MATEMÁTICA E EDUCAÇÃO SEXUAL: MODELAGEM DO FENÔMENO DA ABSORÇÃO/ELIMINAÇÃO DE ANTICONCEPCIONAIS ORAIS DIÁRIOS

Marina Menna Barreto
Vera Clotilde Vanzetto Garcia

INTRODUÇÃO

Este texto traz resultados da dissertação *Matemática e Educação Sexual: modelagem do fenômeno da absorção/eliminação de anticoncepcionais orais diários*, centrada na articulação entre o ensino da Matemática e os Temas Transversais, em particular a Educação Sexual. O trabalho justifica-se por propor uma nova abordagem para o estudo das funções e variáveis no Ensino Médio, por meio de uma aplicação da modelagem matemática como metodologia de ensino. Por outro lado, foi motivado pela busca da contextualização da Matemática escolar e pela responsabilidade social a ela associada, especialmente nas questões relativas à Educação para a Sexualidade.

O texto original (MENNA BARRETO, 2008a, 2008b) disponibiliza três produtos para uso didático:

a) modelo matemático simplificado da absorção de anticoncepcionais de uso diário (ACO);
b) vídeo informativo sobre o uso de anticoncepcionais;
c) plano de ensino com sequência didática.

A experimentação se deu em sala de aula regular de uma escola pública de Porto Alegre e em situação de laboratório, com pequeno grupo de alunos do Colégio de Aplicação da Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS). Os resultados principais do estudo nos mostraram que os produtos didáticos desenvolvidos criam oportunidades para o aluno discutir e compreender melhor a sua sexualidade; explicam o mecanismo dos anticoncepcionais; dão ao estudante ferramentas matemáticas úteis também para a compreensão de outros fenômenos; proporcionam um ambiente de discussão; e favorecem a articulação lógica entre diferentes ideias e conceitos matemáticos, garantindo maior significação para o aprendizado. A experimentação também demonstrou o potencial do vídeo para estimular o interesse e a discussão sobre a Educação Sexual e sobre a Matemática.

JUSTIFICATIVA

As preocupações referentes à contextualização da Matemática são mencionadas nos documentos de orientações curriculares propostos pelo Ministério da Educação (MEC) – PCNEM, PCN+ e Orientações Curriculares (BRASIL, 2002a, 2002b, 2006) – que sugerem um conjunto de competências a serem alcançadas pelas áreas de ciências. Uma delas é a contextualização sociocultural, com análise crítica das ideias e dos recursos de cada área e das questões do mundo, que podem ser respondidas ou transformadas por meio do pensar e do conhecimento científico. As diretrizes, também, sugerem que, além dos conteúdos clássicos (Língua Portuguesa, Matemática, História, etc.), a escola inclua novos conteúdos, denominados "temas transversais", de caráter social, a serem desenvolvidos nas diversas disciplinas já estabelecidas.

Levando em consideração essas recomendações do MEC e as inquietações originadas da prática profissional das autoras, relativas às aplicações e à contextualização da Matemática, procurou-se, com a modelagem do fenômeno da absorção e eliminação dos contraceptivos orais, a contribuição da Matemática para a discussão de um destes temas transversais, "Orientação Sexual".

Do ponto de vista social, nossa proposta permite a discussão das questões relativas à gravidez na adolescência, contribuindo para o debate sobre a contracepção e exercício da sexualidade com responsabilidade. Do ponto de vista do aluno, o tratamento matemático da absorção e a eliminação de anticoncepcionais orais promove a interação em sala de aula, discussão e troca de idéias em torno de temas de interesse dos adolescentes, o que pode estimular a vontade de saber. Além disso, as análises e reflexões feitas sobre o modelo matemático e o caráter interdisciplinar do trabalho permitem que o aluno compreenda a responsabilidade social associada ao conhecimento matemático escolar. Do ponto de vista da Matemática, o modelo permite que sejam desenvolvidos diferentes tópicos desta disciplina, tais como o estudo de variáveis, funções e suas representações.

Desse modo criamos uma proposta de ensino justificada, contextualizada e bem fundamentada, que promove a articulação entre Educação Sexual e Ensino da Matemática e que pretende contribuir para mudanças positivas no ensino desta disciplina, na escola e na formação de professores.

FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

A fundamentação da proposta baseou-se: nos conceitos da modelagem matemática como metodologia de ensino (BASSANEZI, 2004; BIEMBENGUT; HEIN, 2003; BARBOSA, 2001a, 2001b); nas diretrizes teóricas da área da Educação Matemática para o ensino de funções (RADFORD, 1996; PONTE, 1990; MARKOVITS, EYLON; BRUCKHEIMER, 1995; DEMANA; LEITZEL, 1995; BOOTH, 1995); e na ideia de aprendizagem como resultado da interação e da conversação, presente no Construtivismo Social de Ernest (1999a, 1999b, 2003).

O Construtivismo Social ou Sócio-Construtivismo é um modelo teórico da Psicologia da Educação Matemática que procura privilegiar os aspectos sociais da aprendizagem da Matemática. Nessa teoria, segundo Ernest (1999a, 1999b, 2003), Matemática é construção humana: linguagem, pensamento, conceitos e técnicas criadas a partir do mundo, para auxiliar na compreensão do mundo. A pesquisa, o ensino e a aprendizagem de Matemática têm como base a conversação; ensina-se envolvendo os alunos em atividades de seu interesse e a aprendizagem ocorre na discussão, interação e troca de ideias.

Nossas hipóteses foram: aprender é um ato social que ocorre pela interação e apropriação do conhecimento; aprender é essencialmente relacionar; e o saber matemático compreende o domínio do sistema de representação e das regras próprias desta ciência. Ainda segundo o estudo teórico, destaca-se que, para que ocorra o aprendizado matemático, o aluno deve ser capaz de transformar informações (internas ou externas à Matemática) em saber matemático e que cabe ao ensino fazer a integração entre informação, conhecimento e saber. As dificuldades advindas da falta dessa integração podem comprometer a escola, na sua tarefa de promover a socialização do saber. Por outro lado, a criação de ambientes de aprendizagem e, mais particularmente, atividades com modelagem matemática podem ser caminhos para mudanças positivas no ensino e na aprendizagem

O ENSINO DE FUNÇÕES – IMPORTÂNCIA

A Matemática pode ser vista como um instrumento que permite descrever, explicar, prever e, algumas vezes, controlar fenômenos e situações das outras ciências. Essa concepção, por sua vez, está essencialmente vinculada à noção de função, já que um modelo matemático, muitas vezes se constitui na representação de um fenômeno que envolve relações funcionais entre variáveis.

