TECNOLOGIAS DIGITAIS NA SALA DE AULA PARA APRENDIZAGEM DE CONCEITOS DE GEOMETRIA ANALÍTICA: MANIPULAÇÕES NO *SOFTWARE* GRAFEQ

Ricardo de Souza Santos
Marcus Vinicius de Azevedo Basso

APRESENTAÇÃO

Este estudo aborda a utilização de recursos disponibilizados pelas tecnologias digitais no ensino-aprendizagem de Matemática[56]. Mais especificamente, o objeto de estudo é a introdução do *software* GrafEq[57] no ensino de Geometria Analítica no Ensino Médio da Escola Básica. Para verificar o alcance das contribuições que a proposta trouxe ao ensino de Geometria Analítica, foi implementada uma sequência de atividades em duas turmas do segundo ano do nível médio em uma escola da rede privada de Porto Alegre. A análise dos resultados foi obtida de forma empírica utilizando-se, como método, o estudo de caso. Para isso, o estudo foi fundamentado nas teorias de James Kaput (1992) sobre introdução das tecnologias digitais na Educação Matemática. Os resultados encontrados apontam para o uso de tecnologias digitais como uma possível contribuição no ensino-aprendizagem de Geometria Analítica, a qual se constitui em um importante tópico de Matemática do Ensino Médio.

VALOR DA GEOMETRIA ANALÍTICA

A Geometria é parte importante dos currículos de Matemática da Educação Básica, pois ela pode desenvolver no estudante capacidades como compreensão, espírito de investigação, representação e resolução de problemas – habilidades importantes e inerentes ao Ensino de Matemática, também contempladas nas

---

56 Este texto foi construído a partir de dissertação de Mestrado (SANTOS, 2008), submetida ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, sob orientação do Dr. Marcus Vinicius de Azevedo Basso.

57 *Software* gráfico que permite construções de curvas e regiões no plano através de igualdades e desigualdades algébricas, com coordenadas cartesianas ou polares. Disponível em: <www.peda.com/grafeq>. Acesso em: 10 abr. 2011.

Orientações Curriculares Nacionais para o Ensino Médio (BRASIL, 2006). Essa matéria se desdobra em vários ramos, mas, para efeito deste estudo, trataremos da Geometria Analítica, que tem como função tratar algebricamente as propriedades e os elementos geométricos. Nesse âmbito, o estudante pode perceber outros modelos que explicam o espaço de forma mais elaborada com linguagens e raciocínios diferentes dos utilizados na geometria euclidiana.

O lugar de destaque que a Geometria Analítica ocupa como ramo da matemática se dá por um motivo simples – a relação Álgebra-Geometria. O ganho real para a ciência Matemática fica por conta do fato de que problemas geométricos podem ser resolvidos por métodos algébricos, muitas vezes simples, e mais ainda, propriedades algébricas podem ser facilmente verificadas geometricamente. Isto representa um avanço para uma ciência calcada em provas e demonstrações de seus resultados. Em suma, a Geometria Analítica estabelece uma equivalência entre enunciados geométricos e proposições relativas a equações ou a desigualdades algébricas. Também é preciso registrar que a importância desta não está apenas em seus estudos avançados, pois já no Ensino Médio têm-se abordado conceitos de grande valor como as igualdades e desigualdades lineares, base do estudo para um ramo das matemáticas aplicadas – a Programação Linear – com aplicações na Economia e para a Teoria dos Jogos.

REALIDADE DO ENSINO DE GEOMETRIA ANALÍTICA NO ENSINO MÉDIO

Contrastando com a riqueza do método analítico e contrariando os atuais padrões mundiais de ensino, há uma séria deficiência na rede de ensino brasileira em relação à aprendizagem desses conteúdos. Este fato pode ser constatado estudo através de exemplos bem claros. Os resultados obtidos pelo Brasil - abaixo da 50ª posição (entre 56 países) - no Programa para Avaliação Internacional de Alunos (PISA, 2006) e uma análise crítica dos principais livros didáticos que estão nas salas de aula brasileiras, realizada por Elon Lages Lima (2001), são dois deles.

Na sua análise, Lima (2007) diz que, além de ignorar a existência de calculadoras e computadores, os livros, que servem como guia para os professores, e, por conseguinte, determinam a qualidade de ensino deles, são carentes de situações-problemas que ressaltem a aplicabilidade e a importância da Matemática. Em geral, no tópico de Geometria Analítica, o autor vê uma série de falhas. Primeiramente, existe uma demasiada fragmentação do conteúdo, tornando complicado o seu entendimento mais global. Existe também o excesso de problemas de caráter mais manipulativo e de fórmulas (problemas estritamente algébricos), contrastando com a falta de demonstrações de resultados importantes. É importante salientar que esses livros simulam o conhecimento matemático difundido nas escolas brasileiras.

Percebemos então o quanto está prejudicada a Educação Matemática, resumida nela mesma e na preparação ao vestibular, como nas palavras de Lima (2001, p. 370):

> [...] as escolas ocupam boa parte do tempo adestrando seus alunos para o exame vestibular [...] Como já dissemos antes, isso contribui para fortalecer no aluno (e, por extensão, na sociedade) a crença de que a Matemática que se estuda na escola serve apenas para passar no exame vestibular. Na verdade, do modo como as coisas estão, essa crença é bastante justificada. Mas não deveria ser assim.

Um terceiro exemplo que ilustra a realidade do ensino nas escolas é a vivência do primeiro autor desse artigo, representada pela verificação nos livros oferecidos pelas editoras nas escolas da rede privada de ensino de Porto Alegre e na sua prática como professor de Ensino Médio e de cursos pré-vestibulares. Estes últimos propiciam uma troca de experiências com estudantes provenientes de diversas realidades escolares, ampliando a representatividade das reflexões.

O quadro se resume em uma falta de conexão entre as representações algébrica e geométrica, desqualificando o ensino-aprendizagem de Geometria Analítica e resumindo-o a memorizações de fórmulas. Dessa forma, em grande parte dos casos, os estudantes que possuem algum conhecimento estão limitados à reprodução de fórmulas sem ter ideia de como essas soluções algébricas se refletem em um plano coordenado. Talvez uma causa plausível para a formação desse quadro seja a dificuldade em, por métodos como giz e quadro-negro, régua e compasso etc., proporcionar um ambiente que torne natural esta via álgebra-geometria e que a evolução dos estudantes no domínio da Álgebra, da Geometria e das equivalências entre elas se torne expressivo. Portanto, é necessária uma proposta, para o estudo de Geometria Analítica, que contemple um real aprendizado das relações entre curvas no plano e suas representações algébricas.

