

# A Matemática na Escola

## NOVOS CONTEÚDOS, NOVAS ABORDAGENS

Elisabete Zardo Búrigo

Maria Alice Gravina

Marcus Vinicius de Azevedo Basso

Vera Clotilde Vanzetto Garcia

Organizadores

**EAD**  
SÉRIE EDUCAÇÃO A DISTÂNCIA

  
**UFRGS**  
**SEAD**  
Educação a Distância

  
**UFRGS**  
EDITORA

# A Matemática na Escola



UNIVERSIDADE  
FEDERAL DO RIO  
GRANDE DO SUL

Reitor

**Carlos Alexandre Netto**

Vice-Reitor e Pró-Reitor  
de Coordenação Acadêmica

**Rui Vicente Oppermann**

Pró-Reitor de Pós-Graduação

**Aldo Bolten Lucion**

SECRETARIA DE EDUCAÇÃO  
A DISTÂNCIA

Secretário

**Sérgio Roberto Kieling Franco**

Vice-Secretário

**Silvestre Novak**

Comitê Editorial

**Lovois de Andrade Miguel**

**Mára Lúcia Fernandes Carneiro**

**Silvestre Novak**

**Sílvio Luiz Souza Cunha**

**Sérgio Roberto Kieling Franco,**  
Presidente

EDITORA DA UFRGS

Diretora

Sara Viola Rodrigues

Conselho Editorial

**Alexandre Santos**

**Ana Lúgia Lia de Paula Ramos**

**Carlos Alberto Steil**

**Cornelia Eckert**

**Maria do Rocio Fontoura Teixeira**

**Rejane Maria Ribeiro Teixeira**

**Rosa Nívea Pedroso**

**Sergio Schneider**

**Susana Cardoso**

**Tania Mara Galli Fonseca**

**Valéria N. Oliveira Monaretto**

Sara Viola Rodrigues, presidente



UNIVERSIDADE  
ABERTA DO BRASIL



# A Matemática na Escola

## NOVOS CONTEÚDOS, NOVAS ABORDAGENS

Elisabete Zardo Búrigo

Maria Alice Gravina

Marcus Vinicius de Azevedo Basso

Vera Clotilde Vanzetto Garcia

Organizadores

**EAD**  
SÉRIE EDUCAÇÃO A DISTÂNCIA

  
**UFRGS**  
EDITORA

  
**UFRGS  
SEAD**  
Educação a Distância

© dos Autores  
1ª edição: 2012  
Direitos reservados desta edição:  
Universidade Federal do Rio Grande do Sul

Capa e projeto gráfico: Carla M. Luzzatto  
Revisão: Zuleica Oprach de Souza  
Editoração eletrônica: Rafael Marczal de Lima

### **Universidade Aberta do Brasil – UAB/UFRGS**

Coordenador: Luis Alberto Segovia Gonzalez

### **Apoio em Publicações da Secretaria de Educação a Distância**

Apoio operacional: Deise Mazzarella Goulart  
Laura Wunsch  
Marleni Nascimento Matte  
Michelle Donizeth Euzébio

### **Especialização em Matemática, Mídias Digitais e Didática**

Diretor do Instituto de Matemática: Rudnei Dias da Cunha  
Coordenadora do Curso: Maria Alice Gravina  
Coordenador do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática: Marcus Vinicius de Azevedo Basso

---

M425 A Matemática na escola: novos conteúdos, novas abordagens / organizadoras  
Elisabete Zardo Búrigo ... [et al.]. – Porto Alegre: Editora da UFRGS, 2012.  
304 p. : il. ; 17,5x25cm

(Série Educação A Distância)

Inclui figuras e quadros.

Inclui referências.

1. Matemática. 2. Matemática – Ensino fundamental – Novas abordagens.  
3. Matemática – Ensino Médio – Novas abordagens. 3. Matemática – Ensino  
Médio – Novos conteúdos. 4. Matemática – Formação de professores –  
Mudanças curriculares - Escola. I. Búrigo, Elisabete Zardo. II. Universidade  
Aberta do Brasil. III. Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Secretaria de  
Educação a Distância. Graduação Tecnológica – Planejamento e Gestão para o  
Desenvolvimento Rural. IV. Série

CDU 51

---

CIP-Brasil. Dados Internacionais de Catalogação na Publicação.  
(Jaqueline Trombin – Bibliotecária responsável CRB10/979)

ISBN 978-85-386-0158-6

*Juliana Bender Goulart  
Maria Alice Gravina*

## INTRODUÇÃO

Muitas pessoas encontram dificuldades no estudo da Matemática e, conseqüentemente, não gostam dessa ciência. Acreditamos que uma das causas dessas dificuldades é a maneira como a Matemática é apresentada aos estudantes do Ensino Fundamental e Médio – de forma desinteressante e sem maior relação com a vida prática, parecendo ser um estudo que servirá apenas para concluir uma etapa estudantil.