O conceito de função envolve múltiplas representações e por isso se faz necessário compreender: o sentido que pode assumir em diferentes contextos; quais significados o aluno pode produzir; e de que formas isso se desenvolve no ambiente escolar. Por isso, destacam-se algumas características importantes que devem ser trabalhadas na escola média:

a) Natureza algébrica: deve-se priorizar a ideia de relação que está por trás do conceito de função, valorizando desse modo os aspectos mais intuitivos e relacionais e dando menor ênfase às equações e expressões algébricas. A natureza algébrica das funções também está diretamente associada à ideia de variável que, por sua vez, é um conceito amplo e que admite várias interpretações. Quando vista através de relações generalizadoras de informações numéricas, essa noção de variáveis se torna fundamental para a modelagem matemática.
b) Diferentes formas de representação: tabelas, gráficos, regras verbais, regras matemáticas e modelos. Essas múltiplas representações, quando desenvolvidas de forma articulada, levam a uma compreensão mais abrangente do conceito, do problema ou da situação que pode estar sendo representada.
c) Aplicação a problemas e situações da vida e de outras ciências: as funções são particularmente favoráveis às aplicações da Matemática em outros contextos, já que, como afirma Ponte (1990), são instrumentos por excelência para estudar problemas de variação e trazem consigo, de sua origem histórica, a ideia de instrumento matemático indispensável para o estudo qualitativo de fenômenos naturais.
d) Articulação com as progressões: tradicionalmente o ensino das funções inicia-se no primeiro ano do Ensino Médio, quando são desenvolvidas as funções lineares, quadráticas, exponenciais e logarítmicas, e segue em continuidade no segundo ano, com as funções trigonométricas. Por outro lado, o ensino das progressões (aritmética e geométrica) tem sido ministrado como um tópico independente, com ênfase em técnicas e cálculos que fazem simples uso de fórmulas, dissociados da ideia de função e sem relação alguma com as aplicações. Diferentes autores (OLSON, 1988; PONTE, 1990; CARVALHO, 1996) sugerem que o ensino desses dois tópicos seja relacionado, pois as progressões nada mais são que funções de domínio discreto. Ponte (1990), em particular, sugere que, ao se considerar essas funções, sejam trabalhadas também sucessões definidas por recorrência.

Entendemos que a compreensão do conceito de variável, a capacidade de se mover nas múltiplas representações e de representar matematicamente as relações, assim como a capacidade de relacionar o conceito de funções a outras áreas, contextos e tópicos da Matemática, são competências importantes para uma compreensão ampla das funções. Esses aspectos relacionados ao ensino de funções na escola estão esquematizados na Figura 51.

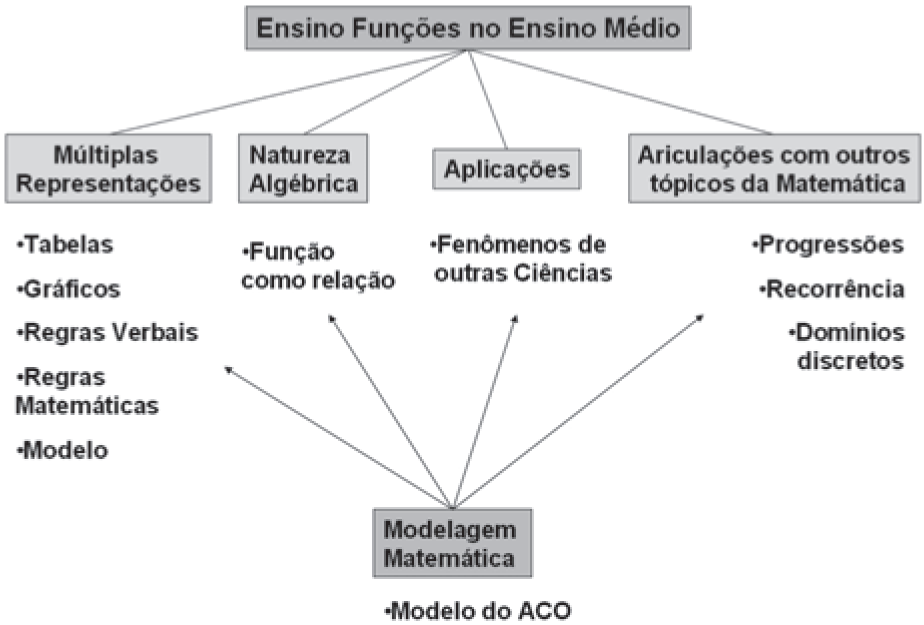

Figura 51 – Esquema destacando a relação do ensino das funções para o nível médio, a modelagem matemática e o modelo matemático do ACO.
Fonte: Elaborada pela Prof[a]. Marina Menna Barreto

A CONSTRUÇÃO DA PROPOSTA DIDÁTICA

A proposta didática fundamenta-se na ideia de que, para que ocorra a aprendizagem da Matemática, o aluno deve ser capaz de relacionar e transformar informações em saber matemático, num ambiente de interação e conversação. Teve como ponto de partida uma situação não matemática (funcionamento da pílula anticoncepcional) para criar um ambiente de modelagem matemática. As informações consistem no conhecimento prévio dos alunos das questões relacionadas à sexualidade e à contracepção e naquelas apresentadas no vídeo. Com auxílio do vídeo, essas informações são socializadas (compartilhadas na discussão entre alunos e professor) e submetidas a uma série de ações, para serem transformadas em conhecimento e em saber.

A proposta inclui três produções para uso didático, descritas a seguir. O **modelo matemático** simplificado parte do mesmo tema (fenômeno da absorção/eliminação de um anticoncepcional oral) e dos mesmos problemas (relativos à previsões sobre a concentração da droga no corpo) do modelo científico, desenvolvido e detalhado no texto original (MENNA BARRETO, 2008a), mas difere essencialmente no processo construtivo, nas ferramentas e na linguagem. O modelo simplificado do anticoncepcional para o Ensino Médio, não é uma mera tradução do modelo científico, é um novo modelo, o que pode ser explicado à luz do conceito de transposição didática. Segundo Pais (2002), transposição didática diz respeito às transformações (inclusões e exclusões) pelas quais passam os conteúdos de uma disciplina desde o momento de sua produção até o momento em que se materializam como saber escolar.