CONTRIBUIÇÃO COMPUTACIONAL PARA A EDUCAÇÃO MATEMÁTICA – *SOFTWARE* GRAFEQ

A pertinência do uso da tecnologia informática é justificada por diversos fatores. A disponibilidade de recursos como internet e *softwares* educacionais abrem um leque de possibilidades didáticas, modificando as relações entre professor e aluno. D'Ambrosio e Barros (1990) acrescentam que essas mudanças causam grandes impactos na sociedade, gerando reflexos conceituais e curriculares na Educação Básica e na Educação Superior. À Matemática cabe o papel de desenvolver nos estudantes, também nesse âmbito, habilidades como selecionar e analisar informações, tomar decisões, resolver problemas e transcrevê-los em linguagem correta.

Dessa forma, nos deparamos com a necessidade social gerada pela evolução de tais tecnologias. Cada vez mais os indivíduos precisam aumentar sua interação com as máquinas, conhecendo suas vantagens e limites, utilizando-as em benefício do aprender e do trabalho. Assim, não podemos ignorar a intersecção entre estas duas áreas: Educação Matemática e Informática, objetivando o Ensino de Matemática para a utilização dos recursos tecnológicos, de forma racional e vinculada ao saber matemático.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais – PCNs (BRASIL, 2006) determinam, para a Educação Matemática e os recursos tecnológicos, uma relação de reciprocidade. A Matemática deve servir para o aluno entender e se apropriar das tecnologias digitais, assim como as tecnologias devem ser ferramentas para entender a Matemática. Outra habilidade contemplada é a utilização adequada de calculadoras e computadores, reconhecendo suas limitações e potencialidades. Mais especificamente sobre computadores, há a sugestão de utilizarmos *softwares* matemáticos, que caracterizem e influenciem o pensar matemático, e a internet.

Porém, o uso das tecnologias digitais na sala de aula deve ser antecedido por reflexões consistentes sobre o alcance dessas tecnologias e o papel da escola. Uma questão levantada por Kaput (1992) refere-se à utilização do verdadeiro potencial das tecnologias computacionais no Ensino de Matemática. É preciso rever os processos de ensino de Matemática que visam à aquisição de técnicas aritméticas e à aplicação demasiada de fórmulas para chegar a valores numéricos sem significado, desprezando o real fazer matemático. Devemos oportunizar ao aluno a chance de ele desenvolver e utilizar o raciocínio lógico para testar e validar suas hipóteses – evolução natural do conhecimento matemático, "escondido" pela escola atual.

Com base na importância do estudo de Geometria Analítica e das dificuldades no ensino ressaltadas anteriormente, propomos neste artigo uma análise da aplicação do *software* gráfico GrafEq como recurso didático no estudo de Geometria Analítica, analisando, por meio de testagem no contexto de uma sala de aula normal no Ensino Médio, a alternância entre as representações geométrica e algébrica. Para esta investigação, entre os recursos informáticos disponibilizados atualmente, escolhemos o software GrafEq pela sua interface apurada e pela didática quanto à disponibilidade de equações e sinais algébricos - em contraponto a *softwares* como Maple ou Derive, que funcionam como ferramentas de computação para matemática e estão distantes, na sua forma, dos estudantes do Ensino Médio.

O *software* escolhido coloca os estudantes em situações que permitem a exploração de acordo com a sua necessidade (descoberta dos menus, modificação/sobreposição de cores ou alterações nas configurações dos eixos, por exemplo) e a semelhança da escrita das equações com a escrita no caderno. O dinamismo encontrado no uso do GrafEq é notado quando o estudante altera os parâmetros da relação algébrica e verifica diferenças na representação geométrica equivalente. Entretanto, a clareza para digitar equações e verificá-las no plano cartesiano (também há a opção de se utilizar coordenadas polares), o acréscimo de um menu especial com expressões e funções conhecidas e outras atribuições, parece garantir, servindo aos objetivos desta pesquisa, uma navegação rápida e prática, por parte do usuário, pelas relações entre as equações (Álgebra) e suas representações gráficas (Geometria).

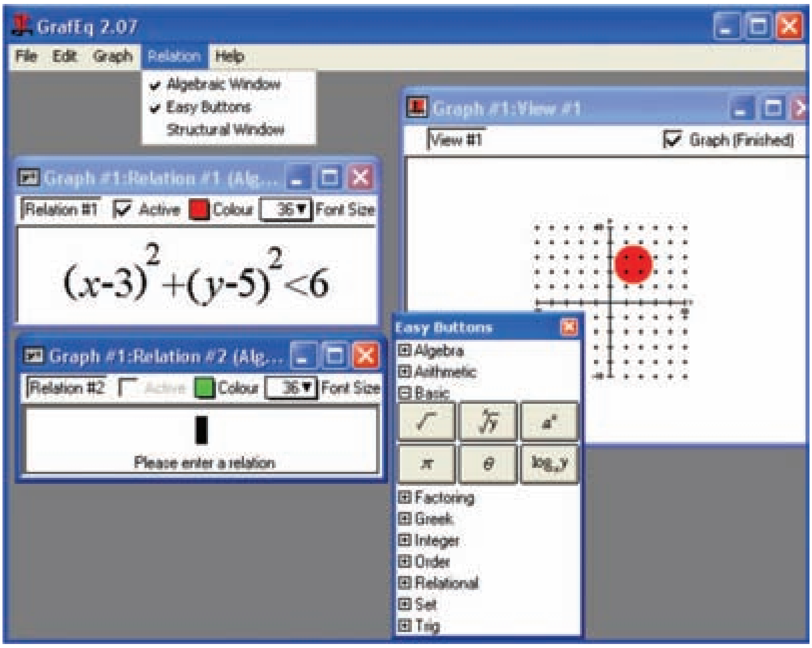


Figura 61 – Interface do GrafEq
Fonte: Santos (2008)

Isso pode ser constatado, por exemplo, quando o estudante começa a fazer inferências, alterando e refletindo sobre uma relação algébrica *R(x)* e suas variações como *R(x)* + *c* (onde *c* é uma constante qualquer) ou *c.R(x)*, verificando as translações e simetrias nas representações gráficas. A visualização dos resultados obtidos com o uso do *software* retorna informações a partir do manuseio de expressões algébricas e suas equivalências geométricas e sobre o próprio conhecimento do estudante.

