

A Matemática na Escola

NOVOS CONTEÚDOS, NOVAS ABORDAGENS

Elisabete Zardo Búrigo

Maria Alice Gravina

Marcus Vinicius de Azevedo Basso

Vera Clotilde Vanzetto Garcia

Organizadores

EAD
SÉRIE EDUCAÇÃO A DISTÂNCIA


UFRGS
SEAD
Educação a Distância


UFRGS
EDITORA

A Matemática na Escola



UNIVERSIDADE
FEDERAL DO RIO
GRANDE DO SUL

Reitor

Carlos Alexandre Netto

Vice-Reitor e Pró-Reitor
de Coordenação Acadêmica

Rui Vicente Oppermann

Pró-Reitor de Pós-Graduação

Aldo Bolten Lucion

SECRETARIA DE EDUCAÇÃO
A DISTÂNCIA

Secretário

Sérgio Roberto Kieling Franco

Vice-Secretário

Silvestre Novak

Comitê Editorial

Lovois de Andrade Miguel

Mára Lúcia Fernandes Carneiro

Silvestre Novak

Sílvio Luiz Souza Cunha

Sérgio Roberto Kieling Franco,

Presidente

EDITORA DA UFRGS

Diretora

Sara Viola Rodrigues

Conselho Editorial

Alexandre Santos

Ana Lúcia Lia de Paula Ramos

Carlos Alberto Steil

Cornelia Eckert

Maria do Rocio Fontoura Teixeira

Rejane Maria Ribeiro Teixeira

Rosa Nívea Pedroso

Sergio Schneider

Susana Cardoso

Tania Mara Galli Fonseca

Valéria N. Oliveira Monaretto

Sara Viola Rodrigues, presidente



UNIVERSIDADE
ABERTA DO BRASIL



A Matemática na Escola

NOVOS CONTEÚDOS, NOVAS ABORDAGENS

Elisabete Zardo Búrigo

Maria Alice Gravina

Marcus Vinicius de Azevedo Basso

Vera Clotilde Vanzetto Garcia

Organizadores

EAD
SÉRIE EDUCAÇÃO A DISTÂNCIA


UFRGS
EDITORA


**UFRGS
SEAD**
Educação a Distância

© dos Autores
1ª edição: 2012
Direitos reservados desta edição:
Universidade Federal do Rio Grande do Sul

Capa e projeto gráfico: Carla M. Luzzatto
Revisão: Zuleica Oprach de Souza
Editoração eletrônica: Rafael Marczal de Lima

Universidade Aberta do Brasil – UAB/UFRGS

Coordenador: Luis Alberto Segovia Gonzalez

Apoio em Publicações da Secretaria de Educação a Distância

Apoio operacional: Deise Mazzarella Goulart
Laura Wunsch
Marleni Nascimento Matte
Michelle Donizeth Euzébio

Especialização em Matemática, Mídias Digitais e Didática

Diretor do Instituto de Matemática: Rudnei Dias da Cunha
Coordenadora do Curso: Maria Alice Gravina
Coordenador do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática: Marcus Vinicius de Azevedo Basso

M425 A Matemática na escola: novos conteúdos, novas abordagens / organizadoras
Elisabete Zardo Búrigo ... [et al.]. – Porto Alegre: Editora da UFRGS, 2012.
304 p. : il. ; 17,5x25cm

(Série Educação A Distância)

Inclui figuras e quadros.

Inclui referências.

1. Matemática. 2. Matemática – Ensino fundamental – Novas abordagens.
3. Matemática – Ensino Médio – Novas abordagens. 3. Matemática – Ensino
Médio – Novos conteúdos. 4. Matemática – Formação de professores –
Mudanças curriculares - Escola. I. Búrigo, Elisabete Zardo. II. Universidade
Aberta do Brasil. III. Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Secretaria de
Educação a Distância. Graduação Tecnológica – Planejamento e Gestão para o
Desenvolvimento Rural. IV. Série

CDU 51

CIP-Brasil. Dados Internacionais de Catalogação na Publicação.
(Jaqueline Trombin – Bibliotecária responsável CRB10/979)

ISBN 978-85-386-0158-6

MODELAGEM MATEMÁTICA NA INICIAÇÃO CIENTÍFICA: CONTRIBUIÇÕES PARA O ENSINO MÉDIO TÉCNICO

*Morgana Scheller
Marilaine de Fraga Sant'Ana*

INTRODUÇÃO

Este trabalho é parte da pesquisa realizada na dissertação de mestrado da primeira autora, sob a orientação da segunda autora. Nesta pesquisa, consideramos Modelagem Matemática como um ambiente de aprendizagem no qual os estudantes são convidados a investigar, por meio da Matemática, situações com referência na realidade, conforme a definição de Barbosa (2001). Entendemos por ambiente de aprendizagem todas as condições de aprendizagem disponibilizadas aos educandos, incluindo: ambiente físico, recursos, propostas metodológicas, etc., de acordo com Skovsmose (2000).

Skovsmose (2000) classifica os ambientes de aprendizagem segundo dois paradigmas: do exercício e dos cenários para investigação. O primeiro é centralizado na ideia de resposta única e exata, no qual o professor fornece todos os dados utilizados pelos estudantes para a conclusão de uma tarefa. Já o segundo propõe uma abordagem investigativa, visando instigar os educandos à discussão e ao questionamento.

O autor ainda classifica os ambientes de aprendizagem segundo as referências a que se referem, dividindo-os em: referências à matemática pura, relativas aos ambientes em que a matemática é estudada sem contextualização; referências à semirrealidade, relativas aos ambientes em que a Matemática aparece em situações de contextualização criadas pelo professor; referências à realidade, quando são abordadas situações do cotidiano ou de outras ciências por meio da Matemática. Skovsmose (2000) representa a combinação dos dois paradigmas e das três referências na matriz expressa no Quadro 10.