O **vídeo** (MENNA BARRETO, 2008b) consiste em uma conversa-entrevista com uma médica ginecologista que, ao explicar o funcionamento da pílula, indica com gestos a variação das concentrações hormonais do corpo de uma mulher, diferenciando essas variações para uma mulher que usa tal medicamento daquela que não o utiliza. Essa imagem gestual é representada em um gráfico animado, que mais adiante, marcará o início das atividades de caráter matemático. Esse gráfico é apresentado como um primeiro modelo matemático para o fenômeno absorção/eliminação de ACO.

O vídeo, como recurso didático, tem por objetivos: promover a discussão; criar a necessidade de entender o fenômeno da absorção dos ACOs (e/ou de outras drogas) no organismo humano; fazer perceber de que maneira a Matemática surge como ferramenta de análise do fenômeno. Também possibilita que algumas questões não matemáticas sejam levantadas e discutidas.

A **sequência didática** consiste em uma série de atividades que criam um ambiente de modelagem matemática (BARBOSA, 2001a), de tal modo que os alunos fiquem envolvidos na construção do modelo do ACO. Estas atividades tratam das funções, das progressões e de suas representações.

O MODELO MATEMÁTICO DO ANTICONCEPCIONAL PARA O ENSINO MÉDIO

Aqui serão discutidas algumas das etapas envolvidas na modelagem do comportamento de um contraceptivo oral, cujo nome comercial é Level[51]. Essas etapas, juntamente com o próprio modelo, estão esquematizadas na Figura 52.

51 Level é produzido por Biolab Sanus Farmacêutica Ltda. Sua forma farmacêutica de apresentação é uma caixa, que possui uma cartela com 21 comprimidos revestidos e que devem ser administrados diariamente. Cada comprimido contém 0,120 mg de substâncias ativas.

Etapa 1 – coleta de dados experimentais/ informações técnicas

Foram obtidos na bula do Level:

a) meia-vida (MV) de 12 horas (isto é, passadas 12 horas, a quantidade de fármaco no organismo fica reduzida à metade da quantidade inicial);

b) quantidade de substâncias ativas presentes em um comprimido: 120 μg; e

c) concentração da droga no organismo decorrente da ingestão de um único comprimido (calculada considerando que o volume de líquidos do corpo humano é, em média, 3 litros): 40 $\mu g/\ell$.

Etapa 2 – identificação das variáveis

Neste modelo, desenvolvido para o professor, estudou-se a variação da concentração da droga presente no organismo em função do tempo decorrido a partir do momento da ingestão do primeiro comprimido. A primeira dose, em $t = 0$, corresponde à concentração $c_0 = 40\ \mu g/\ell$. No modelo a ser desenvolvido com os alunos, em sala de aula, considerou-se que o conceito de concentração seria uma exigência desnecessária. A lógica do fenômeno é perfeitamente delineada utilizando-se como variável dependente a quantidade de fármaco em microgramas (μg), grandeza facilmente identificada pelos alunos, pois está presente na embalagem do produto. Assim, para fins didáticos, utiliza-se "quantidade" ao invés de "concentração". Neste caso, $c_0 = 120\ \mu g$.

Etapa 3 – problematização

Os problemas inicialmente colocados foram: 1) O que ocorre se apenas um comprimido for ingerido? 2) Se os comprimidos forem ingeridos diariamente, é possível determinar a concentração do anticoncepcional no corpo, depois de alguns dias? 3) A concentração do anticoncepcional cresce indefinidamente, assumindo valores muito grandes, podendo causar sequelas ao organismo, ou atinge algum limite superior?

Etapa 4 – formulação de hipóteses e hipóteses simplificadoras

As simplificações feitas foram:

a) o anticoncepcional (administrado via oral) é imediatamente absorvido na circulação sanguínea, distribuído por todo o corpo, metabolizado e, finalmente, eliminado;

b) o intervalo entre as doses (entre cada pílula da cartela) é sempre o mesmo, ignorando-se pequenas variações de horas entre as doses;

c) a concentração da droga, presente no organismo, segue um padrão de eliminação que depende unicamente da meia-vida da mesma. Isso significa que, decorrido certo tempo *t*, a concentração *c(t)* do fármaco terá sido reduzida a uma taxa que depende da meia-vida da droga e que incide sobre a concentração existente.

Etapa 5 – resolução

As questões/problema foram respondidas aplicando-se a concepção de “álgebra como aritmética generalizada”, ou seja, expressões algébricas foram obtidas a partir da generalização de um padrão construtivo, evidente na elaboração de tabelas numéricas que representam a relação entre as variáveis. As tabelas favorecem a generalização e o seu uso, na descrição de um fenômeno, é defendido por alguns pesquisadores. Numa atividade de modelagem, as múltiplas representações da função-modelo, que são tabela, gráfico e expressão algébrica, estão sempre conectadas, de tal modo que possa se falar em modelo gráfico, modelo aritmético (referindo-se aos dados tabelados) e modelo algébrico.