A principal contribuição do GrafEq é a possibilidade de alteração das equações já utilizadas, dando a chance ao aluno de ir revendo, durante o processo de construção, o que mais se ajusta à resolução do problema proposto, trabalhando simultaneamente com conceitos geométricos e algébricos.

Não podemos nos esquecer de que na escola está arraigado um sistema de ditar do mestre e de escrita manuscrita do estudante junto a algum material impresso (apostila, livro, etc.). É preciso levar em conta esses fatores, pois fazem parte da cultura dos nossos estudantes de Ensino Médio – e até mesmo nesse aspecto a escola tem responsabilidade, pois os estudantes já nasceram na era da informação e ainda estão habituados com essa rotina de avançar nos estudos. Assim, este trabalho visa a auxiliar os estudantes a raciocinarem (neste caso, sobre matemática) com o uso da máquina, situação comum no mercado de trabalho hoje e que aumenta com a velocidade da era da informação, mercado esse que já não aceita indivíduos desprovidos de tais habilidades.

ATIVIDADES/ANÁLISE DA TESTAGEM

A seguir, temos exemplos de atividades utilizadas na coleta de dados em uma escola de Ensino Médio da rede privada de Porto Alegre. São extratos das produções de dois estudantes e estão acompanhadas de comentários acerca da sua evolução nas linguagens algébricas representativas de situações no plano cartesiano. Por motivos éticos, os nomes dos estudantes foram trocados por siglas. As atividades ou exercícios propostos em Santos (2008) compõem o apêndice no final deste artigo.

1 Estudante DAG

O estudante DAG demonstrou desde o início bastante interesse em realizar as tarefas – motivação suscitada pela utilização do computador. Durante as atividades nesta modalidade de aula, que privilegia as construções individuais dos estudantes, DAG, recém-chegado dos Estados Unidos e ainda aprendendo o português, não encontrou as dificuldades de compreensão identificadas em sala de aula. Na atividade 1 (construção de retas, inequações lineares), o estudante não entendeu como deveria salvar o arquivo e então usou o comando *print screen* e enviou, por *e-mail*, a imagem da tela com a atividade feita. Essa saída encontrada por ele é um exemplo da autonomia de que os estudantes dispõem sobre suas construções nesta estrutura de aula e, além disso, a interação com tecnologias permite o uso de várias ferramentas (KAPUT, 2007) – neste caso, DAG utilizou um *software* para tratamentos de imagens (possivelmente o MS Paint[58]) para salvar a imagem com a sua construção (Figura 62) e a internet para enviá-la.

58 *Software* criado pela Microsoft para desenhar/criar imagens.

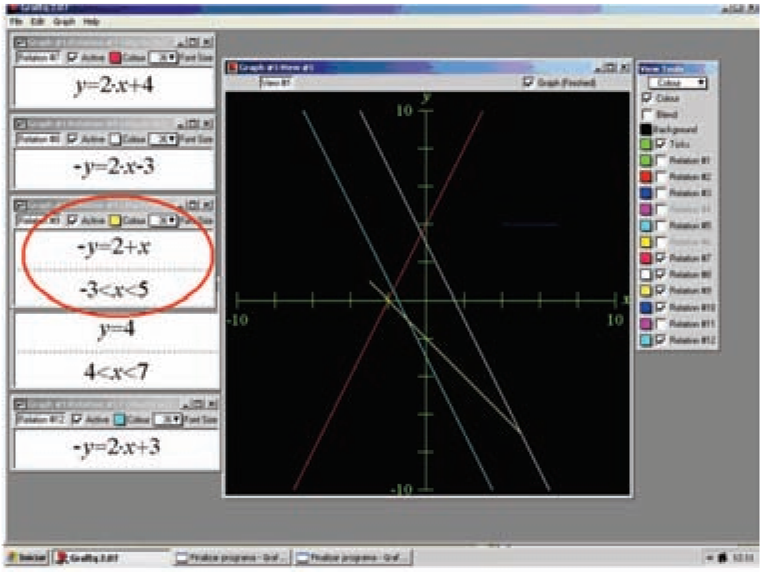


Figura 62 – Atividade 1
Fonte: Santos (2008)

Nesta atividade, com o objetivo de permitir aos estudantes um aprendizado das principais ferramentas do *software* (via manipulações), DAG precisava construir retas com diferentes inclinações, retas paralelas e segmentos de reta. Como podemos notar na figura enviada por ele, a atividade foi realizada com sucesso. Na relação circulada (e em outras relações da figura), que é referente ao segmento amarelo no gráfico, notamos que o estudante utilizou equações lineares sem preocupações com a forma (note que a variável *y* aparece precedida do sinal de "menos") que lhe fora apresentada no primeiro ano. Essa foi a sua maneira de trabalhar com equações lineares, demonstrando que o clima da aula era propício às produções individuais, incentivadas tanto pela conduta do professor-pesquisador, como pela interface do GrafEq. Também percebemos uma boa utilização de restrições de domínio como $-3<x<5$ para construir o segmento de reta. Isso também é possível perceber na atividade 2, como podemos notar na figura a seguir (Figura 63).