Quadro 10 – Matriz de representação dos ambientes de aprendizagem

Paradigma	Exercício	Cenário para Investigação
Referências		
Matemática	(1)	(2)
Semirrealidade	(3)	(4)
Realidade	(5)	(6)

Fonte: Skovsmose (2000, p.77)

Barbosa (2001) aborda a divisão de tarefas no ambiente de Modelagem Matemática, que mostramos no Quadro 11. Segundo o autor, as atribuições do professor podem variar desde a elaboração da situação a ser abordada, com coleta e simplificação dos dados necessários, como no Caso 1, até o papel de orientador do processo, compartilhando todas as tarefas com os alunos, como no Caso 3.

Quadro 11 – O aluno e o professor na Modelagem Matemática

	Caso 1	Caso 2	Caso 3
Elaboração da situação-problema	Professor	Professor	Professor/Aluno
Simplificação	Professor	Professor/Aluno	Professor/Aluno
Dados qualitativos e quantitativos	Professor	Professor/Aluno	Professor/Aluno
Resolução	Professor/Aluno	Professor/Aluno	Professor/Aluno

Fonte: Barbosa (2001, p. 9).

Abordamos uma situação classificada como Caso 3, em que professor e alunos trabalham conjuntamente em todas as etapas da Modelagem Matemática, inserida no paradigma do cenário para investigação, no qual a partir da problematização de um assunto e do aceite/interesse dos alunos, o contexto da aprendizagem é, de certa forma, transferido para fora da sala de aula.

O CONTEXTO E O TEMA

Abordamos o Projeto de Iniciação Científica (PIC)⁵² em nível de Ensino Médio desenvolvido na Escola Agrotécnica Federal de Rio do Sul (EAFRS)⁵³, atual Instituto Federal Catarinense – Campus Rio do Sul, Santa Catarina. A participação no PIC é obrigatória, mas a presença ou não da Matemática é opção dos alunos. No caso específico desse grupo, os dois alunos, aqui chamados de F e M (no meio do projeto M sai da escola e H entra no grupo), guiados por seu interesse, foram convidados a indagar e/ou investigar, por meio da Matemática, situações que surgiram da área técnica em agropecuária, optando pela Zootecnia, particularmente a atividade de bovinocultura leiteira.

52 O Projeto de Iniciação Científica será mencionado no texto apenas pela sua sigla: PIC.

53 A Escola Agrotécnica Federal de Rio do Sul será mencionada no texto apenas pela sua sigla: EAFRS.

ELABORAÇÃO DA SITUAÇÃO-PROBLEMA

O projeto referente à lactação de vacas holandesas começou a se desenhar no início de agosto de 2007, quando os projetos de iniciação científica dos vários grupos de cada turma começavam a ser definidos. Os alunos possuíam um interesse pelo estudo de animais de grande porte e já haviam conversado com o professor responsável pelo setor de Zootecnia III.

O interesse pela utilização da Matemática no trabalho ficou evidente na voz de F quando ele expõe o seguinte:

Professora, nós gostaríamos de colocar matemática no trabalho e queríamos ver se é possível e como. O que pretendemos é identificar a influência da alimentação das vacas leiteiras da EAFRS para a manutenção da quantidade de leite no período de inverno. Será que dá pra botar matemática nisso? Temos interesse em estudar um tema da área técnica, afinal fazemos um curso de técnico em agropecuária, mas se a matemática fosse envolvida ficaria melhor, mais interessante.(F).

Nessa fala, o aluno interessa-se por envolver Matemática no estudo do tema de seu interesse, mas sente dificuldade em visualizar possibilidades. Nesse cenário, o convite, descrito por Barbosa (2001), em sua definição de Modelagem, teve o seu sentido invertido. Os alunos é que se mostraram interessados em convidar a professora para investigar o tema, o que não descaracteriza o ambiente de aprendizagem. Ficou então decidido que o trabalho seria orientado por um professor da área técnica e pela professora de Matemática, primeira autora deste trabalho.

No primeiro encontro entre estudantes e orientadores, o professor orientador da parte técnica, após ouvir a sugestão do grupo, descartou a viabilidade da realização da primeira ideia, ou seja, a influência da alimentação das vacas leiteiras para a manutenção da quantidade de leite no período de inverno, alegando ser um tema complexo, e que levaria anos para se chegar aos resultados, pois a EAFRS não continha dados já tabulados.

Após o levantamento de diversas ideias, o grupo pensou então em analisar as lactações das vacas da EAFRS, visto que havia registros desses dados desde 2006. Decidido o tema, levantou-se neste mesmo encontro um possível problema merecedor de estudo dentro do tema. Nessa mesma oportunidade foi rascunhado também um cronograma, ficando como tarefas para o grupo a descrição da justificativa, a definição real do problema, o objetivo, as hipóteses, a metodologia de trabalho a ser utilizada e uma pequena fundamentação acerca do tema com base em leituras de livros e de revistas. Esses primeiros ensaios de registro foram orientados por meio de indagações como: o que lhe parece incômodo no estudo de lactações das vacas e que merece estudo? Quais suas inquietações a respeito do tema? Por que vocês querem estudar

sobre esse assunto? O que pode surgir de respostas para suas indagações? Como você vai proceder para responder suas indagações e quando?

Skovsmose (2000) coloca que atividades desse porte têm referência na realidade e estão associadas à investigação. A própria investigação é o caminho pelo qual a indagação se faz. É uma atividade que não conhece procedimentos *a priori*, podendo comportar a intuição e as estratégias formais. O espaço oportunizado pelo PIC torna-se propício ao exercício da investigação e essa característica faz com que a Modelagem Matemática assuma a associação ao ambiente de aprendizagem (6).