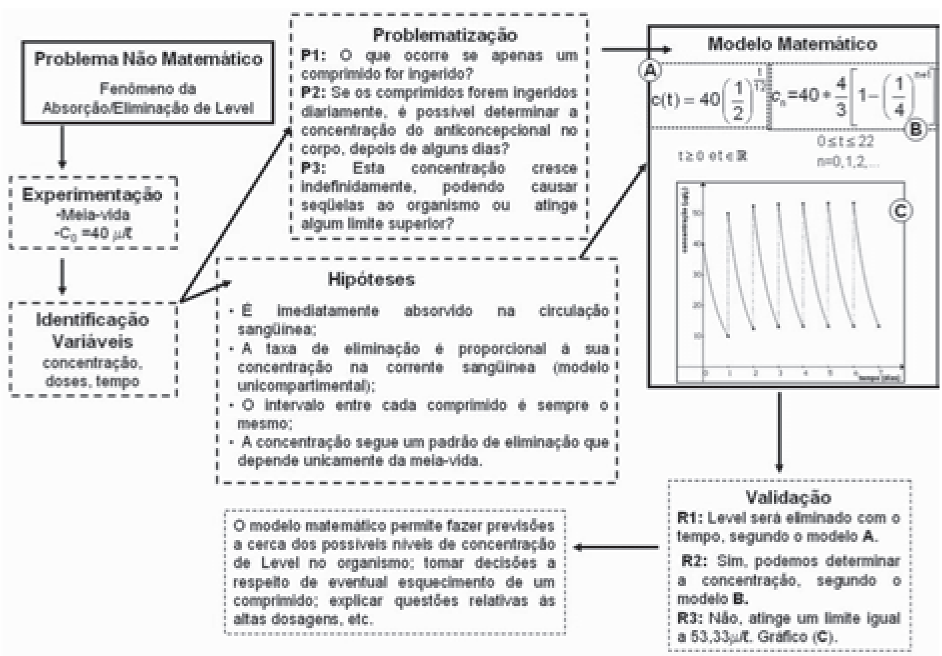

Figura 52 – Esquema das etapas da construção do modelo matemático do anticoncepcional Level para o Ensino Médio. A: modelo algébrico para a absorção/eliminação de um único comprimido; B: modelo algébrico para a absorção/eliminação de comprimidos ingeridos diariamente; C: modelo gráfico que representa o comportamento da concentração, com ingestão de 7 comprimidos, diariamente. Fonte: Elaborada pela Prof.ª Marina Menna Barreto

Etapa 6 – validação/aplicação

É possível usar este modelo para fazer previsões acerca dos possíveis níveis de concentração do anticoncepcional no organismo; tomar decisões a respeito de eventual esquecimento de um comprimido; explicar questões relativas às altas dosagens, como as sugeridas para contracepção de emergência, e entender as diferenças entre modelos quando se modificam a posologia e/ou a forma de administração.

MODELAGEM

O trabalho de modelagem seguiu a direção sugerida na problematização (Etapa 3). Foram propostas questões norteadoras para a construção do modelo. Para cada questão proposta foi desenvolvida parte do modelo. Ao final do processo de modelagem, todas as questões são respondidas, justificando o modelo construído.

MODELAGEM PARA RESPONDER À QUESTÃO 1

Inicialmente elaborou-se uma tabela representando o decaimento da concentração $c_0 = 40\ \mu g/\ell$ do anticoncepcional Level correspondente a apenas um comprimido (120 μg) em função do tempo *n* em unidades de meia-vida. A análise da tabela permitiu identificar um padrão construtivo que generaliza os dados, obtendo um termo geral para a sequência numérica. Observa-se que a sequência é uma progressão geométrica decrescente de razão 1/2. É uma função de variável discreta, cuja imagem é um conjunto de pontos isolados.

Sabe-se, no entanto, que o corpo humano age continuamente para a eliminação da droga. Desse modo é criado um novo modelo de variável contínua. Ao final, são encontradas três diferentes representações para o fenômeno que descreve a concentração do anticoncepcional ao longo do tempo, para a administração de um único comprimido: (1) um modelo aritmético, representado na forma de tabela; (2) um modelo algébrico (Figura 52B), expresso na forma de equação e que coincide com a função exponencial usual no ensino médio: $f(x) = a^x$; (3) um modelo gráfico.

Essa modelagem nos permitiu responder à Questão 1: sabendo que a concentração da droga se reduz a metade a cada 12 horas, calcula-se que se reduzirá a ¼, a cada 24 horas, ou seja, a concentração da droga reduz-se a 1/4 a cada dia. E tende a zero, ou seja, na prática, a droga será eliminada, com o passar do tempo, embora matematicamente isso não ocorra.

MODELAGEM PARA RESPONDER ÀS QUESTÕES 2 E 3

Para responder a essas questões foi elaborada novamente uma tabela que representa a evolução da concentração das substâncias presentes no anticoncepcional Level, quando administrado a intervalos regulares de um dia, durante 21 dias (número de comprimidos de uma cartela) consecutivos. Dessa vez foi preciso atentar ao fato de que, ao longo de cada dia, o corpo elimina parte da substância até que uma nova pílula seja ingerida.

Obtém-se, dessa forma, uma sequência de eliminações diárias que corresponde a uma família de funções exponenciais contínuas, cujos modelos de decaimento são da mesma natureza que o deduzido na modelagem para a ingestão de um único comprimido (Figura 52B). Também foi elaborado um modelo gráfico desse comportamento mostrando os níveis de concentração do anticoncepcional Level por um período de sete dias, como é possível verificar na Figura 52C.

Essa modelagem permitiu que se respondessem às questões 2 e 3: com o modelo algébrico é possível calcular a concentração do anticoncepcional no corpo a qualquer momento futuro, quando se supõe a ingestão de um comprimido por dia. Pode-se, por exemplo, calcular a concentração máxima do anticoncepcional para o caso de uma mulher que tenha tomado 21 comprimidos. Também é possível afirmar que o limite superior (facilmente observado na representação gráfica) garante que a concentração não cresce indefinidamente e que, por isso, não deve causar intoxicação.

É interessante enfatizar a importância da tabela numérica nessa modelagem, já que ela torna evidente a presença da soma dos termos de uma progressão geométrica. Essa constatação permite criar uma função-modelo utilizando-se a fórmula conhecida para esta soma.

PLANO DE ENSINO

A modelagem foi a base de uma proposta didática, com uma série de atividades que tratam de conceitos tais como: comportamento linear, progressão aritmética, decaimento exponencial, progressão geométrica e sua representação gráfica e modelagem matemática. Entre as habilidades e competências, são listadas a compreensão de situações apresentadas em linguagem coloquial em representação matemática, por meio da construção de tabelas e gráficos, da identificação de padrões construtivos e da generalização das informações numéricas com a obtenção de uma expressão algébrica.