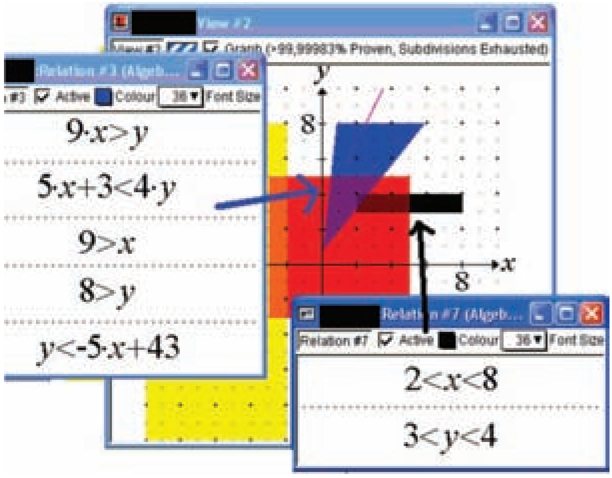


Figura 63 – Atividade 2
Fonte: Santos (2008)

É possível perceber também que ele apresenta despreocupação em colocar a variável *y* no primeiro membro das (in)equações, pois isso não faz diferença alguma para ele e nem para o *software*.

Na atividade 3, que requer a construção de discos, DAG acaba de conhecer a equação da circunferência e já mostra, novamente, compreensão do sinal de desigualdade para conceber discos ou regiões fora deles. O fato é que, com naturalidade, ele utilizou um novo conhecimento (equação da circunferência) aliado à noção de regiões no plano desenvolvida na atividade anterior. Durante esta atividade, foi gerado um pequeno vídeo em uma câmera digital. Podemos analisar as imagens a seguir capturadas do vídeo e, a seguir, a sua explicação acerca da sua construção.

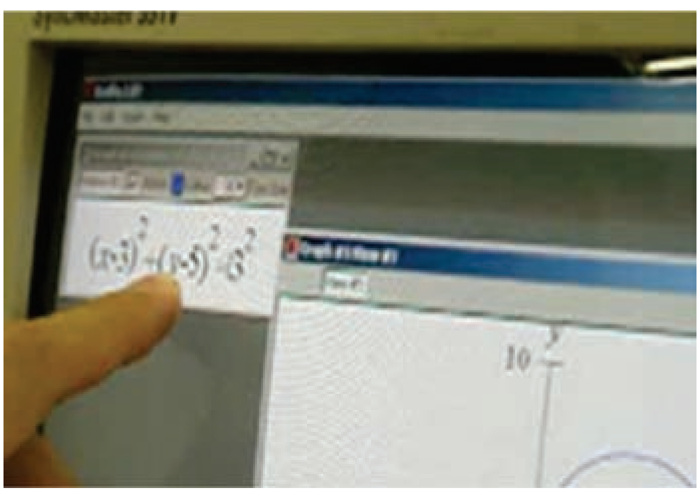


Figura 64 – Atividade 3 imagem 1 do vídeo)
Fonte: Santos (2008)

Na imagem anterior, DAG aponta a equação e identifica, como ele mostra no quadro abaixo (à esquerda), as coordenadas do centro da circunferência. À direita, mostra conhecimento da definição de raio, girando os dedos sobre a equação e dizendo que os pontos estão a uma mesma distância do ponto central.

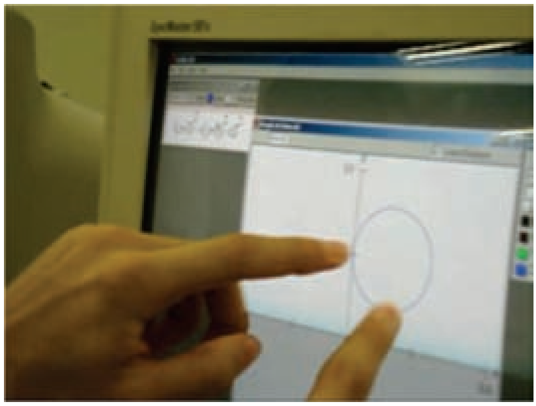


Figura 65 – Atividade 3 (imagem 2 do vídeo)
Fonte: Santos (2008)

Figura 66 – Atividade 3 (imagem 3 do vídeo)
Fonte: Santos (2008)

DAG fez este comentário antecipando sua próxima ação, que foi a de operar com as desigualdades. A ação foi capturada na figura a seguir:

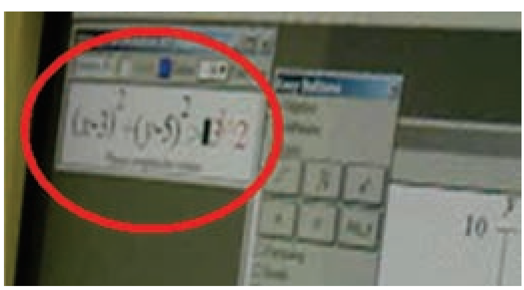


Figura 67 – Atividade 3 (imagem 4 do vídeo)
Fonte: Santos (2008)

A seguir, temos fotos do momento em que DAG explica os resultados encontrados. Nesse momento, o estudante utiliza uma linguagem que, embora imprecisa, permite que ele se faça compreender, identificando que as regiões estão "fora e dentro do raio". Esse vídeo demonstra o quanto DAG alterna com desenvoltura entre as representações algébrica e geométrica, demonstrando compreender a ideia-chave da Geometria Analítica.

Figura 68 – Atividade 3 (imagens 5 e 6 do vídeo)
Fonte: Santos (2008)

A atividade 4 propõe aos estudantes a construção de quatro figuras pré-definidas (uma cruz, uma casa, um sol sobre o mar e um carrinho – ver o apêndice). Para fazer a cruz, DAG sobrepôs dois retângulos, que ele já fazia na atividade 2, e para construir a casa, o desafio de fazer um triângulo apareceu novamente. A figura original do sol sobre o mar era retangular, mas o estudante, demonstrando criatividade, avanço no domínio das inequações e autonomia sobre sua construção, a construiu na forma ilustrada na figura a seguir (veja as relações).

