



UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE  
DO SUL  
ESCOLA DE ENGENHARIA  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA QUÍMICA  
TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO EM  
ENGENHARIA QUÍMICA



**AVALIAÇÃO DOS PARÂMETROS OPERACIONAIS PARA  
AQUECIMENTO E BOMBEAMENTO DE UMA SOLUÇÃO  
POLIMÉRICA UTILIZADA NA INDÚSTRIA QUÍMICA**

Autor: João Antônio Pereira de Paula

Orientadora: Prof.<sup>a</sup> Isabel Cristina Tessaro

Porto Alegre

Maio de 2022



Autor: João Antônio Pereira de Paula

AVALIAÇÃO DOS PARÂMETROS OPERACIONAIS PARA  
AQUECIMENTO E BOMBEAMENTO DE UMA SOLUÇÃO POLIMÉRICA  
UTILIZADA NA INDÚSTRIA QUÍMICA

*Trabalho de Conclusão de Curso apresentado à  
COMGRAD/ENQ da Universidade Federal do  
Rio Grande do Sul como parte dos requisitos  
para a obtenção do título de Bacharel em  
Engenharia Química*

Orientadora: Prof.<sup>a</sup> Isabel Cristina Tessaro

Banca Examinadora:

Prof.<sup>a</sup> Dr.<sup>a</sup>, Jordana Corralo Spada, Universidade Federal do Rio Grande do Sul

Dr.<sup>a</sup>, Cláudia Leites Luchese, Universidade Federal do Rio Grande do Sul

Porto Alegre

2022

## AGRADECIMENTOS

Meus sinceros agradecimentos...

À minha família. Em especial, ao meu pai Reni e à minha tia Neusa, por todo incentivo e apoio incondicional durante todas as etapas que me trouxeram até aqui.

A todos meus amigos e colegas da UFRGS por toda a parceria, risadas e xícaras de café. Em especial àqueles que certamente levarei para a vida: Artur Tiburski, João Victor Rocha, Laríssa Laste, Lucas Sica, Pedro Martins e Raul Barth, que sempre estiveram comigo, nos melhores e piores momentos dos últimos 5 anos.

À UFRGS e a todos os professores que entregam um ensino de qualidade.

À minha orientadora, Isabel Cristina Tessaro, por todos os conhecimentos transmitidos, por ter acreditado em mim, pelo meu primeiro “sim” quando buscava uma Iniciação Científica e por ter me orientado desde então.

A todos os colegas dos laboratórios LASEM, LATEM e LPR pelo acolhimento e por todos os ensinamentos durante o meu período de Iniciação Científica. Em especial, agradeço à Lídia Caroline Goedel pela orientação e apoio durante este período.

À Dorf Ketal Brasil Ltda e colegas de trabalho por todas as oportunidades e por viabilizar os estudos conduzidos nesta pesquisa.

À banca pela contribuição nesta etapa fundamental à minha formação.

## RESUMO

Na indústria, é comum a utilização de soluções poliméricas e polímeros fundidos em diversos processos: do preparo de misturas à produção de materiais por extrusão e injeção. Neste contexto, um dos grandes desafios inerentes a esta operação é o bombeamento de fluidos que possuem viscosidades elevadas. Desta forma, é comum que o fluido seja aquecido antes ou durante a etapa de bombeamento, visando reduzir a sua viscosidade, viabilizando seu processamento. Neste trabalho, o processo estudado foi o aquecimento de uma solução polimérica à base de silicone acondicionada em tambor metálico, utilizando uma estufa industrial. Esta etapa é realizada antes do bombeamento da solução para um misturador, onde o insumo é utilizado como matéria-prima. Os objetivos deste estudo consistem em avaliar a influência da temperatura sobre a viscosidade dinâmica e a massa específica do fluido, bem como sobre o fator de atrito do escoamento. Além disso, o processo de aquecimento do tambor no estado transiente foi modelado, viabilizando o cálculo do tempo de residência necessário para atingir a temperatura adequada para o bombeamento. A primeira parte do estudo consistiu na análise da viscosidade dinâmica da solução polimérica em diferentes temperaturas (faixa de 10 a 80 °C) utilizando um viscosímetro rotacional digital, modelo DV2T LV, marca Brookfield. Em seguida, a massa específica da solução foi medida, para o mesmo intervalo de temperatura, utilizando um densímetro digital, modelo DMA 4100M, marca Anton Paar. Desta forma, foi possível calcular o fator de atrito de Darcy para o escoamento, considerando a correlação para regime laminar, definindo-se uma temperatura adequada para o bombeamento. Para a determinação do coeficiente de transferência de calor por convecção, calculou-se o número de Nusselt por meio da correlação de Churchill e Bernstein. Para a modelagem do aquecimento do tambor no estado transiente, considerou-se a solução analítica da equação de calor para geometria tipo cilindro curto. Os resultados obtidos demonstraram que a temperatura exerce uma influência considerável na viscosidade, visto que foi observada uma redução de viscosidade superior a 70 % no intervalo de temperatura avaliado. Para a massa específica, a redução observada foi cerca de 6 %. Em relação ao fator de atrito para o escoamento da solução polimérica, evidenciou-se uma redução de, aproximadamente, 75 %, na faixa de temperatura estudada. Em relação à transferência de calor na estufa, verificou-se que o coeficiente convectivo é de  $1,2 \text{ W.m}^{-2}.\text{K}^{-1}$ . Com a modelagem do aquecimento do tambor no estado transiente, foi observada uma alta resistência do fluido à convecção e, como consequência, uma distribuição de temperatura não uniforme no interior do tambor. Considerando-se uma temperatura de 55 °C como adequada para o processo, os tempos de residência do tambor na estufa foram de 20,5, 14,8 e 4,2 horas para temperaturas iniciais iguais a 10, 25 e 35 °C, respectivamente.

**Palavras-chave:** *silicone, estufa industrial, transferência de calor, viscosidade dinâmica.*

## ABSTRACT

In the industry, polymer solutions and molten polymers are widely used in different processes: from the preparation of mixtures to the production of materials by extrusion and injection. In this context, one of the greatest challenges inherent to these operations is fluid pumping since they generally have high viscosities. Therefore, the fluid is usually heated before or during the pumping stage, to reduce its viscosity and enable its processing. In this work, the process studied was the heating of a silicon polymer solution drum in an industrial heating chamber, carried out before its pumping into a stirred tank mixer, where the fluid is used as a raw material. The objectives of this study were to evaluate the influence of temperature on the dynamic viscosity and specific weight of the fluid, as well as on the friction factor of the flow. In addition, the process of heating the drum in the transient state was modeled, to calculate the residence time required to reach the appropriate temperature for pumping. The first part of the study consisted of the analysis of the polymer solution's dynamic viscosity at different temperatures (a range from 10 to 80 °C) using a digital rotational viscometer, model DV2T LV, Brookfield. Then, the specific mass of the solution was measured, in the same temperature range, using a digital densimeter, model DMA 4100M, Anton Paar. With this, it was possible to calculate the Darcy friction factor for the flow, considering the correlation for laminar regime, and an adequate temperature for pumping was defined. To determine the convective heat transfer coefficient, the Nusselt number was calculated using the Churchill and Bernstein correlation. For the drum heating modelling in the transient state, the analytical solution of the heat equation for short cylinder geometry was considered. The results obtained showed that the temperature exerts a considerable influence on the dynamic viscosity since it decreased more than 70 % in the evaluated temperature range. For the specific weight, the observed reduction was about 6 %. Regarding the friction factor of the polymeric solution flow, there was a reduction of approximately 75 % in the temperature range studied. For the heat transfer inside the heating chamber, it was found that the convective coefficient is  $1.2 \text{ W.m}^{-2}.\text{K}^{-1}$ . The drum heating modelling on the transient state has shown high resistance of the fluid to convection and, as a consequence, a non-uniform temperature distribution inside the drum. Considering a temperature of 55 °C as adequate for the process, the residence times of the drum in the heating chamber varied between 20.5, 14.8, and 4.2 hours when the initial temperatures were equal to 10, 25, and 35 °C, respectively.

**Keywords:** *silicon, industrial heating chamber, heat transfer, dynamic viscosity.*

---

## LISTA DE FIGURAS

<b>Figura 2.1.</b> Representação do comportamento de um fluido mediante a ação de uma forças de cisalhamento. Fonte: Adaptado de Fox <i>et al.</i> (2014). .....	3
<b>Figura 2.2.</b> Representação do perfil de velocidade na direção x desenvolvido em função da coordenada y, mediante a aplicação de uma tensão cisalhante. Adaptado de White (2016). .....	4
<b>Figura 2.3.</b> Classificação dos fluidos de acordo com o comportamento reológico. Fonte: Adaptado de Leal (2005). .....	6
<b>Figura 2.4.</b> Gráfico da tensão de cisalhamento em função da taxa de deformação, representando o comportamento do escoamento de fluidos: a) Bingham, b) Pseudoplástico, c) Newtoniano e d) Dilatante. Adaptado de CHANDRAN; SARATHCHANDRAN; THOMAS (2019) .....	6
<b>Figura 2.5.</b> Representação gráfica do diagrama de Moody em escala logarítmica para a determinação do fator de atrito de Darcy em função do número de Reynolds e da rugosidade relativa de escoamentos de fluidos newtonianos (MOODY; PRINCETON, 1944). Fonte: IZOLA (2020). .....	12
<b>Figura 3.1.</b> Esquema simplificado do processo de produção de mistura com a solução polimérica de PDMS. ....	21
<b>Figura 3.2.</b> Tambor metálico com capacidade de 200 L. Fonte: adaptado de Raft Embalagens. ....	22
<b>Figura 3.3.</b> Imagem ilustrativa de estufa industrial. Fonte: MaxiTherm Equipamentos Industriais. ....	22
<b>Figura 3.4.</b> a) Bomba pneumática tipo diafragma e b) curva da bomba. Fonte: Amboretto (fornecedor). ....	23
<b>Figura 3.5.</b> Fluxograma com as macroetapas da metodologia aplicada neste trabalho. ....	23
<b>Figura 3.6.</b> a) Viscosímetro rotacional digital Brookfield e b) banho termostatizado. ....	24
<b>Figura 3.7.</b> Fluxograma simplificado para o sistema de bombeamento com a indicação dos pontos utilizados para o cálculo da curva do sistema. ....	25

<b>Figura 3.8.</b> Representação do sistema de aquecimento do tambor de solução polimérica: (a) vista frontal (b) vista superior.....	28
<b>Figura 4.1.</b> Curvas de viscosidade dinâmica em função da temperatura referente a três lotes de solução polimérica avaliados. ....	30
<b>Figura 4.2.</b> Curvas da massa específica em função da temperatura referente a três lotes de solução polimérica analisados. ....	32
<b>Figura 4.3.</b> Curvas de operação do sistema ( $H_s$ ) de bombeamento comparadas à curva de operação da bomba ( $H_b$ ). ....	34
<b>Figura 4.4.</b> Perfis de temperatura em função do tempo para diferentes condições iniciais em um intervalo de 0 a 100 h: a) em $r = 0$ e $x = 0$ ; b) em $r = R$ e $x = 0$ ; c) em $r = 0$ e $x = L$ e d) em $r = R$ e ..... .....	36
<b>Figura 4.5.</b> Superfícies de nível para temperatura em relação ao tempo em um intervalo de 0 a 360000 s: (a) e (b) em relação à altura do tambor para $r = 0$ e $r = R$ , respectivamente, (c) e (d) em relação ao raio do tambor para $x = 0$ e $x = L$ , respectivamente. ....	43



---

**LISTA DE TABELAS**

<b>Tabela 2.1.</b> Correlações para a determinação do fator de atrito de Darcy, $f$ , para escoamentos turbulentos de fluidos newtonianos. Adaptado de (FANG; XU; ZHOU, 2011; FOX <i>et al.</i> , 2014; RAMSEY, 2019; TALER, 2016; ZEGHADNIA; ROBERT; ACHOUR, 2019).....	11
<b>Tabela 2.2.</b> Correlações para a determinação do coeficiente de transferência de calor por convecção através de números adimensionais. Adaptado de (BERGMAN; LAVINE, 2017). .....	19
<b>Tabela 3.1.</b> Dados do sistema para cálculo da perda de carga distribuída ( $h_l$ ). Fonte: Fox <i>et al.</i> (2014) .....	26
<b>Tabela 3.2.</b> Dados do sistema para cálculo da perda de carga localizada ( $h_{lm}$ ). Fonte: Fox <i>et al.</i> (2014) .....	26
<b>Tabela 3.3.</b> Dados considerados na modelagem da convecção externa do tambor que contém a solução polimérica. ....	27
<b>Tabela 3.4.</b> Dados considerados na modelagem da condução de calor em estado transiente no interior do cilindro. Fontes: (HUANG <i>et al.</i> , 2021), (NADDAF; ZEINALI HERIS, 2018), (MARK, 2009), The Engineering ToolBox. ....	29
<b>Tabela 4.1.</b> Ajustes do modelo Andrade-Guzmán para os dados experimentais de viscosidade dinâmica em função da temperatura. ....	31
<b>Tabela 4.2.</b> Ajustes lineares para os dados experimentais de massa específica em função da temperatura para os lotes A, B e C avaliados. ....	32
<b>Tabela 4.3.</b> Número de Reynolds e fator de atrito em função da temperatura considerando os valores de viscosidade e massa específica médios. ....	33
<b>Tabela 4.4.</b> Parâmetros relativos à transferência de calor entre a estufa e o tambor contendo a solução polimérica. ....	35
<b>Tabela 4.5.</b> Tempo necessário para atingimento de temperaturas de 55, 60 e 65 °C, considerando diferentes temperaturas iniciais, em diferentes pontos do cilindro, e tempo médio necessário para atingimento das mesmas temperaturas, considerando quatro pontos do tambor. ....	42

### LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

BR	Brasil
CMC	carboximetilcelulose
DNA	ácido desoxirribonucleico
EUA	Estados Unidos da América
PDMS	polidimetilsiloxano
PDOS	densidade de fônons de estado (do inglês, <i>phonon density of states</i> )
PEBD	polietileno de baixa densidade
PKN	correlação de Prandtl-von Kármán-Nikuradse
RNA	ácido ribonucleico
SI	Sistema Internacional de Medidas

---

**LISTA DE SÍMBOLOS**

$\frac{du}{dy}$	gradiente de velocidade em x na direção y ( $s^{-1}$ )
$\mu$	viscosidade dinâmica para fluidos newtonianos (Pa.s)
A	fator pré-exponencial da equação de Andrade-Guzmán (Pa.s)
A	área ( $m^2$ )
$A_s$	fator pré-exponencial da equação de Arrhenius (Pa.s)
B	fator exponencial da equação de Andrade-Guzmán (K)
Bi	número de Biot
$C_{n,c}$	coeficiente n da solução da equação de calor para geometria cilindro infinito
$C_{n,p}$	coeficiente n da solução da equação de calor para geometria parede plana infinita
cos	função cosseno
$C_p$	calor específico ( $J.kg^{-1}.K^{-1}$ )
D	diâmetro (m)
e	número de Euler
$E_a$	energia de ativação ( $J.mol^{-1}$ )
F	força (N)
f	fator de atrito de Darcy
$F_o$	número de Fourier
g	aceleração da gravidade (no SI, aproximadamente $9,81 m/s^2$ )
h	coeficiente de transferência de calor por convecção ( $W.m^{-2}.K^{-1}$ )

$H_b$	<i>head</i> da bomba (m)
$h_l$	perda de carga distribuída (m)
$h_{lm}$	perda de carga localizada (m)
$H_s$	<i>head</i> do sistema (m)
$J_0$	função de Bessel ordem zero
$k$	coeficiente de condutividade térmica ( $W.m^{-1}.K^{-1}$ )
$K$	coeficiente de perda de carga localizada
$K'$	parâmetro do fluido não newtoniano (Pa.s)
$K''$	parâmetro de fluido não newtoniano ajustado (Pa.s)
$L$	comprimento (m)
$L$	metade da altura do tambor (m)
$L_c$	tamanho característico (m)
$L_e$	comprimento equivalente (m)
$\log$	logaritmo de base 10
$\ln$	logaritmo natural
$Nu$	número de Nusselt
$O$	oxigênio
$p$	pressão (Pa)
$Pr$	número de Prandtl
$q$	taxa de transferência de calor (W)
$Q$	vazão de fluido ( $m^3.s^{-1}$ )

