

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
CENTRO ESTADUAL DE PESQUISAS EM SENSORIAMENTO REMOTO E METEOROLOGIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM SENSORIAMENTO REMOTO

RODRIGO DA SILVA FERRAZ

AVALIAÇÃO DA INFLUÊNCIA DAS EDIFICAÇÕES NO CÁLCULO DO EFEITO GRAVITACIONAL DAS MASSAS TOPOGRÁFICAS E NA SEPARAÇÃO GEOIDE-QUASE-GEOIDE: ESTUDO DE CASO NA CIDADE DE PORTO ALEGRE-RS

PORTO ALEGRE

2022

RODRIGO DA SILVA FERRAZ

AVALIAÇÃO DA INFLUÊNCIA DAS EDIFICAÇÕES NO CÁLCULO DO EFEITO GRAVITACIONAL DAS MASSAS TOPOGRÁFICAS E NA SEPARAÇÃO GEOIDE-QUASE-GEOIDE: ESTUDO DE CASO NA CIDADE DE PORTO ALEGRE-RS

Tese de doutorado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Sensoriamento Remoto como requisito parcial para a obtenção do título de doutor em Sensoriamento Remoto e Geoprocessamento.

Orientador: Prof. Dr. Sérgio Florêncio de Souza

PORTO ALEGRE

2022

CIP - Catalogação na Publicação

FERRAZ, RODRIGO DA SILVA
AVALIAÇÃO DA INFLUÊNCIA DAS EDIFICAÇÕES NO CÁLCULO
DO EFEITO GRAVITACIONAL DAS MASSAS TOPOGRÁFICAS E NA
SEPARAÇÃO GEOIDE-QUASE-GEOIDE: ESTUDO DE CASO NA
CIDADE DE PORTO ALEGRE-RS / RODRIGO DA SILVA FERRAZ.
-- 2022.
144 f.
Orientador: SÉRGIO FLORÊNCIO DE SOUZA.

Tese (Doutorado) -- Universidade Federal do Rio
Grande do Sul, Centro Estadual de Pesquisas em
Sensoriamento Remoto e Meteorologia, Programa de
Pós-Graduação em Sensoriamento Remoto, Porto Alegre,
BR-RS, 2022.

1. Problema de Valor de Contorno da Geodésia
(PVCG). 2. Residual Terrain Modelling (RTM). 3. Modelo
Digital de Elevações (MDE). 4. Edificações. 5.
Separação Geoide-Quase-Geoide (SGQG). I. DE SOUZA,
SÉRGIO FLORÊNCIO, orient. II. Título.

AVALIAÇÃO DA INFLUÊNCIA DAS EDIFICAÇÕES NO CÁLCULO DO EFEITO GRAVITACIONAL DAS MASSAS TOPOGRÁFICAS E NA SEPARAÇÃO GEOIDE-QUASE-GEOIDE: ESTUDO DE CASO NA CIDADE DE PORTO ALEGRE-RS

Orientador: Prof. Dr. Sérgio Florêncio de Souza

Banca Examinadora:

Prof. Dr. Felipe Geremia Nievinski (PPGSR – UFRGS)

Prof. Dr. Ivandro Klein (Instituto Federal de Santa Catarina - IFSC)

Prof. Dr. Gabriel do Nascimento Guimarães (Universidade Federal de Uberlândia – UFU)

Tese de doutorado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Sensoriamento Remoto como requisito parcial para a obtenção do título de doutor em Sensoriamento Remoto e Geoprocessamento.

PORTO ALEGRE

2022

Aprovada pela Banca Examinadora em
cumprimento ao requisito exigido para
obtenção do Título de doutor em
Sensoriamento Remoto em
____/____/2022.

Prof. Dr. Sérgio Florêncio de Souza (PPGSR – UFRGS)
Orientador

Prof. Dr. Felipe Geremia Nievinski (PPGSR – UFRGS)

Prof. Dr. Ivandro Klein (Instituto Federal de Santa Catarina - IFSC)

Prof. Dr. Gabriel do Nascimento Guimarães (Universidade Federal
de Uberlândia – UFU)

PORTO ALEGRE

2022

Dedico esse trabalho a minha querida Mãe, Delma da Silva Ferraz. Sei que a senhora está presente de coração em cada minuto de minha vida e tenho certeza de que num futuro não muito distante estaremos juntos (*in memoriam*).

AGRADECIMENTOS

Primeiramente gostaria de agradecer a Deus por ter me dado saúde, emprego e condições para que eu conseguisse ter uma profissão e desenvolvimento pessoal.

Gostaria de agradecer ao professor Sérgio Florêncio de Souza pela dedicação, educação e sempre estar disponível todas as vezes que eu precisei dele. O mesmo agradecimento se estende ao professor Roosevelt de Lara dos Santos Junior pelas explicações e orientações em relação ao tema principal desse estudo.

Também gostaria de agradecer a todos os professores e funcionários do Departamento de Geodésia e do Programa de Pós-Graduação em Sensoriamento Remoto da Universidade Federal do Rio Grande do Sul (PPGSR-UFRGS). Durante os meus vários anos de UFRGS eu fui muito feliz nesses lugares.

Gostaria de agradecer ao Exército Brasileiro, mais especificamente ao quartel onde eu trabalho, o 1º Centro de Geoinformação, que é um lugar que sempre me ajudou e apoiou todas as vezes que eu precisei e é um lugar aonde eu fui e me sinto feliz demais.

“Quando tudo parece estar indo contra você,
lembre-se que o avião decola contra o vento,
não a favor dele”

Henry Ford

RESUMO

A abordagem clássica para a solução do problema de valor de contorno da Geodésia (PVCG) com a finalidade de determinação do valor do geóide assume que os efeitos associados às massas topográficas sejam levados em consideração. Nesse contexto são inseridas as correções de terreno como por exemplo a redução RTM (modelagem de topografia residual do inglês *Residual Terrain Modelling*). Essa redução faz parte da modelagem do campo gravitacional em função da distribuição de massas associada a topografia. Nesse tipo de abordagem os conteúdos de alta frequência associadas a gravidade são calculados a partir de modelos digitais de elevação (MDE) de alta resolução. Diversos estudos que envolvem as correções do terreno ficam limitados a superfície terrestre e não levam em consideração os elementos, de forma isolada, que se encontram acima dessa superfície e que possuam uma certa quantidade de massa que podem gerar algum tipo de influência em cálculos geodésicos como por exemplo as massas de prédios, casas e construções em geral. Assim, o objetivo principal da presente tese, consiste em verificar a influência das massas de edificações no cálculo da anomalia de gravidade usando a redução RTM e a sua influência no valor da separação Geoide-Quase-Geoide (SGQG). Nesse contexto, foi desenvolvido um modelo de densidades para 250 mil edificações localizadas na cidade de Porto Alegre, capital do estado do Rio Grande do Sul, a partir de produtos cartográficos como ortofotos e MDE oriundos de um aerolevante feito na cidade de Porto Alegre no ano de 2008. A partir desses dados foi gerado uma base de dados vetorial contendo um valor de densidade individual para cada edificação que serviu de apoio à análise de três experimentos desenvolvidos na presente tese. Nesses experimentos foram avaliados a influência da utilização de diferentes elementos de massa como prismas e tesseróides, a variação da posição do ponto de cálculo e a influência das massas das edificações no valor da SGQG. Esses resultados apresentaram valores que variaram entre -2,890 mGal à 2,244 mGal para valores de anomalia de gravidade RTM e um valor de -0,6 cm na SGQG

Palavras-chave: PVCG, RTM, MDE, edificações, SGQG.

ABSTRACT

The classical approach to solving the Geodesy Boundary Value Problem (GBVP) for the purpose of determining the geoid value assumes that the effects associated with topographic masses are taken into account. In this context, terrain corrections are inserted, such as RTM reduction (Residual Terrain Modelling). This reduction is part of the modeling of the gravitational field as a function of the mass distribution associated with the topography. In this type of approach, the high-frequency contents associated with gravity are calculated from high-resolution digital elevation models (DEM). Several studies involving terrain corrections are limited to the terrestrial surface and do not take into account the elements, in an isolated way, that are above this surface and that have a certain amount of mass that can generate some kind of influence in geodesic calculations such as for example the masses of buildings, houses and constructions in general. Thus, the main objective of this thesis is to verify the influence of building masses on the gravity anomaly calculation using the RTM reduction and its influence on the geoid-to-quasi-geoid separation (GQGS) value. In this context, a density model was developed for 250 thousand buildings located in the city of Porto Alegre, state capital of Rio Grande do Sul, based on cartographic products such as orthophotos and DEM from an aerial survey carried out in city of Porto Alegre in 2008. From these data, a vector database was generated containing an individual density value for each building, which served as support for the analysis of three experiments developed in this thesis. In these experiments, the influence of the use of different mass elements such as prisms and tesseroids, the variation in the position of the calculation point and the influence of the buildings' masses on the value of GQGS were evaluated. These results showed values ranging from -2.890 mGal to 2.244 mGal for RTM gravity anomaly values and a value of -0.6 cm in the GQGS.

Keywords: GBVP, RTM, DEM, buildings, GQGS.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

| | |
|--|----|
| FIGURA 1 - SUPERFÍCIES EQUIPOTENCIAIS REFERENTES AO CAMPO GRAVITACIONAL. | 24 |
| FIGURA 2 - CORREÇÃO DO TERRENO E PLATÔ DE BOUGUER..... | 31 |
| FIGURA 3 - DIFERENÇAS ENTRE A REDUÇÃO DO TERRENO E A REDUÇÃO RTM..... | 33 |
| FIGURA 4 - REPRESENTAÇÃO DE UM TESSEROIDE. | 35 |
| FIGURA 5 - GEOMETRIA DE UM PRISMA RETANGULAR. | 36 |
| FIGURA 6 - CORREÇÃO DO TERRENO A PARTIR DE PRISMAS..... | 37 |
| FIGURA 7 - REPRESENTAÇÃO DO ELEMENTO MASSA PONTUAL EM UM PRISMA RETANGULAR..... | 38 |
| FIGURA 8 - SUPERFÍCIES DE REFERÊNCIA NO ESTUDO DA SGQG. | 39 |
| FIGURA 9 - MÚLTIPLOS RETORNOS DOS SISTEMAS LIDAR..... | 43 |
| FIGURA 10 - RESUMO ENVOLVENDO OS CONCEITOS ENTRE A TEORIA DO POTENCIAL E A REDUÇÃO RTM. | 46 |
| FIGURA 11 - ETAPAS DESENVOLVIDAS NO PROCESSO DE ESTIMATIVA DO MODELO DE DENSIDADES. | 49 |
| FIGURA 12 - ÁREA DE ESTUDO DO PRIMEIRO EXPERIMENTO DESTA TESE. | 50 |
| FIGURA 13 - FLUXOGRAMA DAS ATIVIDADES DESENVOLVIDAS NO PRIMEIRO EXPERIMENTO..... | 51 |
| FIGURA 14 - DISTRIBUIÇÃO DAS EDIFICAÇÕES NA ÁREA DE ESTUDO. | 52 |
| FIGURA 15 - EXPERIMENTO COM VARIAÇÃO DO PONTO DE CÁLCULO..... | 53 |
| FIGURA 16 - EXPERIMENTOS REALIZADOS NO PRESENTE ESTUDO. | 54 |
| FIGURA 17 – ESTUDO REFERENTE AO CÁLCULO DA SGQG DO TERCEIRO EXPERIMENTO..... | 56 |
| FIGURA 18 - VALOR DO POTENCIAL GRAVITACIONAL V EM FUNÇÃO DA DENSIDADE E DA ALTURA DAS EDIFICAÇÕES. . | 59 |
| FIGURA 19 - COMPARAÇÃO DOS RESULTADOS DO PRIMEIRO EXPERIMENTO. | 60 |
| FIGURA 20 - ANÁLISE DE CORRELAÇÃO DO PRIMEIRO EXPERIMENTO DESSA TESE..... | 62 |
| FIGURA 21 - COMPARAÇÃO DO EFEITO ASSOCIADO ÀS MASSAS DAS EDIFICAÇÕES EM RELAÇÃO À TOPOGRAFIA. | 64 |
| FIGURA 22 - ANOMALIA DE GRAVIDADE RTM ASSOCIADO A RESOLUÇÃO ESPACIAL DOS MDE ANALISADOS. | 66 |
| FIGURA 23 - ANÁLISE DOS RESULTADOS REFERENTE AO PRIMEIRO EXPERIMENTO..... | 68 |
| FIGURA 24 - RESUMO DESCRITIVO DOS RESULTADOS DO PRIMEIRO EXPERIMENTO..... | 69 |
| FIGURA 25 - ANÁLISE DOS RESULTADOS REFERENTE AO SEGUNDO EXPERIMENTO..... | 71 |
| FIGURA 26 - RESUMO DESCRITIVO DOS RESULTADOS GERADOS NO SEGUNDO EXPERIMENTO..... | 72 |
| FIGURA 27 - VALORES DE DENSIDADES DAS EDIFICAÇÕES DA BASE DE DADOS. | 74 |
| FIGURA 28 - MÉDIA E DESVIO-PADRÃO DOS VALORES DA SGQG EM CADA EXPERIMENTO..... | 75 |
| FIGURA 29 - VERIFICAÇÃO DE DADOS DISCREPANTES NOS RESULTADOS OBTIDOS..... | 76 |
| FIGURA 29 - VARIAÇÃO DO VALOR DA SGQG EM FUNÇÃO DA QUANTIDADE DE EDIFICAÇÕES..... | 77 |

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

| | |
|--------------|---|
| ALOS | <i>Advanced Land Observing Satellite</i> |
| ANOVA | Análise de variância |
| DSG | Diretoria de Serviço Geográfico |
| ESA | <i>The European Space Agency</i> |
| ET-EDGV | Especificações Técnicas para Estruturação de Dados Geoespaciais Vetoriais |
| GNSS | <i>Global Navigation Satellite System</i> |
| IBGE | Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística |
| ICGEM | <i>International Centre for Global Earth Models</i> |
| IHRM | <i>International Height Reference System</i> |
| IHRF | <i>International Height Reference Frame</i> |
| IPTU | Imposto Predial e Territorial Urbano |
| JAXA | <i>The Japan Aerospace Exploration Agency</i> |
| <i>LiDAR</i> | <i>Light Detection and Ranging</i> |
| MDE | Modelo Digital de Elevação |
| MDS | Modelo Digital de Superfície |
| MDT | Modelo Digital de Terreno |
| NASA | <i>National Aeronautics and Space Administration</i> |
| PGV | Planta Genérica de Valores |
| PMPA | Prefeitura Municipal de Porto Alegre |
| PVCG | Problema de Valor de Contorno da Geodésia |
| RTM | <i>Residual Terrain Modelling</i> |
| SGQG | Separação Geoide-Quase-Geoide |
| SRTM | <i>Shuttle Radar Topography Mission</i> |

SUMÁRIO

| | |
|---|-----------|
| 1. INTRODUÇÃO | 15 |
| 1.1 PRELÚDIO | 15 |
| 1.2 OBJETIVO GERAL | 19 |
| 1.3 OBJETIVOS ESPECIFICOS | 19 |
| 1.4 JUSTIFICATIVA | 20 |
| 1.5 ESTRUTURA DA TESE | 22 |
| 2. REFERENCIAL TEÓRICO | 23 |
| 2.1 GEOPOTENCIAL | 23 |
| 2.2 ESFEROPOTENCIAL | 25 |
| 2.3. POTÊNICAL ANÔMALO | 25 |
| 2.4 PROBLEMA DE VALOR DE CONTORNO DA GEODÉSIA (PVCG)..... | 26 |
| 2.5 POTENCIAL DE ATRAÇÃO DAS MASSAS TOPOGRÁFICAS | 28 |
| 2.6 REDUÇÕES GRAVIMÉTRICAS | 29 |
| 2.7 REDUÇÃO AR LIVRE (<i>FREE AIR</i>) | 30 |
| 2.8 REDUÇÃO DE BOUGUER E CORREÇÃO DO TERRENO | 31 |
| 2.9 REDUÇÃO RTM | 32 |
| 2.10 TESSEROIDES | 34 |
| 2.12 PRISMAS | 36 |
| 2.13 MASSA PONTUAL | 38 |
| 2.14 SEPARAÇÃO GEOIDE-QUASE-GEOIDE (SGQG) | 39 |
| 2.15 FOTOGRAMETRIA E <i>LIDAR</i> | 43 |
| 2.16 ALGUNS TRABALHOS ENVOLVENDO A MODELAGEM DO CAMPO GRAVITACIONAL E A REDUÇÃO RTM..... | 44 |
| 3. EXPERIMENTOS REALIZADOS | 47 |
| 3.1 ESTIMATIVA DO MODELO DE DENSIDADES DAS EDIFICAÇÕES..... | 47 |
| 3.2 EXPERIMENTOS USANDO DIFERENTES ELEMENTOS DE MASSA..... | 49 |
| 3.3 EXPERIMENTOS COM VARIAÇÃO DO PONTO DE CÁLCULO | 53 |
| 3.4 CÁLCULO DA SEPARAÇÃO GEOIDE-QUASE-GEOIDE | 55 |
| 4 ANÁLISE DOS RESULTADOS | 58 |
| 4.1 ANÁLISE REFERENTE AOS DIFERENTES ELEMENTOS DE MASSA | 58 |
| 4.2 ANÁLISE DO EXPERIMENTO COM VARIAÇÃO DO PONTO DE CÁLCULO | 67 |
| 4.3 ANÁLISE DOS RESULTADOS DA SEPARAÇÃO GEOIDE-QUASE-GEOIDE | 72 |
| 5. CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES | 78 |
| REFERÊNCIAS | 82 |

| | |
|---|------------|
| APÊNDICE A – ARTIGO PUBLICADO NA REVISTA BRASILEIRA DE CARTOGRAFIA | 88 |
| APÊNDICE B – ARTIGO SUBMETIDO AO PERIÓDICO SURVEY REVIEW | 107 |
| APÊNDICE C – ARTIGO SUBMETIDO AO PERIÓDICO BOLETIM DE CIÊNCIAS GEODÉSICAS..... | 131 |

1. INTRODUÇÃO

1.1 PRELÚDIO

As pesquisas com abordagens voltadas ao tema relacionado a componente altimétrica sempre foram uma das principais preocupações da Geodésia Física bem como os estudos envolvendo o campo gravitacional e o cálculo do geoide. Com a evolução tecnológica ao final dos anos 90 e início dos anos 2000 as técnicas de medição de coordenadas passaram por um forte impulso com a introdução de modernos equipamentos como estações totais e *Global Navigation Satellite System* (GNSS). As coordenadas planimétricas geralmente eram obtidas através do uso de teodolitos ou estações totais e a parte altimétrica era obtida a partir de nivelamento geométrico. Para levantamentos topográficos esse tipo de abordagem funcionava perfeitamente, mas começava a encontrar limitações quando existiam uma demanda por levantamentos para áreas com maiores extensões geralmente voltadas a estudos envolvendo projetos geométricos de estradas e rodovias. Nesse contexto, de áreas com maiores extensões, esse processo acabava-se tornando um pouco lento e oneroso. Assim, para maiores extensões, como por exemplo os limites de uma carta topográfica na escala 1:25.000, com extensão aproximada de 13 x 13 km, necessitava-se de outras técnicas de medição de coordenadas onde o uso de fotografias aéreas e imagens de satélite conseguiam atender esse tipo de demanda. Porém, a fotografia aérea e a imagem de satélite fornecem informações referentes a planimetria e os dados referentes a altimetria necessitava-se de processos envolvendo técnicas como aerotriangulação e restituição fotogramétrica. Não era um processo simples pois necessitava-se de um planejamento de pontos de apoio e checagem medidos em campo com GNSS e também se necessitava software e hardware específicos, bem como pessoal treinado, para se chegar aos produtos finais que seriam uma fotografia aérea ortorretificada e modelos digitais que representassem o terreno como podemos citar Modelos Digitais de Elevação (MDE), Modelos Digitais de Superfície (MDS) e Modelos Digitais de Terreno (MDT). Esse processo atendia perfeitamente as demandas direcionadas a informações referentes a planimetria e altimetria voltadas a Sistemas de Informações Geográficas (SIG) para as escalas como 1:25.000 e 1:50.000 e caso o usuário precisasse de informações

mais detalhadas do terreno, em escalas maiores, bastava o emprego dos equipamentos citados anteriormente (estações totais, GNSS, níveis etc.).

Ainda no contexto de obtenção de informações altimétricas, no início dos anos 2000, foi lançada pela *National Aeronautics and Space Administration* (NASA) a missão *Shuttle Radar Topography Mission* (SRTM) que tinha a finalidade de mapear 85% do globo terrestre com Radar. Inicialmente essa missão disponibilizou para a comunidade acadêmica MDE com resolução espacial de 90 m e a partir de 2010 foram disponibilizados os modelos com resolução espacial de 30 m. Assim, surgia mais uma fonte de dados altimétricos voltada a áreas de grandes extensões. Nesse contexto, nota-se que existem várias formas de se obter informações altimétricas como podemos citar topografia com uso de estações totais, GNSS, Fotogrametria, Sensoriamento Remoto com o uso de Radar e *Light Detection and Ranging* (LiDAR). Essas técnicas fornecem dados levantados em campo, mas o estudo mais aprofundados referentes aos cálculos dos diferentes tipos de altitudes são abordadas com maior nível de detalhe na Geodésia Física. A base principal para o estudo desse tipo de informação, no caso, as altitudes, começa pelo estabelecimento e definição de um referencial altimétrico bem como a escolha do sistema de altitudes adotado para esse referencial. Na Geodésia, as altitudes se classificam em função da sua determinação, aplicação e o modelo matemático ou físico usado na sua determinação. No Brasil o órgão responsável pelo Sistema Geodésico Brasileiro (SGB) incluindo a regulação referente aos referenciais altimétricos é o Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE). A Diretoria de Serviço Geográfico (DSG) é o órgão responsável pelo mapeamento sistemático que compreende cartas topográficas nas escalas 1:25.000, 1:50.000, 1:100.000 e 250.000. Até o ano de 2018 o sistema de altitudes adotado no referencial altimétrico do Brasil era a altitude ortométrica e a partir desse ano o IBGE tornou oficial o emprego da altitude normal ao referencial vertical brasileiro com a finalidade de seguir as recomendações internacionais para o estabelecimento de um Sistema de Referência Internacional de Altitudes (*International Height Reference System - IHRS*) e a respectiva materialização global (*International Height Reference Frame - IHRF*). Em relação a esses dois sistemas de altitudes a principal diferença entre elas consiste no fato da altitude ortométrica utilizar um valor médio de gravidade ao longo do prumo entre o geoide e a superfície topográfica e a altitude normal utiliza a gravidade normal média ao longo da normal entre o elipsoide de

referência e o teluroide. A altitude ortométrica leva em consideração outros parâmetros como por exemplo a densidade da crosta terrestre e conseqüentemente uma abordagem envolvendo a questão em relação as massas topográficas e a sua relação com o campo gravitacional. No Brasil, existe uma grande dificuldade na obtenção de modelos de densidade com alta resolução e isso gera uma certa incerteza no cálculo da altitude ortométrica. Nesse contexto o valor da densidade é um parâmetro que é utilizado no cálculo do potencial gravitacional e grande maioria dos estudos adota um valor de densidade constante de 2.670 kg/m^3 na determinação do geóide. No entanto, sabe-se, que os valores das densidades das massas topográficas variam entre 10 e 20% do valor médio real da densidade da crosta. Para se chegar na altitude ortométrica a partir da altitude elipsoidal (medida com GNSS) necessita-se do valor da ondulação geoidal e o IBGE disponibilizou ao longo dos últimos anos alguns modelos de ondulação geoidal nos anos de 2004 (Lobianco, Blitzkow e De Matos, 2004), 2010 (De Matos *et al*, 2010), 2015 (Blitzkow *et al*, 2015) denominados de MAPGEO. Esses modelos foram aprimorados com o passar do tempo sendo que eles apresentavam diferenças médias a partir da comparação da ondulação geoidal do modelo em relação às estações GNSS/Nivelamento de 50 cm para o MAPGEO2004, 32 cm para o MAPGEO2010 e de 17cm para o MAPGEO2015.

No contexto do cálculo do geóide, a Geodésia utiliza a teoria do potencial, descrita por Laplace e outros autores como Molodenski, como embasamento teórico para o estudo do campo gravitacional e da forma geométrica da Terra, considerando que, fora das massas atrativas, o potencial segue à equação de Laplace e, no interior das massas, ele se ajusta a equação de Poisson. O potencial de gravidade é uma resultante do potencial gravitacional e potencial centrífugo e soma de ambos resulta no geopotencial, e este, juntamente com o esferopotencial, contribui para a determinação do potencial perturbador. A teoria do potencial de gravidade é aplicada no Problema de Valor de Contorno da Geodésia (PVCG), na determinação do campo de gravidade externo às massas, e o cálculo do potencial gravitacional pode ser efetuado utilizando a técnica de modelagem da topografia residual (RTM, em inglês *Residual Terrain Modelling*) ou redução RTM. A redução RTM é empregada para estimar o campo de gravidade por meio de um MDE de alta resolução, onde a integral de Newton é usada para gerar os valores do potencial. A modelagem de topografia residual ou redução RTM consiste em dois termos. O primeiro termo refere-se a

diferença entre duas placas de Bouguer associadas a uma superfície de referência que pode ser um MDE de alta resolução. As equações referentes à integral de Newton e a redução RTM serão descritas com mais detalhes no referencial teórico desta tese. O segundo termo corresponde a correção topográfica ou correção do terreno. Assim, a redução RTM é um método que consiste no cálculo dos efeitos dos curtos comprimentos de onda do campo gravitacional associados a uma superfície de referência que funciona como um filtro de passa alta sobre a superfície original que acaba filtrando os resíduos associados aos longos comprimentos de onda. Esse método possui como vantagens a atenuação da influência da topografia em pontos mais afastados ou com grandes desníveis em função dos efeitos associados ao campo de gravidade até uma certa distância do ponto de cálculo.

Ainda no contexto da redução RTM a integral de Newton pode ser discretizada analiticamente em elementos geométricos, como prismas ou tesseroides, e a estimativa do campo gravitacional é obtida pela soma dos efeitos de todos os elementos ao redor de um ponto de avaliação ou ponto de cálculo usada como origem do sistema. Essa técnica de redução usa como base um MDE de alta resolução e se insere no contexto das reduções gravimétricas, mais especificamente na parte referente a correção topográfica. Um MDE de alta resolução não era um dado fácil de obter principalmente no final dos anos 90 e esse tipo de informação era gerado a partir de curvas de nível e pontos cotados oriundos de cartas topográficas. Geralmente a equidistância das curvas de nível das cartas topográficas usadas nesses estudos variavam entre 10 m e 20 m, fato esse que gerava uma grande incerteza, ou seja, flutuações probabilísticas associados aos erros altimétricos dos modelos, nos MDE gerados por esse tipo de técnica, e assim a influência da correção topográfica nas reduções gravimétricas praticamente não tinha significância estatística. A partir da missão SRTM começaram a surgir outros MDE como os gerados pela missão *Advanced Land Observing Satellite (ALOS)* disponibilizado pela *The Japan Aerospace Exploration Agency (JAXA)* os MDE Copernicus disponibilizados pela *The European Space Agency (ESA)*, ambos com resolução espacial de 30 m. Assim, com a disponibilização desses novos dados, começaram a surgir pesquisas, que serão abordadas no capítulo do referencial teórico, levando em consideração o efeito da topografia nas reduções gravimétricas e o seu impacto no cálculo da anomalia de gravidade e no cálculo do geóide. Outro fator que praticamente foi pouco explorado

nos estudos geodésicos refere-se à influência de feições que se encontram acima superfície terrestre, como prédios, árvores, postes e vegetação, geram nas reduções gravimétricas e conseqüentemente na correção topográfica. Talvez esse tipo de abordagem tenha sido pouca explorado em função da baixa disponibilidade de modelos de elevação que contivessem informações referentes as massas e as informações geométricas dessas feições como por exemplo as informações planimétricas e as alturas de edificações e arvores. A partir do que foi relatado anteriormente surge o questionamento do motivo da abordagem em relação a reduções gravimétricas voltados ao estudo da altitude ortométrica uma vez que atualmente o sistema de altitudes adotado no Brasil é a altitude normal que não leva em consideração os parâmetros físicos como densidade e as massas topográficas. Tal abordagem deve-se ao fato que todo o mapeamento sistemático do país estar com o sistema de altitudes referentes a altitude ortométrica bem como toda a sua legislação referente a aquisição de dados geoespaciais e vetoriais como as Especificações Técnicas para Estruturação de Dados Geoespaciais Vetoriais (ET-EDGV) estar referenciado ao sistema de altitudes ortométrica. Assim, surge o questionamento referente aos sistemas novos e antigos de altitudes e qual procedimento adotar caso essa diferença seja significativa bem como o impacto que isso pode gerar para os dados cartográficos existentes. Assim, nesse contexto, se insere o conceito da separação Geoide-Quase-Geoide que praticamente consiste no cálculo da diferença entre as altitudes normais e ortométricas.

1.2 OBJETIVO GERAL

O objetivo geral desse estudo consiste em verificar a influência das massas das edificações no cálculo da anomalia de gravidade usando a técnica de redução RTM e, também, verificar a influência das massas das edificações no cálculo da Separação Geoide-Quase-Geoide (SGQG).

1.3 OBJETIVOS ESPECIFICOS

São objetivos específicos dessa tese:

- Estimar um modelo de densidades para as edificações da cidade de Porto Alegre, capital do estado do Rio Grande do Sul;
- Usar o modelo de densidades das edificações da cidade de Porto Alegre para calcular o valor do potencial usando os elementos de massa prisma, tesseróide e massa pontual e determinar quais são os mais indicados para a área de estudo;
- Avaliar os parâmetros que geram influência no cálculo do potencial referentes as edificações com por exemplo altura das edificações, densidade individual de cada prédios e distância dos mesmos ao ponto de cálculo;
- Estimar a representatividade do valor da anomalia de gravidade associada às edificações em comparação com a superfície topográfica usando o valor de densidade padrão ($\rho = 2.670 \text{ kg/m}^3$) desconsiderando as edificações;
- Verificar a influência da variação da posição do ponto de cálculo no resultado da anomalia de gravidade usando a redução RTM;
- Verificar a influência da resolução espacial de MDE gerados a partir de dados *LiDAR* no valor da redução RTM;
- Verificar a influência das massas das edificações no cálculo da SGQG;
- Efetuar o cálculo das correções topográficas e gravimétricas no cálculo SGQG em função das massas das edificações da cidade de Porto Alegre – RS;
- Verificar se as correções topográficas e gravimétricas possuem significância estatística no cálculo da SGQG usando as massas das edificações.

1.4 JUSTIFICATIVA

A partir de pesquisas feitas na base de dados Scopus e em periódicos nacionais e internacionais como por exemplo a revista Survey Review, Boletim de Ciências Geodésicas e Revista Brasileira de Cartografia não foi encontrado nenhum tipo de estudo que procurasse estimar os efeitos das massas de edificações em cálculos geodésicos como por exemplo na teoria do potencial, reduções gravimétricas ou correções de terreno. Tal fato ressalta a importância de usar outras fontes de dados como MDE, MDT e MDS derivados de Fotogrametria para se ter uma estimativa inicial desse tipo de abordagem em estudos geodésicos.