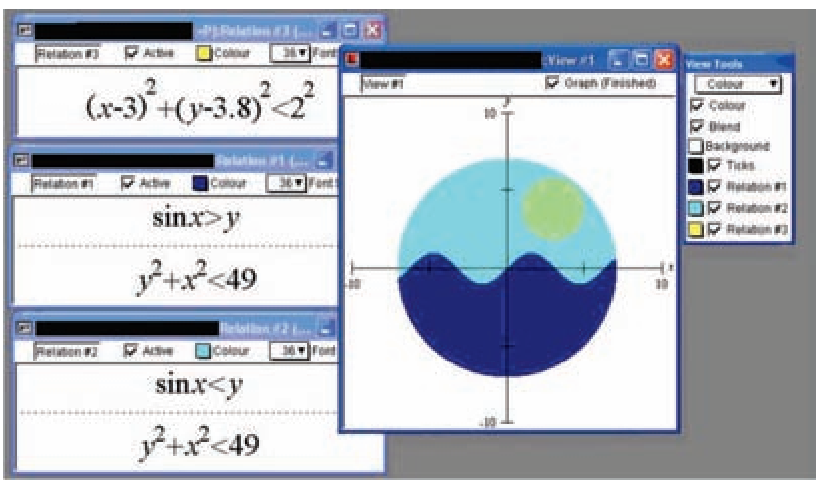


Figura 69 – Atividade 4 – Sol e mar
Fonte: Santos (2008)

Na construção do carrinho, a criatividade e o fator lúdico impulsionaram novas descobertas matemáticas. Neste momento, o estudante começou a variar expoentes na sua inequação e encontrou uma roda especial para o carro. Veja:

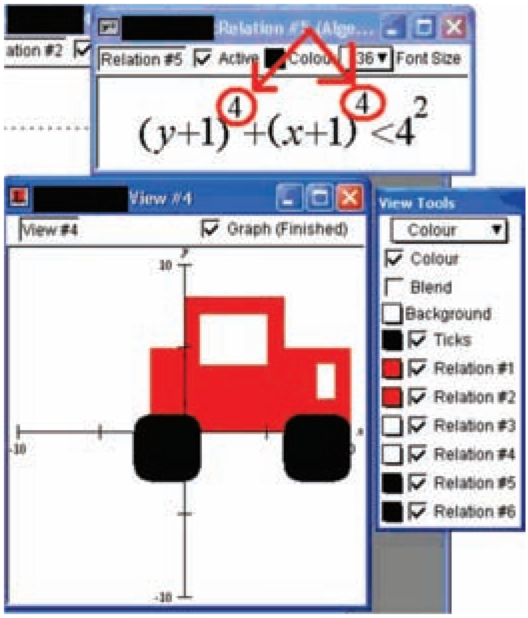


Figura 70 – Carrinho
Fonte: Santos (2008)

Esse tipo de descoberta é comum em um meio que permite manipulações dos objetos. Nesse caso, para melhorar sua construção, DAG encontrou a inequação de outra região no plano, que lembra um disco achatado. Questionado sobre a atividade mais interessante, DAG respondeu o seguinte:

> O fato mais interessante nas atividades era como o gráfico mudava com as mudanças na fórmula como mudando um negativo para positivo, um quadrado para cúbico. A atividade que mais me interessou foi aquela de criar o mar com o sol, porque isso demonstrou, com as ondas, como uma pessoa pode usar ou construir essas fórmulas de tal jeito para ter tanto liberdade da forma ou estrutura do gráfico.(DAG, 2010).

Nessa transcrição percebemos a reflexão que DAG fez acerca das transformações obtidas nas representações geométricas, através de suas manipulações nas expressões algébricas. Isso ilustra e sugere uma percepção correta do estudante, em relação à Geometria Analítica e sua essência.

2 Estudante PAC

Para efeito da análise proposta neste artigo e como ponto alto da produção deste estudante, ilustrando a apropriação de conceitos em geometria analítica, vamos considerar a sua construção de polígonos na atividade 6, com olhar específico na construção do triângulo equilátero. Quando PAC nos chamou para dizer que o arquivo estava finalizado, foi solicitado que ele salvasse o trabalho e, em seguida, foi registrada a imagem a seguir.

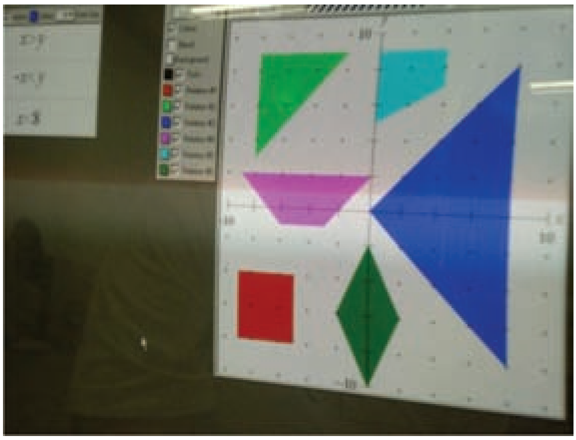


Figura 71 – Atividade 6 – arquivo salvo
Fonte: Santos (2008)

Depois disso, perguntamos a ele se o triângulo azul era realmente equilátero e ele revelou estar convencido de que não era, mas que tinha algumas ideias para uma melhor aproximação. A explicação da sua estratégia gerou um pequeno filme, cujos extratos e transcrições de fala serão vistos a seguir. Na próxima tabela, PAC aponta com a seta do *mouse* o seu triângulo (indicando como resultado de "relações de *x* com *y*") e a relação utilizada.

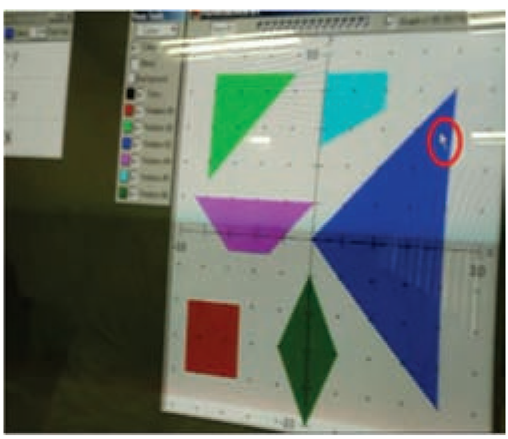


Figura 72 – Atividade 6 (imagem 1 do vídeo)
Fonte: Santos (2008)