---

$q''$	fluxo de transferência de calor ( $\text{W.m}^{-2}$ )
$R$	constante universal dos gases (no SI, $8,314 \text{ J.mol}^{-1}.\text{K}^{-1}$ )
$r$	coordenada do raio do cilindro (m)
$R$	raio total do tambor (m)
$r^*$	coordenada radial adimensional
$R^2$	coeficiente de determinação
$Re$	número de Reynolds
$Re'$	número de Reynolds adaptado por Metzner & Reed (1955)
$Si$	silício
$T$	temperatura ( $^{\circ} \text{C}$ )
$t$	tempo (s)
$T_i$	temperatura inicial do tambor ( $^{\circ} \text{C}$ )
$T_{\infty}$	temperatura do escoamento fora da camada limite ( $^{\circ} \text{C}$ )
$u_{\infty}$	velocidade do fluido fora da camada limite ( $\text{m.s}^{-1}$ )
$v$	velocidade média no sentido do escoamento ( $\text{m.s}^{-1}$ )
$x$	coordenada da altura do tambor (m)
$x^*$	coordenada linear adimensional
$\alpha$	coeficiente de difusividade térmica ( $\text{m}^2.\text{s}^{-1}$ )
$\gamma$	peso específico ( $\text{N.m}^{-3}$ )
$\Delta P$	diferencial de pressão (Pa)
$\Delta T$	diferencial de temperatura ( $^{\circ} \text{C}$ )

$\varepsilon$	rugosidade (m)
$\zeta_{n,c}$	raíz n da solução da equação de calor para geometria cilindro infinito
$\zeta_{n,p}$	raíz n da solução da equação de calor para geometria cilindro infinito
$\eta_p$	rendimento da bomba
$\eta$	viscosidade dinâmica (Pa.s)
$\rho$	massa específica (kg.m <sup>-3</sup> )
$\tau_{yx}$	tensão de cisalhamento na direção x em função da coordenada y (Pa)
$\nu$	viscosidade cinemática (m <sup>2</sup> .s <sup>-1</sup> )

**SUMÁRIO**

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA E REVISÃO BIBLIOGRÁFICA</b>	<b>3</b>
<b>2.1</b>	<b>Fluido</b>	<b>3</b>
2.1.1	Fluidos newtonianos	4
2.1.2	Fluidos não newtonianos	5
2.1.3	Polímeros e soluções poliméricas	6
2.1.3.1	Polidimetilsiloxano (PDMS)	8
<b>2.2</b>	<b>Escoamento de fluidos</b>	<b>9</b>
2.2.1	Perda de carga distribuída	10
2.2.1.1	Fator de atrito para fluidos newtonianos	11
2.2.2	Perdas de carga localizadas	14
<b>2.3</b>	<b>Bombas industriais</b>	<b>15</b>
<b>2.4</b>	<b>Transferência de calor</b>	<b>16</b>
2.4.1	Transferência de calor por condução	17
2.4.2	Transferência de calor por convecção	17
2.4.3	Transferência de calor por condução em estado transiente	19
<b>3</b>	<b>METODOLOGIA</b>	<b>21</b>
<b>3.1</b>	<b>Descrição do processo e formulação do problema</b>	<b>21</b>
3.1.1	Caracterização das etapas do processo	22
<b>3.2</b>	<b>Método proposto</b>	<b>23</b>
<b>4</b>	<b>RESULTADOS E DISCUSSÃO</b>	<b>30</b>
<b>4.1</b>	<b>Influência da temperatura na viscosidade</b>	<b>30</b>
<b>4.2</b>	<b>Influência da temperatura na massa específica</b>	<b>31</b>
<b>4.3</b>	<b>Influência da temperatura no fator de atrito de Darcy</b>	<b>33</b>
<b>4.4</b>	<b>Influência da temperatura na curva do sistema de bombeamento</b>	<b>34</b>
<b>4.5</b>	<b>Modelagem de transferência de calor na estufa</b>	<b>35</b>
4.5.1	Transferência de calor por convecção	35
4.5.2	Transferência de calor por condução no estado transiente	35

<b>5 CONCLUSÃO</b>	<b>45</b>
<b>REFERÊNCIAS</b>	<b>47</b>
<b>APÊNDICE A – JUPYTER NOTEBOOK: TRANSFERÊNCIA DE CALOR</b>	<b>50</b>



## 1 INTRODUÇÃO

Desde os primórdios, os polímeros fazem parte do cotidiano do ser humano: na composição de alimentos, tecidos e, até mesmo, no DNA e RNA dos seres vivos. Ao longo do tempo, foram realizadas descobertas que viabilizaram a produção e modificação de polímeros em escala industrial: como exemplos, há a vulcanização da borracha, patenteada em 1851 por Nelson Goodyear, a síntese do nitrato de celulose em 1846 por Christian Schönbein, entre outros.

Com o avanço das tecnologias e aumento da necessidade de materiais e novas soluções tecnológicas para a indústria química, a produção e utilização de polímeros se intensificou no último século. Neste contexto, a manipulação de polímeros em solução ou no estado líquido também se tornou uma prática comum em diversas empresas do ramo químico.

Entre estes materiais, uma classe de polímeros utilizada em grande escala na indústria química é o silicone, material utilizado na preparação de antiespumantes, óleos lubrificantes, próteses, entre outros.

Neste contexto, um dos desafios enfrentados pelas indústrias durante o consumo de soluções poliméricas a nível de engenharia de processos é o bombeamento destes tipos de fluido, tendo em vista que possuem valores elevados de viscosidade. Uma solução comumente empregada para viabilizar este processo é o aquecimento do fluido antes da sua utilização, visando a redução da viscosidade e possibilitando o bombeamento. Geralmente, utilizam-se estufas com ar ou vapor quente, mantas térmicas ou sistemas do tipo banho-maria no processo de aquecimento.

Neste estudo, propõe-se modelar o comportamento de algumas propriedades físico-químicas de uma solução polimérica de polidimetilsiloxano (PDMS) em função da temperatura, bem como avaliar parâmetros relacionados ao bombeamento e aquecimento em uma estufa industrial deste fluido quando acondicionado em um tambor metálico. A partir do objetivo geral, os seguintes objetivos específicos foram delineados:

- avaliar o comportamento da viscosidade dinâmica e da massa específica da solução polimérica em relação à temperatura;

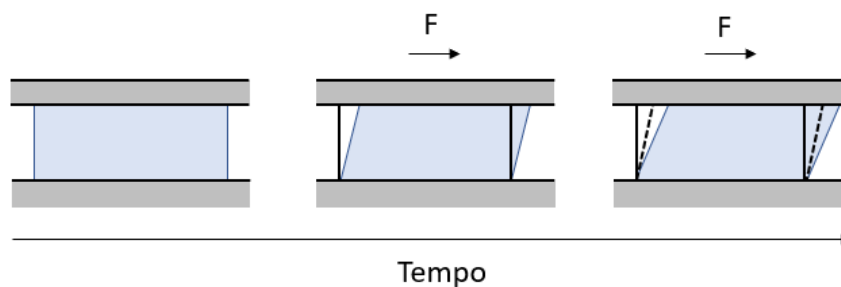
- estudar o comportamento do fator de atrito de Darcy para escoamento do fluido em uma tubulação em função da temperatura, bem como analisar a influência da temperatura na curva do sistema;
- avaliar os principais parâmetros da transferência de calor por convecção que ocorre entre o vapor d'água saturado da estufa e o tambor contendo a matéria-prima;
- modelar a evolução da temperatura do tambor em aquecimento em função do tempo, visando definir o tempo para atingimento da viscosidade adequada para o processo de bombeamento.

## 2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA E REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Neste capítulo são apresentados os conceitos fundamentais ao desenvolvimento do trabalho, bem como uma breve revisão bibliográfica dos assuntos tratados, abrangendo os seguintes tópicos: um panorama geral sobre conceitos de mecânica de fluidos, como tipos de fluidos, suas características e escoamento, seguida de uma revisão sobre mecanismos de transferência de calor.

### 2.1 Fluido

O termo fluido é utilizado para descrever líquidos e gases, baseado em uma propriedade que ambos têm em comum: a fluidez. Esta propriedade pode ser definida como a tendência que um fluido possui em escoar mediante a ação de forças cisalhantes (tangencial). Independente da magnitude da força aplicada, um fluido se move e se deforma continuamente quando uma força externa é aplicada (RUBAN; GAJJAR, 2014). Em decorrência disto, um fluido em contato com uma superfície sólida não desliza sobre esta; pelo contrário, apresenta a mesma velocidade da superfície, conforme Figura 2.1 (FOX *et al.*, 2014).

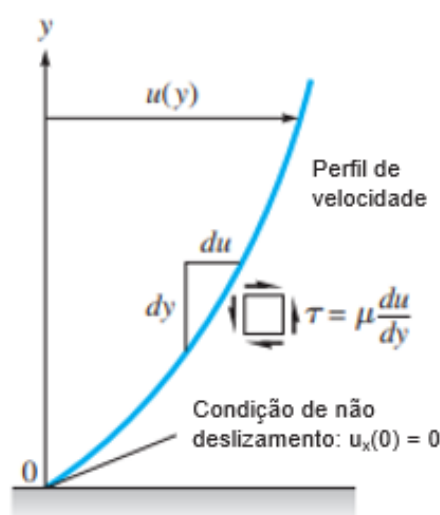


**Figura 2.1.** Representação do comportamento de um fluido mediante a ação de uma forças de cisalhamento. Fonte: Adaptado de Fox *et al.* (2014).

### 2.1.1 Fluidos newtonianos

Uma propriedade essencial no estudo de escoamentos é a viscosidade do fluido. Esta propriedade estabelece uma relação direta entre a taxa de deformação apresentada por um fluido mediante a aplicação de uma tensão cisalhante. Baseado em estudos experimentais, Sir Isaac Newton, em 1687, desenvolveu uma equação, denominada lei da viscosidade de Newton (Equação 2.1), que relaciona a taxa de deformação, aproximando-a pelo gradiente do campo de velocidade, e a tensão de cisalhamento, utilizando a viscosidade como fator de proporcionalidade (WHITE, 2016). Nesta equação,  $\tau_{yx}$  representa a tensão de cisalhamento aplicada (Pa),  $\mu$  a viscosidade dinâmica do fluido (Pa.s),  $du/dy$  representa o gradiente de velocidade na direção  $x$  ( $s^{-1}$ ) em relação à coordenada espacial  $y$ .

$$\tau_{yx} = \mu \frac{du}{dy} \quad 2.1$$



**Figura 2.2.** Representação do perfil de velocidade na direção  $x$  desenvolvido em função da coordenada  $y$ , mediante a aplicação de uma tensão cisalhante. Adaptado de White (2016).

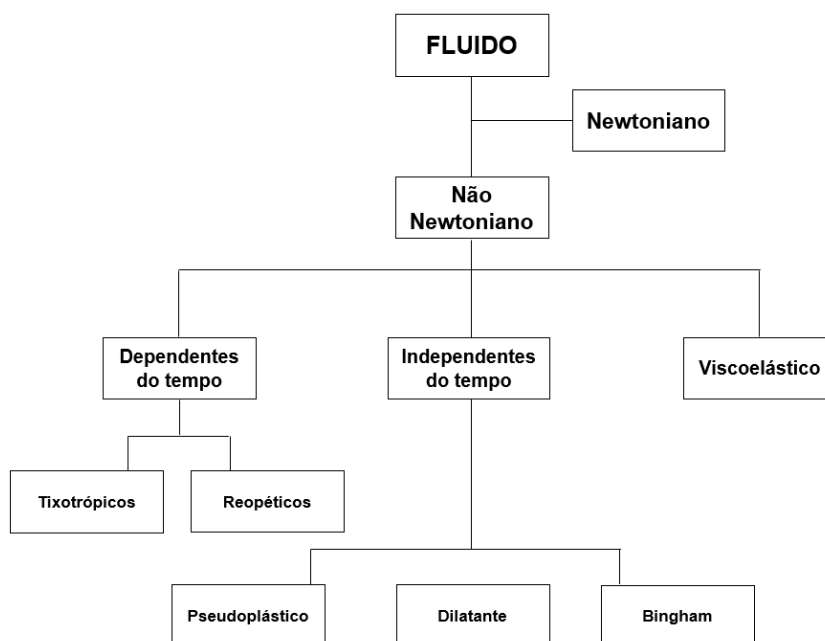
A Equação 2.1 é válida para os fluidos newtonianos, também chamados fluidos lineares, cuja principal característica é a relação diretamente proporcional entre a tensão de cisalhamento e a taxa de deformação, sem tensão crítica para o início da deformação.

### 2.1.2 Fluidos não newtonianos

Fluidos não newtonianos são aqueles que não seguem a lei de viscosidade de Newton (Equação 2.1), isto é, a viscosidade não é uma constante a uma dada velocidade e pressão e não necessariamente tem sua curva de escoamento passando pela origem (CHANDRAN; SARATHCHANDRAN; THOMAS, 2019). Como consequência, a curva de escoamento (tensão de cisalhamento *versus* taxa de deformação) não pode ser representada por uma reta e a razão entre essas duas grandezas em qualquer ponto da curva é denominada viscosidade aparente. Os fluidos não newtonianos são geralmente divididos em diferentes categorias, conforme apresentado a seguir, e podem se enquadrar em mais de uma categoria, de acordo com suas propriedades.

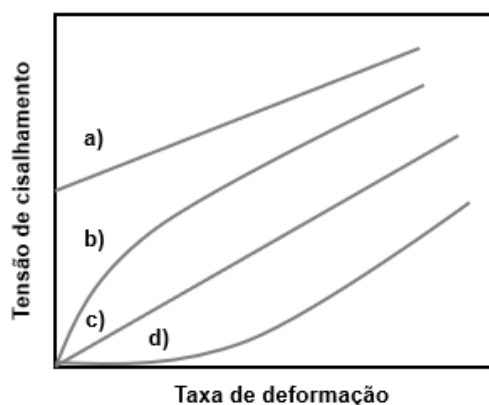
- Fluidos independentes do tempo ou puramente viscosos: compreende a classe de fluidos cujas taxas de deformação num ponto dependem apenas da tensão cisalhante instantânea aplicada neste ponto. Possuem três subdivisões: pseudoplásticos, dilatantes e fluidos de Bingham.
- Fluidos dependentes do tempo: são aqueles cuja viscosidade aparente depende do tempo de aplicação da tensão de cisalhamento. Os fluidos deste grupo recebem uma classificação adicional: reopéticos e tixotrópicos. Os tixotrópicos tem como característica a redução da viscosidade aparente com o tempo de atuação da tensão cisalhante até alcançar um ponto de equilíbrio. Por outro lado, os fluidos reopéticos tem sua viscosidade aparente aumentada em função do tempo de aplicação da tensão cisalhante.
- Fluidos viscoelásticos: são fluidos que apresentam propriedades de um sólido elástico e de um líquido viscoso.

Na Figura 2.3 está apresentado um diagrama com a classificação geral dos fluidos não newtonianos.



**Figura 2.3.** Classificação dos fluidos de acordo com o comportamento reológico. Fonte: Adaptado de Leal (2005).

Na Figura 2.4 é exibido graficamente o comportamento do escoamento de alguns fluidos, conforme descrito na Figura 2.3.



**Figura 2.4.** Gráfico da tensão de cisalhamento em função da taxa de deformação, representando o comportamento do escoamento de fluidos: a) Bingham, b) Pseudoplástico, c) Newtoniano e d) Dilatante. Adaptado de CHANDRAN; SARATHCHANDRAN; THOMAS (2019)

### 2.1.3 Polímeros e soluções poliméricas

Polímeros são compostos naturais ou artificiais formados por macromoléculas que, por sua vez, são constituídas por unidades estruturais menores (unidades repetitivas) ligadas umas às outras, formando estruturas que podem ser lineares, ramificadas ou reticuladas (SPERLING, 2006).

Nesse sentido, o estudo da reologia de polímeros e soluções poliméricas é essencial na definição de diversos parâmetros de processos na indústria, tais como processos de injeção, extrusão, manufatura de fibras têxteis, entre outros (NIGEL MILLS, 2005). Entre os principais parâmetros para a caracterização de soluções poliméricas, destaca-se a viscosidade dinâmica.

Van Krevelen *et al.* (1987) citam diferentes fatores que podem contribuir para a variação de viscosidade em soluções poliméricas: formato das moléculas, temperatura, massa molar, natureza hidrofílica, interação das moléculas com solvente e concentração do polímero.

A maioria das soluções poliméricas e polímeros fundidos pertence à classe de fluidos não-newtonianos e, com poucas exceções, a viscosidade desses fluidos diminui com o aumento da taxa de deformação. Isto ocorre, devido ao alinhamento das moléculas do polímero mediante a aplicação de uma tensão. Este alinhamento facilita o escoamento das moléculas, causando a redução da viscosidade em altas taxas de deformação (AL-SHAMMARI *et al.*, 2011).