Nesse contexto, a partir das considerações iniciais foi feita uma breve abordagem da dificuldade de obtenção de dados altimétricos para regiões com grandes extensões até o início dos anos 2000. Geralmente os dados altimétricos eram obtidos a partir de Fotogrametria ou de vetores oriundos de cartas topográficas. Assim eram gerados MDE que eram compatíveis com escalas entre 1:25.000 e 1:50.000 e esse tipo de dado acabava não gerando resultados significativos quando eram aplicados nas reduções gravimétricas mais especificamente nas correções de terreno. A partir dos anos 2000 começaram a surgir MDE com resoluções espaciais de 30 metros e começaram a aparecer estudos levando em consideração a correção do terreno usando esse tipo de informação. Porém, com MDE oriundos das missões espaciais SRTM e ALOS podia-se apenas efetuar a correção do terreno referente ao solo e o que estava acima do solo como prédios, pontes, postes e florestas acabavam sendo negligenciados. Com o avanço da tecnologia, mais especificamente na parte de informática voltada a área de Fotogrametria e *LiDAR* os métodos de geração de MDE, MDS e MDT tornaram mais dinâmicos. A partir da diferença entre o MDS e MDT pode-se obter as alturas das edificações de uma área urbana e também estimar o dossel existente em uma determinada área. Um dos principais parâmetros usados na correção do terreno é o valor da densidade (ρ) assim, viu-se a necessidade de se estimar um modelo de densidades para cada edificação individualizada na presente pesquisa. A partir de uma base vetorial que continha todos os vetores referentes as edificações da cidade de Porto Alegre foi gerado um modelo de densidade de edificações em função das dimensões nos eixos planimétricos e da altura de cada uma delas. A partir desses dados surgiram alguns questionamentos como qual modelo de massa usar para a representação do potencial usando a integral de Newton e quais dos principais modelos (prismas, tesseroides, massa pontual) seriam os mais adequados para esse tipo de estudo. Outro questionamento que também surgiu foi o de verificar quais parâmetros, como por exemplo altura das edificações, densidade das edificações, distância do ponto de cálculo, e quantidades de pontos de cálculo possuíam algum tipo de relação matemática com o valor do potencial. E por fim, como recentemente o IBGE alterou o sistema de referência vertical no Brasil, ou seja, adotou-se a altitude normal em substituição a altitude ortométrica, surgiu a necessidade de verificar se as massas das edificações geravam algum tipo de influência no cálculo da SGQG.

1.5 ESTRUTURA DA TESE

A presente tese foi dividida em cinco capítulos e três apêndices. No primeiro capítulo consta um breve resumo das técnicas de obtenção de dados altimétricos, da geração de MDE, MDS e MDT e da aplicação desse tipo de dado no cálculo das correções do terreno usando a redução RTM bem como a importância e motivação da presente pesquisa.

No segundo capítulo consta o referencial que serviu de base teórica para a presente tese abordando os principais temas referentes ao estudo de altitudes, Geodésia Física, teoria do potencial, integral de Newton usando diferentes elementos de massa como prismas, tesseroides e massa pontual bem como uma abordagem envolvendo técnicas de geração de MDE, MDT e MDS.

No terceiro capítulo desse trabalho foram desenvolvidos três experimentos com a finalidade de analisar os objetivos específicos descritos no tópico anterior. Além disso, neste capítulo, também consta a descrição dos materiais e métodos usados nesse estudo bem como o detalhamento usado para a geração do modelo de densidades de edificações, base de dados vetoriais usada e a explicação do processo para a obtenção das alturas de cada edificação que serviram de base para o presente estudo. Também foi detalhado nesse capítulo os programas utilizados bem como as bibliotecas e a linguagem de programação adotada.

O quarto capítulo contém as análises dos resultados obtidos a partir dos objetivos específicos do presente estudo em cada um dos três experimentos. O quinto e último capítulo contém as considerações finais onde é feito um breve resumo dos experimentos analisados e é feita uma consideração em relação à importância do presente estudo bem como uma recomendação para trabalhos futuros a partir da presente pesquisa.

O primeiro apêndice, denominado de APÊNDICE A contém um artigo, publicado na Revista Brasileira de Cartografia, com a descrição completa do primeiro experimento dessa tese. Os APÊNDICES B e C contém os artigos completos referentes ao segundo e terceiro estudos de caso sendo que o APÊNDICE B foi submetido à revista *Survey Review* e o APÊNDICE C foi submetido à revista Boletim de Ciências Geodésicas.

2. REFERENCIAL TEÓRICO

A presente tese tem o foco principal relacionado ao estudo das altitudes bem como alguns trabalhos relacionados ao tema e faz uma pequena abordagem em relação a alguns métodos de geração de dados altimétricos. Como mencionado na introdução existem diversas técnicas voltadas a obtenção de dados altimétricos e podemos citar alguns métodos como Topografia com o uso de estações totais, Nivelamento Geométrico, GNSS, Fotogrametria e Sensoriamento Remoto com o uso de Radar e *LiDAR*. A Geodésia, mais especificamente a Geodésia Física estuda as altitudes, as variações do campo gravitacional em função das massas topográficas e também parâmetros que influenciam o cálculo do geoide como, por exemplo, a densidade lateral da crosta terrestre. Nesse capítulo serão abordados tópicos passando pela teoria do potencial bem como a abordagem do problema de valor de contorno da Geodésia (PVCG), reduções gravimétricas e algumas técnicas de correção do terreno, mais especificamente, em relação a técnica de redução RTM.

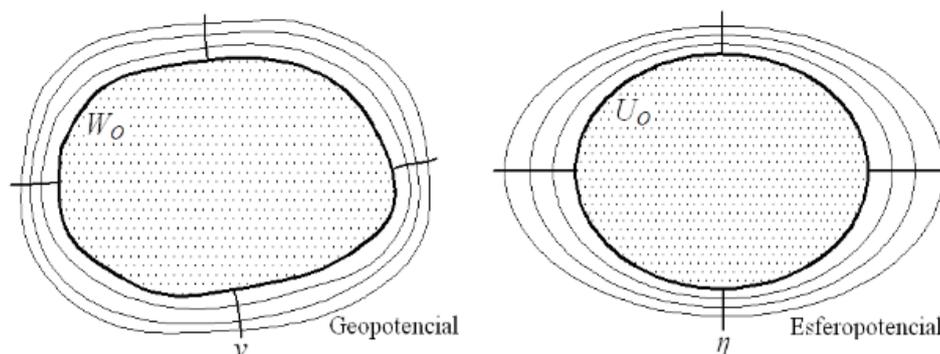
2.1 GEOPOTENCIAL

Gemael (2002) denomina as superfícies equipotenciais relacionadas ao campo de gravidade e ao geopotencial. O geope fundamental consiste no geoide, onde $W = W_0$, que melhor se aproxima do nível médio dos mares não perturbados. Em função da dificuldade de conhecimento de se conhecer a variação de densidade no interior da crosta terrestre adotam-se modelos que tem a finalidade de representar a superfície terrestre. O modelo denominado de Terra normal, que consiste em um elipsoide de revolução ao qual se atribui uma massa M incluindo a massa da atmosfera e a mesma velocidade de angular em relação a Terra real associa o campo de gravidade com o seu geopotencial. A Terra normal associa o campo de gravidade normal (γ) com o seu esferopotencial (U) sendo as suas superfícies equipotenciais denominadas de esferopes.

As superfícies equipotenciais relacionadas ao campo gravitacional descrevem superfícies de nível nas quais o potencial gravitacional é considerado constante. Esse comportamento depende do modelo terrestre adotado, podendo ser a Terra real

associada ao geopotencial W ou a Terra normal relacionada ao esferopotencial U . O espaçamento das superfícies equipotenciais da Terra real varia com a latitude (φ) e também de acordo com a distribuição de massas na crosta terrestre, tendo como sua superfície de referência o geóide W_0 . O esferopotencial varia em função da latitude, sendo o elipsoide de revolução a superfície de referência U_0 deste modelo, conforme a Figura 1 (SEVERO et al, 2013, GEMAEL, 2002).

Figura 1 - Superfícies equipotenciais referentes ao campo gravitacional.



Fonte: Severo et al, 2013.

O geopotencial W é formado pelo potencial gravitacional V , oriundo da atração gravitacional das massas topográficas, e do potencial centrífugo C que é decorrente da posição e velocidade angular ω da Terra conforme a Eq. 01 (JAMUR, 2012):

$$W(X, Y, Z) = V(X, Y, Z) + C(X, Y, Z) \quad (01)$$

O segundo termo da Eq. 01, associado ao potencial centrífugo e é representado pela Eq. 02 (SANSÓ e SIDERIS, 2013):

$$C(P) = \frac{1}{2} p^2 \omega^2 \quad (02)$$

O valor de p referente a Eq. 02 representa a distância perpendicular entre o eixo de rotação da Terra e um ponto P localizado na superfície terrestre e ω representa a velocidade angular da Terra.

2.2 ESFEROPOTENCIAL

O modelo Terra normal é aquele que se atribui a mesma massa e velocidade angular da Terra. O potencial gerado por esse modelo é denominado de esferopotencial U que pode ser representado analogamente ao geopotencial W , conforme a Eq. 03 (JAMUR, 2012):

$$U(X, Y, Z) = V'(X, Y, Z) + \Phi(X, Y, Z) \quad (03)$$

A parcela gravitacional do esferopotencial é diferente daquela do geopotencial em função do limite de integração que passa a ser a superfície do elipsoide. Isto significa que o esferopotencial é o potencial produzido pela Terra Normal, ou seja, um elipsoide com a mesma velocidade de rotação da Terra real ω , e mesma massa incluindo a massa da atmosfera (GEMAEL, 1999).

2.3. POTÊNICAL ANÔMALO

O potencial anômalo ou perturbador T é uma função harmônica e decorre da diferença entre o geopotencial e o esferopotencial e associa a variações de grandezas geométricas e físicas associada à Terra normal e essas variações são oriundas da heterogeneidade existente entre a distribuição das massas na crosta terrestre conforme a Eq. 04 (GEMAEL, 2002):

$$T(r, \varphi, \lambda) = W(r, \varphi, \lambda) - U(r, \varphi, \lambda) \quad (04)$$

A equação de Poisson consiste em uma equação diferencial que é gerada a partir da segunda derivada do potencial V conforme a Eq.05 (HEIZKANEN E MORITZ, 1967):

$$\Delta V = -4\pi G\rho \quad (05)$$

Na Eq. 05 G representa a constante de gravitação universal ($6,67384 \times 10^{-11} \text{m}^3\text{kg/s}^2$) e possui validade nos lugares em que a densidade das massas topográficas ρ atende certas condições. Nos casos em que a Eq. 05 é aplicada em pontos onde o valor de densidade é igual a zero a equação de Poisson torna-se a equação de Laplace e essa relação torna-se fundamental para o estudo do potencial perturbador referente às massas externas que devem atender a condição descrita na Eq. 06 (GEMAEL, 2002):

$$\Delta V = 0 \quad (06)$$

2.4 PROBLEMA DE VALOR DE CONTORNO DA GEODÉSIA (PVCG)

Nesta seção serão abordados temas referentes ao Problema de Valor de Contorno da Geodésia (PVCG) a partir dos conceitos descritos nas seções anteriores, mais especificamente aqueles que fizeram uma abordagem na teoria do potencial como por exemplo o esferopotencial, geopotencial e o potencial anômalo

O PVCG possui uma linearização com a finalidade de aproximação entre o modelo esférico e o modelo elipsoidal. Considerando um ponto P com coordenadas esféricas referidas ao elipsoide (φ, λ, h) onde φ representa a latitude, λ representa a longitude e h representa a altitude ortométrica de um ponto sobre a superfície terrestre. Considerando o mesmo ponto, porém, em coordenadas esféricas (φ, λ, r) e referidas a esfera de raio R , sendo $r = R$. Essa aproximação consiste em determinar o ponto P sobre a esfera como se ele estivesse localizado no modelo elipsoidal e isso pode ser conduzido a partir de uma linearização envolvendo o potencial perturbador.

Nesse contexto, conforme Guimarães e Blitzkow (2011), o PVCG consiste em determinar o campo de gravidade externo às massas sendo a superfície limitante considerada desconhecida. Stokes fez a proposição de uma formulação para se chegar ao potencial perturbador em função da anomalia de gravidade sobre a superfície geoidal. A teoria do potencial apresenta três problemas de valor de contorno. O primeiro problema descrito por Dirichlet determina uma função harmônica no interior de uma superfície S quando são conhecidos os valores que essa função assume sobre a superfície, no caso a condição de contorno conforme a Eq. 07:

$$\{\Delta T > 0, \quad r > R \quad T = T, \quad r = R \quad (07)$$

O segundo problema descrito por Neumann descreve que a partir do conhecimento dos valores da derivada normal da função T sobre a superfície S , $\frac{\partial T}{\partial r}$, determina-se a função T de modo que ela seja harmônica interna ou externamente a S conforme Eq. 08 (GUIMARÃES E BLITZKOW, 2011):

$$\{\Delta T = 0, \quad r > R \quad \frac{\partial T}{\partial r} = -\delta_x, \quad r = R \quad (08)$$

O terceiro problema descrito por Hilbert assume a condição de uma função harmônica no interior de uma determinada superfície S quando são conhecidos os valores que são adotados sobre essa superfície, no caso uma combinação linear da função e de sua derivada normal conforme Eq. 09 (GEMAEL, 1999):

$$\{\Delta T = 0, \quad r > R \quad \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{2}{r}T = -\Delta_g, \quad r = R \quad (09)$$

Os três problemas descritos nas Eq.07, Eq.08 e Eq.09 não apresentam solução única uma vez que infinitas distribuições de massa podem gerar o mesmo valor de potencial. Nesse contexto se insere a anomalia de gravidade (Δ_g), que pode ser

demonstrada como uma combinação linear entre o potencial perturbador e a sua derivada normal e pode ser representada por uma equação diferencial denominada de equação fundamental da Geodésia (Eq. 10) (GEMAEL, 1999):

$$\Delta_g = -\frac{\partial T}{\partial h} + \frac{1}{\gamma} \frac{\partial \gamma}{\partial h} T \quad (10)$$

A anomalia de gravidade também pode ser representada pela diferença entre a gravidade real em um ponto P (g_p) sobre o geoide e a gravidade normal em um ponto P' (γ_p) no elipsoide conforme a Eq. 11.

$$\Delta_g = g_p - \gamma_p \quad (11)$$

2.5 POTENCIAL DE ATRAÇÃO DAS MASSAS TOPOGRÁFICAS

O potencial V associado às massas topográficas localizado em um ponto com coordenadas P (x_p, y_p, H_p) sobre uma superfície plana pode ser representado pela aproximação da integral de Newton descrita na Eq. 12 (TZIAVOS e SIDERIS, 2013):

$$V(x_p, y_p, H_p) = G \int \int_E \int_0^H \frac{\rho(x, y, H)}{\sqrt{(x_p - x)^2 + (y_p - y)^2 + (H_p - H)^2}} dy dx dz \quad (12)$$

Na Eq. 12 G representa a constante de gravitação universal ($6,67384 \times 10^{-11} \text{m}^3 \text{kg/s}^2$), ρ representa o valor de densidade associado a um ponto P sobre a superfície terrestre sendo que esse valor pode ser removido para fora da integral quando se assume que o seu valor é uniforme dentro das massas.

2.6 REDUÇÕES GRAVIMÉTRICAS

A partir da definição do PVCG descrito na seção 2.4 e na teoria do potencial de atração das massas topográficas descrita na seção 2.5, esta seção irá abordar os conceitos relacionados as reduções gravimétricas e a sua ligação com o PVCG, mais especificamente em relação à remoção das massas topográficas, e a sua ligação com o potencial de atração das massas topográficas. Essa relação é de fundamental importância por ela servirá de base para o detalhamento da redução RTM que será explicado em capítulos posteriores.

No PVCG, mais especificamente no cálculo do geoide usando as soluções propostas por Stokes ou Molodensky as massas topográficas são levadas em consideração. A partir da solução de Stokes torna-se necessária a aplicação das reduções gravimétricas sobre os valores da gravidade observada g na superfície terrestre com a finalidade de corrigir o desnível dessa superfície. A partir do resultado de cada redução chega-se à anomalia ou distúrbio de gravidade em função da redução aplicada (SANSO e SIDERIS, 2013; GEMAEL, 1999).

Assim, visando a remoção da influência das massas topográficas externas ao geoide no valor da gravidade observada, pode-se aplicar diversos tipos de reduções gravimétricas como por exemplo as reduções *free-air*, redução de Bouguer, redução isostática de Airy- Heiskanen ou de Pratt-Hayford, Modelo do Terreno Residual - *Residual Terrain Modelling* (RTM), Segundo Método de Condensação de Helmert e Método de inversão de Rudski (MARQUES, 2017).

Segundo Gemael (1999) e Jamur (2012), os valores de g estão sujeitos a diversos tipos de redução e a anomalia de gravidade descrita na Eq. 11 pode ser empregada na redução completa de Bouguer. A referida anomalia pode ser descrita em sua abordagem simples onde apenas como parâmetros como altitude h , densidade ρ e gravidade g são levadas em consideração. Essa anomalia ou redução em sua versão simplificada é obtida a partir da remoção do efeito das massas entre o ponto de cálculo e o geoide e é feita levando em consideração a hipótese de que a área em torno do ponto de análise consiste em uma placa infinita planar e horizontal, com densidade constante e espessura equivalente a altitude H_p do ponto conforme a Eq. 12. Nesse contexto podemos citar como as principais reduções gravimétricas as reduções ar livre (*free air*), Bouguer e as correções do terreno.

2.7 REDUÇÃO AR LIVRE (*FREE AIR*)

Conforme Gemael (1999) a anomalia de gravidade, descrita na Eq. 11 é definida como a diferença entre o valor da gravidade medida a partir da superfície física da Terra, reduzida ao geóide, e o valor da gravidade normal calculada no seu correspondente ponto sobre a Terra normal. Para reduzir a gravidade observada na superfície física da Terra ao geóide torna-se necessária a utilização da anomalia ou correção ar livre ou *free air* (cf), conforme a Eq. 13 (GEMAEL, 1999):

$$\Delta g_f = g_0 - \gamma + cf \quad (13)$$

A anomalia ar livre é gerada a partir da redução ar livre que considera a variação do campo gravitacional entre a superfície física da Terra e o ponto de observação sem considerar as massas existentes entre essas duas superfícies. A anomalia ar livre é definida pela Eq. 14 (JAMUR, 2012):

$$cf = \frac{\partial g}{\partial H} H_p \quad (14)$$

Na Eq.14 o termo H_p refere-se a altitude do ponto acima da superfície de referência, no caso o geóide e $\frac{\partial g}{\partial H}$ representa o gradiente vertical associado ao campo gravitacional. Na grande maioria dos trabalhos na área de Geodésia e Geofísica é comum utilizar o gradiente vertical associado ao campo gravitacional conforme a Eq. 15 (GEMAEL, 1999):

$$cf = 0,3086 \left(\frac{mGal}{m} \right) H \quad (15)$$

Sendo o termo H referente a altitude do ponto sobre a superfície de referência, no caso o geóide e o valor de cf em miligals (mGal). Assim, a partir da junção das Eq. 13, Eq. 14 e Eq. 15, pode-se representar a anomalia ar livre conforme a Eq.16:

$$\Delta g_f = g - \gamma + 0,3086 \left(\frac{mGal}{m} \right) H \quad (16)$$

2.8 REDUÇÃO DE BOUGUER E CORREÇÃO DO TERRENO

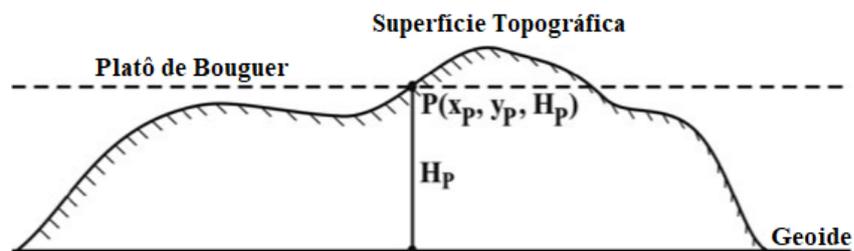
A redução de Bouguer refinada ou completa leva em consideração o efeito da correção do terreno (ct) e também a correção ar livre, conforme a Eq. 17, em seu processo de redução e remove todas as massas topográficas acima do geóide que estão no platô de Bouguer bem como a irregularidade da superfície topográfica (TZIAVOS e SIDERIS, 2013).

$$C_{Bg} = g - \gamma + cf + 2\pi\rho GH - ct \quad (17)$$

A partir do quarto termo da Eq. 18, adotando o valor de G como o valor da constante de gravitação universal ($6,67 \times 10^{-11} \text{m}^3/\text{kg} \times \text{s}^2$) e o valor de densidade $\rho = 2.670 \text{kg}/\text{m}^3$, a correção simplificada de Bouguer fica resumida na Eq.18, onde o valor de H corresponde à altitude do ponto analisado:

$$C_{Bg} = 0,1119H \quad (18)$$

Figura 2 - Correção do terreno e platô de Bouguer.



Fonte: Tziavos e Sideris (2013).

A Eq.19 que relaciona o platô de Bouguer com a correção do terreno, representada na Figura 2, associa os déficits e excedentes de massas topográficas da placa plana e horizontal associada ao platô de Bouguer.

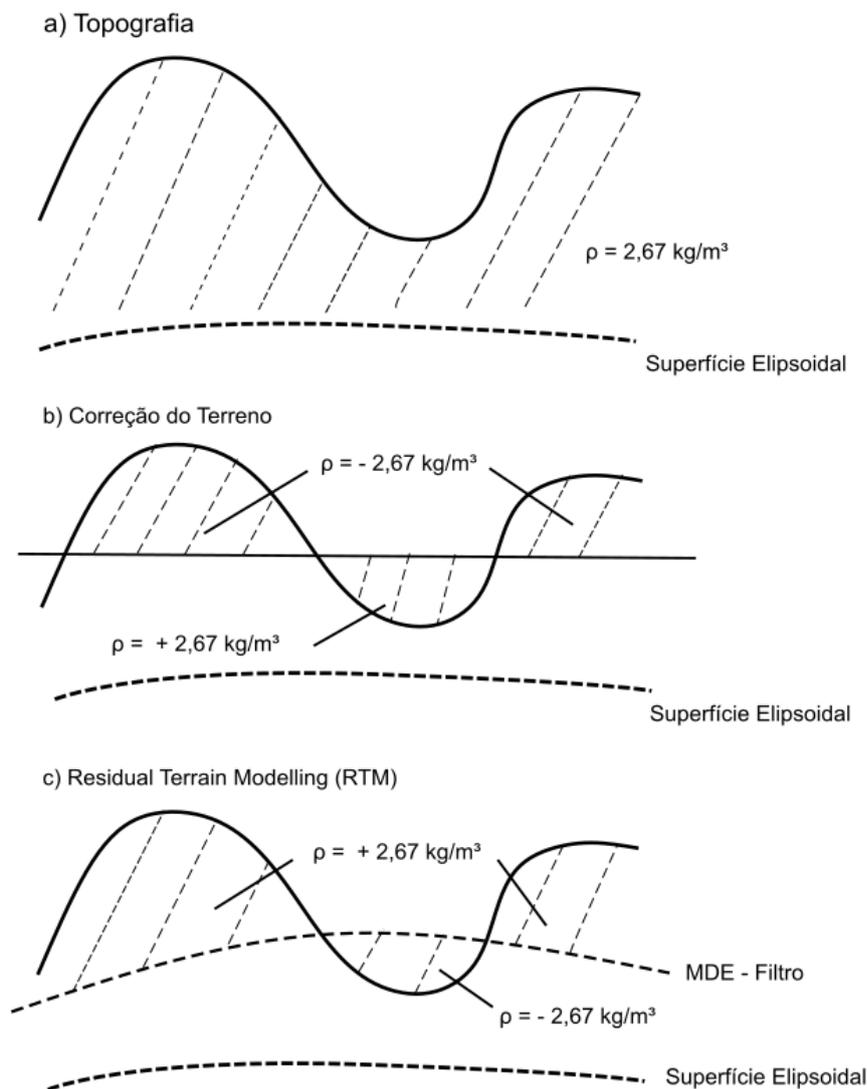
Segundo Jamur (2012) as irregularidades associadas a topografia geram pouca influência na anomalia de Bouguer via ct uma vez que a referida anomalia tende a comportar-se como um coeficiente constante para os curtos comprimentos de onda associada às altitudes no terreno.

2.9 REDUÇÃO RTM

A redução RTM esta inserida no contexto das reduções gravimétricas descritas no capítulo 2.6, mais especificamente na abordagem envolvendo as correções de terreno. No contexto do PVCG, a integral de Stokes pressupõe a inexistência de massas externas à superfície de integração. O relevo, no caso a superfície topográfica, principalmente em regiões com grandes desníveis e áreas montanhosas gera um efeito sobre o campo gravitacional de duas formas. A redução RTM pode ser dividida em duas partes. A primeira parte relaciona-se com uma superfície de referência com a finalidade de modelar a atração gravitacional das massas topográficas. Assim, grandes variações na topografia em distâncias mais curtas geram efeitos mais acentuados nos menores comprimentos de onda. Deste modo, uma superfície de referência, que pode ser adotada a partir de um MDE de referência possui a função de suavizar esses valores antes de qualquer processo de modelagem. A segunda parte, a superfície topográfica tem capacidade de gerar grandezas derivadas a partir do potencial de atração das massas topográficas e essa grandeza pode ser adotada a partir de modelos geométricos que podem ser adotados como correções do terreno como prismas, tesseroides, massa pontual etc.

Nesse contexto, em relação a correção topográfica (ct), descrita na Eq. 17, e na abordagem da remoção das massas topográficas se insere a técnica de redução RTM uma vez que a teoria do potencial é aplicada no problema de valor de contorno da Geodésia (PVCG), na determinação do campo de gravidade externo às massas, e o cálculo do potencial gravitacional pode ser efetuado utilizando a técnica de modelagem da topografia residual (RTM, em inglês *Residual Terrain Modelling*) descrita por Forsberg (1984).

Figura 3 - Diferenças entre a redução do terreno e a redução RTM.



Fonte: Adaptado de Forsberg (1984).

Na Figura 3 consta o detalhamento do terreno desconsiderando a remoção das massas topográficas em 3.a, considerando a remoção das massas usando a correção do terreno (*ct*) em 3.b, e usando uma superfície de referência, no caso um MDE, na redução RTM em 3.c. A redução RTM é empregada para estimar o campo de gravidade por meio de um modelo digital de elevação (MDE) de alta resolução, valendo-se da integral de Newton para gerar os valores do potencial gravitacional (REXER et al., 2018). A integral de Newton pode ser discretizada analiticamente por elementos geométricos, como prismas ou tesseroides, e a estimativa do campo gravitacional é gerada a partir da soma dos efeitos de todos os elementos ao redor de

um ponto de avaliação, ou ponto de cálculo, localizado na superfície topográfica (YANG; HIRT; PAIL, 2020).

Uma das representações do efeito do potencial gravitacional pode ser descrita pela integral de Newton em coordenadas esféricas conforme a Eq. (19) (GROMBEIN, SEITZ, e HECK, 2013; FERRAZ e SOUZA, 2021).

$$V = G \iiint_{\Omega} \frac{\rho}{l} d\Omega \quad (19)$$

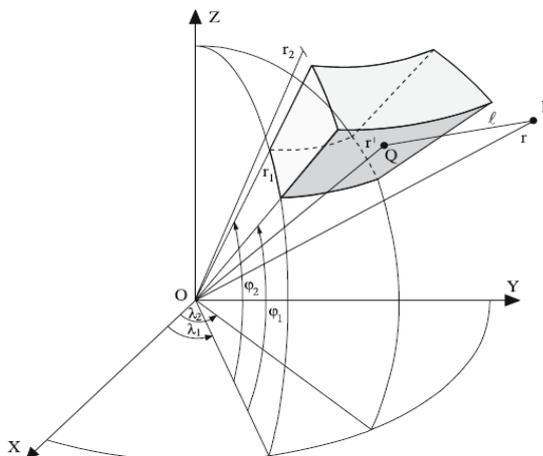
2.10 TESSEROIDES

A partir da Eq. 20, o valor de V representa o valor do potencial gravitacional, G a constante de gravitação universal de Newton, ρ representa o valor de densidade, l a distância euclidiana entre as massas e o elemento $d\Omega$ representa os elementos infinitesimais da integral de volume. A integral de Newton descrita na Eq. 19 pode ser desenvolvida analiticamente através de elementos geométricos como tesseroides, prismas e massa pontual. O valor da anomalia de gravidade a partir da redução RTM é descrito pela Eq. 20 (FORSBERG, 1984; TZIAVOS; SIDERIS, 2013; FERRAZ e SOUZA, 2021).

$$\Delta g_{RTM} = 2\pi G\rho(H - H_{ref}) - G \iint_E \int_{H_{ref}}^H \rho \frac{H_p - z}{l^3} dx dy dz \quad (20)$$

Onde G representa a constante de gravitação universal de Newton, ρ representa o valor da densidade adotada (geralmente 2.670 kg/m^3), H a origem do ponto de cálculo, H_{ref} a altura da feição que será calculado o efeito gravitacional, ρ o valor da densidade e l a distância euclidiana do ponto de cálculo até o elemento analisado (FERRAZ e SOUZA, 2021).

Figura 4 - Representação de um tesseróide.



Fonte: Heck e Seitz (2007).

A integral de Newton pode ser representada analiticamente através de um tesseróide, conforme a Figura 4, é um elemento geométrico delimitado por duas esferas concêntricas com raios r_1 e r_2 constantes, dois meridianos planos ($\lambda_1 = \text{constante}$, $\lambda_2 = \text{constante}$) e duas superfícies cônicas cujas linhas de origem passam pelo centro da esfera e ao longo dos paralelos $\varphi_1 = \text{constante}$, $\varphi_2 = \text{constante}$ (HECK; SEITZ, 2007). O valor da distância da origem do sistema até o centróide do polígono (l) que representa o tesseróide é representado pela Eq. 21 e Eq. 22 (FERRAZ e SOUZA, 2021):

$$\cos\psi_0 = \sin\varphi \cdot \sin\varphi_0 + \cos\varphi \cdot \cos\varphi_0 \cdot \cos(\lambda - \lambda_0) \quad (21)$$

$$l_0 = \sqrt{r^2 + r_0^2 - 2 \cdot r \cdot r_0 \cdot \cos\psi_0} \quad (22)$$

O valor do potencial gravitacional $V(r, \varphi, \lambda)$ é determinado a partir das Eq. 19. Nota-se que a partir da Eq. 23 os efeitos da altura do tesseróide (Δr) começam a ser considerados bem como o efeito da densidade (ρ) da superfície (FERRAZ e SOUZA, 2021).

$$\Delta r = r_2 - r_1 = h_2 - h_1 \quad (23)$$

$$\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1 \quad (24)$$

$$\Delta\lambda = \lambda_2 - \lambda_1 \quad (25)$$

$$L_{000} = \frac{r^2 \cdot (r' - r \cdot \cos\psi_0) \cdot \cos\varphi_0}{l^3} \quad (26)$$

$$V(r, \varphi, \lambda) = G\rho\Delta r\Delta\varphi\Delta\lambda L_{000}[1 + O(\Delta^2)] \quad (27)$$

Na Eq. 27 o termo $O(\Delta^2)$ refere-se ao símbolo de Landau que significa que os termos de ordem 2 ou superiores podem ser negligenciados na equação. Para mais detalhes sobre esse termo pode se consultar Heck e Seitz (2007).