A Matemática é vista como complicada e parece que nela se estudam números e fórmulas que são vistos apenas na escola. Esse tipo de pensar acaba provocando uma aversão sobre o assunto. Como fazer para eliminar esse sentimento? Se utilizarmos situações que se apresentem como desafios, os alunos se sentirão mais motivados e mais curiosos em relação ao que estão estudando?

No ano de 2004 a professora Juliana<sup>59</sup> iniciou sua trajetória profissional no Ensino Médio Regular (primeiro e segundo anos), na qual utilizou alguns dos conhecimentos adquiridos durante sua formação docente. Em 2006 e 2007, deparou-se com turmas do terceiro ano do Ensino Médio e com a tarefa de ensinar Geometria Analítica. Sentiu que os momentos de aula eram muito cansativos para todos, pois consistiam de muita exposição do professor e a participação dos educandos era bem pouca. Naquele momento, consultando alguns livros didáticos também constatou que, no geral, a Geometria Analítica é desenvolvida em contexto quase puramente algébrico, com poucas referências aos seus aspectos geométricos.

Foi com essas inquietações que, em 2007, a professora Juliana iniciou o Mestrado Profissional no Ensino de Matemática, na Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS). E foi no segundo semestre do curso, durante a disciplina “Tecnologias em Educação Matemática”, que conheceu as possibilidades de uso da tecnologia

---

<sup>59</sup> A professora Juliana é a primeira autora deste trabalho e realizou a sua dissertação de mestrado sob a orientação da segunda autora.

informática. Em uma das aulas dessa disciplina foi apresentado o *software* GrafEq<sup>60</sup>, com o qual é possível trabalhar expressões analíticas e gráficos de curvas no plano cartesiano. Já nas primeiras explorações no *software*, foi possível perceber as possibilidades para um ensino da Geometria Analítica diferente daquele que vinha sendo desenvolvido. E foi assim que realizou uma primeira experiência com os alunos e constatou o entusiasmo com que trabalharam nas tarefas propostas que deveriam ser aplicadas com o *software* GrafEq. A visualização imediata, na tela do computador, dos gráficos e regiões correspondentes às diferentes equações, funções e relações exploradas, nas atividades, realmente fascinou os educandos.

A partir do sucesso dessa primeira experiência, iniciou-se então a elaboração de um projeto de pesquisa, tendo como objetivo responder à pergunta: “Como explorar conceitos de Geometria Analítica no Ensino Médio utilizando o ambiente informatizado, em particular o *software* GrafEq?”

Do processo de concepção, implementação e validação da proposta pedagógica resultou um material didático, consistindo em uma sequência de atividades que atendessem às recomendações dadas nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs). Nessa sequência de atividades, teve-se o cuidado de tratar as equações da reta e círculo como casos particulares de uma equação geral. Para isso foi construída uma fundamentação matemática<sup>61</sup>, na qual os conjuntos de pontos  $P = (x, y)$ , que constituem retas, círculos, elipses, hipérbolas ou parábolas, são identificados, através de deduções matemáticas, com os possíveis conjuntos-soluções da equação de grau dois em duas variáveis  $Ax^2 + By^2 + Cxy + Dx + Ey + F = 0$ .

## A TECNOLOGIA E A APRENDIZAGEM DA GEOMETRIA ANALÍTICA

A pesquisa desenvolvida tomou como referência a teoria do desenvolvimento cognitivo de Piaget, que nas palavras de Campos (2009) assim é explicitada:

A construção do conhecimento ocorre quando acontecem ações físicas ou mentais sobre objetos que, provocando o desequilíbrio, resultam em assimilação ou, acomodação e assimilação dessas ações e, assim, em construção de esquemas ou conhecimento. Em outras palavras, uma vez que a criança não consegue assimilar o estímulo, ela tenta fazer uma acomodação e após, uma assimilação e o equilíbrio é, então, alcançado.

---

60 O GrafEq é produzido por Pedagogy Software Inc., no Canadá, sendo os direitos do programa, de registro e ajuda do autor Greg Kochaniak. Está disponível para download no site: <<http://www.peda.com/grafeq>>. Acesso em: 18 ago. 2007.

61 A dissertação completa (GOULART, 2009) está disponível em: <<http://hdl.handle.net/10183/18805>>. Acesso em: 15 ago. 2010.

No âmbito dessa teoria, o educador torna-se um incentivador, um questionador, um organizador de situações que levem o educando a refletir sobre suas ações e seus erros, a partir dos quais ajusta o seu processo de aprendizagem.

Para apontar de que forma o uso da tecnologia informática pode favorecer o processo de construção de conhecimento, especialmente no contexto da Educação Matemática, foram trazidas as reflexões de alguns autores. Segundo Ponte (*apud* BORRÕES, 1986, p.1):

O computador, pelas suas potencialidades em nível de cálculo, visualização, modelação e geração de micromundos, é o instrumento mais poderoso de que atualmente dispõem os educadores matemáticos para proporcionar experiências aos seus alunos.

E, segundo Gravina (1999), no final dos anos noventa, já era grande a oferta de recursos informáticos para processos de ensino e aprendizagem que quisessem contemplar as ações dos alunos. E a autora caracteriza estes recursos como sendo os softwares onde os alunos podem modelar, analisar simulações, fazer experimentos, conjecturar.

