

CALHAS EM DEGRAUS COM AERAÇÃO INDUZIDA: AVALIAÇÃO DA ENTRADA DE AR NO SISTEMA AERADOR E DAS PRESSÕES SOBRE OS DEGRAUS

*Rute Ferla*¹; *Carolina Kuhn Novakoski*²; *Eder Daniel Teixeira*³; *Mauricio Dai Prá*⁴; *Marcelo Giulian Marques*⁵ & *Alba Valéria Brandão Canellas*⁶

RESUMO – Em razão da possibilidade de ocorrência de cavitação no escoamento, vertedouros constituídos por calhas em degraus estão limitados à vazão específica de dimensionamento da ordem de 30 m²/s. A inserção de aeradores na estrutura é uma alternativa que pode minimizar ou evitar os danos por erosão ocasionados pelo fenômeno da cavitação. Por meio de modelagem física, este trabalho avalia a entrada de ar no sistema aerador e as pressões exercidas pelo escoamento sobre uma estrutura constituída por calha em degraus. Conclui-se que o coeficiente de entrada de ar pode ser estimado com base em uma equação que é função de parâmetros do escoamento e da geometria do sistema aerador, porém, esta deve ser utilizada com cautela. São propostas equações para previsão dos valores de pressão mínimos, nas faces verticais dos degraus, com coeficiente de determinação da ordem de 0,75 a 0,95.

ABSTRACT – Due to the possibility of cavitation, stepped chutes are limited to specific discharges of the order of 30 m²/s. The insertion of aerators is an alternative that can minimize or even avoid erosion damage caused by the phenomenon of cavitation. Through physical modeling, this work evaluates the entry of air into the aerator system and the flow pressures on a structure consisting of a stepped chute. It is concluded that the air entrainment coefficient can be estimated based on an equation that is a function of flow parameters and aerator system geometry, however, that should be used with caution. Equations are proposed to predict the minimum pressure values on the vertical faces of the steps, with a coefficient of determination of the order of 0.75 to 0.95.

Palavras-Chave – Estruturas hidráulicas, cavitação, defletor

INTRODUÇÃO

Calhas em degraus são estruturas hidráulicas que promovem a dissipação de parte da energia do escoamento, quando este está em contato com os degraus, o que pode contribuir com a redução das dimensões e dos custos associados à estrutura de dissipação de energia a jusante. Esta é uma das vantagens de vertedouros em degraus, quando comparados com estrutura constituída por calha lisa. Por outro lado, as vazões específicas para dimensionamento de vertedouros em degraus estão limitadas à faixa de 10 a 30 m²/s (Amador *et al.*, 2005; Pfister *et al.*, 2006; Novakoski *et al.*, 2018).

1) Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS), Porto Alegre (RS/Brasil), rute.ferla@ufrgs.br

2) Universidade Federal de Santa Maria (UFSM), Cachoeira do Sul (RS/Brasil), carolina.novakoski@ufsm.br

3) Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS), Porto Alegre (RS/Brasil), eder.teixeira@ufrgs.br

4) Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS), Porto Alegre (RS/Brasil), mauricio.daipra@ufrgs.br

5) Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS), Porto Alegre (RS/Brasil), mmarques@iph.ufrgs.br

6) Furnas Centrais Elétricas, Rio de Janeiro, (RJ/Brasil), alba@furnas.com.br

Essa limitação procura evitar a ocorrência do fenômeno da cavitação, potencializada pela existência dos degraus ao longo da calha, que contribuem com rugosidades ao escoamento. Além disso, estudos envolvendo análise de pressões nesse tipo de estrutura demonstram a ocorrência de pressões negativas significativas nas faces verticais dos degraus (Canellas, 2020; Novakoski, 2021), o que pode intensificar a chance de ocorrência de cavitação.

Uma alternativa que pode minimizar os danos associados à erosão por cavitação e, desse modo, contribuir com o aumento da vazão específica de dimensionamento de vertedouros em degraus com segurança, é a inserção de aeradores ao longo da calha. Tais elementos são responsáveis por promover aeração nas porções inferiores do escoamento, nas proximidades da estrutura de concreto, e vêm sendo estudados por autores como Mojtaba (2015), Terrier (2016), Ferla *et al.* (2021), entre outros.

Este trabalho utiliza modelagem física com o intuito de analisar as pressões hidrodinâmicas do escoamento sobre as faces vertical e horizontal de um vertedouro em degraus com aeração induzida, além de avaliar a entrada de ar através do seu sistema aerador. Será dada ênfase, ainda, à avaliação das pressões extremas negativas, nas faces verticais dos degraus.