Entre os principais modelos que relacionam a viscosidade à temperatura, Hamdi *et al.* (2021) destacam o modelo de Andrade-Guzmán, Equação 2.2:

$$\eta = Ae^{\frac{B}{T}} \quad 2.2$$

sendo  $\eta$  a viscosidade aparente (Pa.s) para uma determinada taxa de cisalhamento, A (Pa.s) e B (K) são constantes positivas que variam de acordo com o fluido.

Com base nessa equação, foi desenvolvido um modelo do tipo Arrhenius, que relaciona o logaritmo natural da viscosidade e o inverso da temperatura:

$$\ln \eta = \ln A_s + \frac{E_a}{R} \frac{1}{T} \quad 2.3$$

em que R é a constante universal dos gases (no SI, 8,314 J.mol<sup>-1</sup>.K<sup>-1</sup>), E<sub>a</sub> é a energia de ativação (J.mol<sup>-1</sup>) e A<sub>s</sub> é um fator pré-exponencial (Pa.s).

Além da viscosidade, outro parâmetro fundamental na modelagem de escoamentos é a massa específica do fluido. De acordo com Aitbelale *et al.* (2019), a massa específica de um líquido varia com a pressão e a temperatura e, geralmente,

sua variação em relação à temperatura pode ser representada por um modelo polinomial de terceiro grau ou inferior, a partir de experimentos à pressão constante:

$$\rho(T) = A_0 + A_1T + A_2T^2 + A_3T^3 \quad 2.4$$

onde  $A_0$ ,  $A_1$ ,  $A_2$  e  $A_3$  são constantes dos modelos ajustados.

#### 2.1.3.1 Polidimetilsiloxano (PDMS)

Entre os principais polímeros utilizados na indústria, destaca-se o silicone, que possui aplicações como lubrificante, antiespumante, agente de polimento e, na medicina, como material de próteses (FERRAROLI; KARDEC NASCIMENTO, 2002).

Soluções poliméricas à base de silicone são classificadas como fluidos não-newtonianos, pertencendo especificamente à classe de pseudoplásticos, possuindo características reológicas complexas. Nesta classe, encontra-se o polidimetilsiloxano (PDMS), gerado pela polimerização do óxido de silício (SiO) e radicais metil.

O PDMS é um polímero sintético, sem cor e sem odor, quimicamente neutro e hidrofóbico. A massa específica do PDMS pode variar de 760 a 1070 kg.m<sup>-3</sup> e a sua viscosidade dinâmica pode variar de 0,0006 a 2000 Pa.s (MARK; ALLCOCK; WEST, 2005).

Venczel *et al.* (2021) estudaram as propriedades reológicas de um silicone em amortecedores, conhecimento necessário para o desenvolvimento destes dispositivos. Neste estudo, os autores desenvolveram uma equação para a viscosidade em função da temperatura ajustada pelo modelo Carreau-Yasuda para o PDMS, utilizando regressão não-linear e realizando uma estimativa de parâmetros quadráticos para a viscosidade. Os valores experimentais da viscosidade foram medidos em temperaturas entre 0 - 80 °C a uma taxa de deformação de 0,628 s<sup>-1</sup>. Os parâmetros obtidos apresentaram concordância com os parâmetros encontradas na literatura.

Monteiro *et al.* (2018) também avaliaram a influência da temperatura na viscosidade para três tipos de silicone (S10, P10 e P1) com diferentes massas molares, em intervalos de temperaturas entre -5 a 35 °C, ajustando os dados experimentais a um modelo do tipo Arrhenius. Os fatores pré-exponenciais para os



modelos ajustados para os silicões S10, P10 e P1 foram 0,785; 2,102 e 0,213 Pa.s, respectivamente; enquanto as energias de ativação foram de 0,166 J.mol<sup>-1</sup> para os silicões S10 e P10 e 0,249 J.mol<sup>-1</sup> para o silicão P1. Os autores evidenciaram que, conforme esperado, a falta de linearidade dos dados se intensificou com o aumento da viscosidade. Além disso, observaram um aumento na viscosidade dos fluidos S10, P10 e P1 entre as temperaturas máxima (35 °C) e mínima (-5 °C) de 153 %, 184 % e 340 %, respectivamente.

## 2.2 Escoamento de fluidos

Em 1738, o matemático suíço Daniel Bernoulli publicou o livro *Hydrodynamica*, onde, pela primeira vez, foi apresentada a Equação de Bernoulli, expressão que descreve o escoamento de um fluido incompressível ao longo de uma linha de corrente, sem atrito e em regime permanente, através de um balanço de energia (MIKHAILOV, 2005). Considera-se, neste balanço, as energias de pressão, potencial, cinética e o trabalho de eixo. Dado um escoamento entre dois pontos, onde estas considerações são válidas, a equação de Bernoulli pode ser escrita como representada na Equação 2.5:

$$\frac{p_1}{\gamma} + \frac{v_1^2}{2g} + z_1 + \eta_p H_B = \frac{p_2}{\gamma} + \frac{v_2^2}{2g} + z_2 \quad 2.5$$

Na Equação 2.5,  $p$  representa a pressão (Pa),  $v$  a velocidade do fluido (m.s<sup>-1</sup>),  $z$  a altura do fluido (m),  $\gamma$  o peso específico (N.m<sup>-3</sup>),  $g$  a aceleração da gravidade (m.s<sup>-2</sup>) e  $\eta_p$  e  $H_B$  são, respectivamente, a eficiência (%) e a energia (m) fornecida pela bomba.

Na prática, o atrito geralmente não pode ser desconsiderado dos cálculos de escoamentos. Portanto, uma nova expressão foi proposta considerando a perda de carga distribuída causada por efeitos de atrito no escoamento completamente desenvolvido (termo  $h_l$ ), assim como as perdas localizadas (termo  $h_{lm}$ ) causadas por acessórios, entradas, saídas, entre outros (FOX *et al.*, 2014). Com isso, introduz-se a Equação 2.6:

$$\frac{p_1}{\gamma} + \frac{v_1^2}{2g} + z_1 - \frac{p_2}{\gamma} - \frac{v_2^2}{2g} - z_2 + \eta_p H_B = h_l + h_{lm} \quad 2.6$$

### 2.2.1 Perda de carga distribuída

Considerando um escoamento horizontal através de uma seção de tubo reto e com área constante e sem trabalho externo, a Equação 2.6 pode ser escrita como:

$$\frac{p_1}{\gamma} - \frac{p_2}{\gamma} = \frac{\Delta P}{\gamma} = h_l \quad 2.7$$

Através de observações experimentais, verificou-se que a perda de pressão é uma função dos seguintes parâmetros (FOX *et al.*, 2014):

$$\Delta P = \phi(D, L, v, \varepsilon, \rho, \mu), \quad 2.8$$

onde  $\Delta P$  é a queda de pressão (Pa),  $D$  é o diâmetro do tubo (m),  $L$  é o comprimento da tubulação (m),  $\varepsilon$  é a rugosidade da tubulação (m),  $v$  a velocidade média do escoamento ( $\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ ),  $\rho$  é a massa específica do fluido ( $\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$ ) e  $\mu$  é a viscosidade dinâmica do fluido (Pa.s). Pela análise dimensional da expressão, pode-se reescrever a Equação 2.8 utilizando grupos adimensionais, conforme Equação 2.9:

$$\frac{\Delta P}{\rho v^2} = \phi\left(\frac{Dv\rho}{\mu}, \frac{L}{D}, \frac{\varepsilon}{D}\right) \quad 2.9$$

Sendo a queda de pressão diretamente proporcional à razão  $L/D$ , substituindo a Equação 2.7 na Equação 2.9 e acrescentando um fator  $\frac{1}{2}$  ao denominador, tendo em vista que ainda existe uma função indefinida, tem-se:

$$\frac{h_l}{\frac{1}{2}v^2} = \frac{L}{D} \phi\left(Re, \frac{\varepsilon}{D}\right), \quad 2.10$$

onde  $Re$  é o número de Reynolds, definido pela Equação 2.11:

$$Re = \frac{Dv\rho}{\mu} \quad 2.11$$

A função  $\phi\left(Re, \frac{\varepsilon}{D}\right)$  é denominada fator de atrito,  $f$ , sendo definida conforme Equação 2.12:

$$f = \phi\left(Re, \frac{\varepsilon}{D}\right), \quad 2.12$$

Assim, a expressão geral para a perda de carga distribuída ao longo de uma tubulação reta é dada pela Equação 2.13:

$$H_l = f \frac{v^2 L}{2 D} \quad \text{ou} \quad h_l = f \frac{v^2 L}{2g D} \quad 2.13$$

### 2.2.1.1 Fator de atrito para fluidos newtonianos

O fator de atrito de Darcy,  $f$ , para escoamentos laminares ( $Re \leq 2300$ ), pode ser calculado pela Equação 2.14, obtida a partir da expressão de Hagen-Poiseuille.

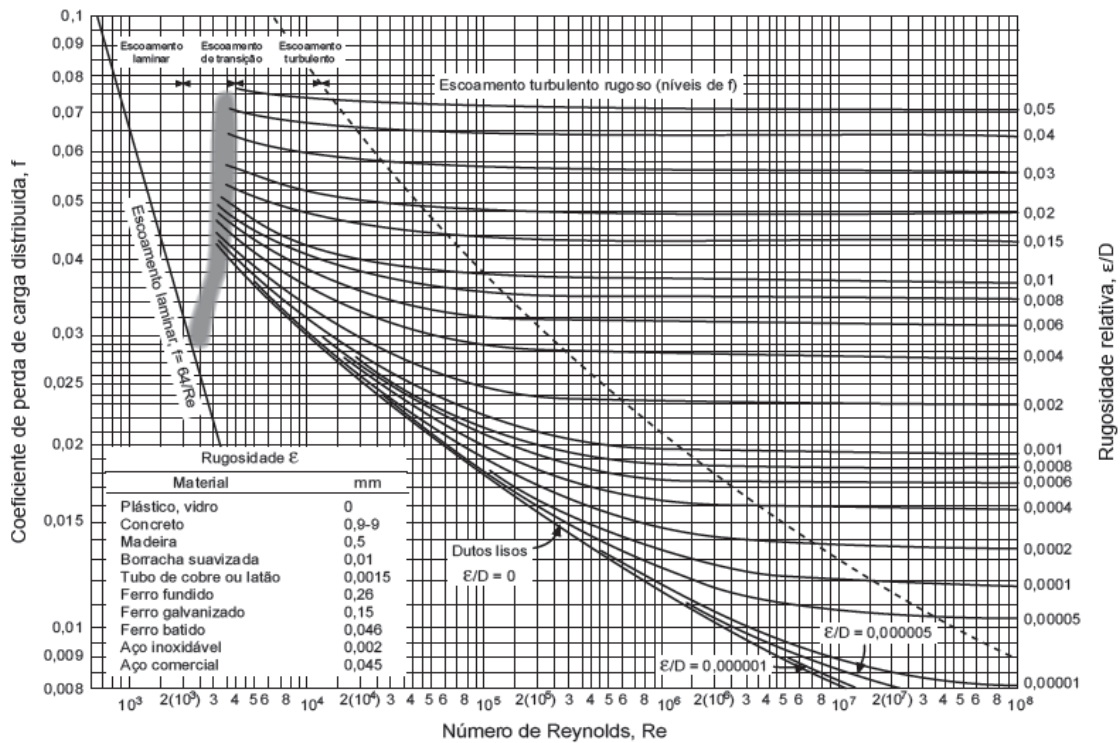
$$f = \frac{64}{Re} \quad 2.14$$

A Equação 2.14 demonstra que, para escoamentos em regime laminar, o fator de atrito depende apenas do número de Reynolds. Para escoamentos turbulentos ( $Re \geq 2300$ ), a estimativa do fator de atrito é mais complexa, sendo necessário o uso de equações específicas, válidas de acordo com um conjunto de restrições. Na literatura existem algumas correlações que podem ser utilizadas para o cálculo do fator de atrito, mediante a observação de algumas restrições. Na Tabela 2.1 estão apresentados os modelos mais difundidos para a determinação do fator de atrito para fluidos newtonianos em regime turbulento.

**Tabela 2.1.** Correlações para a determinação do fator de atrito de Darcy,  $f$ , para escoamentos turbulentos de fluidos newtonianos. Adaptado de FANG; XU; ZHOU (2011); FOX *et al.* (2014); RAMSEY (2019); TALER (2016); ZEGHADNIA; ROBERT; ACHOUR (2019).

Autor	Correlação	Observações	Duto	Citado por
Blasius	$f = \frac{0,079}{Re^{1/4}}$	Regime turbulento $4000 \leq Re \leq 10^6$	Liso	(FOX et al., 2014)
Prandtl - von Karman - Nikuradse (PKN)	$\frac{1}{\sqrt{f}} = 4,0 \log(Re\sqrt{f}) - 1,60$	Regime turbulento $3100 \leq Re \leq 3,2 \times 10^6$	Liso	(TALER, 2016)
Haaland	$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2,16 \log\left(\left(\frac{\epsilon}{37D}\right)^{1,11} + \frac{6,9}{Re}\right)$	Regime turbulento $4000 \leq Re \leq 10^8$	$10^{-6} \leq (\epsilon/D) \leq 5 \times 10^{-2}$	(ZEGHADNIA; ROBERT; ACHOUR, 2019)
Nikuradse	$\frac{1}{\sqrt{f}} = 4,0 \log(Re\sqrt{f}) - 0,32$	Regime turbulento $4000 \leq Re \leq 80000$	Liso	(RAMSEY, 2019)
Altshul	$\frac{1}{\sqrt{f}} = 3,6 \log\left(\frac{Re}{Re\frac{\epsilon}{D} + 7}\right)$	Regime turbulento $4000 \leq Re \leq 10^7$	$0 \leq (\epsilon/D) \leq 10^{-2}$	(ZEGHADNIA; ROBERT; ACHOUR, 2019)
Colebrook	$\frac{1}{\sqrt{f}} = -4,0 \log\left(\frac{\epsilon}{3,7D} + \frac{2,51}{Re\sqrt{f}}\right)$	Regime turbulento $4000 \leq Re \leq 10^8$	$0 \leq (\epsilon/D) \leq 5 \times 10^{-2}$	(FANG; XU; ZHOU, 2011)

Além de correlações matemáticas, a determinação do coeficiente de atrito de Darcy,  $f$ , pode ser feita utilizando-se o Diagrama de Moody (Figura 2.5), que estabelece graficamente a relação existente entre fator de atrito, número de Reynolds e rugosidade relativa. Através dele, pode-se verificar que, para escoamentos com altos valores de  $Re$  (à direita da curva tracejada exibida na Figura 2.5), é possível determinar o fator de atrito conhecendo-se somente a rugosidade relativa do material em que ocorre o escoamento.



**Figura 2.5.** Representação gráfica do diagrama de Moody em escala logarítmica para a determinação do fator de atrito de Darcy em função do número de Reynolds e da rugosidade relativa de escoamentos de fluidos newtonianos (MOODY; PRINCETON, 1944). Fonte: IZOLA (2020).

### 2.2.1.2 Fator de atrito para fluidos não newtonianos

Embora não exista uma única expressão capaz de descrever todos os comportamentos de fluidos não newtonianos, empiricamente verifica-se que diversos fluido não newtonianos podem ser representados por um modelo que depende de dois parâmetros:

$$\tau = K' \left(-\frac{du}{dr}\right)^n, \quad 2.15$$

onde  $(-du/dr)$  representa a taxa de deformação para um escoamento em um duto circular ( $s^{-1}$ ),  $K'$  ( $Pa \cdot s$ ) e  $n$  são parâmetros ajustados para a equação.

No desenvolvimento de expressões para o coeficiente de atrito para fluidos não newtonianos, destacam-se três abordagens principais (LEAL, 2005) conforme apresentado a seguir.