Os autores referidos acima (BORRÕES, 1986; GRAVINA, 1998) indicam o quanto a informática na educação favorece as ações e as experiências dos alunos. E sabe-se que um aluno motivado compromete-se com seu processo de aprendizagem e, assim, procura novos conhecimentos e desenvolve novas habilidades.

Com a introdução das tecnologias no meio educacional, é preciso repensar o ambiente escolar quanto à participação do professor e às mudanças metodológicas referentes às práticas docentes (RICHIT, 2005). Vale ressaltar que o professor não é substituído pelo computador, pois cabe a ele projetar atividades e situações que têm como objetivo a construção de determinado conhecimento. Também cabe ao professor fazer as conexões entre o conhecimento produzido pelo aluno, nas suas explorações no ambiente informatizado, com aquele conhecimento matemático institucionalizado e que é o foco de ensino.

Em consulta aos Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio (PCNEM), foram encontradas recomendações para o ensino da Geometria Analítica no sentido de que a valorização da memorização de equações seja substituída pelo ensino que valoriza a investigação a explicação, a articulação entre os aspectos geométricos e algébricos. Trata-se da compreensão da Geometria Analítica como um conhecimento que cria competências para interpretar e resolver problemas. Foi procurando tirar o máximo proveito da tecnologia, no que diz respeito ao processo de aprendizagem da Matemática que valoriza os aspectos mencionados acima, que foi escolhido, para uso nesta experiência, o *software* GrafEq. Esse *software* pertencente à classe dos “ambientes de exploração” (GRAVINA, 2001), o que significa ser um

programa com recursos que provocam o processo que caracteriza o pensar matematicamente, ou seja, os alunos fazem experimentos, testam hipóteses, esboçam conjecturas, criam estratégias para resolver problemas (BRASIL, 2006).

O *software* GrafEq é um programa que explora funções e relações matemáticas, permitindo trabalhar com inequações e com famílias de funções. As possibilidades de múltiplas representações – expressões algébricas e representações gráficas – viabiliza as explorações que articulam diferentes conhecimentos. A escolha desse *software* também justifica-se pela sua facilidade de manuseio – o aluno digita na janela de “Relações” a expressão de uma função ou de uma inequação e de imediato tem no sistema de coordenadas as representações gráficas. Outro fator importante na escolha do *software* foi a opção de trabalhar em interfaces com diferentes idiomas – na execução de nossa pesquisa foi escolhido o idioma Espanhol, por ser mais acessível aos alunos. Na Figura 78, é possível observar a interface do *software*.

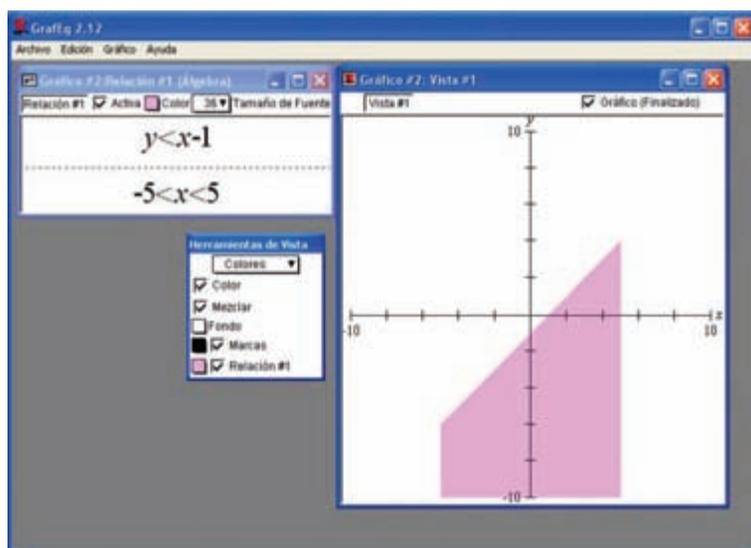


Figura 78 – Interface do *software* GrafEq  
Fonte: Dissertação de Mestrado de Juliana Bender Goulart

A possibilidade de trabalhar com desigualdades algébricas no *software* GrafEq é aspecto fundamental na nossa proposta didática. A representação gráfica do conjunto-solução de uma desigualdade algébrica produz figuras que vão dar conta do aspecto estético de uma das atividades que foi proposta aos alunos. Trata-se da construção de réplicas de obras de arte da natureza geométrica, através da linguagem matemática. Esse tipo de trabalho teve uma primeira realização no ano de 2003, com alunos de Ensino Médio, participantes da Oficina “Matemática e Arte”<sup>62</sup>, ofertada no âmbito

<sup>62</sup> Para deduzir a equação, os alunos utilizaram o teorema de Pitágoras em triângulo retângulo.

das atividades do Curso de Licenciatura em Matemática da UFRGS. Na dissertação de mestrado de Diogo (2007), com proposta de ensino por meio de problemas geradores, a reprodução de obras de arte com o GrafEq é utilizada como um “problema gerador”, mas sem que haja a preocupação de construção de conhecimento sistemático em Geometria Analítica.