Outro aspecto que convém destacarmos está relacionado ao papel do professor nesta investigação. De acordo com Vygotski (1998), o professor age como um mediador ou um direcionador ao estimular a investigação por meio dessas indagações, agindo na zona de desenvolvimento proximal dos educandos, indicando mecanismos para a resolução de problemas, como podemos ver nas falas da professora a seguir:

... sua pretensão é somente analisar a influência da alimentação na produção de leite? Nenhuma outra curiosidade ou inquietação vocês têm a respeito do tema... (professora)

Não é interessante, de repente, investigarmos se os animais possuem lactações parecidas? Vocês podem compilar dados a respeito de uma raça de gado leiteiro apenas... (indicação de mecanismos que podem ser usados). (professora)

Vocês apontaram, no cronograma, que o trabalho de compilar os valores da produção de cada animal levaria um mês para sua execução, mas não detalharam como realizarão essa tarefa nem como registrarão os resultados. É preciso deixar registrado na metodologia (questionamentos a respeito das informações já registradas). (professora)

Decorridos cerca de 20 dias, um novo encontro foi marcado em função da constatação da dificuldade dos alunos nos registros, evidenciada nas falas seguintes:

O que a gente quer é estudar sobre a curva de lactação das vacas. (F).

Mas o quê? Pretendem ver sua forma? Querem verificar se elas são iguais para as diversas raças? Pretendem identificar se várias lactações apresentam o mesmo comportamento? (Professora).

Nesse encontro, percebemos como a intervenção da professora ajuda seus alunos a expressarem o que desejam realizar. As indagações foram suficientes para, ao final do encontro, definirem: problema, objetivo, justificativa, metodologia e cronograma, confirmando a afirmação de Vygotski (1998) sobre existirem coisas que o indivíduo não consegue fazer sozinho, mas que pode realizar mediante instrução de alguém

mais capaz. Na continuação do encontro, também se discutiu a respeito da curva de lactação e da relação com a alimentação das vacas. O grupo iniciava neste momento os pequenos ensaios sobre como a Matemática seria utilizada, ocorrendo a visualização do que é uma curva de lactação. Elaboramos alguns questionamentos que poderiam favorecer a Modelagem Matemática no projeto, como: “As lactações das vacas holandesas da EAFRS obedecem ao padrão descrito nos livros de bovinocultura leiteira? Essas curvas possuem o mesmo comportamento de uma lactação para outra? Essa curva pode ser descrita por um modelo matemático relacionando a produção de leite com o período de lactação?”

Após definir-se o problema e os demais itens já citados, os alunos registraram toda essa produção em arquivos digitalizados e, depois de vários encontros com os orientadores, o material ficou definido e organizado. Ocorreu uma resistência do grupo para estruturar os trabalhos, já que faltava iniciativa para trabalharem a sós. Foi preciso acompanhar todos os passos para que fossem realizadas as primeiras leituras e os primeiros registros. Isso evidencia a ausência do hábito de estudar, registrar e também de lidar com ações não comuns à sua realidade escolar.

Finalmente, o trabalho desenvolvido pelo grupo objetivava verificar se as curvas de lactação de seis vacas holandesas da EAFRS obedeciam a um padrão pré-estabelecido ou se poderiam ser descritas por um modelo matemático, que seria utilizado para determinar o pico de lactação e o período em que ocorreria. Tratava-se de um tema ligado à área técnica, com um problema que de fato os inquietava.

PESQUISA BIBLIOGRÁFICA E COLETA DE DADOS

Como passo seguinte, na continuação do segundo semestre de 2007, o grupo produziu uma pesquisa bibliográfica sobre o tema para maior familiarização. Realizaram leituras de artigos, reportagens, capítulos de livros e documentários disponíveis na rede mundial de computadores. Esse trabalho durou cerca de três meses, com duas aulas semanais de PIC.

Nesse período, o grupo já havia visualizado como se desenhava uma curva de lactação e, em uma aula de Matemática, em meio ao estudo sobre gráficos, e do entendimento dos parâmetros das funções e dos elementos da parábola, o aluno F fez uma colocação que relacionava a Matemática ao tema que estava estudando:

Essa curva aí, professora, virada pra baixo [referia-se a uma parábola com a concavidade voltada para baixo] é parecida com um pedaço da curva de lactação, né?... É possível achar a função que descreve esta parábola? Mas deve ser difícil! (F).

Esse foi o primeiro momento em que o grupo expressou a possibilidade de uma relação com o que se estudava em Matemática e o tema de estudo do projeto: o desenho da curva de lactação. Segundo Barbosa (2001, p. 6), “[...] a indagação não se limita à explicitação do problema, mas uma atitude que permeia o processo de resolução”. As indagações do aluno já sinalizavam seu pensamento em busca das estratégias a serem realizadas para a resolução do problema. Estava em processo, nesse momento, a formação de suas funções psicológicas superiores mediatizadas por um instrumento: o desenho da curva. Verificamos a ocorrência do processo de estímulo resposta descrito por Vygotski(1998).

Logo após esse episódio, F interrogou a professora sobre a possibilidade de utilizar mais de um tipo de expressão matemática para descrever a curva de produção de leite. Tendo como resposta uma afirmativa, apresentou então, uma nova barreira:

Vai ser difícil encontrar tal modelo (que ele chamou de função) para descrever a curva de lactação dos animais, né? Mesmo dividindo em mais pedaços, não vai dar não. (F).

