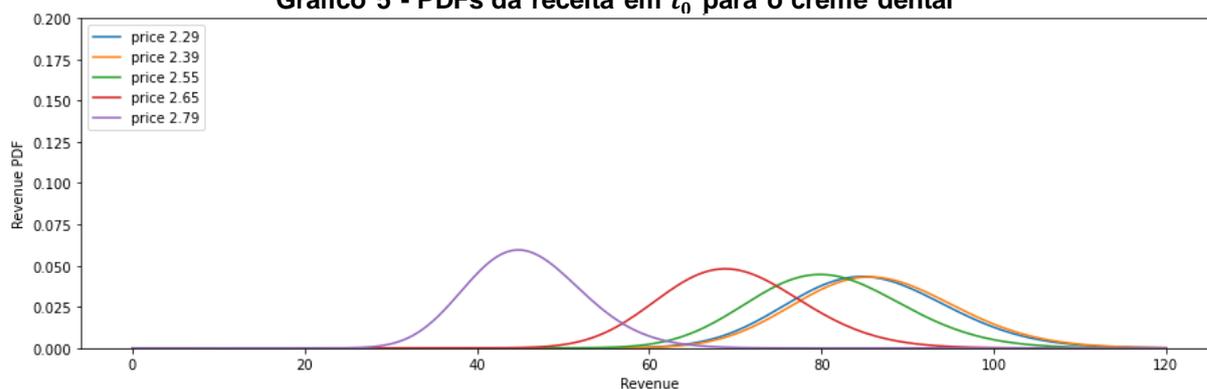
Gráfico 4 - PDFs da demanda em t_0 para o creme dental



Fonte: Elaborado pelo autor.

Assim como no modelo de curva de demanda logística, podemos obter as PDFs da receita para cada preço conforme podemos visualizar no Gráfico 5:

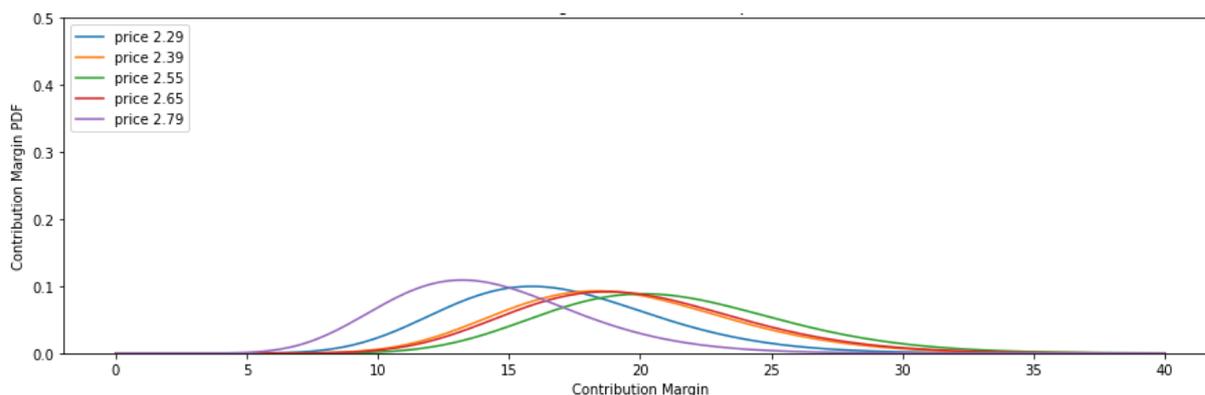
Gráfico 5 - PDFs da receita em t_0 para o creme dental



Fonte: Elaborado pelo autor.

Por fim, obtemos as PDFs da margem de contribuição para cada preço a ser explorado, que será utilizada na etapa de otimização do algoritmo, que podem ser observadas no Gráfico 6:

Gráfico 6 - PDFs da margem de contribuição em t_0 para o creme dental



Fonte: Elaborado pelo autor.

Como optamos pela escolha de p^* (arredondado de acordo com a política de preços do varejista supermercadista participante do estudo) como primeiro preço a ser praticado no experimento, o preço escolhido para o creme dental em t_1 é 2,55.

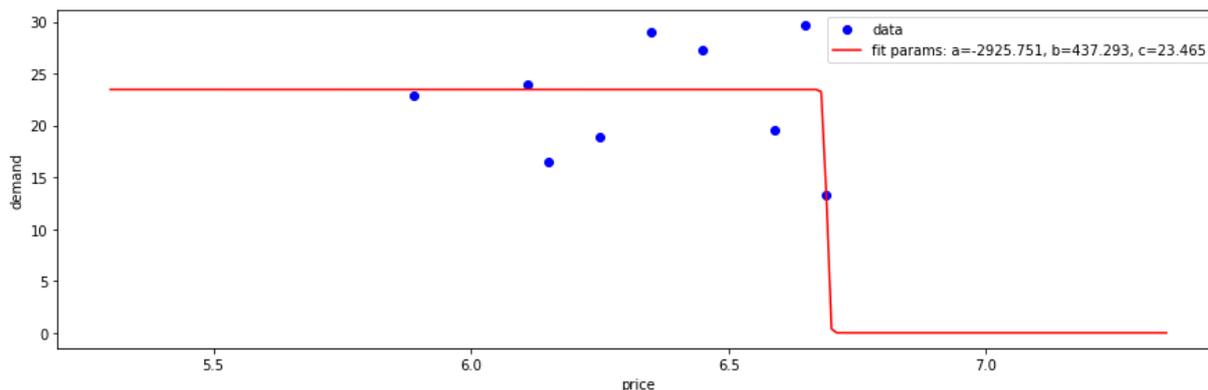
3.6.2 Água sanitária

A função obtida, com $R^2 \cong 0,35$, através do modelo de curva de demanda logística que explica o comportamento da demanda para a água sanitária pode ser observada na Equação 22:

$$d(p) = \frac{23,465e^{-(-2925,751+437,293p)}}{1 + e^{-(-2925,751+437,293p)}} \quad (22)$$

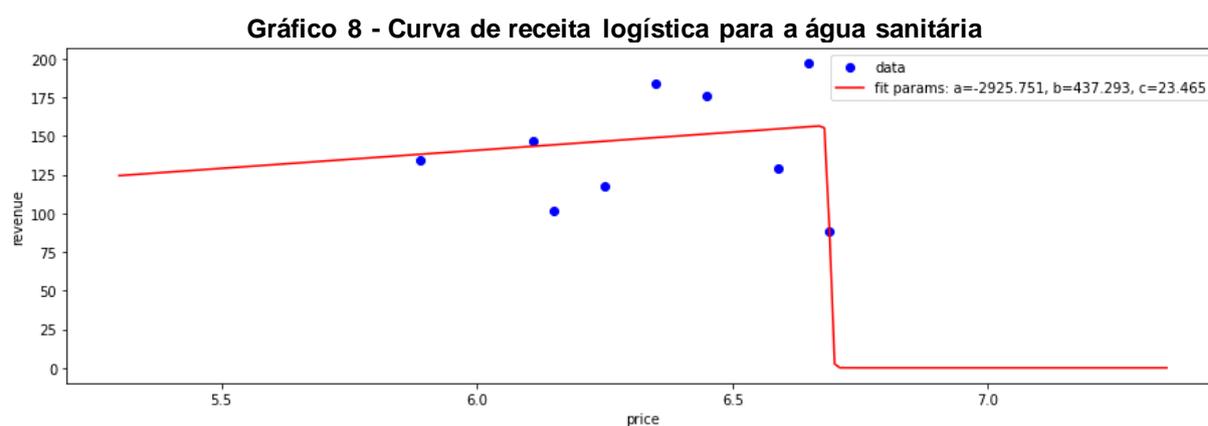
Portanto, podemos visualizar a curva de demanda logística para a água sanitária no Gráfico 7:

Gráfico 7 - Curva de demanda logística para a água sanitária



Fonte: Elaborado pelo autor.

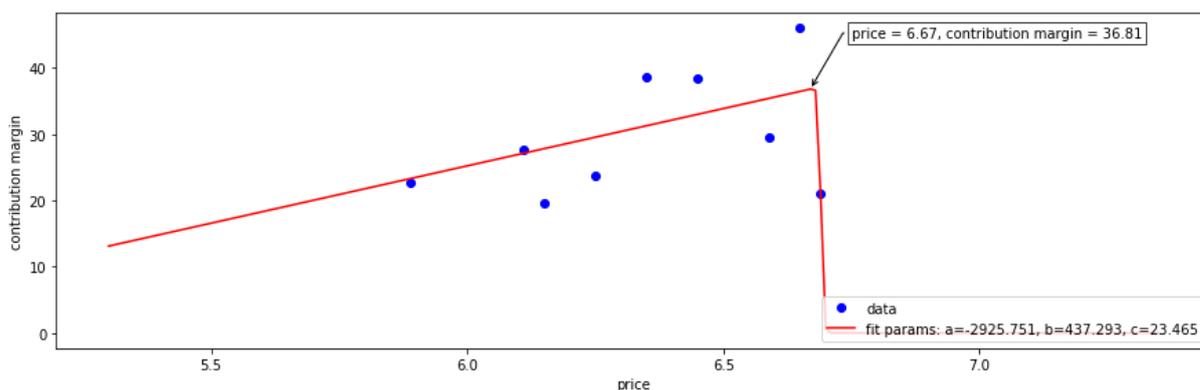
A partir da curva de demanda, multiplicando o preço pela demanda podemos obter a curva de receita logística para a água sanitária conforme o Gráfico 8:



Fonte: Elaborado pelo autor.

Por último, utilizando os dados de custo unitário e a alíquota de impostos incidentes sobre a venda, podemos obter a curva de margem de contribuição logística para a água sanitária, que pode ser visualizada no Gráfico 9:

Gráfico 9 - Curva de margem de contribuição logística para a água sanitária



Fonte: Elaborado pelo autor.

Através do modelo obtido, podemos identificar que $p^* = 6,67$. Seguindo a regra de 10% definida para a inicialização do algoritmo e definição dos preços, obtemos o conjunto de preços a serem explorados: {5,99; 6,35; 6,65; 6,99; 7,35}. Neste caso, podemos perceber que o modelo não performa bem para pontos de preço maiores do que os já praticados, portanto, optamos por inicializar a *priori* bayesiana de θ em t_0 do experimento com α de cada preço idêntico ao α de p^* da Tabela 11:

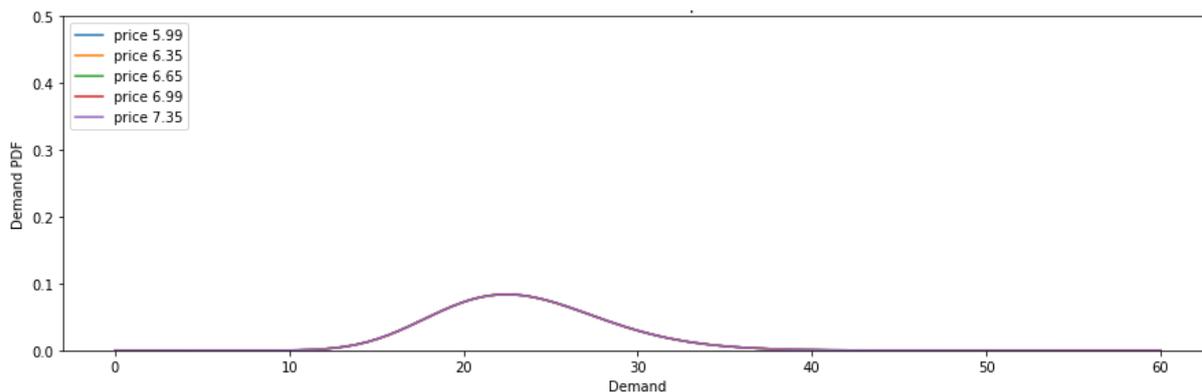
Tabela 11 - Parâmetros da *priori* bayesiana em t_0 para a água sanitária

Preço	α	β
5,99	23,465376	1,000000
6,35	23,465376	1,000000
6,65	23,465376	1,000000
6,99	23,465376	1,000000
7,35	23,465376	1,000000

Fonte: Elaborado pelo autor.

Podemos visualizar no Gráfico 10 as PDFs iniciais do experimento que, neste caso, devido à definição dos mesmos parâmetros para cada preço, estão sobrepostas:

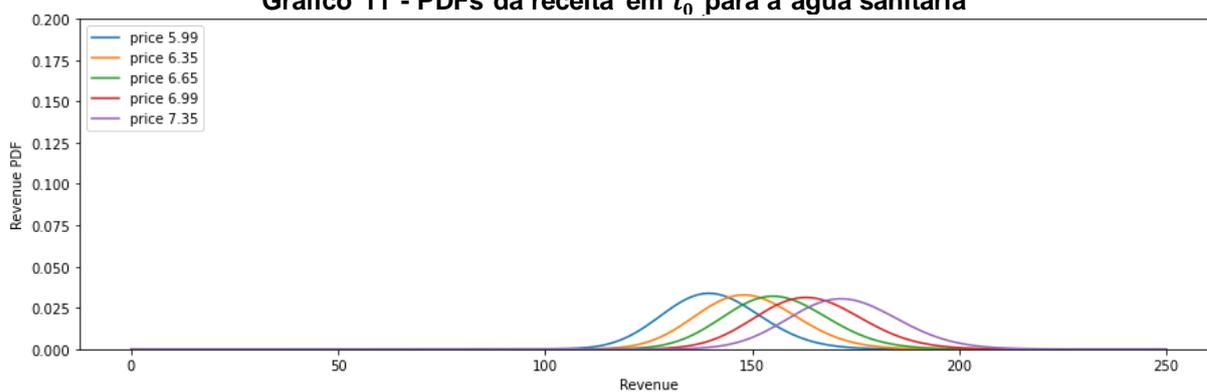
Gráfico 10 - PDFs da demanda em t_0 para a água sanitária



Fonte: Elaborado pelo autor.

Assim como no modelo de curva de demanda logística, podemos obter as PDFs da receita para cada preço conforme podemos visualizar no Gráfico 11:

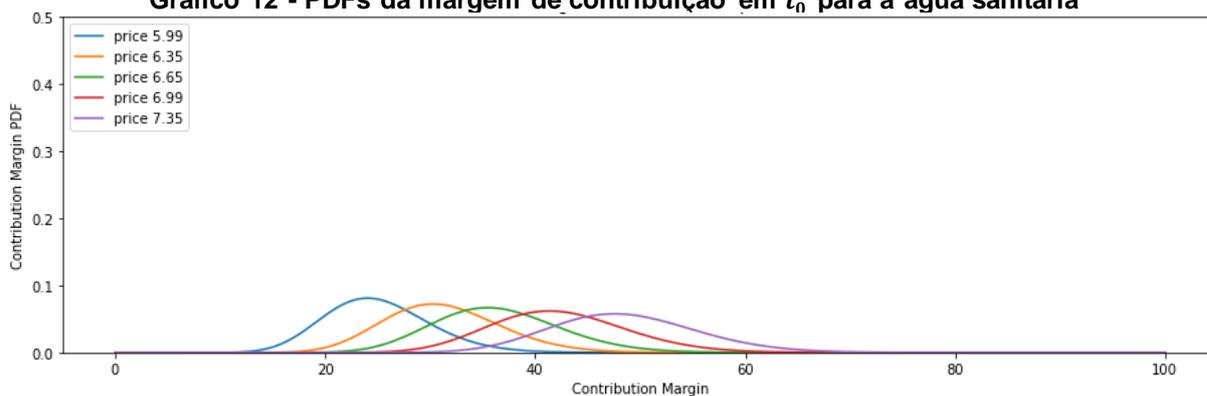
Gráfico 11 - PDFs da receita em t_0 para a água sanitária



Fonte: Elaborado pelo autor.

Por fim, obtemos as PDFs da margem de contribuição para cada preço a ser explorado, que será utilizada na etapa de otimização do algoritmo, que podem ser observadas no Gráfico 12:

Gráfico 12 - PDFs da margem de contribuição em t_0 para a água sanitária



Fonte: Elaborado pelo autor.

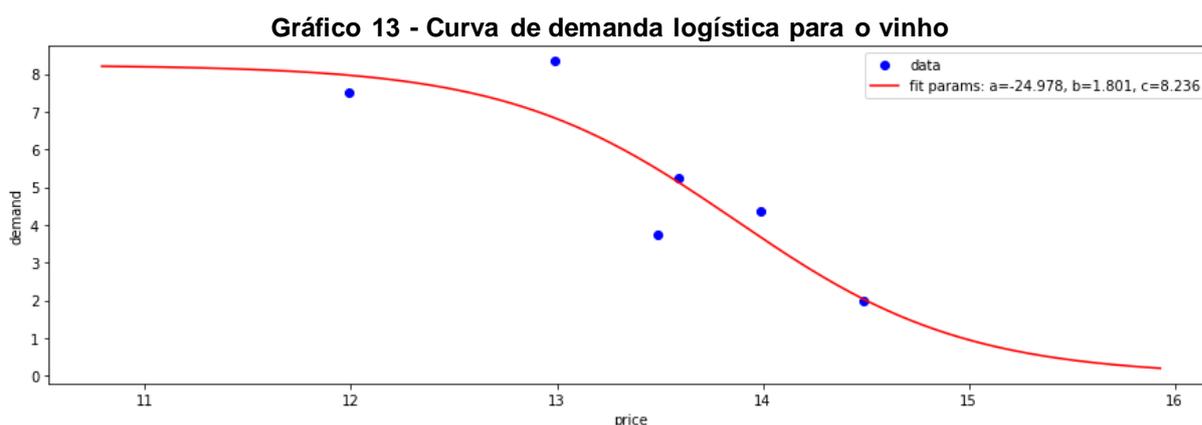
Como optamos pela escolha de p^* (arredondado de acordo com a política de preços do varejista supermercadista participante do estudo) como primeiro preço a ser praticado no experimento, o preço escolhido para a água sanitária em t_1 é 6,65.

3.6.3 Vinho

A função obtida, com $R^2 \cong 0,79$, através do modelo de curva de demanda logística que explica o comportamento da demanda para o vinho pode ser observada na Equação 23:

$$d(p) = \frac{8,236e^{-(-24,978+1,801p)}}{1 + e^{-(-24,978+1,801p)}} \quad (23)$$

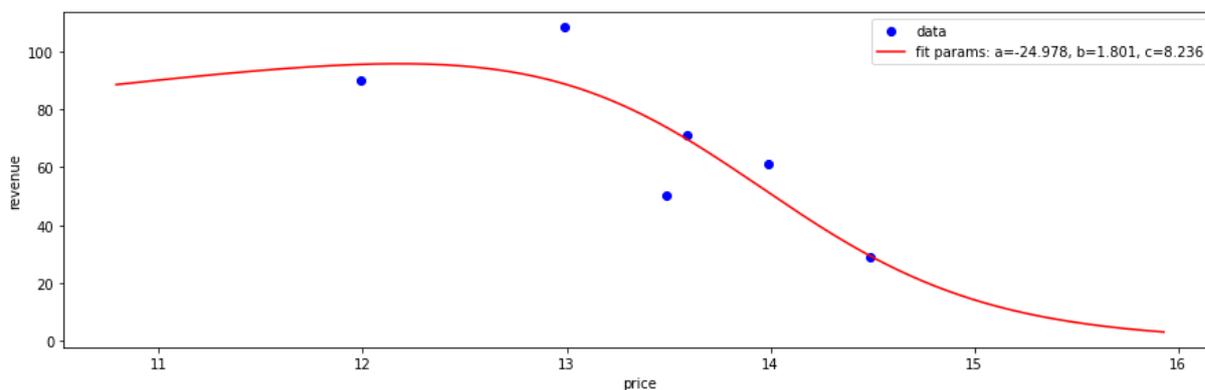
Portanto, podemos visualizar a curva de demanda logística para o vinho no Gráfico 13:



Fonte: Elaborado pelo autor.

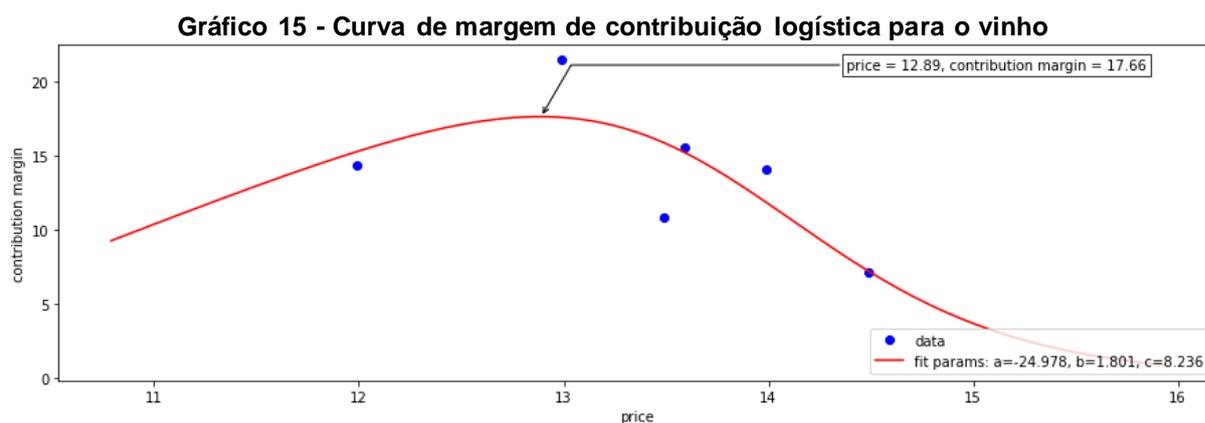
A partir da curva de demanda, multiplicando o preço pela demanda podemos obter a curva de receita logística para o vinho conforme o Gráfico 14:

Gráfico 14 - Curva de receita logística para o vinho



Fonte: Elaborado pelo autor.

Por último, utilizando os dados de custo unitário e a alíquota de impostos incidentes sobre a venda, podemos obter a curva de margem de contribuição logística para o vinho, que pode ser visualizada no Gráfico 15:



Fonte: Elaborado pelo autor.

Através do modelo obtido, podemos identificar que $p^* = 12,89$. Seguindo a regra de 10% definida para a inicialização do algoritmo e definição dos preços, obtemos o conjunto de preços a serem explorados: $\{11,59; 12,25; 12,89; 13,55; 14,19\}$. Com isso, inicializamos nossa *priori* bayesiana de θ em t_0 do experimento para cada preço do vinho com os seguintes parâmetros α e β da Tabela 12:

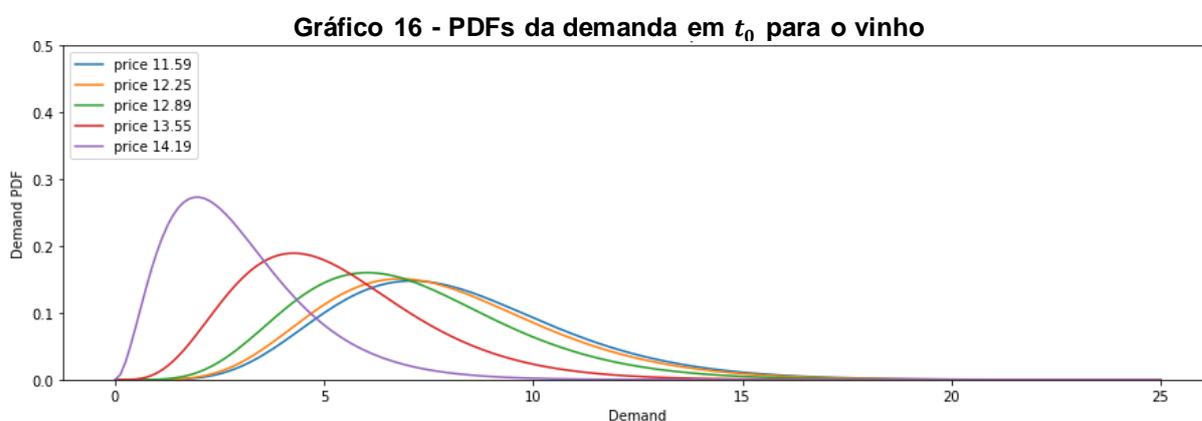
Tabela 12 - Parâmetros da *priori* bayesiana em t_0 para o vinho

Preço	α	β
11,59	8,102239	1,000000

12,25	7,812532	1,000000
12,89	7,029386	1,000000
13,55	5,267620	1,000000
14,19	2,957826	1,000000

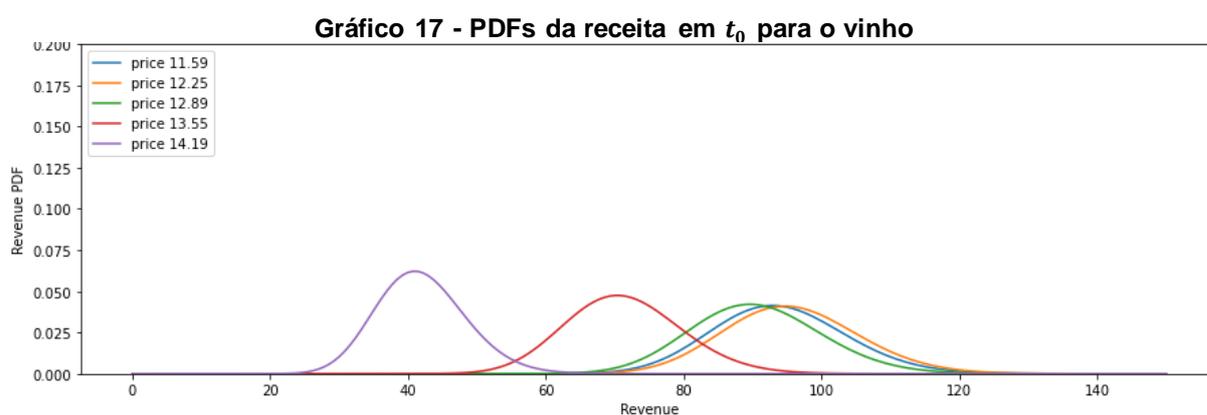
Fonte: Elaborado pelo autor.

Podemos visualizar as PDFs iniciais do experimento no Gráfico 16:



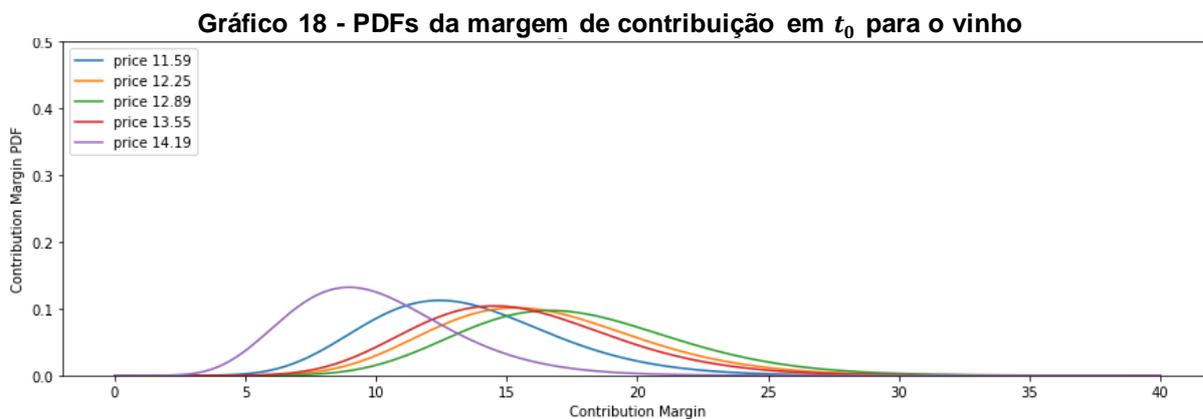
Fonte: Elaborado pelo autor.

Assim como no modelo de curva de demanda logística, podemos obter as PDFs da receita para cada preço conforme podemos visualizar no Gráfico 17:



Fonte: Elaborado pelo autor.

Por fim, obtemos as PDFs da margem de contribuição para cada preço a ser explorado, que será utilizada na etapa de otimização do algoritmo, que podem ser observadas no Gráfico 18:



Fonte: Elaborado pelo autor.

Como optamos pela escolha de p^* (arredondado de acordo com a política de preços do varejista supermercadista participante do estudo) como primeiro preço a ser praticado no experimento, o preço escolhido para o creme dental em t_1 é 12,89.

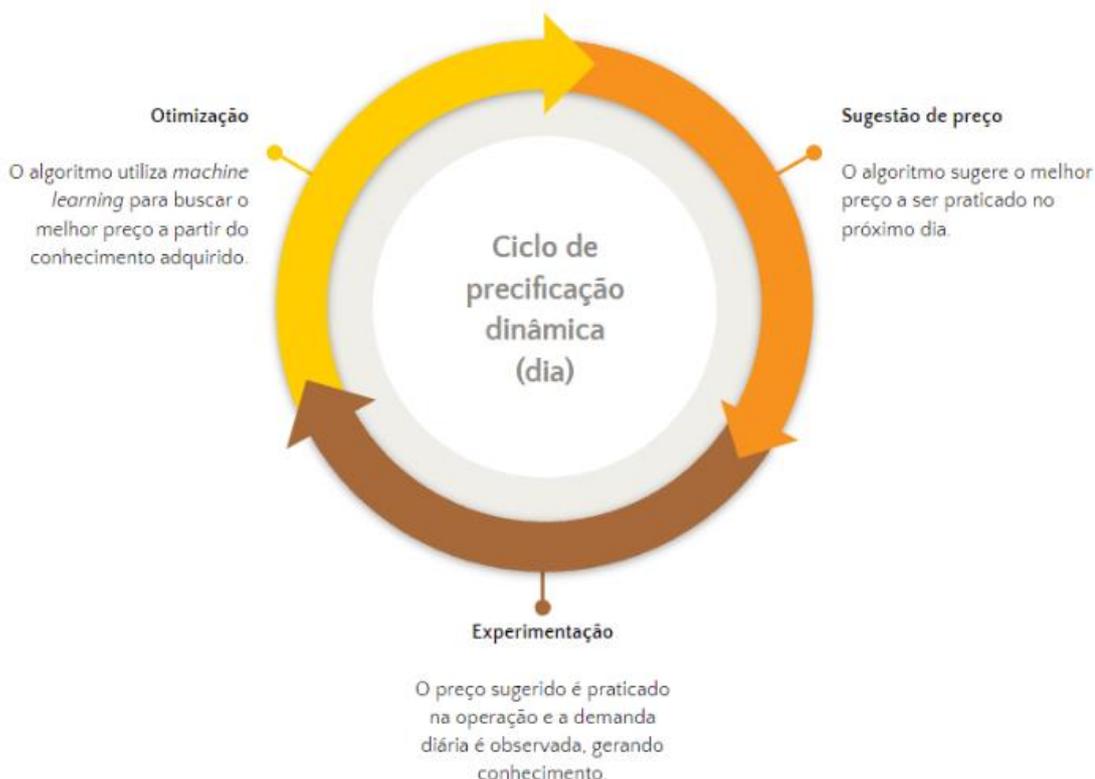
4 RESULTADOS

Neste capítulo serão apresentados os resultados obtidos através da utilização da solução de precificação dinâmica baseada em *reinforcement learning* implementada. Serão analisadas as PDFs após o último dia de execução do experimento e seu impacto na margem de contribuição dos produtos participantes do experimento.

4.1 EXECUÇÃO DO EXPERIMENTO

O experimento de campo respeitou o seguinte ciclo diário de otimização, sugestão de preço e experimentação conforme apresentados na Figura 14:

Figura 14 - Ciclo de precificação dinâmica do experimento de campo



Fonte: Elaborado pelo autor.

A execução do experimento deu-se em entre dias 22 de março de 2022 e 18 de abril de 2022. Logo, desconsiderando os domingos de cada semana, ocorreram 24 dias (t) de experimentação.

4.1.1 Creme dental

Conforme comentado na seção de restrições do experimento, apesar da escolha de um produto com baixo risco de eventos que prejudicassem o experimento, ocorreu uma ruptura de estoque em meio ao período de utilização do algoritmo (t_4, t_5, t_6). Também ocorreu uma campanha promocional para um produto substituto ao creme dental (CREME DENTAL COLGATE MAX PROT ANTIC 90G), impactando diretamente as vendas do produto participante do experimento ($t_{16}, t_{17}, t_{18}, t_{19}, t_{20}, t_{21}$). Portanto, buscando garantir a precisão das sugestões de preço geradas pela solução, a demanda diária observada fornecida ao algoritmo em dias de eventos adversos foi considerada como a previsão do modelo de curva de demanda logística construído, ajustado pelo fator sazonal do dia. Podemos observar os parâmetros da *posteriori* bayesiana em t_{24} na Tabela 13:

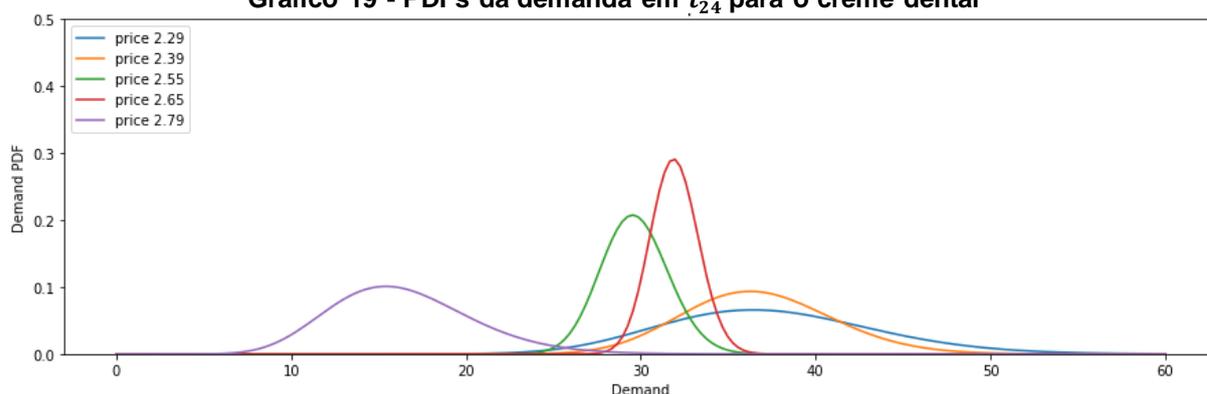
Tabela 13 - Parâmetros da *posteriori* bayesiana em t_{24} para o creme dental

Preço	α	β
2,29	37,423651	1,000000
2,39	73,515648	2,000000
2,55	237,258626	8,000000
2,65	542,819859	17,000000
2,79	237,258626	1,000000

Fonte: Elaborado pelo autor.

Através da análise dos parâmetros, podemos afirmar que o preço 2,65 foi o mais escolhido pelo algoritmo, sendo praticado 16 vezes ($\beta - 1$). No Gráfico 19 é possível observar as PDFs da demanda de cada preço ao final do experimento:

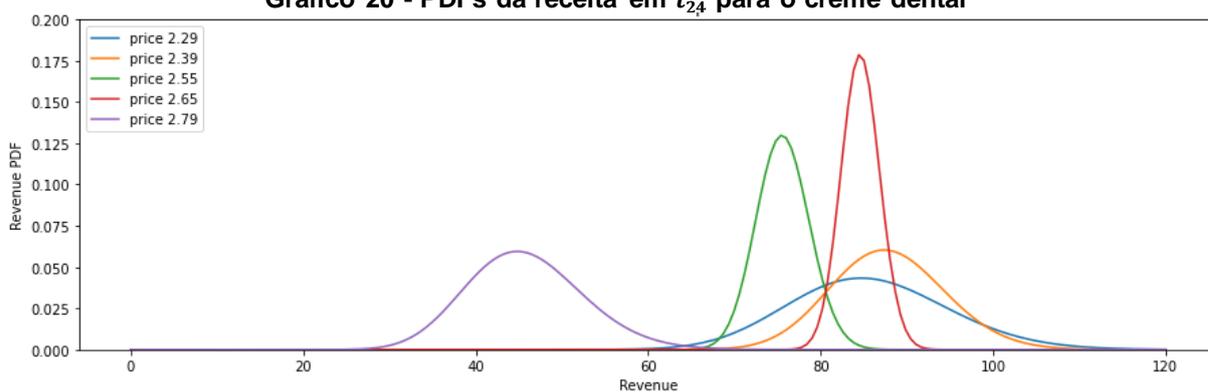
Gráfico 19 - PDFs da demanda em t_{24} para o creme dental



Fonte: Elaborado pelo autor.

Com isso, podemos obter as PDFs da receita de cada preço ao final do experimento, conforme podemos visualizar no Gráfico 20:

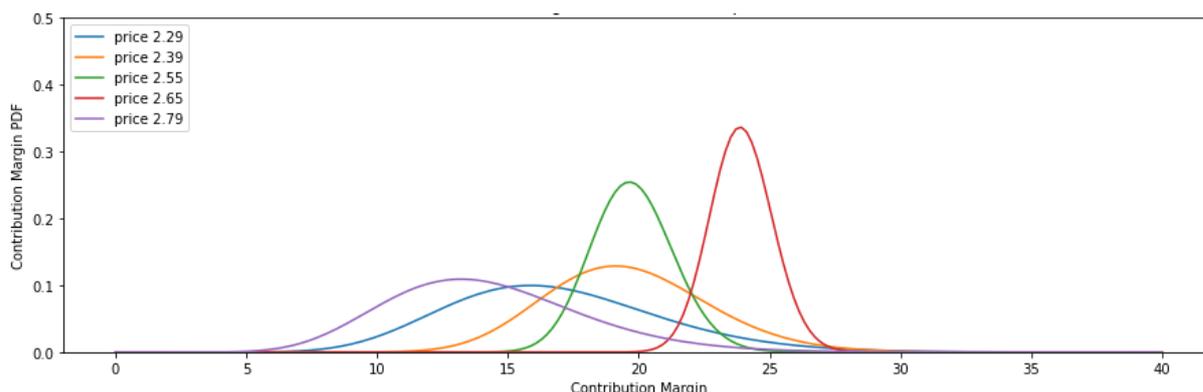
Gráfico 20 - PDFs da receita em t_{24} para o creme dental



Fonte: Elaborado pelo autor.

Por fim, podemos visualizar no Gráfico 21 as PDFs da margem de contribuição de cada preço após o término do experimento em t_{24} :

Gráfico 21 - PDFs da margem de contribuição em t_{24} para o creme dental



Fonte: Elaborado pelo autor.