Em Santos (2008), a dissertação de mestrado também apresenta uma proposta de ensino que faz uso do *software* GrafEq. Nessa pesquisa, os alunos utilizaram o *software* para explorar relações algébricas e efeitos geométricos, e a análise do autor indica que os conteúdos explorados foram a equação da reta e a do círculo.

## A CONSTRUÇÃO DA PROPOSTA

Esta pesquisa foi norteada pela questão formulada na Introdução e, agora, será apresentada de forma mais precisa:

- a) Usando um meio informatizado é possível trabalhar, com alunos que estão cursando o Ensino Médio, a resolução da equação  $Ax^2 + By^2 + Dx + Ey + F = 0$ , de modo que entendam que retas, círculos, elipses, hipérbolas e parábolas são soluções possíveis desta equação?
- b) Em um meio informatizado, momentos de trabalho que contemplam a exploração empírica – no caso, a observação de relações entre mudanças de parâmetros nas equações e efeitos gráficos – podem contribuir para a construção de conhecimento em Geometria Analítica?

Para responder a essas indagações tomou-se a Engenharia Didática como metodologia de pesquisa. Segundo Douady (1995), a Engenharia Didática designa uma sequência de ensino concebida, organizada e articulada no tempo, de maneira coerente, por um “professor-engenheiro”, com a finalidade de realizar um projeto de aprendizagem para um determinado grupo de alunos. Ainda segundo essa autora, a Engenharia Didática é um produto resultante de uma **análise a priori** e um processo em que o professor aplica o produto projetado, adaptando-o, mesmo ao longo da experimentação, ao seu grupo de alunos.

Através da Engenharia Didática, o professor reflete e avalia a sua ação pedagógica e, por meio dessa reflexão, ele é capaz de redirecionar o trabalho que desenvolve. O professor busca entender as dificuldades encontradas pelos alunos em sala de aula e, através delas, é capaz de refletir sobre sua ação.

A construção da proposta didática resultou em sequência de atividades para sete encontros de 90 minutos. Procurou-se desenvolver, por meio da sequência, um gradativo processo de exploração e de dedução das equações das diferentes curvas. As primeiras explorações foram feitas com o sistema de coordenadas posicionado, em relação às curvas, de forma a obterem-se as equações mais simples; em um segundo momento, consideraram as translações das curvas em relação ao sistema de coordenadas. Nas atividades foram contempladas as desigualdades no plano, a equação de reta, as condições de paralelismo e a perpendicularidade, a equação do círculo e as equações das curvas cônicas.

Em cada encontro, a exploração inicial consistiu na observação das mudanças nas representações gráficas quando alterados os parâmetros da equação em estudo. Ou seja, usando o *software* GrafEq, mesmo sem conhecer a correspondência entre as curvas e as suas equações, empiricamente os alunos fizeram observações de “causa e efeito” – por exemplo, a alteração do parâmetro  $b$  na equação foi identificada como “um movimento na reta  $y = 2.x$  que mantém o paralelismo”; ou mudança no parâmetro  $a$  da equação  $y = a.x^2$  com  $a > 0$ , foi identificado como “abrir ou fechar a curva”. Após a construção desse conhecimento, de natureza empírica, foi feita, com o apoio do professor, a dedução da equação sob exploração.

Nas primeiras atividades dos encontros, os efeitos gráficos resultantes da mudança dos parâmetros de uma determinada equação estiveram sob a atenção dos alunos. E depois foram contempladas atividades no espírito “inverso” – isto é, foi apresentada aos alunos a curva, e a eles foi delegada a tarefa de identificar uma possível equação dessa curva.

Foi integrada às explorações matemáticas dos alunos uma atividade de forte apelo estético. Foi projetado para a parte final de cada encontro um trabalho voltado para a construção de réplicas de obras de arte de natureza geométrica. Foi realizado um cuidadoso trabalho de seleção de obras, no sentido de se obter a exigência de uso das relações e equações que haviam sido exploradas na primeira parte de cada encontro. Também houve a preocupação de selecionar uma obra que fosse de artista brasileiro, para valorizar nossa cultura. Obras muito simples foram escolhidas para dar início a este trabalho com “arte e matemática”; nas obras finais, os alunos trabalharam com a construção de réplicas envolvendo elipses, parábolas e hipérbolas.

Nas Figuras 79, 80 e 81 foram destacadas algumas das obras escolhidas para replicação, acompanhadas de comentários sobre os conteúdos de Geometria Analítica a serem utilizados. A construção de réplicas de obras de arte, com uso do *software* GrafEq, caracterizou-se como uma atividade desafiadora de resolução de problemas. Nas explorações algébricas e nas observações dos “desenhos” produzidos na tela do computador, presenciou-se os alunos em situação de desequilíbrios/equilíbrios cognitivos, característicos do processo de construção de conhecimento.