- A primeira delas parte das equações obtidas para escoamento turbulento de fluidos newtonianos. Weltmann (1956), usou a viscosidade aparente,  $\mu_{ap}$ , definida como a razão entre a tensão cisalhante na parede do tubo e a taxa de deformação no mesmo local.
- A segunda abordagem busca relacionar dados experimentais por equações tipo Blasius, expressas como:

$$f = aRe^{-b}, \quad 2.16$$

- A última abordagem baseia-se na lei de Prandtl para obter uma expressão para o fator de atrito. As equações desta categoria têm o seguinte formato:

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = A \log(Re f^B) + C, \quad 2.17$$

sendo A, B e C parâmetros dependentes das propriedades reológicas do fluido. Com base nesta expressão, Dodge & Metzner (1959), desenvolveram uma correlação para o cálculo do fator de atrito para fluidos não newtonianos, dada por:

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = \frac{4}{n'^{0,75}} \log(Re' f^{1-0,5n'}) - \frac{0,4}{n'^{1,2}} \quad 2.18$$

onde  $Re'$  é o número de Reynolds proposto por Metzner & Reed (1955), expresso por:

$$Re' = \frac{D^{n'} v^{2-n'} \rho}{gK' 8^{n'-1}} \quad 2.19$$

sendo:

$$n' = n = \frac{d(\log(\frac{D\Delta P}{4L}))}{d(\log(\frac{8V}{D}))}, \text{ e} \quad 2.20$$

$$K'' = K' \left(\frac{3n+1}{4n}\right)^n \quad 2.21$$

Os dados experimentais obtidos por Metzner & Reed (1955), por meio da equação 2.18, apresentaram um desvio médio de 1,9 % para  $0,4 \leq n \leq 1,0$ .

Silva *et al.* (2017) avaliaram a aplicação dos modelos de Churchill e de Swamee-Jain para a estimativa de perdas de carga no escoamento confinado de uma suspensão de caulim, obtendo uma boa representação do fator de atrito, apresentando baixos erros em relação aos resultados da análise experimental do escoamento. O modelo de Churchill é válido para escoamentos laminares e turbulentos em tubos lisos e rugosos, por meio da combinação de equações existentes na literatura, sendo representado pelas Equações 2.22, 2.23 e 2.24:

$$f = 8 * \left( \left( \frac{8}{Re} \right)^{12} + \frac{1}{(A + B)^{1,5}} \right)^{\frac{1}{12}} \quad 2.22$$

onde:

$$A = \left( 2,457 * \ln \left( \frac{1}{\left( \frac{7}{Re} \right)^{0,9} + 0,27 * \frac{\varepsilon}{D}} \right) \right)^{16} \quad 2.23$$

e

$$B = \left( \frac{37530}{Re} \right)^{16} \quad 2.24$$

### 2.2.2 Perdas de carga localizadas

Além da perda de carga distribuída, que acontece ao longo de todo o escoamento, é comum em tubulações industriais existirem perdas localizadas devido à presença de acessórios na tubulação, mudanças abruptas ou graduais de diâmetro da tubulação ou direção do escoamento (ELLENBERGER, 2014).

Os principais causadores das perdas de cargas são acessórios presentes ao longo da tubulação, tais como válvulas, medidores de vazão, reduções, expansões, joelhos, tês, curvas, luvas, uniões flangeadas, *nipples*, entre outros. A soma de todas as perdas de carga localizadas em um escoamento corresponde ao termo  $h_{lm}$  na Equação 2.6. Matematicamente, equivale às Equações 2.25 e 2.26:

$$h_{lm} = f \frac{L_e}{D} \frac{v^2}{2g} \quad \text{ou} \quad 2.25$$

$$h_{lm} = K \frac{v^2}{2g} \quad 2.26$$

onde K é o coeficiente de perda de carga localizada (adimensional) e  $L_e$  é o comprimento equivalente à perda de carga singular (m), caso esta fosse causada por uma seção de tubo reto. Fox *et al.* (2014) apresentam tabelas e gráficos que permitem calcular a perda de carga localizada, de acordo com os coeficientes de perda ou comprimento equivalente para diferentes cenários, considerando escoamento de fluidos newtonianos.

Para fluidos não newtonianos, tem-se um número consideravelmente menor de informações relacionadas aos coeficientes de perdas localizadas. Turian *et al.* (1998) estudaram a perda de carga localizada em escoamentos laminares e turbulentos utilizando lamas não newtonianas. Os autores avaliaram itens como válvulas, curvas, expansões, contrações e medidos Venturi. No escoamento laminar, o coeficiente de perda foi inversamente proporcional ao número de Reynolds generalizado, enquanto para escoamentos turbulentos os coeficientes tenderam aos valores de escoamentos de água, quanto maior o valor do número de Reynolds.

Etemad (2004) avaliou a perda de carga causada pela presença de singularidades, como joelhos 90°, válvulas tipo globo e gaveta, contrações e expansões súbitas, utilizando soluções aquosas de carboximetilcelulose (CMC) em regime turbulento. Para cada caso, os coeficientes de perda de carga médios foram correlacionados ao índice  $n$  do fluido, avaliado no intervalo  $0,616 \leq n \leq 0,927$  pela Equação 2.27:

$$K = En^2 + Fn + G \quad 2.27$$

onde E, F e G são parâmetros adimensionais ajustados para cada tipo de perda.

### 2.3 Bombas industriais

Bombas são máquinas operatrizes hidráulicas, responsáveis pelo fornecimento de energia a um fluido, promovendo o escoamento de um ponto a outro por meio da conversão de trabalho mecânico em energia de pressão e cinética (NESBITT, 2006).

As bombas industriais podem ser classificadas em dois tipos, conforme descrito a seguir.

- **Turbobombas ou dinâmicas:** este tipo de máquina promove o escoamento do fluido pela ação de forças desenvolvidas no próprio líquido, decorrente da rotação de um eixo acoplado a um rotor ou impulsor dotado de pás. Como exemplo desse tipo de bomba tem-se as bombas centrífugas, bombas de fluxo misto ou axial e bombas periféricas. Geralmente, turbobombas são recomendadas para fluidos de baixa viscosidade.
- **Volumétricas ou de deslocamento positivo:** são máquinas que liberam uma quantidade de fluido a cada rotação ou ciclo, sendo a movimentação causada pela ação de um órgão de impulsão da bomba (êmbolo, engrenagens, palhetas, etc.). Neste tipo de escoamento, o fluido bombeado, de forma sucessiva, ocupa e desocupa os espaços internos da bomba e o movimento do fluido segue na direção das forças transmitidas pelo impulsor. São classificadas em alternativas (pistão, diafragma, membrana) e rotativas (engrenagens, lóbulos, palhetas, helicoidais, parafusos, peristálticas, fusos). Este tipo de bomba é mais indicado para fluidos altamente viscosos.

## 2.4 Transferência de calor

A energia total de um sistema corresponde à soma das diversas formas de energia existentes: térmica, mecânica, cinética, potencial, elétrica, magnética, química e nuclear. Entre estas, a forma de energia associada à estrutura e ao grau de atividade molecular é denominada energia interna, também definida como a soma das energias potencial e cinética das moléculas.

A energia interna de um sistema pode ser dividida em duas partes: a parte associada à energia cinética do sistema denomina-se calor sensível, sendo a temperatura um indicativo proporcional do grau de energia cinética do sistema. Já a parte associada às forças intermoleculares existentes entre moléculas de um sistema, que demanda energia para que sejam rompidas e ocorra mudança de fase, é chamada de calor latente.

A energia de um sistema pode ser transferida de duas formas: calor e trabalho. O processo de transferência de calor ocorre quando a força motriz para o transporte de energia é o diferencial de temperatura. Esta transferência ocorre sempre do sistema de maior temperatura para o sistema de menor temperatura e pode ocorrer por três diferentes mecanismos: condução, convecção e radiação.



#### 2.4.1 Transferência de calor por condução

Condução é o mecanismo de transferência de energia de partículas de maior energia para partículas adjacentes de menor energia, como resultado da interação entre elas. Em gases e líquidos, ocorre devido às colisões entre moléculas em função do movimento translacional aleatório, enquanto em sólidos a condução ocorre devido à combinação de vibrações das moléculas e o transporte de energia por elétrons livres (BERGMAN; LAVINE, 2017). Jean-Baptiste Joseph Fourier, matemático francês, propôs uma equação para a taxa de transferência de calor por condução:

$$\frac{\partial Q}{\partial t} = q = -kA \frac{\partial T}{\partial z} \quad 2.28$$

onde  $\frac{\partial Q}{\partial t}$  ou  $q$  é a taxa de calor transferida (W),  $A$  é área onde ocorre a transferência de energia ( $m^2$ ),  $k$  é a condutividade térmica do material ( $W.m^{-1}.K^{-1}$ ) e  $\frac{\partial T}{\partial z}$  é o gradiente de temperatura ( $K.m^{-1}$ ).

Du *et al.* (2021) conduziram um estudo de simulação de dinâmica molecular para avaliar os fatores que influenciam a transferência de calor do polidimetilsiloxano puro (PDMS). Os autores verificaram que o PDMS amorfo apresenta maior coeficiente de condutividade térmica quando comparado ao PDMS cristalino. Através do cálculo de densidade de fônon de estados (PDOS), concluíram que maiores quantidades de silício (Si) e oxigênio (O) contribuem para o aumento das vibrações moleculares, aumentando, assim, a condutividade térmica. Pelas simulações moleculares, observaram que seis fatores impactam no aumento da condutividade térmica: estado amorfo, cadeias maiores, vibrações mais intensas, maiores quantidades de Si e O, maior densidade ao longo da direção do fluxo de calor e suavidade nos movimentos rotacionais.

#### 2.4.2 Transferência de calor por convecção

A convecção é o fenômeno de transferência de calor que ocorre quando um fluido (gás ou líquido) escoar em contato com um sólido ou outro fluido, que se encontra a uma temperatura diferente. Pode ser classificada em dois tipos:

- convecção natural - ocorre quando o movimento do fluido é ocasionado por forças resultantes das diferenças de massa específica do fluido, em decorrência de uma distribuição não uniforme de temperaturas.

- convecção forçada - ocorre quando o movimento do fluido é causado por um agente externo, como bombas, exaustores, compressores etc.

Em contraste ao mecanismo de condução, problemas envolvendo convecção são resolvidos por meio de correlações empíricas baseadas em dados experimentais e análise dimensional (SERTH; LESTINA, 2014). Tais correlações empíricas são normalmente expressas em termos do coeficiente de transferência de calor por convecção,  $h$ , definido pela Lei de Resfriamento de Newton, expresso na Equação 2.29:

$$q = hA\Delta T \quad 2.29$$

em que  $q$  é a taxa de calor transferido (W),  $A$  é a área de transferência ( $m^2$ ),  $h$  é o coeficiente de transferência de calor por convecção ( $W.m^{-2}.K^{-1}$ ) e  $\Delta T$  é o diferencial de temperatura entre o fluido e o outro material envolvido na troca térmica (K). Cabe ressaltar que o coeficiente  $h$ , diferente do coeficiente de condutividade térmica,  $k$ , não é uma propriedade do material, e depende de fatores como geometria do escoamento, regime hidrodinâmico, rugosidade da superfície, além de temperatura e pressão.

#### 2.4.2.1 Determinação do coeficiente de convecção, $h$

A partir dos dados de escoamento do fluido que participa da troca térmica e do conhecimento de sua geometria, o coeficiente de convecção térmica pode ser obtido por meio de correlações de números adimensionais (Reynolds –  $Re$ , Prandtl –  $Pr$  e Nusselt –  $Nu$ ). As equações 2.30 e 2.31 descrevem os números adimensionais  $Pr$  e  $Nu$ :

$$Nu = \frac{hD}{k} \quad 2.30$$

$$Pr = \frac{C_p\mu}{k} = \frac{\nu}{\alpha} \quad 2.31$$

onde  $h$  é o coeficiente de transferência de calor por convecção médio do escoamento ( $W.m^{-2}.K^{-1}$ ),  $D$  é o diâmetro do cilindro (m);  $C_p$ ,  $k$ ,  $\mu$ ,  $\alpha$  e  $\nu$  são o calor específico ( $J.kg^{-1}.K^{-1}$ ), a condutividade térmica ( $W.m^{-1}.K^{-1}$ ), a viscosidade dinâmica (Pa.s), a difusividade térmica ( $m^2.s^{-1}$ ) e a viscosidade cinemática do fluido ( $m^2.s^{-1}$ ), respectivamente.

Na Tabela 2.2 estão apresentadas as principais correlações de Nu (Re, Pr) para escoamentos externos em cilindros:

**Tabela 2.2.** Correlações para a determinação do coeficiente de transferência de calor por convecção através de números adimensionais. Adaptado de BERGMAN; LAVINE (2017).

Autor	Correlação	Observações	Citado por
Hilpert	$Nu_D = C * Re_D^m * Pr^{\frac{1}{3}}$	Pr > 0,7 C e m tabelados	(BERGMAN et al., 2017)
Zukauskas	$Nu_D = C * Re_D^m * Pr^n * \left(\frac{Pr}{Pr_s}\right)^{\frac{1}{4}}$	0,7 ≤ Pr ≤ 500 1 ≤ Re_D ≤ 10 <sup>6</sup> C, m e n tabelados	(BERGMAN et al., 2017)
Churchill e Bernstein	$Nu_D = 0,3 + \frac{0,62 * Re_D^{1/2} * Pr^{1/3}}{\left(1 + \left(\frac{0,4}{Pr}\right)^{\frac{2}{3}}\right)^{1/4}} * \left(1 + \left(\frac{Re_D}{282000}\right)^{\frac{5}{8}}\right)^{\frac{4}{5}}$	Pr > 0,2	(BERGMAN et al., 2017)

#### 2.4.3 Transferência de calor por condução em estado transiente

Segundo Bergman *et al.* (2017), a equação que descreve a transferência de calor no estado transiente para a geometria tipo cilindro curto é dada por:

$$\frac{T(r, x, t) - T_{\infty}}{T_i - T_{\infty}} = P(x, t) * C(r, t) \quad 2.32$$

onde T(r,x,t) é função que expressa a temperatura em função do raio r, altura do cilindro x e tempo t; T<sub>i</sub> é a temperatura em t = 0; T<sub>∞</sub> é a temperatura do ambiente na qual o cilindro está inserido; P(x,t) é a resolução unidimensional para a geometria de placa plana infinita e C(r,t) é a resolução unidimensional para a geometria de cilindro infinito. Estas expressões são válidas desde que as seguintes condições iniciais e de contorno sejam respeitadas (coordenadas retangulares e cilíndricas), respectivamente:

$$T(x, 0) = T_i \text{ ou } T(r, 0) = T_i \quad 2.33$$

$$\text{em } x = 0 \text{ e } r = 0: \quad \frac{\partial T}{\partial x} = 0 \text{ e } \frac{\partial T}{\partial r} = 0 \quad 2.34$$

$$\text{Em } x = L \text{ e } r = R: \quad -k \frac{\partial T}{\partial x} = h[T(L, t) - T_{\infty}] \text{ e } -k \frac{\partial T}{\partial x} = h[T(L, t) - T_{\infty}] \quad 2.35$$

A Equação 2.32 pode ser escrita da seguinte forma:

$$\frac{T(r, x, t) - T_{\infty}}{T_i - T_{\infty}} = \sum_{n=1}^{\infty} C_{n,p} e^{-\zeta_{n,p}^2 Fo} \cos(\zeta_{n,p} x^*) * \sum_{n=1}^{\infty} C_{n,c} e^{-\zeta_{n,c}^2 Fo} J_0(\zeta_{n,c} r^*) \quad 2.36$$

em que  $\zeta_{n,p}$  e  $\zeta_{n,c}$  são autovalores adimensionais que surgem da solução da equação de transferência de calor em estado transiente para as geometrias infinitas tipo parede plana e cilindro, respectivamente,  $C_{n,p}$  e  $C_{n,c}$  são coeficientes adimensionais dependentes de  $\zeta$ ,  $J_0$  representa função de Bessel de ordem zero,  $Fo$  é a variável de tempo adimensional e  $x^*$  e  $r^*$  são variáveis espaciais adimensionais, expressas por:

$$x^* = \frac{x}{L} \quad 2.34$$

$$r^* = \frac{r}{R} \quad 2.38$$

$$Fo = \frac{\alpha t}{L^2} \text{ ou } \frac{\alpha t}{R^2} \quad 2.35$$

onde  $x$  e  $r$  são as variáveis espaciais linear e radial (m), respectivamente;  $L$  e  $R$  são os comprimentos máximos linear e radial (m), respectivamente;  $t$  é a variável tempo e  $\alpha$  é a difusividade térmica do sistema ( $m^2.s^{-1}$ ).