Os objetivos específicos do plano foram:

1) Desenvolver as noções de variável, domínio contínuo e discreto, função e progressão a partir da sua emergência como ferramentas importantes na modelagem do fenômeno absorção/eliminação de drogas.
2) Desenvolver a noção de variável relacionada com grandezas que variam, na evolução dos fenômenos não matemáticos ou de outras ciências.
3) Identificar, relacionar e destacar a importância das três representações mais usuais de funções: tabelas, gráficos e equações matemáticas.
4) Conceituar, comparar e destacar as diferenças entre função de variável discreta e de variável contínua, associando-as a fenômenos discretos e contínuos.
5) Tratar o termo geral de uma progressão geométrica como a generalização de um padrão que emerge na construção da tabela a partir dos primeiros termos, também desenvolvendo a expressão da soma dos *n* primeiros termos.
6) Desenvolver a ideia de função e de progressão como modelos matemáticos da realidade.
7) Ampliar os significados da Matemática, apresentando-a como ferramenta para modelar, analisar, compreender e fazer previsões em fenômenos reais.
8) Relacionar ideias matemáticas com uma variedade de contextos, dando novos significados à disciplina.
9) Envolver os alunos no processo de modelagem matemática.

EXPERIÊNCIA DIDÁTICA

Detalha-se aqui parte da implementação da proposta, detalhada em Garcia e Menna Barreto (2009). A experimentação foi feita com um grupo de seis alunos do Colégio de Aplicação (Cap) da UFRGS de uma turma da segunda série do ensino médio, em sala da Universidade, horário extraclasse, em junho de 2008. O encontro foi parcialmente filmado e gravado, e o material produzido pelos alunos foi coletado e analisado. O experimento foi dividido em etapas chamadas de Episódios.

Episódio 1: O vídeo e as representações iniciais

O primeiro passo, no experimento, teve como objetivo coletar e explorar as representações espontâneas dos alunos frente ao vídeo, com o objetivo de dar início às discussões sobre o uso de anticoncepcionais e deixar emergir questões que desafiassem a imaginação matemática, com potencial para dar origem às atividades posteriores.

Episódio 2: Atividades Matemáticas

As atividades matemáticas (Anexo A) não estão muito distantes do conhecimento anterior do aluno e de seus esquemas já desenvolvidos para resolver situações ligadas aos conteúdos das funções e gráficos. O objetivo, nessa etapa, era analisar esses esquemas anteriores e as mudanças que ocorrem, à medida que são feitas as vinculações com o real.

Episódio 3: Discurso matemático

O momento final foi planejado para deixar emergir as interpretações dos alunos sobre o fenômeno e suas respostas para as questões propostas. Todos os alunos foram incentivados a explicar sua compreensão do fenômeno e a expor suas conclusões.

RESULTADOS DA EXPERIÊNCIA

O primeiro elemento extraído das análises diz respeito à riqueza que o mundo real pode oferecer para o estudo da Matemática, especialmente para o estudo das variáveis e de suas relações e das funções e das suas representações (tabular, gráfica, algébrica). Quando as aplicações ocorrem em um mundo que está próximo dos adolescentes e de seus interesses, a linguagem matemática adquire sentido porque é necessária para auxiliar na compreensão.

Perguntados, no início, sobre a evolução da quantidade de hormônio retido no corpo de uma mulher que toma anticoncepcionais diariamente durante, mais ou menos, dez anos, alguns mostraram com as mãos uma curva ascendente, crescendo sem limites e iniciando no zero. Perguntados sobre o que ocorreria se a mulher parasse de tomar, ou mesmo se esquecesse de tomar uma pílula, em um certo dia, os alunos mostraram uma queda brusca, imediata, para o nível zero. Essas imagens serviram para ilustrar o discurso matemático inicial, mostrando que havia uma representação intuitiva do fenômeno (errônea) e uma ausência de preocupação com a linguagem.

O segundo elemento diz respeito à análise do raciocínio dos alunos. A aprendizagem contextualizada, baseada em fenômenos reais, permite o desenvolvimento de procedimentos que diferem daqueles desenvolvidos no ensino usual. Na pesquisa, essas situações ocorreram quando os alunos tentaram traduzir para a linguagem matemática as informações verbais sobre o fenômeno real. Nesse momento, os esquemas anteriormente construídos para tratar com funções e gráficos mostraram-se insuficientes.

Será comentada uma situação que trata do **conceito de variável**, com um exemplo de como foi feita a análise. Em um dos momentos, ao iniciar-se a construção de um gráfico, surgiu a discussão sobre o significado do zero no eixo das abscissas.

Aluno: O gráfico começa no zero ou no 1?

Professora: O que é o dia nove?

Aluno: É o dia 9 do ciclo menstrual.

Professora: E o zero é o quê?

Aluno: É o dia zero do ciclo menstrual.

Professora: Tem dia zero?

Aluno: Não. É a primeira hora do primeiro dia.

Professora: Esse número 1 significa o quê, no teu gráfico?

Aluno: É o primeiro dia.

Nesse momento, o que estava em jogo era a diferenciação entre a variável discreta (dia 1, dia 2, dia 3...) e a variável contínua (tempo em dias, sendo que o número 1 indica que transcorreu um dia e o número zero corresponde ao início do dia 1). Esse diálogo traz à tona um conflito: no esquema do aluno, para traçar gráficos, em geral, não é necessário pensar nas variáveis. O sistema de eixos sempre se apresenta com o zero na origem e este é absoluto, não questionável.

O diálogo mostra também que a compreensão do fenômeno, construída a partir do vídeo e das discussões, ajuda a superar as dificuldades técnicas. Observa-se que a constante transição entre a Matemática e o fenômeno ajuda a responder às questões matemáticas proporcionando um conhecimento reflexivo.

Focaliza-se uma resposta interessante referente à atividade 2 (Anexo A). Observe na Figura 53 que na primeira curva, que mostra o decaimento exponencial de um único comprimido, o aluno marcou na origem do eixo das abscissas, a hora zero do dia em que a pessoa tomou a primeira pílula. Como ela ingeriu o comprimido às 20 horas, o gráfico inicia no segundo quadrante. O número 20 foi localizado na parte negativa do eixo das abscissas e o eixo foi segmentado em partes correspondentes a 24 horas. Em um certo momento, o aluno questiona o que está fazendo e os números são riscados, então, o esquema antigo é posto em dúvida.

Constata-se, em diferentes soluções, a mesma dificuldade que evidencia um esquema no qual não é usual pensar no significado das variáveis. Em geral, na construção de gráficos, na escola, o aluno recebe funções dadas na forma algébrica e é solicitado a traçar seus gráficos. Esse traçado inicia-se com dois eixos ortogonais padronizados, que são numerados com os números inteiros ou alguma variação com múltiplos de 5, de 10 ou de $\pi/2$, no caso das funções trigonométricas. Em qualquer caso, é absolutamente claro para eles que o número zero ocupa o ponto de origem do sistema, em que ambos os eixos se cruzam e não há questionamento sobre o significado do zero, do 1 ou do 2.