Para reproduzir a obra de Luís Sacilotto (Figura 79), os alunos precisaram trabalhar com a equação da reta e desigualdades. As formas retangulares também estavam presentes nesta obra. Retas paralelas, mesmo não sendo objeto de estudo na primeira parte do encontro, provocativamente estavam presentes. Restrições de domínio também precisavam ser consideradas de modo a replicar as “faixas vermelhas”.



Figura 79 – Obra de Luís Sacilotto  
Fonte: Dissertação de Mestrado de Juliana Bender Goulart

A escolha da obra de Lygia Clark (Figura 80) justifica-se devido à presença de retas paralelas (no paralelogramo e em situação já não mais tão simples) e de retas perpendiculares (na parte superior à direita da obra). Na construção da réplica, restrições de domínio também precisavam ser consideradas.



Figura 80 – Obra de Lygia Clark  
Fonte: Dissertação de Mestrado de Juliana Bender Goulart

Na obra de Ruben Valentim (Figura 81), além das desigualdades que representam os retângulos e das retas a serem identificadas com os triângulos, os alunos precisavam usar a equação do círculo. Restrições nas diferentes relações devem ser consideradas, de modo a se obter o efeito triângulo e semicírculo.



Figura 81 – Obra de Rubem Valentim  
Fonte: Dissertação de Mestrado de Juliana Bender Goulart

## A EXPERIÊNCIA E OS RESULTADOS

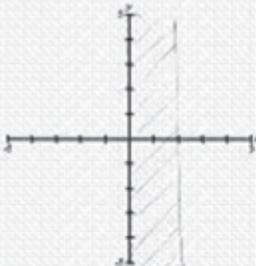
A experiência foi realizada em uma instituição privada de ensino, situada em Novo Hamburgo, no segundo semestre de 2008. Fez-se uso do laboratório de informática da escola durante sete encontros de 90 minutos. Os alunos que participaram dessa experiência estavam cursando o terceiro ano do Ensino Médio. O material produzido por esses alunos foi a principal fonte de documentação sobre o processo de aprendizagem pretendido, e foi, ainda, um importante material em nossas **análises a posteriori**.

Nas atividades do primeiro encontro, foi trabalhado o entendimento de sistema de coordenadas cartesianas. Iniciou-se com o “desenho”, via coordenadas, de conjuntos muito simples, essencialmente faixas e retângulos com lados paralelos aos eixos do sistema de coordenadas, sendo que os alunos deveriam descrever em palavras os efeitos obtidos (Figura 82). A atividade provocou nos alunos o entendimento da

relação entre conjunto de pontos e relações algébricas – esse um aspecto crucial a ser trabalhado no início da aprendizagem da Geometria Analítica.

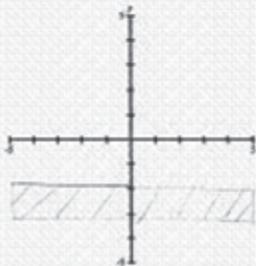
**ATIVIDADE 1 - Colorindo regiões**

a) Digite a seguinte desigualdade:  $0 < x < 2$ . Descreva com palavras o que você está vendo. Desenhe o resultado obtido.



Toda a parte das ordenadas ( $y$ ) está pintada de 0 a 2, na vertical a área se estende até  $\infty$  no eixo  $x$ , na horizontal. A área, em relação à vertical, é infinita.

b) Digite, no mesmo sistema de coordenadas, em outra cor a desigualdade:  $-3 < y < -1$ . Desenhe o resultado obtido e descreva com palavras suas observações.



A nova área é compreendida de -1 a -3 no eixo  $y$  e é infinita no eixo  $x$ .

Figura 82 – Atividade 1 – Dupla IJ

Fonte: Dissertação de Mestrado de Juliana Bender Goulart

Para a construção da réplica da obra de arte, os alunos tiveram a liberdade de escolher o posicionamento dos eixos coordenados. As Figuras 83 e 84 indicam diferentes escolhas: na primeira escolha, a réplica da obra posicionou-se no primeiro e no segundo quadrante do sistema de coordenadas; já na segunda escolha, o sistema de coordenadas tem sua origem posicionada no centro da obra que está sendo replicada.

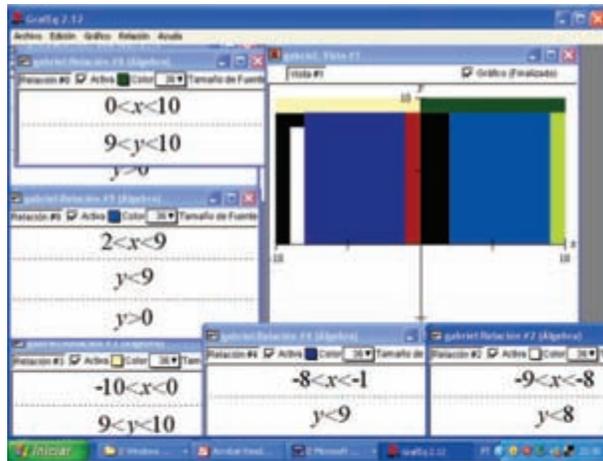


Figura 83 – Obra nos 1º e 2º quadrantes  
Fonte: Dissertação de Mestrado de Juliana Bender Goulart