Encontramos uma expressão de 1º grau que continha alguns pontos determinados, na aula de matemática, não foi? Foi difícil ou foi algo novo? ... Mesmo aqui sendo diferente, deve ter uma maneira, teremos que pesquisar é claro. Que tal pesquisar em seu livro de matemática para ver se te ajuda alguma coisa! (Professora).

Nas palavras do aluno percebemos a tradução de um sentimento de impossibilidade de realizar algo que não está em seu nível de desenvolvimento real. Esse aluno, conforme ressalta Bassanezi (2006, p. 37), representa o aluno que está “[...] acostumado a ver o professor como transmissor de conhecimentos [...]”, o aluno que apresenta dificuldades “[...] quando colocado no centro do processo de ensino-aprendizagem [...]”. A dinâmica da Modelagem Matemática é um obstáculo para o aluno, pois foge da sua rotina. Já, nas palavras da professora, percebemos que ela demonstra contornar a situação e, como mediadora, aponta mecanismos intermediários que podem ser utilizados para resolver o problema, amenizando o obstáculo criado pelo aluno e não oferecendo no ato uma resposta, mas sim provocando uma nova reflexão com outra indagação.

O semestre terminou com a coleta dos dados organizada parcialmente em forma de tabela. A demora ocorreu porque os registros das lactações encontravam-se em valores diários e os alunos então os organizaram em médias mensais. O grupo realizou a compilação dos dados, utilizando tabelas em rascunhos e calculadora. Orientados pela professora, eles passaram a utilizar as ferramentas do *software Excel*⁵⁴, que até então desconheciam.

54 Microsoft Office Excel é um programa de planilha eletrônica de cálculo escrito e produzido pela Microsoft.

Após a primeira tabulação, a professora, observando suas dificuldades em apresentar informações um pouco mais elaboradas ou com mais formalidade, chamou a atenção do grupo para o cuidado na elaboração de quadros, tabelas e gráficos de modo que se tornassem autoexplicativos, elencando apenas as informações necessárias. Assim foi elaborada a Tabela 11, com a média de produção diária de um animal.

Tabela 11 – Produção de leite do animal 248 da EAFRS

Média de produção diária (kg)		
Tempo (em dias)	Lactação 1 (início em 06/01/2005)	Lactação 2 (início em 15/01/2006)
30	35,4	23,6
60	32,7	24
90	27,1	24,8
120	20,6	22,6
150	20,3	22,3
180	20,1	24,9
210	18,4	26,6
240	16,5	23
270	18,2	20,5
300	19,1	22,6

Fonte: Scheller (2009, p 65)

Com algumas orientações, os alunos compilaram os dados de maneira mais eficiente, aplicando ferramentas do *Excel*. Cenas como esta, de acordo com Vygotski (1998), mostram que a instrução apenas é boa quando faz prosseguir o desenvolvimento, isto é, quando desperta funções que estão em processo de maturação ou na zona de desenvolvimento proximal. Mas, logo após a tabulação, novamente a presença da professora, como mediadora, foi necessária. Vejamos o diálogo a seguir:

Professora, dá pra perceber na tabela que a produção de leite não tem aumento ou diminuição constante, não é sempre o mesmo valor a variação (F se referindo ao valor da variação na produção de leite). Portanto a curva não poderá ser representada por uma função de 1º grau. Não conheço uma expressão cujo gráfico tenha uma curva como esta aí. (F apontando para a curva encontrada na literatura). (F).

Então teremos que procurar mais informações sobre ajuste de curvas em outras fontes. (Professora).

Percebemos nesta fala que os estudantes se depararam com algo além do seu nível de desenvolvimento real. Havia uma incapacidade momentânea, provavelmente presente em seu nível de desenvolvimento potencial.

RESOLUÇÃO, VALIDAÇÃO E MODIFICAÇÃO DO MODELO

No primeiro semestre de 2008, ocorreu a troca de um membro da dupla devido à transferência de M da EAFRS; H, colega de F, integrou-se ao grupo para colaborar no trabalho em andamento. Depois de finalizadas todas as tabelas de controle de produção de leite por no mínimo duas lactações dos seis animais escolhidos, o grupo iniciou a elaboração das representações gráficas das curvas de lactação. Como eles desconheciam o uso das ferramentas do *Excel* e do *Graphmática* para a realização desta atividade, inicialmente a fizeram em papel milimetrado. Escolheram a produção do animal 240 e, ao finalizar o esboço gráfico, observaram que uma das curvas não correspondera ao resultado que desejavam encontrar.

Após um estudo dirigido com o professor de informática, H assumiu a atividade e realizou todo o trabalho de elaboração dos gráficos utilizando o *Excel*. A finalização da atividade ficou como tarefa para o próximo encontro e os resultados de duas dessas representações gráficas estão descritos nas Figuras 58 e 59.

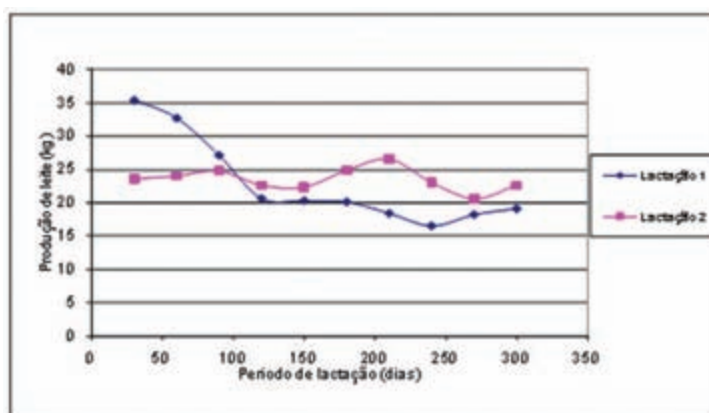


Figura 58 – Representação gráfica da curva de lactação do animal 248 da EAFRS
Fonte: Scheller (2009, p 67)