É notável a preferência do algoritmo pela escolha do preço 2,65 como melhor opção para maximização de margem de contribuição, porém, ainda podemos perceber que o estado atual ainda apresenta, de certa forma, caráter exploratório (*exploitation*). Apesar do conhecimento adquirido classificar o preço 2,65 como o melhor, todos os preços ainda poderão ser escolhidos para serem testados com probabilidades diferentes, priorizando a *exploitation* do melhor preço conhecido.

4.1.2 Água sanitária

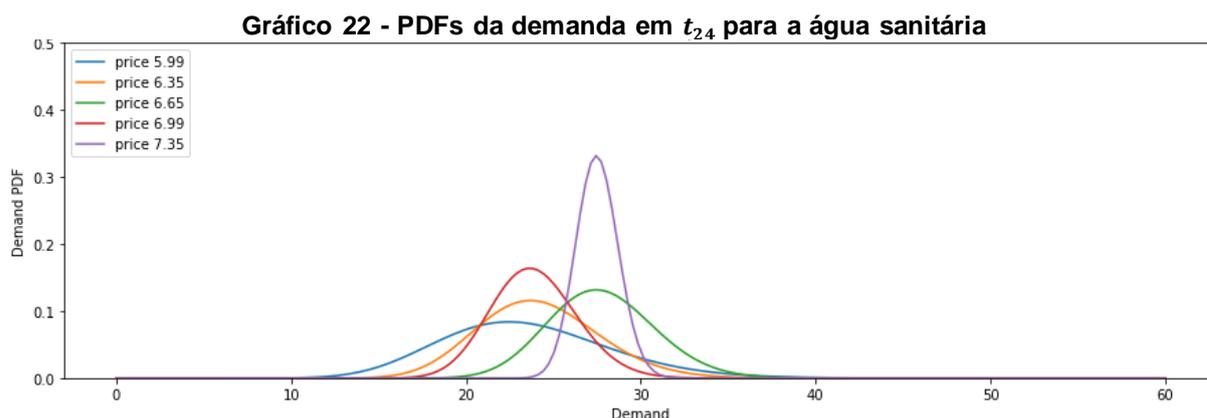
Ao contrário do creme dental, durante o experimento com a água sanitária não ocorreram eventos adversos como ruptura de estoque ou campanhas promocionais de produtos substitutos. Na Tabela 14 podemos observar os parâmetros da *posteriori* bayesiana para a água sanitária ao final do experimento:

Tabela 14 - Parâmetros da *posteriori* bayesiana em t_{24} para a água sanitária

Preço	α	β
5,99	23,465376	1,000000
6,35	48,371724	2,000000
6,65	83,356696	3,000000
6,99	95,578549	4,000000
7,35	522,646702	19,000000

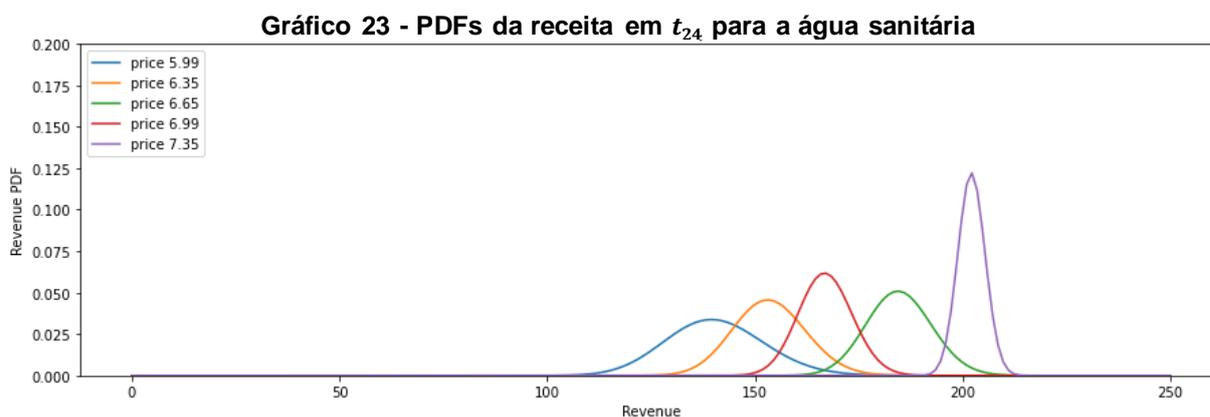
Fonte: Elaborado pelo autor.

Observando o parâmetro β , podemos perceber que o maior preço (7,35) foi o mais escolhido pelo algoritmo, sendo testado $\beta - 1$ vezes, ou seja, 18. No Gráfico 22 podemos visualizar as PDFs da demanda de cada preço para a água sanitária ao final do experimento:



Fonte: Elaborado pelo autor.

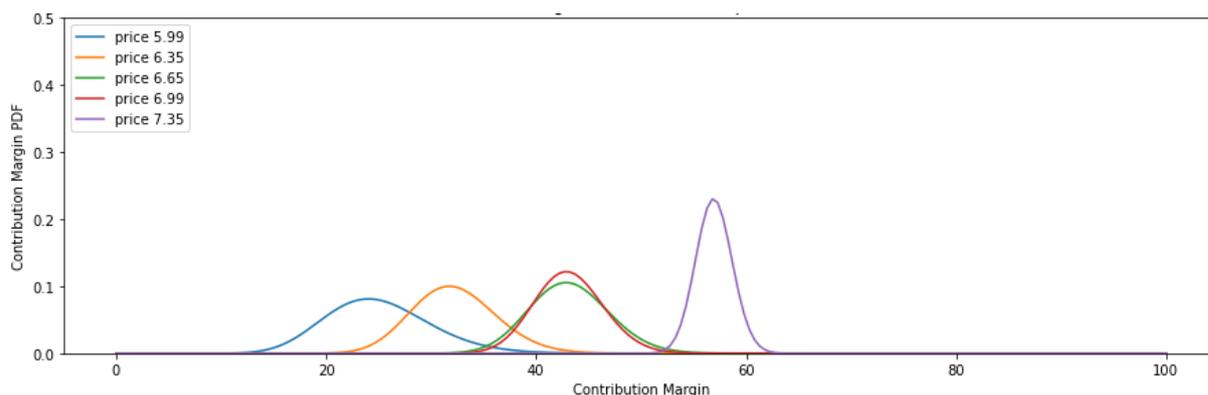
Obtendo as PDFs da demanda podemos obter as PDFs da receita para a água sanitária, que podem ser visualizadas no Gráfico 23:



Fonte: Elaborado pelo autor.

Por fim, considerando o custo unitário e a alíquota incidente sobre a venda, podemos visualizar no Gráfico 24 as PDFs da margem de contribuição de cada preço para a água sanitária após o término do experimento em t_{24} :

Gráfico 24 - PDFs da margem de contribuição em t_{24} para a água sanitária



Fonte: Elaborado pelo autor.

É possível observar que o algoritmo considerou o maior preço como preço que maximiza a margem de contribuição do produto. O resultado é coerente com o comportamento observado na modelagem da curva de demanda, que demonstra características de demanda inelástica. Ao final do experimento, podemos perceber que o algoritmo se encontra em estado majoritariamente de *exploitation* onde preços menores serão escolhidos com probabilidade praticamente nula. Porém, isso não impede que esses sejam explorados com maior frequência caso o melhor preço atual venha a performar de forma pior. Assim, o Thompson Sampling garante sua adaptação às mudanças no comportamento da demanda.

4.1.3 Vinho

Assim como no experimento com a água sanitária, no experimento com o vinho não ocorreram eventos adversos como rupturas de estoque ou campanhas promocionais de produtos substitutos. Na Tabela 15 podemos visualizar os parâmetros da *posteriori* bayesiana ao final do experimento:

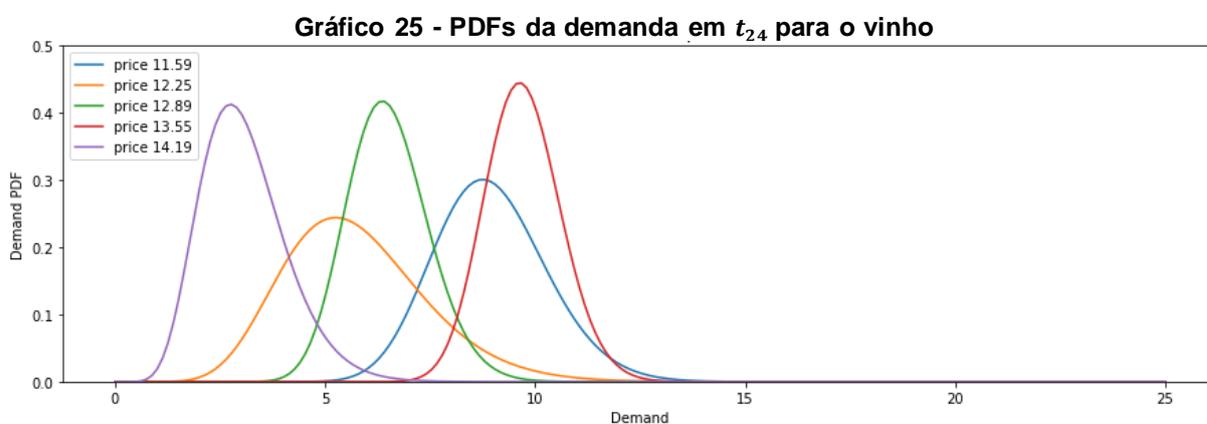
Tabela 15 - Parâmetros da *posteriori* bayesiana em t_{24} para o vinho

Preço	α	β
11,59	44,757405	5,000000
12,25	11,500461	2,000000
12,89	45,526196	7,000000

13,55	116,535526	12,000000
14,19	9,234731	3,000000

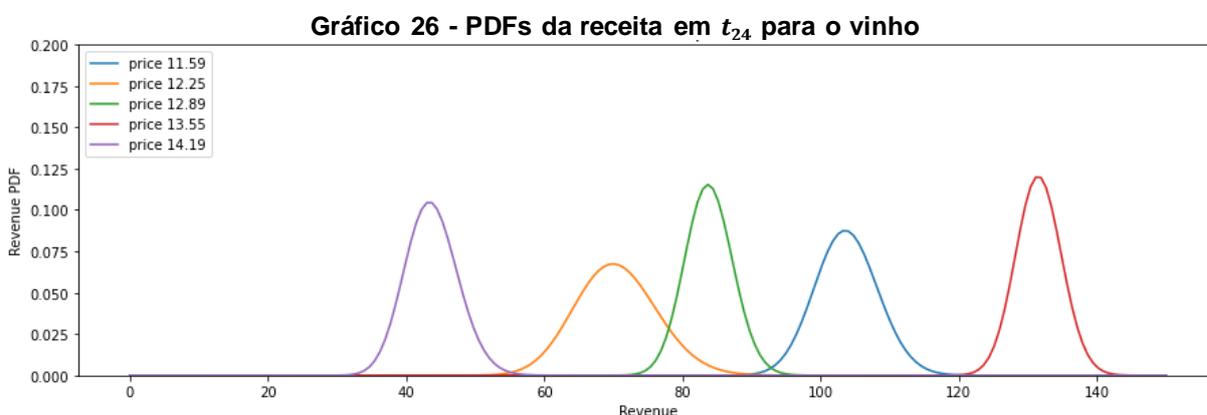
Fonte: Elaborado pelo autor.

Observando os parâmetros, podemos perceber que a fase de *exploration* para o vinho foi mais distribuída entre os diferentes preços quando comparado aos outros dois produtos. De qualquer forma, o preço 13,55 foi o mais explorado, sendo escolhido $\beta - 1$ vezes, ou seja, 11 vezes. No Gráfico 25 é possível visualizar as PDFs da demanda de cada preço para o vinho ao final do experimento:



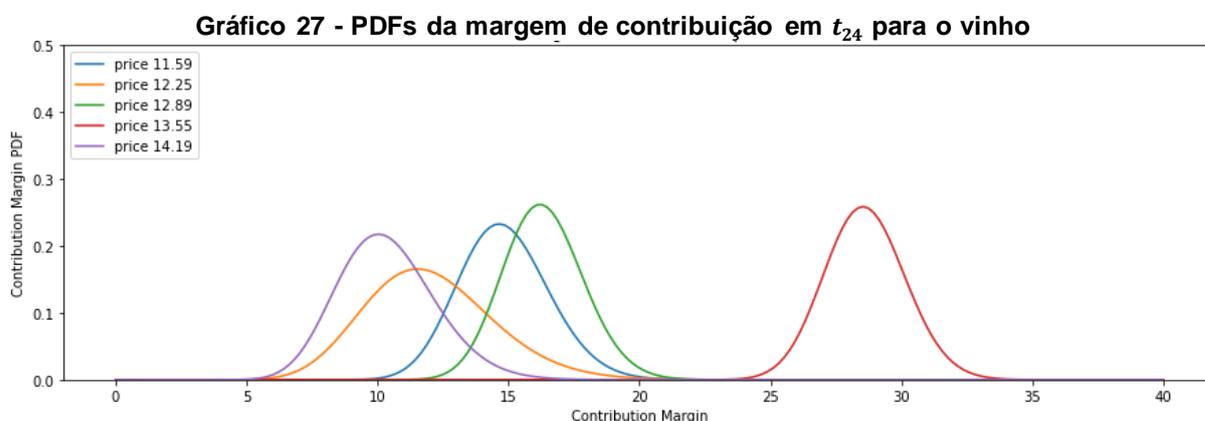
Fonte: Elaborado pelo autor.

Através das PDFs da demanda de cada preço podemos obter as PDFs da receita para o vinho ao final do experimento, podendo ser visualizadas no Gráfico 26:



Fonte: Elaborado pelo autor.

Considerando o custo unitário e os impostos incidentes sobre a venda, obtemos as PDFs da margem de contribuição para cada preço ao final do experimento com o vinho, podendo ser observadas no Gráfico 27:



Fonte: Elaborado pelo autor.

Podemos perceber que, ao final do experimento, o algoritmo se encontra em estado totalmente de *exploitation*. O preço 13,55 foi considerado como preço que maximiza a margem de contribuição e, portanto, outros preços não serão escolhidos. Entretanto, isso não impede que outros preços voltem a ser testados conforme o desempenho do melhor preço atual venha a decair. Assim, mudanças no comportamento da demanda estarão cobertos pelo Thompson Sampling, garantindo a maximização da margem de contribuição do produto através da otimização constante dos preços praticados.

4.2 IMPACTO NA MARGEM DE CONTRIBUIÇÃO

Buscando mensurar o impacto da utilização da solução de precificação dinâmica baseada em *reinforcement learning* na margem de contribuição dos produtos participantes do experimento, buscamos realizar a comparação da margem de contribuição total acumulada durante a utilização do algoritmo frente a períodos anteriores ao experimento. Para isso, foram calculadas as médias diárias de margem de contribuição diária de cada período (desconsiderando domingos e dias de campanhas promocionais), que podem ser visualizadas na Tabela 16:

Tabela 16 - Margem de contribuição diária média em períodos anteriores

Produto	01/01/22 a 20/03/22	01/02/22 a 20/03/22	22/03/21 a 18/04/21
Creme dental	R\$ 18,56	R\$ 19,49	R\$ 24,88
Água sanitária	R\$ 45,50	R\$ 44,99	R\$ 31,66
Vinho	R\$ 12,16	R\$ 12,14	R\$ 14,99

Fonte: Elaborado pelo autor.

Com o objetivo de comparar o aumento de margem de contribuição através da utilização da nova estratégia de precificação, também foram calculadas as médias diárias de margem de contribuição para cada produto durante o período do experimento, que podem ser visualizadas na Tabela 17:

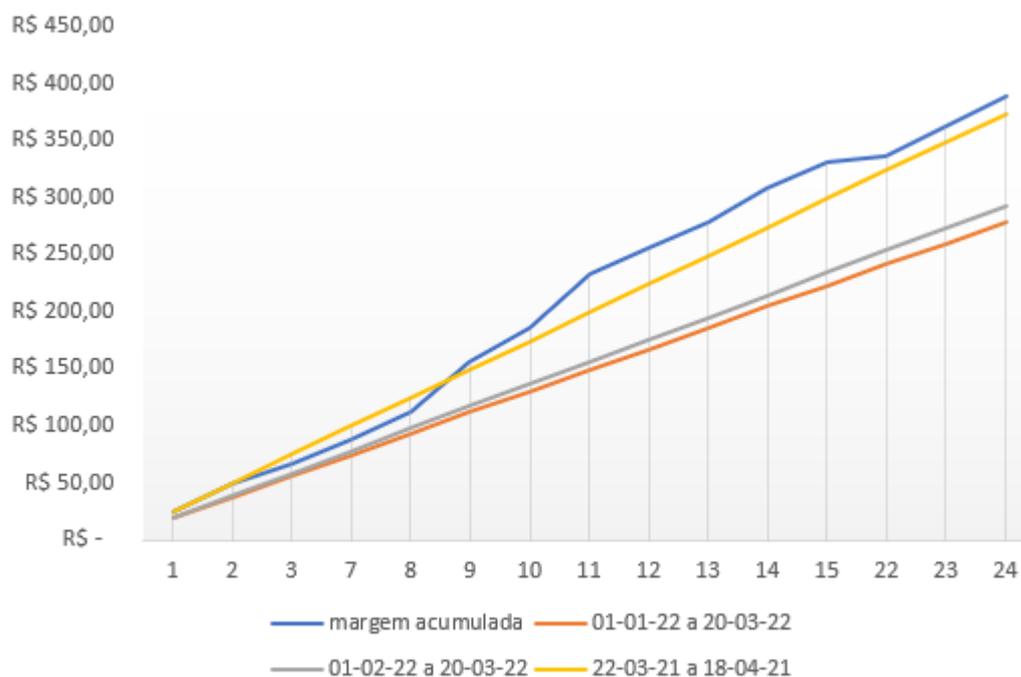
Tabela 17 - Margem de contribuição diária média durante o experimento

Produto	Margem de contribuição diária média
Creme dental	R\$ 25,87
Água sanitária	R\$ 57,24
Vinho	R\$ 23,24

Fonte: Elaborado pelo autor.

De forma geral, podemos perceber um aumento significativo na margem de contribuição diária média durante a utilização da solução implementada. No Gráfico 28, podemos observar a evolução da margem de contribuição diária acumulada durante o período do experimento para o creme dental frente aos períodos de comparação (desconsiderando os dias de rupturas de estoque e campanhas promocionais de produtos substitutos):

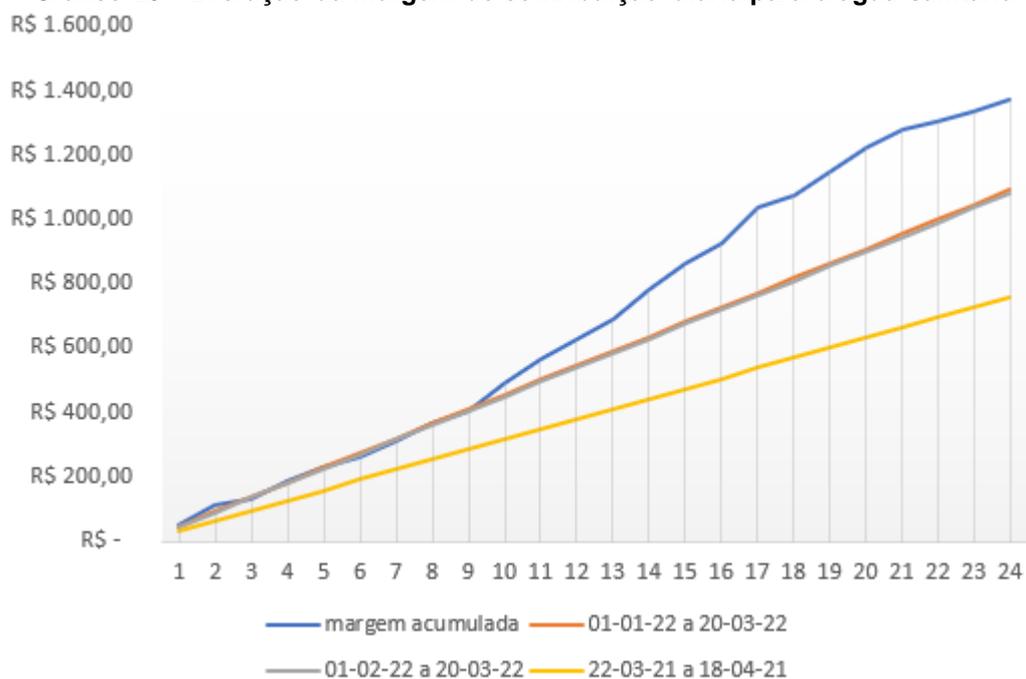
Gráfico 28 - Evolução da margem de contribuição diária para o creme dental



Fonte: Elaborado pelo autor.

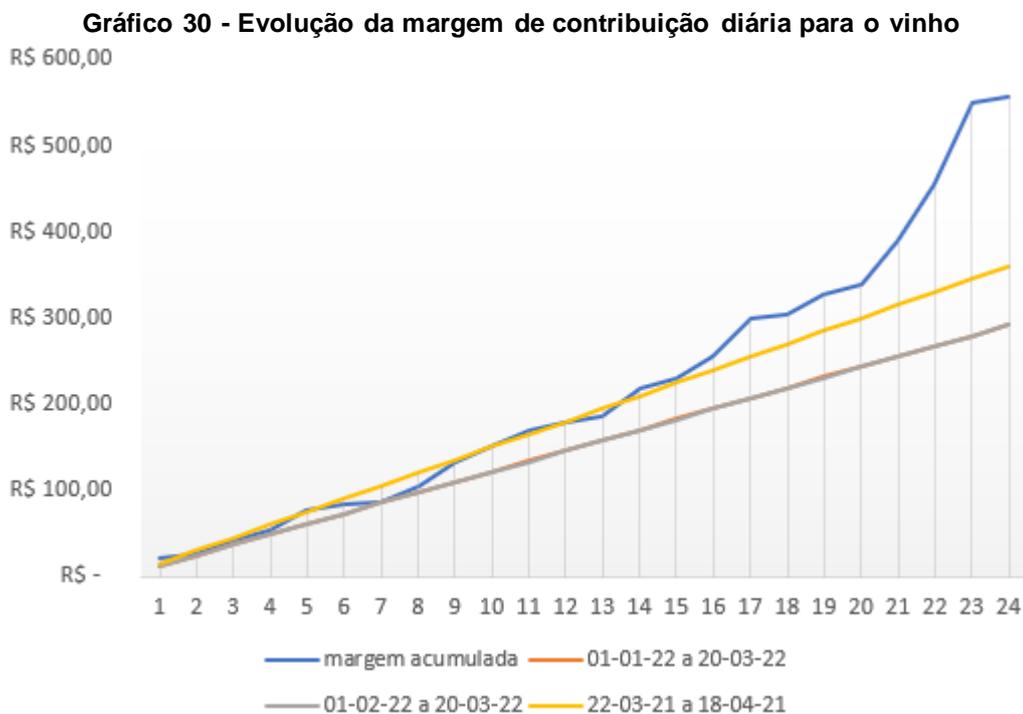
Também é possível observar, no Gráfico 29, a evolução da margem de contribuição diária por dia do experimento para a água sanitária:

Gráfico 29 - Evolução da margem de contribuição diária para a água sanitária



Fonte: Elaborado pelo autor.

Por fim, podemos visualizar a evolução da margem de contribuição diária por dia do experimento para o vinho:



De modo geral, podemos perceber o efeito da fase de *exploration* principalmente no primeiro terço dos intervalos de tempo do experimento, onde o algoritmo testa preços subótimos com o objetivo de adquirir conhecimento. Conforme o conhecimento é adquirido e, portanto, entende-se quais são os melhores preços para cada produto, podemos perceber o aumento da margem de contribuição diária conforme o algoritmo começa a assumir um caráter de *exploitation*, até optar por escolhas de preços ótimos que maximizam a margem de contribuição diária.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

O presente trabalho buscou trazer para o centro das discussões o conceito de precificação dinâmica como estratégia de maximização de margem de contribuição. O crescimento exponencial do poder computacional disponível na atualidade potencializa técnicas de *machine learning* e os benefícios de sua utilização, proporcionando soluções escaláveis que permitem uma melhor alocação de recursos organizacionais. O varejo supermercadista é apenas um dos diversos setores onde essas soluções podem ser aplicadas e seus resultados observados. O aumento exponencial do volume de dados disponíveis e a facilitação do acesso à informação promove a necessidade de alfabetização de dados por parte dos mais diversos profissionais, já que a disponibilização e análise dos dados cada vez menos depende do setor de tecnologia da informação, possibilitando assim a ampla utilização de dados como apoio à tomada de decisão através da integração de dados para extração de *insights*.

A contribuição principal deste trabalho consiste na implementação de um algoritmo de precificação dinâmica baseado em *reinforcement learning*, considerando-o como um problema de *multi-armed bandits*. Assim como no Thompson Sampling clássico, a cada intervalo de tempo o algoritmo atualiza a *posteriori* bayesiana da demanda e amostra aleatoriamente um valor do modelo para sugerir decisões de preço de forma ótima, encontrando a melhor alternativa de precificação dinâmica para maximização de margem de contribuição. A estratégia foi validada no varejista supermercadista participante do estudo, resultando em aumento de margem de contribuição total durante o período do experimento, para todos os três produtos testados, em relação ao método de precificação utilizado anteriormente. A solução também se mostrou eficiente ao lidar com o *exploration-exploitation tradeoff*, de maneira geral evitando grandes impactos negativos na margem de contribuição durante a fase exploratória do experimento e utilizando o conhecimento adquirido para alavancá-la na fase final.

As estratégias de precificação tradicionais não focam na otimização dos preços praticados, já que foram construídas para contextos de baixa complexidade. As abordagens de precificação baseada em custos e margem, mercado ou valor percebido não exploram diretamente o poder computacional disponível, se tratando

de processos manuais com altos custos operacionais diretamente proporcionais à complexidade do ambiente. Podemos afirmar que a complexidade de uma rede de varejo supermercadista é alta, já que uma grande quantidade de produtos é vendida em diversas lojas, muitas vezes geograficamente afastadas, para consumidores com necessidades individuais e, principalmente, sensibilidade a preço diferentes.

Através dos dados históricos de preços praticados e demanda média observada disponibilizados pelo varejista supermercadista, utilizamos o modelo de curva de demanda logística proposto por Phillips (2005) como norteador dos preços a serem explorados, potencializando a execução do algoritmo frente às limitações de tempo e quantidade de preços a serem testados dentro do limite de 10% estabelecido. Diante da metodologia proposta, percebe-se que poderiam ter sido explorados preços mais distantes que proporcionem melhores recompensas. Outra limitação do experimento deve-se à utilização de preços discretos, tanto pelo limite percentual de variação de preços quanto pela política de casas decimais do varejista supermercadista, que impossibilita a exploração de pontos intermediários.

Para estudos futuros, recomenda-se a análise do desempenho de uma abordagem de Thompson Sampling considerando a exploração de conjuntos de preços contínuos, similar ao modelo proposto por Ferreira et al. (2018). Também é válida a avaliação de impactos indiretos da otimização de preços na margem de contribuição de outros produtos, através de efeitos de canibalização de produtos, estocagem, *cross-selling*, e outros. Assim, a abordagem de otimização de preços de produtos poderia deixar de ser individual e passar a considerar a maximização da métrica de interesse total de uma categoria ou departamento.

Diversos dados adicionais podem ser incluídos na implementação do algoritmo para garantir uma melhor maximização de margem de contribuição. Dados de *shelf life* e estoque disponível dos produtos ofertados, por exemplo, podem ser levados em consideração na precificação tanto para evitar rupturas de estoque quanto para evitar o vencimento de produtos na gôndola. Também, podem ser incluídos dados de preços praticados por concorrentes, dados geográficos e socioeconômicos da região, datas comemorativas e outros, para que fatores externos que impactam a demanda possam ser compreendidos de forma mais clara.

Não só o varejo supermercadista, mas o setor de varejo em geral apresenta um cenário favorável para a utilização de algoritmos de precificação dinâmica devido a sua complexidade. A utilização de etiquetas eletrônicas de preço nas gôndolas e o

crescimento acelerado do *e-commerce*, facilita a atualização dos preços praticados de produtos de forma que possa ser completamente automatizado. Isso permite a atualização de preços a intervalos de tempo menores, permitindo otimizações em tempo real. Estudos futuros podem avaliar a *performance* para diversos intervalos de tempo e os impactos não só na margem de contribuição dos produtos como também na percepção do consumidor e comportamento da demanda.

O impacto do dinamismo de preços no comportamento do consumidor tende a ser diretamente proporcional à diminuição do intervalo de tempo no qual uma sugestão de preço é praticada. Portanto, torna-se necessária a investigação do intervalo de tempo ideal para o ciclo de precificação dinâmica que maximiza a margem de contribuição diária média ao mesmo tempo que minimiza a alteração da relação preço-demanda. A aceitação do dinamismo de preços por parte dos consumidores deve ser estudada assim como já é explorada atualmente no contexto de personalização de preços, podendo ser testada uma solução que utilize tanto precificação dinâmica quanto preços personalizados por consumidor.

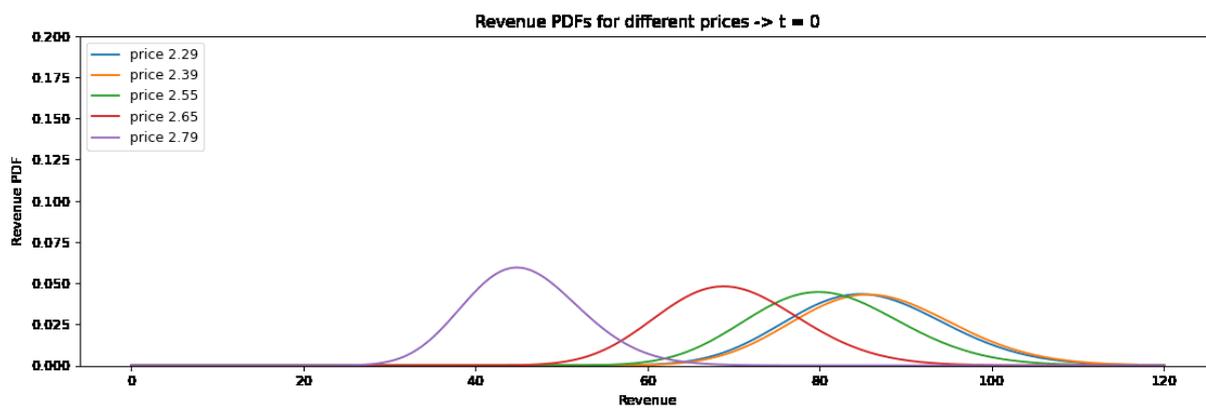
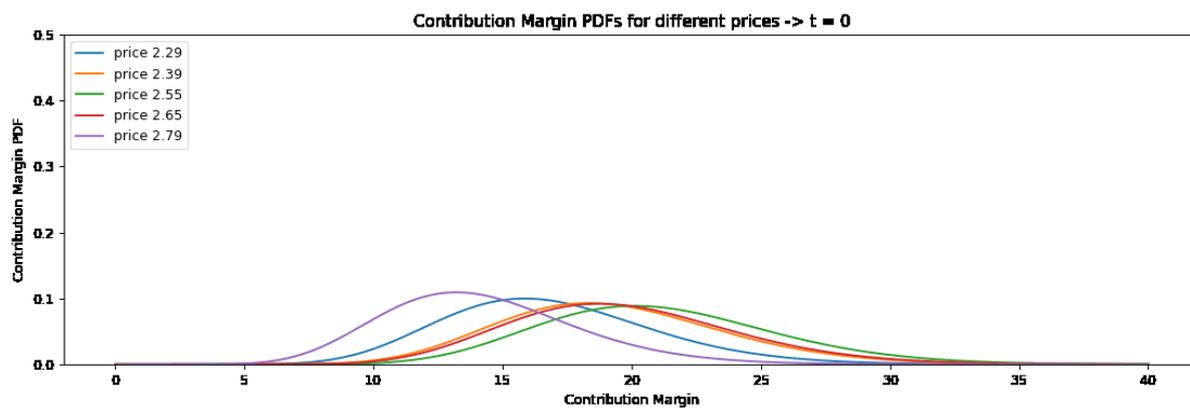
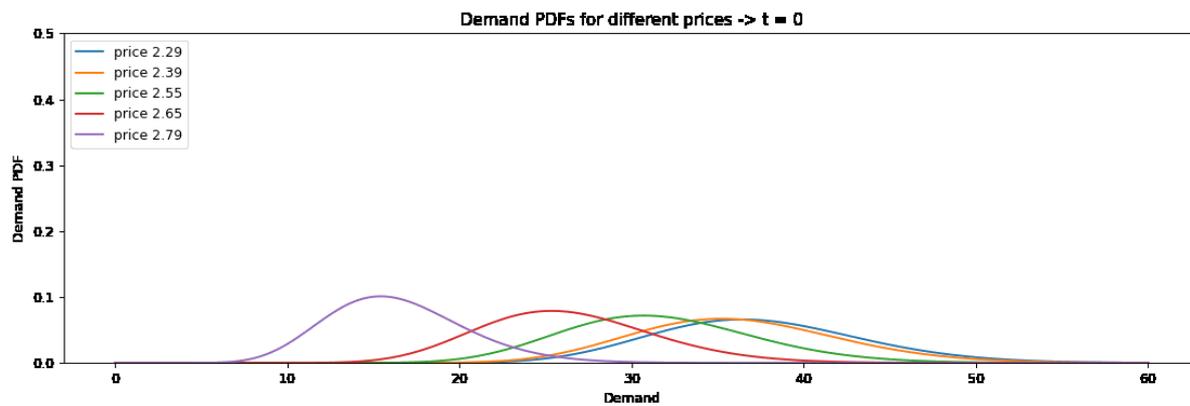
Por fim, a solução proposta pode ser implantada em diferentes setores da economia e seus resultados maximizados através da inclusão de informações de contexto. Trabalhos futuros podem avaliar o desempenho da solução em diferentes configurações, promovendo assim uma evolução do processo de precificação como um todo e, conseqüentemente, proporcionando uma melhor alocação de recursos para as mais diversas organizações existentes.