Os autovalores são obtidos em função do número de Biot, adimensional, definido como:

$$Bi = \frac{hL_c}{k} \quad 2.36$$

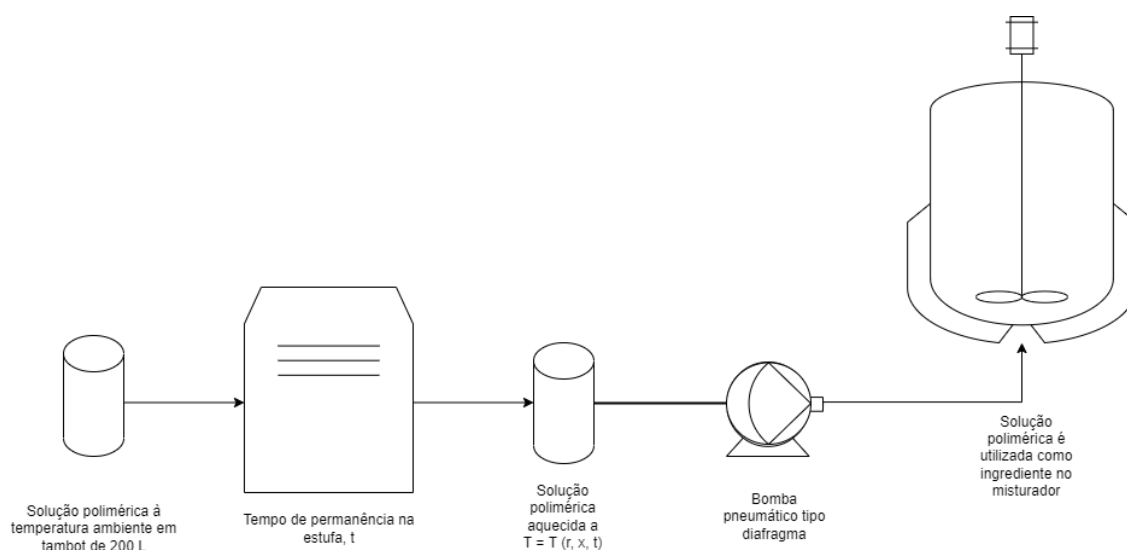
onde  $Bi$  representa o número de Biot,  $h$  o coeficiente de transferência de calor por convecção ( $W.m^{-2}.K^{-1}$ ),  $L_c$  o tamanho característico do corpo (m) e  $k$  a condutividade térmica ( $W.m^{-1}.K^{-1}$ ) do material onde ocorre a transferência de calor por condução.

### 3 METODOLOGIA

Neste capítulo, é descrito o processo em que a solução polimérica é utilizada, bem como os principais desafios associados à operação do sistema. Também estão apresentados os materiais e métodos utilizados na elaboração deste trabalho. A parte experimental do trabalho foi desenvolvida no Laboratório de Controle de Qualidade da empresa Dorf Ketal Brasil Ltda.

#### 3.1 Descrição do processo e formulação do problema

A solução polimérica estudada neste trabalho é utilizada como matéria-prima na produção de misturas feitas em agitador tipo tanque agitado. Esta matéria-prima é adquirida em tambores metálicos de 200 L, e deve ser transferida para o interior do misturador, através de uma bomba pneumática com diafragma, conforme fluxograma simplificado apresentado na Figura 3.1.



**Figura 3.1.** Esquema simplificado do processo de produção de mistura com a solução polimérica de PDMS.

Um dos principais desafios associados a este processo é o tempo de bombeamento da solução polimérica para o misturador, devido à elevada viscosidade da solução polimérica. Para otimizar o tempo de bombeamento, o tambor contendo a matéria-prima é levado à uma estufa industrial com o intuito de aumentar a temperatura da solução polimérica e, conseqüentemente, reduzir a sua viscosidade.

### 3.1.1 Caracterização das etapas do processo

- Armazenamento da matéria-prima

A matéria-prima estudada é comercializada e armazenada em tambores de aço inoxidável com capacidade para 200 litros, com diâmetro de 0,582 m, altura de 0,849 m e espessura de 0,60 mm. É apresentada na Figura 3.2 uma imagem ilustrativa da embalagem.



**Figura 3.2.** Tambor metálico com capacidade de 200 L. Fonte: adaptado de Raft Embalagens.

- Aquecimento

O aquecimento da matéria-prima para o bombeamento é realizado em uma estufa industrial com circulação de vapor d'água saturado. A temperatura máxima de operação é de 120 °C, regulada por controladores digitais. A velocidade do vapor d'água no interior da estufa, segundo especificação, é de 0,25 m/s.



**Figura 3.3.** Imagem ilustrativa de estufa industrial. Fonte: MaxiTherm Equipamentos Industriais.

- Bombeamento

Após aquecimento, a solução polimérica é bombeada por uma bomba pneumática do tipo diafragma, com encaixes de 2 in, conforme ilustrado na Figura 3.4a. Conforme catálogo do fornecedor (Amboretto), a pressão máxima de operação da bomba é de 8,4 bar e uma vazão máxima de 570 L/min. Na Figura 3.4b, é

apresentada a curva da bomba, que relaciona o diferencial de pressão gerado pela bomba em função da vazão do fluido.

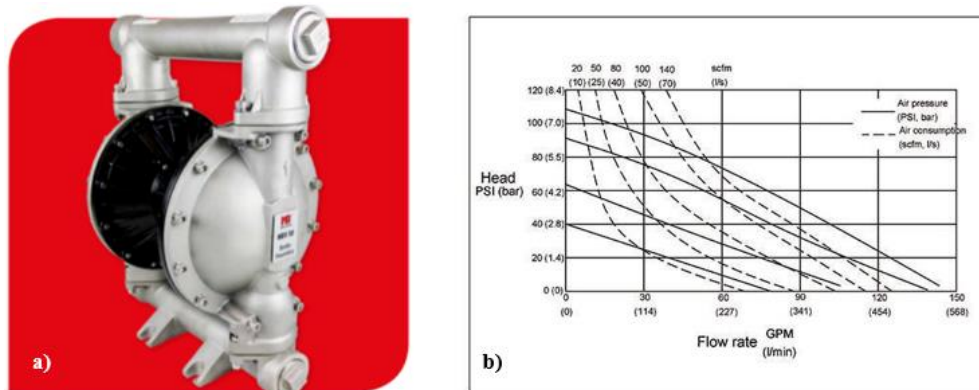


Figura 3.4. a) Bomba pneumática tipo diafragma e b) curva da bomba. Fonte: Amboretto (fornecedor).

### 3.2 Método proposto

As macroetapas da metodologia desenvolvida neste estudo são ilustradas no fluxograma apresentado na Figura 3.4 e serão detalhadas na sequência.

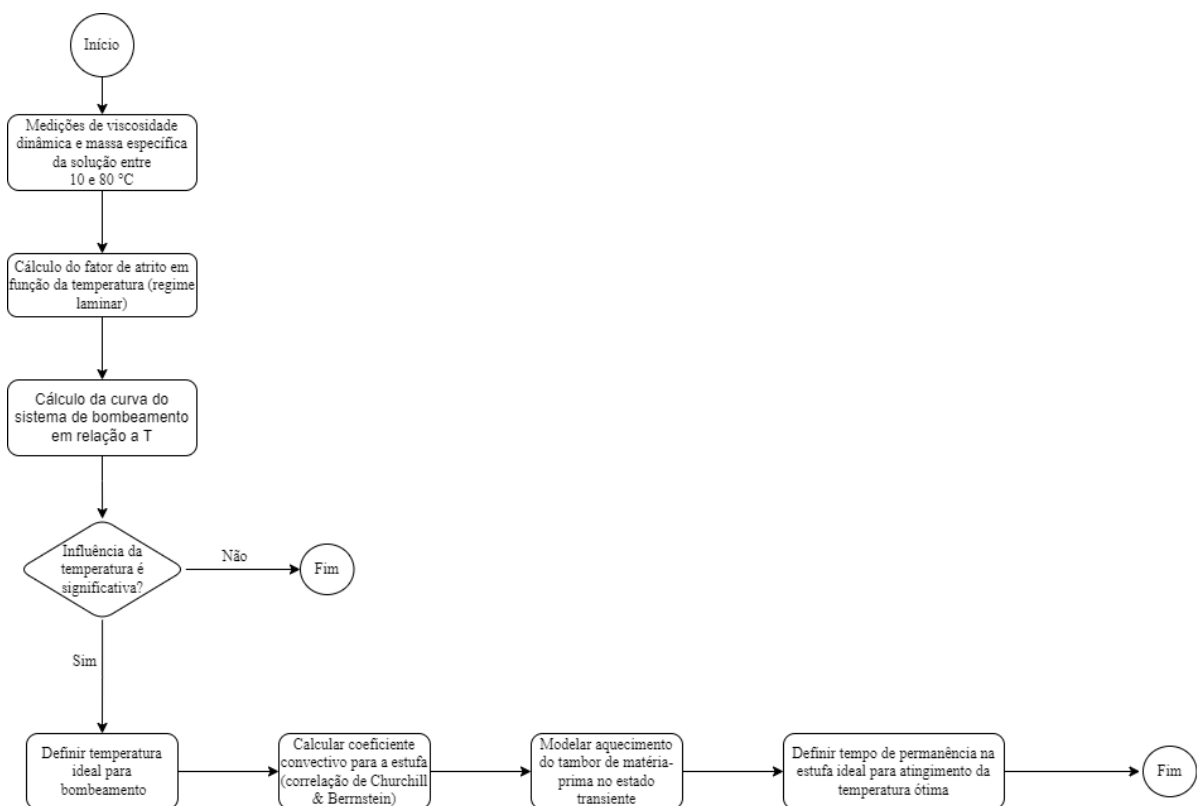


Figura 3.5. Fluxograma com as macroetapas da metodologia aplicada neste trabalho.

- **Medição da viscosidade dinâmica e massa específica da solução**

A matéria-prima foco deste estudo é uma solução de polidimetilsiloxano 70 % em massa, dissolvida em solvente orgânico, fornecida pela empresa Dow Brasil S.A.

Os experimentos para avaliação da viscosidade dinâmica em função da temperatura foram conduzidos em um viscosímetro rotacional digital, modelo DV2T LV, Brookfield, EUA. A temperatura foi controlada por um banho termostatizado modelo TE-2005, Tecnal, BR, e a taxa de deformação média aplicada na análise foi de  $0,867 \text{ s}^{-1}$ . Ambos são exibidos na Figura 3.6.



**Figura 3.6.** a) Viscosímetro rotacional digital Brookfield e b) banho termostatizado.

As medidas de massa específica em diferentes temperaturas foram realizadas em um densímetro digital, modelo DMA 4100M, marca Anton Paar.

Para ambas as medidas, foram avaliados três lotes (Lotes A, B e C) da solução polimérica em um intervalo de temperatura de 10 a 80 °C. Os experimentos foram conduzidos para uma amostra de 7 mL de cada lote, sendo realizada uma repetição por lote.

As curvas obtidas para a viscosidade foram ajustadas pelo modelo exponencial de Andrade-Guzmán e a adequação do ajuste foi avaliada em relação ao coeficiente de determinação,  $R^2$ . Enquanto as curvas de massa específica foram ajustadas por regressão linear simples, avaliando-se o desempenho do modelo em relação ao coeficiente de determinação,  $R^2$ .

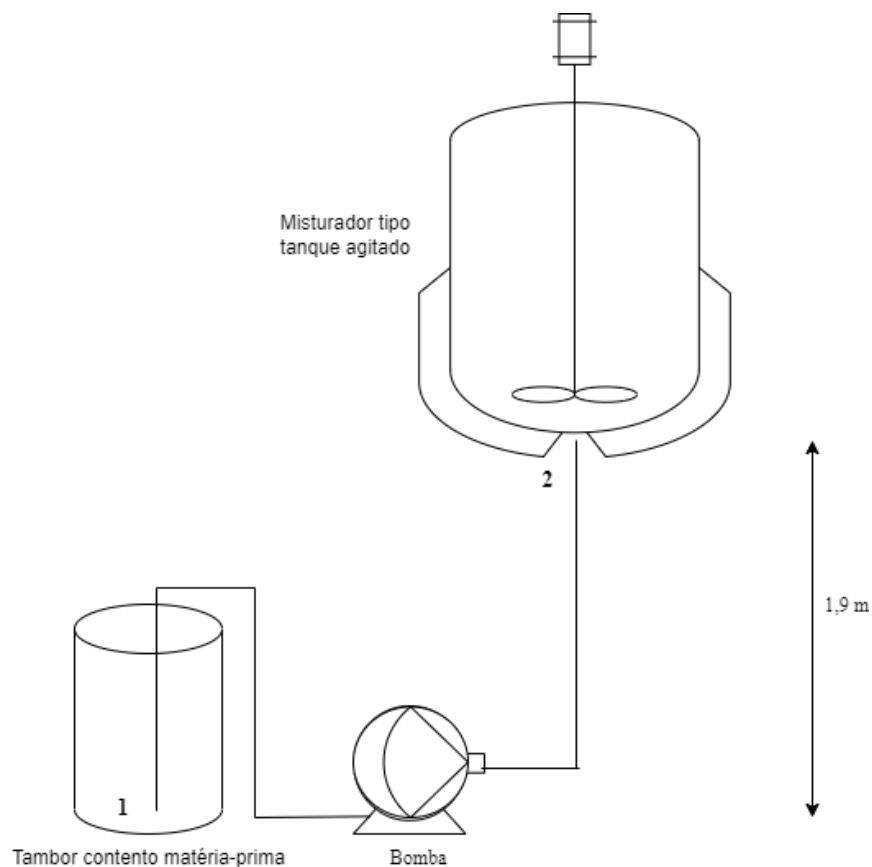


- **Cálculo do fator de atrito em função da temperatura**

O fator de atrito de Darcy para o escoamento da solução foi calculado considerando escoamento laminar, sendo assim uma função dependente apenas de Reynolds. Os valores de viscosidade e massa específica médios foram considerados em função da temperatura, entre 10 e 80 °C, conforme os dados experimentais. O diâmetro do mangote de sucção da solução considerado para o cálculo foi de 2 in. Para a velocidade, considerou-se a velocidade linear obtida na vazão máxima da bomba (4,69 m/s, conforme especificação da bomba).

- **Curva do sistema**

O sistema de bombeamento e os pontos definidos para o cálculo da curva do sistema são apresentados na Figura 3.7:



**Figura 3.7.** Fluxograma simplificado para o sistema de bombeamento com a indicação dos pontos utilizados para o cálculo da curva do sistema.

A curva do sistema,  $H_s(Q)$ , foi calculada a partir da Equação 2.41:

$$H_s(Q) = z_2 - z_1 + h_l + h_{lm} \quad 2.41$$

onde  $H_s$  é a altura manométrica do sistema,  $Q$  é a vazão volumétrica do fluido,  $z_1$  e  $z_2$  são as alturas nos pontos 1 e 2, respectivamente,  $h_l$  é a perda de carga distribuída e  $h_{lm}$  é a perda de carga localizada. Para o cálculo da curva do sistema, considerou-se ( $z_2 - z_1 = 1,9$  m; conforme Figura 3.4) e os parâmetros para o cálculo das perdas de carga estão apresentados nas Tabelas 3.1 (distribuídas) e 3.2 (localizadas).

**Tabela 3.1.** Dados do sistema para cálculo da perda de carga distribuída ( $h_l$ ). Fonte: Fox *et al.* (2014)

Comprimento total, L (m)	Diâmetro, D (mm)	L/D	Rugosidade (mm)	Rugosidade relativa
4,0	50,8	78,7	0,015	0,0003

**Tabela 3.2.** Dados do sistema para cálculo da perda de carga localizada ( $h_{lm}$ ). Fonte: Fox *et al.* (2014)

Perda de carga localizada	Quantidade	K	Le/D
Entrada (canto vivo)	1	0,5	-
Saída	1	1,0	-
Joelhos 90° raio longo	4	-	20

Com isso, a curva do sistema apresentado na Figura 3.4 pode ser escrita como:

$$H_s(Q) = z_2 - z_1 + f \frac{8Q^2 L}{\pi^2 g D^5} + \sum_{n=1}^n K_n \frac{8Q^2}{\pi^2 g D^4} + \sum_{n=1}^n f \frac{8Q^2 L_e}{\pi^2 g D^4} \quad 2.38$$

$$H_s(Q) = 1,9 + 976928,24fQ^2 + 18610,48 + 992559,09fQ^2 \quad 2.39$$

$$H_s(Q) = 1,9 + (18610,48 + 1969487,33f) * Q^2 \quad 2.40$$

A partir da Equação 2.40, foi possível simular a curva do sistema em função da temperatura (variando o valor de  $f$ , dependente da temperatura) e mensurar o impacto da temperatura no desempenho do bombeamento, bem como a influência na vazão entregue pela bomba.