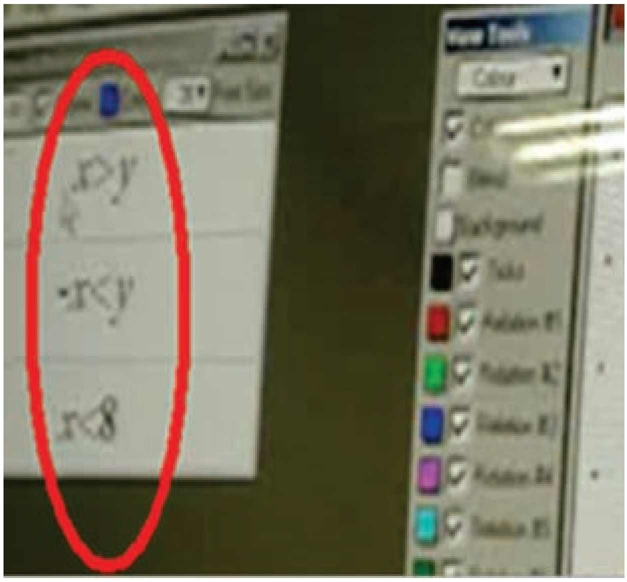


Figura 73 – Atividade 6 (imagem 2 do vídeo)
Fonte: Santos (2008)

Neste momento, PAC inicia uma série de variações nos coeficientes angulares das retas (que ele chama de "o número que multiplica o *x*"), como pode ser visto na próxima imagem.

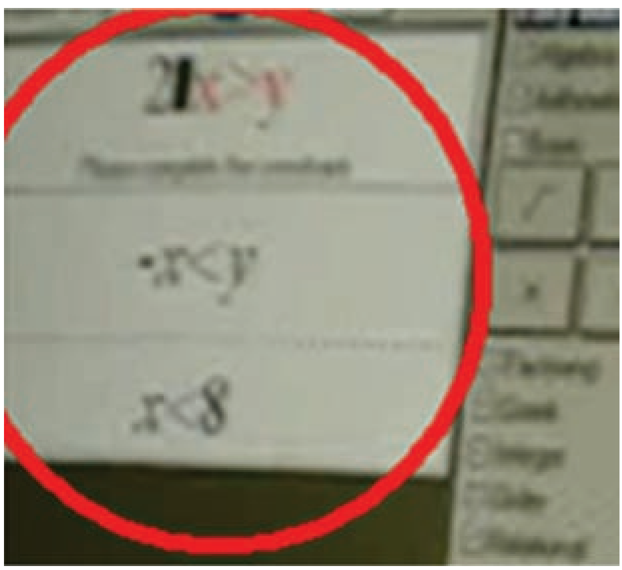


Figura 74 – Atividade 6 (imagem 3 do vídeo)
Fonte: Santos (2008)

Com a mudança do coeficiente angular de 1 para 2, o estudante chega à seguinte conclusão: "ele (o triângulo) aumentou!".

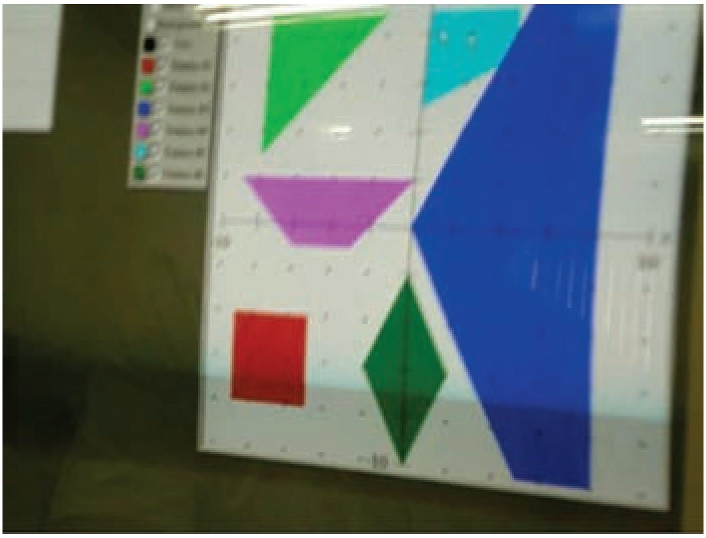


Figura 75 – Atividade 6 (imagem 4 do vídeo)
Fonte: Santos (2008)

Assim, PAC deduz que precisa de um coeficiente angular menor do que 1. A sua próxima tentativa, captada na imagem a seguir, é do coeficiente angular igual a ½ (0,5), obtendo o triângulo indicado na Figura 76.

Figura 76 – Atividade 6 (imagem 5 do vídeo)
Fonte: Santos (2008)

Com isso, pela sua estratégia de aproximação, ele utilizou 0,75 ($0{,}5<0{,}75<1$) e chegou ao seguinte triângulo:

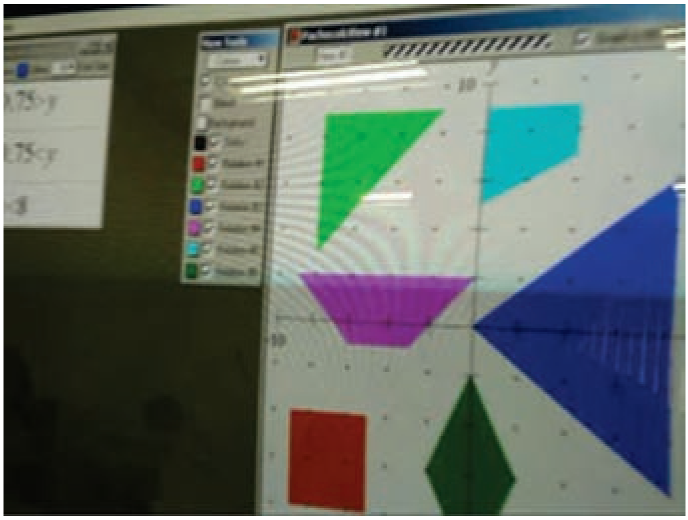


Figura 77 – Atividade 6 (imagens 6 e 7 do vídeo)
Fonte: Santos (2008)

A conclusão do estudante, nas suas próprias palavras, é a seguinte:

> Vendo pelos lados não ficou equilátero, mas se aproximou. Aí tem que descobrir qual o número que multiplica o *x* para (...) até fechar equilátero.