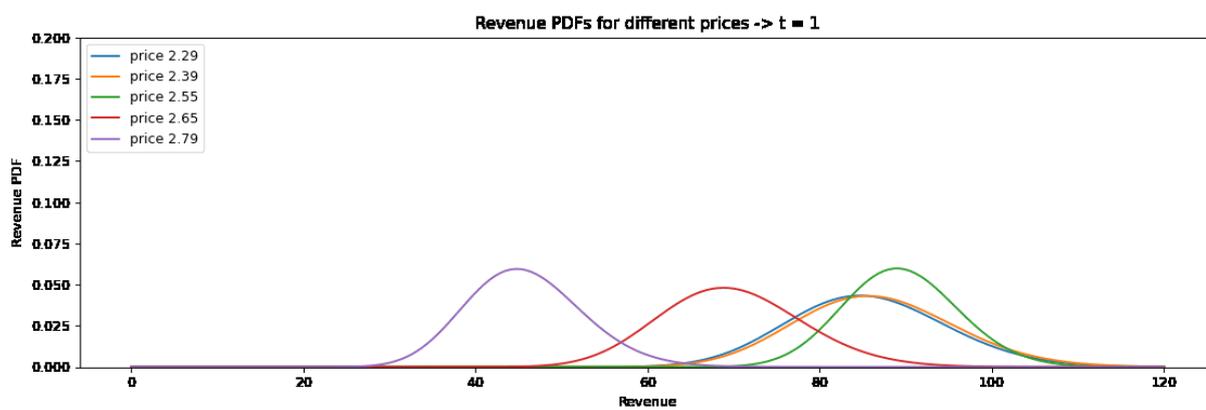
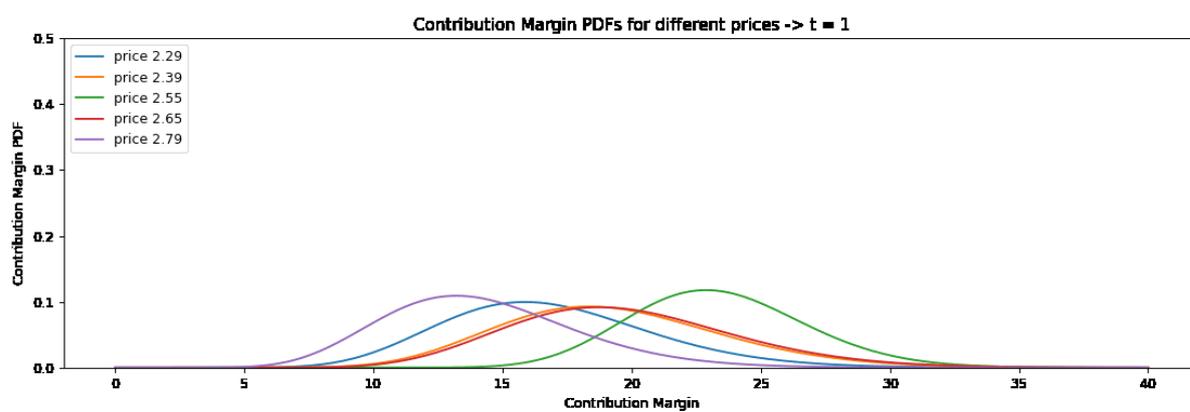
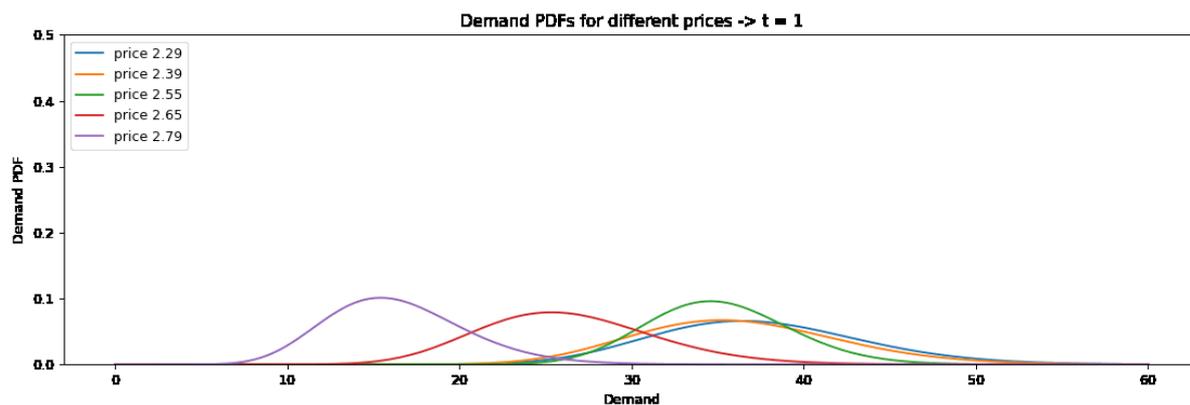
REFERÊNCIAS

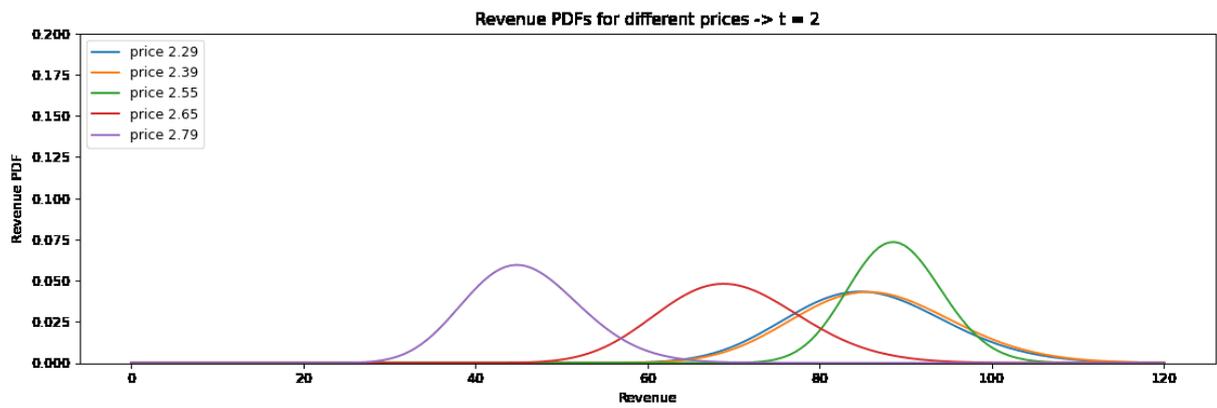
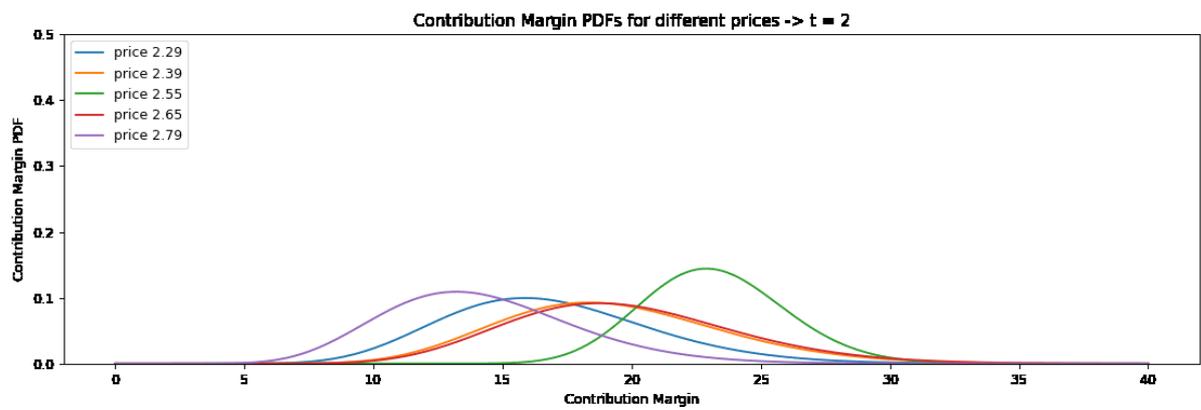
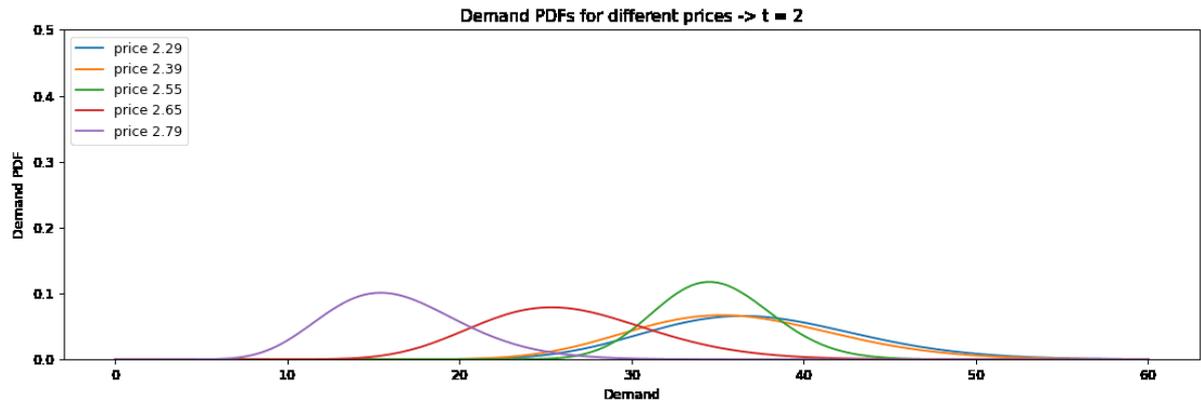
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE SUPERMERCADOS. **Ranking ABRAS 2021**. Revista SuperHiper, São Paulo, n. 537, jun. 2021.
- DOLAN, R. J.; SIMON, H. **Power Pricing: How Managing Price Transforms the Bottom Line**. New York: Free Press, 1996.
- FERREIRA, K. J.; SIMCHI-LEVI, D.; WANG, H. **Online Network Revenue Management using Thompson Sampling**. Journal of Operations Research 66 (6), p. 1586–1602. 2018.
- GANTI, R.; SUSTIK, M.; TRAN, Q.; SEAMAN, B. **Thompson Sampling for Dynamic Pricing**. San Bruno: Walmart Labs. 2018.
- GIL, A. C. **Métodos e técnicas de pesquisa social**. 6ª. Ed. São Paulo: Atlas, 2008.
- KATSOV, I. **A guide to dynamic pricing algorithms**. Grid Dynamics. 05 mar. 2019. Disponível em: <https://blog.griddynamics.com/dynamic-pricing-algorithms>. Acesso em: 02 nov. 2021.
- KOTLER, P.; KELLER, K. L. **Administração de Marketing**. 14ª. Ed., São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2006.
- MATTAR, F. N. **Administração de varejo**. Rio de Janeiro: Elsevier, 2011.
- MCCARTHY, E. J.; PERREAULT JR., W. D. **Marketing essencial: uma abordagem gerencial e global**. São Paulo: Atlas, 1997.
- PARENTE, J.; BARKI, E. **Varejo no Brasil: gestão e estratégia**. 2. ed. São Paulo: Atlas, 2014.
- PHILLIPS, R. L. **Pricing and revenue optimization**. Redwood: Stanford University Press, 2005.
- RICHARDSON, R. **Pesquisa Social Métodos e Técnicas**. [S.l.]: Editora Atlas, 2015.
- RUSSO, D.; ROY, B. V.; KAZEROUNI, A.; OSBAND, I.; WEN, Z. **A tutorial on Thompson Sampling**. Boston: Now Publishers, 2018.
- SOCIEDADE BRASILEIRA DE VAREJO E CONSUMO. **O Papel do Varejo na Economia Brasileira**. São Paulo. 2021.
- SUTTON, R. S.; BARTO, A. G. **Reinforcement learning: An introduction**. Cambridge, MA: MIT Press, 1998.

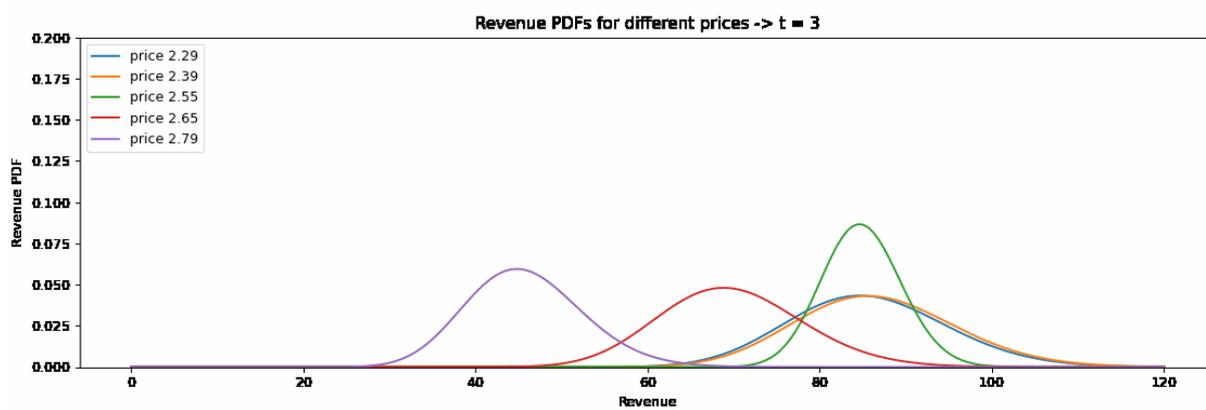
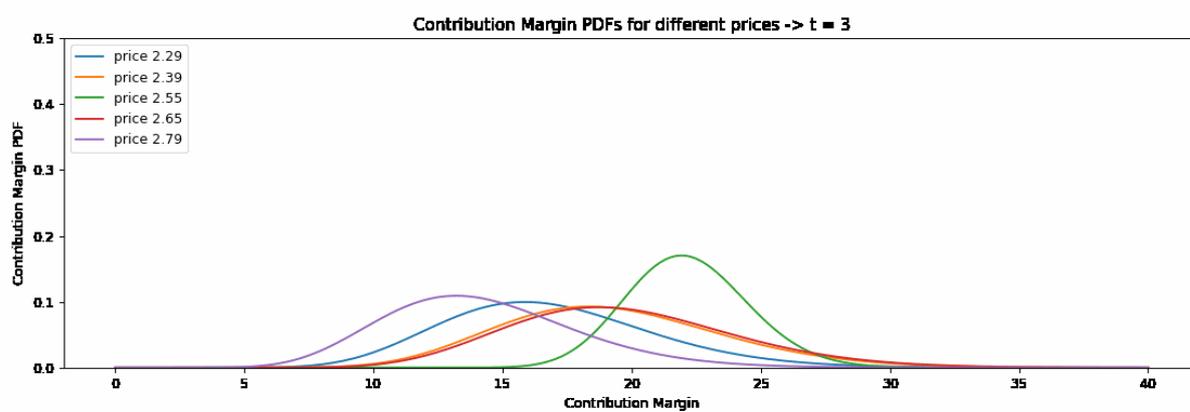
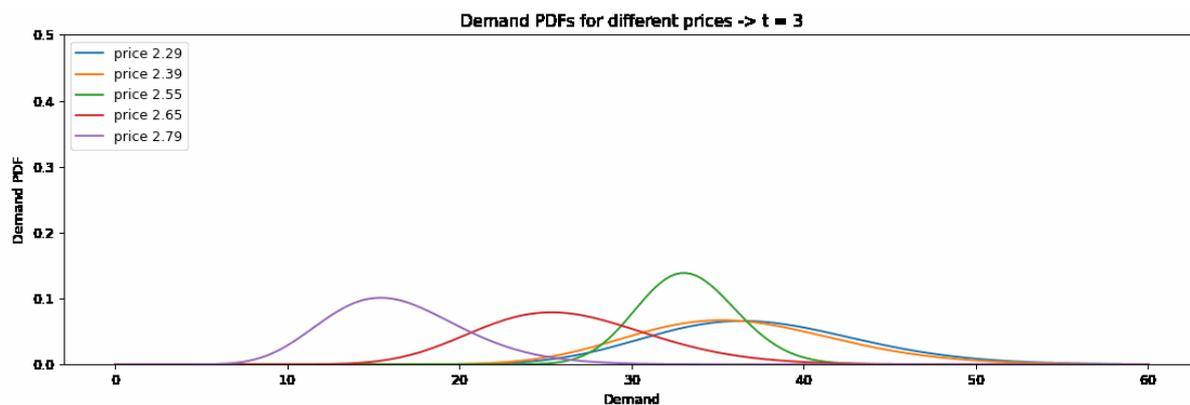
THOMPSON, W, R. **On the likelihood that one unknown probability exceeds another in view of the evidence of two samples.** *Biometrika*, JSTOR, v. 25, n. 3/4, p. 285-294, 1933.

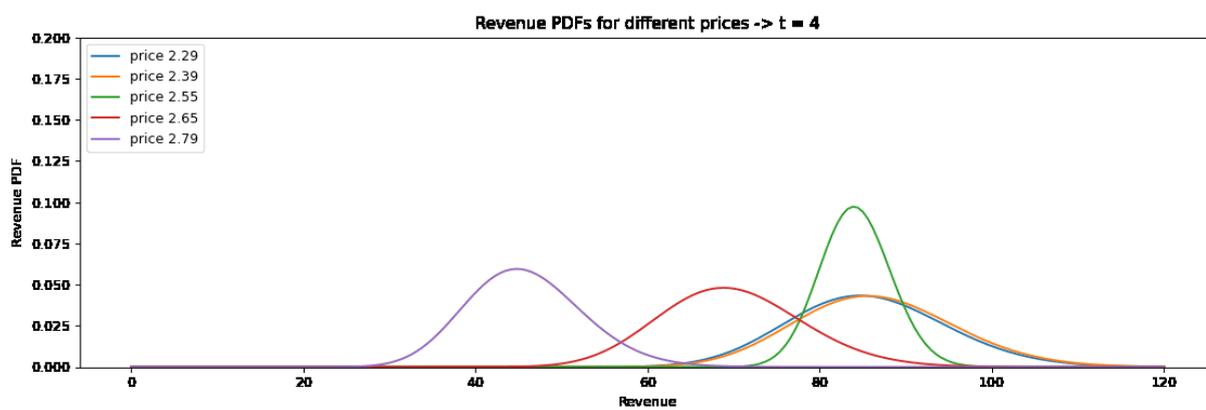
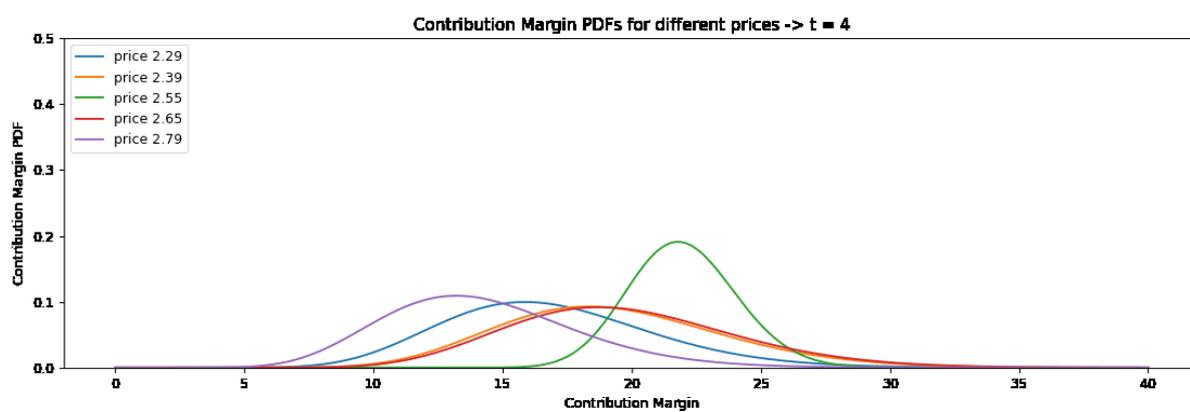
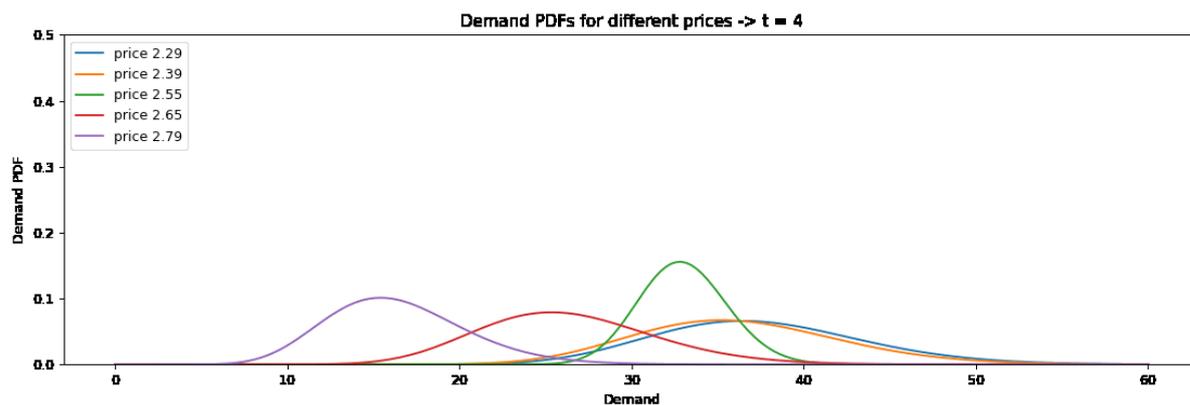
APÊNDICE A – EXECUÇÃO DO EXPERIMENTO PARA O CREME DENTAL

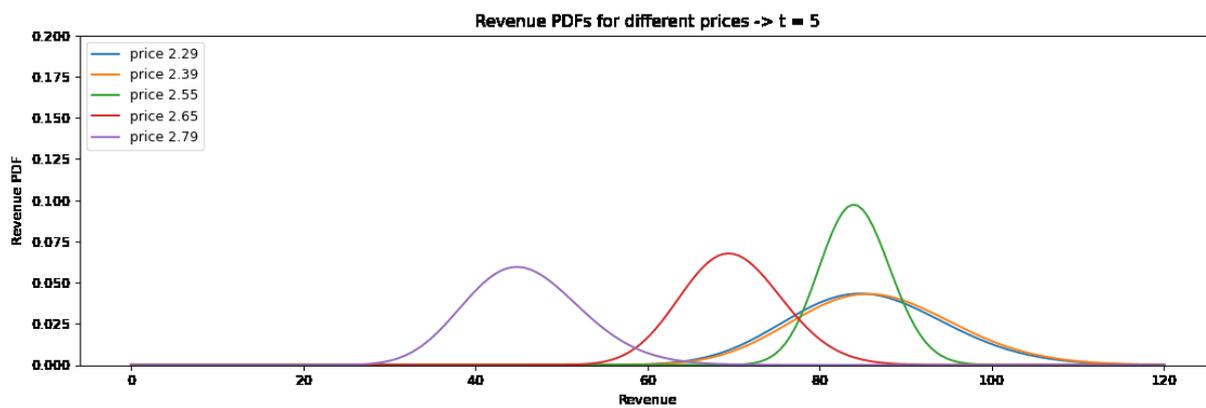
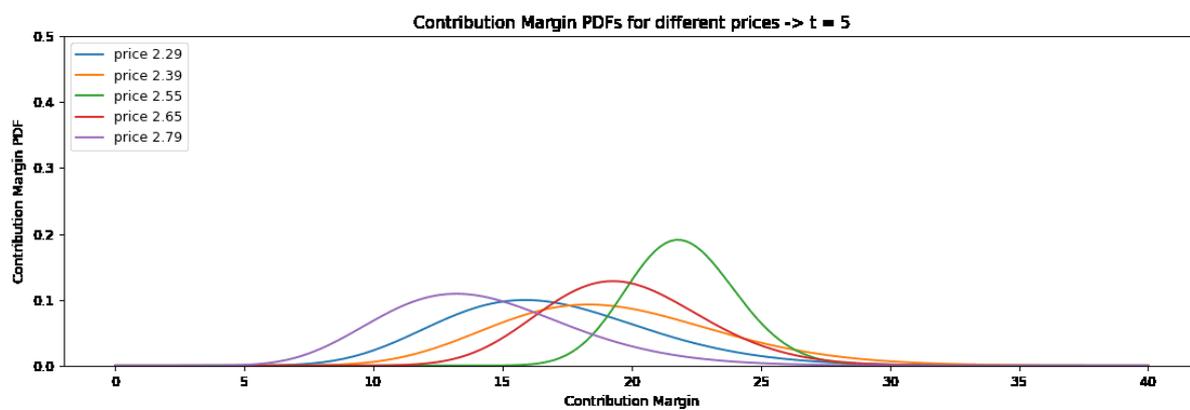
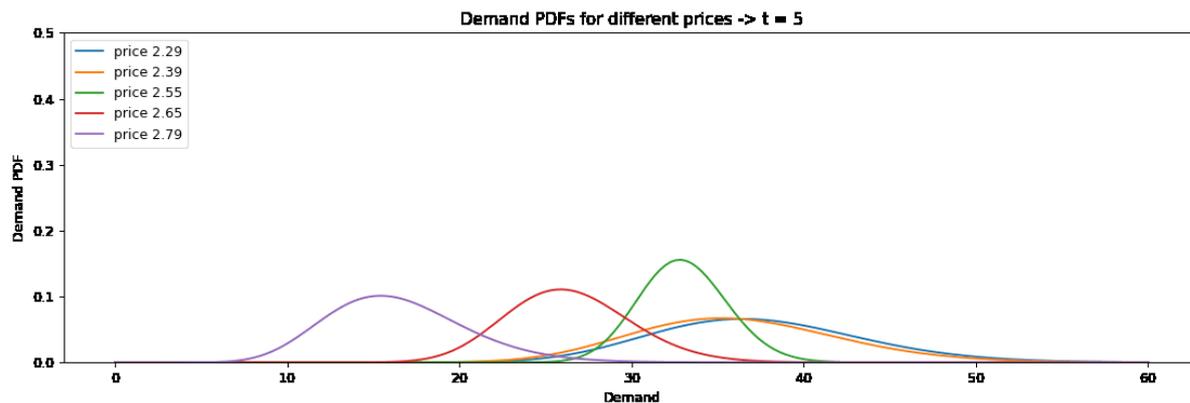


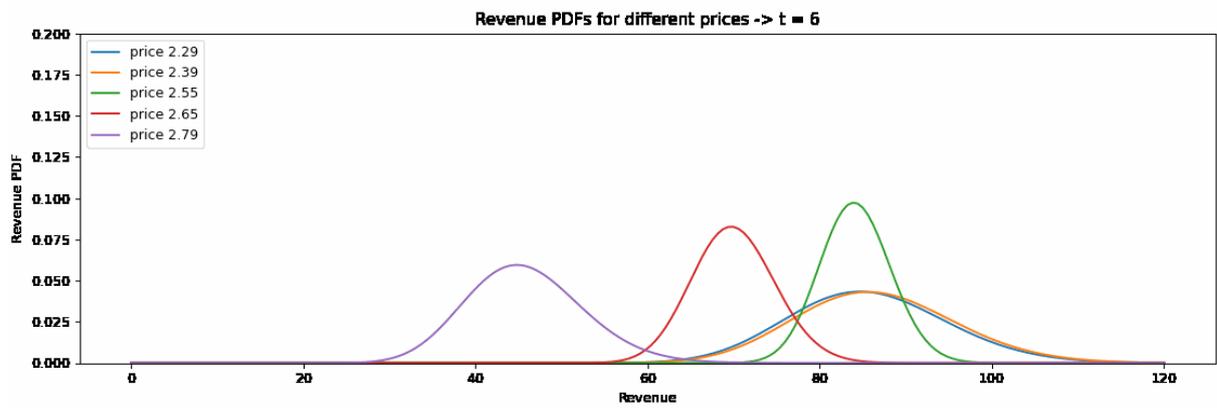
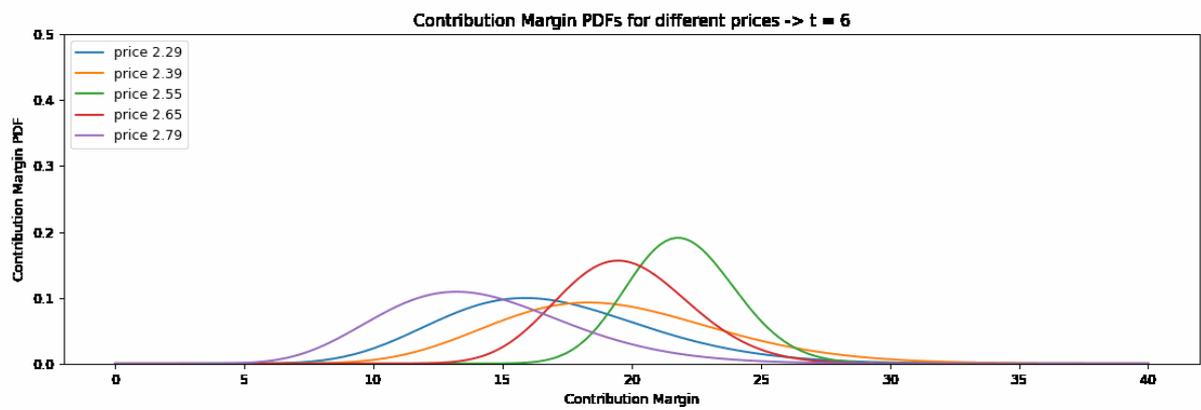
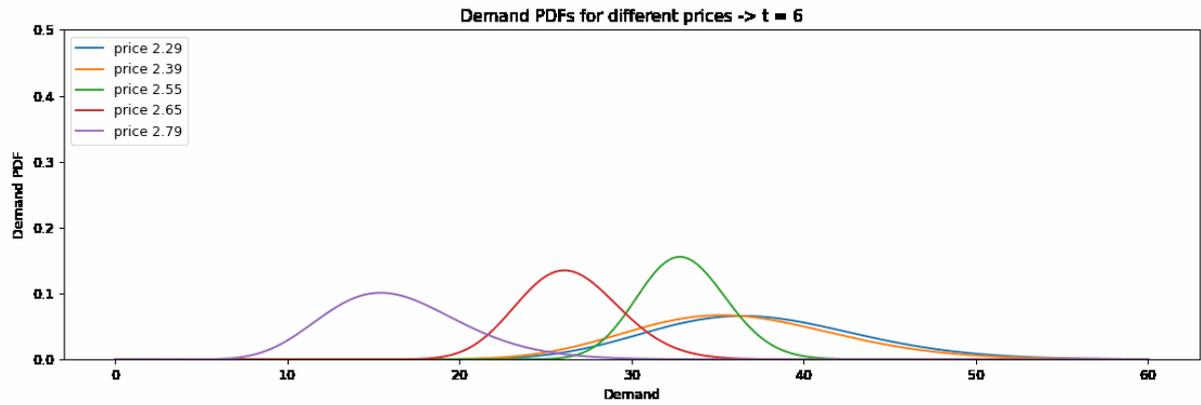


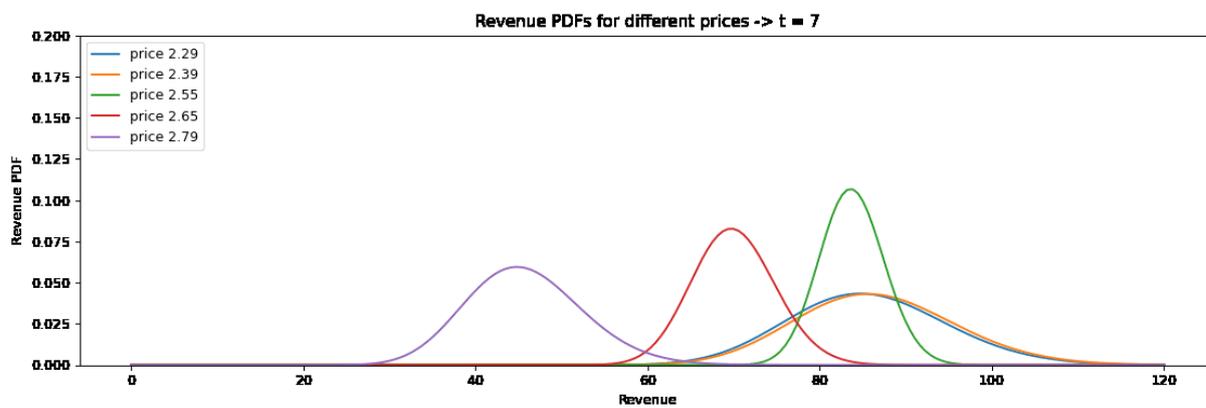
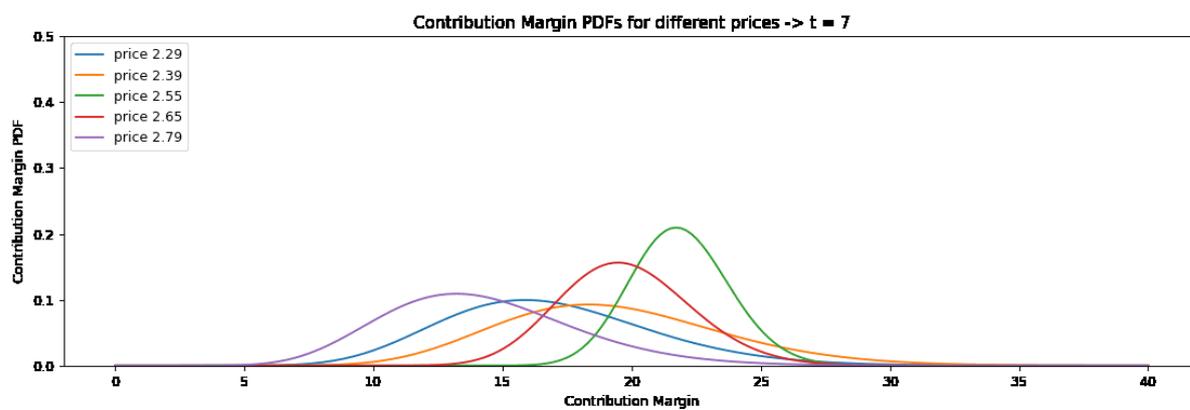
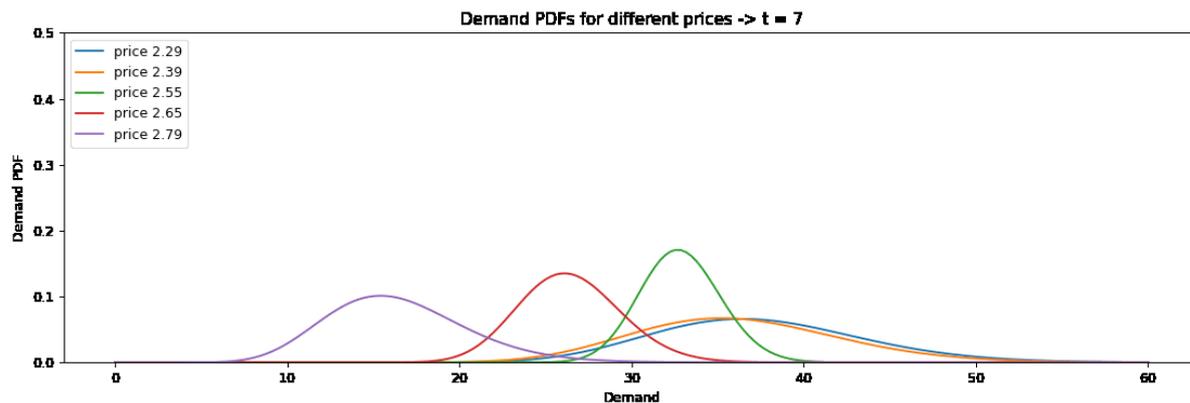


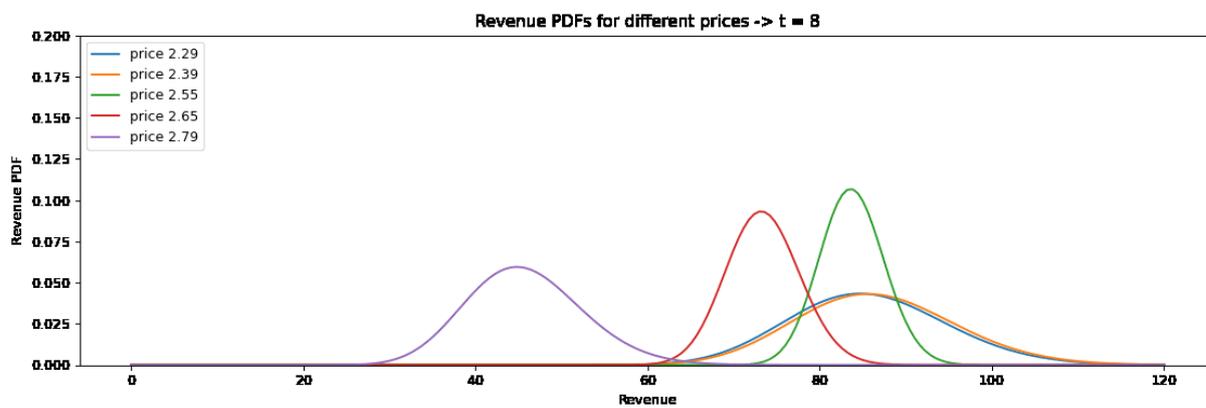
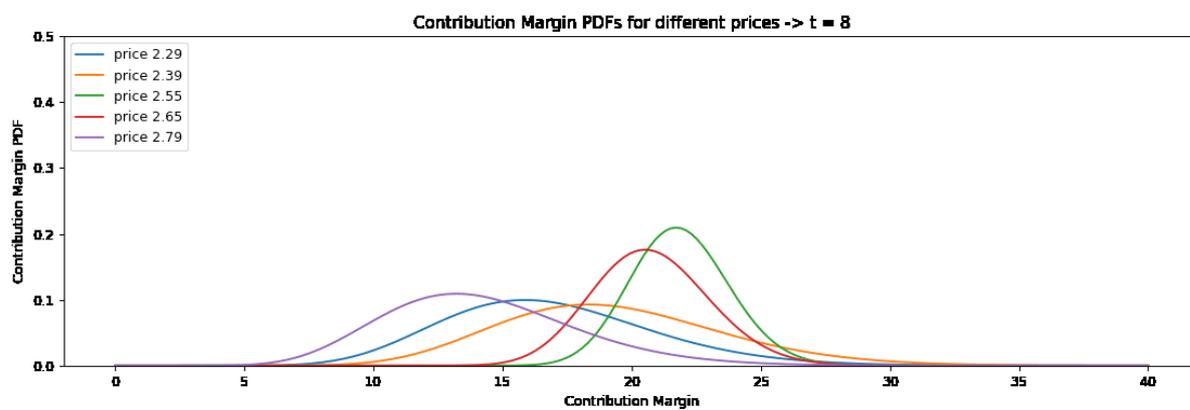
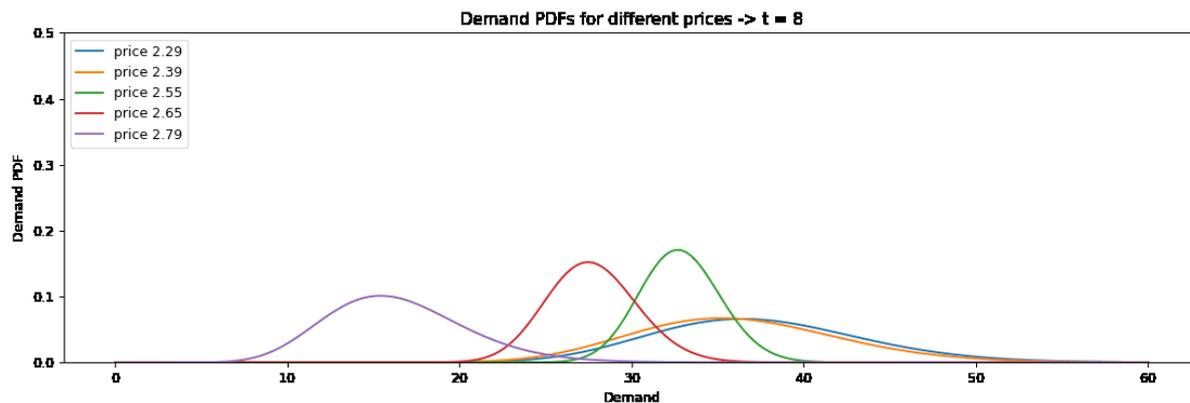