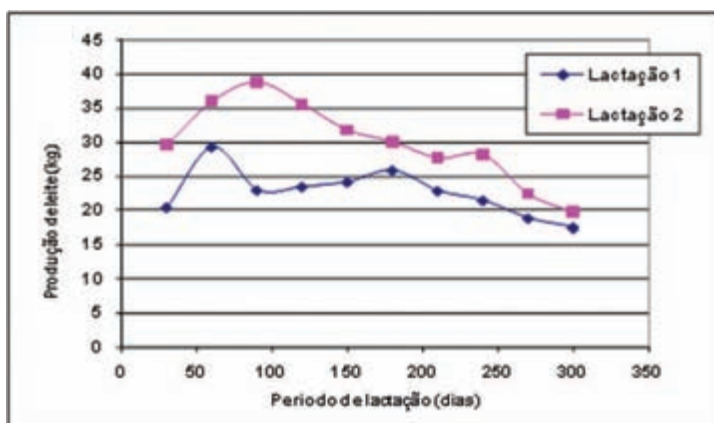


Figura 59 – Representação gráfica da curva de lactação do animal 240 da EAFRS
Fonte: Scheller (2009, p 67)

Após representarem 13 curvas de lactação, F ficou decepcionado com o resultado e pensou que todo seu trabalho tinha sido em vão.

Professora, não acredito que tanto trabalho não serviu pra nada! Olha aí, deu tudo errado! Vamos ter que pensar em outra coisa pois isso daí não deu nada certo. (F).

Baseado em que você afirma que deu tudo errado? (Professora)

Olha essas curvas, tão todas diferentes daquelas que vimos no livro e no artigo. (F).

Não há curvas com a semelhança esperada? (Professora).

Ter tem, tem duas. Mas o que é duas para tudo isso? (F).

Mas F..., esses modelos que vocês obtiveram não ajudam vocês a responderem nada a respeito do trabalho? O que vocês podem concluir então sobre as curvas de produção de leite desses animais? Como se comportaram as curvas de um mesmo animal? O que pode ter acontecido com os animais que não tiveram comportamento de lactação similar ao estabelecido pela literatura? (Professora).

Após alguns instantes de frustração, a professora pediu que relessem novamente os objetivos, então, H afirmou:

Professora, nós pensávamos que todas as curvas iriam obedecer ao padrão estabelecido no livro e como não deu, achamos que nosso trabalho tinha dado errado. Vendo estes gráficos, dá pra concluir que as lactações das vacas holandesas aqui da EAFRS não apresentam o mesmo comportamento na lactação e também dá diferença de uma lactação pra outra no mesmo animal. (H apontando para as curvas dos animais 109 e 248). (H).

Percebemos nas falas dos alunos a decepção frente à diferença entre a realidade local e o que foi visualizado em livros de bovinocultura leiteira. O fato de não ocorrer aquilo que esperavam fez com que obstáculos pedagógicos surgissem. Para os alunos parecia ser tudo muito difícil e o entusiasmo em buscar por soluções/respostas diminuiu. Esse sentimento fez com que a atenção deles não se reportasse ao objetivo do trabalho, que acabava de ser atingido: a conclusão de que os animais não possuem curvas de lactação com mesmo comportamento e que lactações de um mesmo animal apresentaram comportamentos diferentes.

É necessário que o professor esclareça aos alunos que nem sempre os resultados dos objetivos são atingidos plenamente e que os dados de um experimento podem ser diferentes de outros experimentos já efetuados, mas que tudo o que foi realizado explica a natureza da investigação. O professor deve ter segurança na maneira de conduzir o processo de Modelagem Matemática, não deixando seus alunos inseguros ou desestimulados, o que exige conhecimento do tema, da dinâmica e dos conteúdos matemáticos envolvidos, segundo Burak (1994).

A professora orientou a dupla para que escrevessem no relatório todas as considerações que perceberam após a análise das curvas para discussão com o orientador da área técnica. Ao final, a professora sentiu-se satisfeita com a produção dos alunos, pois haviam elaborado o primeiro modelo matemático do trabalho: os esboços das curvas de lactação. Suas angústias compõem o que Bassanezi (2006) chama de processo de validação do modelo. Os alunos optaram por continuar a investigação de duas das curvas que apresentaram comportamento parecido com o que havia sido estudado na revisão bibliográfica; o passo seguinte foi buscar uma expressão para ajustar o modelo.

Nessa etapa, a mediação deixou contribuições significativas para o trabalho que estava sendo desenvolvido, pois os alunos já haviam identificado anteriormente que o modelo poderia ser elaborado com uma expressão composta por mais de uma sentença, uma para cada intervalo. Observando a curva do animal 240 em sua lactação 2, F sugeriu:

Professora, pelo que já vimos nas aulas de matemática e na curva de lactação do livro, eu acho que dá pra dividir a curva em dois intervalos. Um compreendendo os primeiros 150 dias e outro intervalo para os últimos 150 dias da lactação. A primeira parte parece uma parábola virada pra baixo e a segunda parte é parecida como a reta da função afim. Encontrar uma expressão para representar o segundo intervalo nós já vimos, mas para achar a função de 2º grau, aí não sei não! (F).

O que ainda não sabiam era encontrar as expressões das duas sentenças, mas o domínio já estava definido. H afirmou que, no segundo intervalo, a produção de leite possuía uma variação quase constante, então os pontos poderiam ser interpolados visando uma sentença de 1º grau, como já sabiam das aulas de Matemática. A professora então sugeriu pesquisas sobre ajuste polinomial.