METODOLOGIA

Os ensaios foram conduzidos em dois modelos reduzidos de vertedouros em degraus, ambos construídos nas instalações do Laboratório de Hidráulica Experimental de Furnas (LAHE/FURNAS), RJ/Brasil. Os referidos modelos consideram as escalas geométricas de 1:10 e 1:30 e serão aqui nomeados como LAHE I e LAHE II, respectivamente. Ambos modelos possuem uma crista padrão WES, seguida de uma calha em degraus com 1,15 m de largura e declividade de 1V:0,75H ($\alpha \approx 53^\circ$). Os degraus possuem altura (h_d) de 0,09 m (no caso do modelo LAHE I) e 0,03 m (LAHE II), representando, desse modo, um protótipo cuja altura do degrau equivale a 0,90 m. A Figura 1 representa esquematicamente as características principais dos referidos modelos.

De modo a inserir ar na parcela inferior do escoamento, foram utilizados um defletor em conjunto com uma câmara e um duto para entrada de ar, também representados esquematicamente na Figura 1. A câmara de ar possui uma geometria de modo que tanto as perdas de carga no sistema aerador quanto a subpressão sob o jato são desprezíveis. Para o caso do modelo LAHE I, o defletor possui altura (t) de 0,015 m, ao passo que o duto de ar possui 0,096 m de diâmetro interno (ϕ). Já no modelo LAHE II, as características são $t = 0,005$ m e $\phi = 0,035$ m. O sistema aerador descrito foi posicionado no primeiro degrau, imediatamente após o vertedouro WES, em ambos os modelos físicos utilizados. Deve-se destacar que a entrada de ar pelo sistema aerador mencionado ocorre de

forma natural, sem indução mecânica, sendo proporcionada pela própria sucção do escoamento de água sobre o defletor.

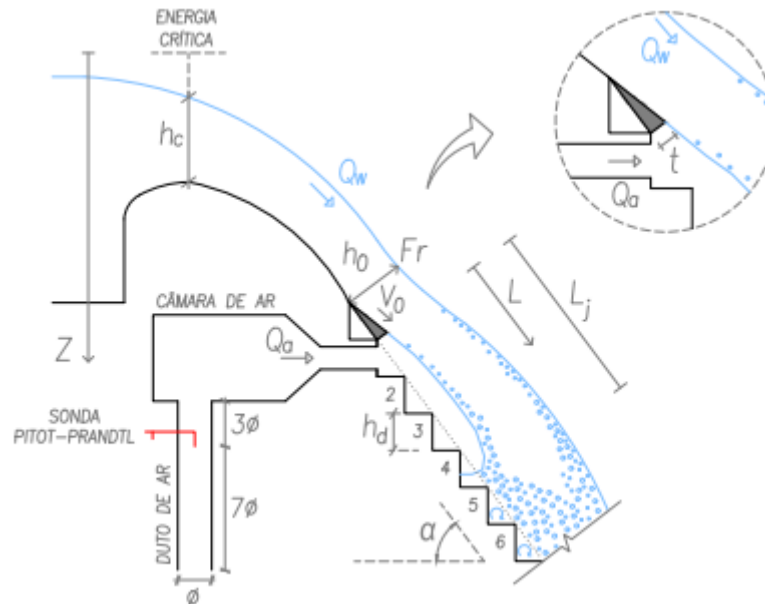


Figura 1 – Representação esquemática dos modelos físicos reduzidos considerados e indicação dos principais parâmetros hidráulicos do escoamento.

A estimativa da entrada de ar pelo sistema aerador foi realizada de maneira indireta pela medição da velocidade do escoamento no duto de ar. Para isso, foi utilizada uma sonda de Pitot-Prandtl (*Dwyer 166-12*) acoplada a um transdutor de pressão diferencial (*Rücken RTBP-420-DIF*), como indicado na Figura 1. As velocidades de entrada de ar foram adquiridas a uma frequência de aquisição de 100 Hz, de modo que a vazão de entrada de ar pelo sistema aerador foi estimada com base na média das velocidades obtidas ao longo de 10 minutos de ensaio.