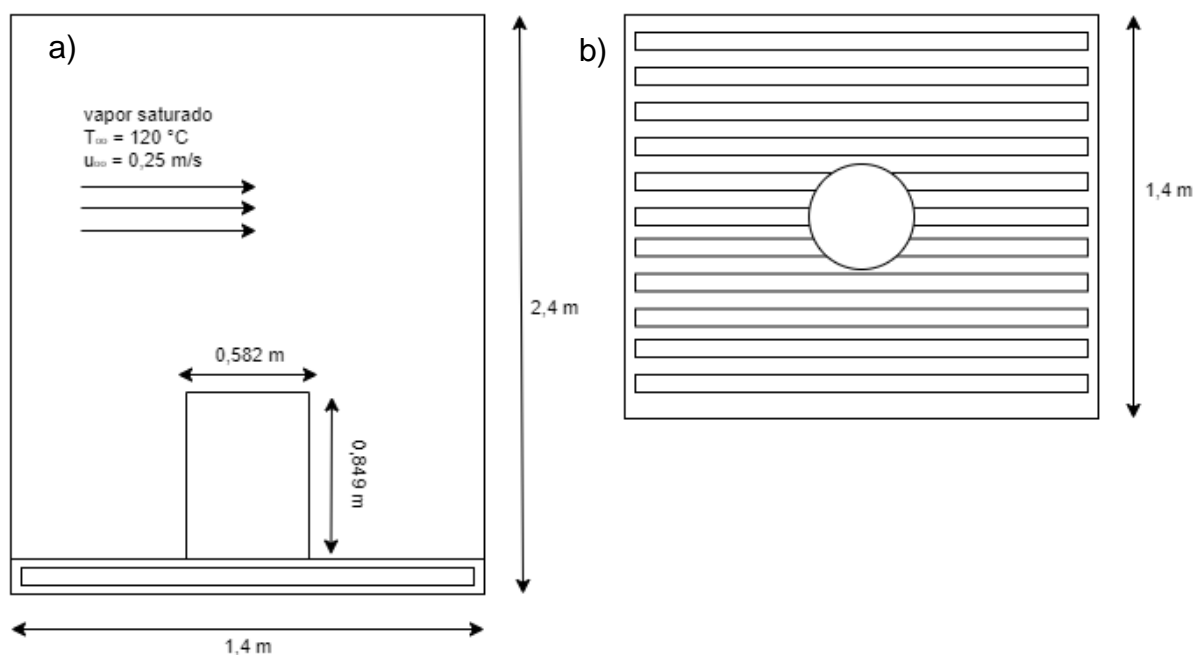
- **Coeficiente convectivo da estufa, h**

O coeficiente de transferência de calor por convecção na estufa foi calculado a partir da correlação de Churchill e Bernstein para o número de Nusselt – citado por BERGMAN; LAVINE (2017) –, válida para escoamentos externos sobre cilindros em

regimes laminares e turbulentos e para números de Prandtl superior a 0,2, avaliado na temperatura do filme (média aritmética entre a temperatura do fluido e da superfície). O fluido responsável pela convecção no interior da estufa é vapor de água saturado. Na Tabela 3.3 são apresentados os dados considerados no cálculo e na Figura 3.6 é apresentado um esboço da estufa onde o tambor é aquecido:

**Tabela 3.3.** Dados considerados na modelagem da convecção externa do tambor que contém a solução polimérica.

Parâmetro	Unidade	Valor	Fonte
Temperatura do fluido	°C	120,0	Dado de projeto
Temperatura inicial da superfície	°C	25,0	Estimativa
Temperatura do filme	°C	72,5	Calculado
Velocidade do fluido	m/s	0,25	Dado de projeto
Massa específica do vapor	kg/m <sup>3</sup>	0,2135	
Condutividade térmica do vapor	W/m.K	0,0226	
Calor específico do vapor	J/kg.K	1941,0	Tabela de propriedades de vapor de água. Fonte: (BERGMAN; LAVINE, 2017).
Viscosidade dinâmica do vapor	Pa.s	0,00001089	
Difusividade térmica do vapor	m <sup>2</sup> /s	0,00005453	
Viscosidade cinemática do vapor	m <sup>2</sup> /s	0,000051	
Número de Prandtl	1	0,94	Calculado
Diâmetro do cilindro	m	0,582	Dado do sistema
Número de Reynolds	1	2853	Calculado



**Figura 3.8.** Representação do sistema de aquecimento do tambor de solução polimérica: (a) vista frontal (b) vista superior.

- **Modelagem da transferência de calor em estado transiente**

Para a definição do tempo de residência da matéria-prima na estufa, foi necessário estudar a transferência de calor em estado transiente. Para isso, o tambor foi aproximado por uma geometria de cilindro curto, viabilizando a utilização da solução analítica apresentada na Equação 2.36. Para fins de simplificação, foi desconsiderada a convecção da solução polimérica no interior do tambor e a resistência à transferência de calor da parede metálica da embalagem, visto que esta possui uma condutividade muito maior que a condutividade da solução polimérica. Para a modelagem da transferência de calor no estado transiente, foi desenvolvido um código em linguagem Python, utilizando o Jupyter Notebook (ver Apêndice A). Na Tabela 3.4 são elencados os dados e propriedades considerados nesta etapa.

**Tabela 3.4.** Dados considerados na modelagem da condução de calor em estado transiente no interior do cilindro. Fontes: (HUANG *et al.*, 2021), (NADDAF; ZEINALI HERIS, 2018), (MARK, 2009), The Engineering ToolBox.

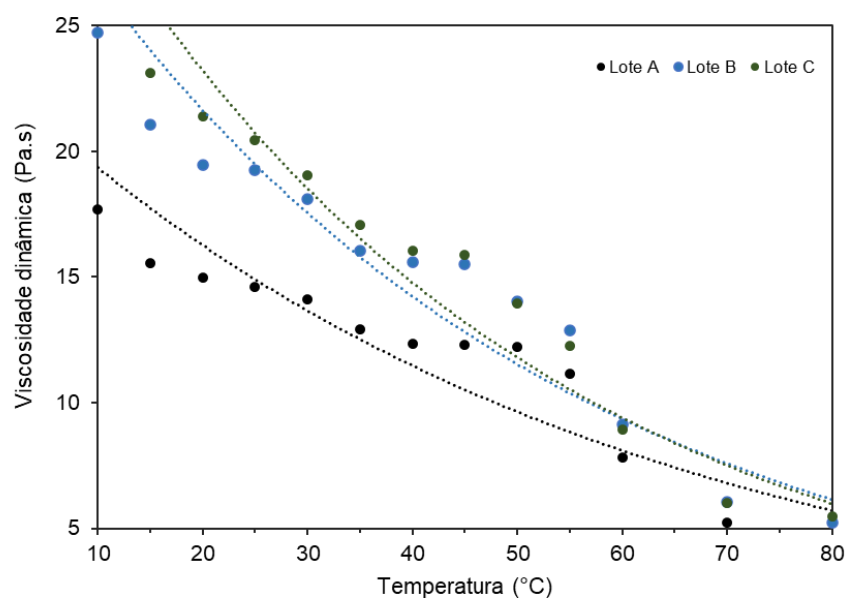
Parâmetro	Unidade	Valor	Fonte
Temperatura do fluido (T <sub>∞</sub> )	°C	120	Dado de projeto
Temperatura inicial da superfície	°C	25	Estimativa
Comprimento característico - parede plana (L)	m	0,4245	Altura do tambor / 2
Comprimento característico - cilindro infinito (R)	m	0,291	Diâmetro do tambor / 2
Condutividade térmica do polímero puro	W/m.K	0,20	HUANG <i>et al.</i> , 2021
Condutividade térmica do solvente	W/m.K	0,172	(NADDAF; ZEINALI HERIS, 2018)
Condutividade térmica da solução	W/m.K	0,192	Ponderado pelos dados dos componentes puros ponderados pela massa
Massa específica da solução	kg/m <sup>3</sup>	901,15	Calculado (a 72,5 °C)
Capacidade calorífica do polímero puro	J/kg.K	1460,0	(MARK, 2009)
Capacidade calorífica do solvente	J/kg.K	1880	Engineering ToolBox
Capacidade calorífica da solução	J/kg.K	1586	Ponderado pelos dados dos componentes puros ponderados pela massa
Difusividade térmica da solução	m <sup>2</sup> /s	1,341 x 10 <sup>-7</sup>	Calculado

## 4 RESULTADOS E DISCUSSÃO

Neste capítulo serão apresentados e discutidos os resultados obtidos a partir das análises descritas na seção de metodologia.

### 4.1 Influência da temperatura na viscosidade

Na Figura 4.1 está apresentado o comportamento da viscosidade dinâmica para os três lotes estudados no intervalo de temperatura entre 10 e 80 °C, que apresentou uma variação de 25 a 5 Pa.s.



**Figura 4.1.** Curvas de viscosidade dinâmica em função da temperatura referente a três lotes de solução polimérica avaliados.

Qualitativamente, as três curvas foram bem representadas por um modelo exponencial, em concordância com os resultados encontrados na literatura. Nesse sentido, é possível encontrar os termos da equação ajustada segundo o modelo de Andrade-Guzmán, conforme Tabela 4.1.

**Tabela 4.1.** Ajustes do modelo Andrade-Guzmán para os dados experimentais de viscosidade dinâmica em função da temperatura.

Lote	Equação ajustada	A (Pa.s)	B (K)	R <sup>2</sup>
A	$23,045e^{-0,017/T}$	23,045	-0,017	0,868
B	$32,912e^{-0,021/T}$	32,912	-0,021	0,918
C	$36,465e^{-0,023/T}$	36,465	-0,023	0,949

Os lotes B e C apresentaram um comportamento com maior similaridade, enquanto o lote A apresentou um desvio em relação aos demais. Para os três lotes, não houve uma grande variação nos valores do coeficiente B, podendo o desvio entre os lotes ser atribuído às variações no coeficiente A.

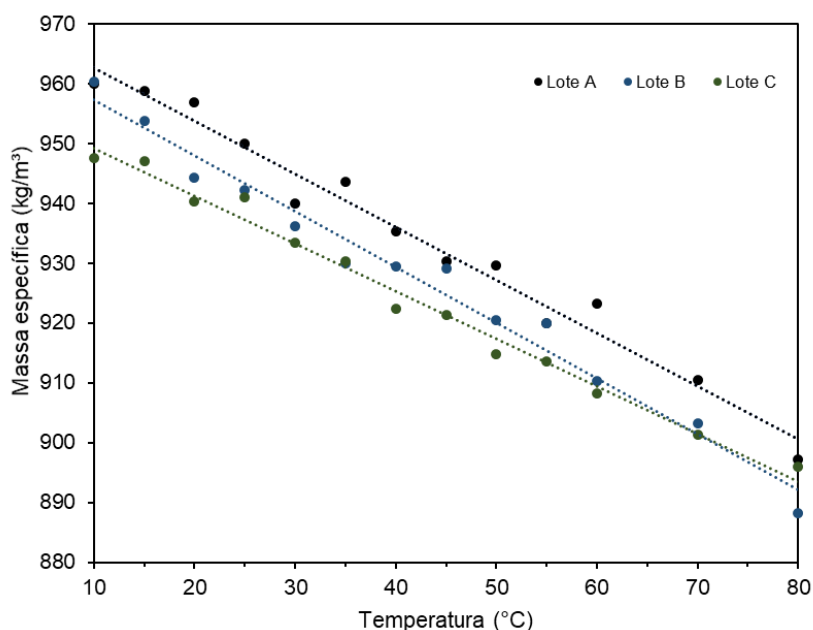
A partir da análise do coeficiente de determinação, R<sup>2</sup>, verifica-se que o modelo de Andrade-Guzmán descreve de forma satisfatória os dados de viscosidade para os três lotes no intervalo de temperatura avaliada, uma vez que todos apresentaram um valor superior a 0,86.

Além disso, os resultados validam a prática de aquecimento da solução de polidimetilsiloxano como facilitador do processo de bombeamento, visto que há, de fato, uma redução expressiva da viscosidade: entre 10 °C e 80 °C, correspondendo aos percentuais de redução de 71,8 %, 78,8 % e 79,8 % para os lotes A, B e C respectivamente.

Por fim, observa-se que, em razão do comportamento exponencial da viscosidade, inicialmente a viscosidade decai de forma mais acentuada e, com o avanço da temperatura, a redução de viscosidade torna-se mais suave. Além disso, é possível notar que existe uma variabilidade entre os diferentes lotes que deve ser considerada na escolha das melhores condições de processamento.

#### 4.2 Influência da temperatura na massa específica

Na Figura 4.2 está apresentado o comportamento da massa específica dos três lotes estudados no intervalo de temperatura entre 10 e 80 °C, que apresentou uma variação de 960 a 890 kg.m<sup>-3</sup>.



**Figura 4.2.** Curvas da massa específica em função da temperatura referente a três lotes de solução polimérica analisados.

Para os três lotes de solução polimérica avaliados, observa-se que os dados foram bem ajustados por um modelo linear, obtendo-se coeficientes de determinação maiores que 0,95. Este resultado está condizente com a teoria, visto que na literatura este parâmetro é geralmente ajustado por modelos polinomiais de grau  $\leq 3$ .

Na Tabela 4.2 estão apresentadas as equações obtidas por regressão linear para cada lote de solução polimérica.

**Tabela 4.2.** Ajustes lineares para os dados experimentais de massa específica em função da temperatura para os lotes A, B e C avaliados.

Lote	Equação ajustada	R <sup>2</sup>
A	$-0,8865 \cdot T + 971,51$	0,977
B	$-0,9310 \cdot T + 966,56$	0,979
C	$-0,7937 \cdot T + 957,04$	0,9872

Assim como a viscosidade dinâmica, a massa específica da solução polimérica também é reduzida com o aumento da temperatura, embora em uma menor proporção. No intervalo de temperatura avaliado, houve uma redução de cerca de 6,4 %, 6,7 % e 5,8 % para os lotes A, B e C respectivamente.



### 4.3 Influência da temperatura no fator de atrito de Darcy

Na Tabela 4.3 são exibidos os dados de fator de atrito e número de Reynolds para o escoamento da solução no sistema de bombeamento analisado neste trabalho, considerando os valores de massa específica e viscosidade dinâmica médios obtidos para o intervalo de temperatura de 10 a 80 °C, bem como a vazão máxima do escoamento, de acordo com o catálogo da bomba ( $4,69 \text{ m.s}^{-1}$  para a tubulação considerada neste estudo).

**Tabela 4.3.** Número de Reynolds e fator de atrito em função da temperatura considerando os valores de viscosidade e massa específica médios.

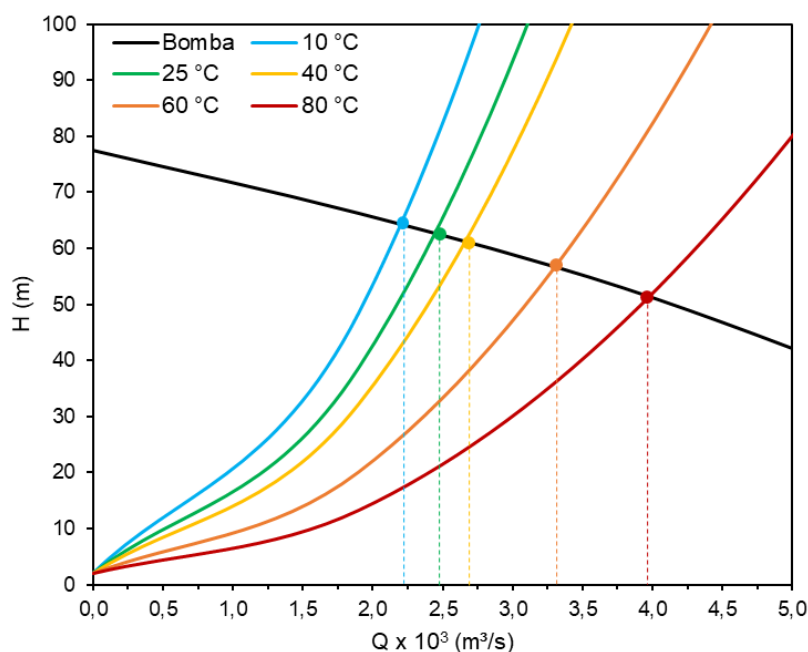
Temperatura (°C)	Número de Reynolds	Fator de atrito
10	9,8	6,5
15	11,4	5,6
20	12,1	5,3
25	12,4	5,1
30	13,0	4,9
35	14,5	4,4
40	15,1	4,2
45	15,2	4,2
50	16,4	3,9
55	18,1	3,5
60	25,2	2,5
70	37,4	1,7
80	40,6	1,6

No intervalo de temperatura analisado, o regime de escoamento avaliado foi laminar ( $Re \leq 2300$ ). Neste caso, predominam as forças viscosas no escoamento, o

que é coerente com o comportamento do fator de atrito, isto é, com o aumento de temperatura a redução da viscosidade tem um impacto maior que a redução da massa específica, contribuindo para o aumento do número de Re e, conseqüentemente, ocorre a redução do fator de atrito. Ainda, verifica-se que o fator de atrito diminui drasticamente no intervalo de temperatura analisado, sendo igual a 6,5 para a temperatura de 10 °C e de 1,6 para 80°C (75,8 % de redução). Esse resultado demonstra que o aquecimento é essencial para viabilizar o bombeamento do fluido.