A Modelagem Matemática sem determinação *a priori* permite mudar o foco, dependendo dos apontamentos e informações levantadas, mas é importante que a postura do professor seja flexível, respeitando as opções dos alunos, sem induzi-los a uma escolha. Quando F escolheu o intervalo para o modelo da curva, ele formulou, segundo Kaiser e Maaß (2007), sua própria solução que está diretamente relacionada com sua capacidade de traçar estratégias e formas para resolver problemas.

Como a maioria das aulas acontecia no laboratório de informática, o cenário para investigação foi constituído por leituras dos textos retirados dos livros de Estatística e artigos sobre ajuste, o que permitiu que o grupo identificasse métodos para realizar o ajuste desejado através do *Excel*. Para verificar sua confiabilidade, resolvemos realizar os ajustes também utilizando o método dos mínimos quadrados presente em livros de Estatística. Os alunos sentiram dificuldade nesta etapa, em alguns momentos, eles pensaram em não mais prosseguir. Na entrevista realizada com o grupo após o término do trabalho, eles revelaram que “[...] a principal dificuldade esteve em entender o conteúdo novo para a realização do trabalho [...]. Também destacamos a utilização de programas para encontrar fórmulas e fazer gráficos e tabelas”.

Essa etapa foi lenta e de trabalho exaustivo, pois exigiu que os alunos se familiarizassem com o uso do *software* para realizarem o ajuste para cada um dos intervalos. Em seguida, eles preencheram tabelas a fim de obter o modelo, seguindo as etapas previstas para o ajuste parabólico e linear do método dos mínimos quadrados e posterior comparação com o modelo obtido pelo *Excel*. Esse trabalho exigiu cerca de oito aulas, pois os cálculos foram trabalhosos e exigiram estudo sobre determinantes e sistemas lineares. Para visualização dos cálculos, ver Scheller (2009).

O modelo foi composto por duas sentenças: a primeira parte da curva foi descrita pela função quadrática, pois, segundo os alunos, essas funções podem ser utilizadas sempre que “[...] tem-se uma curva em forma de parábola e pretende-se calcular o máximo da função que será o pico de lactação [...]”; a segunda parte foi descrita por uma função de 1º grau que possui “[...] variação constante”, com y expressando a produção de leite em quilos e x o período de lactação do animal em dias.

$$y = -0,00289x^2 + 0,559333x + 8,14, \text{ onde } 0 < x < 150 \\ -0,054x + 35,18, \text{ com } 150 < x < 270$$

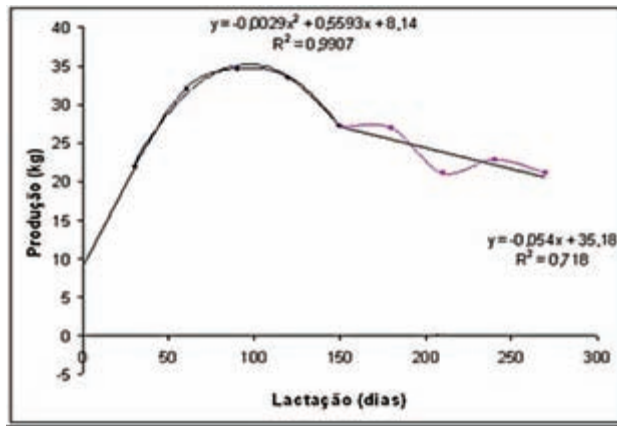


Figura 60 – Modelo da Lactação 2 do animal 109, da raça Holandesa Pura, do setor de Zootecnia 3 da EAFRS, em quilos de leite
Fonte: Scheller (2009, p. 71)

A professora direciona o cenário para algumas considerações a respeito do modelo, a fim de verificar se os alunos realmente conheciam o significado do que acabavam de realizar, como é possível observar no diálogo a seguir.

Vocês sabem o que significa cada um dos parâmetros presente nas expressões do modelo? Falo isto, referindo-me às informações que esse modelo pode fornecer a respeito da lactação do animal. (Professora).

Ah, conseguimos ver o pico (apontando para sua localização). (H).

E qual foi o valor da produção de leite no pico? Em que período ele ocorreu? ... (Professora)

O pico, nós já estudamos e se refere ao vértice da parábola, não é?! Para encontrar não é só fazer o “x do vértice e o y do vértice”?

$$x_v = \frac{-b}{2a} = \frac{-0,5593}{2 \cdot (-0,0029)} = 96,7 \quad e \quad y_v = \frac{-\Delta}{4a} = 35,2 \text{ kg}$$

O pico ocorreu por volta do dia 97 ou no período de 30 dias que antecede esta data⁵⁵. A produção máxima foi de 35,2 kg. E olhando a tabela, os dados parecem próximos. (F).

E os parâmetros do modelo encontrado, explicam a situação analisada? (Professora)

⁵⁵ O aluno quer dizer que o pico de lactação poderia ter ocorrido antes do dia 97, devido aos erros decorrentes do modelo, por causa do intervalo entre os dados coletados para o ajuste.

Como assim os parâmetros, professora? (F).

Refere-se aos coeficientes a , b e c do termo geral da função do 2º grau ($y = ax^2 + bx + c$) e dos coeficientes a e b da função de 1º grau ($y = ax + b$). O que eles representam para o teu tema? (Professora).

O coeficiente angular, assim, professora? Ele tem valor de $-0,054$, né!? (H).

E o que ele significa no seu trabalho, para a produção de leite dos animais? (Professora).

Esse valor indica que a produção de leite está diminuindo constantemente, pois tem valor negativo. E isso é confirmado pela curva, olha só (apontando para a segunda parte da curva). Na primeira sentença do modelo, o valor do “ a ” indica que a concavidade da parábola está virada pra baixo e o “ c ” é o coeficiente linear. (H).