As pressões exercidas pelo escoamento sobre os degraus foram medidas através de transdutores de pressão (*Zurich PSI 420* e *Hytronic TM01*), com tomadas de pressão instaladas no eixo do canal (cerca de 0,58 m das paredes laterais), nas proximidades da aresta externa dos degraus. Foram adquiridos dados de pressão ao longo de 10 minutos de ensaio, a uma frequência de aquisição de 100 Hz. Neste trabalho, avaliou-se o comportamento das pressões médias (P_{med}) e do desvio padrão de pressões (P_{σ}) sobre as faces vertical e horizontal dos degraus. Além disso, avaliaram-se ainda as pressões extremas exercidas sobre a face vertical dos degraus, com base nos resultados de pressões com probabilidade de não excedência de 5%, 1% e 0,1% ($P_{5\%}$, $P_{1\%}$ e $P_{0,1\%}$, respectivamente).

Este trabalho considera os dados de entrada de ar pelo sistema aerador obtidos no modelo LAHE I, para vazões específicas (vazão por metro de largura de modelo) de 0,100 até 0,356 m²/s. Já o modelo LAHE II será considerado tanto na avaliação da entrada de ar quanto na análise das pressões

hidrodinâmicas do escoamento sobre a calha, para a faixa de vazões específicas ensaiadas de 0,019 até 0,356 m²/s. A Tabela 1 apresenta um resumo das condições ensaiadas em cada modelo físico utilizado, com destaque para alguns dos principais parâmetros hidráulicos necessários à caracterização do escoamento (ver Figura 1). Na Tabela 1 também constam as vazões específicas resultantes em protótipo (q_p), considerando as escalas geométricas informadas.

Tabela 1 – Resumo das condições ensaiadas.

Modelo LAHE I (escala 1:10)						Modelo LAHE II (escala 1:30)					
q (m ² /s)	h_c (m)	h_0 (m)	Fr	q_p (m ² /s)	ψ^*	q (m ² /s)	h_c (m)	h_0 (m)	Fr	q_p (m ² /s)	ψ^*
0,100	0,101	0,030	6,14	3,16	0,27	0,019	0,033	0,010	6,07	3,12	0,27
0,125	0,117	0,037	5,61	3,95	0,37	0,029	0,044	0,014	5,59	4,77	0,45
0,150	0,132	0,043	5,37	4,74	0,45	0,038	0,053	0,019	4,63	6,24	0,65
0,200	0,160	0,056	4,82	6,32	0,65	0,053	0,066	0,025	4,28	8,71	0,97
0,275	0,198	0,075	4,27	8,70	0,98	0,070	0,079	0,032	3,90	11,50	1,35
0,330	0,223	0,088	4,04	10,44	1,21	0,088	0,092	0,039	3,65	14,46	1,75
0,356	0,235	0,094	3,94	11,26	1,33	0,106	0,105	0,045	3,55	17,42	2,14
						0,141	0,127	0,058	3,22	23,17	2,95
						0,177	0,147	0,070	3,05	29,08	3,75
						0,300	0,209	0,107	2,74	49,30	6,37
						0,356	0,235	0,123	2,63	58,50	7,52

*Parâmetro para estimativa da entrada de ar, dado pela eq. (2), que será apresentado na sequência.

RESULTADOS

A entrada de ar pelo sistema aerador foi avaliada por meio do coeficiente de entrada de ar (β), representado pela eq. (1), que indica a relação entre a vazão de ar (inserida pelo sistema aerador) e a vazão de água que escoar sobre a estrutura.

$$\beta = \frac{Q_a}{Q_w} \quad (1)$$

onde Q_a é a vazão de ar [m³/s] e Q_w é a vazão de água [m³/s], ver Figura 1.

A partir da medição da velocidade de entrada de ar em um modelo reduzido de vertedouro em degraus (denominado LOH II), Ferla *et al.* (2021) propuseram a eq. (2) para estimativa do coeficiente β . A Figura 2 apresenta os dados e a curva de ajuste proposta pelos referidos autores, juntamente com os resultados obtidos no presente trabalho (nos modelos LAHE I e LAHE II). Na Figura 2, o eixo das ordenadas apresenta o coeficiente β medido nos modelos, ao passo que o eixo das abscissas apresenta os resultados considerando o ajuste dado pela eq. (2).

$$\beta = 0.196 e^{-1.106 \Psi} \text{ onde } \Psi = \frac{h_0^{3/2} V_0}{2 Z t g^{1/2}} \quad (2)$$

onde h_0 é a profundidade do escoamento sobre o defletor [m], V_0 é a velocidade média do escoamento sobre o defletor [m/s], Z é o parâmetro associado à energia do escoamento [m], t é a altura do defletor [m], g é a aceleração da gravidade [m/s²], ver Figura 1.