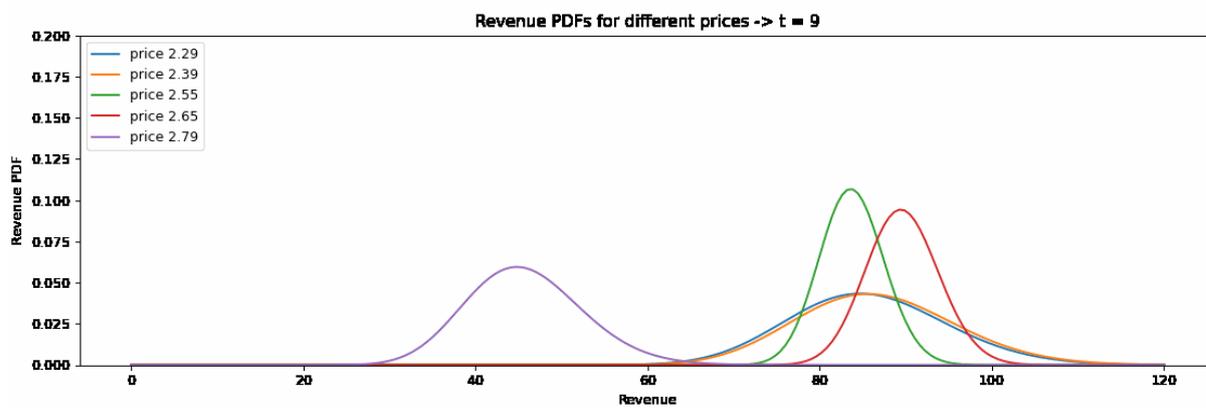
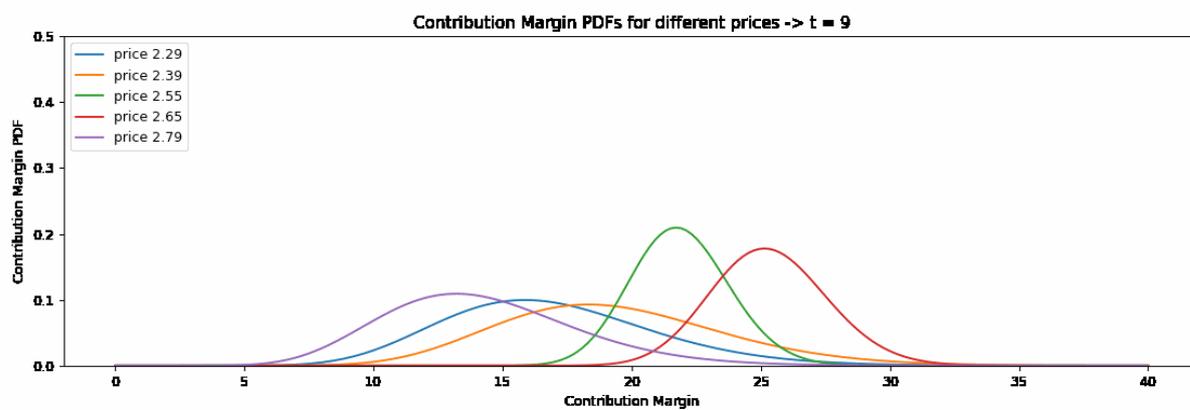
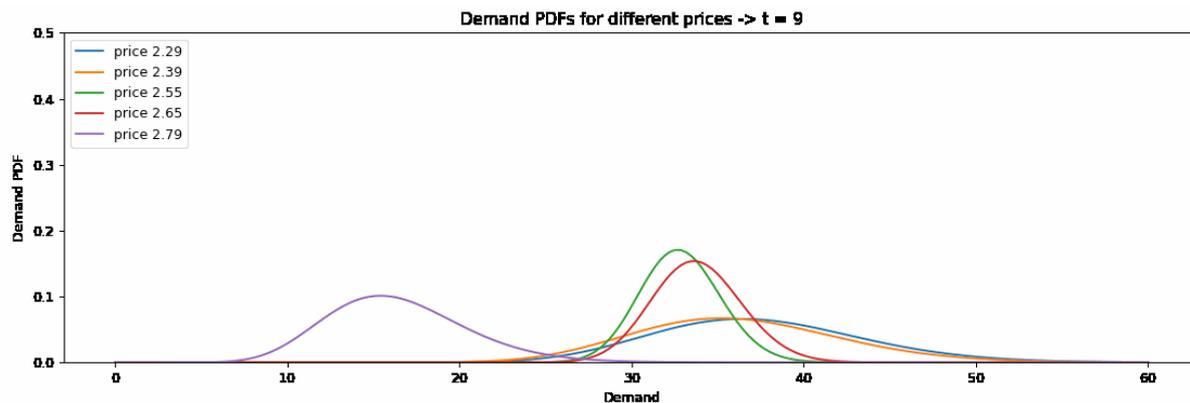


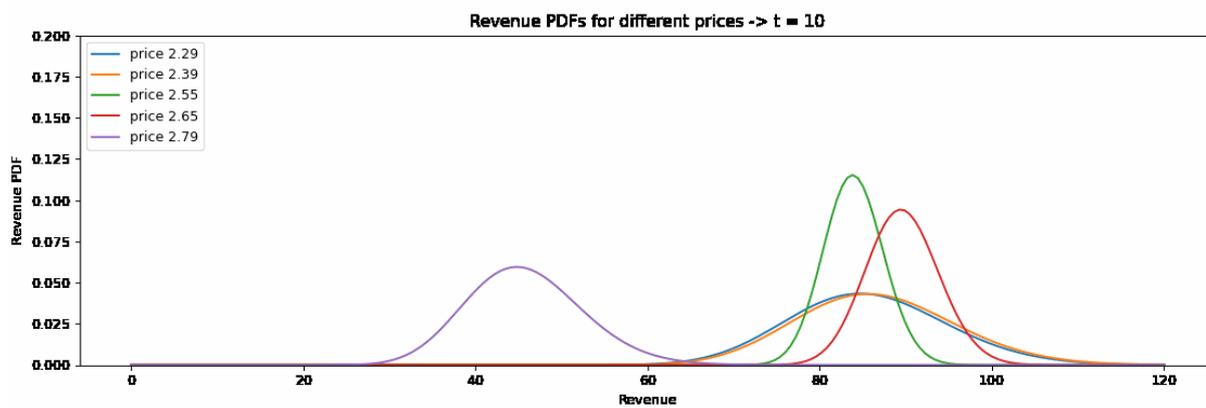
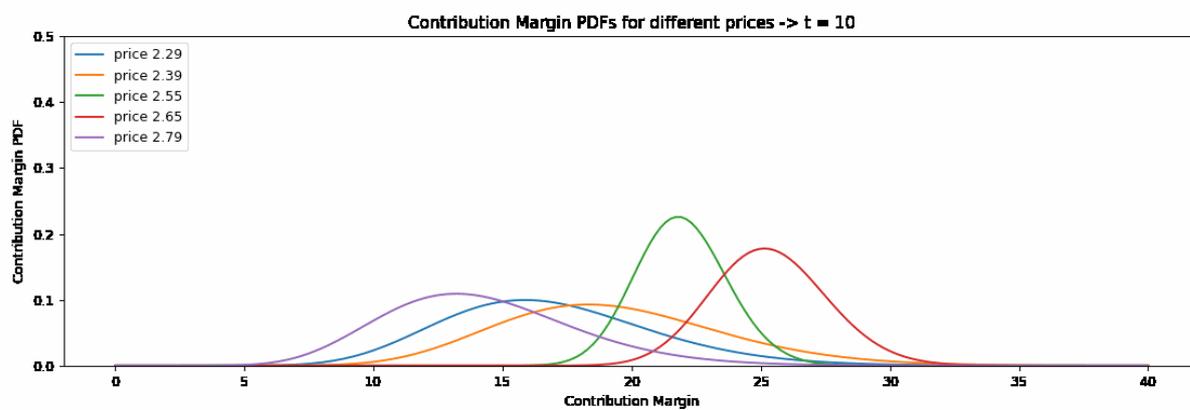
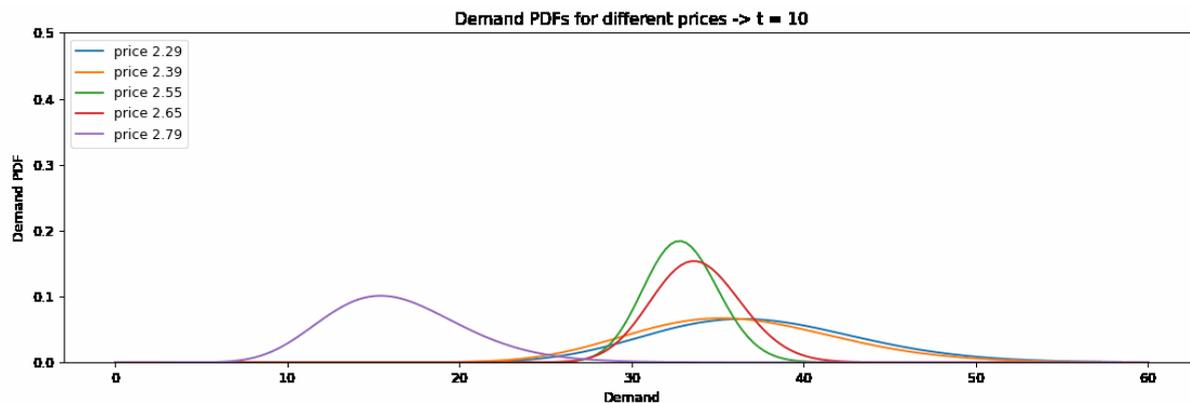


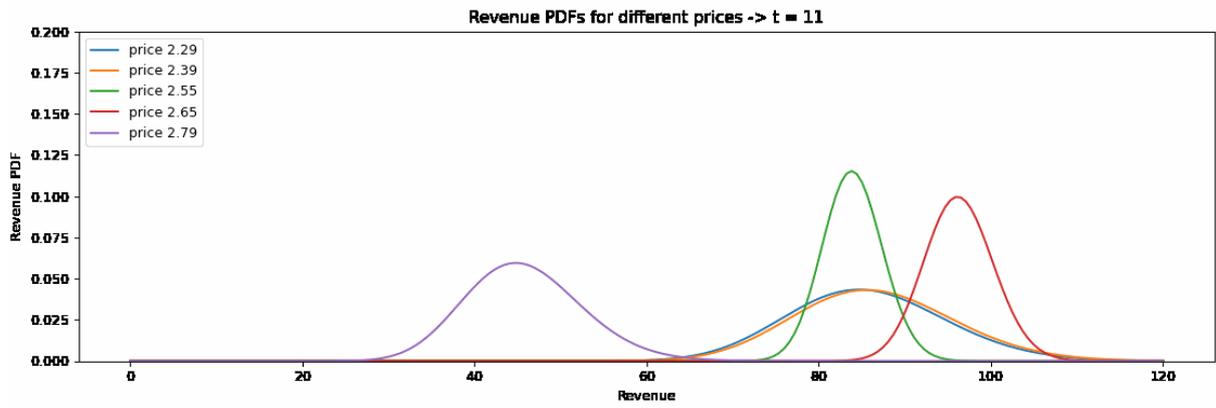
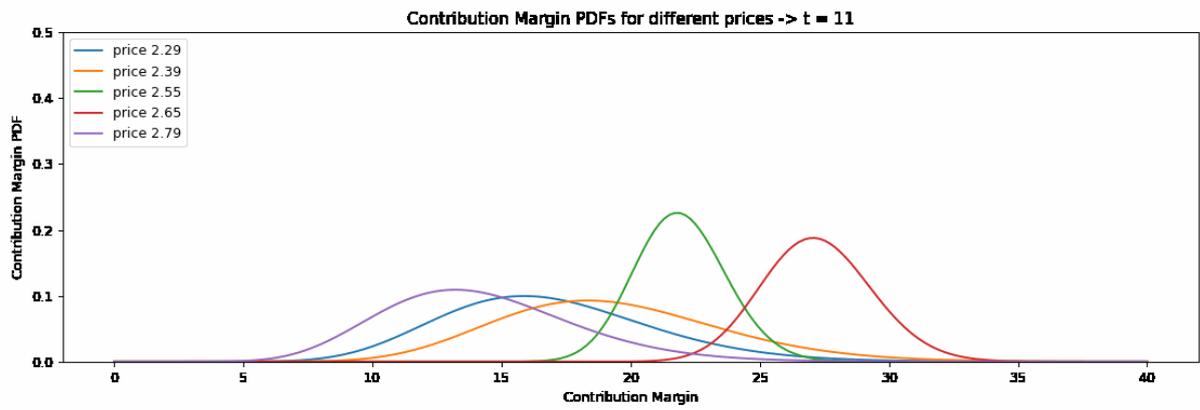
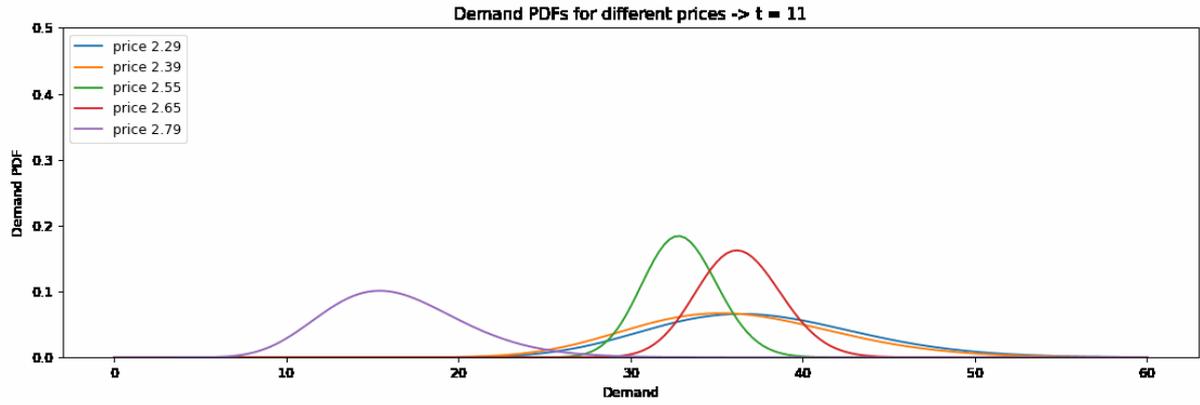


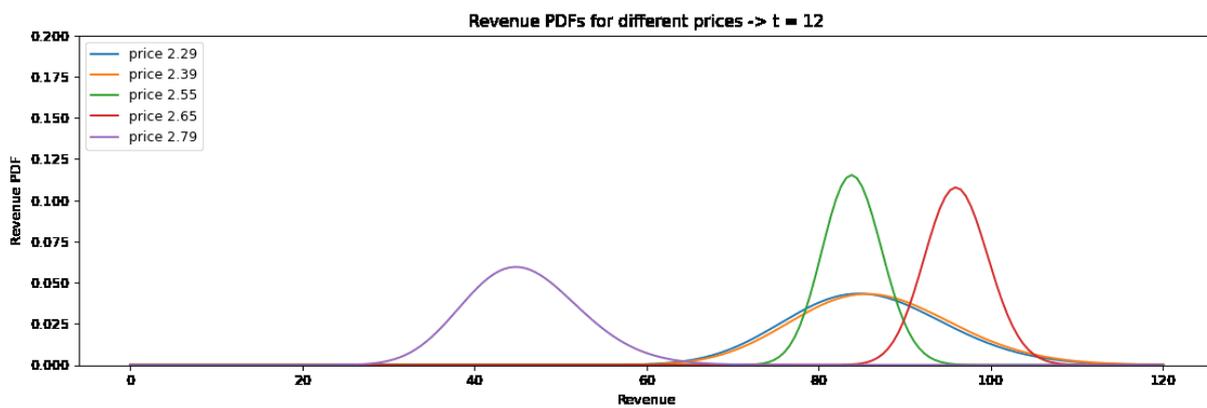
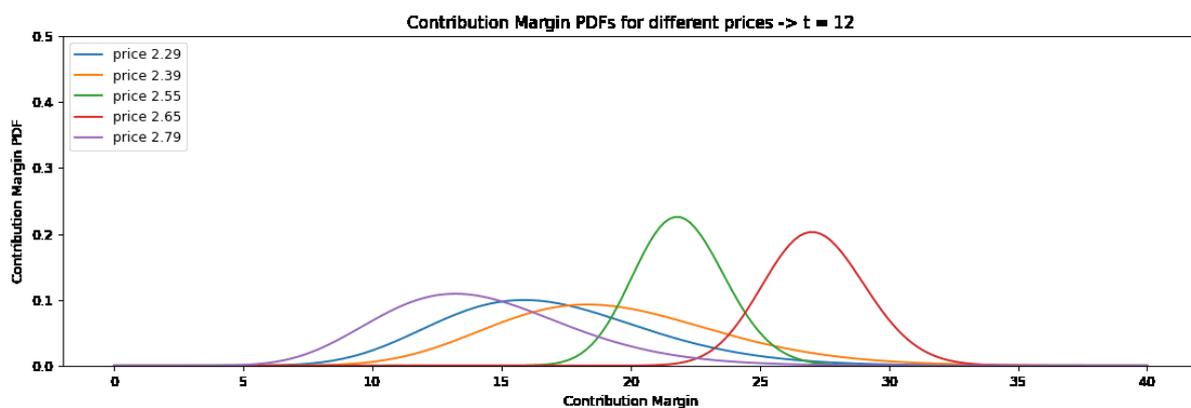
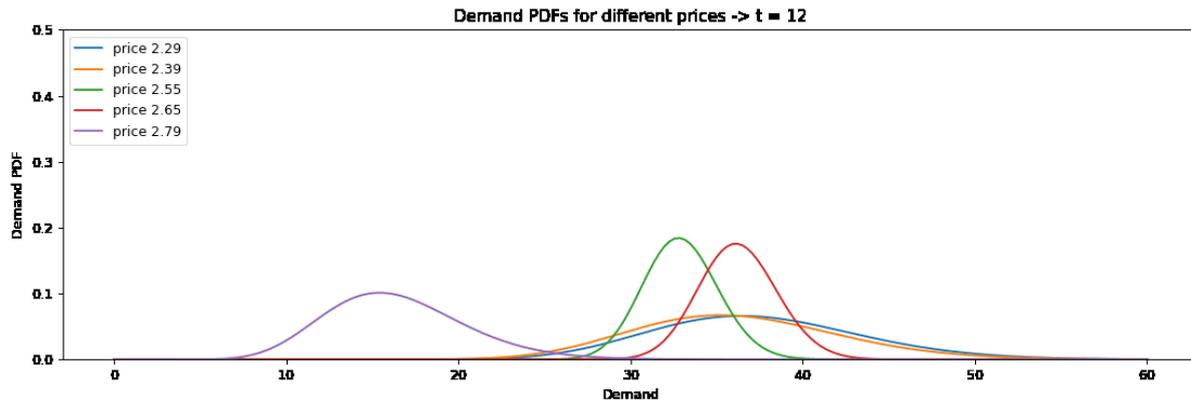


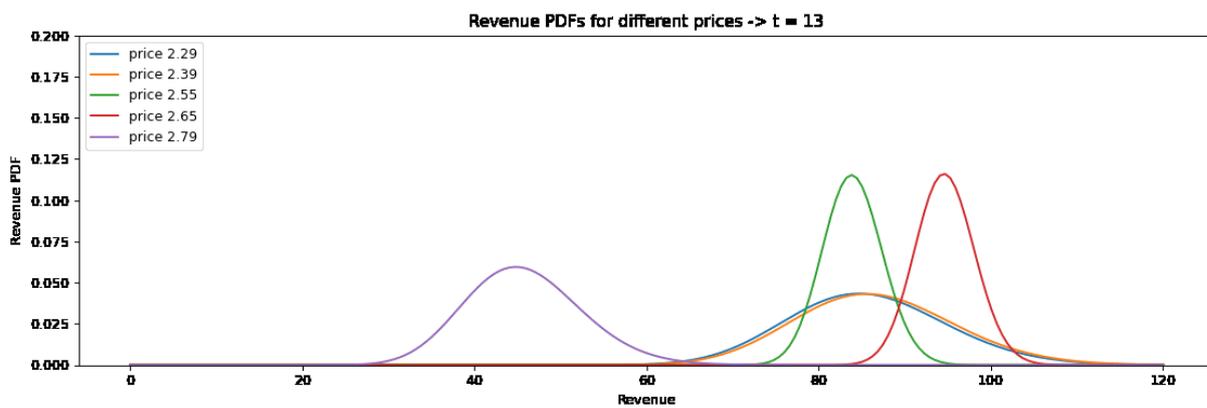
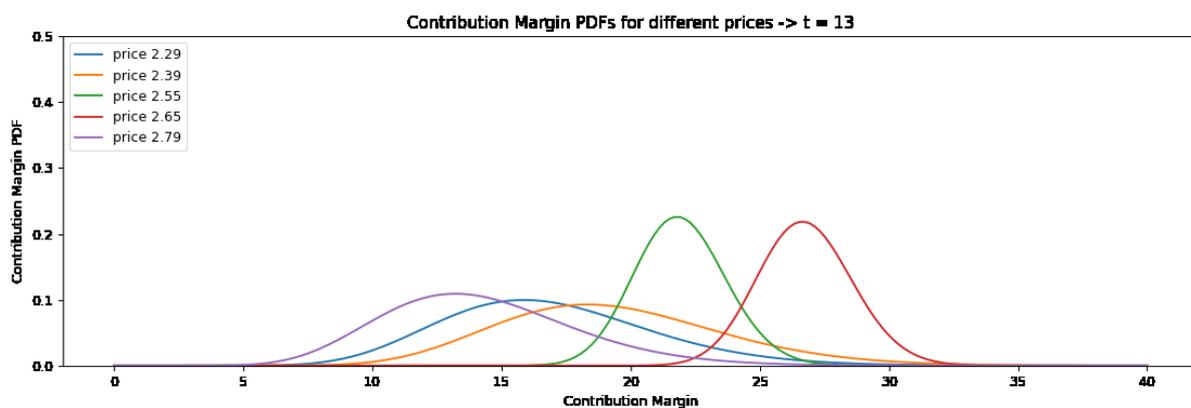
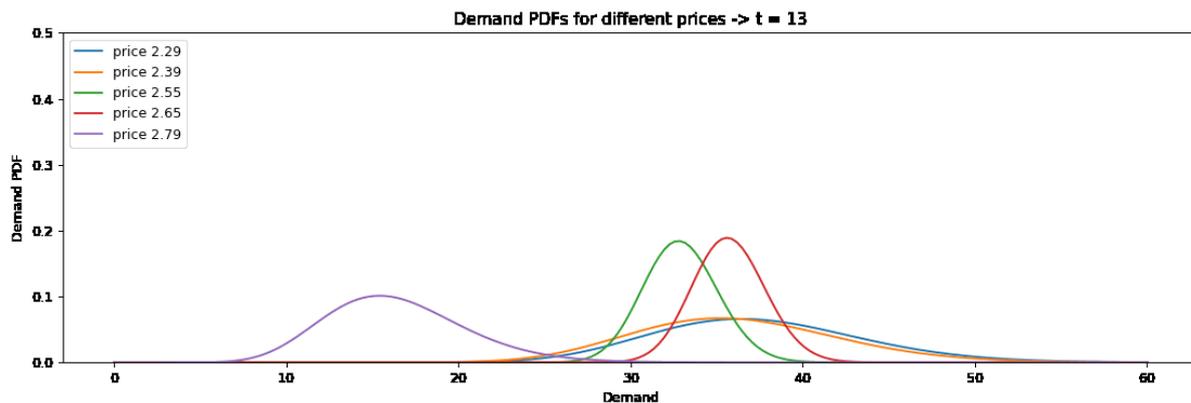


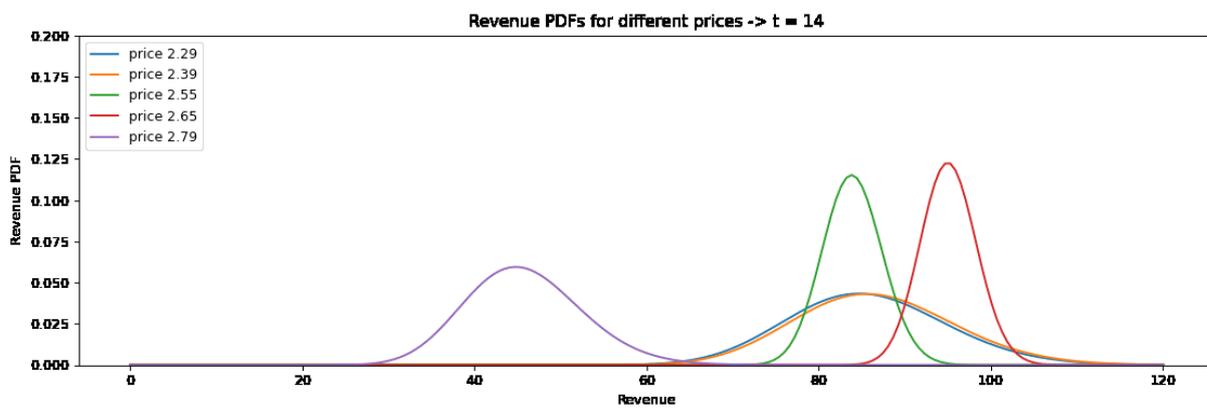
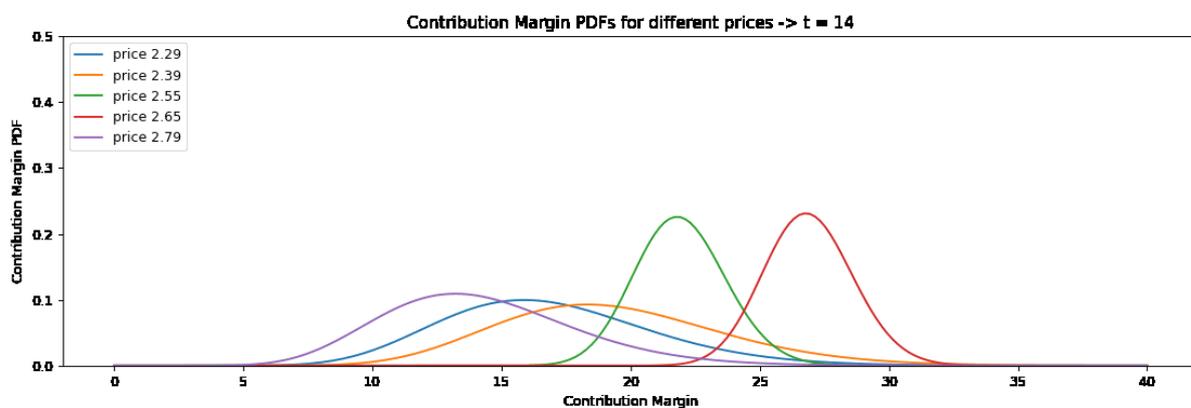
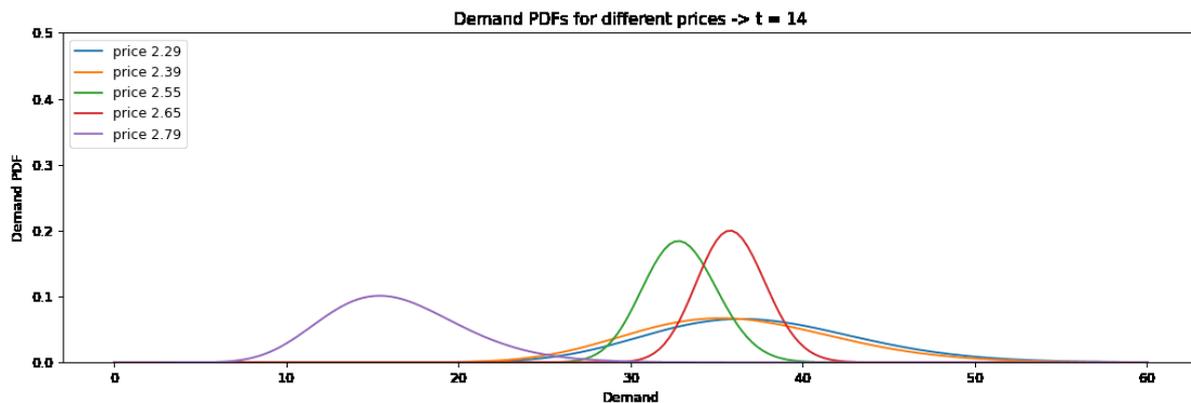


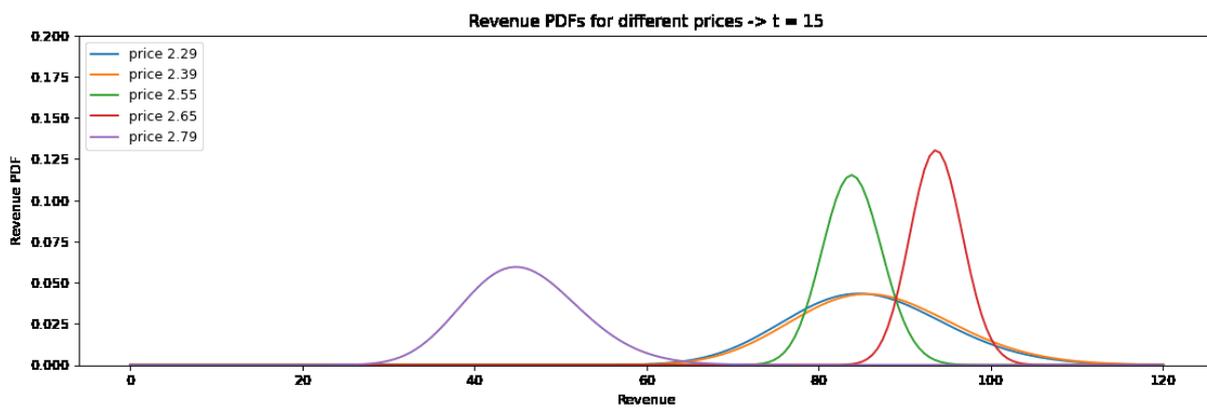
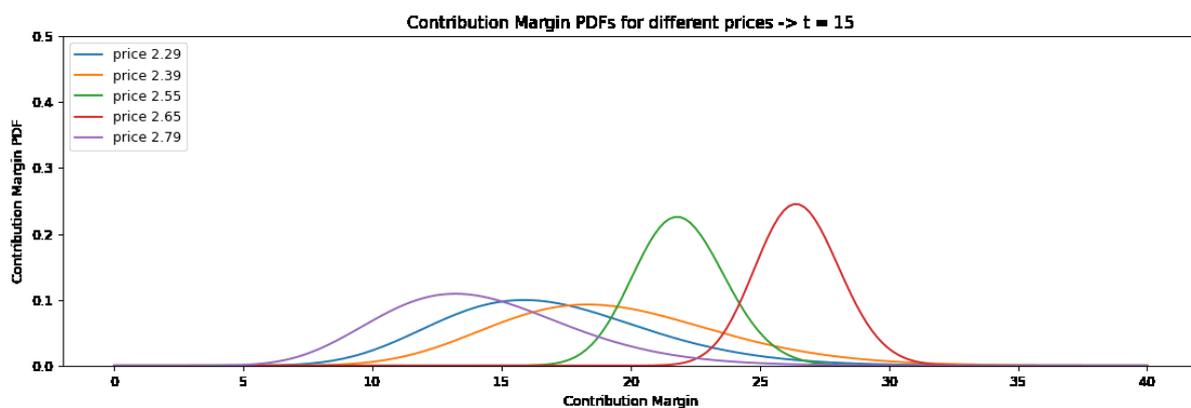
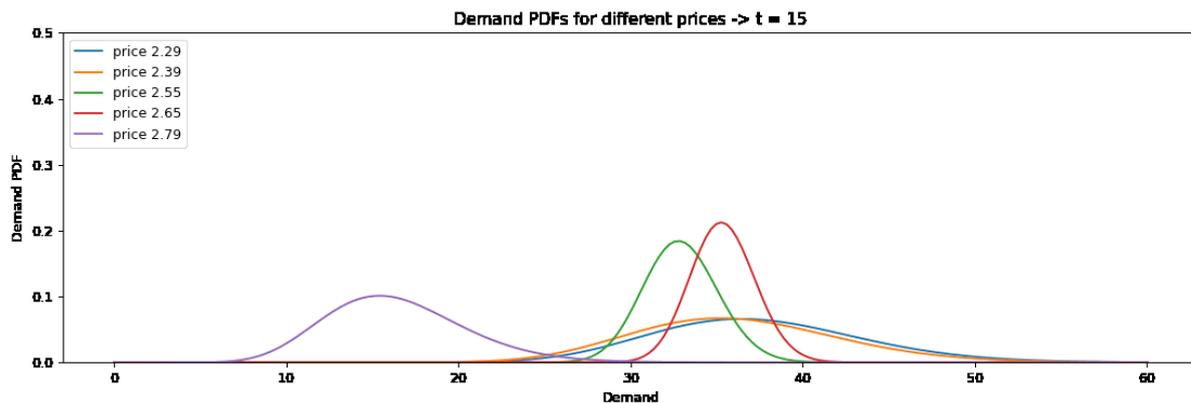


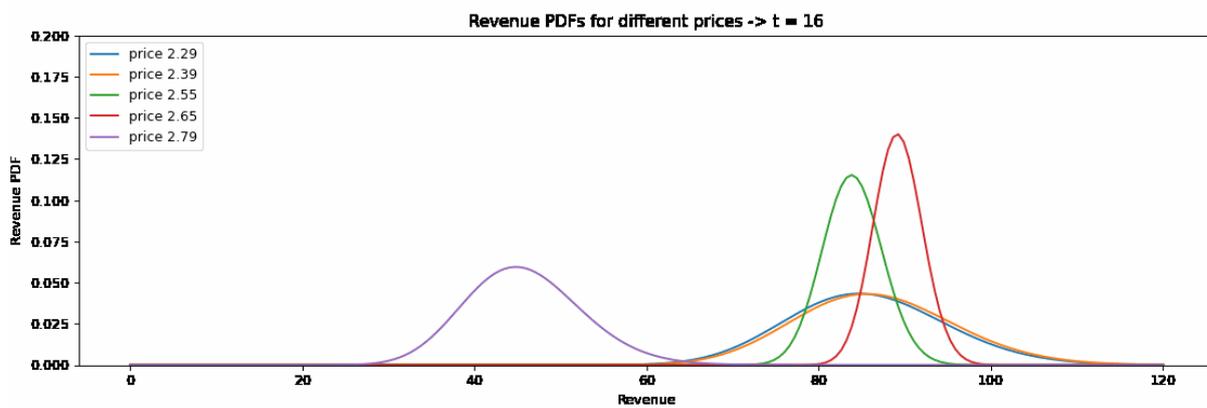
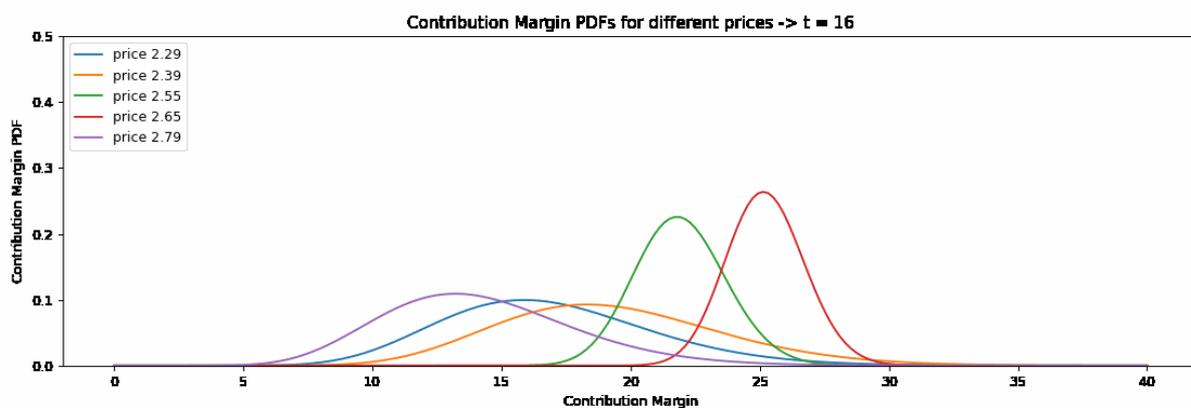
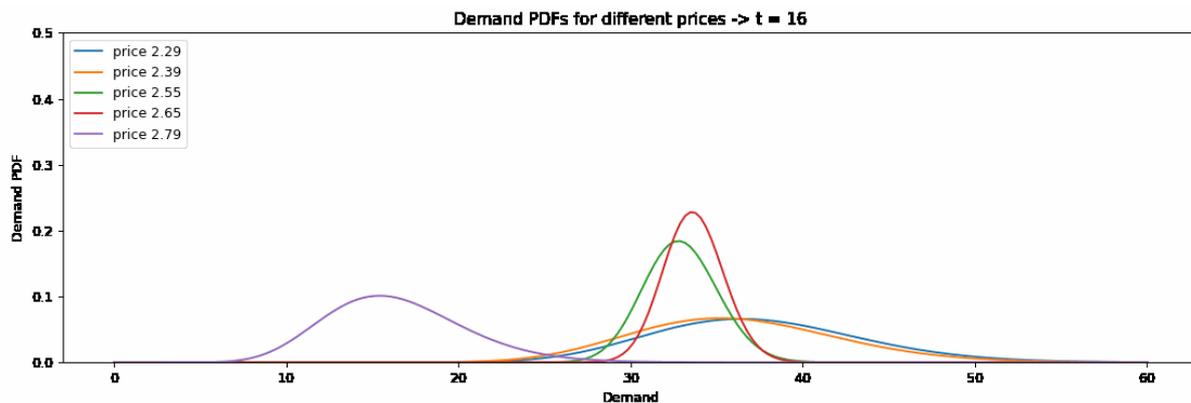