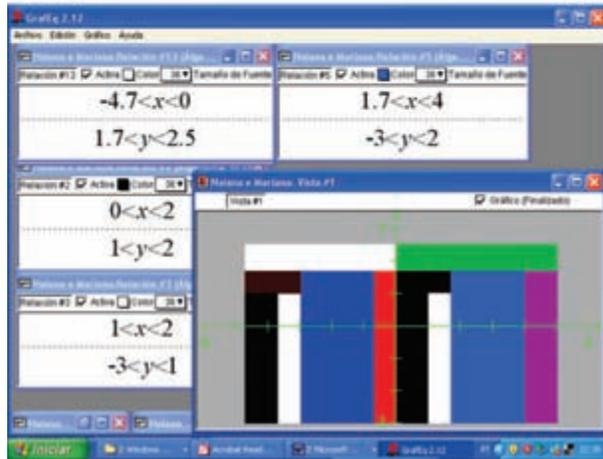


Figura 84 – Sistema de coordenadas no centro da figura  
Fonte: Dissertação de Mestrado de Juliana Bender Goulart

Já no estudo da reta, no segundo encontro, o propósito inicial foi trabalhar com a equação reduzida  $y = a.x + b$  e com o significado geométrico dos seus coeficientes  $a$  e  $b$ . Embora os alunos tivessem dificuldades em relatar o que estavam visualizando, foi possível perceber que eles conseguiam identificar a alteração na representação gráfica da reta, decorrente de mudanças de valores de  $a$  e  $b$ . Nas Figuras 85 e 86, são apresentadas as explicações redigidas pelos alunos, as quais, de forma ainda, empírica indicam a compreensão da influência das mudanças desses coeficientes nos gráficos.

### ATIVIDADE 1 – Construindo Retas

a) Em sistema de coordenadas escreva as equações:

$$y = x$$

$$y = x + 1$$

$$y = x - 3$$

Faça a representação no sistema abaixo e descreva as suas observações.



Na primeira equação o  $y=x$ . Na segunda da como o  $y=x+1$  ele aumentou +1 para cima, já na terceira o  $y=x-3$  sendo ele diminuiu -3 para baixo.

Figura 85 – Exploração do coeficiente  $b$  na equação  $y = a.x + b$

Fonte: Dissertação de Mestrado de Juliana Bender Goulart

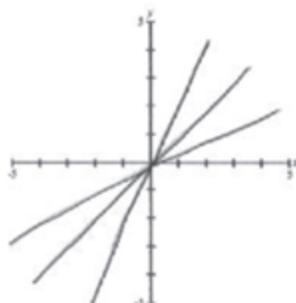
b) Em um mesmo sistema de coordenadas escreva as equações:

$$y = x$$

$$y = 2x$$

$$y = \frac{1}{2}x$$

No sistema abaixo desenhe o que observou e escreva suas observações.



Na reta  $y=x$ , passou no eixo, na reta  $y=2x$  moveu o dobro, na reta  $y=\frac{1}{2}x$  moveu metade no eixo.

Figura 86 – Exploração do coeficiente  $a$  na equação  $y = a.x + b$

Fonte: Dissertação de Mestrado de Juliana Bender Goulart

No terceiro encontro, foi explorada a condição de paralelismo e perpendicularidade entre retas, e na Figura 87 é possível observar o registro desse momento do trabalho.



Figura 87 – Alunos trabalhando na atividade de retas paralelas  
Fonte: Dissertação de Mestrado de Juliana Bender Goulart

Quanto à equação do círculo  $(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 = R^2$ , os alunos iniciaram o trabalho fazendo a dedução da equação<sup>63</sup>, e foram então desafiados a desenhar círculos em diferentes posições e com diferentes tamanhos, conforme ilustrado na Figura 88.

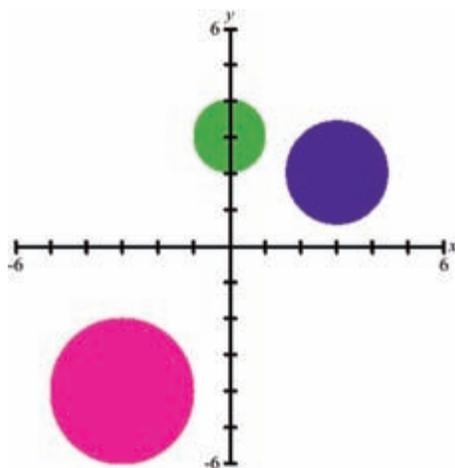


Figura 88 – Atividade sobre círculo  
Fonte: Dissertação de Mestrado de Juliana Bender Goulart

63 A produção feita pelos alunos nesta oficina está disponível em: <[http://www2.mat.ufrgs.br/edumatec/atividades\\_gal\\_trabalhos.php](http://www2.mat.ufrgs.br/edumatec/atividades_gal_trabalhos.php)>. Acesso em: 18 ago. 2007.