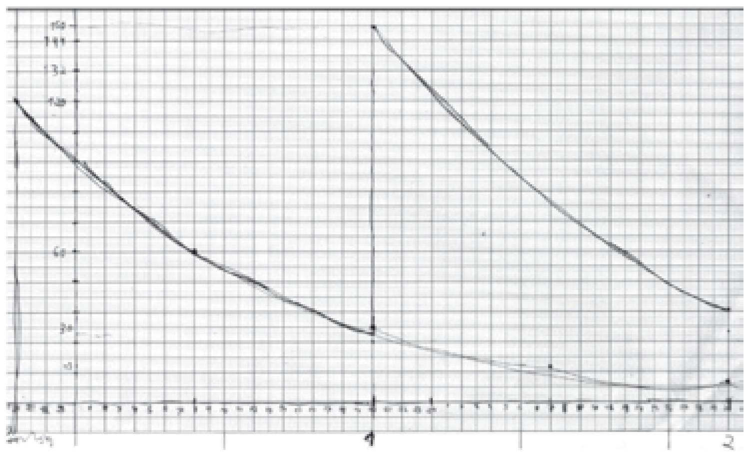

Figura 53 – Gráfico traçado por um aluno para expressar a variação da concentração de anticoncepcional presente no organismo em um período de 24 dias
Fonte: Elaborada pelo aluno A, 2ª série, ensino médio, Colégio de Aplicação, 2008.

Neste caso, o gráfico (Figura 53) não é decorrente de uma expressão algébrica, é uma representação de um fenômeno real. Como tal, o fenômeno parece bem entendido, pois as curvas são traçadas e as explicações verbais são corretas, mas há um conflito na relação que o aluno faz entre o início do processo – o primeiro comprimido é ingerido às 20 horas – e o início do gráfico ($x = 0$).

O primeiro passo para as representações matemáticas, nesse tipo de problema, é definir as variáveis. Quais são as variáveis desse fenômeno e em que conjunto elas variam? Sem essas respostas, não há como numerar os eixos.

O que falta, no esquema de raciocínio dos alunos, é perceber que essa definição é necessária. É preciso definir a variável independente, o tempo e o que significa o tempo ser igual a zero. Parece suficiente para eles (e para muitos professores) afirmar que o gráfico relaciona quantidade de hormônios e tempo, quantidade *x* tempo, mas de que tempo se está falando? Tempo decorrido a partir do momento em que o fenômeno inicia.

Pode-se perceber que a proposta que vincula conhecimentos de função com a necessidade de compreender e descrever um fenômeno real faz emergir esquemas prévios, causa conflitos e exige mudanças.

Outro elemento significativo que emergiu da pesquisa foi o desenvolvimento da percepção dos estudantes a respeito do fenômeno e o desenvolvimento do vocabulário matemático utilizado para explicá-lo. No começo do estudo, os estudantes forneceram representações e interpretações intuitivas e errôneas, ao final utilizam uma linguagem mais precisa e matemática.

Professora: Se toma uma pílula só, a quantidade cai. E se toma todos os dias?

Aluno: Então sobe e cai, sobe e cai (faz gestos, oscilando a mão).

Professora: A concentração de droga pode ir para 500? Para 1000?

Aluno: Não vai, porque vai crescendo cada vez menos. Após muito tempo, quase não cresce mais (mostra um gráfico semelhante ao da Figura54, a seguir) *tem uma assíntota aqui em cima: um limite que não vai ser ultrapassado.*

Esse diálogo mostra que o aluno consegue utilizar um discurso matemático para explicar o fenômeno, utilizando termos como "assíntota" e "limite", em um sentido adequado e coerente[52]. O gráfico que ele imagina (sem considerar a dificuldade da numeração do eixo das abscissas) é muito semelhante ao gráfico que representa o modelo científico para absorção e eliminação de drogas no organismo (Figura 54).

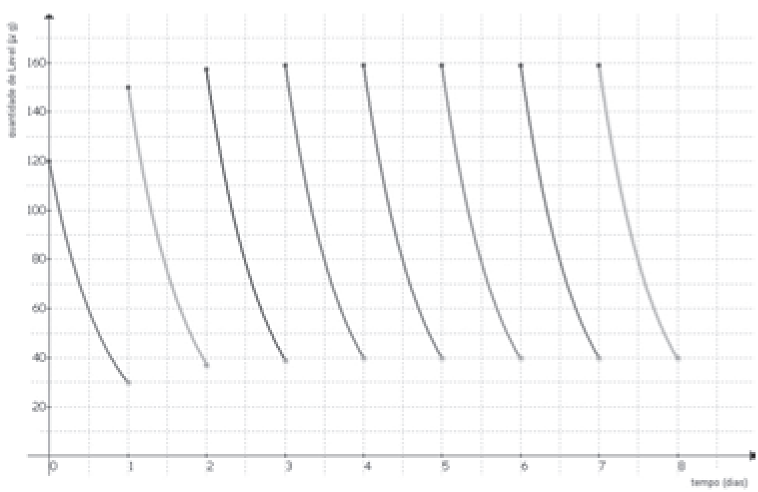

Figura 54 – Gráfico que representa a variação da quantidade de Level, no organismo, para a ingestão de sete comprimidos. A sequência de pontos superiores representa a quantidade de anticoncepcional a cada comprimido ingerido. A sequência de pontos inferiores representa a quantidade de anticoncepcional presente no organismo imediatamente antes da ingestão do comprimido seguinte. Fonte: Elaborada pela Profª. Marina Menna Barreto

52 Neste caso, há uma reta *assíntota* horizontal, isto é, uma reta da qual os pontos do gráfico se aproximam, à medida que os valores das abscissas aumentam.

Tal experimento foi fundamentado na produção de pesquisadores da área de Educação Matemática. Resultados (BOOTH, 1995; RADFORD, 1996; URSINI, 2000) confirmam a dificuldade dos alunos, na compreensão do conceito de variável, em lidar com expressões algébricas e, ainda mais, em expressar relações generalizadas, pois comumente não sentem a necessidade de generalização.