Com base na Figura 2, pode-se indicar que os dados do modelo LAHE I seguem a tendência dada pelo ajuste da eq. (2), estando, de modo geral, inseridos na área que abrange as incertezas do modelo proposto. Contudo, no caso do modelo LAHE II, o ajuste dado pela eq. (2) só parece adequado para os casos onde $\psi > 1,35$ (isto é, associados à $q > 0,070 \text{ m}^2/\text{s}$, ver Tabela 1). Quando $\psi < 1,35$, a eq. (2) não se mostrou adequada na previsão dos valores do coeficiente β , provavelmente em razão da ocorrência de efeitos de escala não desprezíveis no modelo físico reduzido.

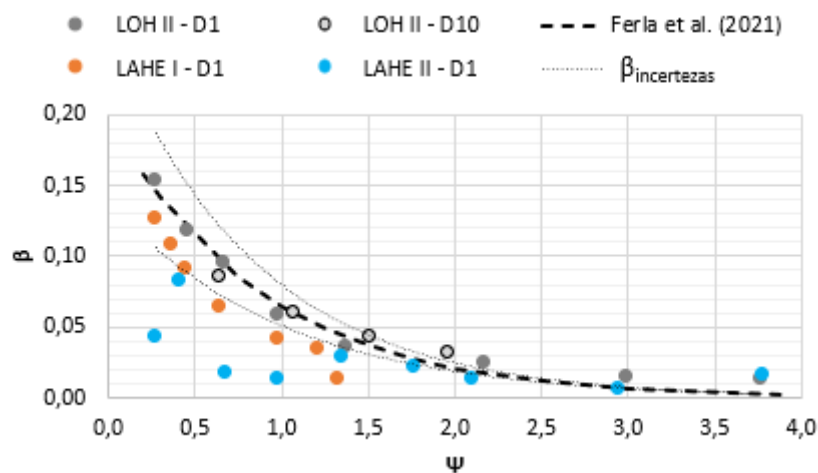


Figura 2 – Coeficiente de entrada de ar (β) como função do parâmetro Ψ (eq. (2)), dado por Ferla *et al.* (2021).

Na sequência serão apresentados os resultados da carga de pressão hidrodinâmica exercida pelo escoamento sobre os degraus no modelo LAHE II. Foram consideradas séries de vazões específicas na faixa de 0,038 até 0,356 m^2/s . Resultados semelhantes, porém, considerando o modelo LAHE I, podem ser visualizados nos trabalhos de Ferla *et al.* (2019) e Novakoski *et al.* (2020).

A Figura 3 apresenta as pressões médias (P_{med}) e o desvio padrão das pressões (P_{σ}) medidas nas faces horizontal e vertical dos degraus. Os valores de P_{med} medidos na face horizontal dos degraus (Figura 3a) são superiores aos da face vertical (Figura 3c). Esse comportamento é esperado, tendo já sido reportado por autores como Sánchez Juny (2001), Amador (2005), dentre outros. De modo geral, a carga de P_{med} medida na face horizontal é cerca de quatro a cinco vezes superior à da face vertical. No caso de P_{σ} , do mesmo modo, os valores medidos na face horizontal superam os da face vertical, mas, nesse caso, em uma razão de três a quatro vezes, em média. Tanto no caso de P_{med} quanto de P_{σ} , os valores medidos são diretamente proporcionais à vazão considerada (aumentando com o aumento desta). Esse comportamento é mais evidente quando avaliados os resultados obtidos na face horizontal. Ademais, é possível identificar, nas proximidades do degrau de número 5, de modo geral, um pico nos resultados. Esse comportamento é mais evidente no caso dos dados medidos na face

horizontal, e ocorre em razão do impacto do jato, ocasionado pelo escoamento sobre o defletor, nos degraus da calha. A montante do degrau de número 5, aproximadamente, há uma tendência dos resultados tanto de P_{med} quanto de P_{σ} resultarem próximos de zero, também em razão do jato causado pelo defletor, que faz com que o escoamento de água salte sobre os primeiros degraus, não tendo contato com a calha (resultando em pressão próxima à pressão atmosférica).