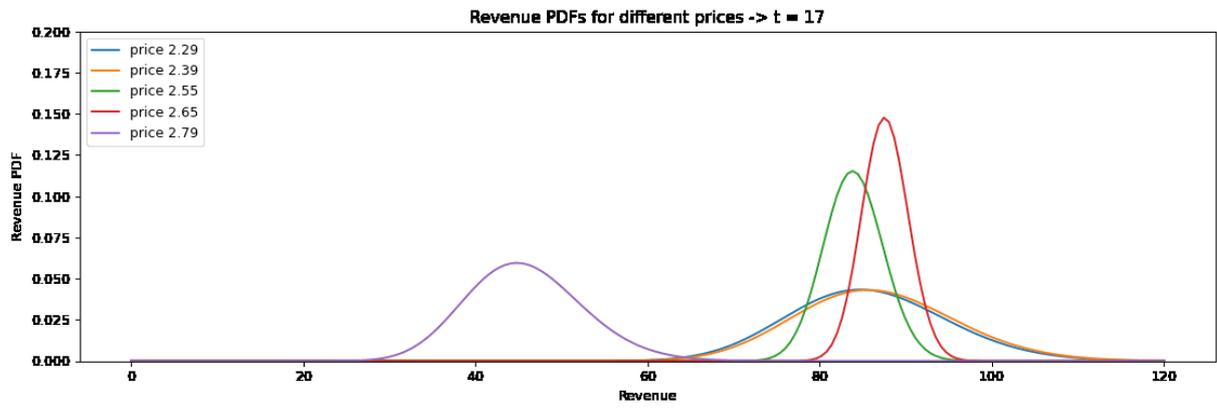
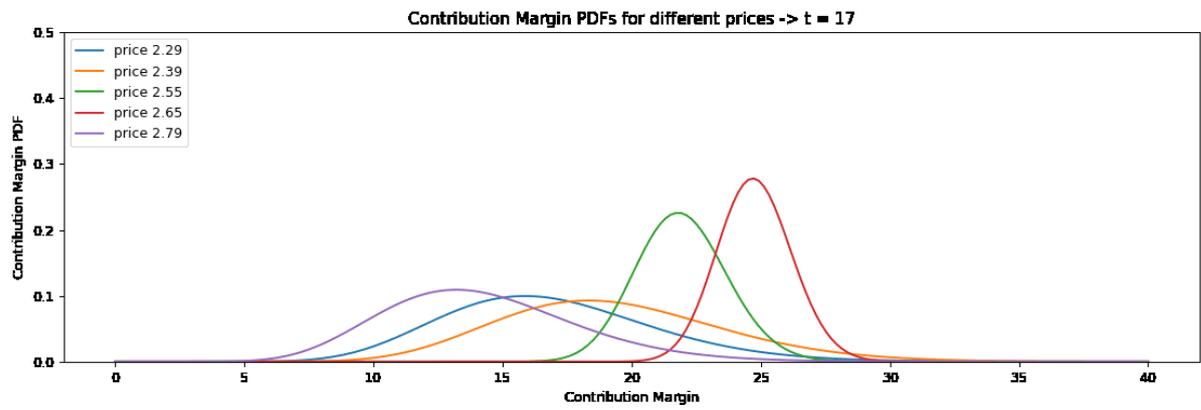
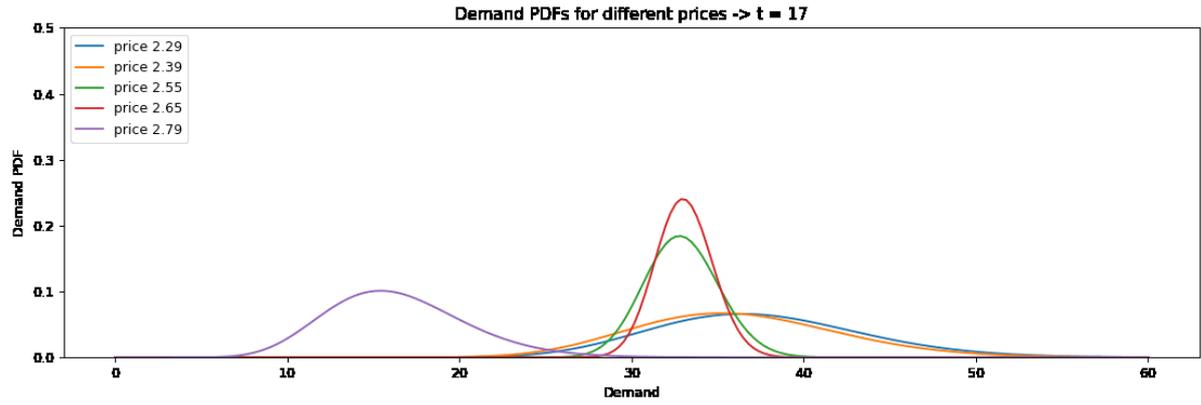


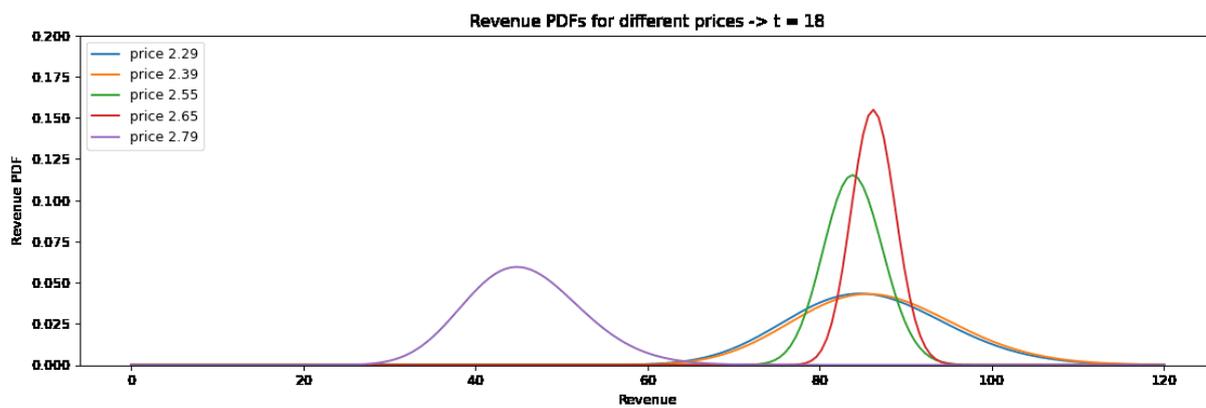
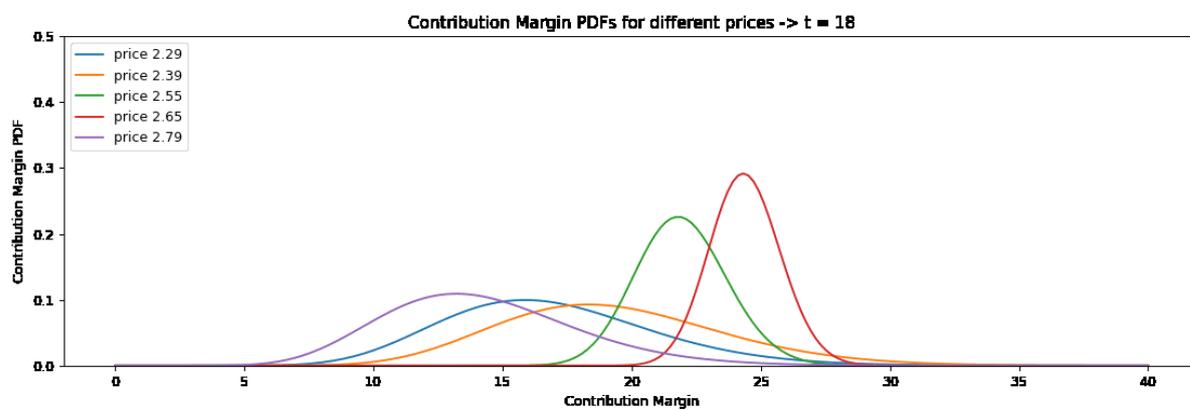
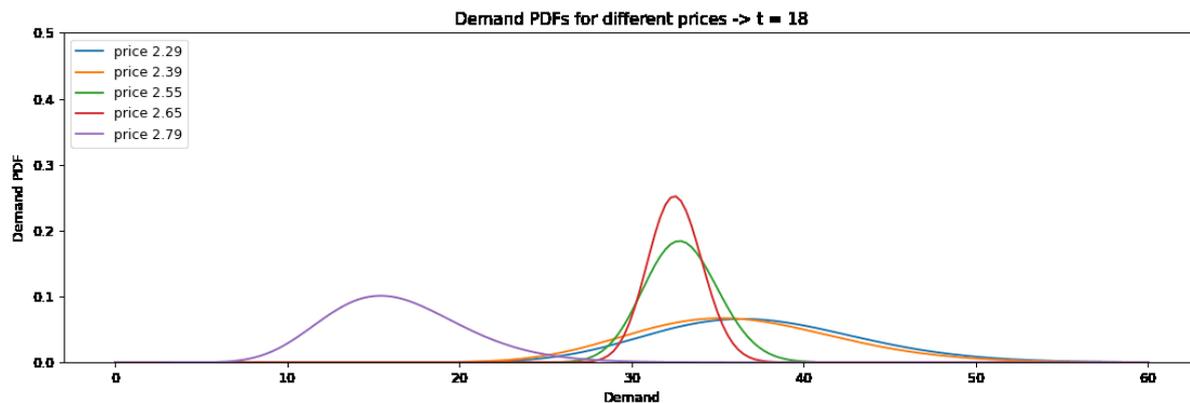


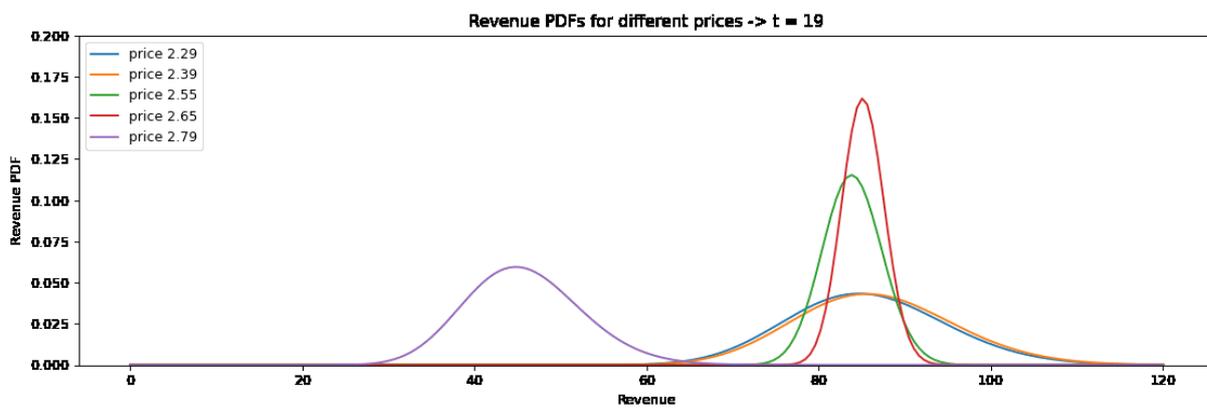
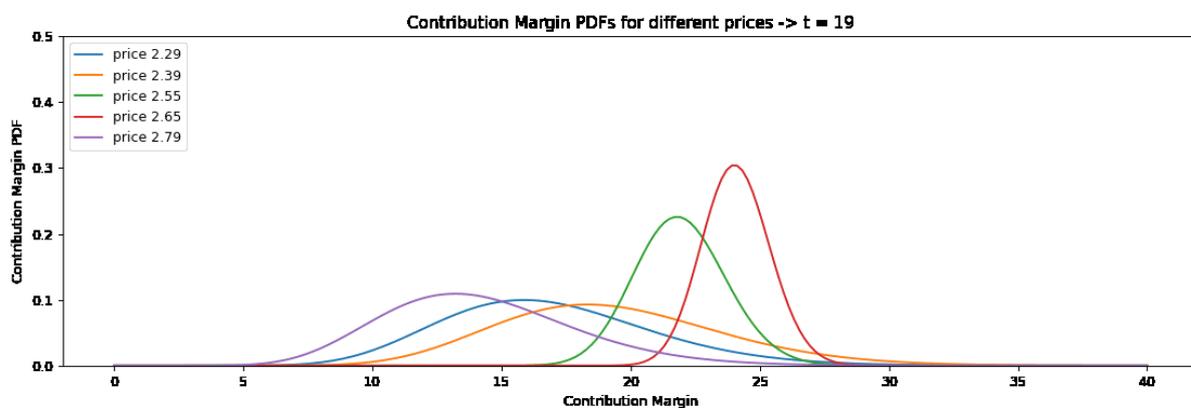
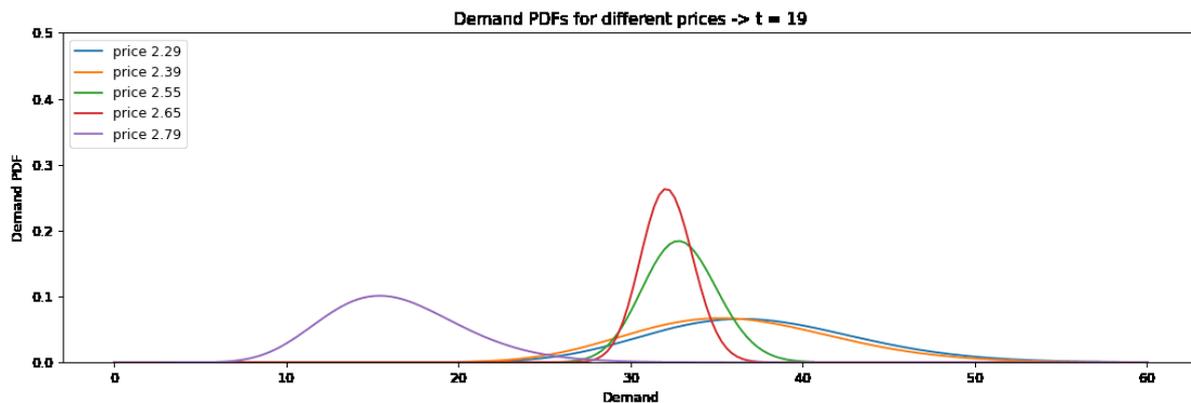


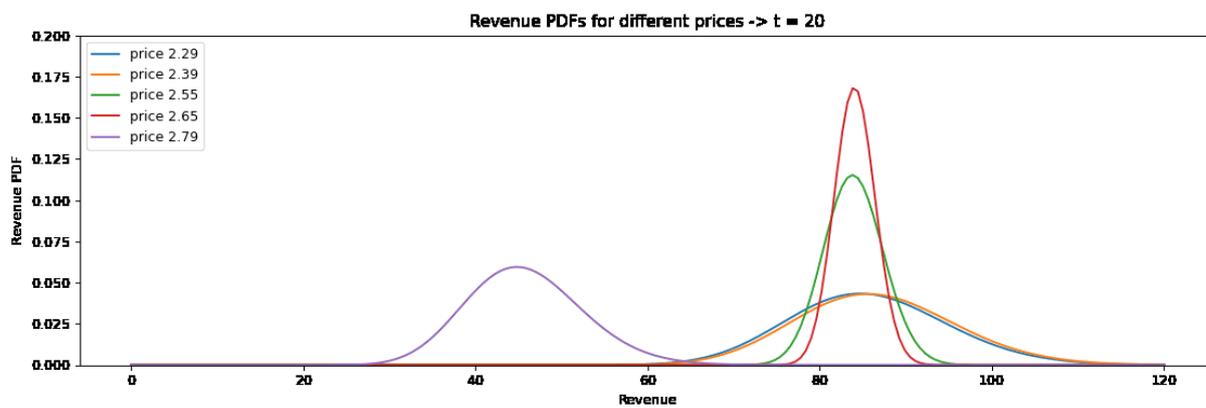
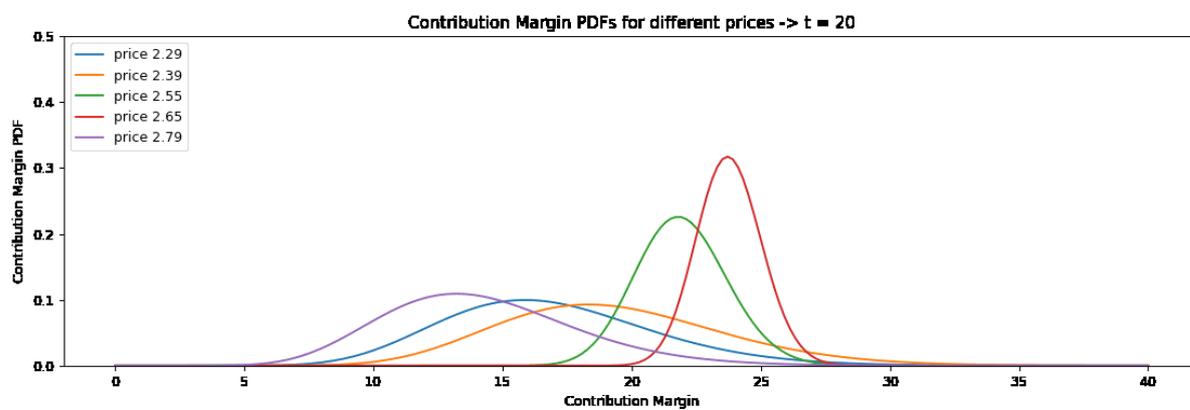
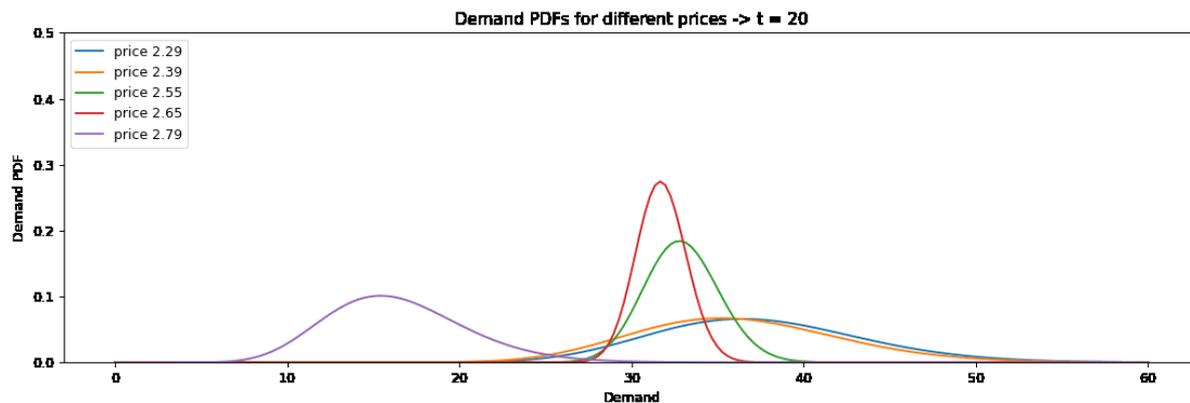


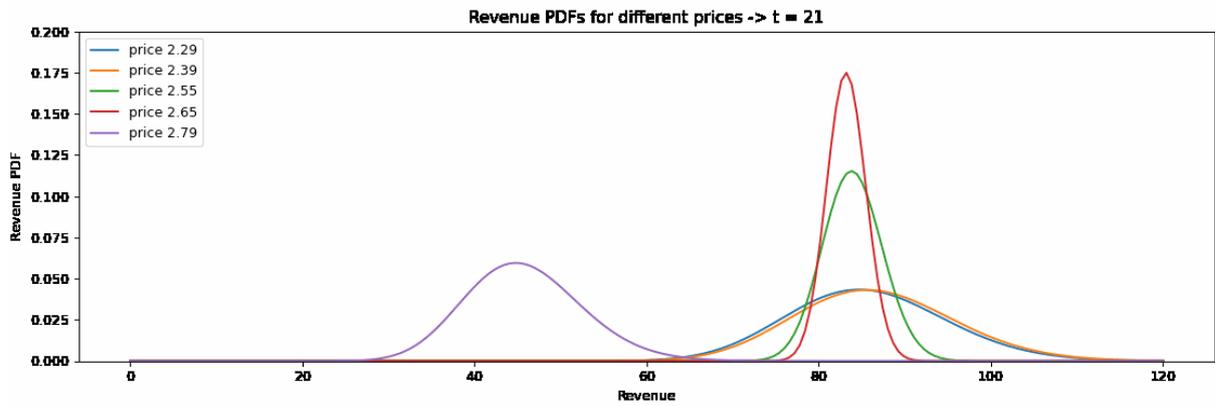
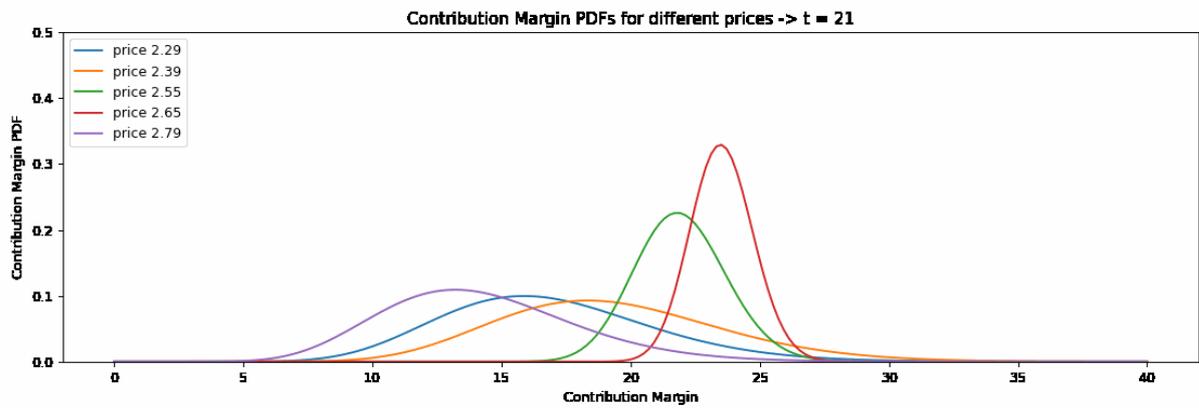
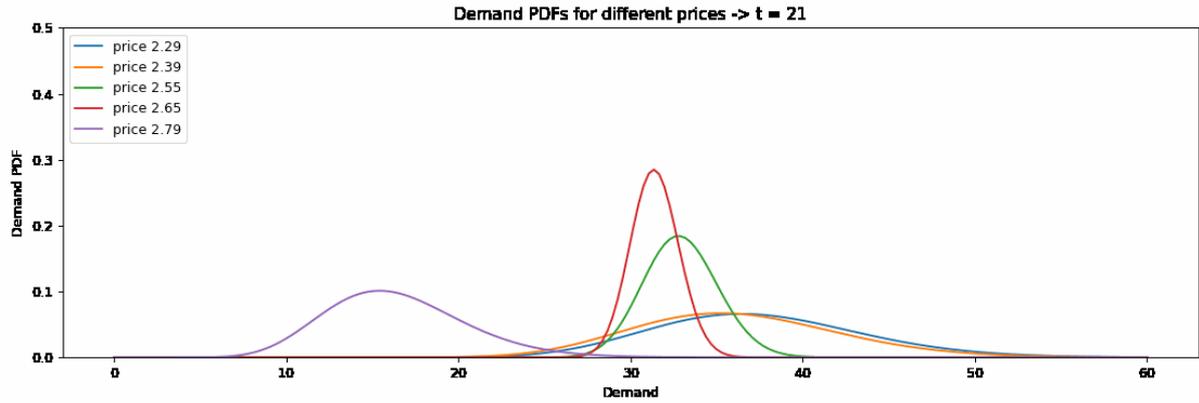


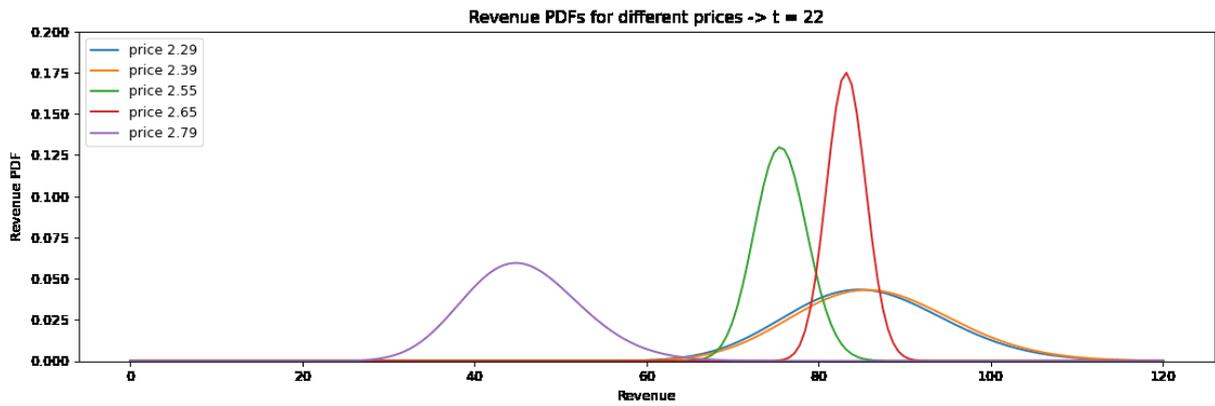
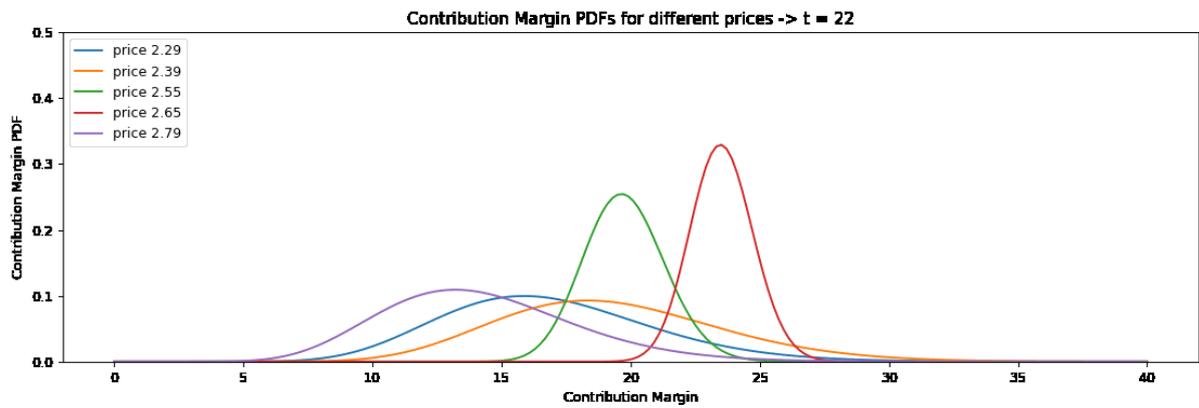
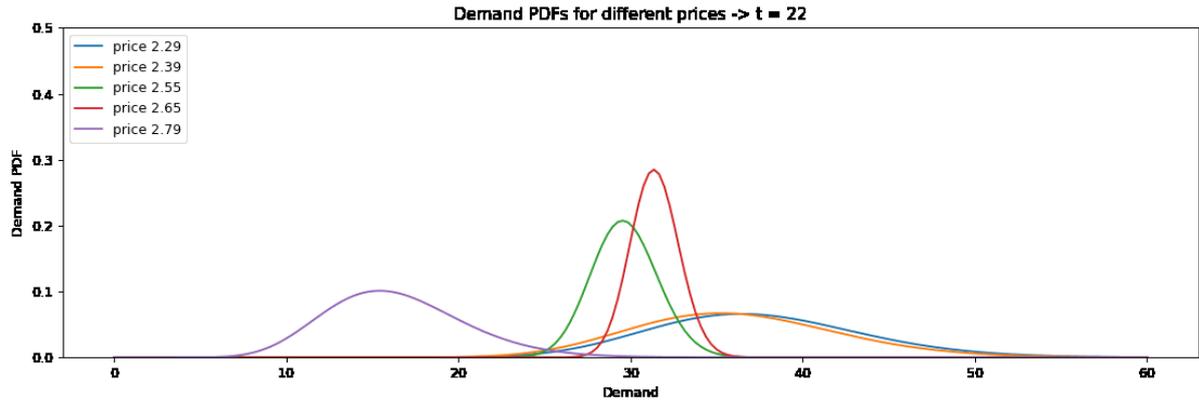


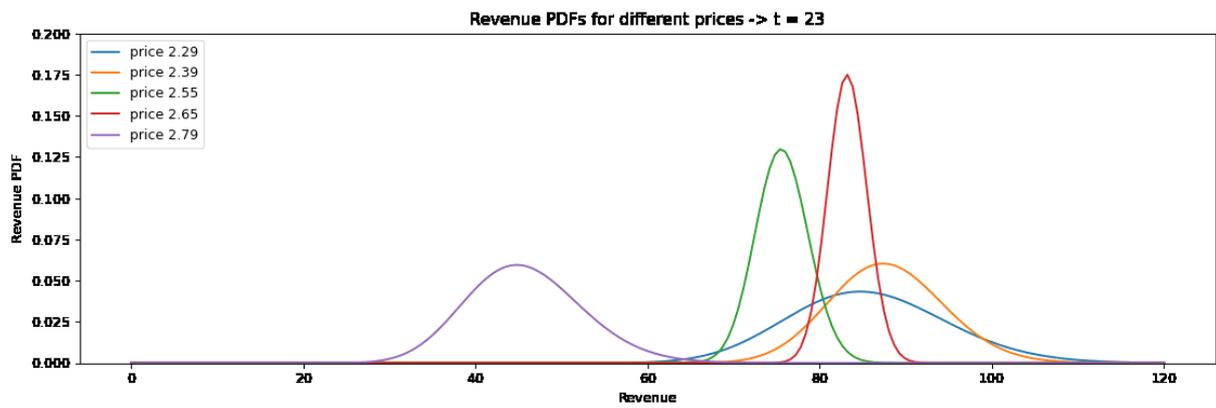
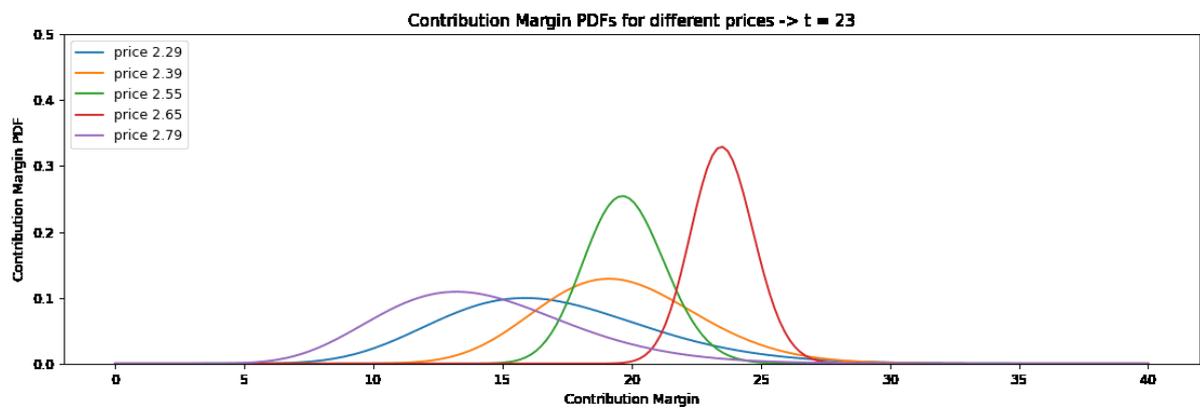
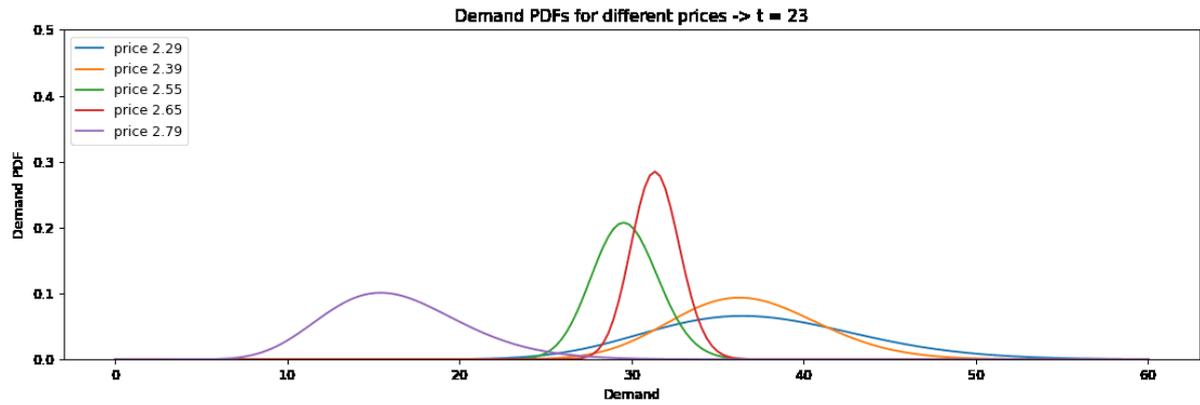


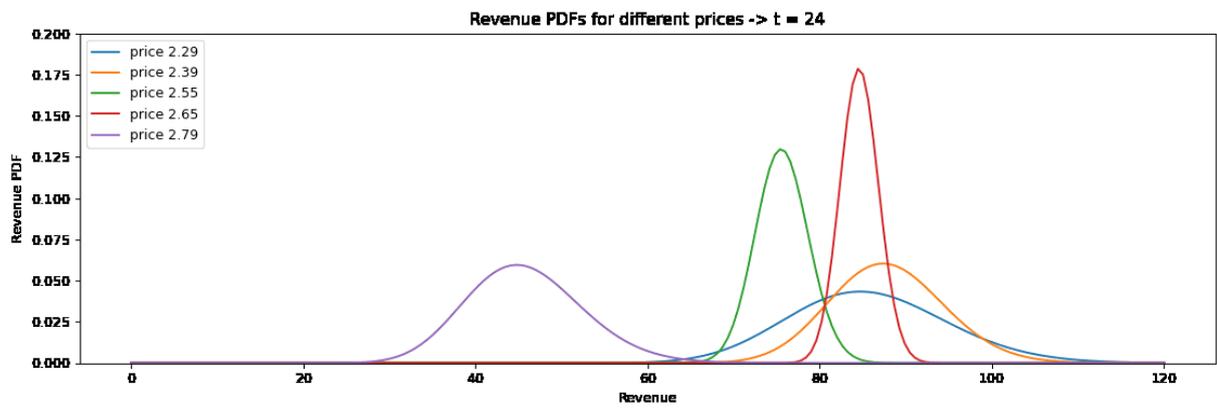
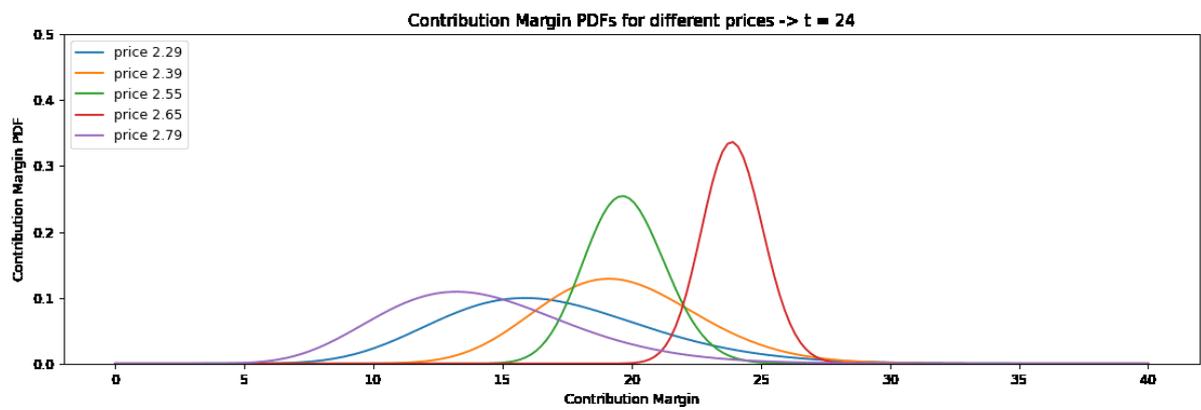
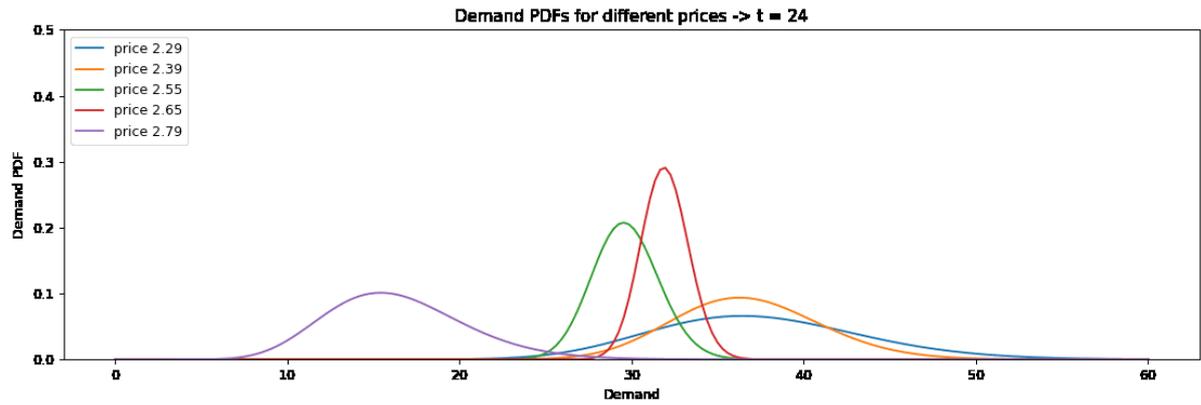