Com vistas a enfrentar essas dificuldades, outros autores (PONTE, 1990; MARKOVITS; EYLON; BRUCKHEIMER, 1995; DEMANA; LEITZEL, 1995) sugerem que o estudo das funções deva se iniciar a partir de representações numéricas, gráficas e contextualizadas, que são mais intuitivas e possuem um apelo mais visual. Para eles, os métodos algébricos e os aspectos de formalização devem ser reservados para um segundo momento. Alguns autores (DEMANA; LEITZEL, 1995) ainda defendem a ideia de que uma situação, um problema ou um fenômeno deve ser descrito no começo verbalmente, sem nenhuma linguagem formal e com o tempo deve se fazer uso de variáveis para representar relações funcionais. Além disso, os autores indicam o uso das tabelas, pois elas favorecem a generalização, já que as informações numéricas da tabela se resumem na última linha.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este trabalho mostra apenas parcialmente os resultados de estudo mais detalhado, desenvolvido, com foco em três mundos: o mundo dos fenômenos biológicos, de absorção e eliminação de drogas, em geral, e de anticoncepcionais, em particular; o mundo das práticas sociais, em que os adolescentes estão convivendo com sua sexualidade; e o mundo da Matemática e do ensino da Matemática.

O estudo iniciou motivado por inquietações originadas na prática profissional das autoras, sobre como despertar o interesse dos alunos e como criar ambientes de interação e discussão, em torno da Matemática e de suas aplicações, com objetivo de favorecer o processo de ensino e de aprendizagem. A contextualização dos conteúdos escolares surgiu como uma boa possibilidade.

Uma atividade acadêmica cuidadosa de modelagem permitiu a investigação, a indagação e a reflexão sobre o fenômeno da absorção e eliminação de anticoncepcionais orais, possibilitando compreender o funcionamento dessas drogas, de uso diário, do ponto de vista das flutuações hormonais; fazer previsões acerca dos possíveis níveis de concentração do anticoncepcional no corpo; tomar decisões a respeito de eventual esquecimento de um comprimido e dar explicações a questões relativas às altas dosagens.

Esta atividade de modelagem foi base para elaboração de uma proposta pedagógica, bem fundamentada nos aportes de autores da área de Educação Matemática. A proposta teve como atividade central a criação de um ambiente de aprendizagem interativo, com debate das questões ligadas ao tema sexualidade e com o desenvolvimento de diferentes conteúdos matemáticos da grade curricular.

Todas as questões colocadas e discutidas ao longo da experimentação da proposta didática contribuíram para desencadear o estudo da Matemática que a fundamenta. As atividades potencializaram a reflexão sobre a Matemática, sobre o processo de modelagem e também sobre o seu significado social. Os alunos, ao final, perceberam que os modelos matemáticos auxiliam a compreender a realidade, assim como perceberam o papel social da Matemática.

Este trabalho traz uma possibilidade de articulação entre a disciplina de Matemática da escola e temas transversais e mostra a importância que uma abordagem, do ponto de vista da Matemática, pode trazer para questões sociais e a importância da presença dessas questões na sala de aula de Matemática.

É possível acreditar nas possibilidades de aplicação dessa proposta, pois a análise da prática permitiu concluir que o material traz em si um bom potencial para desencadear curiosidade, discussões e interações (condições básicas para que qualquer aprendizagem ocorra); e pode propiciar mudanças positivas nas concepções do aluno, sobre Matemática (de corpo de conhecimento estático para um modo de compreender o mundo) e sobre o conceito de função, das funções elementares e de suas representações (modelos para fenômenos dinâmicos). E mais do que isso, pode mudar as concepções do próprio professor a respeito da Matemática, do ensino, do planejamento e da organização da sua sala de aula. Fica aqui o desafio. Por que não experimentar?

REFERÊNCIAS

BARBOSA, Jonei Cerqueira. Modelagem na Educação Matemática: contribuições para o debate teórico. In: REUNIÃO ANUAL DA ANPED, 24ª, Caxambu, 2001. *Anais...* Caxambu: 2001a. 1-CDROM. Disponível em: <http://joneicb.sites.uol.com.br>. Acesso em: 20 ago. 2007.

______ . Modelagem Matemática e os professores: a questão da formação**.** *Bolema,* Rio Claro, n. 15, p. 5-23, 2001b. Disponível em: <http://joneicb.sites.uol.com.br/bolema.pdf>. Acesso em: 27 ago. 2007.

BASSANEZI, Rodney Carlos. *Ensino-Aprendizagem com Modelagem Matemática:* uma nova estratégia. São Paulo: Contexto, 2004.

BIEMBENGUT, Maria Salett; HEIN, Nelson. *Modelagem Matemática no ensino.* São Paulo: Contexto, 2003.

BOOTH, Lesley . Dificuldades das crianças que se iniciam em álgebra. In: COXFORD, Arthur; SHULTE, Albert. (Ed.). *As idéias da Álgebra*. São Paulo: Atual, 1995. p. 23-37.

BRASIL. MEC. Secretaria da Educação Média e Tecnológica. *PCNEM:* Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio. Brasília: MEC, 2002a.

______ . *PCN+:* Ensino Médio - orientações educacionais complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais. Brasília: MEC, 2002b.

______. Secretaria da Educação Básica. *Orientações Curriculares para o Ensino Médio:* Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias. Brasília: MEC, 2006.

CARVALHO, Paulo Cezar Pinto. Um problema "doméstico". *Revista do Professor de Matemática* (RPM), Rio de Janeiro, SBM, n. 32, p. 1-9, 1996.

DEMANA, Franklin; LEITZEL, Joan. Estabelecendo conceitos fundamentais através da resolução de problemas numéricos. In: COXFORD, Arthur; SHULTE, Albert (Ed.). *As idéias da Álgebra*. p. 70-79. São Paulo: Atual, 1995.

ERNEST, Paul. What is Social Constructivism in the psychology of mathematics education. *Philosophy of Mathematics Education Journal*, n. 12, 1999a. Disponível em: <http://www. people.ex.ac.uk/PErnest/>. Acesso em: 10 mai. 2008.

______. Is Mathematics discovered or invented? *Philosophy of Mathematics Education Journal*, n. 12, 1999b. Disponível em: <http://www.ex.ac.uk/~Pernest/>. Acesso em: 10, maio, 2008.