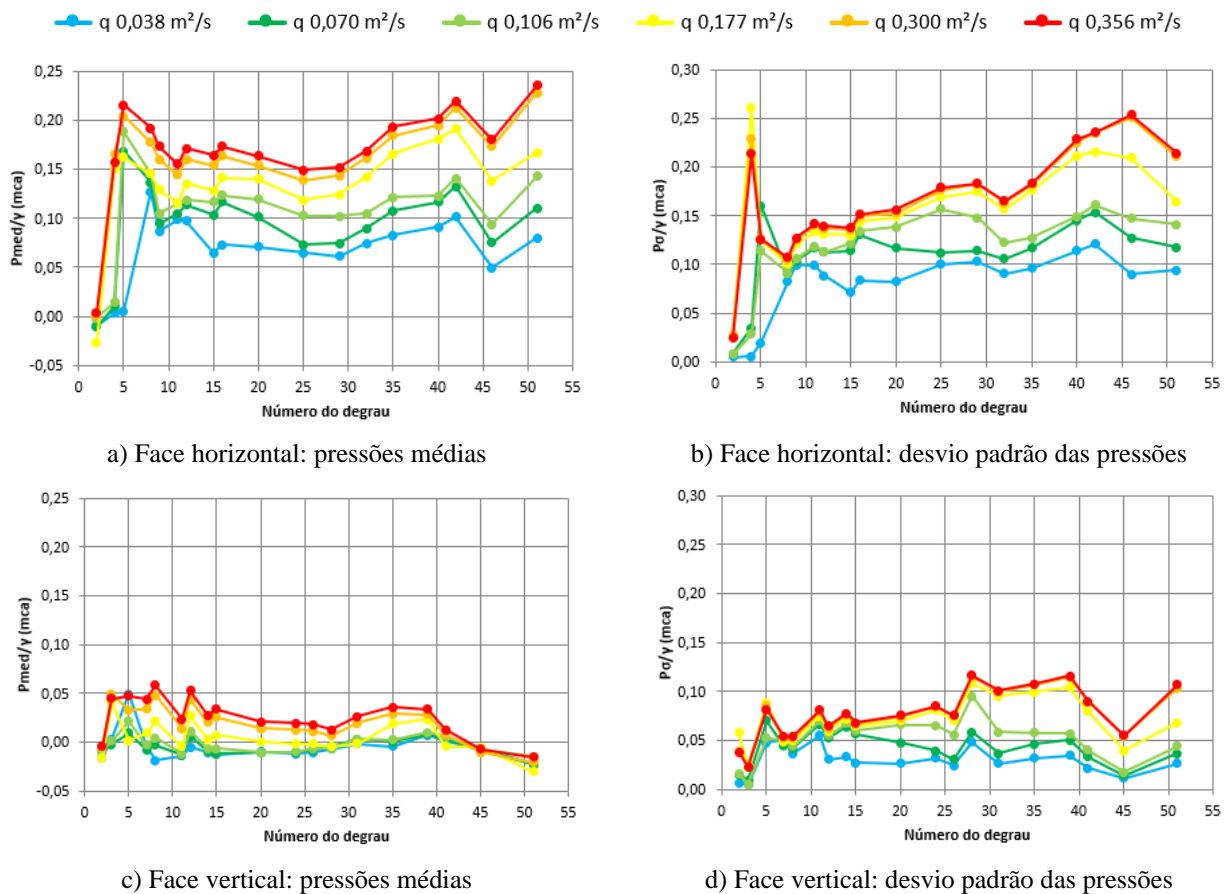


Figura 3 – Pressões médias e desvio padrão das pressões sobre as faces horizontal (a, b) e vertical (c, d) dos degraus no modelo LAHE II. Valores representados em metros de coluna d'água (mca).

A Figura 4 apresenta as cargas de pressões extremas com probabilidades de não excedência de 5%, 1% e 0,1% ($P_{5\%}$, $P_{1\%}$ e $P_{0,1\%}$, respectivamente) na face vertical dos degraus. Avaliando os resultados em termos de pressão bruta (Figura 4a, c, e), é possível identificar que os valores se tornam mais extremos (mais negativos) à medida que ocorre o aumento de vazão na estrutura. É possível identificar, ainda, uma tendência de a razão entre os valores de $P_{0,1\%}$ e $P_{1\%}$, e de $P_{1\%}$ e $P_{5\%}$ resultar aproximadamente igual a dois (isto é, $P_{0,1\%}/P_{1\%} \approx 2$ e $P_{1\%}/P_{5\%} \approx 2$), em média.