Notoriamente, ficou claro para PAC que existe um número real (coeficiente angular) que determinaria, na relação, uma região limitada por um triângulo equilátero. Um pouco depois disso, já encerrada a gravação, ele descobriu uma ferramenta do *software* para verificar a aproximação do seu triângulo em relação a um triângulo equilátero – essa ferramenta fornece as coordenadas e a distância entre dois pontos quaisquer do gráfico.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Analisando a produção dos estudantes ao longo das atividades, identificamos diversos aspectos de aprendizagem em Matemática. Entre eles, está a aquisição de conceitos em Geometria Analítica por parte dos alunos, manifestada no estabelecimento de relações entre conceitos tratados de forma algébrica e geométrica. Também foi perceptível, durante a coleta de dados, a constatação e/ou construção de resultados algébricos e geométricos da sua vida escolar anterior e o desenvolvimento de aptidões inerentes à Matemática. Desenvolveram-se habilidades como elaboração de estratégias para resolução de problemas, formas diferentes de visualizar uma situação-problema, alternância entre linguagens matemáticas distintas e experiência com o erro – no sentido da obtenção de resultados obtidos via aproximação. Tais habilidades, além de típicas para um estudo em Matemática, são importantes para a formação profissional, acadêmica e pessoal do estudante. Nas produções de alguns estudantes vimos, com frequência, a formação de raciocínios anteriores às ações, denotando um bom grau de abstração.

Equações de reta e de circunferência, bem como seus parâmetros, são exemplos do campo conceitual da Geometria Analítica que foram largamente discutidos pelos estudantes na realização das atividades propostas. Em meio a esses tópicos está o estudo do plano cartesiano que, cumprindo com o objetivo da proposta, faz com que os estudantes liguem a álgebra à geometria de forma sólida e com significado. Outro fator importante alcançado com a implementação da proposta foi a diferenciação entre equações e inequações, com suas respectivas equivalências no plano cartesiano. Em suma, a riqueza do estudo se deu nas reflexões dos estudantes que ora eram feitas sobre as expressões algébricas para obtenção de representações geométricas, ora se davam com o uso dessas representações para buscar inferências acerca dos parâmetros e dos padrões das igualdades e das desigualdades algébricas. Isso também resultou em um reforço, para os estudantes, do ato de comunicar-se matematicamente.

Ponderando sobre as construções de todos os estudantes envolvidos na pesquisa, identificamos a presença de duas importantes características do estudo matemático. A primeira diz respeito aos tópicos de Matemática em si, que surgiram na produção de alguns estudantes, como as cônicas e as coordenadas polares ou situações algébricas não comuns em sala de aula, como sistemas com desigualdades duplas. Por outro lado, temos o exercício de uma importante ferramenta própria da Geometria Analítica e defendida por Lima (2001) – a escolha de um sistema de eixos conveniente para a resolução de um problema geométrico. Isso se traduziu nessa proposta na medida em que os estudantes estabeleciam a origem do sistema cartesiano como centro para as suas construções (ou os eixos coordenados como eixos de simetrias). Essas ações pormenorizam as relações algébricas equivalentes e facilitam sua manipulação.

A respeito das contribuições das tecnologias digitais implementadas nessa proposta, precisamos destacar dois possíveis caminhos. Primeiramente, identificamos o desenvolvimento e as habilidades mais gerais desenvolvidas pelos estudantes como a apropriação de ferramentas potentes para o estudo, matemático ou não. O uso de correio eletrônico e a utilização da máquina para a (re)organização de ideias no processo de construção, modificando padrões de ensino-aprendizagem de conteúdos, são exemplos cada vez mais frequentes na atualidade.

Mais especificamente, a implantação do GrafEq no estudo de Geometria Analítica ampliou a percepção dos estudantes sobre os objetos algébricos, geométricos e as equivalências entre eles. De acordo com a teoria de Kaput (1992), o distanciamento existente entre as estruturas de pensamento dos sujeitos (estudantes) e os objetos de estudo (neste caso, expressões algébricas e representações gráficas) foi reduzido. Dessa forma, a utilização do *software* gráfico aumentou a capacidade de exploração dos estudantes. Isto é, a visualização quase que imediata da representação geométrica de uma expressão algébrica, com a possibilidade de modificar e verificar parâmetros nesta última, aproxima ações sobre o objeto estudado às operações mentais dos sujeitos – modificando a forma como o estudante estrutura o seu juízo sobre o problema que está à sua frente.

REFERÊNCIAS

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. *Orientações Curriculares Nacionais para o Ensino Médio:* Parâmetros Curriculares Nacionais. Ciências da natureza, matemática e suas tecnologias. Brasília: MEC, 2006.

D'AMBROSIO, Ubiratan; BARROS, Jorge Pedro Dalledonne de. *Computadores, Escola e Sociedade.* São Paulo: Editora Scipione, 1990.

KAPUT, James. Technology and Mathematics Education. In: GROUWS, Douglas A. (Ed.) *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning.* New York: Macmillan Library Reference, 1992. p. 515-556.

KAPUT, James; HEGEDUS, Stephen; LESH, Richard. Technology Becoming Infrastructural in Mathematics Education. *In*: *Foundations for the Future in Mathematics Education.* New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates, Publishers, 2007. p. 173-191.

LIMA, Elon Lages. *Análise de Textos.* Rio de Janeiro: Sociedade Brasileira de Matemática, 2001. Disponível em: <http://www.ensinomedio.impa.br>. Acesso em: 30 dez. 2007.

PISA. *Conocimientos y habilidades en Ciencias, Matemáticas y Lectura.* OECD - Organização para Cooperação e Desenvolvimento Econômico, 2006. Disponível em: <http://www.pisa.oecd.org/dataoecd/59/2/39732471.pdf>. Acesso em: 26 dez. 2007.

SANTOS, Ricardo de Souza. *Tecnologias Digitais na Sala de Aula para Aprendizagem de Conceitos de Geometria Analítica:* manipulações no software GrafEq. 135f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) – UFRGS, Porto Alegre, 2008.

APÊNDICE – ATIVIDADES UTILIZADAS NA TESTAGEM (SANTOS, 2008)

ATIVIDADE 1

01. Construa uma reta crescente que cruze o eixo y no valor 4.

02. Crie duas retas paralelas e decrescentes.

03. Construa um segmento de reta qualquer.

04. Construa o segmento da reta $x + y - 2 = 0$ com extremidades em $x = -3$ e $x = 5$.

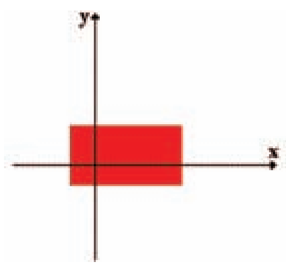
05. Construa duas retas que se intersectam no 2º quadrante.