______. Conversation as a metaphor. *Philosophy of Mathematics Education Journal*, n. 17, 2003. Disponível em: <http://www. ex.ac.uk/~Pernest/>. Acesso em: 10 mai. 2008.

GARCIA, Vera Clotilde; MENNA BARRETO, Marina. Experimento didático: uma pesquisa para investigar mudanças cognitivas no processo de modelagem matemática. *Cadernos do Aplicação* (UFRGS – Porto Alegre), n. 21, p. 1-15, 2009.

ANEXO A – ATIVIDADES MATEMÁTICAS DA EXPERIÊNCIA

Atividade 1: Os gráficos a seguir foram elaborados na área médica. O primeiro indica a relação entre o nível hormonal da mulher que não toma anticoncepcional e o seu ciclo menstrual.

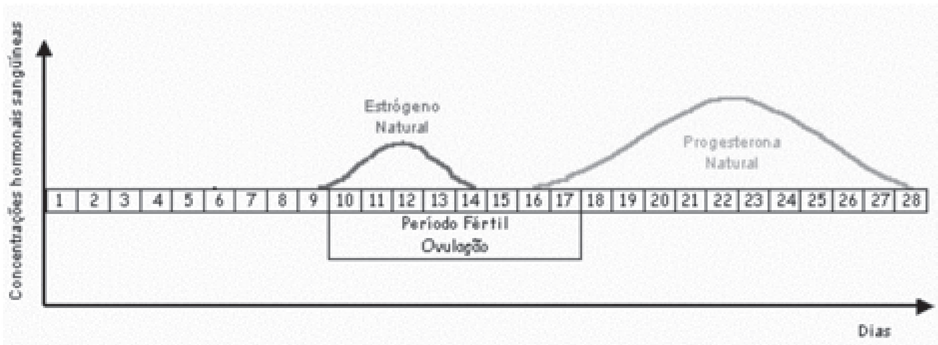

Figura 55 – Gráfico extraído e adaptado de livro de farmacologia , mostrando o comportamento da concentração de estrógeno e progesterona em um ciclo menstrual normal de 28 dias.
Fonte: THOMAS; JONES (1979, p. 338)

Com o uso diário de anticoncepcional o gráfico se transforma, e, no lugar dos picos de estrogênio e progesterona, temos um nível estável de tais hormônios, de maneira que a ovulação fica impedida de acontecer.

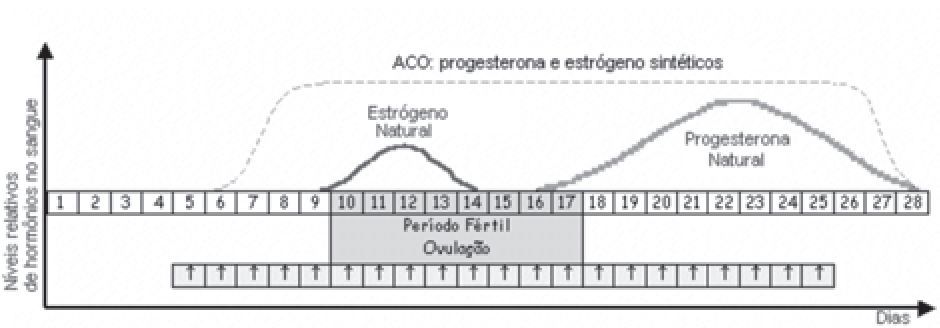

Figura 56 – Este gráfico ilustra o mesmo comportamento da concentração hormonal da Figura 7.1 comparando-o com a concentração hormonal de quando se faz uso do anticoncepcional oral. As setas indicam a ingestão diária de ACO, que inicia no quinto dia do ciclo e tem duração de 21 dias.
Fonte: THOMAS; JONES (1979, p. 338).

A) Usando a linguagem gráfica usual da matemática, refaça o gráfico. Para isso determine quais são as variáveis utilizadas e defina cada uma delas. Qual é a unidade de medida usada para cada variável?

B) No eixo horizontal, o que significa o zero do gráfico? E o 1? E o 2? E o número 28?

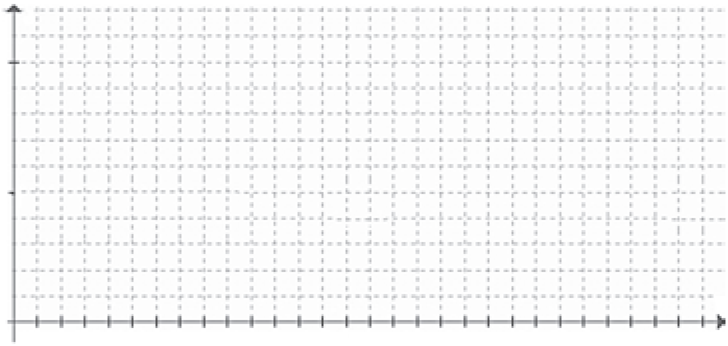

Figura 57 – Sistema de eixos coordenados
Fonte: Elaborada pela Prof. Marina Menna Barreto

Atividade 2: Algumas situações reais admitem representações gráfica e algébrica – é o que chamamos de modelo matemático.

Na seguinte situação, elabore gráfico, tabela e encontre uma expressão algébrica.

Uma pessoa tomou um comprimido de anticoncepcional às 20h. Sabemos que a concentração da droga no sangue decai com o tempo, reduzindo-se à metade a cada 12 horas. Elabore um gráfico para expressar o decaimento dessa concentração, num período de 1 dia. E num período de 3 dias? Encontre uma equação para a variação da concentração da droga, no sangue, em função do tempo.

Vamos, agora, criar um modelo para o fenômeno da absorção de anticoncepcionais de uso diário.

Atividade 3

A) Uma pessoa tomou um comprimido de anticoncepcional às 20h. A bula do remédio informa que a quantidade de hormônio presente em cada pílula é de 120 microgramas e que essa quantidade decai com o tempo, reduzindo-se à metade a cada 12 horas. Às 20h do dia seguinte, ela toma um novo comprimido.

Elabore um gráfico para expressar a variação dessa quantidade, num período de 2 dias.

B) E se a pessoa tomar um comprimido às 20h, durante 22 dias consecutivos, e só aí parar:

a) Elabore um gráfico para expressar a variação dessa concentração, num período de 24 dias;

b) Elabore uma tabela descrevendo o fenômeno;

c) Encontre uma expressão matemática generalizadora.