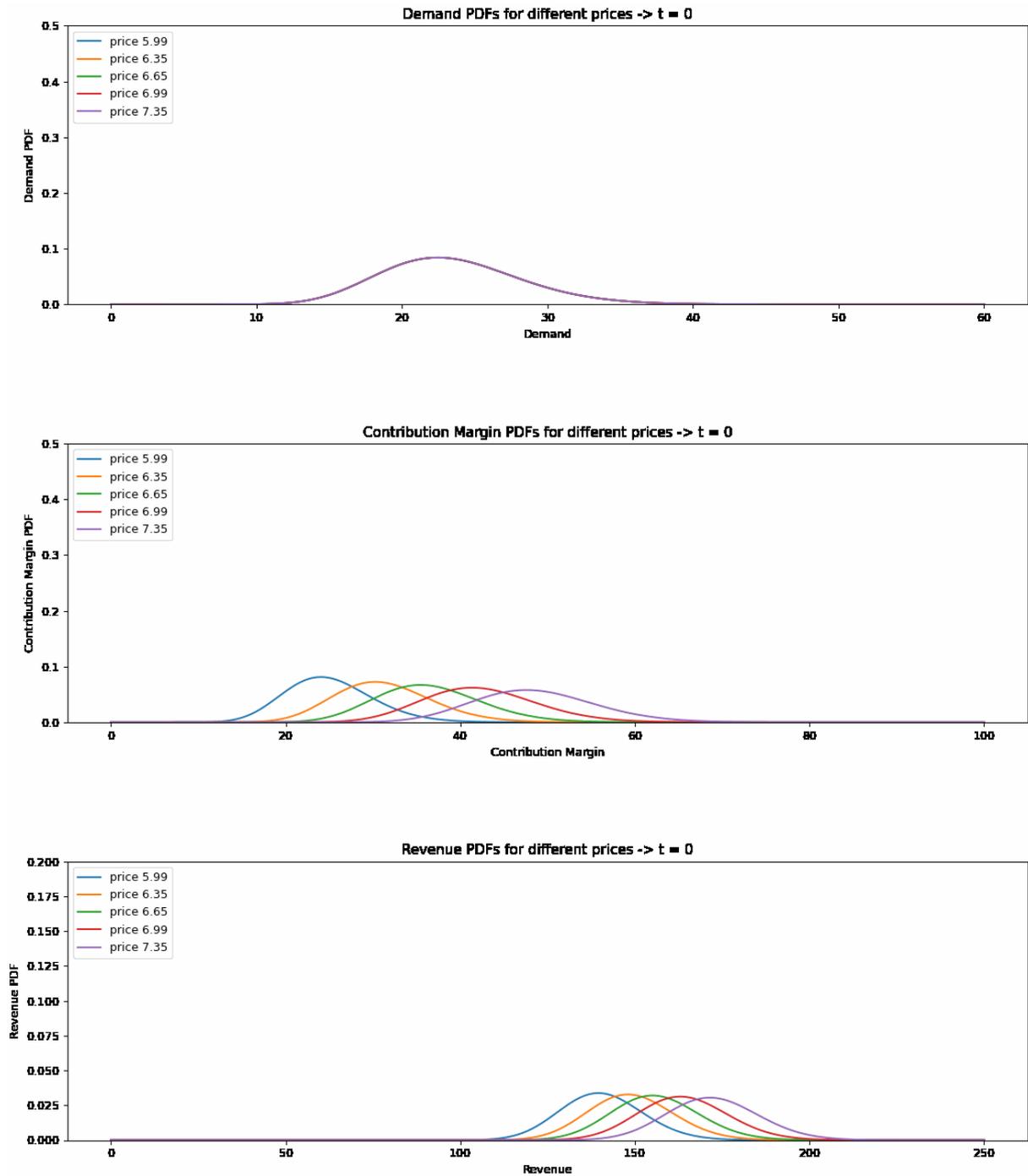


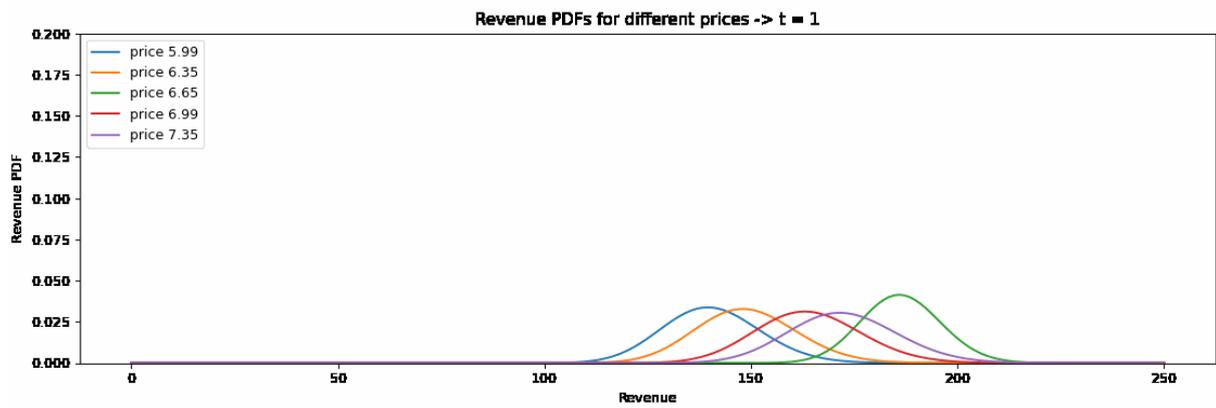
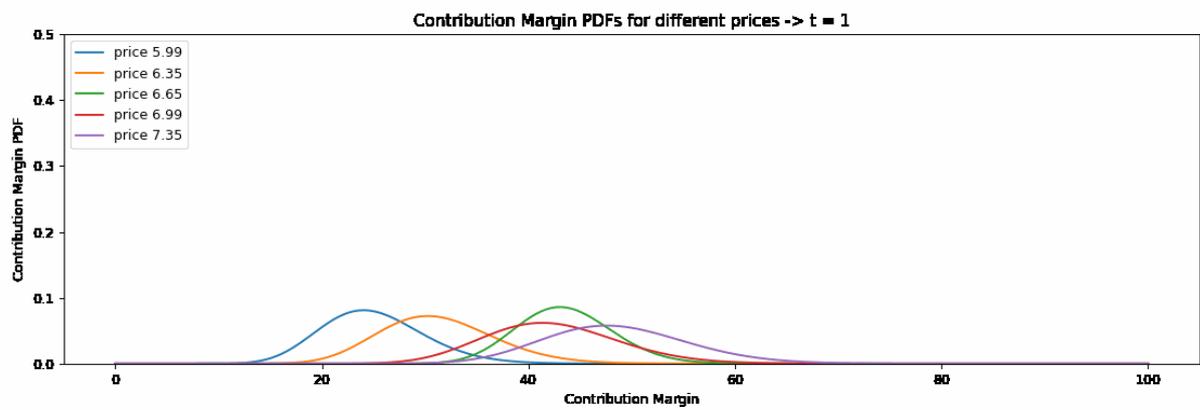
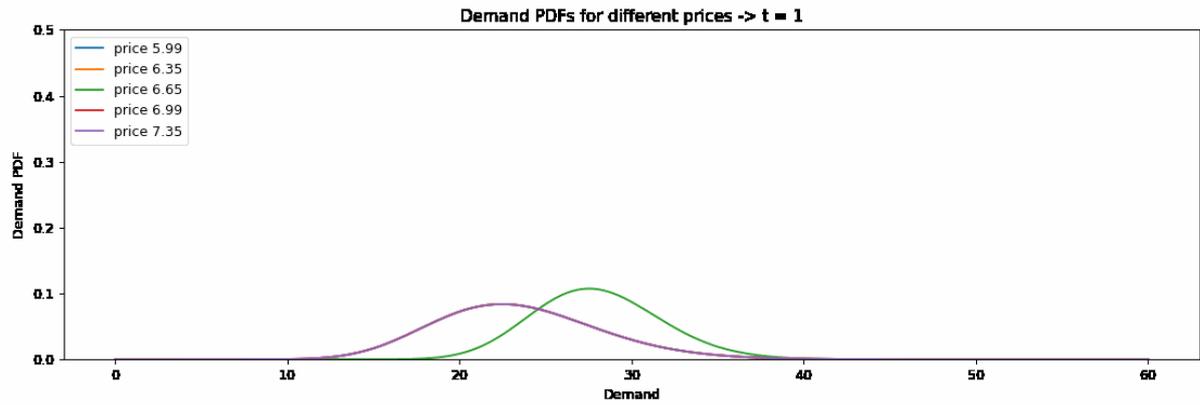


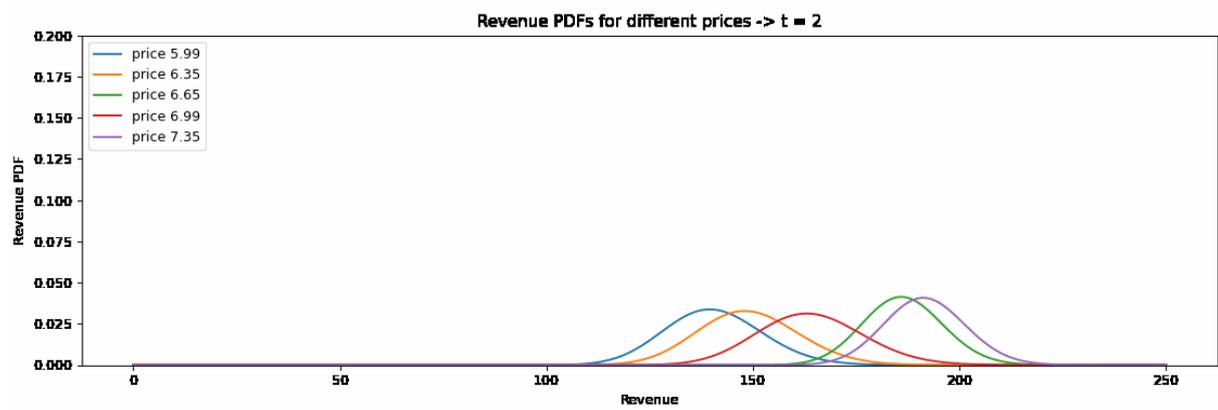
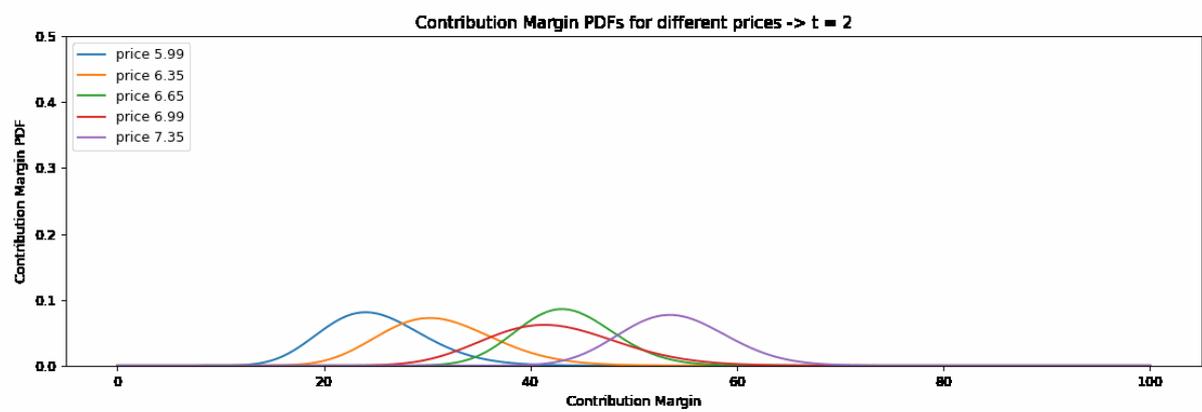
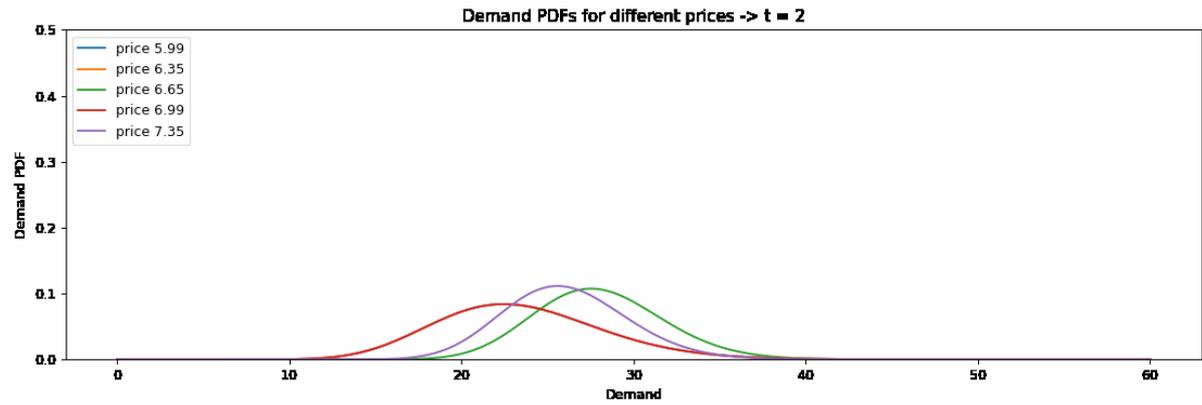


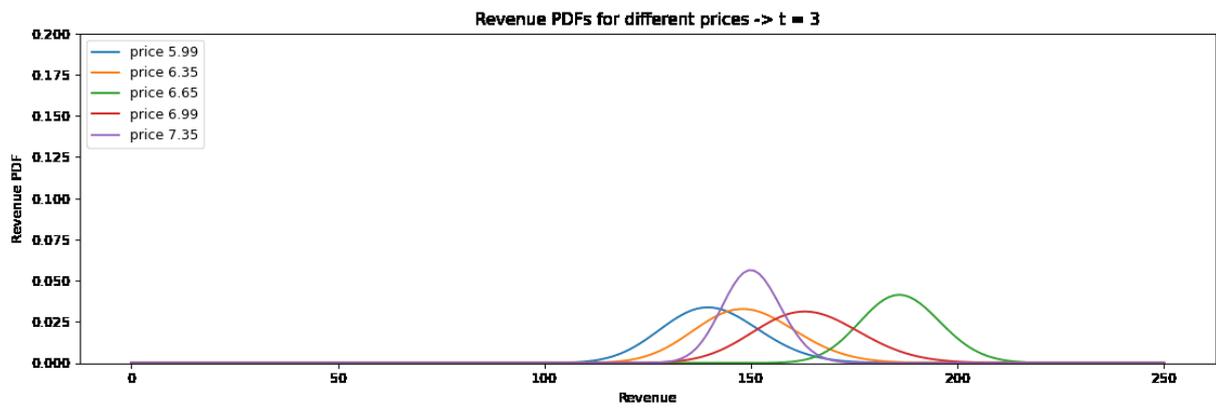
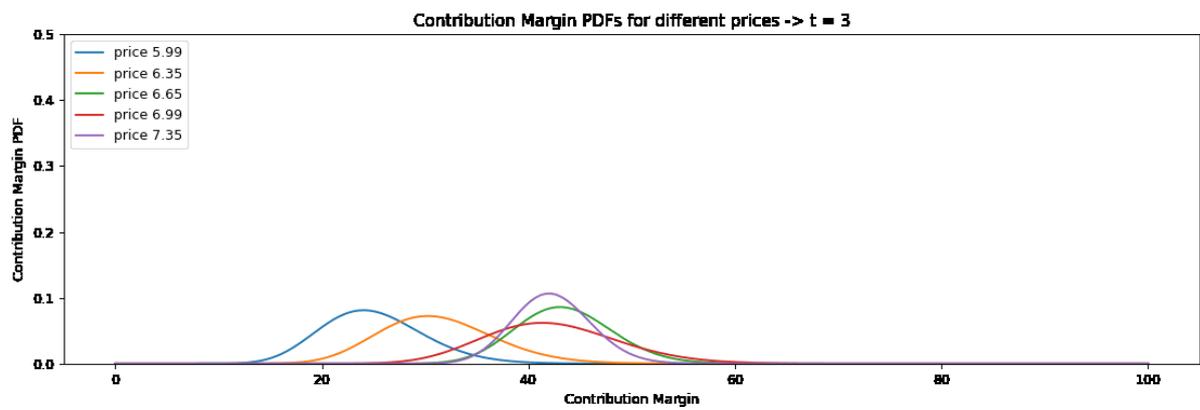
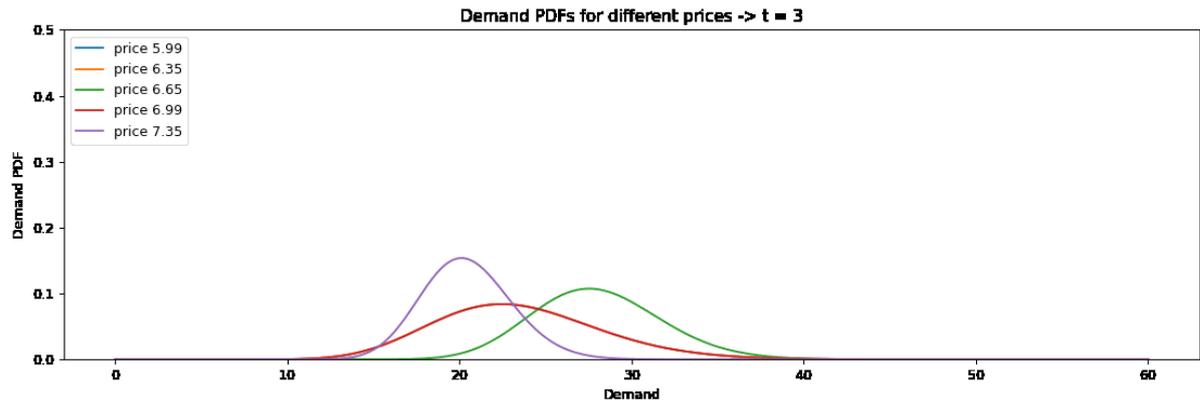


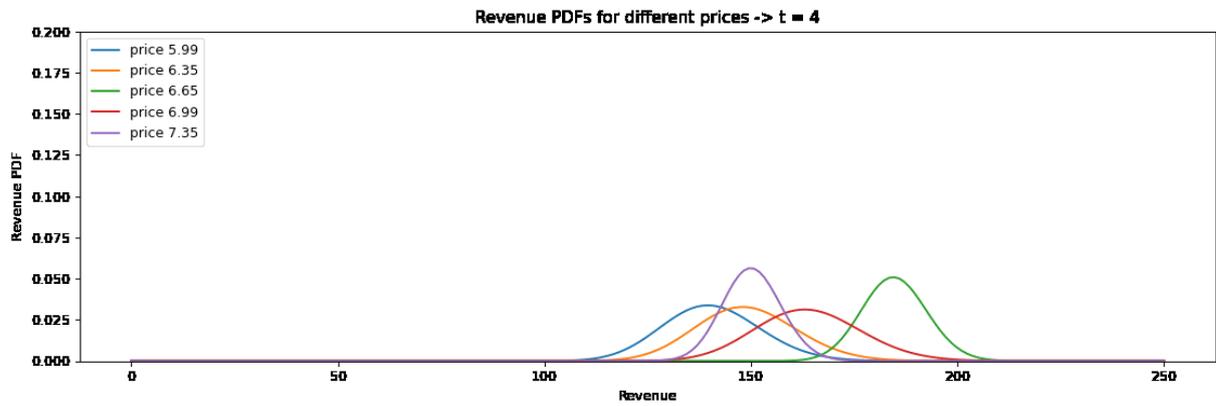
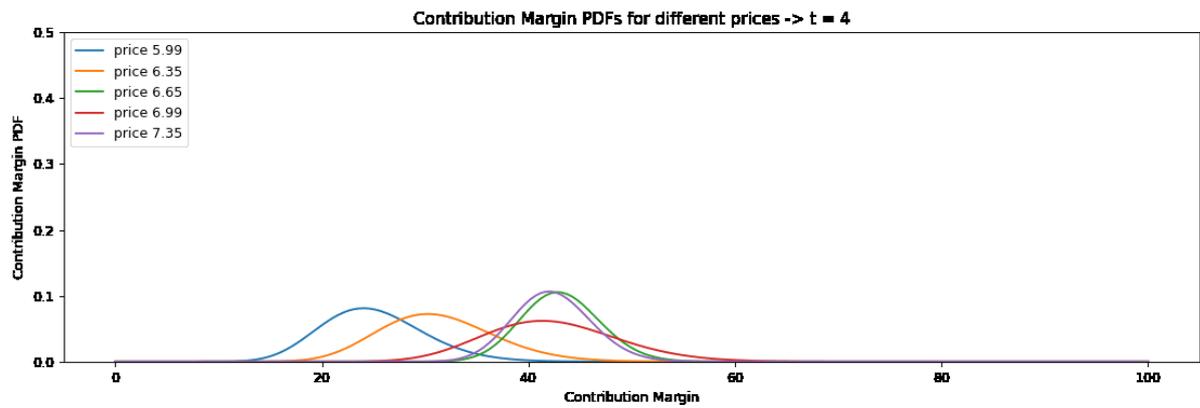
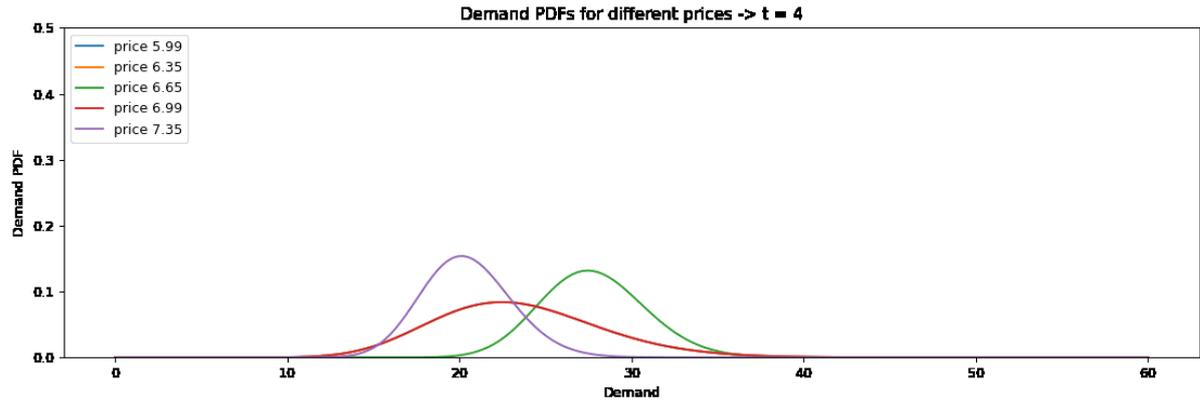
APÊNDICE B – EXECUÇÃO DO EXPERIMENTO PARA A ÁGUA SANITÁRIA

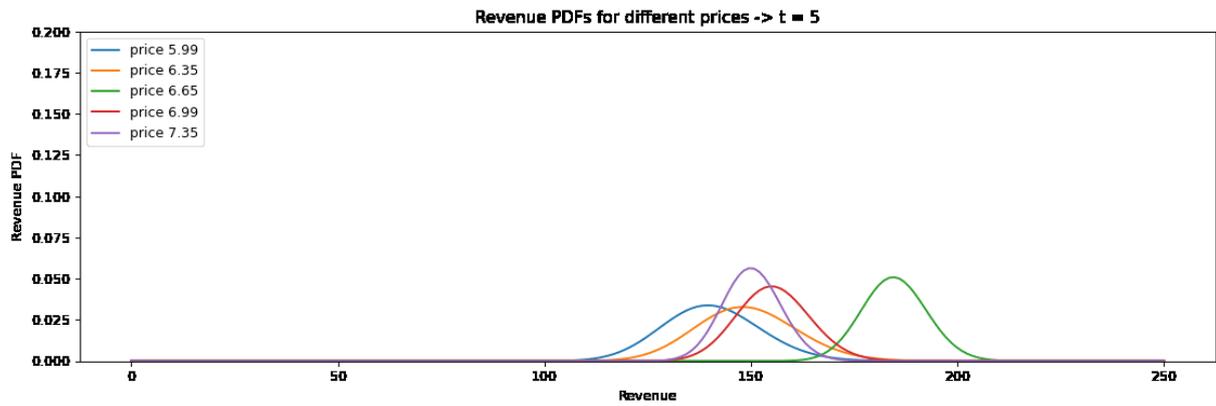
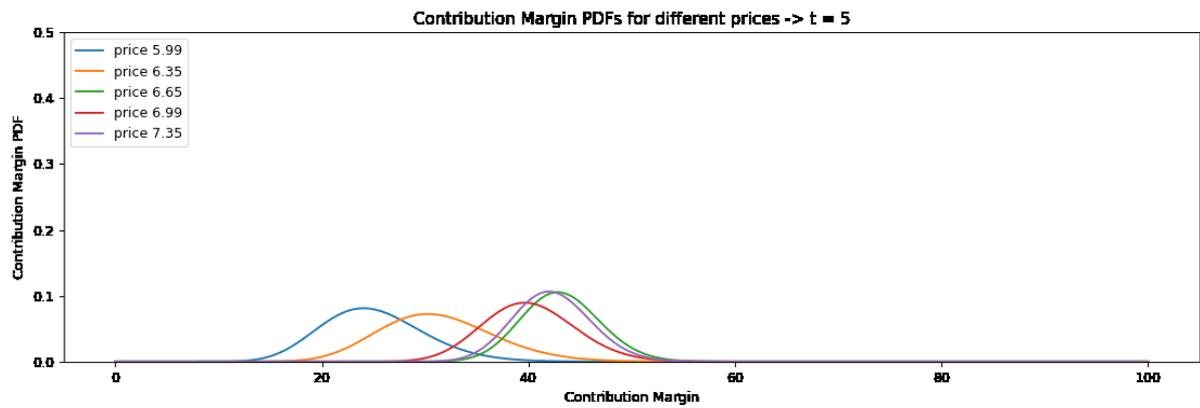
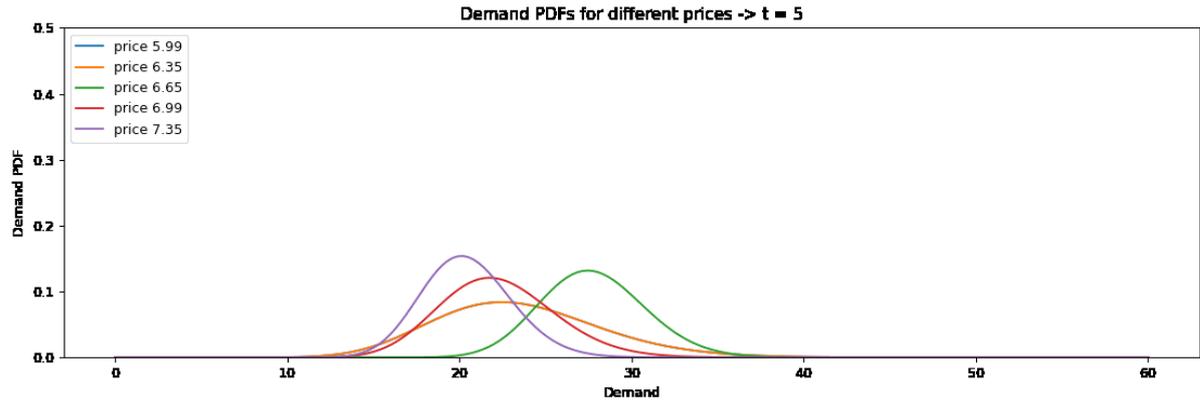


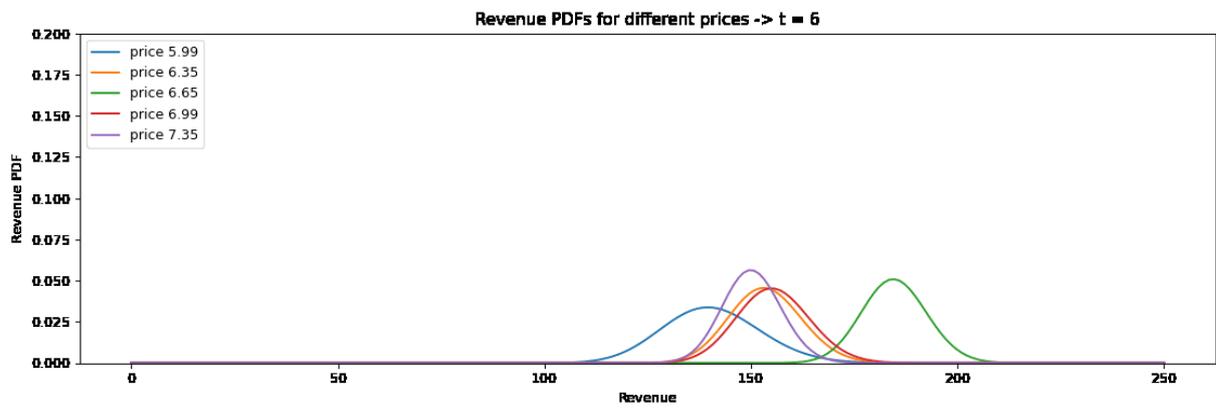
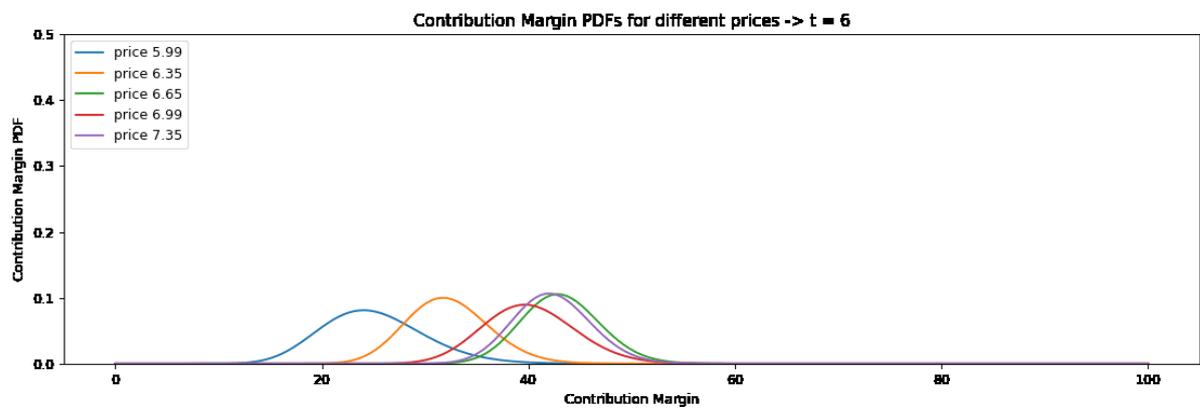
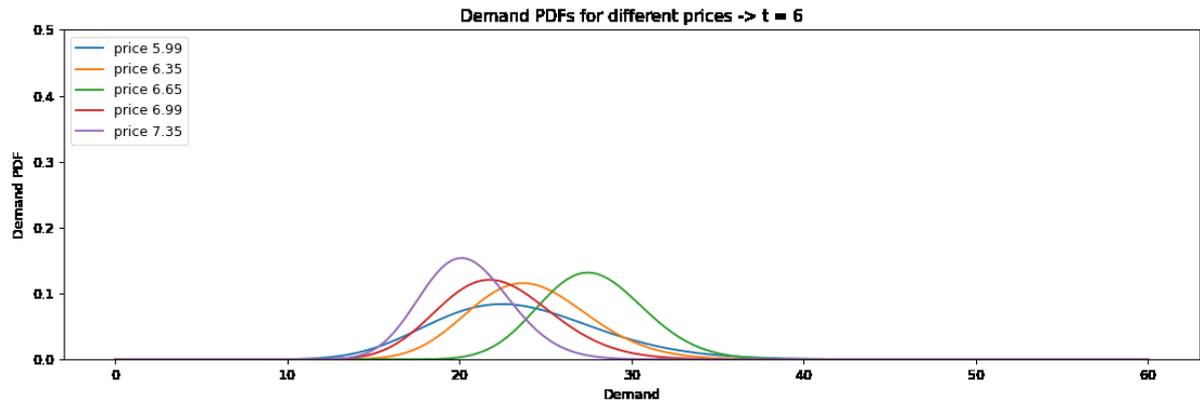


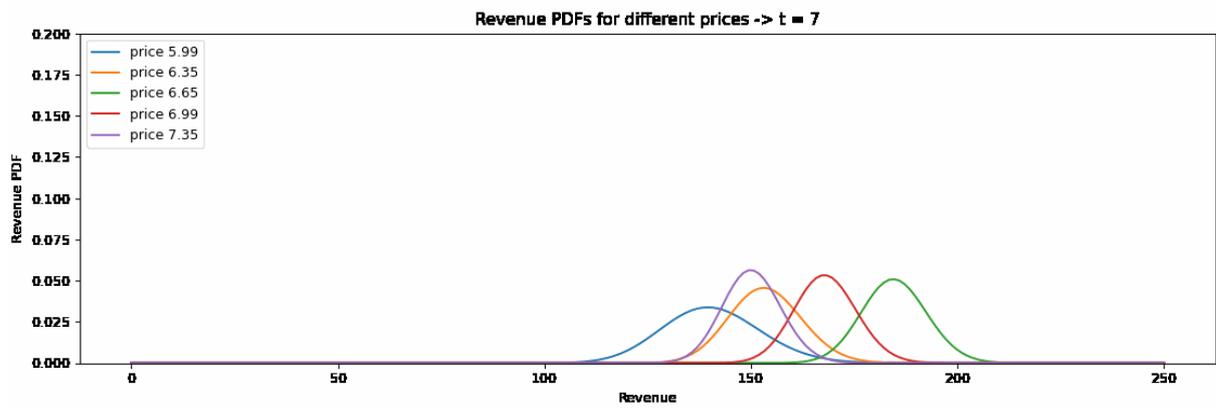
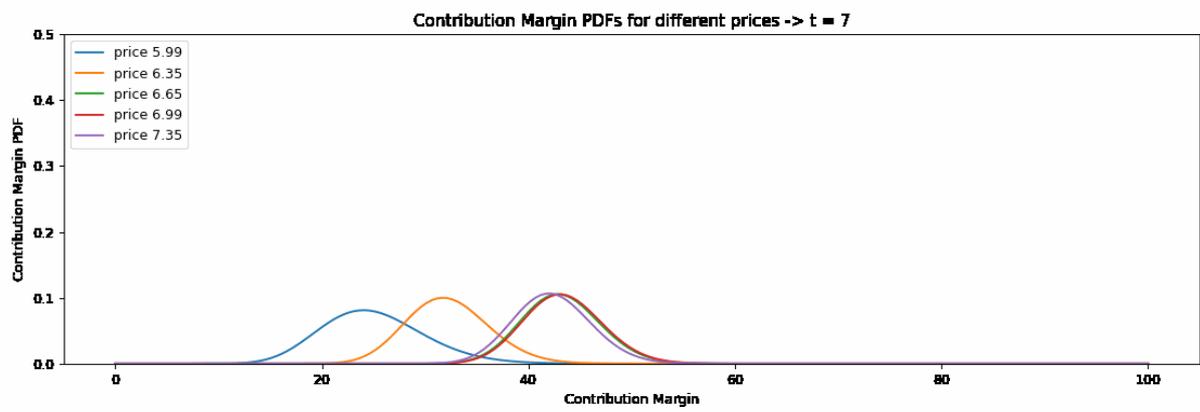
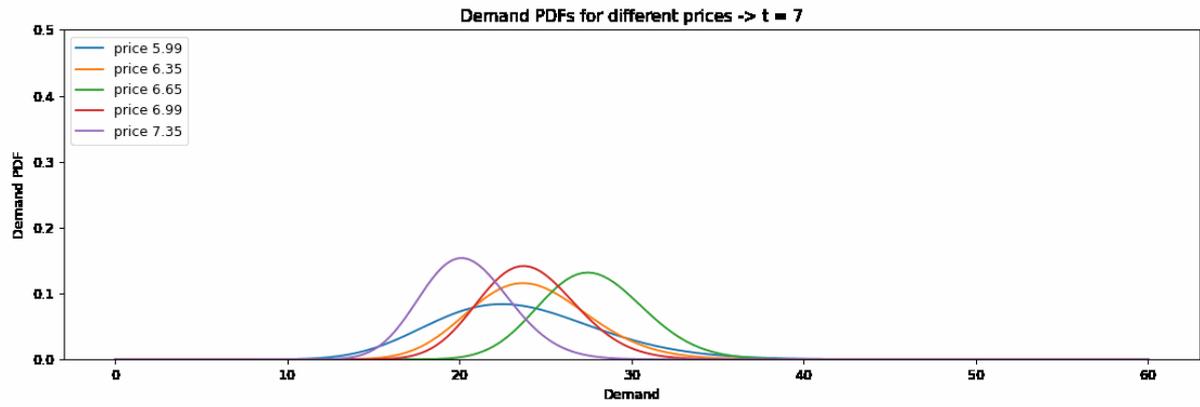


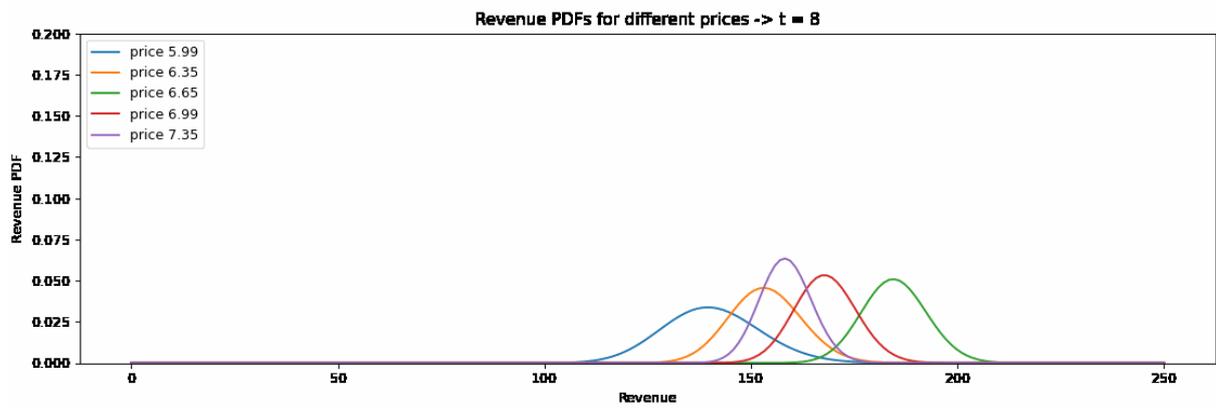
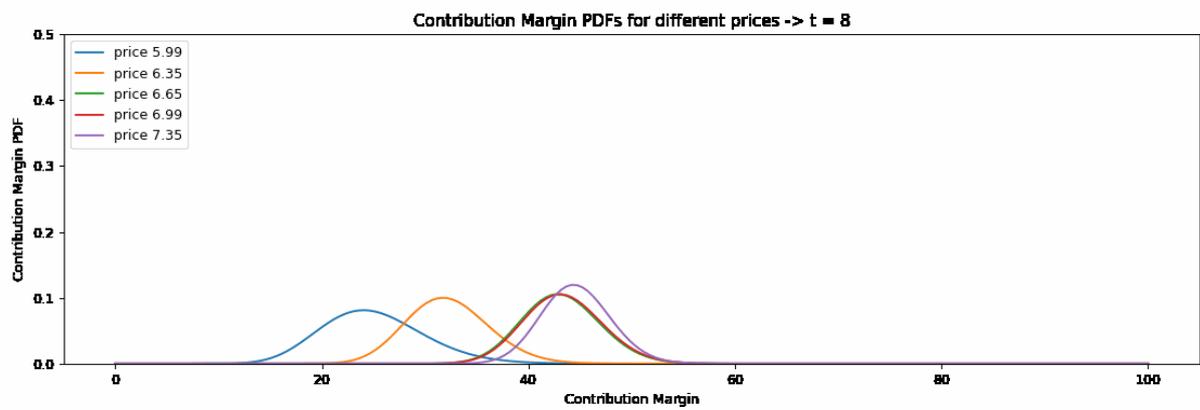
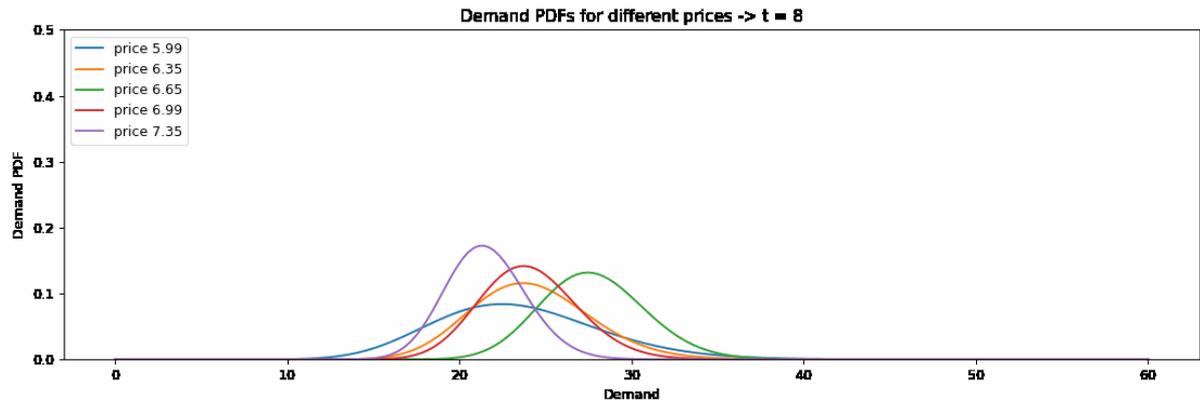