Na atividade de reproduzir círculos percebemos que os alunos apresentavam dificuldades quanto ao entendimento do significado de uma equação, isto é, em entender que quando é dada uma equação, implicitamente, está sendo feita uma referência ao conjunto de pontos cujas coordenadas atendem a certas condições algébricas. Frente às dificuldades dos alunos, foi preciso a intervenção da professora, e foi realizada uma discussão sobre como proceder para construir o círculo da figura. Uma vez entendido o significado da equação do círculo, os alunos conseguiram realizar a atividade e ficou evidenciada a importância do papel do professor como mediador.

Gradativamente, os alunos avançaram nos diferentes casos particulares da equação de grau dois em duas variáveis e, ao final da experiência, eles produziram uma figura que faz uso das equações das cônicas, cujos eixos de simetria coincidem com os eixos do sistema de coordenadas, conforme ilustra a Figura 89, que contém parábolas, elipses e hipérbolas e as correspondentes relações algébricas.

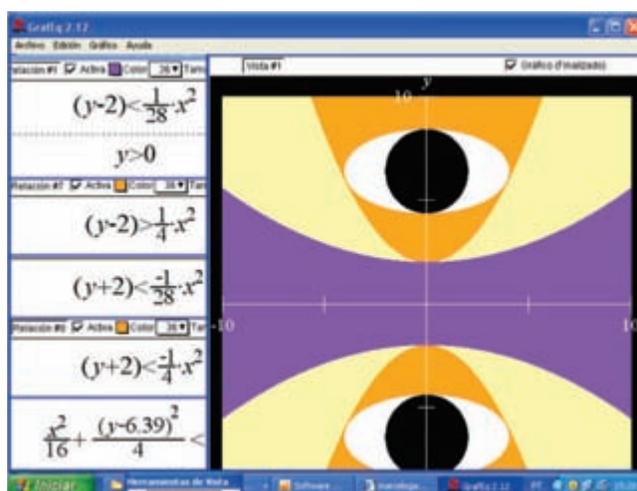


Figura 89 – Cônicas

Fonte: Dissertação de Mestrado de Juliana Bender Goulart

Vale ressaltar que os alunos não tiveram qualquer apresentação inicial, por parte do professor, sobre os conteúdos que iriam explorar no encontro no laboratório. Eles fizeram observações e tiraram conclusões sem o estudo formal dos conceitos matemáticos envolvidos. Foi após as constatações feitas pelos alunos que o professor fez a institucionalização do conhecimento, por meio da dedução das equações das curvas, a partir das suas definições dadas em termos de lugares geométricos.

Percebemos, em várias atividades, que o momento de institucionalização é de suma importância para a atribuição de significado aos conceitos observados. Os alunos chegaram a realizar conclusões empiricamente, porém a intervenção do professor se faz necessária; a tecnologia por si só (como já previsto no planejamento das atividades)

não substitui o momento de exploração em sala de aula. A tecnologia serve como motivadora de novas descobertas, mas essas descobertas devem ser sistematizadas nos momentos de intervenção do professor.

As explorações empíricas feitas no GrafEq, acompanhadas de intervenções quando necessário, e os momentos de sala de aula em que institucionalizou-se o conhecimento, mostraram que os alunos que estão cursando o Ensino Médio podem entender que retas, círculos e cônicas são casos particulares de soluções de uma equação de grau dois em duas variáveis.

Ao utilizarem o *software* GrafEq, de interface atrativa e de fácil manuseio, os alunos mostraram um gradativo processo de aprendizagem, para além das retas e dos círculos presentes nos usuais programas de matemática escolar. Especialmente na construção de réplicas de obras de arte abstrata, um dos focos da sequência de atividades, os alunos mostraram entusiasmo e enfrentaram o desafio de “desenhar” figuras com equações e relações da Geometria Analítica.

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

No decorrer da pesquisa, procurou-se desenvolver uma sequência de atividades que priorizasse a construção do conhecimento, através de inicial entendimento de natureza empírica e, depois, através das deduções das equações das retas, círculos, elipses, hipérbolas e parábolas, tendo como ponto de partida as suas definições geométricas e uma conveniente escolha de sistema de coordenadas.

O desenrolar da experiência foi planejado sempre por meio de dois momentos: um momento no laboratório de informática, em que os conceitos da Geometria Analítica foram trabalhados de forma empírica; um momento na sala de aula, em que as reflexões dos alunos foram sistematizadas e aconteceram as intervenções do professor visando à dedução das equações das curvas exploradas<sup>64</sup>.

Com a utilização do *software* GrafEq, os alunos foram provocados no planejamento de ações, na reflexão para executá-las e na validação de seus procedimentos de forma a obter os efeitos de “figuras” desejados. Na atividade de construção de réplicas de obras de arte, os recursos do *software* foram fundamentais – formas e cores resultaram do controle de equações e de relações. Sem dúvida, as representações gráficas na tela do computador são mais ricas e interessantes do que as efetuadas com giz e quadro-negro, visto que facilmente modificam-se os parâmetros e imediatamente se obtêm novos resultados geométricos.