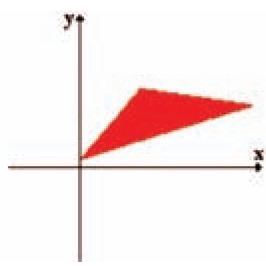
06. Determine as regiões representadas pelos seguintes sistemas de inequações e explique-as com suas palavras.

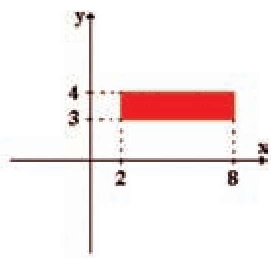
$\begin{cases} x+y>0 \\ x-2x+6>0 \end{cases}$ $\begin{cases} x+y+1>0 \\ x-2y-2>0 \\ 2x-y-4>0 \end{cases}$ $\begin{cases} x+2y-1>0 \\ x-y+3>0 \\ 2x+y-12<0 \end{cases}$ $\begin{cases} x+y-1>0 \\ -x-y+2>0 \\ 2x+2y+3>0 \end{cases}$ $\begin{cases} 2x-y>0 \\ -4x+2y>0 \\ x+y>0 \end{cases}$ $\begin{cases} x+2y-1<0 \\ x-y+3<0 \\ 2x+y-12>0 \end{cases}$

ATIVIDADE 2

01. Construa as seguintes figuras no GrafEq:

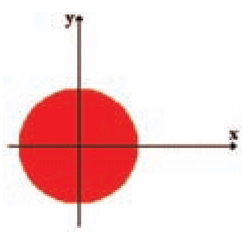


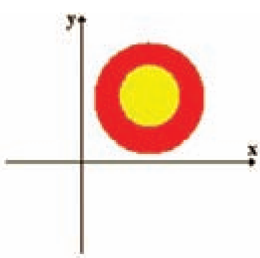


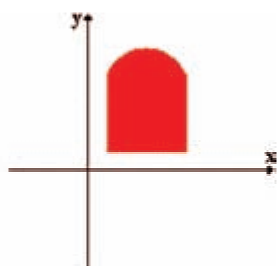


ATIVIDADE 3

01. Construa as seguintes figuras no GrafEq:

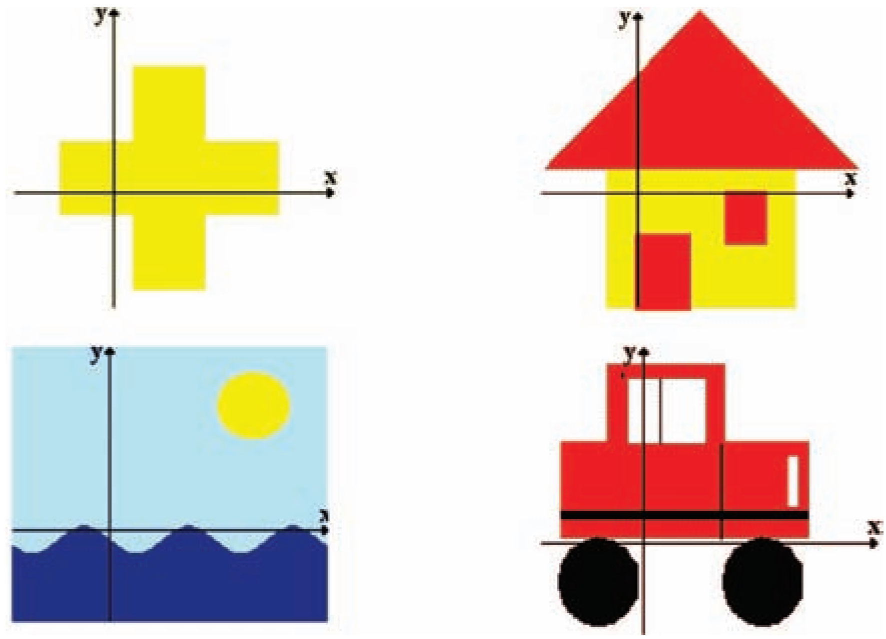






ATIVIDADE 4

01. Construa as seguintes figuras no GrafEq:



ATIVIDADE 5

01. Construa quatro discos. Um em cada quadrante.

02. Construa um disco com centro no 3º quadrante e que não possua partes de sua região no 1º quadrante, mas invada os 2º e 4º quadrantes.

03. Crie as três possibilidades de uma reta em relação a uma circunferência (reta secante, reta tangente e reta externa à circunferência.).

ATIVIDADE 6

01. Construa:

a) um quadrado	b) um triângulo retângulo	c) um triângulo equilátero
d) um trapézio	e) um trapézio retângulo	f) losango

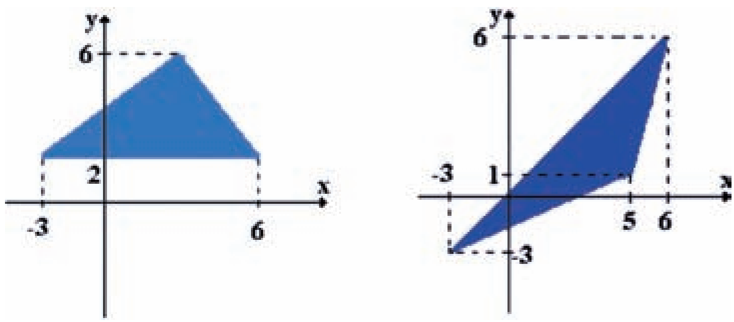
ATIVIDADE 7

01. Realize uma construção no GrafEq com um mínimo de 5 relações diferentes.

02. Escolha uma figura ou imagem (internet, livro etc.) e reproduza o mais fiel possível, no GrafEq.

ATIVIDADE 8

01. Construa as seguintes figuras no GrafEq:



ATIVIDADE 9

01. Arte abstrata. Escolha um quadro de arte abstrata (pode-se pesquisar na internet) e reproduza-o no GrafEq.