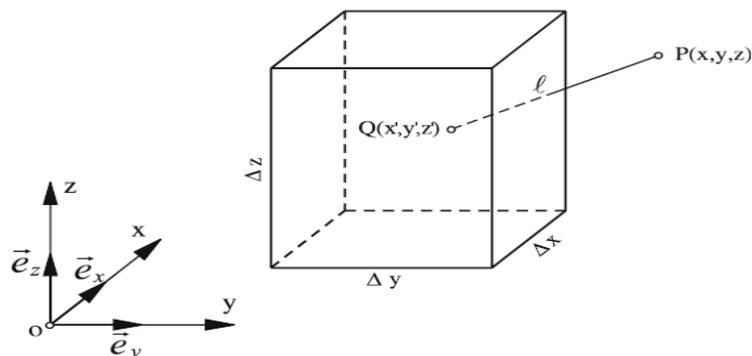
2.12 PRISMAS

O potencial gravitacional também pode ser descrito por um prisma retangular e homogêneo, conforme a Figura 5, que pode ser descrito analiticamente pela integral de Newton em coordenadas planas através das Eq. 28 e Eq. 29 (NAGY; PAPP; BENEDEK, 2000).

$$V(x, y, z) = G\rho \int_{z_1}^{z_2} \int_{y_1}^{y_2} \int_{x_1}^{x_2} \frac{dx' dy' dz'}{l} \quad (28)$$

$$l = \sqrt{(x - x')^2 + (y - y')^2 + (z - z')^2} \quad (29)$$

Figura 5 - Geometria de um prisma retangular.

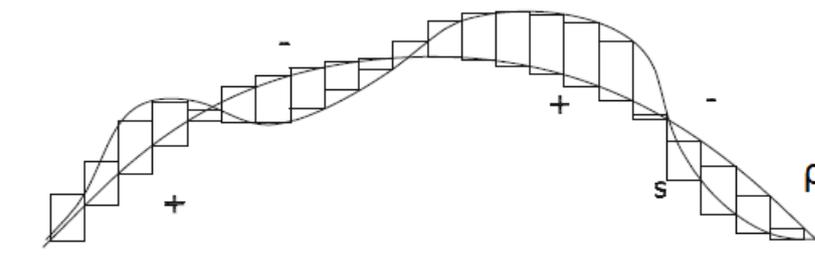


Fonte: Heck e Seitz (2007).

A integral descrita na Eq. 28 pode ser resolvida analiticamente resultando no valor do potencial $V(x, y, z)$ descrito na Eq. 30 (HECK e SEITZ, 2007; FERRAZ e SOUZA, 2021).

$$\begin{aligned}
 V(x, y, z) = G\rho \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 \sum_{k=1}^2 (-1)^{i+j+k} & \\
 \times [(x - x_i)(y - y_j) \ln \ln \left| \frac{z - z_k + w_{ijk}}{\sqrt{(x - x_i)^2 + (y - y_j)^2}} \right| & \\
 + (y - y_j)(z - z_k) \ln \ln \left| \frac{x - x_i + w_{ijk}}{\sqrt{(y - y_j)^2 + (z - z_k)^2}} \right| & \\
 + (z - z_k)(x - x_i) \ln \ln \left| \frac{y - y_k + w_{ijk}}{\sqrt{(z - z_k)^2 + (x - x_i)^2}} \right| & \\
 - \frac{1}{2} ((x - x_i)^2 \arctan \arctan \frac{(y - y_j)(z - z_k)}{(x - x_i)w_{ijk}} & \\
 + (y - y_j)^2 \arctan \arctan \frac{(z - z_k)(x - x_i)}{(y - y_j)w_{ijk}} & \\
 + (z - z_k)^2 \arctan \arctan \frac{(x - x_i)(y - y_j)}{(z - z_k)w_{ijk}} &
 \end{aligned} \tag{30}$$

Figura 6 - Correção do terreno a partir de prismas.

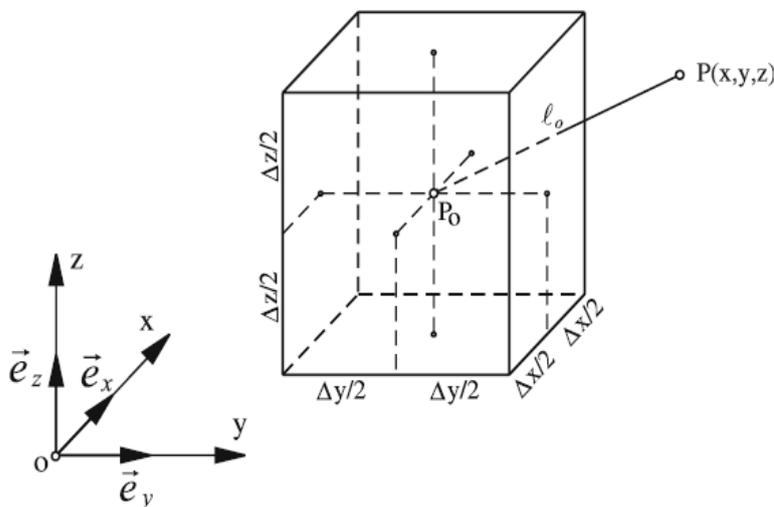


A Figura 6 representa uma estratégia simples de demonstração de correção do terreno em função de representações geométricas a partir de simples polígonos como os prismas. Essa abordagem representa uma simples discretização da integral de Newton a partir da soma do cálculo de várias integrais derivadas desse processo.

2.13 MASSA PONTUAL

Outra forma de descrever o potencial gravitacional pode ser representado pelo elemento massa pontual, Figura 7, cuja formulação matemática é descrita por Heck e Seitz (2007), Wild-Pfeifer (2008), Grombein, Seitz e Heck (2013) e Marotta et al. (2019), onde o valor da massa total do prisma fica concentrado no centro geométrico da Figura 3 e o valor do potencial $V(x, y, z)$ é descrito pela Eq. 31 (FERRAZ e SOUZA, 2021).

Figura 7 - Representação do elemento massa pontual em um prisma retangular.



Fonte: Heck e Seitz (2007).

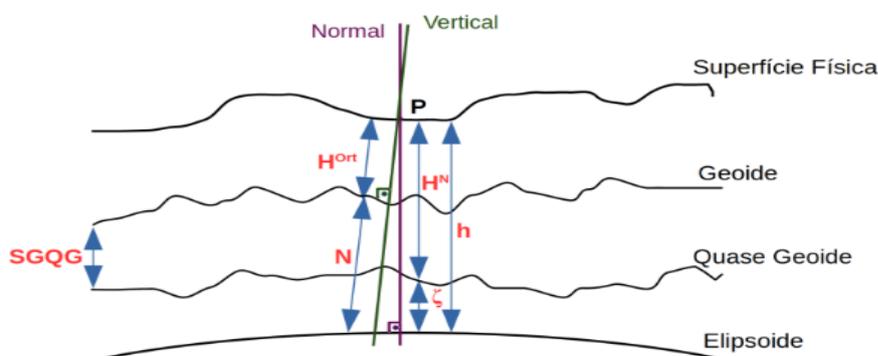
$$V(x, y, z) = \frac{G\rho\Delta x\Delta y\Delta z}{l_0} [1 + O(\Delta^2)] \quad (31)$$

2.14 SEPARAÇÃO GEOIDE-QUASE-GEOIDE (SGQG)

Nas diversas atividades que envolvem trabalhos relacionados à arquitetura, construção civil, hidrologia e geofísica necessitam de um sistema geodésico robusto e confiável para esse tipo de aplicação principalmente em relação ao sistema de altitudes adotado. Conforme Freitas e Sanches (2016) os países da América do Sul não possuem um sistema de referência vertical unificado, ou seja, cada país possui o seu próprio *datum* vertical associado a uma superfície de nível obtida a partir dos registros de um ou vários marégrafos. Nesse contexto podemos citar por exemplo a Argentina usando a altitude ortométrica, com o modelo IGN2017 e o Brasil utilizando a altitude ortométrica até o ano de 2018 (MEDEIROS et al, 2022).

A partir de 2018 o IBGE alterou o sistema de altitudes adotado no Brasil. Assim, nosso sistema de altitudes que usava a altitude ortométrica passou a utilizar a altitude normal como altitude oficial.

Figura 8 - Superfícies de referência no estudo da SGQG.



Fonte: Franck et al. (2022).

Nesse contexto a Figura 8 representa de forma resumida as principais superfícies de referência envolvidas na SGQG: o elipsoide, representado através de uma modelagem geométrica da Terra; o geóide, que representa a superfície de referência para o campo gravitacional; a altura geoidal (N), que pode ser entendida como sendo a separação geóide-elipsoide; a vertical que é a linha de força do campo gravítico real passando pelo ponto na superfície terrestre, sendo ortogonal ao geóide; a normal que é a linha de força do campo gravítico teórico que passa pelo ponto na

superfície terrestre e ortogonal ao elipsoide; a altitude ortométrica (H_{ort}), que é medida sobre a vertical entre o geóide e o ponto na superfície terrestre; a altitude elipsoidal (h) que é contada sobre a normal entre o elipsoide e o ponto na superfície terrestre; a anomalia de altitude (ζ) que é a distância sobre a normal entre o elipsoide e o quase geóide e a altitude normal (H_N) que é a distância sobre a normal entre o quase geóide e o ponto localizado na superfície terrestre.

Em relação a SGQG, o geóide, segundo Sjöberg (2018) é uma superfície equipotencial e serve como referencial vertical em estudos na área de Geodésia e Geofísica. O cálculo do geóide envolve o conhecimento do valor da densidade associado às massas topográficas na grande maioria dos estudos adotam-se um valor padrão de 2.670 kg/m^3 . O quase geóide, descrito por Molodenski (1960) não é uma superfície equipotencial e não tem muitas aplicações práticas na Geodésia. Com o valor do geóide e dados altimétricos gerados através de levantamentos GNSS pode-se chegar ao valor da altitude ortométrica. Como o valor da densidade pode sofrer variações de locais para locais, por exemplo em mares, geleiras, áreas urbanas densamente edificadas a aproximação do valor da densidade de 2.670 kg/m^3 pode gerar um certo grau de incerteza no cálculo do geóide. Nesse contexto se insere a altitude normal onde a densidade não é um parâmetro que gera influência no seu resultado. Na Eq. 32 consta a relação matemática que relaciona a altitude ortométrica e a altitude normal e a diferença entre ambas é denominada de separação Geoide-Quase-Geoide (SGQG) (SILVA et al, 2021).

$$SGQG = N - \zeta = H^N - H \quad (32)$$

A Eq.33, descrita por Flury e Rummel (2009), Sjöberg (2010) e Tziavos e Sideris (2013) estabelece uma relação entre o geóide e a altitude ortométrica (Eq. 33) e a anomalia de altitude e a altitude normal conforme a Eq. 34.

$$h \cong H + N \quad (33)$$

$$h \cong H^N + \zeta \quad (34)$$

Em sua formulação a altitude ortométrica é determinada a partir do valor médio da gravidade a superfície terrestre (gm) e a altitude normal adota o valor da gravidade normal média (γm). A partir da diferença da gravidade média na superfície terrestre e da gravidade normal média obtém-se o valor da anomalia simplificada de Bouguer (Δg_B) conforme a Eq. 35.

$$gm - \gamma m \cong \Delta g_B \quad (35)$$

A relação entre a altitude normal e ortométrica pode ser feita a partir dos números do geopotencial (C) conforme as Eq. 36, Eq. 37 e Eq. 38.

$$H^{ort} = \frac{C}{gm} \quad (36)$$

$$H^N = \frac{C}{\gamma m} \quad (37)$$

$$C = H^N \gamma m = H \quad gm \quad (38)$$

A partir da relação da gravidade normal média (Eq.37) e da gravidade média (Eq.36) e substituindo esses termos na Eq. 35 chega-se à equação que relaciona a anomalia simplificada de Bouguer, altitude normal e altitude ortométrica e a SGQG conforme a Eq. 39.

$$SGQG = N - \zeta \cong \left(\frac{\Delta g_B}{\gamma m}\right)H \quad (39)$$

Segundo Flury e Rummel (2009) e Sjöberg (2010) a Eq. 39 não é uma formulação adequada para regiões montanhosas e testaram a adição de dois termos a mais nessa fórmula em duas áreas de teste sendo uma dessas áreas no sul da Alemanha e outra nos alpes suíços. O primeiro termo leva em consideração a correção topográfica (Eq. 40) onde métodos como a integral de Newton podem ser empregada para estimar o potencial associado às massas topográficas. O segundo termo leva em

consideração a correção gravimétrica (Eq. 41) onde a correção *free-air* é levada em consideração. Segundo os autores a contribuição da adição da correção topográfica (Eq. 40) à Eq.39 geram uma acurácia entre 2 cm e 3 cm no cálculo da SGQG.

$$\frac{V_g^T - V_P^T}{\gamma m} \quad (40)$$

$$\frac{\delta g^{-BO} - \delta g_P^{BO}}{\gamma m} H \quad (41)$$

Na Eq. 41 o termo δg_P^{BO} refere-se à anomalia da gravidade no ponto de cálculo e os termos V_g^T e V_P^T (Eq. 40) são os potenciais topográficos no geóide e na superfície terrestre e δg^{-BO} corresponde ao valor do distúrbio da gravidade entre o nível médio dos mares e o ponto de cálculo na superfície topográfica. Flury e Rummel (2009), destacam a utilização da Eq. 35, correspondente à Correção Topográfica, e a redução gravimétrica completa de Poincaré-Prey em regiões montanhosas. No presente estudo, a correção topográfica foi realizada usando a integral de Newton seguindo a metodologia usada por Ferraz e Sousa (2021) onde os autores usaram a formulação matemática descrita por Forsberg (1984), Heck e Seitz (2007), Wild-Pfeiffer (2008) e Tziavos e Sideris (2013). A Eq. 42 e Eq. 43 detalham os primeiros e segundo termos descritos na Eq.41. A Eq. 44 relaciona as correções topográficas e gravimétricas descritas nas Eq. 40 e Eq. 41 com o cálculo da SGQG descrita na Eq.39.

$$\delta g_P^{BO} = \Delta g = g - \gamma \quad (42)$$

$$\delta g^{-BO} = \Delta g + 0,3086N \quad (43)$$

$$\frac{\delta g^{-BO} - \delta g_P^{BO}}{\gamma m} H \cong \left(\frac{0,3086N}{\gamma m} \right) H \quad (44)$$

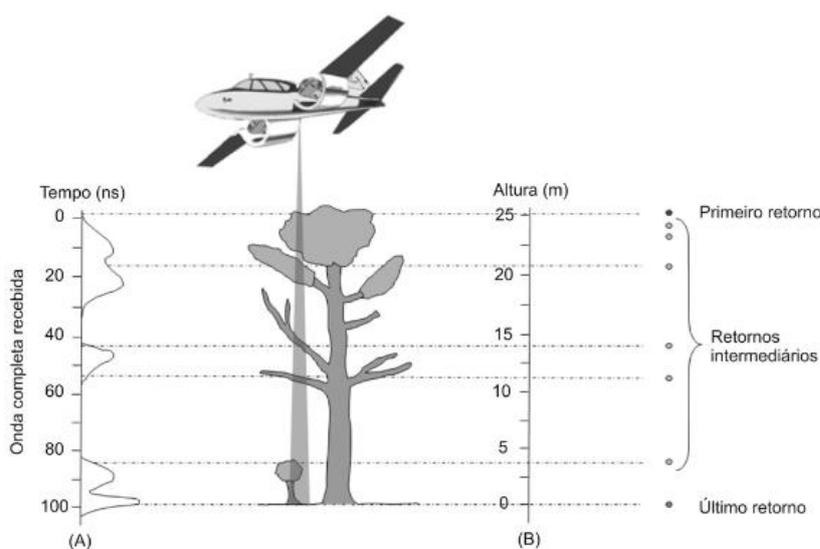
Para Flury e Rummel (2009) a contribuição da correção gravimétrica ao gradiente vertical varia entre -0,32 mGal/m a 0,06 mGal/m sendo que essa contribuição na SGQG fica em torno de milímetros.

2.15 FOTOGRAMETRIA E *LiDAR*

Embora o tema principal dessa tese seja voltado à área da Geodésia Física, conforme foi detalhado no referencial teórico nos capítulos anteriores, não se pode deixar de explicar de maneira resumida os conceitos de Fotogrametria e os sistemas de varredura a laser aerotransportados ou *Light Detection and Ranging (LiDAR)*, medição de distâncias através da luz em tradução literal). A base de dados vetoriais usada em todos os experimentos desta tese foi criada a partir de ortofotos geradas a partir de processos fotogramétricos e de MDT e MDS oriundos de dados *LiDAR*.

Os sistemas *LiDAR* consistem em sensores que medem coordenadas tridimensionais a partir de emissão de pulsos de energia que são enviados diretamente em direção ao alvo com um determinado ângulo em relação ao espelho de varredura do sensor. Dependendo da posição do instrumento, cada pulso irá iluminar no alvo uma área com um formato de um círculo, denominada de área de cobertura laser instantânea. Esse pulso será refletido e pode gerar um retorno ou múltiplos retornos e cada um deles é registrado no sensor como uma coordenada com coordenadas tridimensionais (SHAN e TOTH, 2008).

Figura 9 - Múltiplos retornos dos sistemas *LiDAR*.



Fonte: Wagner et al (2004).

Praticamente toda a energia emitida pelo sensor interage com a superfície do terreno e seria assumido que essa interação resultasse em um único ou múltiplos retornos. Entretanto as diferentes feições que compõem a superfície terrestre irão gerar diferentes retornos em função da forma e dimensão do alvo que receberá o pulso incidente conforme a Figura 9. Desta forma, cada pulso transmitido da fonte emissora pode gerar múltiplos retornos (VOSSSELMAN e MAAS, 2010).

Assim, modelos digitais que representam o terreno podem ser gerados após o processamento dos dados e a separação de seus respectivos retornos. Os retornos intermediários irão gerar o modelo digital de superfície (MDS) e os últimos retornos irão gerar os modelos digitais de terreno (MDT).

Segundo Vosselman e Maas (2010) a Fotogrametria consiste na ciência de obtenção de informações a partir de imagens geradas a partir de sensores imageadores que representam a superfície da terra, meio ambiente, e quaisquer outros objetos físicos. Os produtos gerados a partir de todo o processo fotogramétrico são ortofotos e modelos digitais de elevação.

2.16 ALGUNS TRABALHOS ENVOLVENDO A MODELAGEM DO CAMPO GRAVITACIONAL E A REDUÇÃO RTM

No ano de 2022 foram desenvolvidos dois trabalhos envolvendo o tema referente a correção do terreno. O primeiro desenvolvido por Yuan et al (2022) onde os autores usaram o MDE SRTM para o cálculo da correção do terreno na avaliação de modelos do campo gravitacional a partir de modelos do geopotencial do site do ICGEM (*International Centre for Global Earth Models*). Esse estudo foi desenvolvido na região do planalto do Tibet e na província chinesa de Sichuan. Após o cálculo da correção do terreno os resultados apresentaram valores entre -14,375 mGal e -20,793 mGal. O segundo trabalho envolvendo o mesmo tema, porém usando a técnica de redução RTM foi o estudo desenvolvido por Yang et al (2022) com a finalidade de correção harmônica para o cálculo do valor da ondulação geoidal. Nesse estudo os autores chegaram à conclusão de que esse tipo de correção acaba sendo menor que 1mm em 99% das áreas continentais e que esse efeito pode variar em torno de 10 cm em áreas com terrenos montanhosos e com grande variação de relevo.

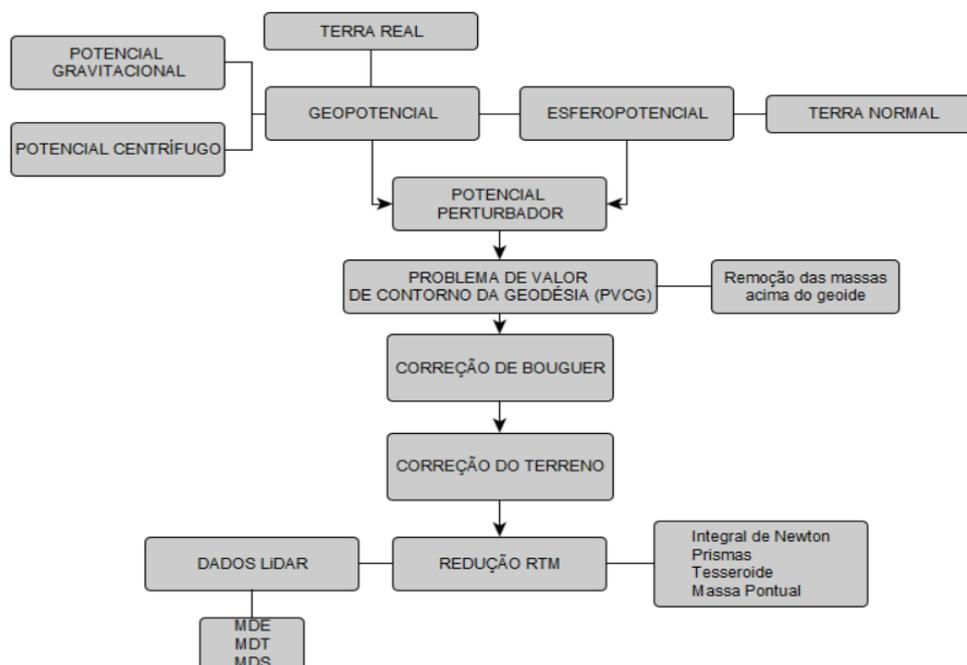
Também existem outros estudos envolvendo o cálculo do valor do potencial gravitacional como por exemplo Heck e Seitz (2007), Wild-Pfeifer (2008) onde eles adotam modelos com densidade (ρ) e alturas dos prismas com valores constantes. Li et al. (2011) adota um modelo de densidades com valores que apresentam uma pequena variação, mas a nível da estrutura do solo, sem considerar a influência das massas de edificações que se encontram acima dessa superfície. Seguindo a mesma linha de pesquisa existem estudos como os desenvolvidos por Deng e Shen (2009) na China, Tsoulis, Novák e Kadlec (2009) na Europa central, Yahaya e El Azzab (2018) na Nigéria, Varga et al. (2019) na Croácia e Hirt et al. (2019) no Himalaia.

Outra aplicação da modelagem RTM também pode ser descrita nos estudos realizados Omang e Forsberg (2000), numa região entre a Finlândia e a Dinamarca onde os autores obtiveram um erro no valor do cálculo do geóide em torno de 5 cm. Um estudo semelhante também foi realizado por Tziavos, Vergos e Grigoriadis (2010) para estimar o valor do geóide, na Grécia, adotando diferentes MDE os autores obtiveram erros entre 3,3 mGal e 14,0 mGal nas anomalias do campo gravitacional e entre 1,6 cm e 26,0 cm no valor do geóide.

Verificou-se que em todos os trabalhos citados anteriormente os valores de densidades são adotados como constantes ou não são o tema principal dos referidos trabalhos e um estudo que aborda a utilização de valores de densidades utilizando modelos de massa foi o desenvolvido no Distrito Federal do Brasil por Marotta, Almeida e Cherubim (2019) na estimativa de um modelo geoidal local.

Outro trabalho que não aborda os conceitos referentes à Geodésia Física, mas serviu de apoio para os experimentos desenvolvidos nesta tese foi o desenvolvido por Zanardi *et al* (2013). Nesse trabalho são descritos os parâmetros envolvendo o levantamento *LiDAR* na cidade de Porto Alegre no ano de 2010. A partir do MDS e do MDT gerados por esse levantamento foram obtidas as alturas das edificações que serviram de apoio para a presente tese. Esse levantamento foi realizado usando os scanners ALS50 e ALS60 e foi adotado uma sobreposição lateral de 30% com 68 faixa de voo na direção norte sul. Nesse mesmo estudo foi realizada uma validação da altimetria usando 92 pontos GNSS medidos em campo com uma média das diferenças de 7,5 cm e com um desvio-padrão de 6,00 cm.

Figura 10 - Resumo envolvendo os conceitos entre a teoria do potencial e a redução RTM.



Fonte: Elaborado pelo autor (2022).

Na Figura 10 consta um resumo dos conceitos abordados até o presente momento desde as considerações envolvendo o potencial perturbador a partir do geopotencial e esferopotencial bem como as abordagens envolvendo o PVCG e a remoção das massas topográficas a partir da redução/correção de Bouguer. Nota-se que a partir da redução refinada de Bouguer essa remoção das massas pode ser efetuada de várias maneiras.

A literatura, no caso Gemael (2002) e Jamur (2012) citam a correção do terreno como uma forma de efetuar esse tipo de redução. Essa etapa é feita a partir de dados altimétricos oriundos de cartas topográficas. Forsberg (1984) e Tziavos e Sideris (2013) citam a redução RTM como outro tipo de correção de terreno onde usa-se um MDE de alta resolução como superfície de referência.

Essa redução usa elementos de massa como prismas e tesseróides a partir da integral de Newton para estimar o valor do potencial gravitacional e efetuar a remoção das massas topográficas.

3. EXPERIMENTOS REALIZADOS

Para a obtenção do doutorado pelo programa de Pós-Graduação em Sensoriamento Remoto da Universidade Federal do Rio Grande do Sul (PPGSR-UFRGS), pelo regimento do ano de 2018, era necessário a publicação de pelo menos um artigo em uma revista com qualis B2 e duas submissões em periódicos com o mesmo qualis. Nesse contexto foram gerados 3 artigos desenvolvidos na cidade de Porto Alegre.

O primeiro artigo foi publicado em fevereiro de 2021 na Revista Brasileira de Cartografia (Ferraz e Souza, 2021) onde foram analisados diferentes elementos de massa a partir de um ponto de cálculo que foi inserido no ponto central da área de estudo. Esse trabalho completo consta no APÊNDICE A da presente tese e seus principais tópicos e resultados estão descritos nos capítulos 3.2 e 4.1.

O segundo artigo, que foi submetido ao periódico *Survey Review* em julho do ano de 2022, encontra-se no APÊNDICE B da presente tese. Nesse estudo foi avaliado a variação do valor da anomalia de gravidade RTM a partir da mudança do ponto de cálculo. Na presente tese, a metodologia desse experimento consta no capítulo 3.3 e a análise dos resultados no capítulo 4.2.

O terceiro artigo, que foi submetido ao periódico Boletim de Ciências Geodésicas em junho de 2022, encontra-se no APÊNDICE C da presente tese. Nesse experimento foi verificado o valor da separação Geoide-Quase-Geoide (SGQG) associado as massas das edificações bem como a SGQG em relação a superfície topográfica. A metodologia desse experimento está descrita no capítulo 3.4 e a análise dos resultados consta no capítulo 4.3.

3.1 ESTIMATIVA DO MODELO DE DENSIDADES DAS EDIFICAÇÕES

Para obter uma estimativa do modelo de densidades para as edificações da base de dados utilizou-se o padrão descrito em uma reportagem do jornal *The Seattle Times* (2004), que detalha uma distribuição de massas de 984,782 kg/m² para edificações de até um andar, de 1.354,076 kg/m² para edificações com dois andares e de 1.723,05 kg/m² para edificações de três andares. Neste estudo, adotou-se o padrão do valor de

três andares para os prédios com mais de três andares, conforme a Tabela 1 (FERRAZ e SOUZA, 2021).

Para a obtenção do modelo de densidades de todas as edificações da base de dados seguiu-se a seguinte sequência:

1. A quantidade de níveis ou andares de cada edificação ou prédio. Obteve-se a altura de cada prédio pela diferença entre os valores do MDS e do MDT, oriundos do levantamento *LiDAR* realizado pela PMPA no ano de 2008. A quantidade de níveis de cada edificação foi estabelecida pela divisão da altura de cada prédio por três metros. A partir dessa informação adotou-se o valor inteiro para determinar a quantidade de níveis ou andares de cada prédio ou edificação.

Tabela 1 - Modelo de distribuição de massas adotado nesse estudo.

| Andares/Níveis | Massa Empregada |
|------------------------|-----------------------------|
| 01 Andar ou Nível | 984,782 kg /m ² |
| 02 Andares ou Níveis | 1.354,076 kg/m ² |
| A partir de 03 andares | 1.723,05 kg/m ² |

Fonte: Ferraz e Souza (2021).

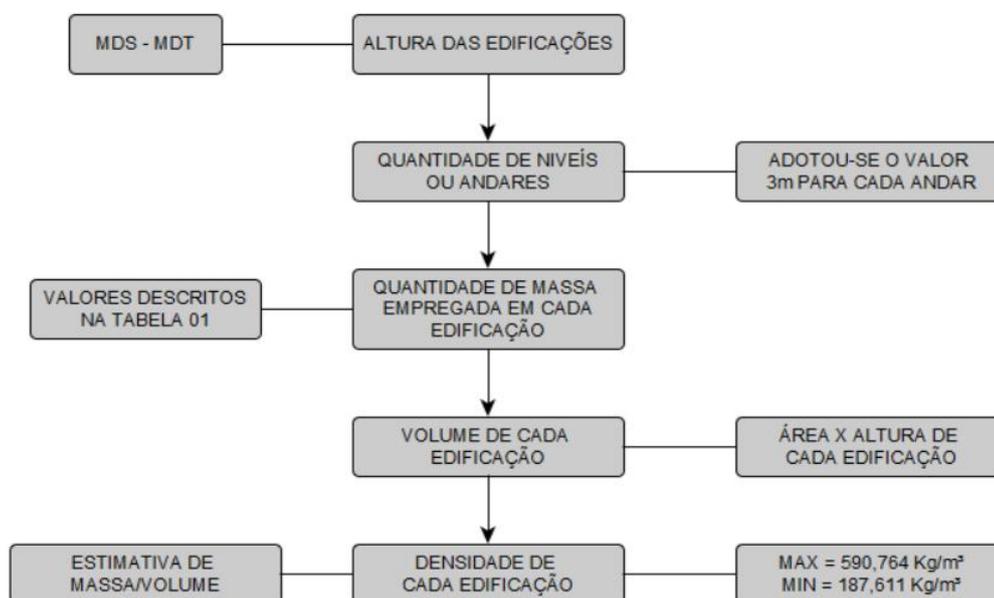
2. A massa empregada de cada prédio em kg. Esta foi obtida por meio da multiplicação da área de cada prédio pela sua respectiva quantidade de níveis. Em seguida, esses valores foram multiplicados pela quantidade de massa empregada conforme a Tabela 1.

3. O volume de cada edifício em m³. Multiplicou-se a área de cada edificação obtida através de uma ortofoto por sua respectiva altura gerada pela diferença entre o MDS e MDT do perfilamento *LiDAR*.

4. Finalmente, o valor de densidade de cada edifício em kg/m³. Dividiu-se a estimativa da massa pelo seu respectivo volume de cada edificação contida na base de dados (FERRAZ e SOUZA, 2021). Na Figura 11 consta o resumo das atividades desenvolvidas no processo de estimativa do modelo de densidades usado nos três experimentos desta tese.

Assim, cada prédio ou edificação da base de dados teve um valor de densidade individualizado, sendo o valor mínimo de toda a base de 187,611 kg/m³ e o valor máximo de 590,764 kg/m³. (FERRAZ e SOUZA, 2021).

Figura 11 - Etapas desenvolvidas no processo de estimativa do modelo de densidades.