#### 4.4 Influência da temperatura na curva do sistema de bombeamento

A partir dos fatores de atrito calculados em diferentes temperaturas, as curvas do sistema de bombeamento da solução polimérica foram plotadas para as temperaturas de 10, 25, 40, 60 e 80 °C. Na Figura 4.3 estão exibidas as curvas do sistema, bem como a curva de operação da bomba, conforme apresentado no catálogo do fornecedor (Figura 3.4).



**Figura 4.3.** Curvas de operação do sistema ( $H_s$ ) de bombeamento comparadas à curva de operação da bomba ( $H_b$ ).

Pela análise das curvas de operação, é possível confirmar a forte dependência da temperatura na energia necessária para o bombeamento, o que condiz com os resultados obtidos para o fator de atrito. Qualitativamente, para a bomba analisada, a vazão da solução no processo a 10 °C é de cerca de  $2,25 \times 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s}$ , enquanto a 80 °C a vazão é aproximadamente  $4,0 \times 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s}$ , um aumento de 77,8 %.

## 4.5 Modelagem de transferência de calor na estufa

### 4.5.1 Transferência de calor por convecção

Na Tabela 4.4 estão apresentados os dados relativos ao número de Nusselt, coeficiente de transferência de calor por convecção e números de Biot obtidos na modelagem da transferência de calor por convecção para o tambor posicionado no interior da estufa.

**Tabela 4.4.** Parâmetros relativos à transferência de calor entre a estufa e o tambor contendo a solução polimérica.

Parâmetro	Valor
Número de Nusselt	30,22
Coeficiente de transferência de calor por convecção ( $Wm^{-2}K^{-1}$ )	1,20
Número de Biot, parede plana infinita	2,77
Número de Biot, cilindro infinito	1,78

O número de Nusselt calculado é superior a 1, ou seja, a transferência de calor entre o fluido de aquecimento (vapor de água saturado) e o tambor contendo a solução polimérica acontece predominantemente por meio da convecção.

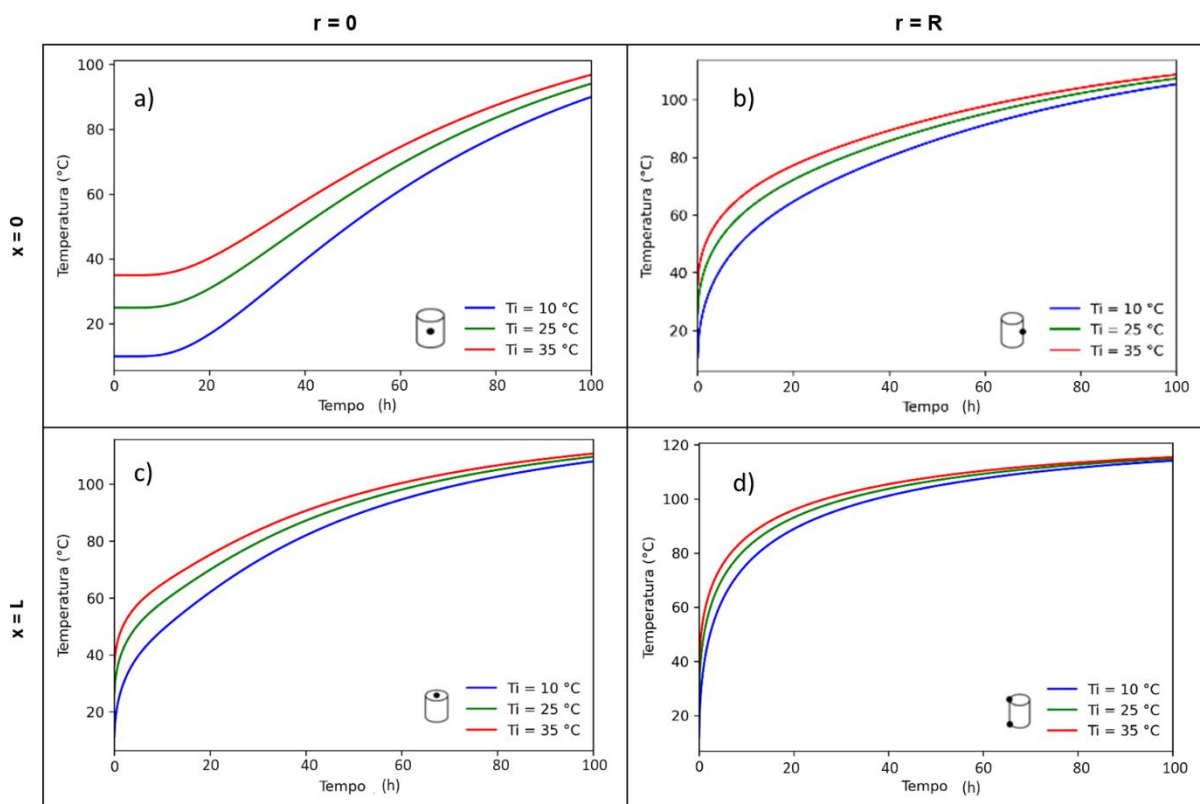
O coeficiente de transferência de calor por convecção encontrado,  $1,2 Wm^{-2}K^{-1}$ , é da ordem de grandeza de um escoamento com convecção natural, embora haja convecção forçada na estufa, devido à baixa velocidade do vapor d'água que é recirculado no interior da estufa.

Em relação aos números de Biot, tanto para parede plana infinita (transferência de calor em  $x$ ) quanto para cilindro infinito (transferência de calor em  $r$ ), os valores são superiores a 1, o que indica que a resistência à transferência de calor no interior do sólido é maior que a resistência à transferência de calor na camada limite do escoamento externo. Deste modo, não é possível assumir que a temperatura está uniforme no interior do cilindro, isto é, a temperatura da solução polimérica também varia com a posição nas direções radial e axial.

### 4.5.2 Transferência de calor por condução no estado transiente

Com base nos dados calculados para convecção externa, foi possível modelar a transferência de calor no interior do cilindro no estado transiente, visando determinar

o tempo de residência do tambor na estufa para a solução polimérica atingir a viscosidade adequada para o processo. Na Figura 4.4, são apresentados os perfis de temperatura em relação ao tempo para diferentes pontos do cilindro e para diferentes temperaturas iniciais. No gráfico,  $r$  representa o valor raio do cilindro no ponto avaliado e  $x$  refere-se ao valor da altura do cilindro em relação ao centro.



**Figura 4.4.** Perfis de temperatura em função do tempo para diferentes condições iniciais em um intervalo de 0 a 100 h: a) em  $r = 0$  e  $x = 0$ ; b) em  $r = R$  e  $x = 0$ ; c) em  $r = 0$  e  $x = L$  e d) em  $r = R$  e  $x = L$ .

A partir da análise dos perfis de temperatura, fica explícita a influência da temperatura inicial na evolução da temperatura com o tempo, sendo que este efeito se torna mais pronunciado conforme aproxima-se do centro do cilindro (tanto na direção radial como na direção vertical), enquanto nas fronteiras externas do cilindro este efeito é menos acentuado.

Observa-se também que, quanto mais longe do centro do cilindro, mais rápida é a evolução da temperatura, uma vez que a resistência para a transferência de calor é máxima quando  $r = 0$  e  $x = 0$ , que são os pontos mais distantes da área externa, onde a troca térmica ocorre. Em relação à direção, nota-se que a transferência de calor ocorre de forma mais rápida ao longo da direção radial do que para a direção vertical, o que faz sentido considerando-se a relação entre os tamanhos

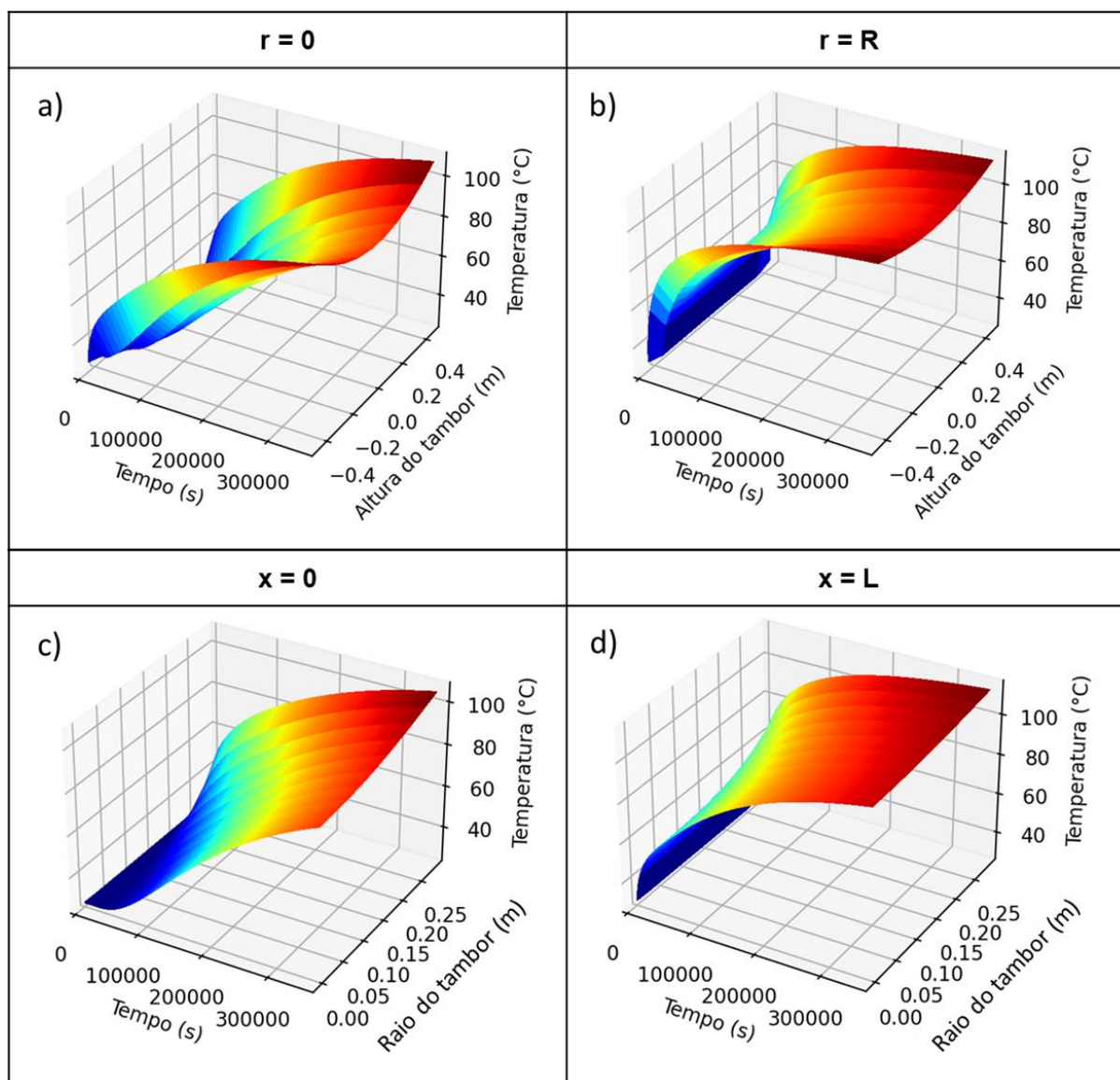
característicos de largura e diâmetro ( $R < L$ ). Essa observação pode ser quantificada através dos números de Biot (neste estudo,  $Biot_{cilindro} < Biot_{parede\ plana}$ ), que indicam uma maior resistência à transferência de calor na direção radial.

Devido a esta considerável resistência à transferência de calor, o tempo para que o tambor de matéria-prima atinja uma temperatura uniforme é muito elevado (neste caso, superior a 100 horas). Na Tabela 4.5 estão exibidos os tempos necessários para que as temperaturas de 55, 60 e 65 °C sejam atingidas, em função da temperatura inicial (simuladas em 10, 25 e 35 °C). Estes resultados demonstram que a resistência do fluido à condução é alta, de modo que, durante o aquecimento, não há uma distribuição uniforme de temperaturas no tambor. Foi possível identificar a forte influência inicial no tempo de residência do tambor na estufa. Considerando-se uma temperatura de 55 °C como adequada para o processo de bombeamento, os tempos de residência variam entre 20,5; 14,8 e 4,2 horas quando as temperaturas iniciais são 10, 25 e 35 °C, respectivamente.

Na Figura 4.5 estão apresentadas as superfícies de nível para a temperatura em função do tempo e raio (variando  $x = 0$  e  $x = L$ ) e para a temperatura em função do tempo e da altura (variando  $r = 0$  e  $r = R$ ).

**Tabela 4.5.** Tempo necessário para atingimento de temperaturas de 55, 60 e 65 °C, considerando diferentes temperaturas iniciais, em diferentes pontos do cilindro, e tempo médio necessário para atingimento das mesmas temperaturas, considerando quatro pontos do tambor.

Temperatura inicial (° C)	Altura	Raio	Tempo para atingir 55 °C (h)	Tempo médio para atingir 55 °C (h)	Tempo para atingir 60 °C (h)	Tempo médio para atingir 60 °C (h)	Tempo para atingir 65 °C (h)	Tempo médio para atingir 65 °C (h)
10	0	0	53,5		59,0		63,9	
10	L	0	14,3	20,5	17,4	24,3	21,9	27,8
10	0	R	10,6		14,4		20,0	
10	L	R	3,6		6,4		5,3	
25	0	0	44,1		49,3		54,9	
25	L	0	7,4	14,8	11,3	17,9	15,5	21,6
25	0	R	6,1		8,9		12,9	
25	L	R	1,5		2,3		3,4	
35	0	0	9,4		41,9		48,1	
35	L	0	3,5	4,2	6,1	13,6	9,7	16,9
35	0	R	2,9		5,0		7,8	
35	L	R	0,8		1,3		1,9	



**Figura 4.5.** Superfícies de nível para temperatura em relação ao tempo em um intervalo de 0 a 360000 s: (a) e (b) em relação à altura do tambor para  $r = 0$  e  $r = R$ , respectivamente, (c) e (d) em relação ao raio do tambor para  $x = 0$  e  $x = L$ , respectivamente.

As superfícies de nível demonstram que a transferência de calor na direção  $x$  ocorre de forma simétrica em relação ao centro do tambor, apresentando um perfil parabólico com um mínimo de temperatura em  $x = 0$ , no centro do objeto, onde a resistência à transferência de calor é máxima.

Enquanto na direção radial, a superfície apresenta um perfil de crescimento linear no sentido do aumento do raio, o que condiz com os valores de resistência à condução que são reduzidos nesta direção. Vale notar que, em  $x = L$ , este perfil de crescimento linear no sentido do aumento do raio é menos pronunciado, visto que o efeito da transferência de calor pelas superfícies inferiores e superiores são mais expressivos.

Em relação ao perfil de temperatura no tempo, o aumento da temperatura apresenta um perfil assintótico, sendo que, com o aumento da temperatura do objeto, a temperatura se aproxima da temperatura ambiente, reduzindo assim o gradiente de temperatura e, conseqüentemente, a taxa de calor transferida. Observa-se que a troca térmica torna-se cada vez mais lenta e que a temperatura tende a equalizar-se com a temperatura ambiente.



## 5 CONCLUSÃO

Neste estudo, foi possível avaliar o efeito da temperatura sobre diversas variáveis envolvidas no processo de bombeamento do fluido utilizado, evidenciando a importância do aquecimento da solução polimérica antes de seu processamento. A partir dos resultados obtidos as conclusões apresentadas a seguir podem ser delineadas.

- A viscosidade do material foi reduzida de forma significativa no intervalo de temperatura avaliado. Entre 10 e 80 °C, foi observada uma redução superior a 70 % para os três lotes testados.
- Para os três lotes, os dados de viscosidade foram ajustados de forma satisfatória ao modelo de Andrade-Guzmán.
- A massa específica apresentou uma redução linear no intervalo de temperatura investigado, na ordem de 6 %.
- Os fatores de atrito para o sistema apresentaram uma redução expressiva para a faixa analisada – cerca de 75 %. Este comportamento impactou na curva do sistema de bombeamento do sistema, que, com o aumento da temperatura, acabou tendo sua amplitude reduzida, havendo uma menor necessidade de energia de bombeamento para a obtenção de uma mesma vazão. Com isso, verificou-se um aumento de vazão de cerca de 77 % entre as temperaturas de 10 e 80 °C;
- Em relação à convecção no interior da estufa, concluiu-se que o valor de coeficiente de transferência de calor por convecção ( $1,2 \text{ W.m}^{-2}.\text{K}^{-1}$ ) é comparável a valores atribuídos à convecção natural, visto que a vazão de vapor é baixa. Isto tem um impacto direto no longo tempo de residência do produto na estufa, necessário para atingimento de uma mesma temperatura. Neste sentido, o aumento da velocidade de escoamento do vapor no interior seria uma das principais melhorias para o sistema de aquecimento, visando a redução do tempo de residência das matérias-primas no interior da estufa.