O que esses valores têm a ver com a produção de leite? (Professora).
(pausa)

Será que estes valores querem dizer que a produção de leite no início da lactação foi de cerca de 8 litros? (apontando o parâmetro “ c ” no modelo da primeira sentença) Pois é ali que começa a lactação. Se for isso, o $0,559$ sendo positivo, indica que a produção de leite aumenta após o início da lactação. Acho que é isso. (F).

As falas evidenciaram o caráter de validação do modelo, então, percebemos indícios de integração da Matemática com outra área do conhecimento. Por meio de indagações, os alunos interpretaram o modelo analisando as implicações das soluções apontadas e, após determinados os valores do pico de lactação através do vértice, realizaram a verificação da adequação do modelo. Para isso, utilizaram o modelo encontrado para calcular a produção de leite em certos períodos, comparando com os resultados coletados no trabalho a campo. Em seguida, analisaram os modelos das duas curvas analisadas quanto ao pico e à produção de leite ao longo do período de lactação.

No relatório do trabalho desenvolvido (SCHELLER, 2009) no ambiente de aprendizagem, os alunos registraram os resultados de sua pesquisa contendo a exploração matemática do tema e considerações sobre seus objetivos. O resultado final rendeu-lhes conhecimento da área de bovinocultura leiteira, entendimento de parte da história do setor de Zootecnia da Escola, além de conhecimentos matemáticos que lhes eram desconhecidos. As contribuições do trabalho somente foram reconhecidas por eles após a finalização, quando realizaram as socializações. Até então, para F era mais um trabalho escolar que exigia muito estudo, dedicação e comprometimento.

A SOCIALIZAÇÃO

A socialização dos resultados do trabalho foi realizada na escola, com a presença de público externo, na mostra de projetos desenvolvidos pelos alunos que a EAFRS promove anualmente, no mês de agosto, denominada FETEC, para os alunos que finalizaram seus projetos de Iniciação Científica. Os alunos são convidados a realizarem a socialização e sua aceitação também depende do aval do professor orientador. Para a exposição, é elaborado um material com slides que contêm a identificação, justificativa, objetivos, metodologia, teoria que fundamenta o tema, dados coletados e resultados do trabalho. Outro elemento presente no momento da socialização é o relatório do projeto desenvolvido, que segue normas técnicas abordadas nas aulas do PIC, conforme Scheller (2009).

Ao apresentarem seus trabalhos, os integrantes mostraram: o tema, os reais motivos que geraram a investigação, os objetivos, a coleta de dados, até a apresentação dos modelos. Os alunos fizeram interpretações utilizando-se da matemática e relacionando os resultados com o que ocorre em um ambiente específico para a produção. Eles destacaram as dificuldades enfrentadas e responderam questionamentos de colegas e de professores de Matemática.

Na exposição do trabalho, os próprios alunos sentiram que o empenho foi válido e, mais do que um certificado de participação, essa oportunidade foi muito importante para sua vida escolar e de iniciantes na pesquisa básica, como é possível observar na fala a seguir:

Agora que acabou a pesquisa percebemos que a concepção da utilização da matemática em resolução de problemas na área técnica não é a mesma que no início. Vimos que podemos usar a matemática em muitas coisas, na forma de auxílio à agropecuária. Podemos usar como exemplo nosso trabalho que ajudaria muito em uma propriedade rural. Os produtores de leite poderiam acompanhar a produção de seus animais vendo até que ponto seria rentável ficar com eles na propriedade [...].

[...] Houve vontade de desistir em muitas ocasiões, mas agora vimos que valeu a pena aquele trabalho todo. Ainda bem que a professora sempre [nos] incentivou a continuar no trabalho. (F e H).

Após a primeira socialização, o grupo participou de dois outros eventos similares (Feira Regional e Feira Catarinense de Matemática). Sua visão do trabalho e da importância de tê-lo desenvolvido foi reforçada ainda mais, pois foram novos ambientes, com públicos diferenciados, que prestigiaram os trabalhos.

Nas Feiras de Matemática, no início dava um frio na barriga, mas depois de apresentarmos umas duas ou três vezes, já passava. Devia ser porque nós sabíamos que a maioria dos adultos que ali estavam entendiam muito bem de Matemática, pois o foco principal era a Matemática e não o projeto como um todo. Na Feira Catarinense esse sentimento parecia menor devido aos vários comentários positivos dos nossos trabalhos. Foi bem legal ouvir diversas vezes: “Mas foi vocês mesmos que fizeram isto tudo? Ficou muito bom, parabéns pelo que conseguiram fazer! Parabéns, vocês dominam muito bem o trabalho! Vocês deveriam participar do FEBRACE, está muito bem organizado o trabalho, parabéns!” (Grupos 1 e 2).

Ouvir aquilo, enchia a nossa bola como se diz, e a gente se sentia muito bem valorizado e agradecido pelas vezes que a professora não deixou a gente desistir. (Grupo 1).

O grupo apresentou facilidade na exposição do trabalho, pois seus integrantes dominavam os modelos encontrados e justificavam o porquê de os terem elaborado. Depois de finalizado o trabalho, o grupo observou que o resultado alcançado foi além do que eles pensavam e perceberam que, mais do que um trabalho, aquilo era o resultado de vários conhecimentos articulados e passíveis de compreensão.

CONCLUSÕES

Ao optarmos por um trabalho na área de Modelagem Matemática, procuramos identificar contribuições desse ambiente de aprendizagem, nos cenários para investigação, para a análise, discussão e resolução de problemas por meio da integração das disciplinas de Matemática e do Ensino Técnico em Agropecuária, motivados pelas potencialidades da Escola com o Projeto de Iniciação Científica. A Modelagem Matemática não foi utilizada com o sentido de estratégia de ensino, mas sim como um ambiente em que, professora e alunos aceitaram o convite e investigaram um tema não matemático.