---

64 Capítulo 3 da dissertação de Goulart (2009).

Os educandos passaram do estágio inicial de “ver que certas relações algébricas correspondem a certas curvas e regiões”, para posteriormente “explicar porque existe esta correspondência”, aí sendo necessário o importante papel do professor quanto à institucionalização dos conhecimentos produzidos na situação de exploração no *software* GrafEq. Foi assim que se trabalhou com as demonstrações de teoremas, mas sem que houvesse a explicitação destes dois termos – “teorema” e “demonstração” – que tanto assustam os alunos.

Cabe salientar que, inicialmente, os educandos esperavam que o professor conduzisse os momentos no laboratório de informática, dizendo-lhes o que fazer e como fazer. Com o avançar dos encontros, pôde-se perceber que os alunos foram se tornando mais ativos e curiosos para resolver os problemas propostos, e, assim, o momento no laboratório de informática atendeu às expectativas quanto às ações e reflexões dos alunos.

Porém é importante salientar que o simples uso da informática não garante a construção do conhecimento, pois é fundamental a elaboração de atividades que propiciem essa construção. A interação com um *software* provoca, sobretudo, as validações de natureza empíricas. É também preciso dar atenção ao papel do professor – cabe a ele promover situações que priorizem a elevação do patamar do conhecimento e, no nosso caso, essas foram as situações de discussão e dedução das diferentes equações. Verificou-se que, em alguns momentos de exploração empírica, o professor teve que intervir para que os alunos conseguissem chegar a conclusões relativas às suas observações. Assim, cabe ao professor verificar se as constatações empíricas estão correspondendo ao esperado.

Nesta investigação pretendeu-se contribuir para a produção de resultados que ilustram as possibilidades de utilização da informática na educação matemática e na melhoria da educação. A tecnologia está cada vez mais presente no nosso meio, e com ela, através desta experiência com o *software* GrafEq, obtivemos resultados que indicam que alunos cursando o Ensino Médio podem entender as curvas que correspondem às possíveis soluções da equação  $Ax^2 + By^2 + Dx + Ey + F = 0$ .

Mas, no processo de aprendizagem, além do importante uso da tecnologia, evidenciamos que é preciso estarmos sempre alerta quanto ao importante papel do professor – o papel de ser um mediador com a preocupação de colocar os alunos em novos patamares de conhecimento.

## REFERÊNCIAS

BRASIL. MEC. Secretaria da Educação Básica. *PCN+ : Ensino Médio - orientações educacionais complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais*. Ciências da natureza, matemática e suas tecnologias. Brasília: MEC, 2006.

BORRÕES, Manuel Luis Catela. *O Computador na Educação Matemática*. 1986. Disponível em: <<http://www.apm.pt/apm/borrao/matematica.PDF>>. Acesso em: 24 jun. 2008.

CAMPOS, Márcia de Borba. *Construtivismo*. Disponível em <<http://penta.ufrgs.br/~marcia/piaget.html>>. Acesso em: 10 abr. 2009.

DIOGO, Marcelio Adriano. *Problemas geradores no ensino-aprendizagem de matemática do ensino médio*. 120f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) – Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática, UFRGS, Porto Alegre, 2007. Disponível em: <<http://hdl.handle.net/10183/11230>>.

DOUADY, Régine. La ingeniería didáctica y la evolución de su relación en conocimiento. In: ARTIGUE, M.; DOUADY, R.; MORENO, L.; GÓMEZ, P. *Ingeniería didáctica en educación matemática*. Bogotá: Grupo Editorial Iberoamérica, 1995. p. 61-97.

GOULART, Juliana Bender. *O estudo da equação  $Ax^2 + By^2 + Cxy + Dx + Ey + F = 0$  utilizando o software Grafeq: uma proposta para o ensino médio*. 160 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) – Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática, UFRGS, Porto Alegre, 2009. Disponível em: <<http://hdl.handle.net/10183/18805>>. Acesso em: 15 ago. 2010.

GRAVINA, Maria Alice; SANTAROSA, Lucila M.C. A aprendizagem da Matemática em ambientes informatizados. *Informática na Educação: teoria & prática*, v. 1, n. 2, p. 73-88, mai. 1999.

GRAVINA, Maria Alice. *Os ambientes de Geometria Dinâmica e o Pensamento Hipotético-Dedutivo*. 277 f. Tese (Doutorado) – Programa de Pós-Graduação em Informática na Educação – Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2001. Disponível em: <<http://www.lume.ufrgs.br/handle/10183/2545>>. Acesso em: 18 ago. 2007.

PEDAGOGUERY SOFTWARE. *Grafequation 2.12*. Disponível em: <<http://www.peda.com/grafeq>> Acesso em: 18 ago. 2007.

RICHIT, Adriana. *Projetos em Geometria Analítica usando Software de Geometria Dinâmica: Repensando a Formação Inicial Docente em Matemática*. 202f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – UNESP, Rio Claro, 2005.

SANTOS, Ricardo de Souza. *Tecnologias Digitais na Sala de Aula para Aprendizagem de Conceitos de Geometria Analítica: Manipulações no Software Grafequation*. 135f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) – UFRGS, Porto Alegre, 2008.