- Na modelagem do aquecimento do tambor por condução, determinou-se que a resistência do fluido à condução é alta, de modo que, durante o aquecimento, não há uma distribuição uniforme de temperaturas no tambor. Ainda, foi possível identificar a forte influência inicial no tempo de residência do tambor na estufa. Considerando-se uma temperatura de 55 °C como adequada para o processo de bombeamento, os tempos de residência variam entre 20,5; 14,8 e 4,2 horas quando as temperaturas iniciais são 10, 25 e 35 °C, respectivamente.

Para trabalhos futuros, sugere-se a avaliação da condutividade térmica da solução polimérica por meio de experimentos, visando validar o dado considerado neste trabalho. Além disso, pode-se avaliar a influência da velocidade do escoamento de vapor no interior da estufa, bem como considerar a convecção da solução polimérica no interior do tambor, visando definir a melhor condição. Por fim, cabe a realização de um estudo econômico, visando determinar matematicamente a temperatura ótima, bem como analisar o investimento em uma bomba de maior potência *versus* custo operacional com aquecimento.

## REFERÊNCIAS

- AITBELALE, R. *et al.* Characterization and determination of thermodynamic properties of waste cooking oil biodiesel: Experimental, correlation and modeling density over a wide temperature range up to 393.15 and pressure up to 140 MPa. **Fluid Phase Equilibria**, v. 497, p. 87–96, 1 out. 2019.
- AL-SHAMMARI, B. *et al.* The effect of polymer concentration and temperature on the rheological behavior of metallocene linear low density polyethylene (mLLDPE) solutions. **Journal of King Saud University - Engineering Sciences**, v. 23, n. 1, p. 9–14, 1 jan. 2011.
- BERGMAN, T. L.; LAVINE, ADRIENNE. **Fundamentals of heat and mass transfer**. 8. ed. Los Angeles: John Wiley & Sons, Inc., 2017. v. Único
- BERK, Z. Heat and mass transfer, basic principles. In: **Food Process Engineering and Technology**. [s.l.] Elsevier, 2018. p. 79–126.
- CHANDRAN, N.; SARATHCHANDRAN, C.; THOMAS, S. Introduction to rheology. In: **Rheology of Polymer Blends and Nanocomposites: Theory, Modelling and Applications**. Kerala: Elsevier, 2019. p. 1–17.
- VAN KREVELEN, D. W.; TE NIJENHUIS, K. **Properties of Polymers: Their correlation with chemical structure; their numerical estimation and prediction from additive group contributions**. Amsterdam: [s.n.].
- DODGE, D. W.; METZNER, A. B. Turbulent Flow of Non-Newtonian Systems. **A.I.Ch.E Journal**, v. 5, n. 2, p. 189–204, jun. 1959.
- DU, Y. *et al.* A study of influence factors to improve the heat transfer of pure-polydimethylsiloxane (PDMS): A molecular dynamics study. **Colloids and Surfaces A: Physicochemical and Engineering Aspects**, v. 618, 16 mar. 2021.
- ELLENBERGER, J. P. **Piping and Pipeline Calculations Manual: Construction, Design Fabrication, and Examination**. 2. ed. Oxford: Elsevier Inc., 2014.
- ENGINEERING TOOLBOX, THE. Disponível em: <[https://www.engineeringtoolbox.com/specific-heat-fluids-d\\_151.html](https://www.engineeringtoolbox.com/specific-heat-fluids-d_151.html)>. Acesso em 29 mar. 2022.
- ETEMAD, S. GH. Turbulent Flow Friction Loss Coefficients of Fittings for Purely Viscous Non-Newtonian Fluids. **Int. Comm. Heat Mass Transfer**, v. 31, n. 5, p. 763–771, 2004.
- FANG, X.; XU, Y.; ZHOU, Z. **New correlations of single-phase friction factor for turbulent pipe flow and evaluation of existing single-phase friction factor correlations**. Nuclear Engineering and Design. **Anais...**mar. 2011.
- FERRAROLI, F.; KARDEC NASCIMENTO, A. Polímeros do Futuro-Tendências e Oportunidades: Palestras Técnicas (II). **Polímeros: Ciência e Tecnologia**, v. 12, p. 4–43, 2002.
- FOX, R. W. *et al.* **Introdução a Mecânica dos Fluidos**. 8. ed. Rio de Janeiro: LTC — Livros Técnicos e Científicos Editora Ltda., 2014.
- GRUPO AMBORETTO. Disponível em: <<https://grupoamboretto.com.br/en>>. Acesso em 15 mar. 2022.

HAMDI, R. *et al.* Novel linear/nonlinear dependence between the Viscosity Arrhenius parameters correlation in Newtonian liquids. **Chemical Physics**, v. 542, 1 fev. 2021.

HUANG, Z. *et al.* Enhanced the thermal conductivity of polydimethylsiloxane via a three-dimensional hybrid boron nitride@silver nanowires thermal network filler. **Polymers**, v. 13, n. 2, p. 1–10, 1 jan. 2021.

IZOLA, D. T. **Práticas de laboratório: Mecânica dos Fluidos**. 1. ed. Araras: Fundação Hermínio Ometto – FHO, 2020.

LEAL, A. B. **Estudo do escoamento de fluidos não newtonianos em dutos**. Dissertação—Seropédica: Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro, jun. 2005.

MARK, J. E. **Polymer Data Handbook**. 2. ed. Oxford: Oxford University Press, 2009.

MARK, J. E.; ALLCOCK, H. R.; WEST, R. **Inorganic Polymers**. 2. ed. Nova York: Oxford University Press, 2005. v. Único

MAXITHERM: EQUIPAMENTOS INDUSTRIAIS. Disponível em: <<https://navetherm.com.br/estufas-cabines-pinturas.php>>. Acesso em: 15 mar. 2022.

METZNER, A. B.; REED, J. C. Flow of Non-Newtonian Fluids-Correlation of the Laminar, Transition, and Turbulent-flow Regions. **A.I.Ch.E Journal**, v. 1, n. 4, p. 434–440, dez. 1955.

MIKHAILOV, G. K. Daniel Bernoulli, *Hydronamica* (1738). In: GRATTAN-GUINNESS, I. (Ed.). **Landmark Writings in Western Mathematics 1640-1940**. 1. ed. Amsterdam: Elsevier Science, 2005. v. 1p. 131–142.

MONTEIRO, Y. F. *et al.* Influence of the Temperature on the Viscosity of Different Types of Silicone. **The Journal of Plastination**, v. 30, n. 1, p. 4–9, 2018.

MOODY, L. F.; PRINCETON, N. J. Friction Factors for Pipe Flow. **Transactions of the A.S.M.E.**, p. 671–684, nov. 1944.

NADDAF, A.; ZEINALI HERIS, S. Experimental study on thermal conductivity and electrical conductivity of diesel oil-based nanofluids of graphene nanoplatelets and carbon nanotubes. **International Communications in Heat and Mass Transfer**, v. 95, p. 116–122, 1 jul. 2018.

NESBITT, BRIAN. **Handbook of pumps and pumping**. [s.l.] Elsevier in association with Roles & Associates, 2006.

NIGEL MILLS. **Plastics: Microstructure and Engineering Applications**. Burlington: [s.n.].

RAFT EMBALAGENS. Disponível em: <<http://www.raftembalagens.com.br/ver-produto/31/tambor-de-inox-tampa-fixa--50-a-200-litros/#ancprod>>. Acesso em: 15 mar. 2022.

RAMSEY, M. S. Pressure Drop Calculations. In: **Practical Wellbore Hydraulics and Hole Cleaning**. 1. ed. [s.l.] Elsevier, 2019. p. 163–216.

RUBAN, A. I.; GAJJAR, J. S. B. **Fluid Dynamics: Classical Fluid Dynamics**. 1. ed. Oxford: Oxford University Press, 2014. v. 1

SERTH, R. W.; LESTINA, T. G. Convective and Radiative Heat Transfer. In: **Process Heat Transfer**. [s.l.] Elsevier, 2014. p. 31–65.

---

SILVA, A. L. M. F. *et al.* Reologia aplicada à simulação do fator de atrito para o escoamento confinado de caulim pelos modelos de Churchill e de Swamee-Jain. **Tecnologia em Metalurgia Materiais e Mineração**, v. 14, n. 2, p. 148–152, 2017.

SPERLING, L. LESLIE, H. **Introduction to physical polymer science**. [s.l.] Wiley, 2006.

TALER, D. Determining velocity and friction factor for turbulent flow in smooth tubes. **International Journal of Thermal Sciences**, v. 105, p. 109–122, 1 jul. 2016.

TURIAN, R. M. *et al.* Flow of Concentrated Non-Newtonian Slurries: 2. Friction Losses in Bends, Fittings, Valves and Venturi Meters. **Int. J. Multiphase Flow**, v. 24, n. 2, p. 243–269, 1998.

VENCZEL, M.; BOGNÁR, G.; VERESS, Á. Temperature-dependent viscosity model for silicone oil and its application in viscous dampers. **Processes**, v. 9, n. 2, p. 1–21, 1 fev. 2021.

WELTMANN, R. N. Friction factors for flow of non-Newtonian materials in pipelines. **Ind. Eng. Chem.**, v. 48, n. 3, p. 386–387, 1956.

WHITE, F. M. **Fluid Mechanics**. 8. ed. Nova York: McGraw-Hill Education, 2016.

ZEGHADNIA, L.; ROBERT, J. L.; ACHOUR, B. Explicit solutions for turbulent flow friction factor: A review, assessment and approaches classification. **Ain Shams Engineering Journal**, v. 10, n. 1, p. 243–252, 1 mar. 2019.

## APÊNDICE A – JUPYTER NOTEBOOK: TRANSFERÊNCIA DE CALOR

```
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
import scipy.special as sp
from scipy.optimize import fsolve
from scipy.optimize import root
import math
import scipy
from mpl_toolkits.mplot3d import Axes3D
from matplotlib import cm
from matplotlib.ticker import LinearLocator, FormatStrFormatter
import mpmath as mp
import plotly.graph_objects as go
import plotly
import pandas as pd
#Declaração de variáveis

#Temperaturas (°C)
Tinf = 120 #°C
Ti_25 = 25 #°C
Ti_10 = 10 #°C
Ti_35 = 35 #°C

#Propriedades do cilindro
D = 0.582 #m
R_total = D/2 #m
dois_L = 0.849 #m
L = dois_L/2 #m

#Propriedades físicas fluido - solução de PDMS - Condução
k_f = 0.1916 #W/m.K
cp_f = 1586 #J/kg.K
rho_f = 901.1513 #kg/m³
u_inf = 0.25 #m/s

#Propriedades físicas fluido - vapor - convecção
ni_vap = 0.00005099787 #m²/s
alfa_vap = 0.000054526429675425 #m²/s
k_vap = 0.0226 #W/m.K
Pr = ni_vap / alfa_vap
Re_d = u_inf * D / ni_vap
Nu_d = 0.3 +
(0.62*(Re_d**(1/2))*(Pr**(1/3)))/((1+(0.4/Pr)**(2/3))**(1/4))*((1+(Re_d/282000)**(5/8))**(4/5))
alfa = (k_f / (cp_f*rho_f)) #m²/s
h_conv = Nu_d*k_vap/D #W/m²

#Cálculo dos Biots
Bip = h_conv*L/k_f
Bic = h_conv*R_total/k_f
csi = np.linspace(0,2000,2000)
f = lambda csi: -Bip + csi*np.tan(csi)
func = -Bip + csi*np.tan(csi)
Plot da f(csi)

fig, ax = plt.subplots()

ax.plot(csi, func, linewidth=1.0)

plt.plot(func)
```

```

ax.set(xlim=(0, 20), xticks=np.arange(0, 20), ylim=(-1, 1), yticks=np.arange(-5, 5)) plt.xlim(0,20)
plt.ylim(-5,5) plt.show()

#Achar autovalores

i = np.linspace(0, 2000, 2000)
solution = []
for i in i:
    r=fsolve(f,i)
    solution.append(r)

#Organização dos autovalores csi para parede plana - ep

solution = [np.round(num, 5) for num in solution]
ep = []
for i in solution:
    if i not in ep:
        ep.append(i)
for j in range(0, len(ep)-1):
    if ep[j] <= 0:
        ep.pop(j)
ep.sort()
#Cálculo dos coeficientes Cn para geometria plana - cnp

cnp = (np.dot(np.sin(ep),4)) / (np.dot(2, ep) + np.sin(np.dot(2, ep)))
Cilindro infinito
csic = np.linspace(0,2000,2000)
fc = lambda csic: -Bic + csic*(sp.j1(csic))/(sp.j0(csic))
func = -Bic + csic*(sp.j1(csic))/(sp.j0(csic))
fig, ax = plt.subplots()

ax.plot(csic, func, linewidth=1.0)

plt.plot(func)
ax.set(xlim=(0, 20), xticks=np.arange(0, 20), ylim=(-1, 1), yticks=np.arange(-5, 5)) plt.xlim(0,20)
plt.ylim(-5,5) plt.show()

#Achar autovalores

i = np.linspace(0, 1000, 1000)
solutionc = []

for i in i:
    r=fsolve(fc,i)
    solutionc.append(r)

#Organização dos autovalores csi para parede plana - ep

solutionc = [np.round(num, 5) for num in solutionc]
lista = []
ec = []
for i in solutionc:
    if i not in lista:
        lista.append(i)

for j in range(0, len(lista)):
    if lista[j] > 0:
        ec.append(lista[j])
ec.sort()

```

#Cálculo dos coeficientes Cn para geometria cilindro infinito - cnc

```
cnc = (np.true_divide(2, ec) * sp.j1(ec)) / (((sp.j0(ec))**2) + ((sp.j1(ec))**2))
```

Resolução da equação de calor

```
x = np.linspace(-L, L, 10)
```

```
t = np.linspace(0,360000, 36000)
```

```
r = 0 #np.linspace(0, R_total, 100) #0
```

```
x, t = np.meshgrid(x, t)
```

```
#T(x,r,t)
```

```
#Solução parede plana
```

```
raizes = (len(ec), len(ep))
```

```
rep = min(raizes)
```

```
T_p = 0
```

```
T_c = 0
```

```
for k in range(0, 10):
```

```
    T_p += cnc[k]*np.exp((-alfa*t/L**2)*ep[k]**2)*np.cos(x*ep[k]/L)
```

```
#Solução cilindro infinito
```

```
for k in range(0, 10):
```

```
    T_c += cnc[k]*np.exp((-alfa*t/R_total**2)*ec[k]**2)*sp.j0(ec[k]*r/R_total)
```

```
#Solução cilindro curto
```

```
T_10 = Tinf + (Ti_10-Tinf)*T_p*T_c
```

```
T_25 = Tinf + (Ti_25-Tinf)*T_p*T_c
```

```
T_35 = Tinf + (Ti_35-Tinf)*T_p*T_c
```

```
fig1 = plt.figure(dpi=100)
```

```
plt.plot(t, T_10, color='blue')
```

```
plt.plot(t, T_25, color='green')
```

```
plt.plot(t, T_35, color='red')
```

```
plt.xlabel('Tempo (s)')
```

```
plt.ylabel('Temperatura (°C)')
```

```
plt.show()
```

```
#plot em 3D
```

```
fig = plt.figure(dpi=100)
```

```
ax = fig.add_subplot(projection='3d')
```

```
plt.xlabel("Tempo (s)")
```

```
plt.ylabel("Altura do tambor (m)")
```

```
ax.set_zlabel('Temperatura (°C)')
```

```
plt.title('Temperatura (t, x, r={})'.format(r))
```

```
surf = ax.plot_surface(t, x, T_25, cmap = cm.jet,linewidth=0, antialiased = False, edgecolor = None)
```

```
Bip
```

```
2.7732780219725335
```

```
Bic
```

```
1.782151603747851
```

```
Nu_d
```

```
30.21772099806091
```

```
h_conv
```

```
1.1981061308003098
```

```
Re_d
```

```
2794.2343474345103
```