A utilização da Modelagem Matemática no trabalho com os Projetos de Iniciação Científica proporcionou não apenas a exploração da Matemática e a aprendizagem de novos conteúdos/conceitos da disciplina, mas também privilegiou indagações sobre o próprio conteúdo utilizado, outras investigações relacionadas ao tema, discussões a respeito do trabalho como um todo e sua relação na sociedade em que se insere, bem como da importância da socialização do conhecimento.

Nesse cenário, a Modelagem Matemática contribuiu para um tipo de trabalho diferente, modificando a dinâmica que, geralmente, não começa pelo problema. Tanto a professora quanto os alunos assumiram novas posturas ao compartilharem as tarefas. De um lado, a professora, atuando como mediadora, criando oportunidades para

atuar na zona de desenvolvimento proximal, com vistas ao favorecimento de funções psicológicas superiores ainda não desenvolvidas em seus alunos; de outro, os alunos realizando tarefas compartilhadas com alguém mais capaz. Nessa interação “professora x aluno” e “aluno x aluno”, acabaram adquirindo novos conceitos, tanto matemáticos quanto zootécnicos.

Tratou-se de dificuldades existentes no processo de Modelagem Matemática e que podem se transformar em obstáculos para esta atividade. Os estudantes destacaram que a presença da professora orientadora, incentivando-os e discutindo todas as etapas, foi essencial para que eles finalizassem o trabalho, evidenciando o quanto a postura do professor é importante para a Modelagem Matemática. Não se trata de um professor que fornece diretamente as informações realiza as tarefas, mas que compartilha as atividades, levando os alunos a refletirem sobre suas ações ou opções feitas. Os alunos revelaram que não perderam nada em desenvolver o trabalho, pois contribuiu para que tivessem outro tipo de experiência, ampliando os conhecimentos, mudando as concepções sobre a utilidade da Matemática.

As socializações deixaram evidentes que as atividades de Modelagem Matemática desenvolvidas no decorrer das aulas possibilitaram aos alunos o estudo de temas que não pertenciam necessariamente à disciplina de Matemática. Envolvidos com sua professora na formulação de hipóteses, a simplificação de conceitos que se relacionavam aos modelos, a análise e validação desses modelos e a realização de mudanças, quando necessário, fizeram com que o cenário para investigação com referência à realidade, se tornasse real. Mais do que aplicar a Matemática, essa experiência serviu para ampliar a compreensão sobre o papel dos modelos matemáticos no ambiente em que vivem. Foi uma oportunidade de interpretar e agir sobre uma situação social, em um contexto real. Nesse caso, a Modelagem Matemática passou a ter um caráter de geradora de algum tipo de crítica. As reflexões surgidas em diversos episódios se situam na dimensão do conhecimento reflexivo (SKOVSMOSE, 2001) e se referem às indagações surgidas no decorrer do processo a respeito da obtenção e validação do modelo.

Percebemos que a Modelagem Matemática contribuiu para o desenvolvimento de habilidades como criatividade, observação, reflexão perante os resultados e a resolução de problema. Desenvolveu também capacidades como: buscar informações nas mais diferentes fontes; utilizar recursos diversos, promover comparações entre os resultados obtidos; analisar as possíveis soluções e decidir pela mais adequada; avaliar os resultados obtidos e suas consequências, comparando-os com as hipóteses iniciais.

Também foi possível observar que três tipos de conhecimentos foram contemplados: o conhecimento tecnológico, diagnosticado, por exemplo, nos episódios em que necessitaram da utilização de *softwares* para construir e validar o modelo; o

conhecimento reflexivo, que se refere à natureza dos modelos e aos critérios utilizados para sua construção, aplicação e validação, que pode ser visualizado tanto na elaboração do material (relatório final) como nas exposições do trabalho; e o conhecimento matemático que surgiu como decorrência dos outros dois.

REFERÊNCIAS

BARBOSA, Jonei Cerqueira. Modelagem na Educação Matemática: contribuições para o debate teórico. In: REUNIÃO ANUAL DA ANPED, 24. 2001, Caxambu. *Anais...* Caxambu: ANPED, 2001. Disponível em: <<http://sitesuol.com.br>>. Acesso em: 20 dez. 2007.

BASSANEZI, Rodney Carlos. *Ensino-aprendizagem com modelagem matemática*. 3. ed. São Paulo: Contexto, 2006.

BURAK, Dionísio. Critérios norteadores para adoção da modelagem matemática no ensino fundamental e secundário. *Zetetiké*, Campinas, UNICAMP, ano 2, n. 2, p. 47-60, 1994.

KAISER, Gabriele; MAAB, Katja. Modelling in Lower Secondary Mathematics Classrooms – Problems and Opportunities. In: BLUM, Werner; GALBRAITH, Peter; HENN, Hans-Wolfgang; NISS, Mogens. (Eds.). *Applications and Modelling in Mathematics Education*. Nova York: Springer, 2007. p. 99-108.

SCHELLER, Morgana. *Modelagem matemática na iniciação científica: contribuições para o ensino técnico médio*. 228 p. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) – Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática, UFRGS, Porto Alegre, 2009. Disponível em: <www.lume.ufrgs.br/handle/10183/17711>. Acesso em: 01 jun. 2010.

SKOVSMOSE, Ole. Cenários para Investigação. *Bolema*, Rio Claro, n. 14, p. 66-91, 2000.

_____. *Educação Matemática Crítica: a questão da democracia*. Campinas: Papirus, 2001.

VYGOTSKI, Lev Semenovitch. *A formação social da mente*. 6. ed. São Paulo: Martins Fontes, 1998.