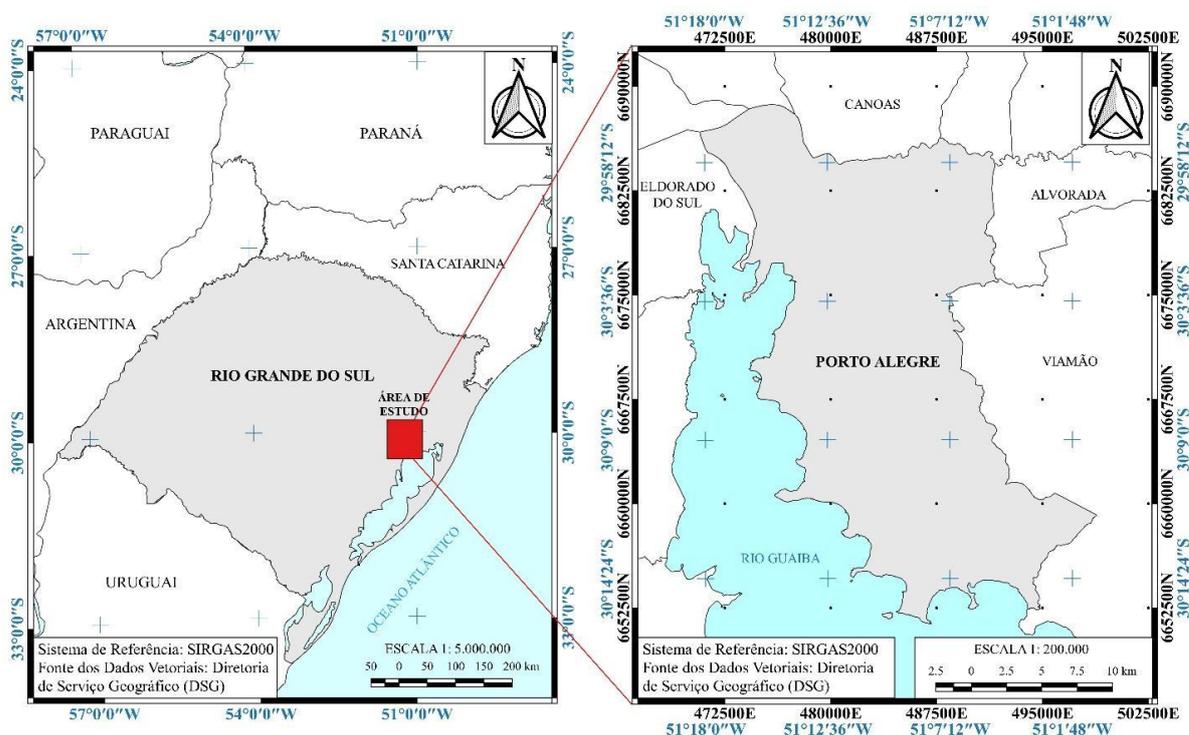
Fonte: Elaborado pelo autor (2022).

Na base de dados desse primeiro experimento também foi realizado uma análise em relação ao cálculo da anomalia de gravidade RTM usando MDT e MDS com diferentes resoluções espaciais.

3.2 EXPERIMENTOS USANDO DIFERENTES ELEMENTOS DE MASSA

O primeiro experimento dessa tese, cujo trabalho completo encontra-se no APÊNDICE A, foi publicado na Revista Brasileira de Cartografia no ano de 2021 (Ferraz e Souza, 2021). Esse estudo foi desenvolvido na cidade de Porto Alegre, no Estado do Rio Grande do Sul, Brasil, conforme a Figura 12. A referida cidade, que é a capital do Estado, possui uma área de aproximadamente 500 km². As distâncias entre os eixos vertical e horizontal são de aproximadamente 34 km e de 18 km respectivamente, com uma altitude média de 10 m acima do nível do mar (FERRAZ e SOUZA, 2021).

Figura 12 - Área de estudo do primeiro experimento desta tese.



Fonte: Ferraz e Souza (2021).

Segundo a Prefeitura de Porto Alegre (PMPA), os prédios mais altos são o edifício Santa Cruz com 32 andares e 96 metros de altura, o Coliseu com 28 andares e 84 metros de altura e o Malcon com 27 andares e 81 metros de altura. Com base nessas informações, estabeleceu-se que a altura de cada andar ou pavimento dessas edificações seria de aproximadamente três metros, e esse parâmetro foi adotado como a altura mínima para cada edificação. Portanto, para reduzir o esforço computacional, apenas os dados referentes a edificações com altura de pelo menos três metros foram armazenados na base de dados (FERRAZ e SOUZA, 2021).

Após a descrição do local dos experimentos, a Figura 13 procura sintetizar um resumo de todas as atividades desenvolvidas nesse primeiro experimento. Inicialmente foi criada uma base de dados de trabalho a partir dos vetores das edificações oriundos da PMPA. Após essa etapa, utilizando as nuvens de pontos dos dados *LiDAR*, gerou-se um MDS e um MDT com resolução espacial de dois metros da área da cidade de Porto Alegre. A partir da diferença do MDS e MDT, obteve-se a estimativa de altura dos prédios onde se efetuou uma filtragem nas edificações,

deixando apenas aquelas edificações com alturas superiores a 3 (três) metros (FERRAZ e SOUZA, 2021).

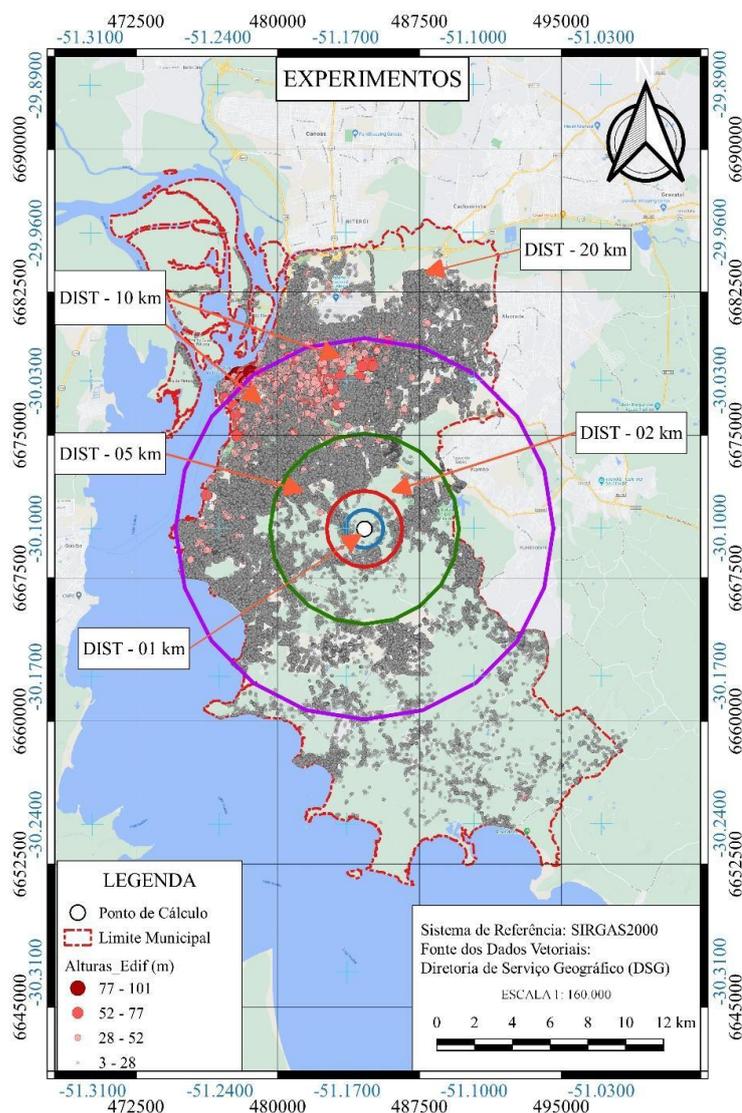
Figura 13 - Fluxograma das atividades desenvolvidas no primeiro experimento.



Fonte: Ferraz e Souza (2021).

Após o processo de filtragem das edificações foi aplicada a técnica de redução RTM usando os elementos de massa tesseróide, prisma e massa pontual na base de dados e na sequência os dados gerados foram comparados, dentro das suas devidas proporções, com o estudo desenvolvido por Heck e Seitz (2007) com a finalidade de verificar a coerência dos valores gerados. Nesse estudo, foi utilizado como modelo de referência ou MDE de referência, conforme Forsberg (1984), o MDT gerado a partir do perfilamento *LiDAR*. Os dados altimétricos utilizados para o cálculo da anomalia de gravidade associada às massas das edificações foram gerados a partir do MDS oriundo dos dados *LiDAR*. (FERRAZ e SOUZA, 2021).

Figura 14 - Distribuição das edificações na área de estudo.



Fonte: Ferraz e Souza (2021).

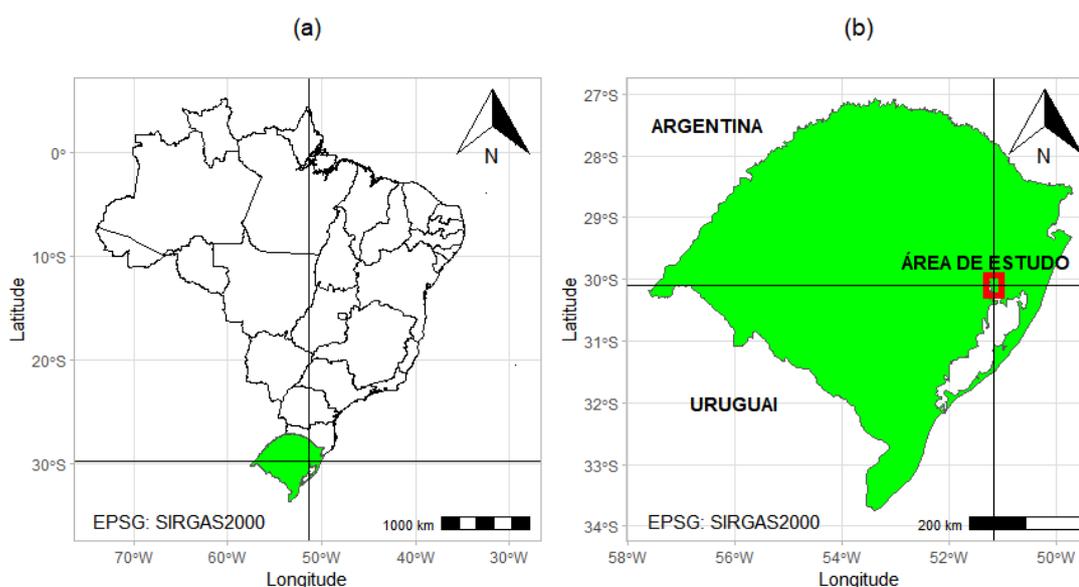
Na Figura 14 consta um mapa do primeiro experimento desta tese em escala 1:160.000. No mesmo experimento estão representados os raios de avaliação para distâncias de 1 km, 2 km, 5 km, 10 km e 20 km. O ponto de origem, ou ponto de cálculo, para o cálculo do potencial gravitacional, ficou localizado entre os bairros Cascata e Belém Velho, com uma altitude de 12,822 m, haja vista que esse local corresponde ao centro geométrico do polígono da cidade de Porto Alegre. É possível também observar nessa figura que as edificações mais altas encontram-se nos experimentos com distâncias de 10 e 20 km (FERRAZ e SOUZA, 2021).

Os cálculos referentes aos elementos de massa tesseróide, prisma e massa pontual foram implementados na linguagem de programação Python versão 3.7. Foram utilizados os módulos Numpy e Tensorflow para as operações matriciais, Pandas para o tratamento de bases de dados e Matplotlib para a geração de gráficos. Utilizou-se duas ferramentas científicas como a IDE (*Integrated Development Environment*) Spyder versão 4.0.1 e o Google Colaboratory (Google Colab) (FERRAZ e SOUZA, 2021).

3.3 EXPERIMENTOS COM VARIAÇÃO DO PONTO DE CÁLCULO

Este segundo experimento, foi submetido ao periódico *Survey Review* em julho de 2022 e o texto completo do trabalho encontra-se no APÊNDICE B da presente tese. No estudo desenvolvido por Ferraz e Souza (2021) o cálculo da anomalia de gravidade foi gerado a partir de um ponto de cálculo e a anomalia de gravidade, em relação ao nível do solo e edificações, foi calculada usando diferentes elementos de massa (prisma, tesseróide e massa pontual).

Figura 15 - Experimento com variação do ponto de cálculo.

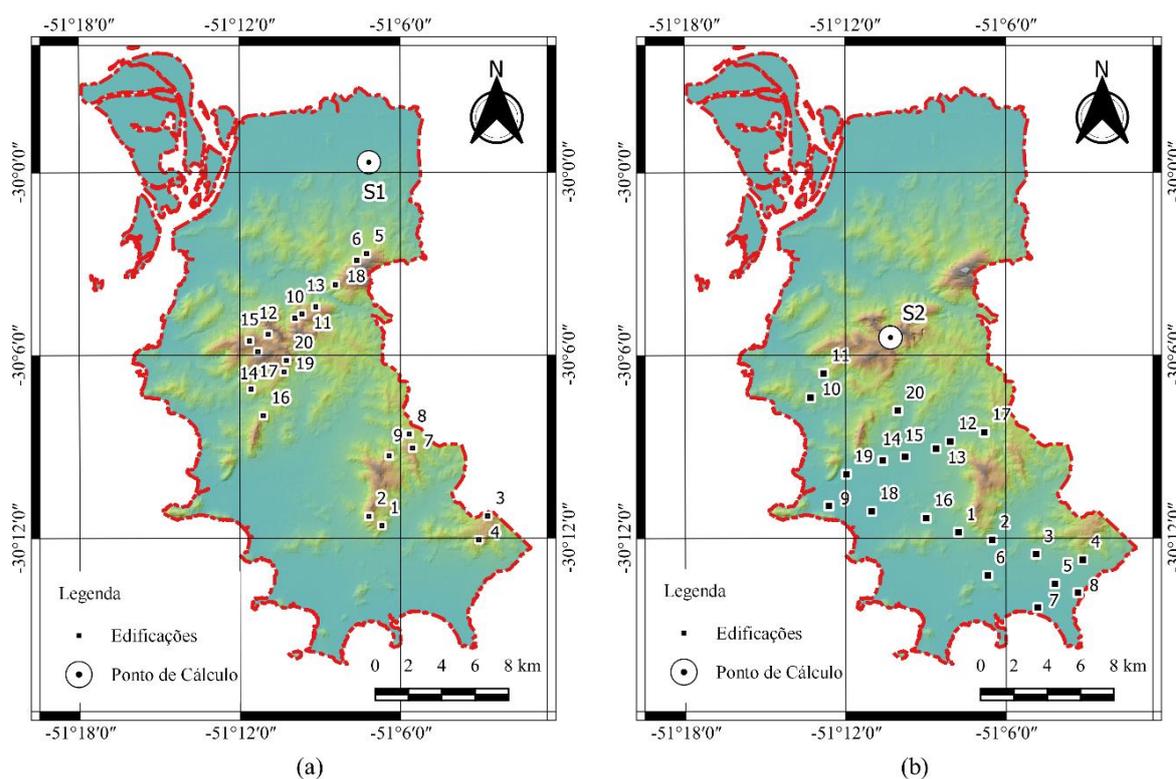


Fonte: Elaborado pelo autor (2022).

Porém, verificou-se que modificando a posição desse ponto de cálculo o valor da anomalia de gravidade em relação às edificações apresentou uma certa variabilidade. Outro fator que não foi analisado no referido estudo foi verificar se a resolução espacial do MDT e MDS utilizados geravam algum tipo de influência nos resultados obtidos.

Assim, no presente experimento procurou-se calcular a correção do terreno usando apenas o elemento de massa tesseróide uma vez que no estudo desenvolvido por Ferraz e Souza (2021) não houve diferença significativa na utilização de diferentes elementos de massa e procurou-se utilizar o padrão dos cálculos analisados a partir dos estudos de Heck e Seitz (2007).

Figura 16 - Experimentos realizados no presente estudo.



Fonte: Elaborado pelo autor (2022).

Nesse segundo experimento foi adotado o mesmo modelo de densidades de edificações e a mesma base de dados vetoriais descrita por Ferraz e Souza (2021) no capítulo anterior. Assim foram realizados dois experimentos variando a posição do

ponto de cálculo (H_{ref}). No primeiro experimento, conforme a Figura 16.a, o ponto de cálculo (S1) foi gerado em uma região mais plana nos limites da área de estudo, com um valor de altitude de 10,252 m e as edificações foram localizadas em regiões com maiores valores de altitude. Nesse experimento procurou-se obter valores positivos a partir do termo $H - H_{ref}$ associado à superfície de referência, no caso o MDT gerado a partir dos dados *LiDAR*.

No segundo experimento, conforme a Figura 16.b, o ponto de cálculo (S2) foi localizado em uma região com maior altitude, com um valor de 222,581 m, dentro da área de estudo e as edificações foram selecionadas em regiões mais planas na área da cidade.

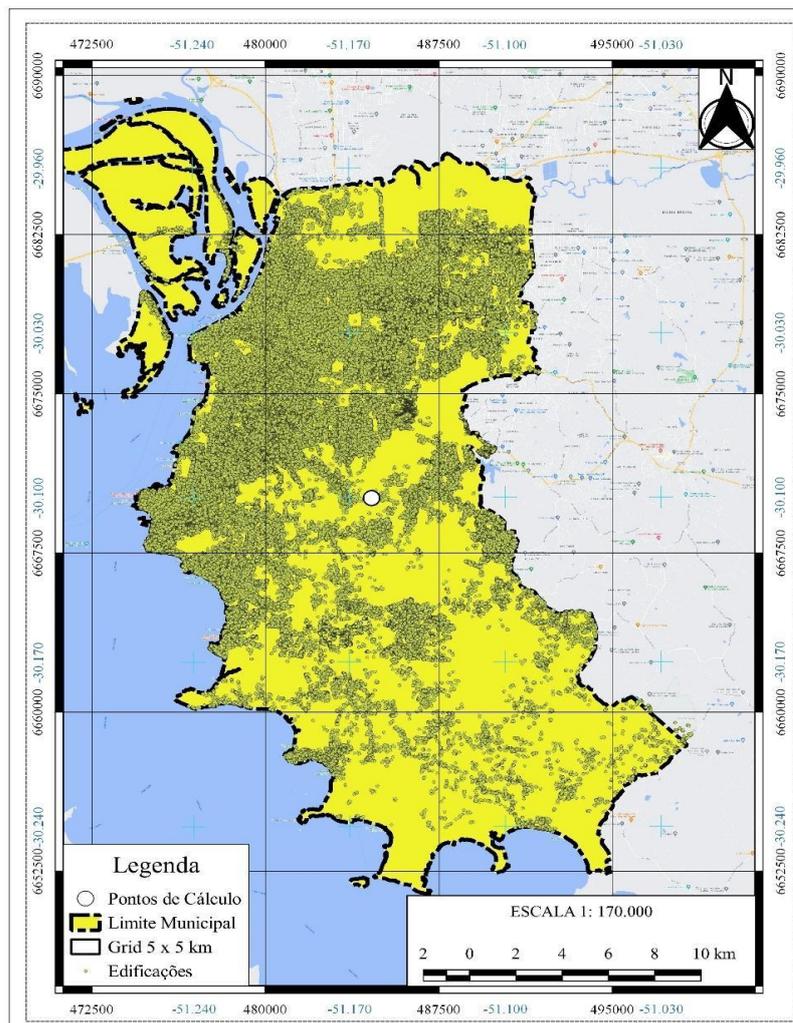
Assim, nesse segundo experimento procurou-se obter valores negativos a partir do termo $H - H_{ref}$ e verificar o impacto dessa influência no cálculo da anomalia de gravidade RTM. Outro parâmetro que possui influência no cálculo da anomalia de gravidade RTM é a densidade e foi necessário estimar as massas das edificações de forma individualizada para se obter o valor de densidade associado à cada uma desses objetos. Para se estimar as massas das edificações, descritas nos experimentos da Figura 16 utilizou-se o modelo desenvolvido por Ferraz e Souza (2021), onde o valor associado a densidade das edificações foi gerado em função das dimensões de cada uma delas. Os autores usaram o padrão descrito na reportagem do jornal *The Seattle Times* (2004), que descreve uma distribuição de massas de 984,782 kg/m² para edificações de até um andar, de 1.354,08 kg/m² para edificações com dois andares e de 1.723,05 kg/m² para edificações de três andares ou mais.

3.4 CÁLCULO DA SEPARAÇÃO GEOIDE-QUASE-GEOIDE

Esse experimento foi submetido ao Boletim de Ciências Geodésicas no mês de junho de 2022. O texto completo desse trabalho bem como seu referencial teórico encontram-se no APÊNDICE C da presente tese.

A área de estudo desse terceiro experimento foi a mesma utilizada nos experimentos anteriores. Para o cálculo da separação geóide-quase-geóide (SGQG) foi usado o elemento de massa tesseróide e usado apenas um ponto de cálculo conforme a Figura 17.

Figura 17 – Estudo referente ao cálculo da SGQG do terceiro experimento.



Fonte: Elaborado pelo autor (2022).

No capítulo referente a análise dos resultados será detalhado os motivos pela escolha de apenas um ponto de cálculo nesse experimento bem como o motivo da escolha do elemento de massa tesseróide para o cálculo da correção do terreno.

Esse experimento começa com a preparação e organização da base de dados e a partir disso ele foi dividido em duas etapas: a primeira análise foi realizada usando apenas o solo e desconsiderando as edificações. Nessa etapa foi usado um valor constante de densidade de 2.670 kg/m^3 com a finalidade de comparar o modelo de densidade das edificações com esse valor que é usado constantemente em vários trabalhos como por exemplo em Heck e Seitz (2007) e Wild-Pfeiffer (2008).

A segunda análise foi considerada usando apenas as edificações e usando um modelo de densidade definido a partir das dimensões de cada edificação. Em relação a preparação dos dados primeiramente as nuvens de pontos do levantamento *LiDAR* foram convertidas em um arquivo matricial usando o software FME Workbench 2018. Assim foram gerados um MDT e um MDS com resolução espacial de 2 metros. Foram extraídas as coordenadas vetoriais contendo as dimensões de todas as 250 mil edificações da cidade. Assim foi gerado uma base de dados contendo as coordenadas tridimensionais do centro de massa de cada edificação sendo que a altura de cada prédio foi gerada a partir da diferença entre o MDS e o MDT oriunda dos dados *LiDAR*. As estimativas de erros, em torno de 7cm, relacionadas a parte altimétrica desse levantamento constam em Zanardi et al. (2013).

A partir da organização da base de dados foi realizado o cálculo da SGQG usando a Eq.08 onde os parâmetros principais desse cálculo são a anomalia simplificada de Bouguer, a gravidade normal média e a altitude ortométrica. Flury e Rummel (2009) e Sjöberg (2010) detalham que em regiões montanhosas tornam-se necessários a adição da correção topográfica e da correção gravimétrica ao cálculo da SGQG. Em Flury e Rummel (2009) altitudes de 800 metros geraram um valor de SGQG em torno de 8 cm. No presente estudo a contribuição da correção topográfica e da correção gravimétrica foram praticamente desprezíveis em relação à análise considerando apenas as edificações uma vez que a maior altitude que foi obtida na base de dados foi de 101 m. Em relação a análise apenas do solo considerando as edificações a maior altitude do terreno foi de 290 m. O cálculo da correção topográfica foi realizado a partir da integral de Newton (Eq. 11) usando o elemento de massa tesseróide cuja formulação matemática encontra-se detalhada em Heck e Seitz (2007) e Wild-Pfeifer (2008). Após os cálculos envolvendo a correção topográfica e correção gravimétrica os resultados foram comparados com os do estudo de Flury e Rummel (2009) e Tenzer et al (2016) para verificar se houve inconsistência nos resultados e após essa etapa foram geradas duas análises sendo uma envolvendo apenas do terreno desconsiderando as edificações e outra análise isolada apenas das edificações.

4 ANÁLISE DOS RESULTADOS

A análise dos resultados da presente tese será abordada em função dos três experimentos analisados até o presente momento, no caso o experimento usando diferentes elementos de massa, variação do ponto de cálculo e o cálculo da Separação Geoide-Quase-Geoide (SGQG).

4.1 ANÁLISE REFERENTE AOS DIFERENTES ELEMENTOS DE MASSA

Esse tópico aborda os resultados referentes ao cálculo do valor do potencial gravitacional V por meio da modelagem RTM, empregando os elementos de massa tesseróide, prisma e massa pontual e o cálculo do efeito gravitacional gerado por esses elementos.

Tabela 2 – Análise dos experimentos usando diferentes elementos de massa.

| Experimento | Nº Prédios | Alt Prédios – Min(m) | Alt Prédios – Max(m) | V Tesseróide (m ² /s ²) | V Prisma (m ² /s ²) | V Massa Pontual (m ² /s ²) |
|-------------|------------|----------------------|----------------------|--|--|---|
| 01 km | 313 | 3,009 | 15,388 | 0,024 | 0,027 | 0,025 |
| 02 km | 3742 | 3,000 | 19,542 | 0,071 | 0,070 | 0,070 |
| 05 km | 36881 | 3,000 | 45,392 | 0,167 | 0,162 | 0,160 |
| 10 km | 150375 | 3,000 | 94,143 | 0,403 | 0,400 | 0,403 |
| 20 km | 58173 | 3,000 | 101,400 | 0,487 | 0,485 | 0,487 |

Fonte: Ferraz e Souza (2021).

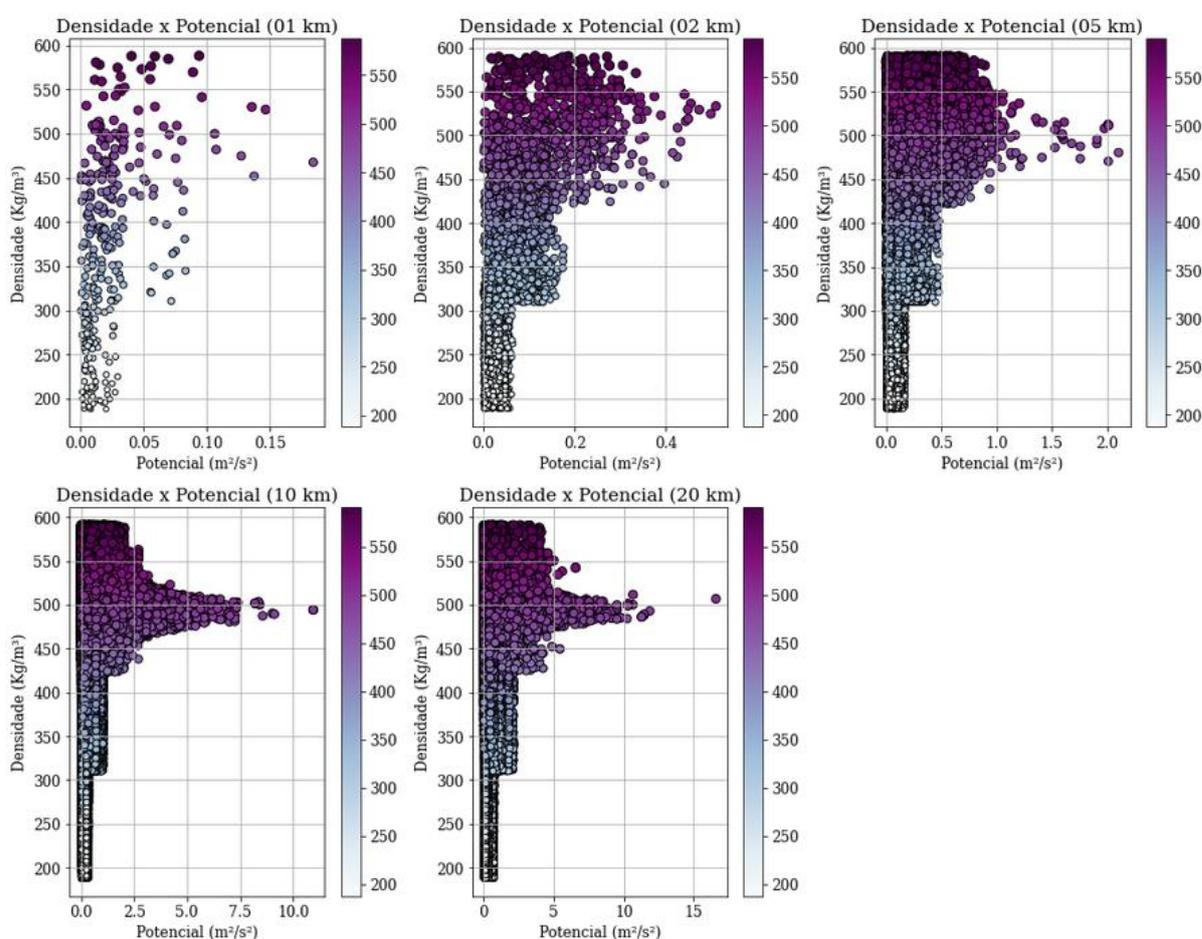
A Tabela 2 mostra um resumo de todos os testes realizados neste trabalho. A coluna “Experimento” contém as distâncias utilizadas nos testes, e a coluna “N.º Prédios” contém o número de edifícios presentes em cada experimento. Os valores das alturas mínima e máxima (“Alt.”) em cada experimento também foram incluídos na Tabela 2, assim como o valor médio de V atribuído a cada elemento de massa (FERRAZ e SOUZA, 2021).

A estimativa de erros referente aos experimentos descritos na Tabela 2 foi gerada a partir da comparação dos estudos desenvolvidos em Heck e Seitz (2007). Nesse estudo os autores avaliaram o valor do potencial V para distâncias de 30 m até

108 km. A partir da observação dos resultados obtidos por Heck e Seitz (2007) verificou-se que os valores de V apresentaram resultados muito semelhantes, ou seja, o valor médio para edificações a uma distância de 1 km variou entre $0,024 \text{ m}^2/\text{s}^2$, com um elemento de massa tesseróide, e o valor de $0,027 \text{ m}^2/\text{s}^2$, com o elemento de massa prisma. Essa pequena diferença também ocorreu em testes nas distâncias de 2 km, 5 km, 10 km e 20 km.

A partir desses valores, estima-se que esses valores apresentaram pouca variação devido às distâncias dos experimentos não serem superiores a 20 km, já que nos experimentos realizados por Heck e Seitz (2007) esses valores começaram a apresentar diferenças significativas em distâncias superiores a 9 km (FERRAZ e SOUZA, 2021).

Figura 18 - Valor do potencial gravitacional V em função da densidade e da altura das edificações.