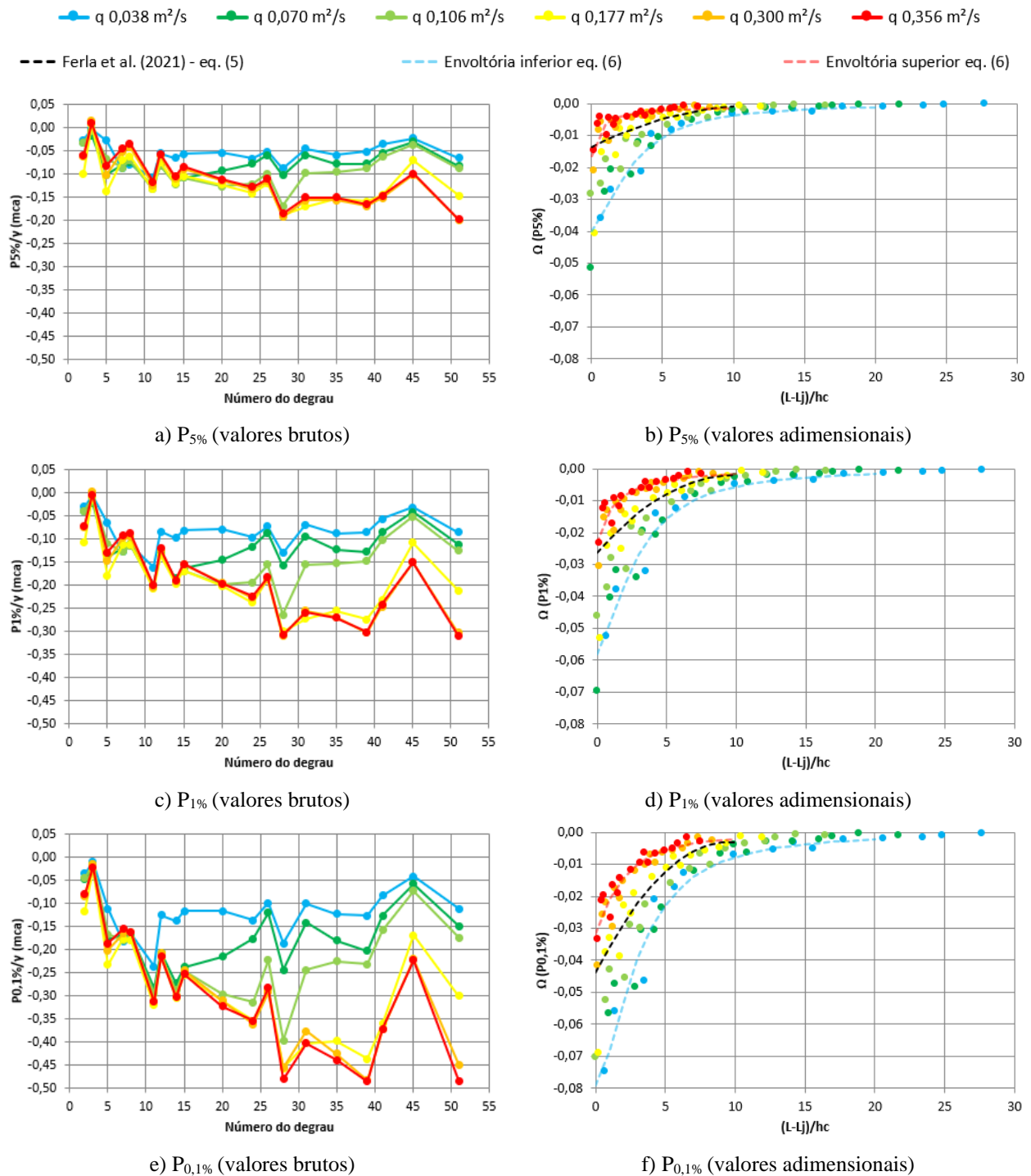


Figura 4 – Pressões extremas na face vertical dos degraus ($P_{5\%}$, $P_{1\%}$ e $P_{0,1\%}$) no modelo LAHE II: valores brutos (a, c, e), em mca, e adimensionalizados (b, d, f) pela eq. (3), no eixo das ordenadas, e pela eq. (4), no eixo das abscissas.