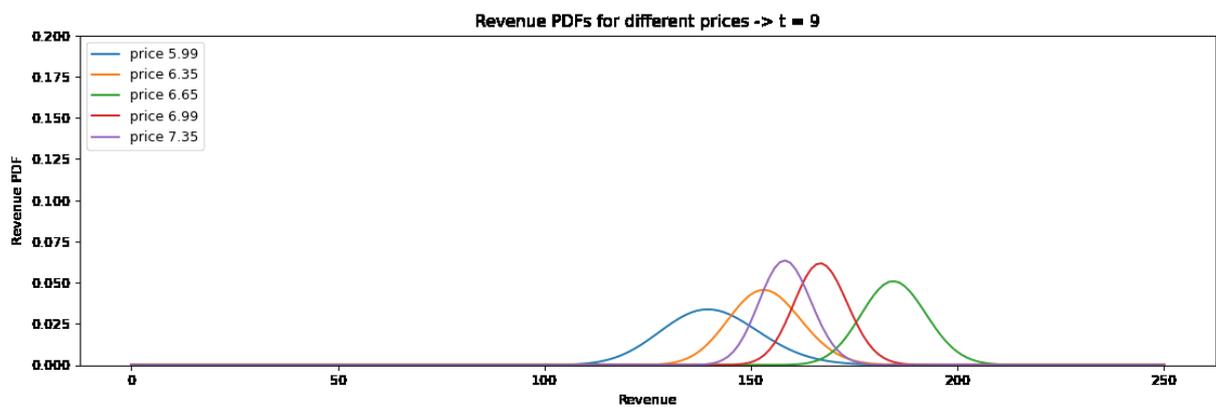
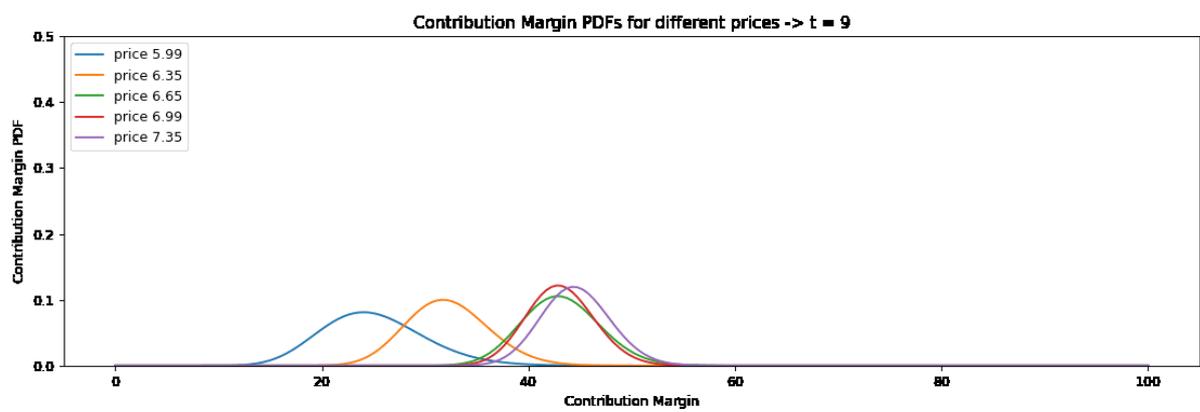
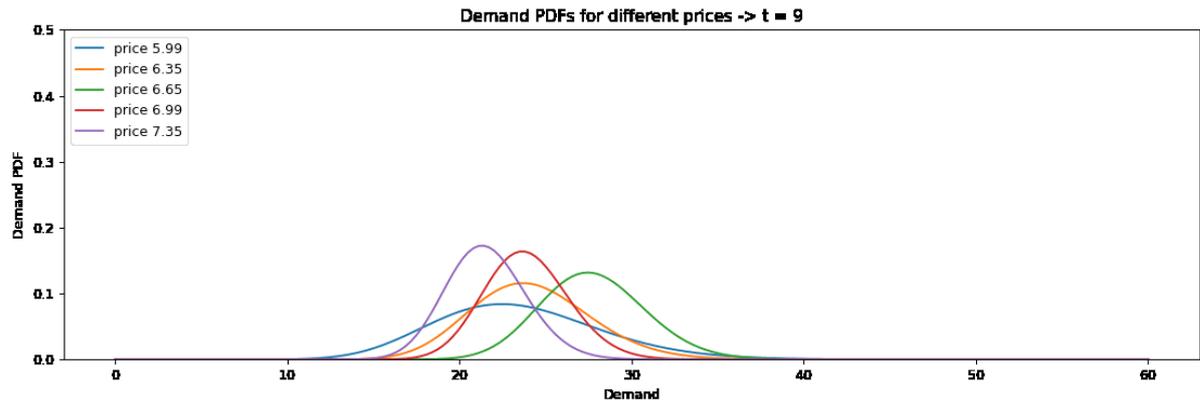


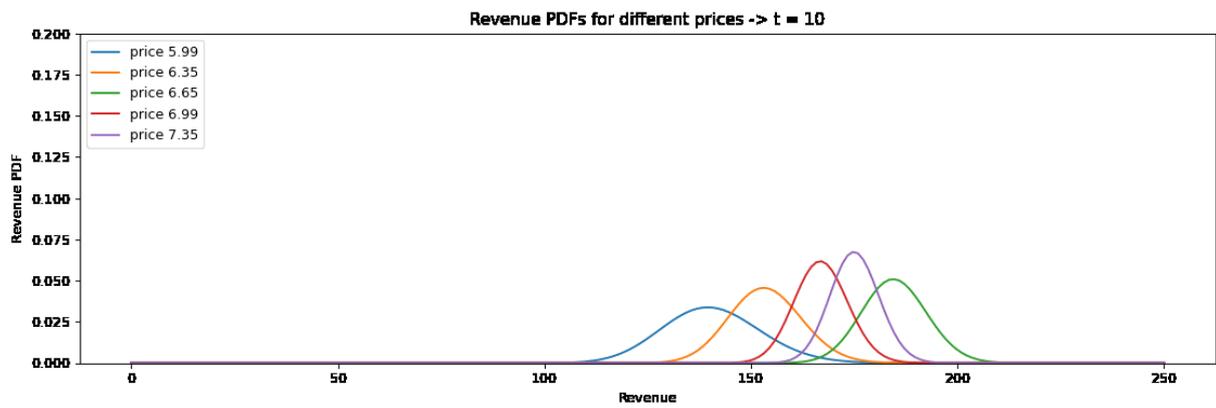
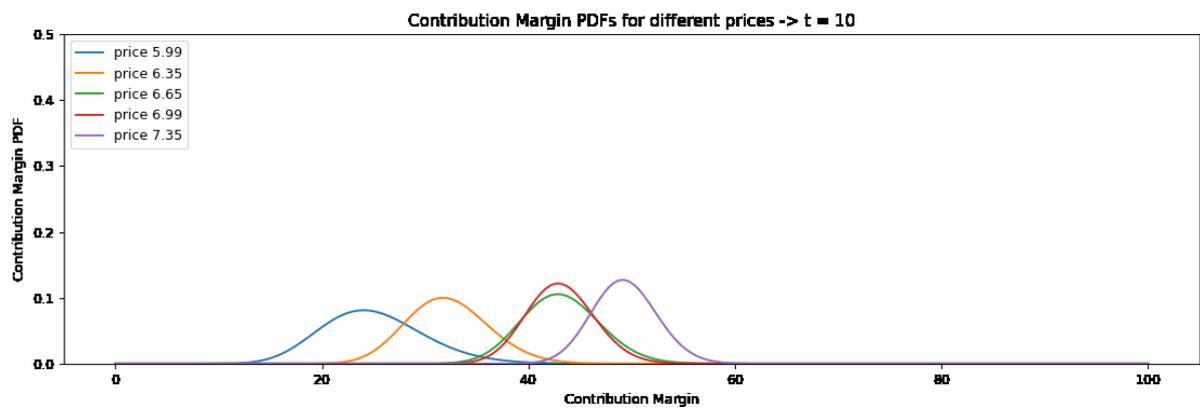
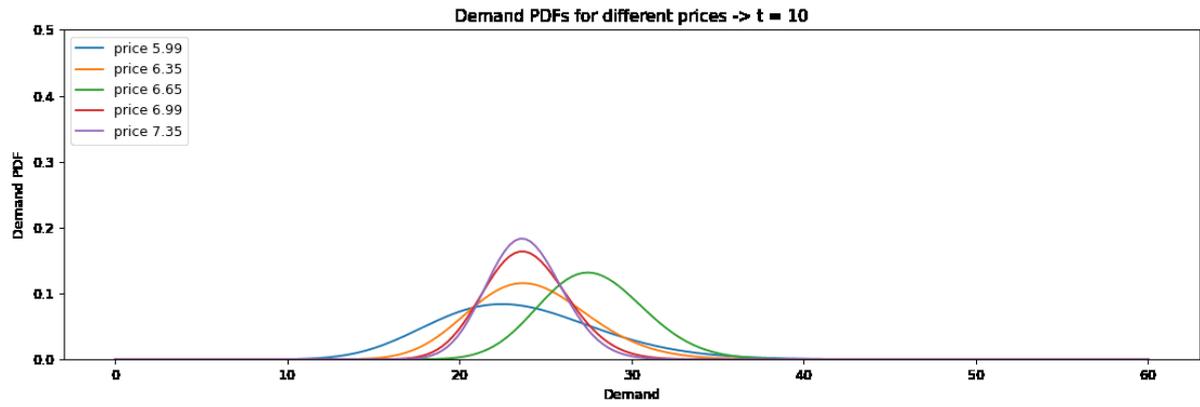


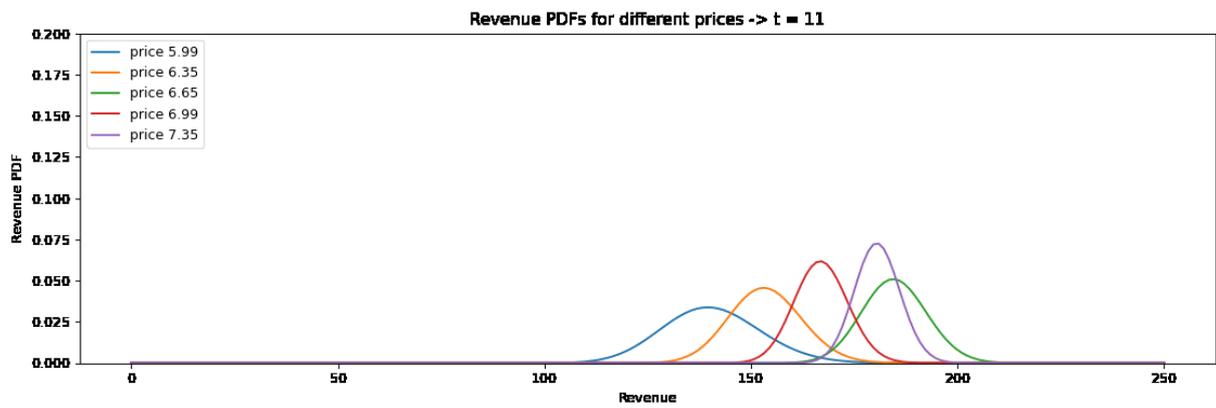
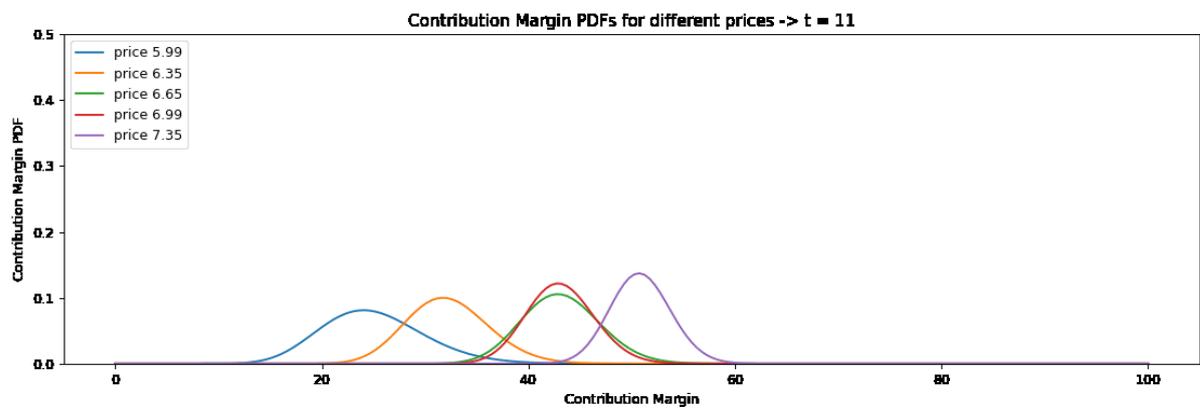
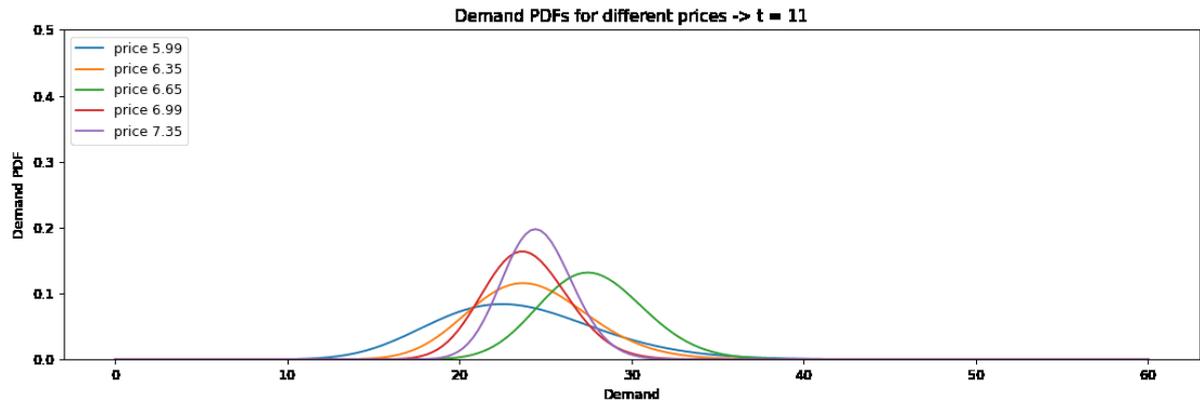


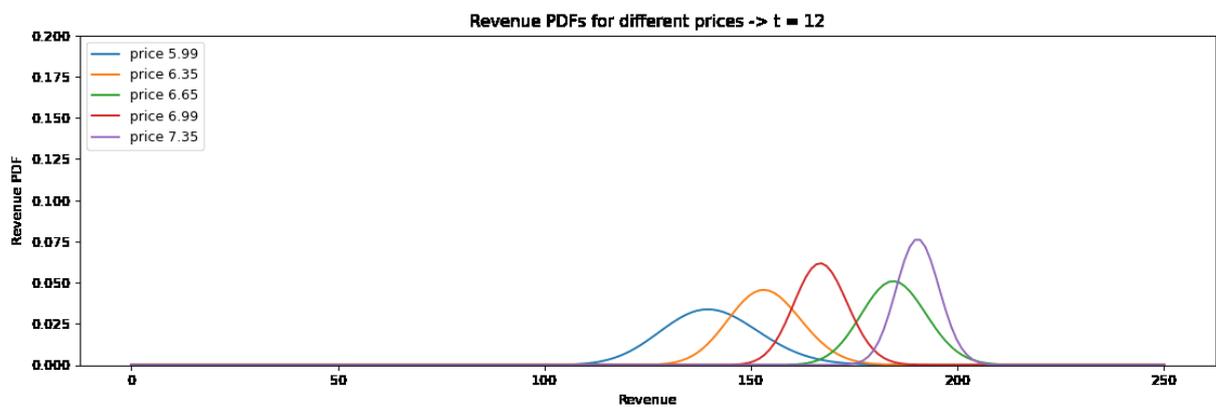
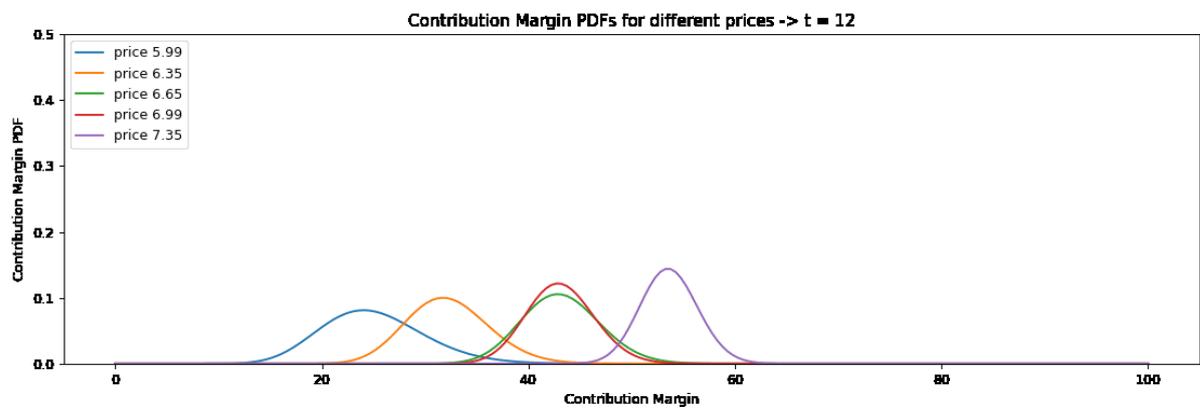
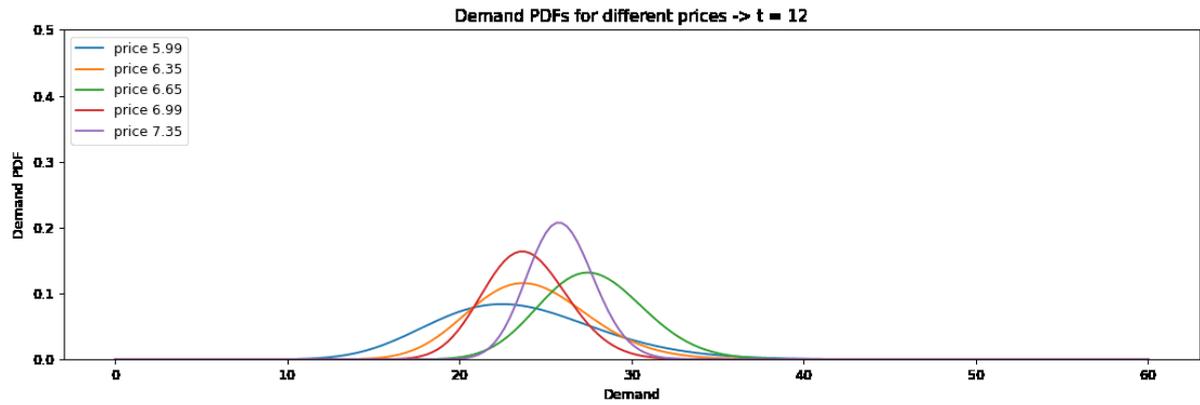


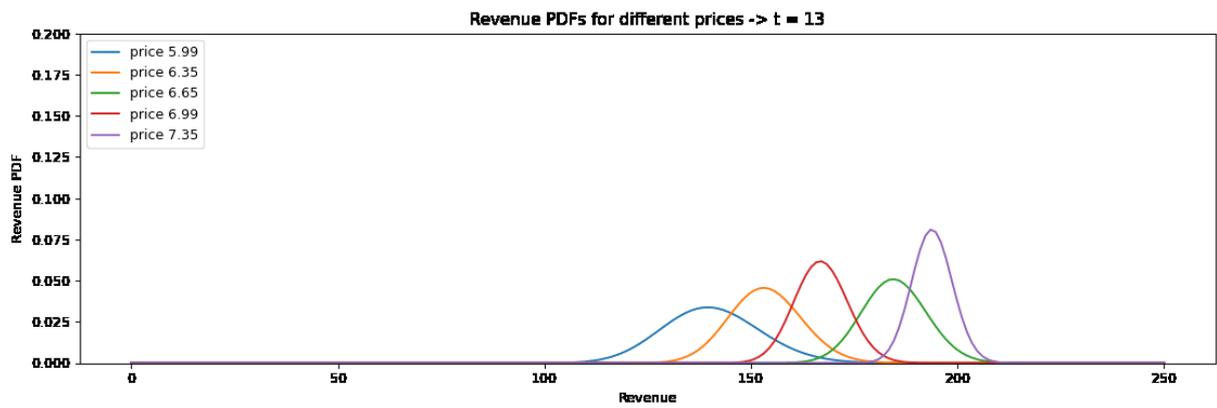
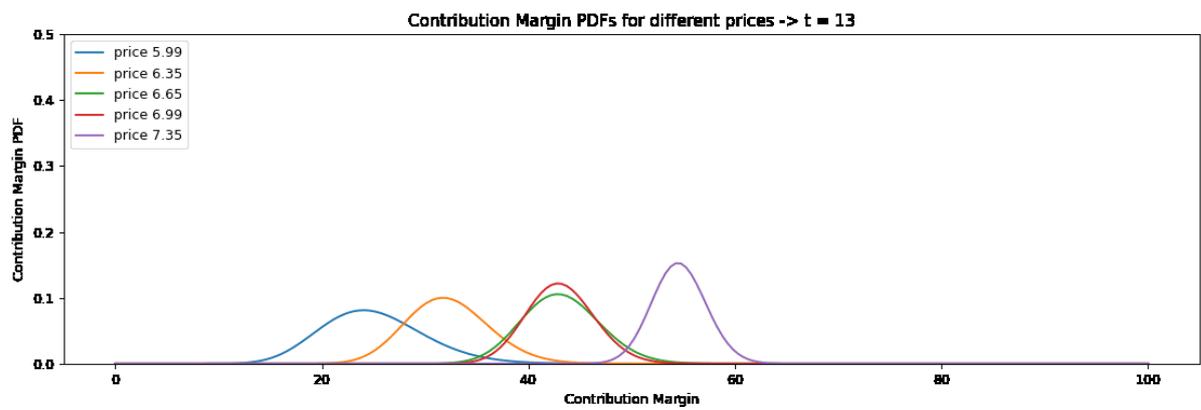
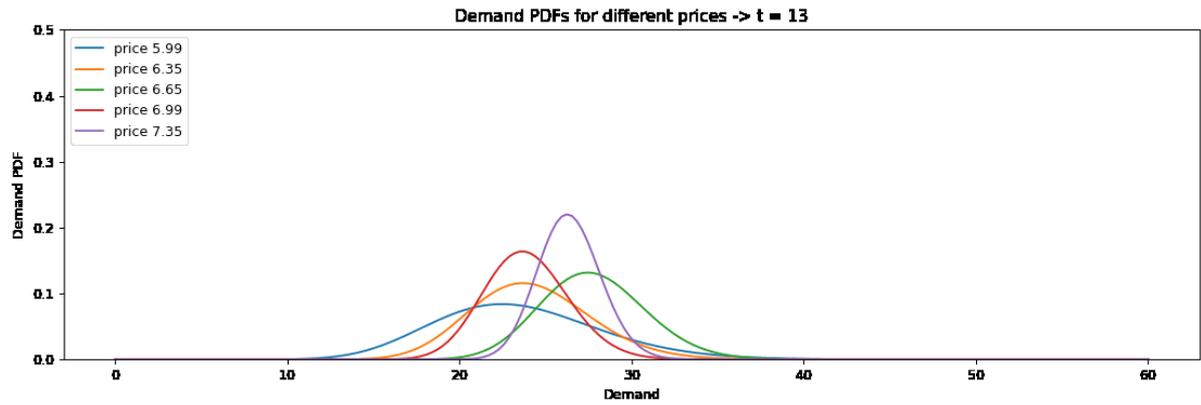


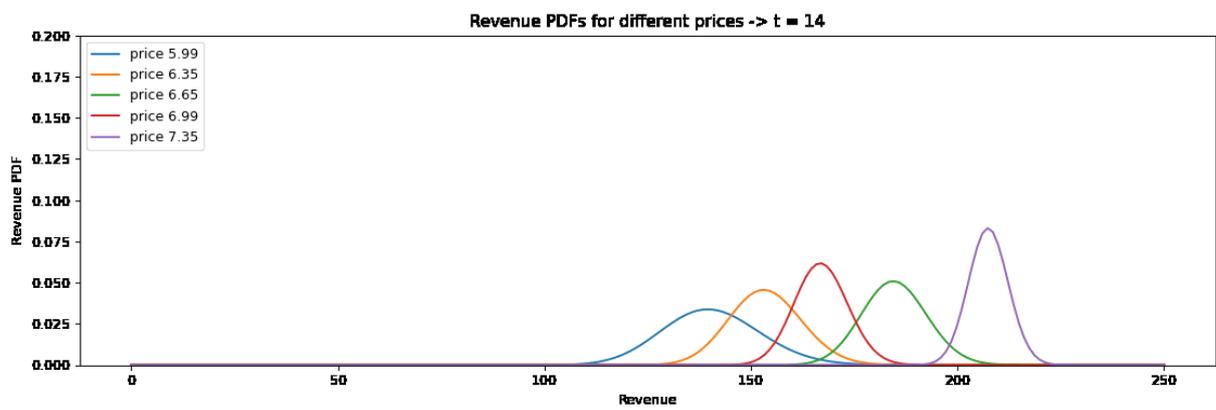
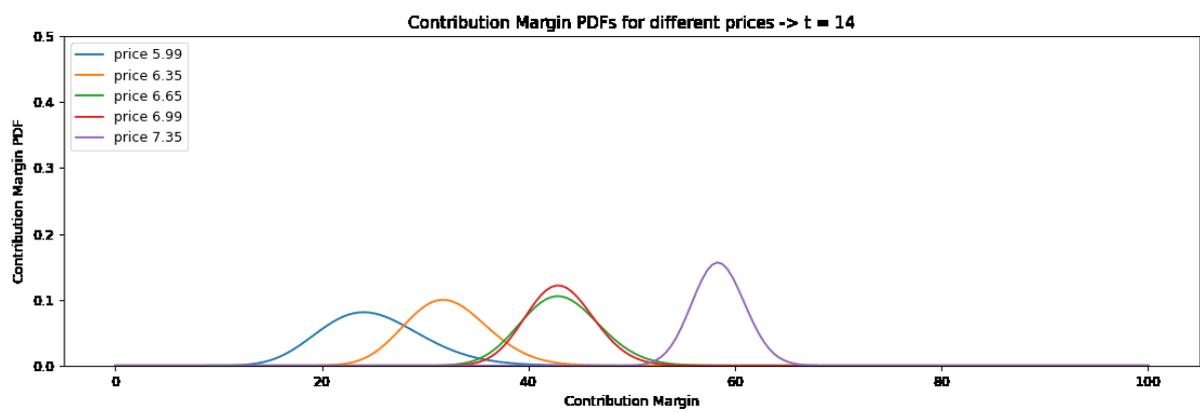
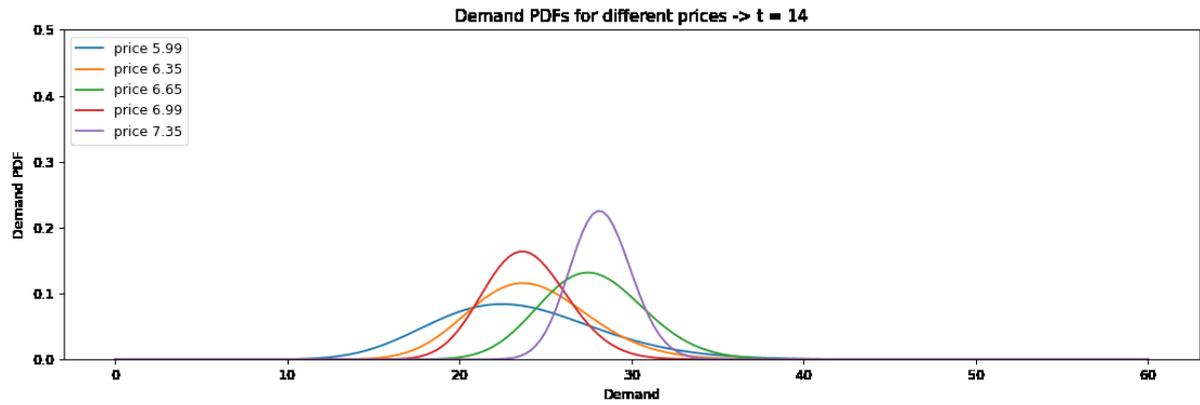


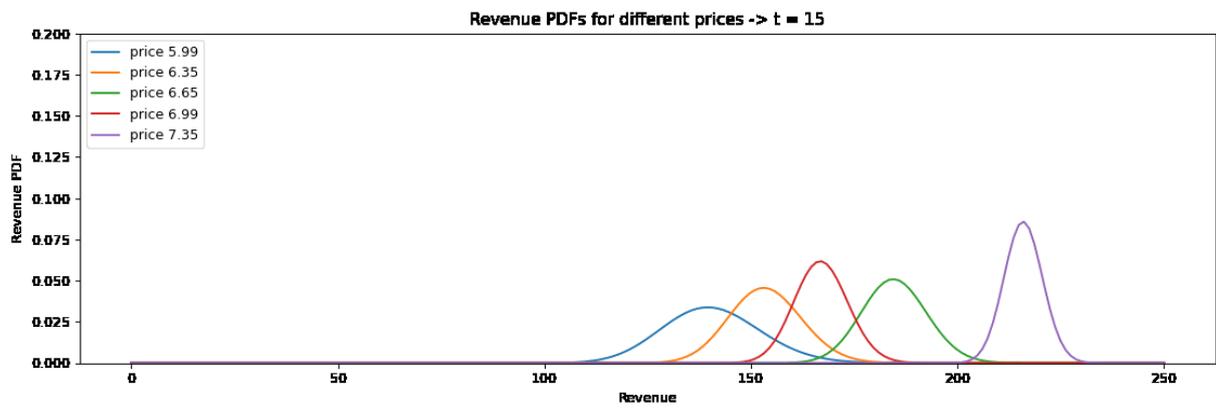
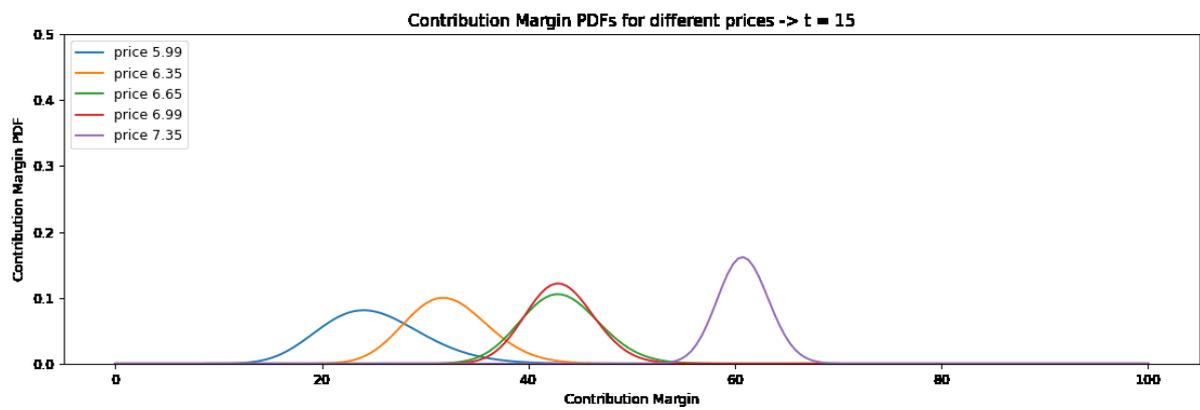
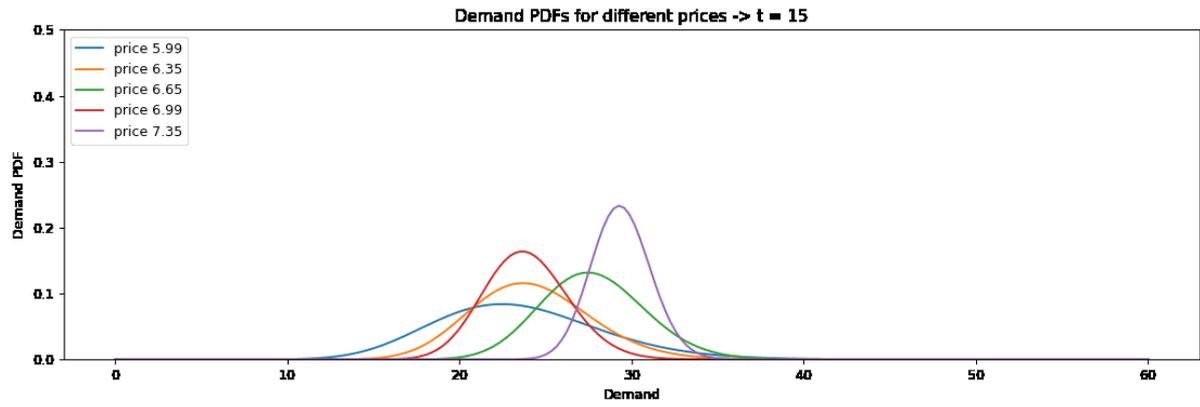


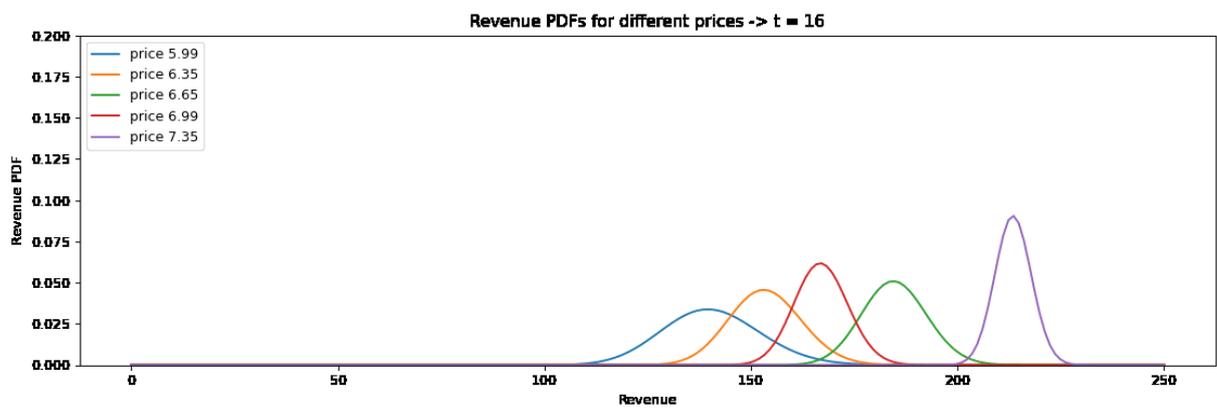
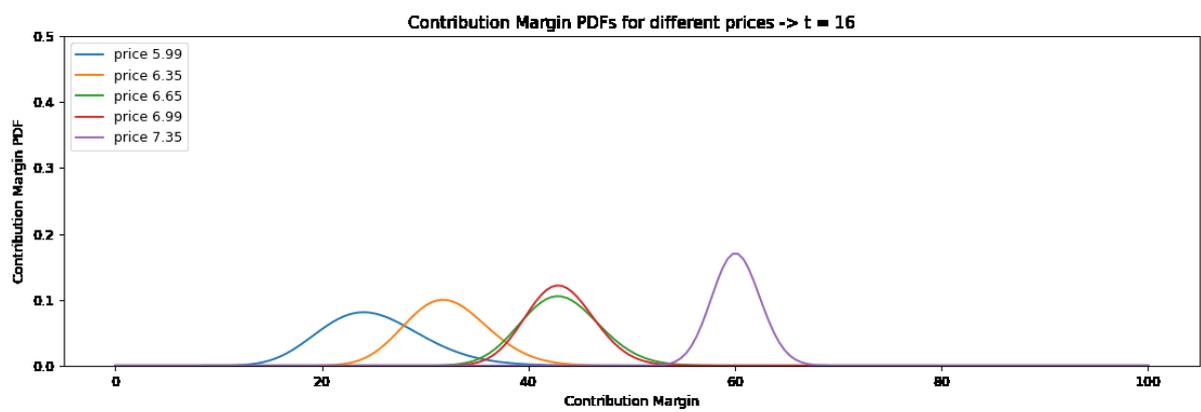
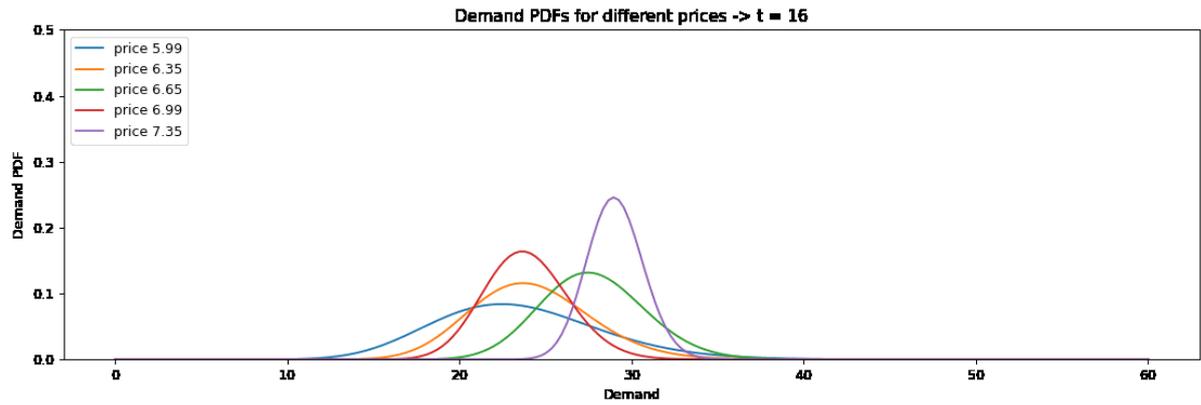