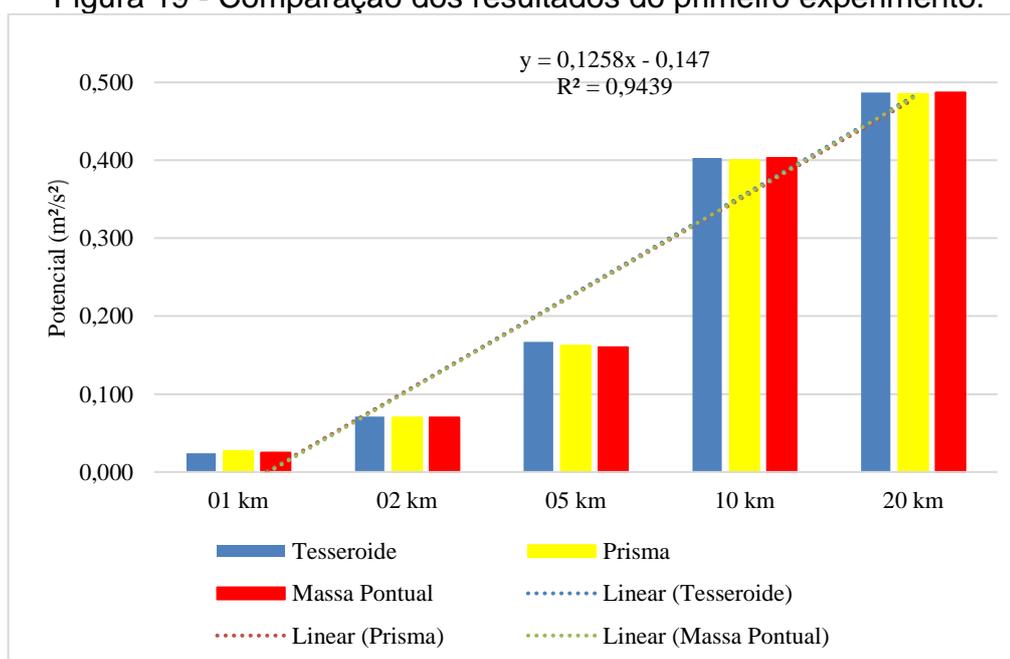
Fonte: Ferraz e Souza (2021).

Os maiores valores de V foram obtidos em experimentos com distâncias de 10 km e 20 km, ambos diretamente influenciados pelo número de edificações neste experimento (em torno de duzentas mil edificações), comprovando que esta variável está diretamente relacionada ao valor de V . Assim, na Figura 18 procurou-se mostrar a relação entre o valor de V em função da densidade e altura dos edifícios (FERRAZ e SOUZA, 2021).

Na Figura 18, o número de círculos representa o número de prédios em cada experimento, o diâmetro de cada círculo representa a altura de cada prédio e os círculos mais escuros representam aqueles que possuem os maiores valores de altura. Constatou-se que os maiores valores de V foram nas áreas de densidade entre 400 kg/m^3 e 550 kg/m^3 e para edifícios com alturas entre 60 m e 80 m (FERRAZ e SOUZA, 2021).

A partir da integral de Newton, os dois principais parâmetros envolvidos no cálculo do valor de V (ignorando a constante de gravitação universal) são o valor da densidade ρ e a distância até o ponto de cálculo do sistema. A altura dos edifícios foi um dos parâmetros utilizados para estimar o modelo de densidade de cada edifício, e verificou-se que os maiores valores de V foram encontrados nos experimentos contendo os edifícios com os maiores valores de altura (FERRAZ e SOUSA, 2021).

Figura 19 - Comparação dos resultados do primeiro experimento.



Fonte: Ferraz e Souza (2021).

A partir desses resultados, procurou-se verificar se havia alguma relação matemática (linear, quadrática ou exponencial) entre o valor de V e as distâncias entre os elementos de massa analisados. Como pode ser visto na Figura 19, os experimentos apresentaram um comportamento linear entre o valor do potencial com o incremento da distância, sendo o maior valor verificado no experimento a uma distância de 20 km (FERRAZ e SOUZA, 2021).

Consequentemente, para verificar se houve diferença significativa entre os experimentos, foi realizado um teste de análise de variância (ANOVA). Este é um teste de hipótese não paramétrico em que a hipótese fundamental (H_0) indica que não existe diferença significativa entre os dados avaliados dentro do mesmo grupo e entre os demais grupos de comparação, e a hipótese alternativa (H_1) indica que os dados possuem variância significativa (MONTGOMERY; RUNGER; CALADO, 2000). Neste caso, as hipóteses testadas foram (FERRAZ e SOUZA, 2021):

- H_0 , hipótese básica ou nula, indica que não houve variação significativa entre os dados analisados dentro de um mesmo grupo e entre outros grupos de comparação. Nesse experimento os grupos de comparação representam os valores de V utilizando os elementos de massa tesseróide, prisma e massa pontual.

- H_1 , hipótese alternativa, indica a existência de uma diferença significativa entre os experimentos.

Na Tabela 3 constam os resultados do teste ANOVA. Comparando o valor de $F_{\text{Calculado}}$, que corresponde a quociente entre a variação entre os grupos e a variação entre os grupos, com o valor de $F_{\text{Teórico}}$ (tabelado) nota-se que ele é inferior ao valor teórico aceitando-se, assim, a hipótese básica a um nível de confiança de 95%. Outra maneira de se avaliar a significância da estatística do teste ANOVA consiste na análise do valor-P. Caso $\text{valor-P} < \alpha$ ou $\text{valor-P} < 0,05$ rejeitamos a hipótese básica, caso contrário, não se rejeita a hipótese de nulidade de H_0 , ou seja, não há evidências de diferenças significativas entre os experimentos. Conforme o exemplo desse estudo, descrito na Tabela 3, o $\text{valor-P} > 0,05$ ratifica a aceitação de H_0 e a rejeição de H_1 . (FERRAZ e SOUZA, 2021).

Portanto, a partir dos dados obtidos na Tabela 3, verifica-se que não há diferenças significativas entre os experimentos onde o valor-P é de $0,998 > 0,05$

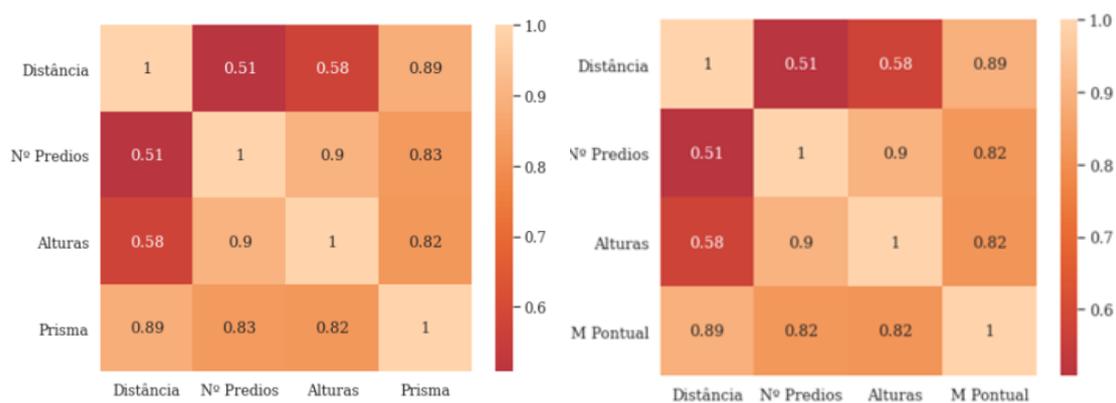
rejeitando a hipótese alternativa e aceitando a hipótese básica, ou seja, nesse estudo a utilização dos elementos de massa tesseróide, prisma e massa pontual não apresentaram valores com diferenças significativas para distâncias de 01 km, 02 km, 05 km, 10 km e 20 km (FERRAZ e SOUZA, 2021).

Tabela 3 - Análise de variância (ANOVA) entre os experimentos.

| Fonte da | SQ | GL | MQ | F _{Calculado} | valor-P | F _{Teórico} |
|--------------|-------|--------|-------|------------------------|---------|----------------------|
| Entre grupos | 0,000 | 2,000 | 0,000 | 0,002 | 0,998 | 3,885 |
| Dentro dos | 0,070 | 12,000 | 0,006 | | | |
| Total | 0,070 | 14,000 | | | | |

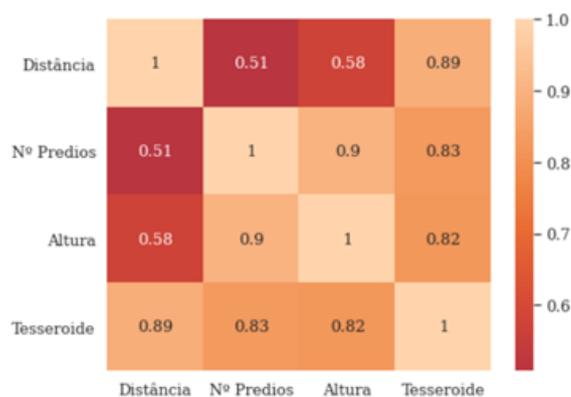
Fonte: Ferraz e Souza (2021).

Figura 20 - Análise de correlação do primeiro experimento dessa tese.



(a)

(b)



(c)

Fonte: Ferraz e Souza (2021).

A integral de Newton considera a densidade e distância do ponto de cálculo até o elemento de massa como parâmetros fundamentais. Pelo gráfico da Figura 19 notou-se que o valor do potencial apresentou uma relação linear em cada experimento, assim, estimou-se esse tipo de relação entre a distância ao sistema de origem e também em relação as variáveis que foram utilizadas para se chegar ao valor da densidade de cada edificação, no caso a quantidade de prédios e a altura de cada prédio, através de uma análise de correlação conforme a Figura 20.

Assim, ficou evidenciado a existência de linearidade entre as variáveis distância, quantidade de prédios e altura dos prédios no cálculo do potencial a partir dos elementos de massa prisma (Figura 20.a), massa pontual (Figura 20.b) e tesseróide (Figura 20.c).

Após as análises do potencial gravitacional foi estimado o valor da anomalia de gravidade associada à topografia a partir das massas das edificações. Na Tabela 4, Δg Solo refere-se ao valor médio da anomalia de gravidade referente à superfície topográfica, associada ao MDT para cada experimento. Neste caso, para sua obtenção utilizou-se os valores de altitude referentes ao MDT gerado por dados *LiDAR* e valor da densidade (ρ) igual a 2.670 kg/m^3 . Nesta tabela também é apresentado o valor médio da anomalia de gravidade associado à topografia e as massas das edificações (Δg Prédios). Entretanto, para sua obtenção fez-se uso do modelo de densidades descrito na Tabela 4 e dos valores das alturas dos prédios obtidos em relação ao MDS (FERRAZ e SOUZA, 2021).

Tabela 4 - Valores do efeito das massas topográficas associadas às edificações no cálculo da anomalia de gravidade (valores em mGal).

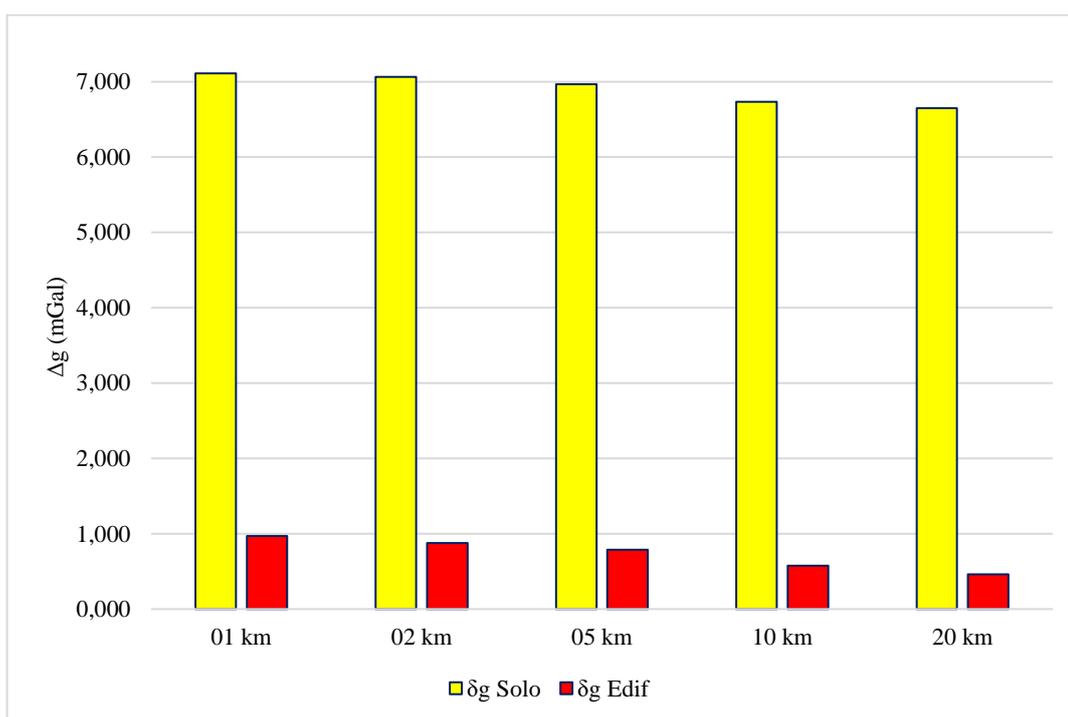
| Experimento | Δg Solo | $\sigma \Delta g$ Solo | Δg Edif | $\sigma \Delta g$ Edif |
|---|-----------------|------------------------|-----------------|------------------------|
| 01 km | 7,113 | 0,026 | 0,969 | 0,278 |
| 02 km | 7,067 | 0,068 | 0,877 | 0,264 |
| 05 km | 6,970 | 0,161 | 0,788 | 0,246 |
| 10 km | 6,734 | 0,523 | 0,575 | 0,325 |
| 20 km | 6,650 | 0,753 | 0,460 | 0,396 |
| Média | 6,907 | 0,306 | 0,734 | 0,302 |
| Relação entre Δg Edificações/ Δg Solo | | | | 10,62% |

Fonte: Ferraz e Souza (2021).

A partir dos valores descritos na Tabela 4 e Figura 21, chegou-se ao resultado que a influência das massas das edificações representou 10,62% do valor da anomalia de gravidade em comparação com o seu correspondente em relação à superfície topográfica associada ao MDT com dados *LiDAR* (FERRAZ e SOUZA, 2021).

A Tabela 4 mostra o valor do desvio-padrão da anomalia de gravidade calculado a partir das massas das edificações e em relação ao solo ($\sigma\Delta g$ Edif e $\sigma\Delta$ Solo). Os maiores valores de desvio-padrão ocorreram nos experimentos com maior número de prédios, nesse caso os experimentos com as distâncias de 10 e 20 km (FERRAZ e SOUZA, 2021).

Figura 21 - Comparação do efeito associado às massas das edificações em relação à topografia.



Fonte: Ferraz e Souza (2021).

Este valor segue a literatura, no caso Schwarz (1984) onde o autor descreve que entre 2 e 34% dos espectros relacionados ao campo de gravidade associados ao cálculo do geóide estão contidos nas altas frequências relacionadas ao MDE de alta resolução. Embora não seja o foco principal deste estudo, e ao comparar os resultados

dos estudos de Tziavos, Vergos e Grigoriadis (2010), estima-se os dados do presente experimento podem gerar uma influência de 3,85 cm e 6,49 cm no valor do cálculo do geoide em regiões com uma grande quantidade de edificações como por exemplo grandes cidades como a cidade de Porto Alegre (FERRAZ e SOUZA, 2021).

Também foi verificado a influência da resolução espacial dos MDT e MDS usados para se estimar o valor da anomalia de gravidade RTM considerando todas as edificações da base de dados, nesse caso, sem a variação das distâncias conforme os experimentos da Tabela 4. Na Tabela 5 consta um resumo das avaliações referentes a resoluções espaciais de 2 m, 5 m, 10 m e 20 m (coluna RDEM) e o valor da anomalia de gravidade RTM associado ao MDT e ao MDS (colunas MDT e MDS) e seus respectivos desvios-padrões. A coluna referente ao MDS considera as dimensões e modelo de densidades referentes apenas às edificações.

Tabela 5 - Resumo dos experimentos em função da resolução espacial dos MDE.

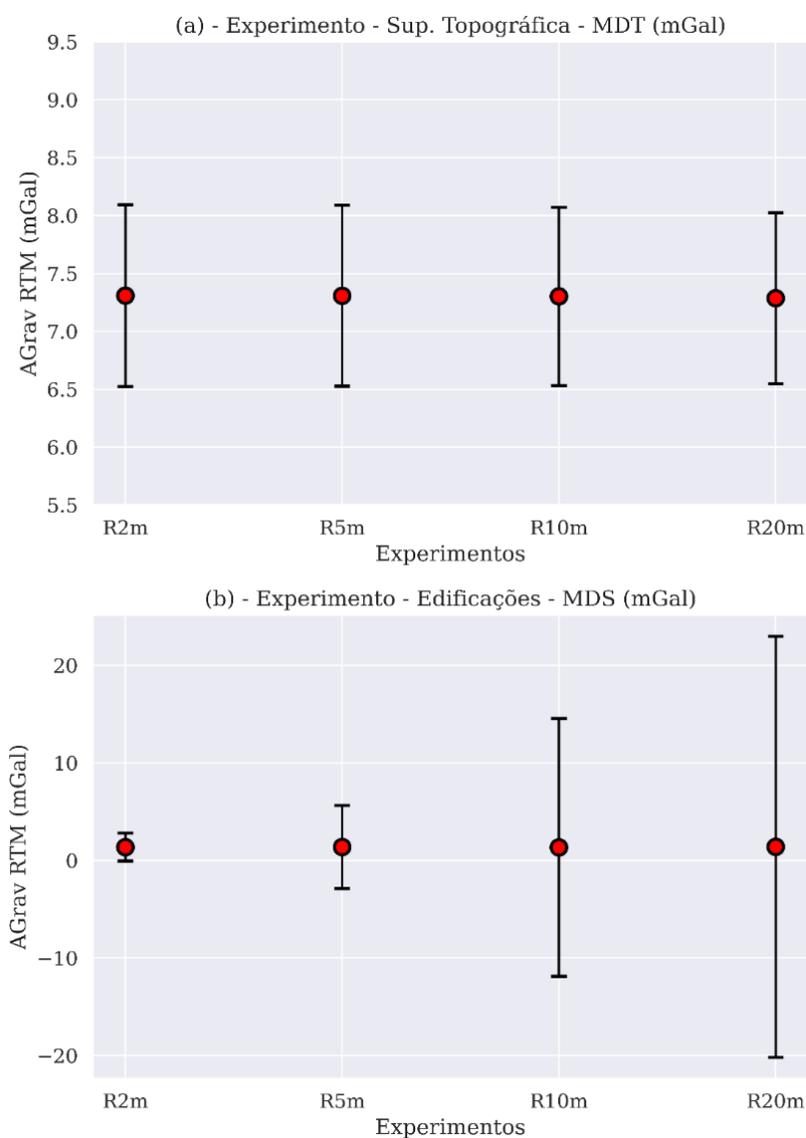
| Exp | RDEM (m) | MDT (m) | σ MDT (m) | MDS (m) | σ MDS (m) |
|-----|----------|---------|------------------|---------|------------------|
| 1 | 2 | 7,309 | 0,784 | 1,364 | 1,436 |
| 2 | 5 | 7,307 | 0,780 | 1,374 | 4,259 |
| 3 | 10 | 7,302 | 0,770 | 1,341 | 13,212 |
| 4 | 20 | 7,287 | 0,737 | 1,398 | 21,578 |

Fonte: Elaborado pelo autor (2022).

Na Figura 22.a, constam os valores de anomalia de gravidade RTM associada à superfície topográfica (MDT). Foram usadas as resoluções espaciais de 2 m, 5 m, 10 m e 20 m (R2m, R5m, R10m e R20m). Verificou-se que as resoluções espaciais testadas não apresentaram diferenças significativas no cálculo da anomalia da gravidade RTM. Estima-se que isso ocorreu em função do valor constante de densidade adotado e da extensão da área de estudo, no caso, 36 km x 18 km.

Em relação à anomalia de gravidade RTM associada às edificações, Figura 22.b, não foi verificada diferença significativa usando MDS com diferentes resoluções espaciais, porém, notou-se que a dispersão dos valores em cada experimento foi aumentando em função do aumento da resolução espacial de cada experimento.

Figura 22 - Anomalia de gravidade RTM associado a resolução espacial dos MDE analisados.



Fonte: Elaborado pelo autor (2022).

Estima-se que isso ocorreu em função da proximidade de várias edificações, nas quais uma variação na dimensão do pixel pode representar uma diferença de altura em cada edificação. Tudo isso devido à proximidade de muitos prédios no entorno do centro da cidade. Como houve pouca variação no valor médio da anomalia de gravidade RTM entende-se que o desvio-padrão do MDS consegue exemplificar melhor a variação da resolução espacial em função da anomalia de gravidade RTM.

4.2 ANÁLISE DO EXPERIMENTO COM VARIAÇÃO DO PONTO DE CÁLCULO

A anomalia de gravidade RTM é dividida em dois termos. O primeiro corresponde a anomalia de Bouguer associado a uma superfície de referência (H_{ref}), que no presente estudo correspondeu a um MDT com resolução espacial de dois metros gerado a partir de dados *LiDAR*, e o segundo termo considera a influência do potencial gravitacional. O valor do potencial pode ser expresso em função da integral de Newton e pode ser representado por elementos de massa como prismas e tesseroides. No presente estudo optou-se por adotar os modelos matemáticos associados ao tesseróide em função das dimensões da área de estudo que possui uma extensão de 36 km no eixo norte/sul e de 18 km no eixo leste oeste. Em Heck e Seitz (2007) o valor do potencial foi calculado utilizando os elementos de massa prisma, massa pontual e tesseróide e verificou-se que a partir de distâncias de 5400 m as diferenças entre os valores do potencial começavam a apresentar diferenças significativas para os elementos de massa citados anteriormente. No referido estudo, em distâncias de 27 km, semelhantes as distâncias envolvidas no presente trabalho, o valor do potencial associado ao elemento de prisma praticamente não apresentou variação, o elemento massa pontual apresentou uma variação próxima de $0,8 \text{ m}^2/\text{s}^2$ e o tesseróide uma variação em torno de $0,5 \text{ m}^2/\text{s}^2$. Assim, com base nesses valores optou-se por utilizar elemento de massa tesseróide a partir da sua variação do valor do potencial em função da distância.

Em relação ao primeiro experimento, o ponto de cálculo (S1), com valor de altitude de 10,252 m, foi inserido em uma região plana da cidade e os testes foram analisados a partir de uma amostra de vinte prédios da base de dados do estudo desenvolvido por Ferraz e Souza (2021). Assim, na Tabela 6 consta o resumo estatístico dos resultados gerados a partir desse primeiro experimento.

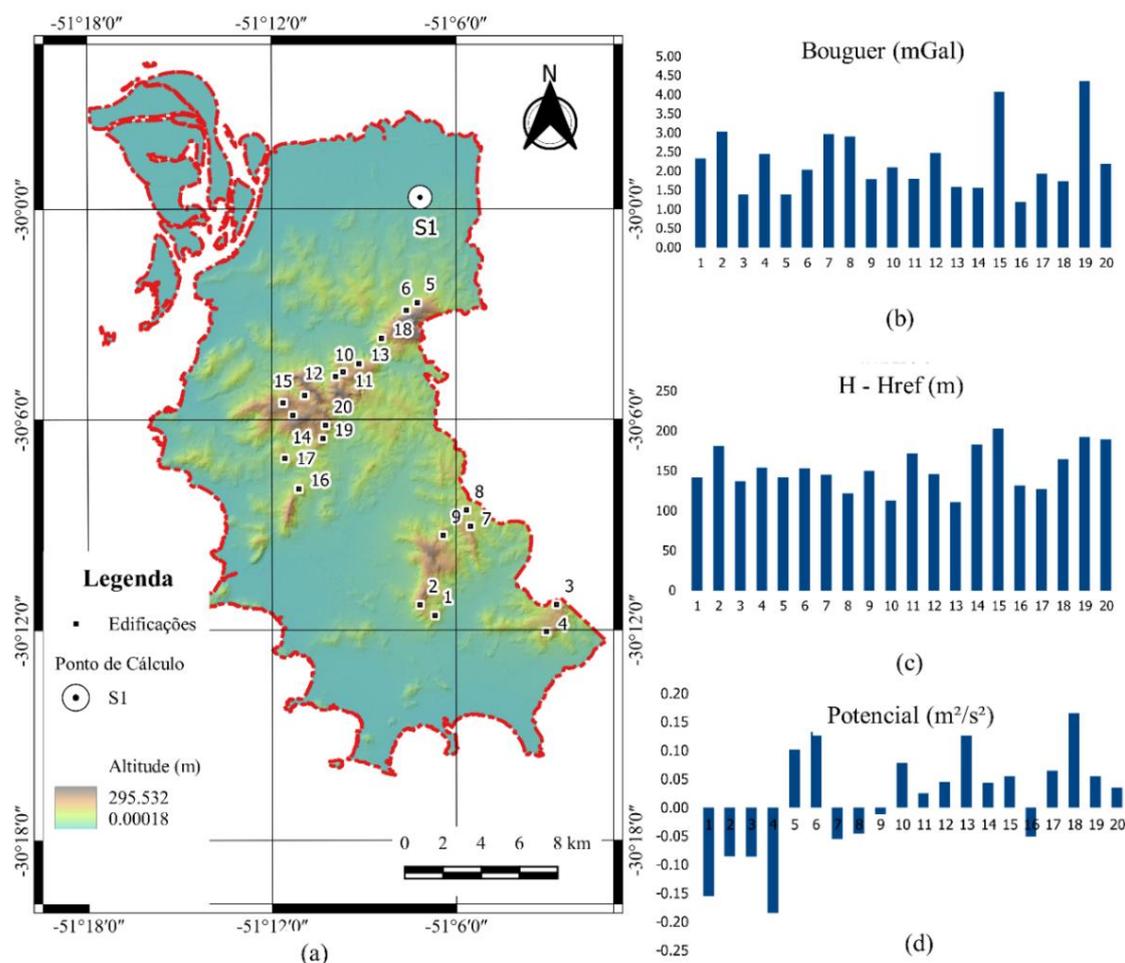
Tabela 6 - Resumo dos resultados do primeiro experimento.

| Análise | Bouguer (mGal) | Potencial (m^2/s^2) | $H - H_{ref}$ (m) | Δg_{RTM} (mGal) |
|---------------|-------------------|--|----------------------|----------------------------|
| Média | 2,269 | 0,025 | 152,949 | 2,244 |
| Desvio-Padrão | 0,852 | 0,109 | 26,719 | 0,743 |
| Mínimo | 1,192 | -0,184 | 111,239 | 1,376 |
| Máximo | 4,352 | 0,311 | 202,855 | 4,250 |

Fonte: Elaborado pelo autor (2022).

Em relação aos valores constantes na Tabela 6 verificou-se que a anomalia de gravidade RTM (Δg_{RTM}) apresentou valores mais elevados em função das maiores diferença entre os valores de altitude do ponto de cálculo (S1) e as edificações, no caso o termo $H - H_{ref}$ conforme a Figura 23.a.

Figura 23 - Análise dos resultados referente ao primeiro experimento.



Fonte: Elaborado pelo autor (2022).

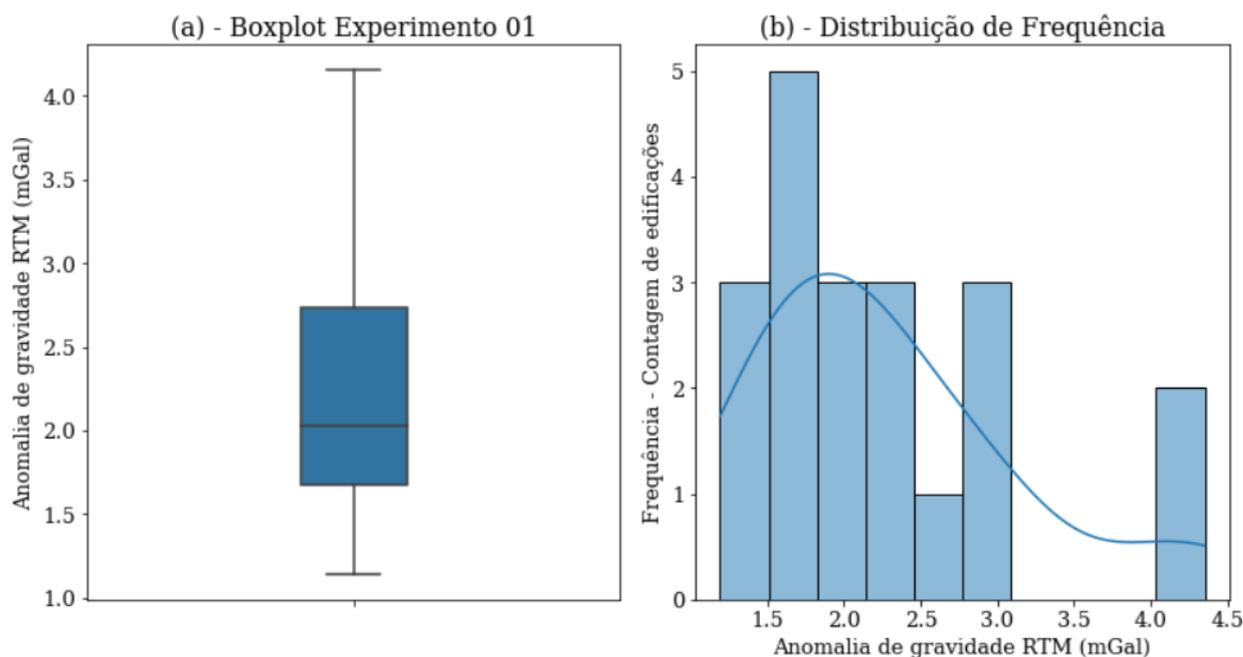
A diferença entre a anomalia de Bouguer e a redução RTM consiste na utilização de uma superfície de referência, no presente estudo, essa superfície foi o MDT gerado a partir de dados *LiDAR*. Assim, observou-se que quanto maior a diferença entre a altitude dos prédios em relação a essa superfície maior seria o valor da anomalia de gravidade RTM.

Na Figura 23.b consta o valor do primeiro termo da anomalia de gravidade RTM associado a redução de Bouguer com uma superfície de referência. Na Figura 23.c

consta a diferença de altitude entre o ponto de cálculo e cada uma das vinte amostras do presente estudo. A partir dos gráficos das Figura 23.b e Figura 23.c verificou-se que existe uma forte relação de linearidade entre o primeiro termo da equação associada a anomalia de gravidade RTM (associando a anomalia de Bouguer com uma superfície de referência). Tal fato sugere que quanto maior for essa diferença maior será o valor desse termo no cálculo da anomalia de gravidade RTM.

Na Figura 23.d consta os valores relacionados ao segundo termo da equação de anomalia de gravidade RTM em função do potencial gravitacional. Em relação aos valores descritos na Figura 23.d verificou-se que as edificações 5, 6, 13 e 18 apresentaram maiores valores de potencial gravitacional sendo que essas amostras ficaram localizadas a distâncias de 5,35 km e 7,70 km em relação ao ponto de cálculo S1. Tal fato sugere que quanto mais próximo um objeto estiver do ponto de cálculo maior será o valor do potencial associado. A mesma análise se aplica para objetos mais distantes do ponto de cálculo, no caso, as amostras 1, 2, 3 e 4 que ficaram mais afastados com distâncias entre 16 e 23 km do S1. Tais amostras apresentaram os menores valores de potencial gravitacional referente ao primeiro experimento.

Figura 24 - Resumo descritivo dos resultados do primeiro experimento.



Fonte: Elaborado pelo autor (2022).

Na Figura 24.a consta um resumo dos valores gerados nesse primeiro experimento sendo que do total de amostras desse estudo 25% e 75% apresentaram valores entre 1,68 mGal a 2,73 mGal referente a anomalia de gravidade RTM. A Figura 24.b representa a distribuição de frequência entre os valores de anomalia de gravidade RTM e a quantidade de amostras sendo que 18 das 20 amostras apresentaram valor de Δg_{RTM} entre 1,38 mGal e 3,10 mGal e 2 amostras apresentaram valores entre 4,02 mGal e 4,25 mGal.