Também na Figura 4, à direita (Figura 4b, d, f), estão representados os resultados de pressões extremas $P_{5\%}$, $P_{1\%}$ e $P_{0,1\%}$ adimensionalizados de acordo com os parâmetros já estabelecidos por Ferla *et al.* (2021), em avaliação de pressões em estrutura e escoamento semelhantes aos do presente trabalho. A avaliação dos resultados associados às referidas pressões indicou que o seu

comportamento é bem representado pela eq. (3) (eixo das ordenadas), em conjunto com o adimensional de posição (eixo das abscissas) correspondente à eq. (4), conforme modelo proposto por Ferla *et al.* (2021).

$$\Omega = \frac{P}{\rho_w g} h_d \frac{h_c}{Z^3} Fr^2 \quad (3)$$

$$x = \frac{L - L_j}{h_c} \quad (4)$$

onde P é a pressão [Pa], ρ_w é a massa específica da água [kg/m³], h_d é a altura do degrau [m], h_c é a altura crítica do escoamento [m], Fr é o número de Froude na entrada do defletor, L é o comprimento longitudinal ao longo da calha [m], L_j é o comprimento do jato [m], ver Figura 1.

Ainda com relação à Figura 4, é possível identificar que uma das envoltórias proposta por Ferla *et al.* (2021), apresentada na eq. (5) e com coeficientes indicados na Tabela 2, ajusta-se adequadamente, na média, ao conjunto de dados avaliado no presente trabalho. Contudo, os valores extremos obtidos na adimensionalização dos dados podem se afastar consideravelmente do modelo sugerido. Por conta disso, são propostas curvas de ajuste envoltórias aplicadas aos dados extremos das vazões específicas consideradas (0,038 e 0,356 m²/s). Neste caso, o comportamento dos dados é bem representado pela eq. (6), com coeficiente de determinação (R²) da ordem de 0,75 a 0,95, cujas constantes estão indicadas na Tabela 3.

$$\Omega = a + bx + cx^2 \text{ onde } x = \frac{L-L_j}{h_c} ; 0 \leq x \leq 10 \quad (5)$$

$$\Omega = \frac{1}{a+bx+cx^2} \text{ onde } x = \frac{L-L_j}{h_c} \quad (6)$$

Tabela 2 – Coeficientes da eq. (5), conforme Ferla *et al.* (2021).

	a	b	c
P _{5%}	-1,37x10 ⁻²	2,30x10 ⁻³	-1,03x10 ⁻⁴
P _{1%}	-2,64x10 ⁻²	5,00x10 ⁻³	-2,56x10 ⁻⁴
P _{0,1%}	-4,39x10 ⁻²	8,61x10 ⁻³	-4,54x10 ⁻⁴

Tabela 3 – Coeficientes da eq. (6).

	Envoltória inferior (q = 0,038 m ² /s)				Envoltória superior (q = 0,356 m ² /s)			
	a	b	c	R ²	a	b	c	R ²
P _{5%}	-25,044	-3,329	-2,118	0,97	-60,883	-101,629	4,159	0,74
P _{1%}	-17,199	-2,620	-1,356	0,96	-43,271	-35,150	-2,061	0,85
P _{0,1%}	-12,652	-0,956	-1,066	0,97	-31,616	-12,869	-3,277	0,90

CONCLUSÕES

O objetivo deste trabalho foi examinar as pressões médias, extremas e o desvio padrão das pressões exercidas pelo escoamento sobre os degraus de um vertedouro com aeração induzida, bem

como avaliar a entrada de ar pelo sistema aerador, com base em modelos de previsão já estabelecidos. Foram considerados dados adquiridos em dois modelos físicos reduzidos, com escalas geométricas de 1:10 e 1:30 e calha em degraus com declividade de 53° , para vazões específicas entre $0,019 \text{ m}^2/\text{s}$ e $0,356 \text{ m}^2/\text{s}$.

No que diz respeito à avaliação do coeficiente de entrada de ar, pode-se concluir que o modelo proposto por Ferla *et al.* (2021), eq. (2), pode ser adequado na previsão da entrada de ar para o modelo LAHE I e para $q > 0,070 \text{ m}^2/\text{s}$, no caso do modelo LAHE II. Por outro lado, a previsão não parece adequada na estimativa da entrada de ar nas condições onde $q < 0,070 \text{ m}^2/\text{s}$, no LAHE II, provavelmente em razão da ocorrência de efeitos de escala não desprezíveis no modelo físico reduzido. Nesse sentido, conclui-se que a expressão para estimativa do coeficiente de entrada de ar dado por Ferla *et al.* (2021) pode ser utilizada em modelos semelhantes aos aqui avaliados, porém, deve ser utilizada com cautela nos casos em que as vazões específicas do escoamento sobre a calha são baixas (de modo geral, inferiores a $0,070 \text{ m}^2/\text{s}$).