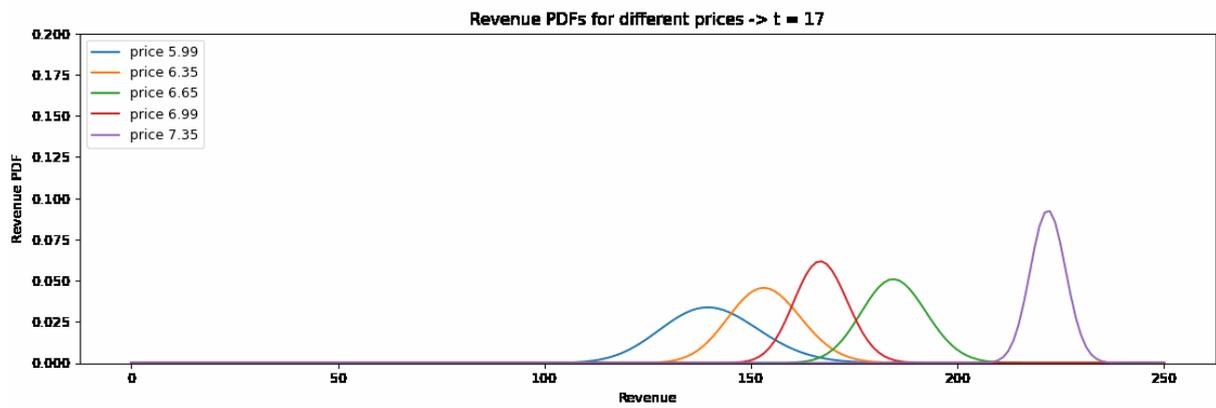
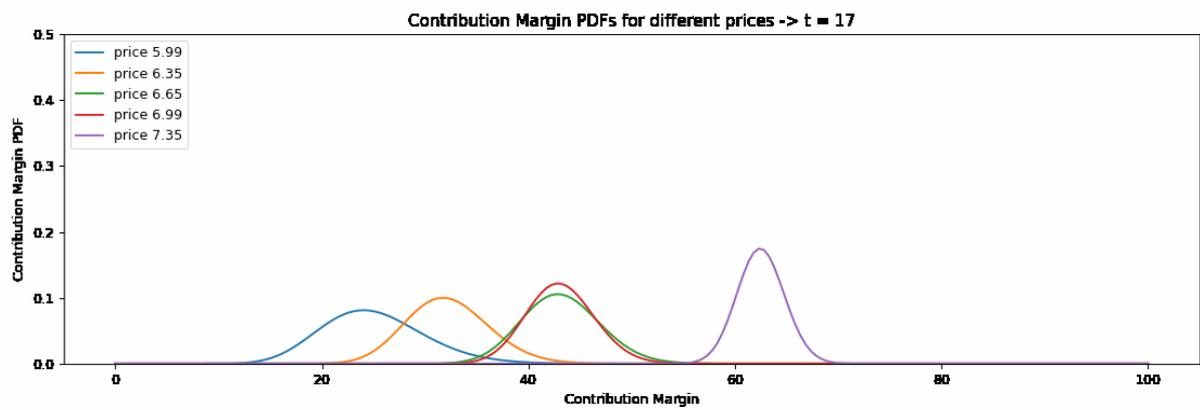
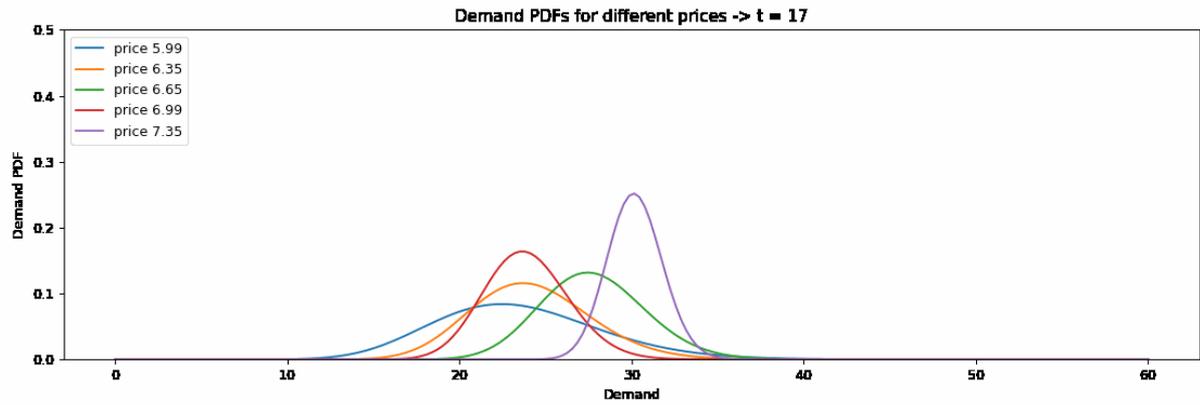


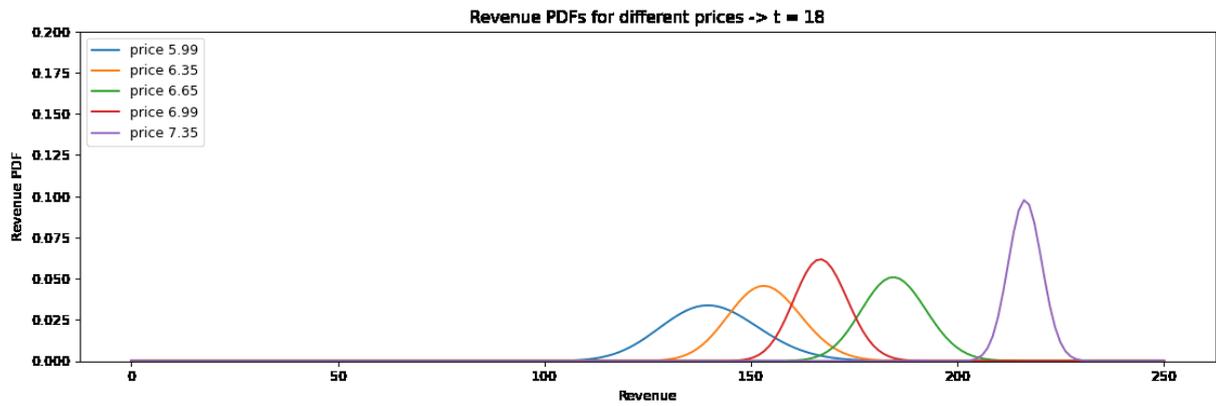
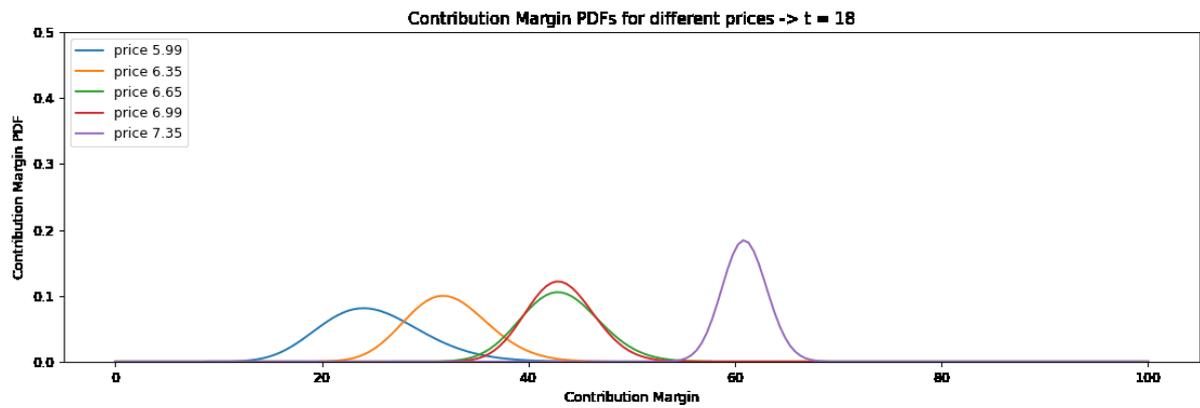
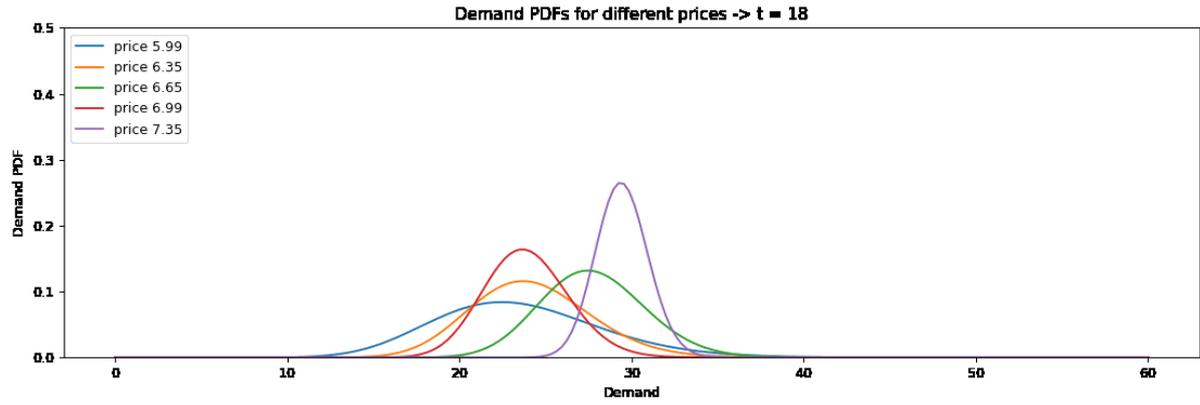


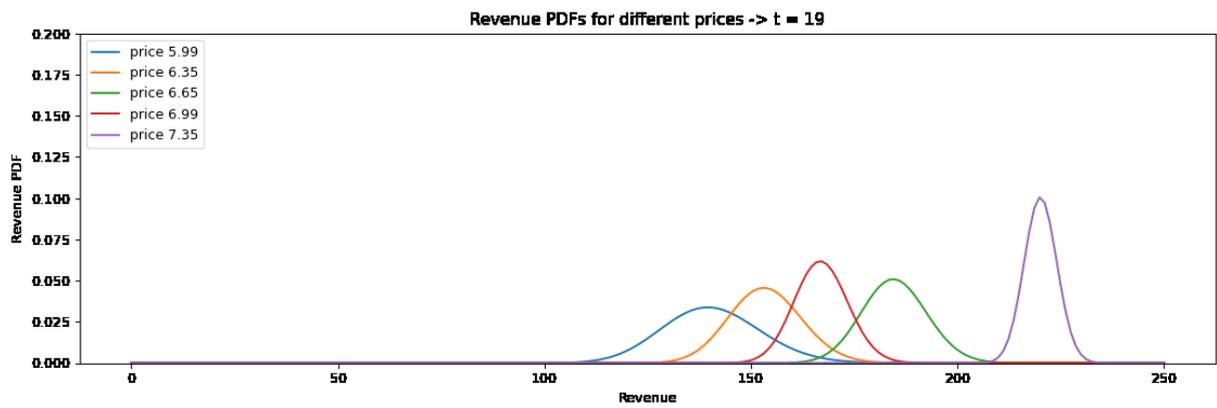
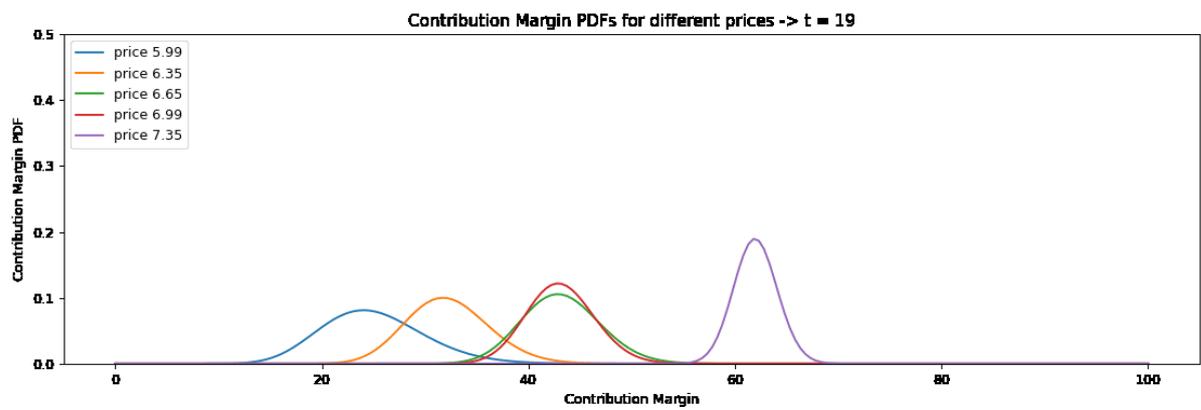
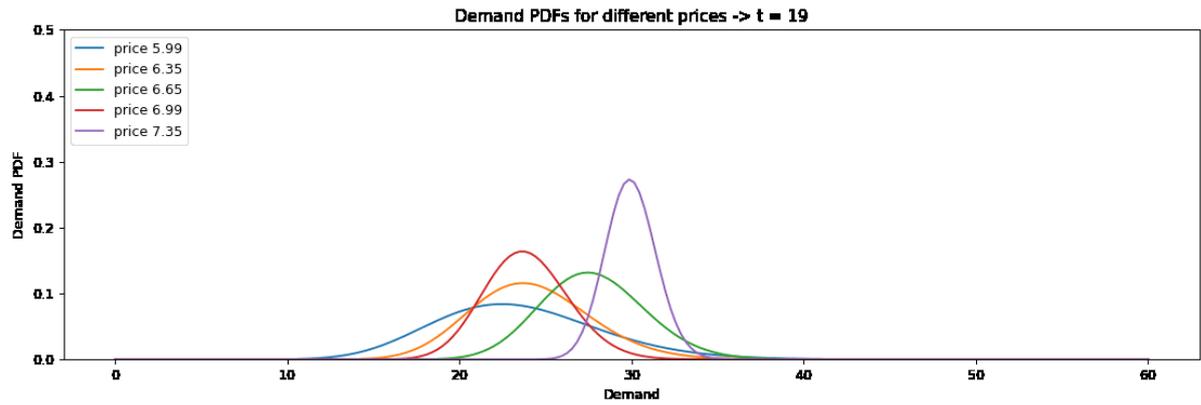


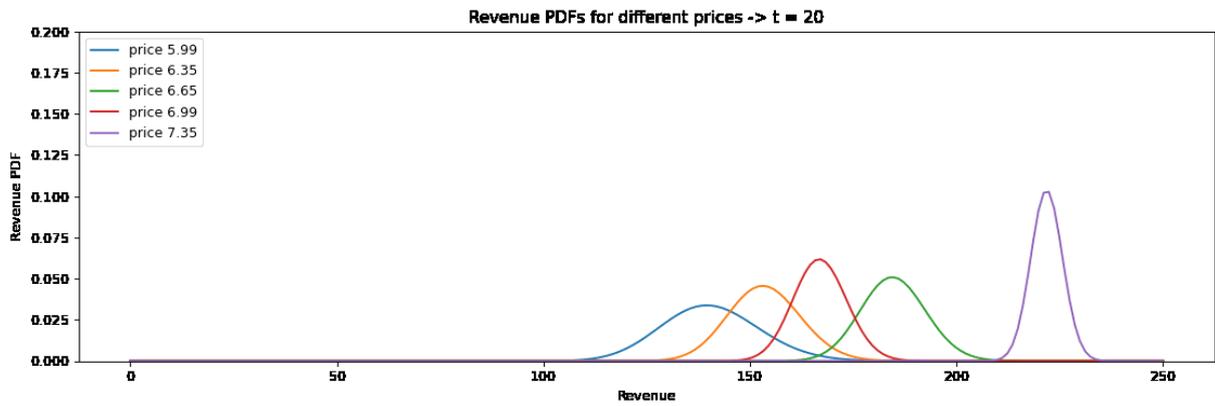
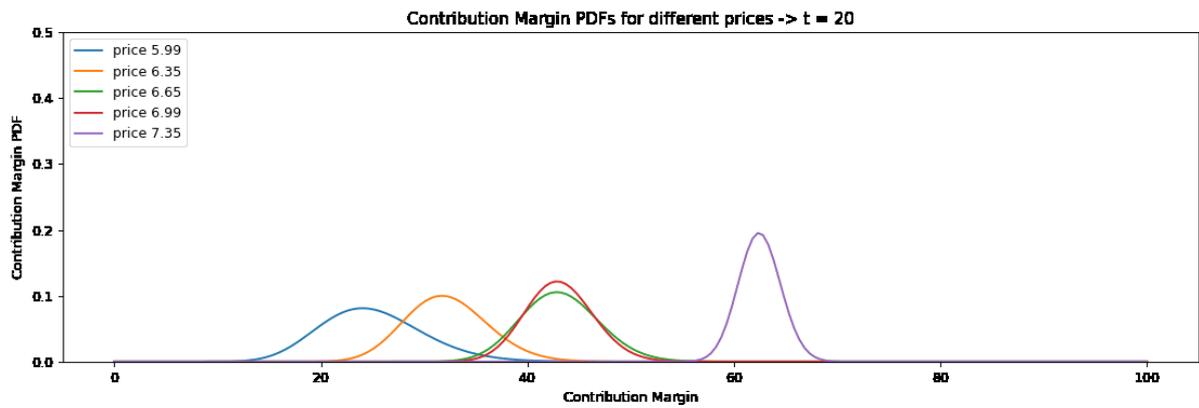
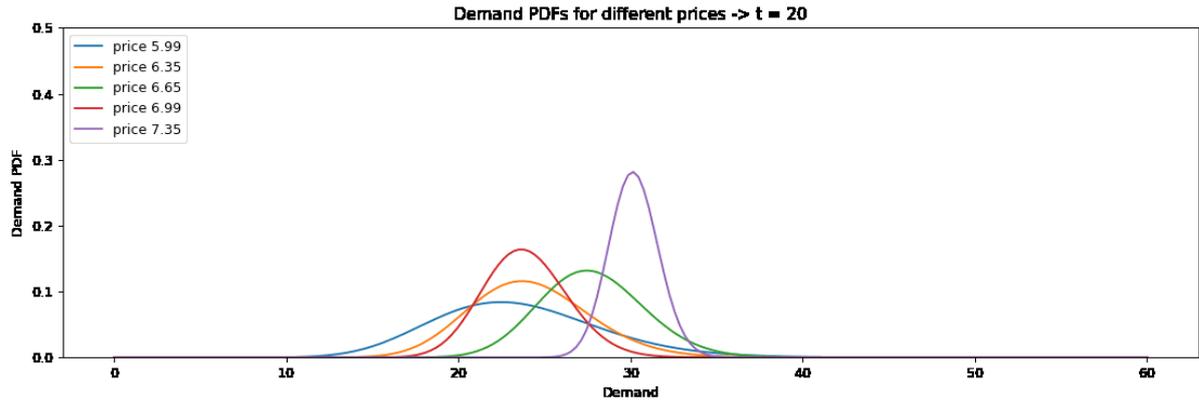


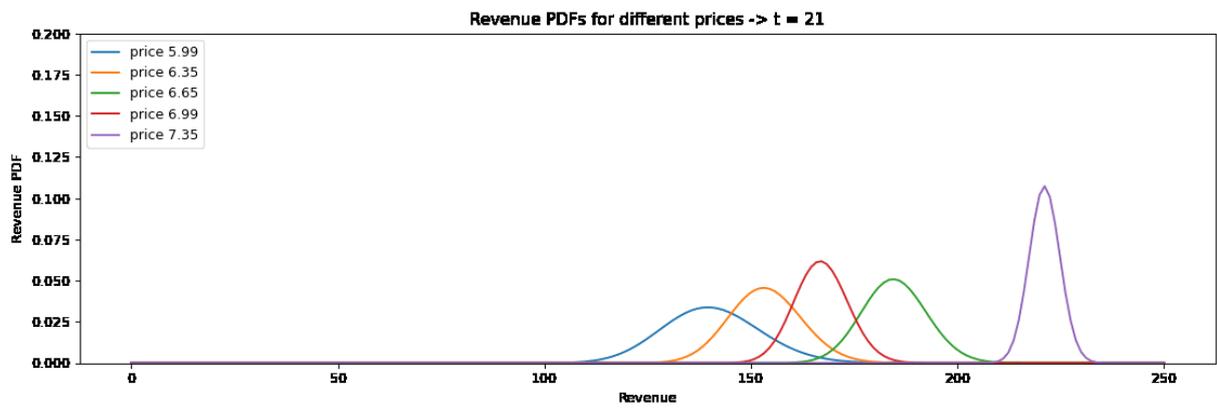
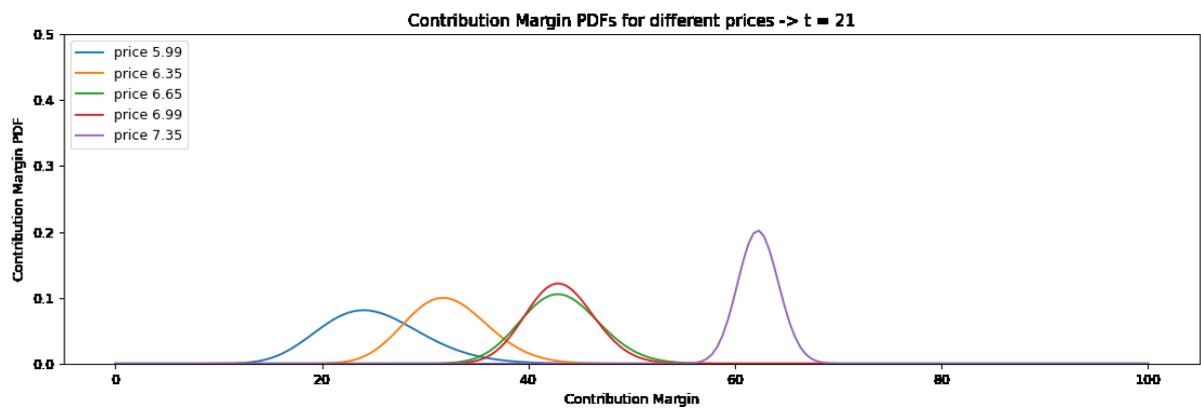
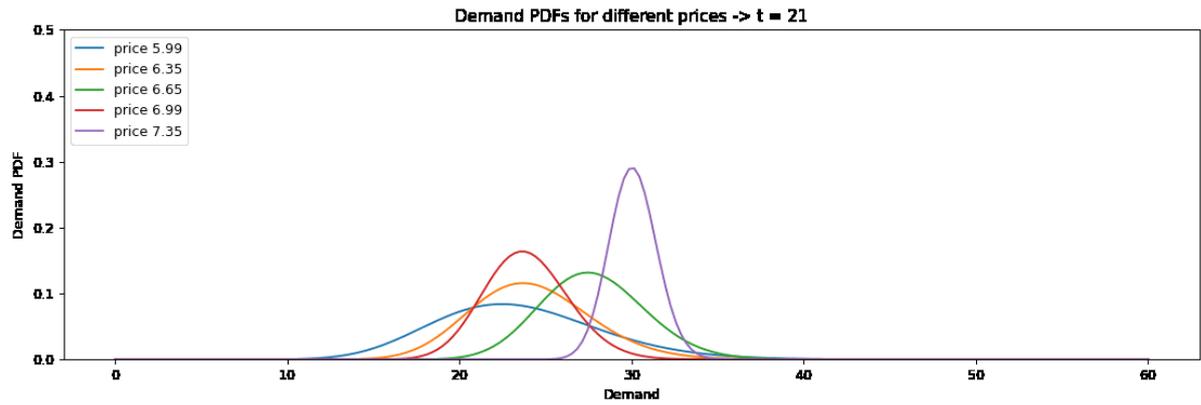


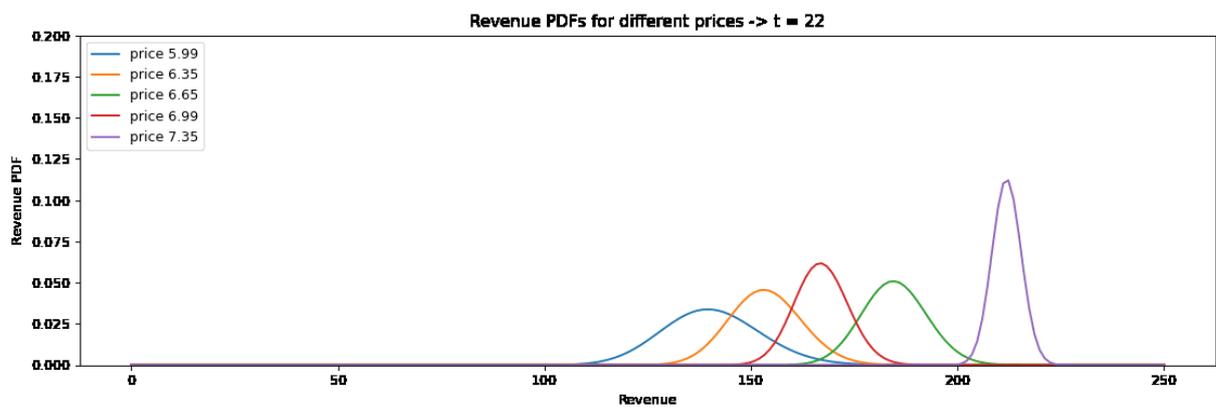
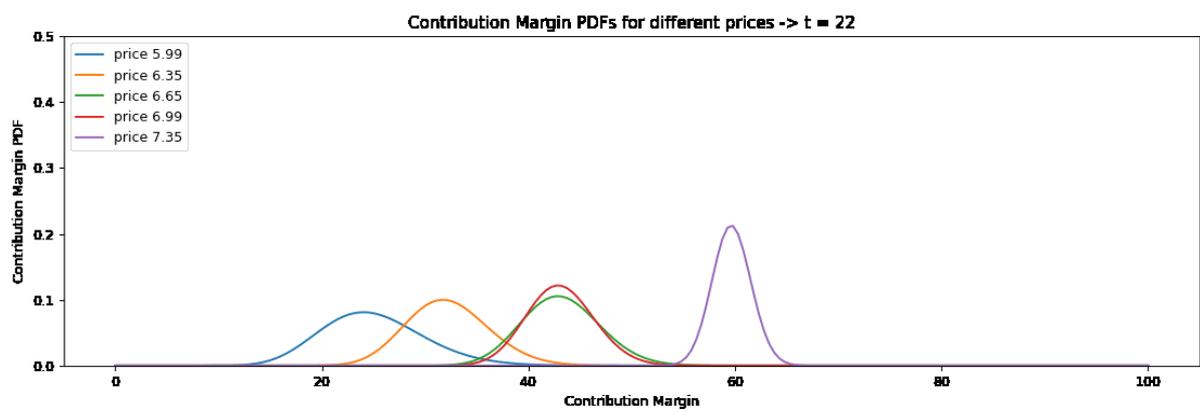
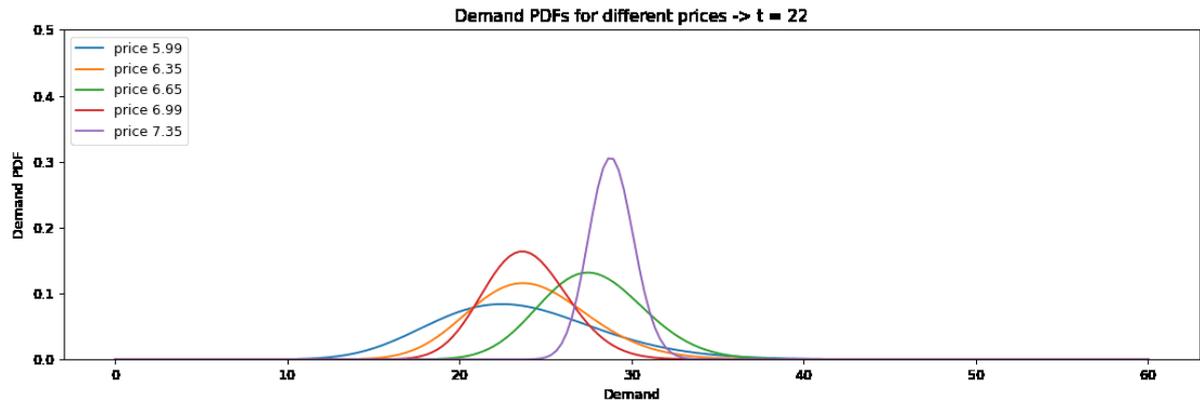


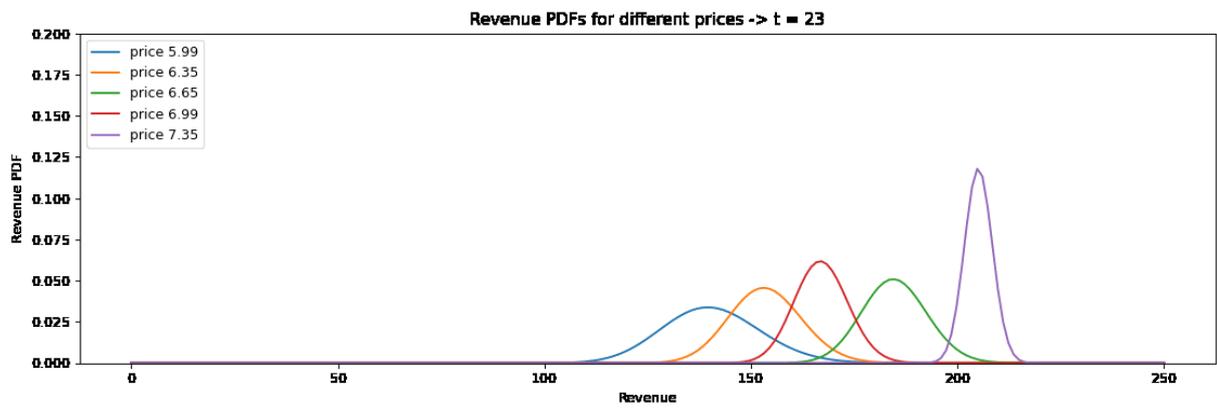
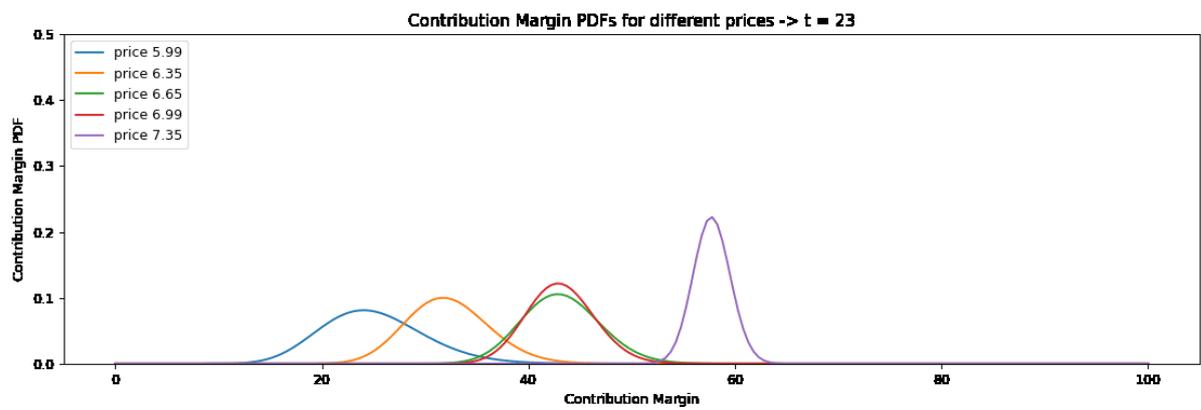
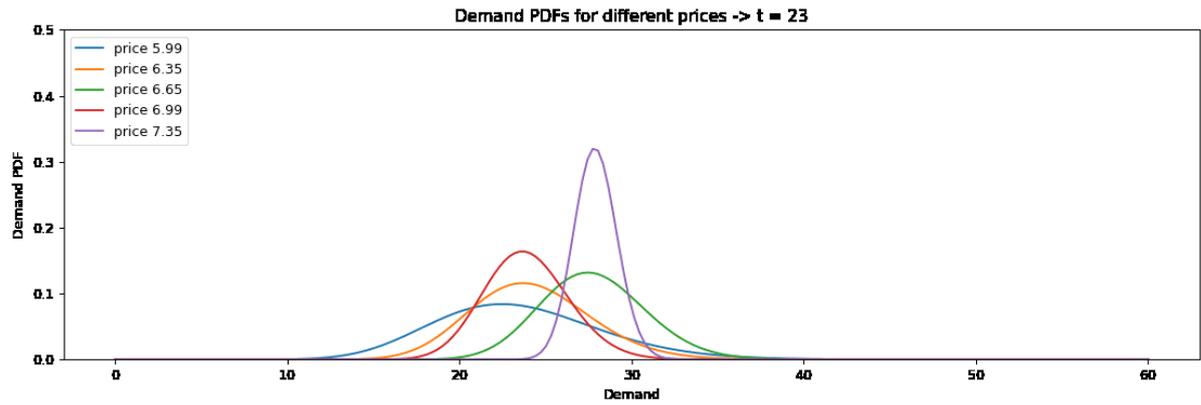


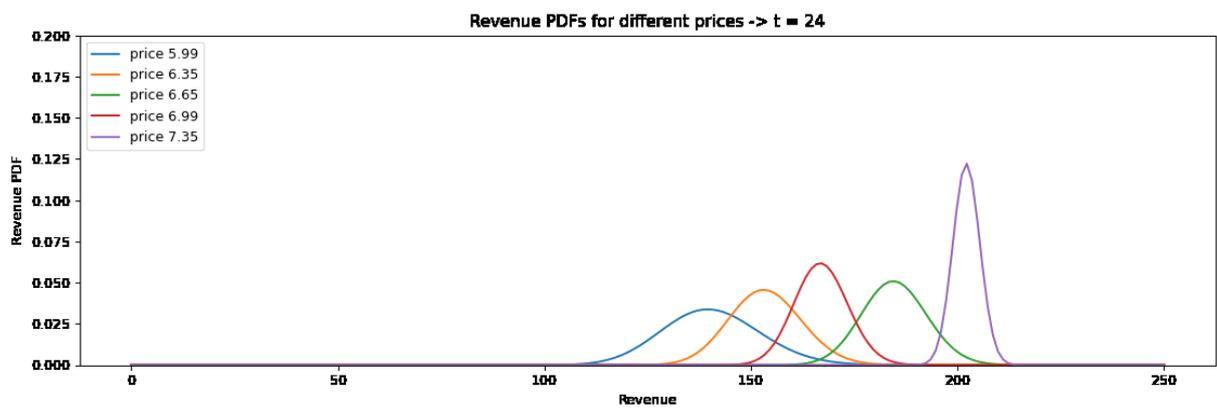
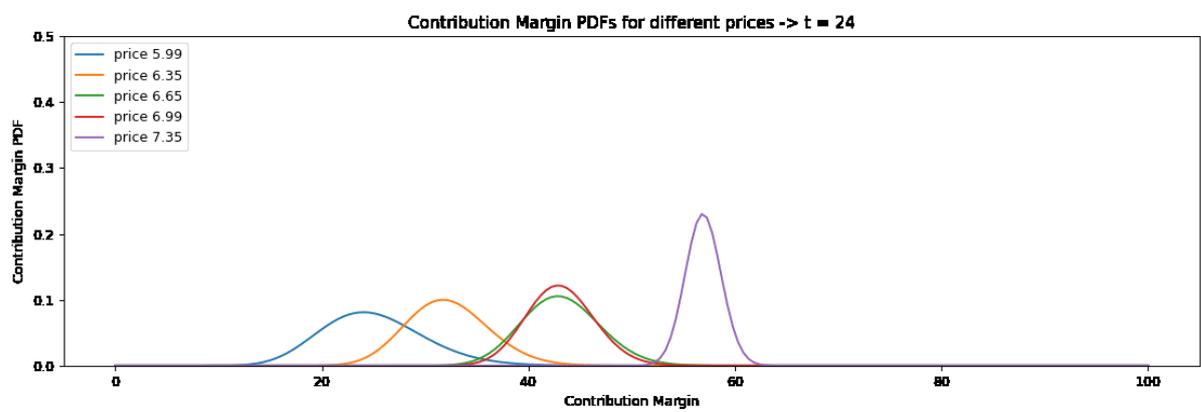
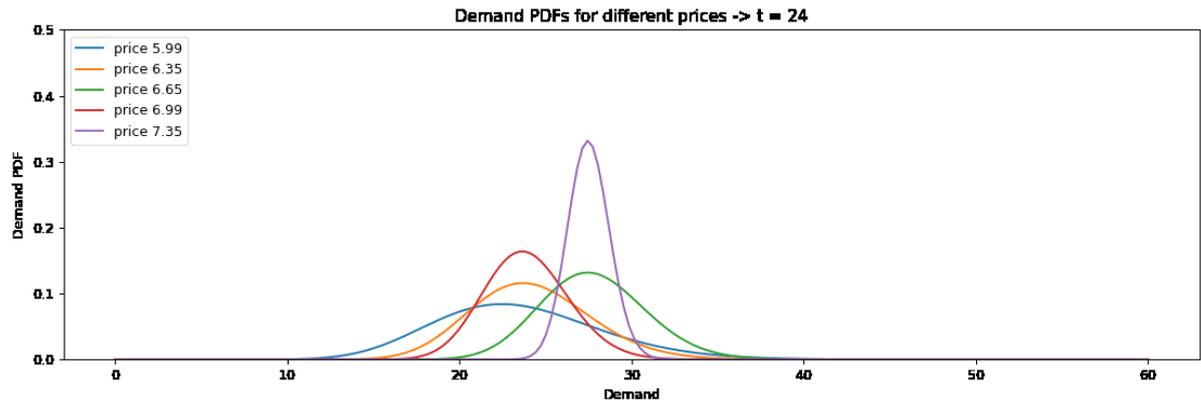












APÊNDICE C – EXECUÇÃO DO EXPERIMENTO PARA O VINHO