Tabela 7 - Resumo dos resultados obtidos no segundo experimento.

| Análise | Bouguer (mGal) | Potencial (m ² /s ²) | H – H _{ref} (m) | Δg_{RTM} (mGal) |
|---------|-------------------|--|-----------------------------|----------------------------|
| Média | -3,000 | -0,110 | -192,286 | -2,890 |
| Desvio- | 1,166 | 0,148 | 21,333 | 1,115 |
| Mínimo | -1,598 | 0,042 | -124,483 | -1,517 |
| Máximo | -4,569 | -0,475 | -212,770 | -4,547 |

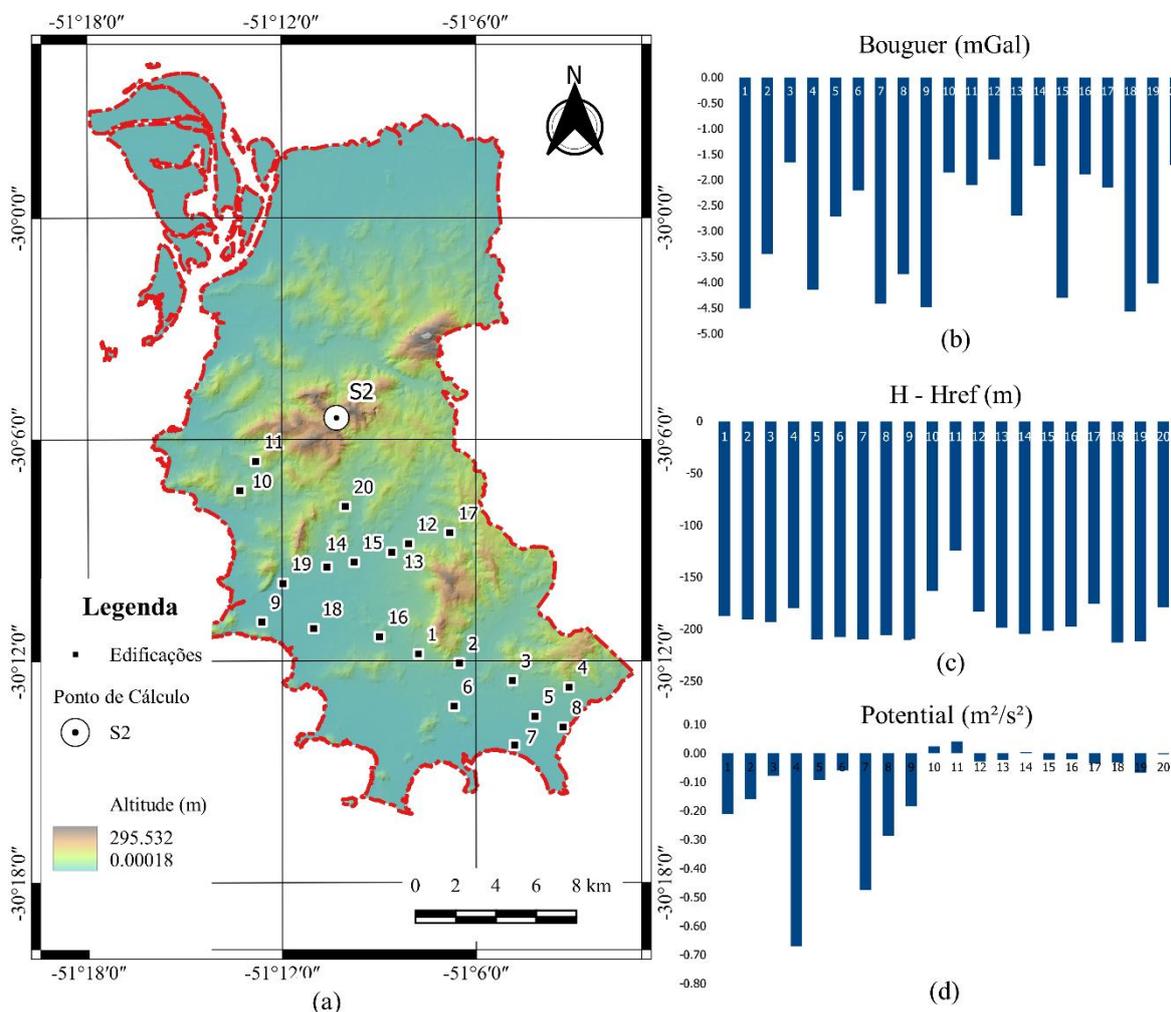
Fonte: Elaborado pelo autor (2022).

Em relação ao segundo experimento, conforme a Figura 25.a, a diferença média de altitude entre o ponto de cálculo S2 e as edificações foi de -192,286 m devido a posição do ponto S2 ficar localizada em uma região com maior valor de altitude dentro da área de estudo e as edificações ficarem localizadas em regiões mais planas. Na

Tabela 7 consta um resumo desses experimentos e pode-se notar que a diferença média de altitude entre o ponto de cálculo e as edificações foi um valor negativo e isso acabou gerando um valor negativo de anomalia de gravidade RTM (Δg_{RTM}).

De maneira semelhante aos resultados do primeiro experimento, porém com um valor negativo de diferença entre a altitude do ponto de cálculo e as edificações, o primeiro termo referente a anomalia de Bouguer, apresentou uma relação linear com o termo H – H_{ref}, ou seja, quanto maior a diferença de altitude entre o ponto S2 e as edificações maior foi o valor da anomalia de Bouguer associada conforme a Figura 25.b e Figura 25.c. Esse segundo experimento apresentou maiores diferenças no termo H – H_{ref} em relação ao primeiro experimento e assim os valores associados a anomalia de Bouguer e Δg_{RTM} foram mais significativos em relação ao primeiro experimento.

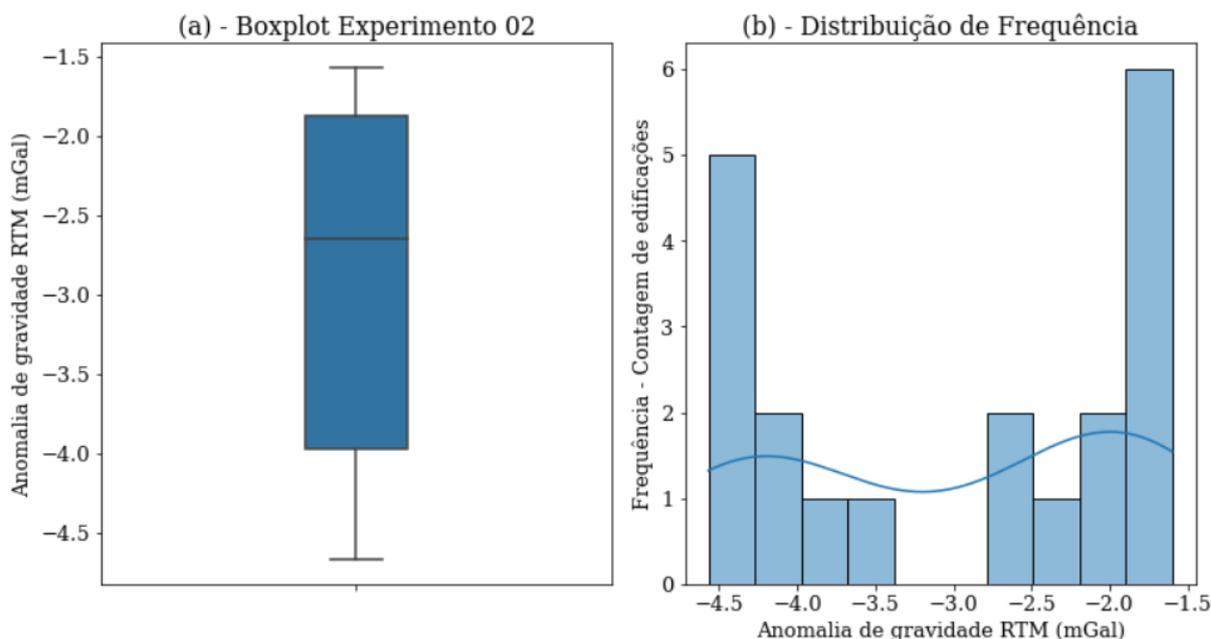
Figura 25 - Análise dos resultados referente ao segundo experimento.



Fonte: Elaborado pelo autor (2022).

Em relação ao valor do potencial gravitacional, conforme a Figura 25.d, as edificações com distâncias de até 10 km do ponto de cálculo (pontos 9 a 20) praticamente não apresentaram diferenças significativas no valor do potencial gravitacional. Tal fato ratifica o estudo desenvolvido por Heck e Seitz (2007) onde o valor do potencial gravitacional começa a apresentar diferenças significativas a partir de 9 km. Os pontos afastados a mais de 10 km do ponto de cálculo apresentaram maior magnitude sendo os pontos 5, 7 e 8 aqueles que apresentaram maior valor do potencial gravitacional.

Figura 26 - Resumo descritivo dos resultados gerados no segundo experimento.



Fonte: Elaborado pelo autor (2022).

No segundo experimento, conforme a Figura 26.a, dois terços dos valores de Δg_{RTM} ficaram entre -3,970 mGal e -1,874 mGal, valores bem superiores quando comparados aos valores obtidos no primeiro experimento. Tal fato se deve na diferença de valores entre $H - H_{ref}$ do primeiro experimento ser de 152,949 m e no segundo experimento esse mesmo valor -192,286.

Na Figura 26.b contém uma descrição dos valores de Δg_{RTM} em função da quantidade de amostras, ou seja, das 20 amostras testadas nesse segundo experimento 9 variaram entre -4,667 mGal e -3,55Mgal e as outras 11 amostras apresentaram valores de Δg_{RTM} entre -2,643 mGal e -1,57 mGal.

4.3 ANÁLISE DOS RESULTADOS DA SEPARAÇÃO GEOIDE-QUASE-GEOIDE

A análise dos resultados foi realizada em duas etapas sendo a primeira em relação aos resultados obtidos em função das edificações e a segunda abordagem em relação ao solo desconsiderando as edificações conforme a Tabela 8. Conforme os estudos de Flury e Rummel 2009, em regiões com altitudes entre 800 e 3800 metros o valor da SGQG variava entre 8 e 50 cm. Em Tenzer et al (2016) os autores

relataram que o valor da SGQG variava globalmente entre -4,19 m e 0,26 m. Então, comparando esses resultados com a altitude do terreno na área de teste, no caso a cidade de Porto Alegre, onde o valor de altitude máxima é de 290 m, imaginava-se que o valor da SGQG ficaria na faixa de valores compreendida entre os dois estudos citados. Porém, o objetivo desse estudo foi verificar a influência das massas das edificações no cálculo da SGQG.

Tabela 8 - Valores de SGQG, resumo dos experimentos.

| Experimento | Eq. 08 (m) | Eq. 09 (m) | Eq.10 (m) |
|-------------|------------|------------|-----------|
| Prédios | -0,006 | -0,001 | 0,000 |
| Solo | -0,035 | -0,011 | 0,001 |

Fonte: Elaborado pelo autor (2022).

Assim, a partir dos resultados descritos na Tabela 8, verificou-se que o valor da SGQG considerando o solo, onde foi usado um valor de densidade constante $\sigma = 2.670 \text{ kg/m}^3$, teve aderência com os resultados descritos nos estudos de Flury e Rummel (2009) e Tenzer et al (2016). Verificou-se que os valores correspondentes a correção topográfica (Eq.09) foi equivalente a 16.67% do valor da SGQG. Os valores da correção gravimétrica (Eq.10) em relação ao solo e edificações praticamente não tiveram contribuição significativa no resultado em comparação com a Eq. 08. Em relação às edificações o valor da SGQG ficou em -0,006 m. Esses valores têm uma relação com o baixo valor de densidade associado às massas das edificações em comparação com a densidade padrão adotadas em estudos geodésicos de $\rho = 2.670 \text{ kg/m}^3$. Porém, o IHRF deseja altitudes com 10 mm de qualidade vertical na primeira realização e de 3 mm na segunda realização. Nesse contexto os valores de correções topográficas e gravimétricas podem ter um efeito significativo no cálculo da SGQG.

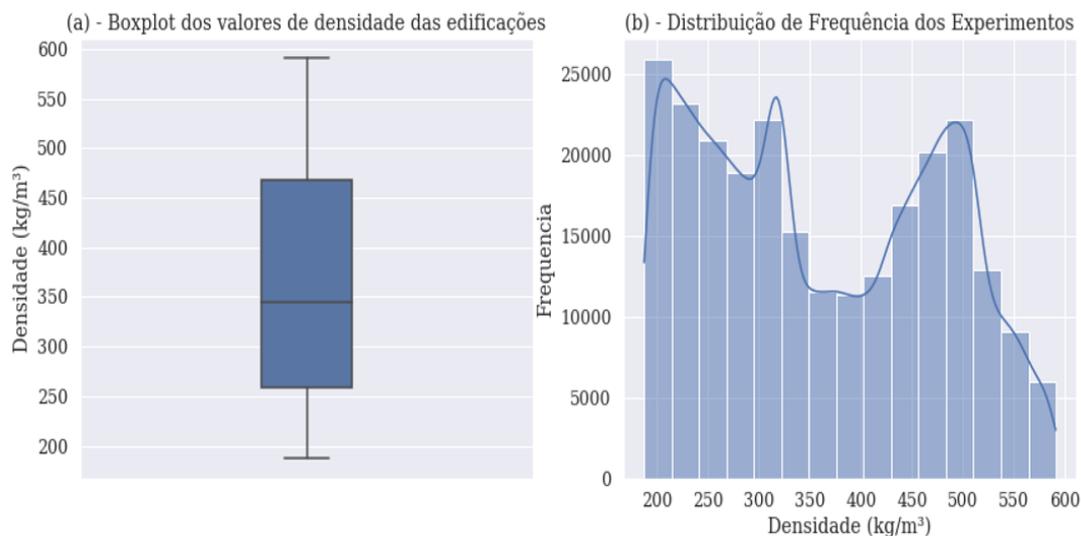
Tabela 9 - Valores máximos e mínimos de altitude e de densidade na base de dados.

| Experimento | Altitude Max/Min (m) | Dens Max/Min (kg/m^3) |
|-------------|----------------------|----------------------------------|
| Prédios | 101/2,75 | 590/187 |
| Solo | 290/0,58 | 2.670/2.670 |

Fonte: Elaborado pelo autor (2022).

Na Figura 27 consta um diagrama dos valores de densidade existentes na base de dados. O valor médio da densidade das edificações foi de 361 kg/m³ sendo que esses valores mínimos e máximos ficaram entre 187 e 590 kg/m³ respectivamente.

Figura 27 - Valores de densidades das edificações da base de dados.



Fonte: Elaborado pelo autor (2022).

A contribuição da correção topográfica e da correção gravimétrica foram praticamente desprezíveis em função da altura máxima das edificações na base de dados ser de 101 metros. Outro fator a se considerar é que o maior valor de densidade na base de dados foi de 590 kg/m³. Verifica-se que existe uma relação linear entre o valor da SGQG, a altitude do terreno e o valor da densidade, ou seja, quanto maior for o valor da densidade e da altitude do terreno, maior será o valor da SGQG. Na Tabela 10 consta um resumo dos valores máximos e mínimos de altitude e de densidade em cada experimento.

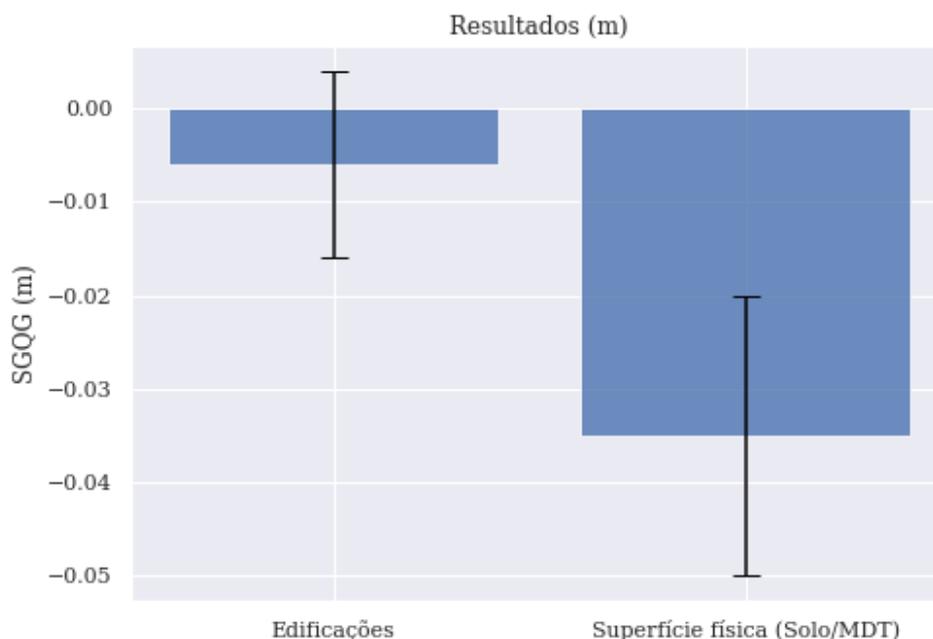
Tabela 10 - Resumo estatístico dos valores de SGQG em cada experimento.

| Análise | Prédios (m) | Solo (m) |
|---------------|-------------|----------|
| Média | -0,006 | -0,035 |
| Desvio-Padrão | 0,010 | 0,015 |
| Máximo | 0,012 | 0,020 |
| Mínimo | -0,021 | -0,041 |

Fonte: Elaborado pelo autor (2022).

Na Figura 28 consta um resumo dos dois experimentos onde a área na cor azul representa a média dos experimentos e o tamanho da barra preta representa o valor do desvio-padrão em módulo.

Figura 28 - Média e desvio-padrão dos valores da SGQG em cada experimento.

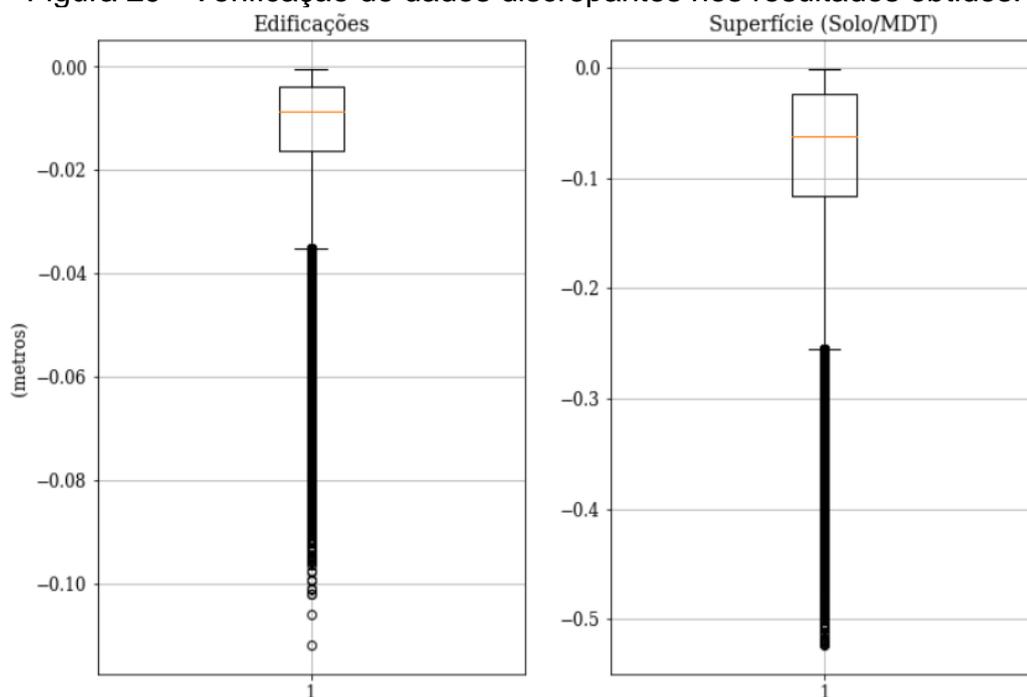


Fonte: Elaborado pelo autor (2022).

Nota-se que o experimento que adotou o valor de densidade constante, no caso o experimento envolvendo a superfície do solo, apresentou um maior valor de desvio-padrão em comparação com o experimento em relação às edificações. Acredita-se isso deve ter ocorrido em função dos menores valores de densidade associado às massas das edificações em comparação com o valor constante de densidade adotado para o solo, no caso 2.670 kg/m^3 .

A partir dos resultados obtidos na Figura 28 e Figura 29 e corroborando com os resultados apresentados na Tabela 10 verificou-se a ocorrência de 800 pontos com valores discrepantes nessa base de dados conforme a Figura 29. Porém, esse valor representa menos de 1% do total de amostras (250 mil) e esses valores não apresentaram influência significativa nos resultados do presente estudo.

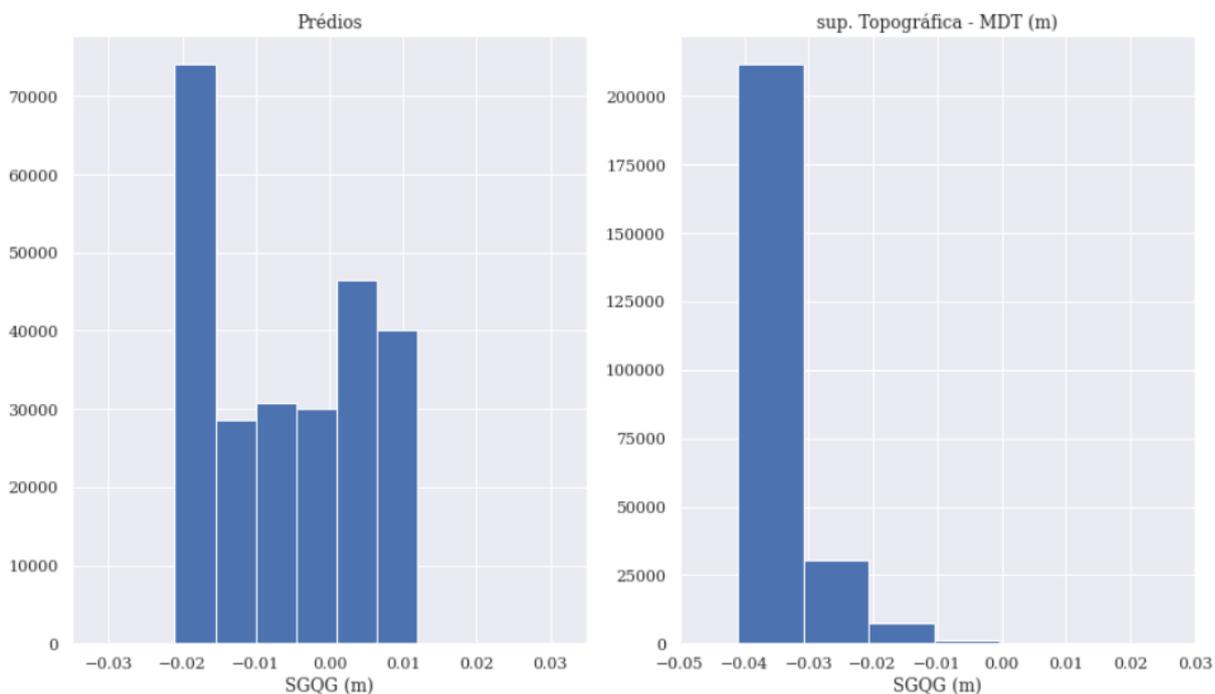
Figura 29 - Verificação de dados discrepantes nos resultados obtidos.



Fonte: Elaborado pelo autor (2022).

Logo, a partir dos resultados obtidos através das Tabela 8, Tabela 9 e Tabela 10 verificou-se que as massas das edificações geram uma influência de 17.10% no valor da SGQG quando comparada com a superfície topográfica. Comparando os resultados obtidos neste estudo com estudos anteriores, mais especificamente com Flury e Rummel (2009) e Tenzer et al (2016) verificou-se que o valor da SGQG ficou com resultados considerados dentro das faixas de estudo descritas pelos referidos autores. No estudo de Tenzer et al (2016) os autores não citam a abordagem da correção topográfica e nem da correção gravimétrica, mas eles citam que o valor da SGQG a nível global fica entre -4,19 e 0,26m. Flury e Rummel citam que a adição da correção topográfica e gravimétrica se tornam necessárias em regiões com grandes elevações (entre 800 e 3800 metros). Assim, no presente estudo as correções topográficas e gravimétricas tiveram pouca influência nos resultados deste estudo em comparação com a Eq. 08, haja vista que o relevo da área de teste tinha uma altitude média de 44 metros com um valor máximo de 290 metros. Em comparação com o cálculo de altitudes recomendado pelo IHRS os valores associados as correções topográficas e gravimétricas podem considerados bem significativos haja vista a amplitude desse valor ficar em 3,3 mm.

Figura 30 - Variação do valor da SGQG em função da quantidade de edificações.



Fonte: Elaborado pelo autor (2022).

Na Figura 30 consta uma representação gráfica do valor da SGQG em ambos os experimentos, no caso o primeiro experimento relacionado às edificações e o segundo experimento relacionado ao solo (superfície física). Nota-se que os resultados ratificam os dados descritos na Tabela 10 sendo que a amplitude dos valores (praticamente 100% das amostras) ficaram entre 0,012 m e -0,021 m para o experimento relacionado aos prédios e 0,020 m e -0,041 m no experimento referente à superfície topográfica associada ao MDT *LiDAR*. No experimento relacionado às edificações, verificou-se que os maiores valores de SGQG coincidiram nas regiões onde a quantidade de edificações eram mais concentradas, ou seja, quanto maior a quantidade de edificações maior o valor da SGQG. Em relação ao experimento relacionado ao nível do solo o valor da SGQG apresentou um valor considerado maior (em comparação com o experimento das edificações) e estima-se que essa diferença esteja relacionada ao valor da densidade média empregada em cada experimento, ou seja, a densidade média do experimento relacionado as edificações foram de 361,78 kg/m³ e de 2.670 kg/m³ relacionado ao experimento em relação ao nível do solo.

5. CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES

Os objetivos principais dessa tese consistiram em verificar a influência das massas das edificações no cálculo da anomalia de gravidade usando a técnica de redução RTM e verificar essa influência no cálculo da separação geóide-quase-geóide na cidade de Porto Alegre.

Nesse contexto foram gerados três estudos de caso. O primeiro estudo de caso foi efetuado o cálculo da anomalia de gravidade RTM com diferentes elementos de massa. O segundo estudo de caso foi avaliado a mesma análise com a variação da posição do ponto de cálculo e o terceiro estudo de caso foi verificado a influência das massas das edificações no valor da separação geóide-quase-geóide.

A partir dos resultados obtidos no primeiro experimento procurou-se verificar se a alteração da posição do ponto de cálculo iria gerar algum tipo de modificação nos resultados referentes aos valores de anomalia de gravidade RTM. Assim, foram gerados dois experimentos com a variação do ponto de cálculo usando 20 edificações como amostras de forma que no primeiro experimento o ponto de cálculo ficasse com uma diferença de altitude positiva em relação às edificações e no segundo experimento essa diferença ficasse com valores negativos. A partir dessas observações verificou-se que o termo $H - H_{ref}$ possui uma forte influência no valor resultante da anomalia de gravidade RTM e com uma correlação positiva, ou seja, quanto maior o valor referente ao termo $H - H_{ref}$ maior será o valor referente ao valor de anomalia de gravidade RTM. Esse termo se refere a diferença de altitude entre uma superfície de referência e algum objeto a ser analisado. Nesse estudo usou-se a superfície de referência um modelo digital de terreno (MDT) gerado a partir de dados *LiDAR* e a altura dos objetos, nesse caso edificações, a altitude obtida a partir de um modelo digital de superfície (MDS) também gerado a partir de dados *LiDAR*. Nesse contexto observou-se uma média de valores de anomalia de gravidade RTM de 2,244 mGal e -2,890 mGal para diferenças positivas e negativas referentes ao termo $H - H_{ref}$ da Eq. (21). A partir desses resultados nota-se que esse termo possui grande influência e que em regiões onde o desnível entre o objeto a ser analisado e o ponto de cálculo for superior a 200 metros gera um valor de anomalia de gravidade RTM de 2,244 mGal e quando esse valor de altitude for negativo, aproximadamente -250 m, esse valor de anomalia de gravidade RTM foi de -2,890 mGal. Tal fato reforça a

importância da superfície de referência no cálculo da anomalia de gravidade RTM e no presente estudo só foi possível chegar a essa conclusão usando um MDT de alta resolução para a superfície de referência e um MDS para se extrair as altitudes dos objetos a serem analisados. Forberg (1984) destaca a importância da utilização de modelos digitais de elevação (MDE) de alta resolução como uma das premissas para a utilização da redução RTM. Hoje, os MDE, com resolução espacial melhor que 10 m são gerados a partir de Fotogrametria, Radar ou de levantamentos usando dados *LiDAR*. Nesse contexto, para o cálculo da redução RTM, torna-se necessária a integração da Geodésia Física e outras ciências como o Sensoriamento Remoto, Fotogrametria, Radar e *LiDAR*.

Outro ponto a ser observado refere-se à resolução espacial dos MDE usados para o cálculo da redução RTM. Observou-se que se a redução RTM fosse usada considerando apenas o terreno, desconsiderando as edificações, usando MDT com resolução espacial de 2 m, 5 m, 10 m e 20 m não apresentaram diferenças significativas nos resultados. Caso seja considerada as edificações essa diferença começou a apresentar diferenças significativas para MDS com resolução espacial de 2 m (dois metros) para 5 m, 10 m e 20 m sendo que o MDS que apresentou menor dispersão (desvio-padrão) foi o MDS com resolução espacial de 2 m. Tal fato tem relação direta com as dimensões lineares e altimétricas das edificações na base de dados analisada ainda mais em regiões com grande aglomeração urbana, no caso, a região central da área de estudo.

Em relação ao terceiro experimento desta tese foi verificado o valor da influência das massas das edificações na separação Geoide-Quase-Geoide (SGQG) para a mesma área de estudo. A SGQG é dividida praticamente em três componentes sendo a primeira a anomalia de Bouguer em função da gravidade normal média, a segunda parte leva em consideração a correção topográfica e a terceira parte leva em consideração a correção gravimétrica associada a anomalia ar livre. Na literatura como por exemplo em Flury e Rummel (2009) os autores relatam que a correção topográfica e gravimétrica deve ser considerada em regiões montanhosas e com relevo acidentado. Embora a área de estudo, no caso a cidade de Porto Alegre, não possua esse tipo de característica, na presente tese, foi efetuado esse tipo de correção para quantificar esse tipo de influência nos resultados deste estudo. Assim, o valor da SGQG considerando a superfície topográfica na cidade de Porto Alegre

apresentou um valor de -3,5 cm e as massas das edificações apresentaram um valor de -0,006 m (ou seis milímetros), ou seja, 17.10% do valor da SGQG considerando a superfície topográfica. Os valores da correção topográfica associado à superfície topográfica apresentaram um valor de -1,1 cm e o seu correspondente em relação às massas das edificações ficaram em -1 mm. Em relação a correção gravimétrica os valores foram próximos a zero.