Quanto à avaliação das pressões hidrodinâmicas do escoamento no modelo LAHE II, as pressões médias e o desvio padrão das pressões observadas na face horizontal dos degraus são, de modo geral, cerca de três a cinco vezes superiores às observadas na face vertical. Considerando a magnitude das pressões extremas medidas nas faces verticais, há uma tendência de a razão entre os valores de $P_{0,1\%}$ e $P_{1\%}$, e de $P_{1\%}$ e $P_{5\%}$ resultar, em média, aproximadamente igual a dois (isto é, $P_{0,1\%}/P_{1\%} \approx 2$ e $P_{1\%}/P_{5\%} \approx 2$). Quanto à previsão dos valores de pressão, pode-se indicar que uma envoltória do modelo proposto por Ferla *et al.* (2021), eq. (5), é adequada, na média, para previsão de pressões extremas no modelo LAHE II. Foram sugeridas novas curvas de previsão, representadas pela eq. (6), considerando as envoltórias superior e inferior de vazões ensaiadas ($q = 0,038 \text{ m}^2/\text{s}$ e $q = 0,356 \text{ m}^2/\text{s}$), resultando em coeficientes de determinação na faixa de 0,75 a 0,95.

AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem às instituições financiadoras e parceiras, a saber, o Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq, Brasil), a Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES, Brasil), o Instituto de Pesquisas Hidráulicas (IPH/UFRGS) e FURNAS Centrais Elétricas. Os autores também são gratos às equipes de alunos e funcionários do Laboratório de Obras Hidráulicas (LOH/IPH) e do Laboratório de Hidráulica Experimental (LAHE/FURNAS).

REFERÊNCIAS

- AMADOR, A. (2005). “*Comportamiento hidráulico de los aliviaderos escalonados en presas de hormigón compactado*”. Tese (Doutorado). Dep. de Ingeniería Hidráulica, Marítima y Ambiental, Universitat Politècnica de Catalunya, Barcelona.
- AMADOR, *et al.* (2005). “*Discussion of Two-Phase Flow Characteristics of Stepped Spillways*” por Robert M. Boes and Willi H. Hager. *Journal of Hydraulic Engineering*, v. 131, n. 5, p.421-423.
- CANELLAS, A. V. B. (2020). “*Pressões extremas atuantes nas proximidades das quinas dos degraus de vertedouros*”. Tese (Doutorado). Programa de Pós-graduação em Recursos Hídricos e Saneamento Ambiental, UFRGS, Porto Alegre.
- FERLA, R. *et al.* (2019). “*Stepped spillway with pre-aeration: mean pressures and jet’s reach*” in *Anais do XXIII Simpósio Brasileiro de Recursos Hídricos*. Foz do Iguaçu: ABRHidro.
- FERLA, R. *et al.* (2021). “*Stepped spillways with aerators: hydrodynamic pressures and air entrainment*”. *Revista Brasileira de Recursos Hídricos*. v. 26, e04.
- MOJTABA, S. *et al.* (2015). “*Experimental study of effect of installing deflector on replacement of inception point of air entrainment in stepped spillways*”. *Journal of Scientific Research and Development* 2 (4): 11-16.
- NOVAKOSKI, C. K. (2021). “*Análise da macroturbulência do escoamento sobre vertedouro em degraus com aeração induzida por defletor e câmara de ar*”. Tese (Doutorado). Programa de Pós-graduação em Recursos Hídricos e Saneamento Ambiental, UFRGS, Porto Alegre.
- NOVAKOSKI, C. K. *et al.* (2018). “*Extreme negative pressures and cavitation tendency on steeply sloping stepped spillways*” in *Third International Dam World Conference*. Foz do Iguaçu.
- NOVAKOSKI, C. K. *et al.* (2020). “*Pressures over a stepped chute spillway with induced aeration by deflector and airtight chamber*” in *Fourth International Dam World Conference*. Lisboa: LNEC.
- PFISTER, M. *et al.* (2006). “*Bottom Aeration of Stepped Spillways*”. *Journal of Hydraulic Engineering*, v. 132, n. 8, p.850-853.
- SÁNCHEZ-JUNY, M (2001). “*Comportamiento hidráulico de los aliviaderos escalonados en presas de hormigón compactado: Análisis del campo de presiones*”. Tese (Doutorado). Programa de Doctorado En Ingenieria Civil, Universitat Politècnica de Catalunya, Barcelona.
- TERRIER, S. (2016). “*Hydraulic performance of stepped spillway aerators and related downstream flow features*”. Tese (Doutorado). Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne. Lausanne.