Num contexto geral a partir dos três experimentos desenvolvidos na presente tese pode-se afirmar que as principais contribuições associadas a cada experimentos podem ser resumidas aos seguintes tópicos abaixo:

- Para o cálculo do potencial gravitacional V , em regiões com extensão de até 27 km, os elementos de massa prisma, tesseróide e massa pontual não apresentaram diferença significativa em relação a abordagem envolvendo as massas das edificações;

- O valor da anomalia de gravidade RTM associada as massas das edificações representou 10,62% da anomalia de gravidade RTM em comparação com a superfície topográfica associada ao MDT *LiDAR*;

- A variação da posição do ponto de cálculo possui forte influência no cálculo da anomalia de gravidade RTM e isso foi verificado a partir da diferença de altitude entre a superfície de referência e as edificações analisadas como amostras;

- A variação do ponto de cálculo apresentou uma magnitude de -2,890 mGal e 2,244 mGal como valores mínimo e máximo associada a anomalia de gravidade RTM em função das massas das edificações;

- Em relação ao terceiro experimento as massas das edificações representaram 17,10% do da SGQG em comparação com a superfície topográfica;

- O valor da correção gravimétrica da SGQG não apresentou resultados com significância estatística no terceiro experimento;

- Nos três experimentos da presente tese a resolução espacial de MDT com 2 m, 5 m, 10 m e 20 m não apresentaram diferenças significativas no cálculo da anomalia de gravidade RTM;

- MDS com resolução espacial de 2 m apresentaram resultados com menores valores de dispersão (desvio-padrão) em comparação com MDS com resoluções

espaciais de 5 m, 10 m e 20 m. A partir desses valores entende-se que a melhor resolução espacial para se trabalhar com a redução RTM seja MDS com resolução espacial de 2 m;

- Foi verificado que os valores associados as altitudes do MDS tiveram maior influência no valor do potencial e na redução RTM em comparação com os valores dos modelo de densidade associado às edificações. Tal fato foi observado a partir da maior variação de altitude existente no MDS (em torno de 308 m) em comparação com a variação, em valores absolutos, existente no modelo de densidades de edificações. Se a análise fosse associada apenas ao MDT o valor da densidade das edificações teria maior influência em virtude de possuir maior variação numérica;

- A integração de técnicas de Sensoriamento Remoto através da Fotogrametria e perfilamento *LiDAR* junto a Geodésia para a geração de base de dados, no caso ortofotos e MDE, que serviram de apoio à presente tese.

No contexto geral da presente tese sugere-se as seguintes abordagens para trabalhos futuros:

- Criação de um mapa de correções topográficas a partir de uma grade de pontos com espaçamento uniforme com a finalidade demonstrar um maior nível de detalhamento do valor do potencial V e do valor da redução RTM a partir do termo $H - H_{ref}$;

- Análise dos erros referentes ao potencial gravitacional V e redução RTM a partir de derivadas parciais;

- Realização de testes com a finalidade de testar a influência da resolução espacial dos modelos (MDS e MDT) em função da precisão vertical na redução RTM e no valor do potencial gravitacional V ;

- Avaliar os erros de declividade do MDS e MDT usados nessa tese (em mm/km) e verificar a sua influência no valor na redução RTM;

- Verificar os erros verticais associados aos MDS e MDT usando o *hgeoHNOR* e comparar ambos com o *MAPGEO2015*;

- Analisar o cálculo da redução RTM em função de altitudes ortométricas e normais e verificar se existe diferença significativa nos resultados;

- Avaliar se árvores e dossel podem gerar influência no valor da redução RTM.

REFERÊNCIAS

ALBARICI, F. L. et al. A new perspective for physical heights in Brazil. **Boletim de Ciências Geodésicas**, v. 25, 2019. DOI. 10.1590/s1982-21702019000100001.

AMJADIPARVAR, B.; RANGELOVA, E.; SIDERIS, M. G. The GBVP approach for vertical *datum* unification: recent results in North America. **Journal of Geodesy**, v. 90, n. 1, p. 45-63, 2016. DOI. 10.1007/s00190-015-0855-8.

BLITZKOW D., DE MATOS A.C.O.C., MACHADO W.C., NUNES M.A., LENG RUBER N.V., XAVIER E.M.L., FORTES L.P.S. The Brazilian gravimetric geoid: MAPGEO2015. V. 1.0. **GFZ Data Services**, 2015. DOI: 10.5880/isg.2015.001.

DE MATOS A.C.O.C., BLITZKOW D., GUIMARÃES G.N., LOBIANCO M.C.B., COSTA S.M.A. The Brazilian gravimetric geoid: MAPGEO2010. V. 1.0. **GFZ Data Services**, 2010. DOI: 10.5880/isg.2010.002.

DENG, X. L.; SHEN, W. B. Topographic effects up to gravitational curvatures of tesseroids: A case study in China. **Studia Geophysica et Geodaetica**, v. 63, n. 3, p. 345-366, 2019. DOI. 10.1007/s11200-018-0772-4.

DIRETORIA DE SERVIÇO GEOGRÁFICO (DSG). Banco de Dados Geográfico do Exército. Disponível em: < <https://bdgex.eb.mil.br/mediador/>>. Acesso em: 10 jul. 2020.

FERRAZ, R. S.; SOUZA, S. F. De. A Influência das Edificações no Cálculo do Efeito Gravitacional das Massas Topográficas – Estudo de Caso na Cidade de Porto Alegre – RS (Brasil). **Revista Brasileira de Cartografia**, v. 73, n. 1, p. 134-149, 19 fev. 2021. DOI. 10.14393/rbcv73n1-55253.

FILMER, M. S.; FEATHERSTONE, W. E. Three viable options for a new Australian vertical *datum*. **Journal of Spatial Science**, v. 57, n. 1, p. 19-36, 2012. DOI. 10.1080/14498596.2012.679248.

FLURY, J., RUMMEL, R. On the geoid-quasigeoid separation in mountain areas. Springer: **Journal of Geodesy** v.83, p.829-847, 2009. DOI. 10.1007/s00190-009-0302-9.

FORSBERG, R. **Study of terrain reductions, density anomalies and geophysical inversion methods in gravity-field modeling**. Technical report. Ohio State Univ. Research Foundation, Columbus (USA), 1984.

FREITAS, S. R., SÁNCHEZ, J. L. C. Estudo do Sistema Vertical de Referência do Equador no Contexto da Unificação do *datum* Vertical [Study of the Ecuadorian Vertical Reference System in the Vertical *datum* Unification Context]. **Boletim de Ciências Geodésicas**, 22(2), pp.248-264, 2016. DOI: 10.1590/S1982-2170201600020001.

GEMAEL, C. **Introdução à geodésia física**. Curitiba: Editora da UFPR, 1999.

GUIMARÃES, G. DO N.; BLITZKOW, D. Problema de valor de contorno da Geodésia: uma abordagem conceitual. **Boletim de Ciências Geodésicas**, v. 17, n. 4, p. 607-624, 2011. DOI. 10.1590/s1982-21702011000400007.

GROMBEIN, T.; SEITZ, K.; HECK, B. Optimized formulas for the gravitational field of a tesseroid. **Journal of Geodesy**, v. 87, n. 7, p. 645-660, 2013. DOI. 10.1007/s00190-013-0636-1.

HECK, B.; SEITZ, K. A comparison of the tesseroid, prism and point-mass approaches for mass reductions in gravity field modelling. **Journal of Geodesy**, v. 81, n. 2, p. 121-136, 2007. DOI. 10.1007/s00190-006-0094-0.

HEISKANEN, W. A.; MORITZ, H. **Physical geodesy**. San Francisco: WH Freeman and Company, 1967.

HINZE, W. J. Bouguer reduction density, why 2.67? **Geophysics**, v. 68, n. 5, p. 1559-1560, 2003.

HIRT, C.; BUCHA, B.; YANG, M.; KUHN, M. A numerical study of residual terrain modelling (RTM) techniques and the harmonic correction using ultra-high-degree spectral gravity modelling. **Journal of Geodesy**, v. 93, n. 9, p. 1469-1486, 2019. DOI. 10.1007/s00190-019-01261-x.

JAMUR, K. P. Análise de alternativas para a determinação dos efeitos gravitacionais de massas anômalas na Região do DVB. Universidade Federal do Paraná – UFPR. Tese. 2012.

KUHN, M.; HIRT, C. Topographic gravitational potential up to second-order derivatives: an examination of approximation errors caused by rock-equivalent topography (RET). **Journal of Geodesy**, v. 90, n. 9, p. 883-902, 2016. DOI. 10.1007/s00190-016-0917-6.

LOBIANCO M.C.B., BLITZKOW D., DE MATOS A.C.O.C. (2004). The Brazilian gravimetric geoid: MAPGEO2004. V. 1.0. **GFZ Data Services**, 2004. DOI: 10.5880/isg.2004.002.

LI, Z.; HAO, T.; XU, Y.; XU, Y. An efficient and adaptive approach for modeling gravity effects in spherical coordinates. **Journal of Applied Geophysics**, v. 73, n. 3, p. 221-231, 2011. DOI. 10.1016/j.jappgeo.2011.01.004.

LIN, M.; DENKER, H.; MÜLLER, J. Gravity Field Modeling Using Tesseroids with Variable Density in the Vertical Direction. **Surveys in Geophysics**, p. 1-43, 2020. DOI. 10.1007/s10712-020-09585-6.

MAROTTA, G.; ALMEIDA, Y.; CHUERUBIM, M. L. Análise da Influência do Valor de Densidade na Estimativa do Modelo Geoidal Local para o Distrito Federal, Brasil. **Revista Brasileira de Cartografia**, v. 71, n. 4, p. 1089-1113, 2019. DOI. 0000-0003-1073-0683 .

MAROTTA, A. M.; SEITZ, K.; BARZAGHI, R.; GROMBEIN, T.; HECK, B. Comparison of two different approaches for computing the gravitational effect of a tesseroid. **Studia Geophysica et Geodaetica**, v. 63, n. 3, p. 321–344, 2019. DOI: 10.1007/s11200-018-0454-2.

MEDEIROS, F.M.; MAROTTA, G.A., CHAVES, C.A.M., FRANÇA, G.S.L.A. Orthometric, normal and geoid heights in the context of the Brazilian altimetric network, **Boletim de Ciências Geodésicas**. 28(1): e2022003, 2022. DOI: 10.1590/s1982-21702022000100003.

MEHRAMUZ, M.; ZOMORRODIAN, H.; SHARIFI, S. Calculation of geoid–quasigeoid separation using the solution of Laplace’s equation by finite difference method—examples from Iran. **Arabian Journal of Geosciences**, v. 8, n. 3, p. 1513-1520, 2015. DOI. 10.1007/s12517-013-1213-x.

MIKHAIL, E. M.; BETHEL, J. S.; MCGLONE, J. C. **Introduction to modern photogrammetry**. New York, 2001.

MONTGOMERY, D. C.; RUNGER, G. C.; CALADO, V. **Estatística Aplicada E Probabilidade Para Engenheiros**. Rio de Janeiro: Grupo Gen-LTC, 2000.

NAGY, D.; PAPP, G.; BENEDEK, J. The gravitational potential and its derivatives for the prism. **Journal of Geodesy**, v. 74, n. 7-8, p. 552-560, 2000. DOI. 10.1007/s001900000116.

OMANG, O. C. D.; FORSBERG, R. How to handle topography in practical geoid determination: three examples. **Journal of Geodesy**, v. 74, n. 6, p. 458-466, 2000. DOI. 10.1007/s001900000107.

PREFEITURA MUNICIPAL DE PORTO ALEGRE (PMPA). Secretaria Municipal de Urbanismo. Viva o Centro. Disponível em: <http://www2.portoalegre.rs.gov.br/vivaocentro/default.php?p_secao=18>. Acesso em: 10 jul. 2020.

REXER, M.; HIRT, C.; BUCHA, B.; HOLMES, S. Solution to the spectral filter problem of residual terrain modelling (RTM). **Journal of Geodesy**, v. 92, n. 6, p. 675-690, 2018. DOI. 10.1007/s00190-017-1086-y.

SARASWATI, A. T.; CATTIN, R.; MAZZOTTI, S.; CADIO, C. New analytical solution and associated software for computing full-tensor gravitational field due to irregularly shaped bodies. **Journal of Geodesy**, v. 93, n. 12, p. 2481-2497, 2019. DOI. 10.1007/s00190-019-01309-y.

SCHWARZ, K. P. Data types and their spectral properties. In: SCHARTZ K.P. (Ed.). **Local gravity field approximation. International Summer School (BSS)**. Beijing, 1984. p. 1-66.

SEVERO, T. C. et al. Estudo das correções gravimétricas para altitudes físicas aplicadas aos desníveis da RAAP. **Boletim de Ciências Geodésicas**, v. 19, p. 472-497, 2013. DOI. 0.1590/S1982-21702013000300008.

SHAN, J.; TOTH, C. K. **Topographic laser ranging and scanning: principles and processing**. Boca Raton: CRC Press, 2008.

SILVA, V. C. et al. THE GEOID AND QUASIGEOID OF SÃO PAULO STATE USING THE UPDATED GRAVIMETRIC DATA AND THE 2018 BVRFB. **Boletim de Ciências Geodésicas**, v. 27, 2021. DOI. 10.1590/1982-2170-2020-0061.

SJÖBERG, L.E. A strict formula for geoid-to-quasigeoid separation. Springer-Verlag: **Journal of Geodesy**. v.84, p.699-702, 2010. DOI. 10.1007/s00190-010-0407-1.

SJÖBERG, L. E.; BAGHERBANDI, M. Quasigeoid-to-geoid determination by EGM08. **Earth Science Informatics**, v. 5, n. 2, p. 87-91, 2012. DOI. 10.1007/s12145-012-0098-7.

SJÖBERG, L.E. On the geoid and orthometric height vs. quasigeoid and normal height. **Journal of Geodetic Science**, v.8-1, p.115–120, 2018. DOI:10.1515/jogs-2018-0011.

SÜNKELE, H. GBVP—Classical solutions and implementation. In: SANSÓ, F.; RUMMEL, R. (Ed.). **Geodetic Boundary Value Problems in View of the One Centimeter Geoid**. Lecture Notes in Earth Sciences. Berlin, Heidelberg: Springer, 1997. p. 219–237.

VARGA, M.; GRGIĆ, M.; BJELOTOMIĆ ORŠULIĆ, O.; BAŠIĆ, T. Influence of digital elevation model resolution on gravimetric terrain correction over a study-area of Croatia. **Geofizika**, v. 36, n. 1, p. 17-32, 2019. DOI. 10.15233/gfz.2019.36.1.

WILD-PFEIFFER, F. A comparison of different mass elements for use in gravity gradiometry. **Journal of Geodesy**, v. 82, n. 10, p. 637-653, 2008. DOI. 10.1007/s00190-008-0219-8.

YAHAYA, S. I.; EL AZZAB, D. High-resolution residual terrain model and terrain corrections for gravity field modelling and geoid computation in Niger Republic. **Geodesy and Cartography**, v. 44, n. 3, p. 89-99, 2018. DOI. 10.3846/gac.2018.3787.

YANG, M.; HIRT, C.; PAIL, R. TGF: A New MATLAB-Based Software for Terrain-Related Gravity Field Calculations. **Remote Sensing**, v. 12, n. 7, p. 1063, 2020. DOI. 10.3390/rs12071063.

YANG, M., HIRT, C., WU, B., DENG, X. L., TSOULIS, D., FENG, W., ZHONG, M. YANG, Meng et al. Residual Terrain Modelling: The Harmonic Correction for Geoid Heights. **Surveys in Geophysics**, p. 1-31, 2022. DOI: 10.1007/s10712-022-09694-4.

YUAN, H., WAN, X., WU, Y., PENG, Y., GUO, Z. Evaluation of ultra-high degree gravity field models: a case study of Eastern Tibetan Plateau and Sichuan Province. **Terrestrial, Atmospheric and Oceanic Sciences**, v. 33, n. 1, p. 1-12, 2022. DOI: 10.1007/s44195-022-00014-2.

THE SEATTLE TIMES. What does a house weigh? Some mental heavy lifting., 19. dez. 2004. Disponível em <<https://archive.seattletimes.com/archive/?date=20041219&slug=homehay19>>. Acesso em: 12/7/2020.

TENZER, R. et al. Contribution of mass density heterogeneities to the quasigeoid-to-geoid separation. **Journal of Geodesy**, v. 90, n. 1, p. 65-80, 2016. DOI. 10.1007/s00190-015-0858-5.

TSOULIS, D.; NOVÁK, P.; KADLEC, M. Evaluation of precise terrain effects using high-resolution digital elevation models. **Journal of Geophysical Research: Solid Earth**, v. 114, n. B2, p. B02404, 2009. DOI. 10.1029/2008JB005639.

TZIAVOS, I. N.; VERGOS, G. S.; GRIGORIADIS, V. N. Investigation of topographic reductions and aliasing effects on gravity and the geoid over Greece based on various digital terrain models. **Surveys in geophysics**, v. 31, n. 1, p. 23-67, 2010. DOI. 10.1007/s10712-009-9085-z.

TZIAVOS, I. N.; SIDERIS, M. G. Topographic Reductions in Gravity and Geoid Modeling. In: SANSÒ, F.; SIDERIS, M. G. (Ed.). **Geoid Determination: Theory and Methods**. Lecture Notes in Earth System Sciences. Berlin, Heidelberg: Springer, 2013. p. 337–400.

VOSELMAN, G.; MAAS, H. G. **Airborne and terrestrial laser scanning**. Boca Raton: CRC Press, 2010.

WAGNER, W.; ULLRICH, A.; MELZER, T.; BRIESE, C.; KRAUS, K. From single-pulse to fullwaveform airborne laser scanners: potential and practical challenges. In: **ISPRS Congress**, Istanbul, Turkey. Geo-Imagery Bridging Continents: proceedings. Istanbul. 2004.

ZANARDI, R. P.; SCHNEIDER, A. H.; SALOMONI, T. R.; SALOMONI, C. S.; REISS, M. L. L. (2013). Validação da qualidade do perfilamento a LASER aerotransportado da cidade de Porto Alegre. In: SIMPÓSIO BRASILEIRO DE SENSORIAMENTO REMOTO, 16., 2013, Foz do Iguaçu. **Anais...**São José dos Campos: INPE, 2013. p. 6178-6184.

APÊNDICE A – Artigo publicado na Revista Brasileira de Cartografia



Revista Brasileira de Cartografia

ISSN 1808-0936 | <https://doi.org/10.14393/revbrascartogr>



Sociedade Brasileira de Cartografia, Geodésia, Fotogrametria e Sensoriamento Remoto

A Influência das Edificações no Cálculo do Efeito Gravitacional das Massas Topográficas – Estudo de Caso na Cidade de Porto Alegre – RS (Brasil)

The Influence of Buildings in Calculating the Gravitational Effect of Topographic Masses – A Case Study in the City of Porto Alegre - RS (Brazil)

Rodrigo da Silva Ferraz¹ e Sérgio Florêncio de Souza²

¹ Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Programa de Pós Graduação em Sensoriamento Remoto, Porto Alegre, Brasil. rferraz1980@gmail.com.

ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-1989-1424>

² Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Programa de Pós Graduação em Sensoriamento Remoto, Porto Alegre, Brasil. sergioflorenciodesouza@gmail.com

ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-4720-6714>

Recebido: 06.2020 | Aceito: 09.2020

Resumo: Um dos objetivos da Geodésia consiste no estudo do geóide e sua determinação é obtida através do conhecimento do campo de gravidade que envolve a distribuição de massas na superfície terrestre. A abordagem clássica para a solução do problema de valor de contorno da Geodésia (PVCG) visando a determinação do geóide assume que os efeitos associados à topografia sejam levados em consideração. A técnica de Modelagem da Topografia Residual (RTM, em inglês *Residual Terrain Modelling*) tem como objetivo a modelagem o campo de gravidade em função da distribuição de massas associada a topografia onde, nesse tipo de estudo, o conteúdo de alta frequência do espectro relacionado a gravidade é gerado através desse método de redução associado a um modelo digital de elevação (MDE) de alta resolução. Nesse contexto, o objetivo principal desta pesquisa consiste em calcular o valor do potencial gravitacional das massas topográficas oriundas de edificações existentes na cidade de Porto Alegre – RS juntamente com a anomalia de gravidade associada à topografia. Esse estudo foi desenvolvido a partir de uma base vetorial com mais de 200 mil edificações onde o potencial gravitacional foi calculado a partir de um MDE gerado através de dados *LiDAR* (*light detection and ranging*). Para auxiliar nos cálculos, foi estimado um modelo de densidades em função das dimensões de cada edificação existentes na base de dados. Assim, foram calculados o valor do potencial gravitacional utilizando os elementos de massa tesseróide, prisma e massa pontual e também o valor da anomalia de gravidade para distâncias de 1 km, 2 km, 5 km, 10 km e 20 km usando a técnica de modelagem RTM. A influência das massas das edificações, neste estudo, representou 10,62% do valor da anomalia de gravidade em comparação com o seu correspondente em relação ao solo.

Palavras-chave: Potencial gravitacional. Anomalia de gravidade. MDE. *LiDAR*. RTM.

Abstract: One of the goals of Geodesy is to study the geoid and its determination is obtained through knowledge of the gravity field that involves the distribution of masses on the Earth's surface. The classic approach to the solution of the geodetic boundary value problem (GBVP) aimed at determining the geoid assumes that the effects associated with the topography taken into account. The Residual Terrain Modelling (RTM) aims to model the gravity field as a function of the mass distribution associated with topography where, in this type of study, the high frequency content of the spectrum related to gravity is generated through this reduction method associated with a high resolution digital elevation model (DEM). In this context the main objective of this research is to calculate the value of the gravitational potential of the topographic masses from buildings in the city of Porto Alegre - RS together with the gravity anomalies associated with the topography. This study was developed from a vector base with more than 200 thousand buildings where the gravitational potential was calculated from an DEM generated through *LiDAR* (*light detection and ranging*) data. To assist

in the calculations, a density model was estimated according to the dimensions of each building in the database. Thus, the value of the gravitational potential was calculated using the mass element tesseroid, prism and point mass and also the value of gravity for distances of 1 km, 2 km, 5 km, 10 km and 20 km using the RTM modeling technique. The influence of buildings masses, in this study, represented 10.62% of the value of the gravity anomalies compared to its corresponding in relation to the ground.

Keywords: Gravitational potential. Gravity anomalies. DEM. LiDAR. RTM.

1 INTRODUÇÃO

Ao longo dos últimos anos, com o avanço da tecnologia, as técnicas de medição de coordenadas apresentaram uma grande evolução, possibilitando que informações tridimensionais fossem geradas a partir de estações totais, Fotogrametria, LiDAR (*light detection and ranging*) e posicionamento GNSS (*Global Navigation Satellite System*), de maneira rápida e eficaz. Entre os diversos métodos de medição de coordenadas, encontra-se o estudo das altitudes, um dos temas de estudo da geodésia, em que existem altitudes com características geométricas, geralmente associadas a observações GNSS, e outras com características físicas, como, por exemplo, a altitude ortométrica. No Brasil, alguns órgãos públicos utilizam a altitude ortométrica, tanto em sua base de dados vetorial, quanto na matricial, principalmente aqueles ligados ao governo federal que se seguem as Especificações Técnicas para Estruturação de Dados Geoespaciais Vetoriais – ET-EDGV. Assim, para se obter a altitude ortométrica a partir de dados altimétricos oriundos de posicionamento GNSS, necessita-se do valor da ondulação geoidal.

Um dos objetivos da Geodésia, além do estudo do geóide, consiste em determinar o campo de gravidade externo às massas, juntamente com a sua variação temporal e também a sua superfície limitante (GUIMARÃES; BLITZKOW, 2011). A geodésia utiliza a teoria do potencial, descrita por Laplace, como subsídio para o estudo do campo de gravidade e da forma geométrica da Terra, considerando que, fora das massas atrativas, o potencial obedece à equação de Laplace e, no interior das massas, ele segue a equação de Poisson. A soma do potencial gravitacional com o potencial centrífugo resulta no geopotencial, e este, juntamente com o esferopotencial, contribui para a determinação do potencial perturbador.

A teoria do potencial é aplicada no problema de valor de contorno da Geodésia (PVCG), na determinação do campo de gravidade externo às massas, e o cálculo do potencial gravitacional pode ser efetuado utilizando a técnica de modelagem da topografia residual (RTM, em inglês *Residual Terrain Model*) descrita por Forsberg (1984). A técnica de RTM é empregada para estimar o campo de gravidade por meio de um modelo digital de elevação (MDE) de alta resolução, valendo-se da integral de Newton para gerar os valores do potencial gravitacional (REXER et al., 2018). A integral de Newton pode ser discretizada analiticamente por elementos geométricos, como prismas ou tesseroides, e a estimativa do campo gravitacional é obtida pela soma dos efeitos de todos os elementos ao redor de um ponto de avaliação localizado na superfície topográfica (YANG; HIRT; PAIL, 2020).

Para o cálculo do potencial gravitacional, são utilizados prismas para aplicações locais em áreas com extensões mais reduzidas, onde as informações altimétricas geralmente estão relacionadas a coordenadas cartesianas (GROMBEIN; SEITZ; HECK, 2013). O uso de modelos esféricos, como, por exemplo, um tesseróide, requer um custo computacional um pouco maior devido à expansão harmônica esférica do potencial gravitacional derivado a partir da integral de Newton (NAGY; PAPP; BENEDEK, 2000). Esse tipo de modelagem também pode ser representado a partir de outros elementos geométricos como massa pontual, linha de massa e camada de massa (WILD-PFEIFFER, 2008) e por poliedros (SARASWATI et al., 2019).

As correções clássicas de terreno adotam aproximações que utilizam a eliminação das massas topográficas em função de um raio de integração. Em cálculos modernos de correção do terreno ou

utilizando a técnica de modelagem RTM, como, por exemplo, os realizados por Tsoulis, Novák e Kadlec (2009), Kuhn e Hirt (2016) e Deng e Shen (2019), comumente são empregados os MDEs como base para estudos envolvendo a análise das massas topográficas, obtendo-se um melhor nível de precisão (HIRT et al., 2019).

Em alguns estudos, como os de Heck e Seitz (2007), Wild-Pfeifer (2008), Hirt et al. (2019) e Lin, Denker e Müller (2020), as análises referentes ao campo gravitacional acabam limitadas à superfície terrestre, e as massas residuais de elementos que se encontram acima da superfície terrestre, como, por exemplo, árvores, casas, prédios e demais edificações, acabam sendo negligenciadas em virtude da dificuldade de se estimar o valor de seu potencial. Uma forma de se obter a geometria desse tipo de feições, que servirão de base para o cálculo do potencial, consiste na medição de altitudes a partir de aerofotogrametria ou por dados *LiDAR*. A partir da Fotogrametria, dois produtos básicos são gerados: a ortofoto e o modelo digital de elevações (MDE) (MIKHAIL; BETHEL; MCGLONE, 2001). Através de processos matemáticos no MDE, pode-se chegar a um modelo digital de superfície (MDS) e a um modelo digital de terreno (MDT), e por meio de ambos pode-se estimar a altura da base do prédio, usando o MDT, e a altura do topo do prédio, usando o MDS. As dimensões dos prédios nos eixos X e Y podem ser geradas a partir de vetorização em algum software de SIG (Sistema de Informações Geográficas) por meio da ortofoto. A mesma analogia que foi adotada para a Fotogrametria pode ser utilizada para outros tipos de levantamentos como, por exemplo, o *LiDAR*. Esse tipo de levantamento gera um produto básico, uma nuvem de pontos com coordenadas tridimensionais que são medidas por intensidade de retorno de sinal, e os pulsos medidos podem ser separados por retornos – fato este que torna mais fácil e rápida a geração do MDT e do MDS, em comparação à Fotogrametria (VOSELMAN; MASS, 2010).

Outro parâmetro que possui influência no cálculo do potencial gravitacional, a partir da integral de Newton, refere-se ao valor de densidade, e uma alternativa para estudos preliminares é a determinação de um valor médio a partir das dimensões de prédios. No presente estudo, esse valor foi obtido a partir de pesquisas feitas em revistas de construção civil, em que ele foi estimado em função da quantidade de massa empregada por metro quadrado e da altura de cada edificação.

Nesse contexto, o objetivo deste trabalho consiste em determinar o valor do potencial gravitacional associado à anomalia de gravidade a partir das massas das edificações existentes na cidade de Porto Alegre – RS. Esta pesquisa foi desenvolvida usando uma base vetorial com mais de 200 mil edificações, tendo sido empregado um MDE gerado a partir de dados *LiDAR*. Por meio deste modelo de elevações foram geradas as alturas de todas as edificações dessa base vetorial, bem como um modelo de densidades para cada edificação em função da altura de cada prédio. Assim, foram realizados cinco experimentos e foram calculados os valores do potencial gravitacional utilizando os elementos de massa tesseróide, prisma e massa pontual para distâncias de 1 km, 2 km, 5 km, 10 km e 20 km, juntamente com o cálculo da anomalia de gravidade associada à topografia.

2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Nesta seção serão abordados conceitos que estão diretamente envolvidos nas etapas desenvolvidas nesse estudo. Um dos objetivos da Geodésia, segundo Gemael (1999) e Heiskanen e Moritz (1967), consiste em determinar a forma da Terra bem como descrever a representação das variações do seu campo gravitacional.

A abordagem clássica para a solução do problema de valor de contorno da Geodésia para a determinação do geoide exige que os efeitos da topografia sejam levados em consideração (TZIAVOS; VERGOS; GRIGORIADIS, 2010). Isso se deve ao fato de Stokes, em 1849, assumiu que o potencial perturbador do campo de gravidade da Terra é harmônico fora do geoide, o que implica que todas as massas fora dessa superfície precisam ser removidas (HEISKANEN; MORITZ, 1967). De um modo

geral, a atração gravitacional de massas topográficas cria um forte sinal de que domina o espectro de gravidade em comprimentos de onda mais curtos e, portanto, a topografia pode ser usada para suavizar o campo de gravidade antes de qualquer processo de modelagem, ou seja, os ruídos inerentes ao campo de gravidade podem ser suavizados pelas reduções de terreno (TZIAVOS; SIDERIS, 2013).

Nesse contexto, se insere a técnica de RTM que pode ser considerada como um caso de modelagem do campo gravitacional gerado por alguma distribuição de massa topográfica. Através da aplicação da integral de Newton, essa técnica de modelagem fornece o campo de gravidade associado à topografia. Por outro lado, ela produz apenas os constituintes do campo gravitacional referentes aos sinais dos curtos comprimentos de onda. Para solucionar esse problema são utilizados MDE de alta resolução com a finalidade de obter os dados referentes aos longos comprimentos de onda com o objetivo de modelar o campo gravitacional gerado pelas distribuições de massa relacionados à topografia (HIRT et al., 2019). Segundo Schwarz (1984), entre 2 e 34% dos espectros relacionados à anomalia de altitude e efeitos relacionados ao campo de gravidade associados ao cálculo do geóide estão contidos nas altas frequências onde a utilização de MDE de alta resolução desempenham um papel significativo (TZIAVOS; SIDERIS, 2013). A integral de Newton, utilizada na técnica de modelagem RTM, pode ser decomposta analiticamente em elementos geométricos denominados elementos de massa, como um tesseróide, prisma, massa pontual, camada de massa e linha de massa (WILD-PFEIFFER, 2008). Uma das representações do efeito do potencial gravitacional, pode ser descrito pela integral de Newton em coordenadas esféricas conforme a Eq. (1) (GROMBEIN; SEITZ; HECK, 2013)

$$V = G \iiint_{\Omega} \frac{\rho}{l} d\Omega \quad (1)$$

onde V representa o valor do potencial gravitacional, G a constante de gravitação universal de Newton ($6,67 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3/\text{kg}\cdot\text{s}^2$), ρ representa o valor de densidade, l a distância euclidiana entre as massas e o elemento $d\Omega$

representa os elementos infinitesimais da integral de volume. A integral de Newton descrita na Eq. (1) pode ser desenvolvida analiticamente através de elementos geométricos como tesseróides, prismas e massa pontual.

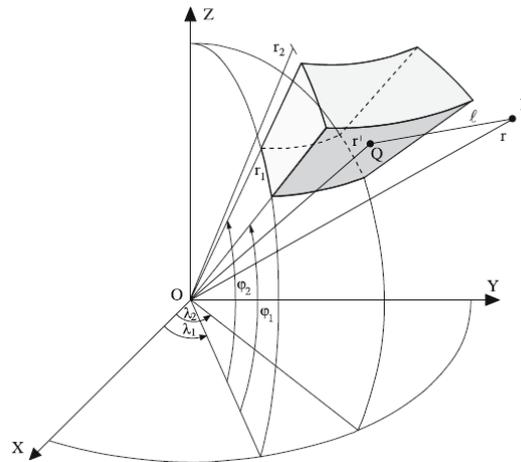
O valor da anomalia de gravidade do RTM é descrito pela Eq. (2) (FORSBERG, 1984; TZIAVOS; SIDERIS, 2013).

$$\Delta g_{\text{RTM}} = 2\pi G\rho(H - H_{\text{ref}}) - G \iiint_E \int_{H_{\text{ref}}}^H \rho \frac{H_p - z}{l^3} dx dy dz \quad (2)$$

Onde G representa a constante de gravitação universal de Newton, ρ representa o valor da densidade adotada (geralmente 2670 kg/m^3), H a origem do ponto de cálculo, H_{ref} a altura da feição que será calculado o efeito gravitacional, ρ o valor da densidade e l a distância euclidiana do ponto de cálculo até o elemento analisado.

A integral de Newton pode ser discretizada através de um tesseróide, Figura 31, é um elemento geométrico delimitado por duas esferas concêntricas com raios r_1 e r_2 constantes, dois meridianos planos ($\lambda_1 = \text{constante}$, $\lambda_2 = \text{constante}$) e duas superfícies cônicas cujas linhas de origem passam pelo centro da esfera e ao longo dos paralelos $\phi_1 = \text{constante}$, $\phi_2 = \text{constante}$ (HECK; SEITZ, 2007).

Figura 31 – Representação de um tesseróide.



Fonte: Heck e Seitz (2007).

O valor da distância da origem do sistema até o centroide do polígono (l) que representa o tesseróide é representado pela Eq. (3) e Eq. (4):

$$\cos\psi_0 = \sin\varphi \cdot \sin\varphi_0 + \cos\varphi \cdot \cos\varphi_0 \cdot \cos(\lambda - \lambda_0) \quad (3)$$

$$l_0 = \sqrt{r^2 + r_0^2 - 2 \cdot r \cdot r_0 \cdot \cos\psi_0} \quad (4)$$

O valor do potencial gravitacional $V(r, \varphi, \lambda)$ é determinado a partir das Eq. (5) a Eq. (9). Nota-se que na Eq. (5) os efeitos da altura do tesseróide (Δr) começam a ser considerados bem como o efeito da densidade (ρ) da superfície.

$$\Delta r = r_2 - r_1 = h_2 - h_1 \quad (5)$$

$$\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1 \quad (6)$$

$$\Delta\lambda = \lambda_2 - \lambda_1 \quad (7)$$

$$L_{000} = \frac{r^2 \cdot (r' - r \cdot \cos\psi_0) \cdot \cos\varphi_0}{l^3} \quad (8)$$

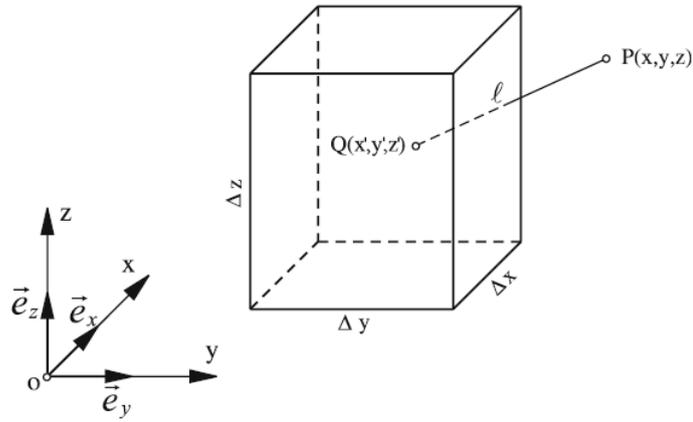
$$V(r, \varphi, \lambda) = G\rho\Delta r\Delta\varphi\Delta\lambda L_{000}[1 + O(\Delta^2)] \quad (9)$$

O potencial gravitacional também pode ser descrito por um prisma retangular e homogêneo, conforme a Figura 2, que pode ser descrito analiticamente pela integral de Newton em coordenadas planas através das Eq. (10) e Eq. (11) (NAGY; PAPP; BENEDEK, 2000).

$$V(x, y, z) = G\rho \int_{z_1}^{z_2} \int_{y_1}^{y_2} \int_{x_1}^{x_2} \frac{dx' dy' dz'}{l} \quad (10)$$

$$l = \sqrt{(x - x')^2 + (y - y')^2 + (z - z')^2} \quad (11)$$

Figura 32 - Geometria de um prisma retangular.



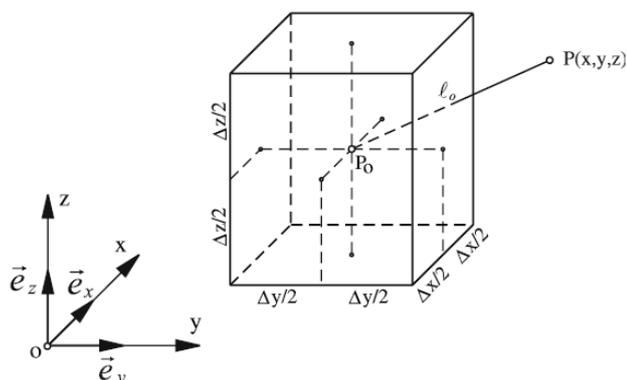
Fonte: Heck e Seitz (2007).

A integral descrita na Eq. (10) pode ser resolvida analiticamente resultando no valor do potencial $V(x, y, z)$ descrito na Eq. (12).

$$\begin{aligned}
 V(x, y, z) = G\rho \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 \sum_{k=1}^2 (-1)^{i+j+k} & \\
 \times [(x - x_i)(y - y_j) \ln \left| \frac{z - z_k + w_{ijk}}{\sqrt{(x - x_i)^2 + (y - y_j)^2}} \right| & \\
 + (y - y_j)(z - z_k) \ln \left| \frac{x - x_i + w_{ijk}}{\sqrt{(y - y_j)^2 + (z - z_k)^2}} \right| & \\
 + (z - z_k)(x - x_i) \ln \left| \frac{y - y_j + w_{ijk}}{\sqrt{(z - z_k)^2 + (x - x_i)^2}} \right| & \\
 - \frac{1}{2} ((x - x_i)^2 \arctan \frac{(y - y_j)(z - z_k)}{(x - x_i)w_{ijk}} & \\
 + (y - y_j)^2 \arctan \frac{(z - z_k)(x - x_i)}{(y - y_j)w_{ijk}} & \\
 + (z - z_k)^2 \arctan \frac{(x - x_i)(y - y_j)}{(z - z_k)w_{ijk}} &
 \end{aligned} \tag{12}$$

Outra forma de descrever o potencial gravitacional pode ser representado pelo elemento massa pontual, cuja formulação matemática é descrita por Heck e Seitz (2007), Wild-Pfeifer (2008), Grombein, Seitz e Heck (2013) e Marotta et al. (2019), onde o valor da massa total do prisma fica concentrado no centro geométrico da Figura 33 e o valor do potencial $V(x, y, z)$ é descrito pela Eq. (13).

Figura 33 - Representação do elemento massa pontual em um prisma retangular.



Fonte: Heck e Seitz (2007).

$$V(x, y, z) = \frac{G\rho\Delta x\Delta y\Delta z}{l_0} [1 + O(\Delta^2)] \quad (13)$$

Em relação a estudos envolvendo o cálculo do valor do potencial gravitacional existem alguns trabalhos que abordam esse tema como por exemplo Heck e Seitz (2007), Wild-Pfeifer (2008) onde os mesmos adotam modelos com densidade (ρ) e alturas dos prismas com valores constantes. Li et al. (2011) adota um modelo de densidades com valores que apresentam uma pequena variação, mas a nível da estrutura do solo, sem considerar a influência das massas de edificações que se encontram acima dessa superfície. Seguindo a mesma linha de pesquisa existem estudos como os desenvolvidos por Deng e Shen (2009) na China, Tsoulis, Novák e Kadlec (2009) na Europa central, Yahaya e El Azzab (2018) na Nigéria, Varga et al. (2019) na Croácia e Hirt et al. (2019) no Himalaia.

Uma aplicação da modelagem RTM pode ser descrita nos estudos realizados Omang e Forsberg (2000), numa região entre a Finlândia e a Dinamarca onde os autores obtiveram um erro no valor do cálculo do geóide em torno de 5 cm. Um estudo semelhante também foi realizado por Tziavos, Vergos e Grigoriadis (2010) para estimar o valor do geóide, na Grécia, adotando diferentes MDE os autores obtiveram erros entre 3,3 mGal e 14,0 mGal nas anomalias do campo gravitacional e entre 1,6 a 26,0 cm no valor do geóide.

Verificou-se que em todos os trabalhos citados anteriormente os valores de densidades são adotados como constantes ou não são o tema principal dos referidos trabalhos e um estudo que aborda a utilização de valores de densidades utilizando modelos de massa foi o desenvolvido no Distrito Federal do Brasil por Marotta, Almeida e Cherubim (2019) na estimativa de um modelo geoidal local.

Uma breve abordagem sobre a tecnologia *LiDAR* também será descrita uma vez que os modelos digitais de elevação utilizados para se medir a base e o topo dos prédios, que foram usados nesse estudo, foram obtidos através dessa técnica. O *LiDAR* consiste em um sensor que mede coordenadas tridimensionais a partir de emissão de pulsos de energia que são enviados diretamente em direção ao alvo com um determinado ângulo em relação ao espelho do sensor. Dependendo da posição do instrumento, cada pulso irá iluminar no alvo uma área com um formato de um círculo, denominada de área de cobertura laser instantânea. Esse pulso será refletido e pode gerar um retorno ou múltiplos retornos e cada um deles é registrado no sensor como uma coordenada (SHAN; TOTH, 2008).

Assim, praticamente toda a energia emitida pelo sensor interage com a superfície do terreno e seria assumido que essa interação resultasse num único retorno. Entretanto as diferentes feições que compõem o terreno irão gerar diferentes retornos em função da forma e dimensão do alvo que receberá

o pulso incidente. Desta forma, cada pulso transmitido da fonte emissora pode gerar múltiplos retornos (VOSSelman; MAAS, 2010). Após o processamento dos dados e a separação dos retornos os modelos digitais que descrevem o terreno podem ser gerados. Os retornos intermediários irão gerar o modelo digital de superfície (MDS) e os últimos retornos irão gerar os modelos digitais de terreno (MDT).

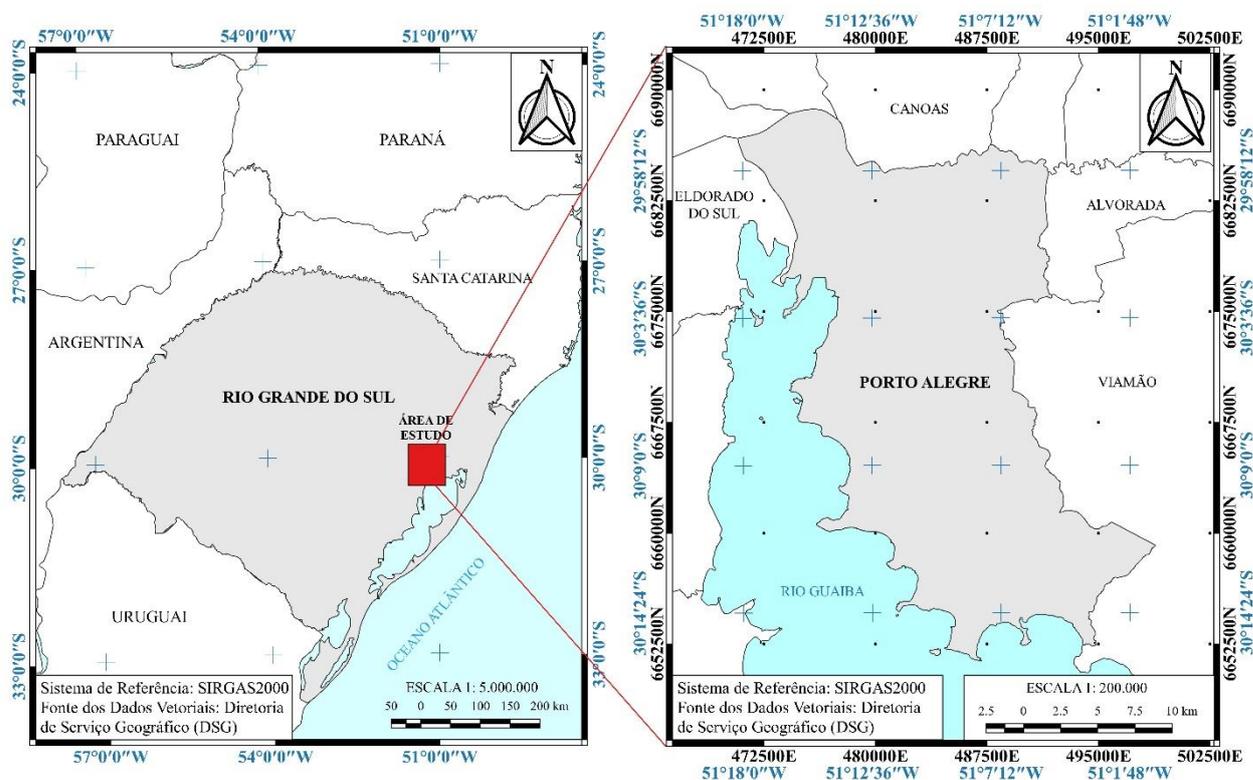
Nesse contexto, em 2008 a Prefeitura Municipal de Porto Alegre (PMPA) fez um voo fotogramétrico onde os dados altimétricos foram gerados por levantamento *LiDAR* com a finalidade de atualização da Planta Genérica de Valores (PGV) da cidade. A partir desse levantamento praticamente todas as edificações da cidade foram digitalizadas em ambiente SIG onde foi gerada uma base vetorial, para esse estudo, com mais de 200 (duzentas) mil edificações.

Os voos para execução do levantamento *LiDAR* foram efetuados em agosto de 2010, com 68 faixas na direção Norte-Sul e com superposição lateral de 30%. Os parâmetros de voo e configuração dos scanners foram definidos de forma a proporcionar uma densidade mínima de 2,2 pontos por m². Foram utilizados os scanners ALS50 e ALS60, ambos da LEICA Geosystems. Para a validação da altimetria foram medidos 92 pontos de controle chegando a um valor médio de discrepâncias de 7,5 cm com desvio-padrão de 6,0 centímetros. Para maiores detalhes sobre as especificações desse levantamento pode se consultar Zanardi et al. (2013).

3 EXPERIMENTOS REALIZADOS

Os estudos foram desenvolvidos na cidade de Porto Alegre, no Estado do Rio Grande do Sul, Brasil, conforme a Figura 34. A cidade de Porto Alegre, que é a capital do Estado, possui uma área de aproximadamente 500 km². As distâncias entre os eixos norte e sul são de aproximadamente 34 km e de 18 km no eixo Leste/Oeste, com uma altitude média de 10 metros acima do nível do mar.

Figura 34 - Mapas de localização da área de estudo.



Fonte: Os autores (2021).

Segundo a Prefeitura Municipal de Porto Alegre (PMPA), os prédios mais altos são os edifícios Santa Cruz, com 32 andares e 96 metros de altura, o Coliseu, com 28 andares e 84 metros de altura, e o Malcon, com 27 andares e 81 metros de altura. A partir dessas informações, verificou-se que a altura de cada andar ou nível dos referidos edifícios corresponde a aproximadamente três metros e adotou-se esse parâmetro como altura mínima de cada edificação. Assim, para diminuir o custo computacional, foram mantidos na base apenas aqueles dados referentes a edificações com pelo menos três metros de altura.

Após a descrição do local dos experimentos (Figura 34), a Figura 5 procura sintetizar um resumo de todas as atividades desenvolvidas neste estudo. Inicialmente foi criada uma base de dados de trabalho a partir dos vetores das edificações oriundos da PMPA. Após essa etapa, utilizando as nuvens de pontos dos dados *LiDAR*, gerou-se um MDS e um MDT com resolução espacial de dois metros da área da cidade de Porto Alegre. A partir da diferença do MDS e MDT, obteve-se a estimativa de altura dos prédios onde se efetuou uma filtragem nas edificações, deixando apenas aquelas edificações com alturas superiores a 3 (três) metros.

Figura 35 – Fluxograma das atividades desenvolvidas no estudo.



Fonte: Os autores (2021).

Após o processo de filtragem das edificações foi aplicada a técnica de RTM usando os elementos de massa tesseróide, prisma e massa pontual na base de dados e na sequência os dados gerados foram comparados, dentro das suas proporções, com o estudo desenvolvido por Heck e Seitz (2007) visando verificar a coerência dos valores calculados. Nesse estudo, foi utilizado como MDE de referência o MDT gerado pelos dados *LiDAR*. Os dados altimétricos utilizados para o cálculo da anomalia de gravidade associada as massas das edificações foram gerados a partir do MDS oriundo dos dados *LiDAR*.

Em relação ao modelo de densidades, utilizou-se o padrão descrito em uma reportagem do jornal *The Seattle Times* (2004), que descreve uma distribuição de massas de 984,782 kg/m² para edificações de até um andar, de 1.354,076 kg/m² para edificações com dois andares e de 1.723,05 kg/m² para edificações de três andares. Neste estudo, adotou-se o padrão do valor de três andares para edificações com mais de três andares, conforme a Tabela 1.

Tabela 11 – Modelo de distribuição de massas adotado nesse estudo.

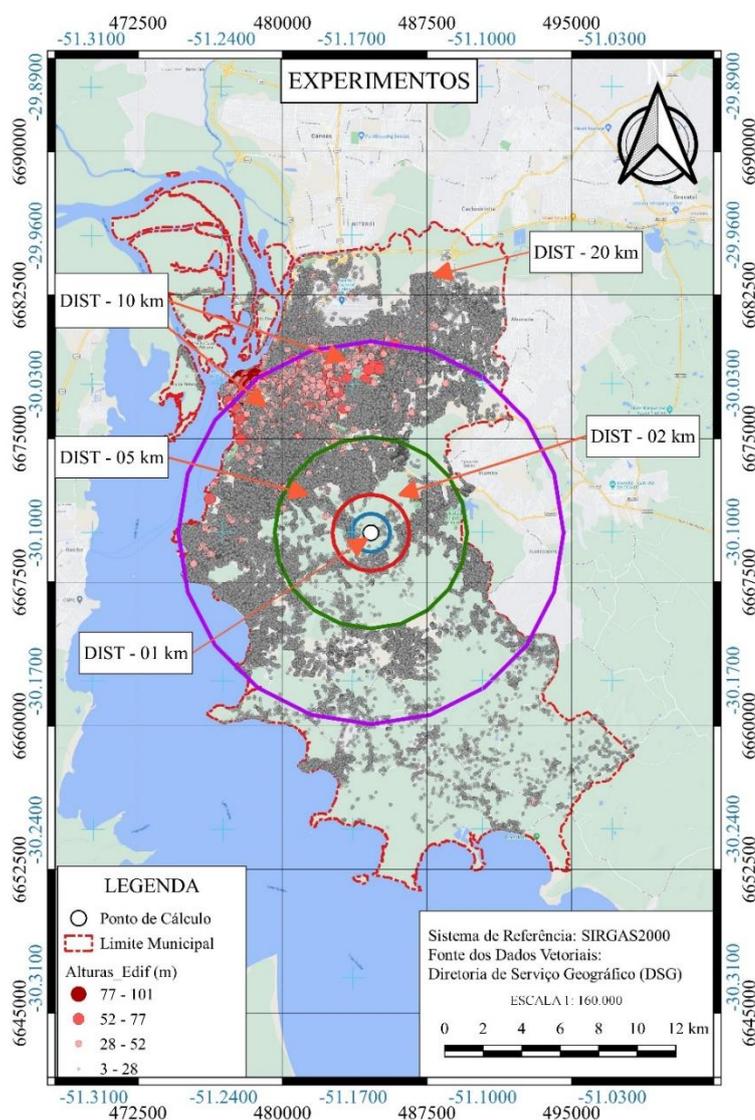
| Andares/Níveis | Massa Empregada |
|------------------------|-----------------------------|
| 01 Andar ou Nível | 984,782 kg /m ² |
| 02 Andares ou Níveis | 1.354,076 kg/m ² |
| A partir de 03 andares | 1.723,05 kg/m ² |

Fonte: Os autores (2021).

Para a obtenção do modelo de densidades de cada edificação, estimou-se:

1. A quantidade de níveis ou andares de cada edificação. Obteve-se a altura de cada prédio pela diferença entre os valores do MDS e do MDT, oriundos do levantamento *LiDAR*. A quantidade de níveis de cada edificação foi estabelecida pela divisão da altura de cada prédio por três metros. Assumiu-se o valor inteiro.
 2. A massa empregada de cada prédio em kg. Esta foi obtida por meio da multiplicação da área de cada prédio pela quantidade de níveis. Em seguida, esses valores foram multiplicados pelos seus correspondentes na Tabela 1.
 3. O volume de cada edifício em m^3 . Multiplicou-se a área de cada edificação por sua respectiva altura.
 4. Finalmente, o valor de densidade de cada edifício em kg/m^3 . Dividiu-se a estimativa da massa de cada edificação pelo seu respectivo volume.
- Assim, cada edificação da base de dados teve um valor de densidade diferente, sendo o valor mínimo de $187,611 kg/m^3$ e o valor máximo de $590,764 kg/m^3$.

Figura 36 – Distribuição das edificações nos experimentos realizados.



Fonte: Os autores (2021).

A Figura 36 é um mapa da cidade de Porto Alegre em escala 1:160.000. Na mesma estão representados os raios de avaliação de 01 km, 02 km, 05 km, 10 km e 20 km referentes aos cinco experimentos. O ponto de origem, para o cálculo do potencial gravitacional, fica localizado entre os bairros Cascata e Belém Velho, com uma altitude de 12,822 m. É possível também observar nessa figura que as edificações mais altas encontram-se nos experimentos com distâncias de 10 e 20 km.

Os cálculos empregados nas Eq. (1) à Eq. (13) foram implementados na linguagem de programação Python versão 3.7. Foram utilizados os módulos Numpy e Tensorflow para as operações matriciais, Pandas para o tratamento de bases de dados e Matplotlib para a geração de gráficos. Utilizou-se dois poderosos ambientes científicos como o IDE (*Integrated Development Environment*) Spyder versão 4.0.1 e o Google Colaboratory (Google Colab).

4 ANÁLISE DOS RESULTADOS

Esta seção aborda os resultados referentes ao cálculo do valor de V por meio da modelagem RTM, empregando os elementos de massa tesseróide, prisma e massa pontual e o cálculo do efeito gravitacional gerado por esses elementos. Na Tabela 12 consta um resumo de todos os testes realizados neste trabalho. Na coluna “Experimento” consta as distâncias usadas nos testes, e na coluna “N.º Prédios” consta a quantidade de prédios existentes em cada experimento. Também foram inseridos na Tabela 12 os valores de alturas (“Alt.”) mínimas e máximas em cada experimento, bem como o valor médio do potencial gravitacional V associado a cada elemento de massa, no caso o tesseróide, prisma e massa pontual. Os valores de V apresentaram resultados bastante semelhantes, ou seja, o valor médio para edificações a uma distância de 1 km variou entre 0,024 m²/s², com elemento de massa tesseróide, e o valor de 0,027 m²/s², com os elementos de massa prisma. Essa pequena diferença também ocorreu nos experimentos com distâncias de 2 km, 5 km, 10 km e 20 km. Estima-se que houve pouca variação nesses valores em função de as distâncias dos experimentos não serem superiores a 20 km, uma vez que nos experimentos realizados por Heck e Seitz (2007) esses valores começaram a ficar evidentes a partir da distância de 9 km.

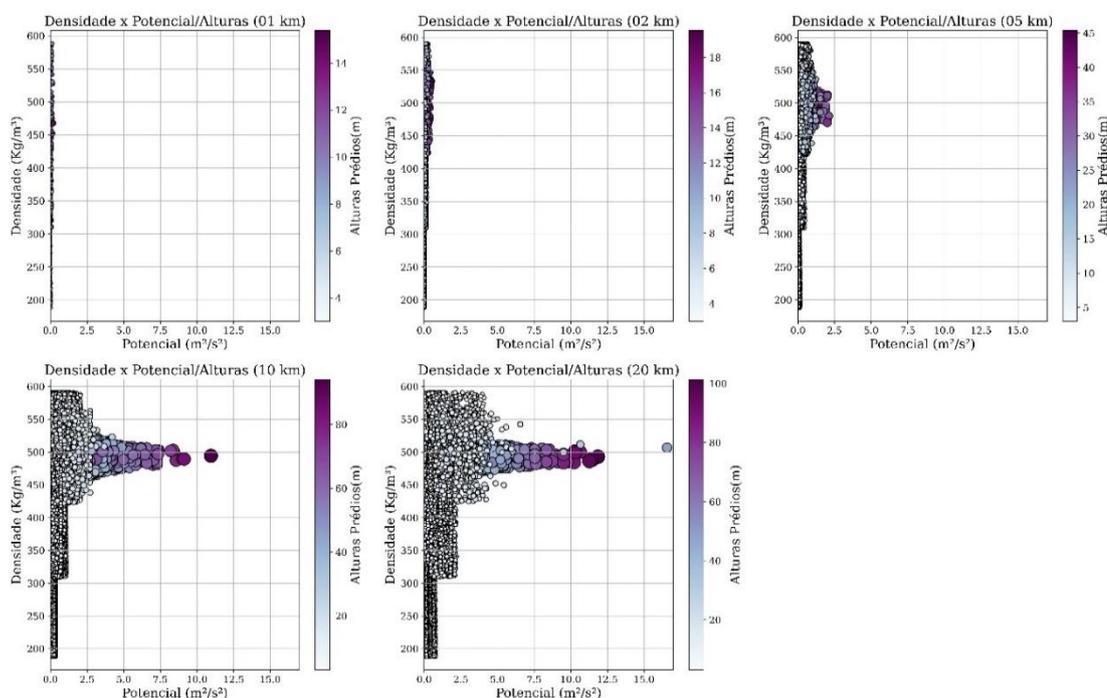
Tabela 12 – Experimentos realizados.

| Experimento | Nº Prédios | Alt Prédios – Min(m) | Alt Prédios – Max(m) | V Tesseróide (m ² /s ²) | V Prisma (m ² /s ²) | V Massa Pontual (m ² /s ²) |
|-------------|------------|----------------------|----------------------|--|--|---|
| 01 km | 313 | 3,009 | 15,388 | 0,024 | 0,027 | 0,025 |
| 02 km | 3742 | 3,000 | 19,542 | 0,071 | 0,070 | 0,070 |
| 05 km | 36881 | 3,000 | 45,392 | 0,167 | 0,162 | 0,160 |
| 10 km | 150375 | 3,000 | 94,143 | 0,403 | 0,400 | 0,403 |
| 20 km | 58173 | 3,000 | 101,400 | 0,487 | 0,485 | 0,487 |

Fonte: Os autores (2021).

Na integral de Newton, descrita na Eq. (1), os dois principais parâmetros envolvidos no cálculo do valor de V (sem contar a constante de gravitação universal) são o valor da densidade ρ e a distância ao ponto de cálculo do sistema. A altura dos prédios foi um dos parâmetros utilizados para estimar o modelo de densidades de cada edificação e verificou-se que os maiores valores de V foram encontrados nos experimentos que continham as edificações com maiores valores de altura.

Figura 37 – Valor do potencial gravitacional V em função da densidade e da altura das edificações.

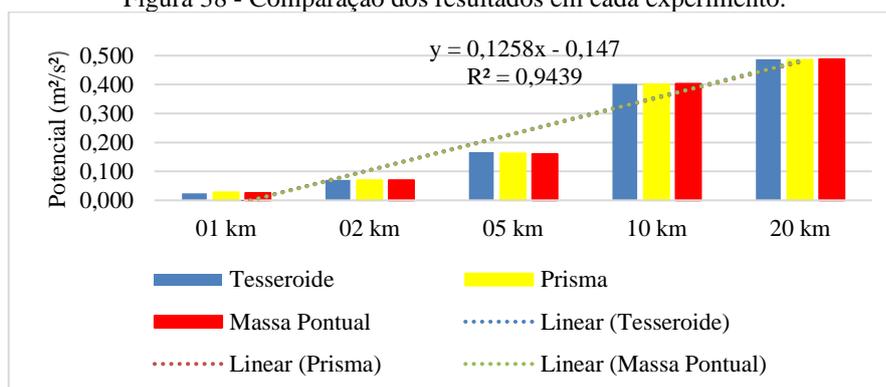


Fonte: Os autores (2021).

Os maiores valores de V foram obtidos nos experimentos com distâncias de 10 km e 20 km, sendo que ambos foram influenciados diretamente pela quantidade de prédios (208.548 ao total), evidenciando que essa variável possui uma relação direta com o valor de V . Assim, na Figura 7, procurou-se representar a relação existente entre o valor de V em função da densidade e da altura dos prédios. Na Figura 7, a quantidade de círculos representa o número de edificações em cada experimento, o diâmetro de cada círculo representa as alturas de cada prédio e os círculos de cores mais escuras representam as edificações mais altas. Constatou-se que os maiores valores de V foram gerados nas faixas de densidade entre 400 kg/m^3 e 550 kg/m^3 e com alturas entre 60 m e 80 m.

Portanto, procurou-se verificar se existia algum tipo de relação matemática (linear, quadrática ou exponencial) entre o valor de V e as distâncias entre os elementos de massa analisados. Como pode ser verificado na Figura 8, os experimentos apresentaram um comportamento linear entre o valor do potencial com o incremento da distância, onde o maior valor foi verificado no experimento com distância de 20 km.

Figura 38 - Comparação dos resultados em cada experimento.



Fonte: Os autores (2021).

Assim, para verificar se houve diferença significativa entre os experimentos foi realizado um teste de análise de variância (ANOVA). Este é um teste de hipótese não paramétrico onde a hipótese básica (H_0) indica que não existe variação significativa entre os dados analisados dentro do mesmo grupo e entre os outros grupos de comparação e a hipótese alternativa (H_1) indica que os dados possuem variância significativa. (MONTGOMERY; RUNGER; CALADO, 2000). Nesse caso, as hipóteses testadas foram:

- H_0 , hipótese básica, indica que não existe variação significativa entre os dados analisados dentro do mesmo grupo e entre outros grupos de comparação. Os grupos de comparação representam os valores de V utilizando os elementos de massa tesseracto, prisma e massa pontual.

- H_1 , hipótese alternativa, indica que existe diferença significativa entre os experimentos.

Na Tabela 13 consta os resultados do teste ANOVA. Comparando o valor de $F_{\text{Calculado}}$, que corresponde a quociente entre a variação entre os grupos e a variação dentro dos grupos, com o valor de $F_{\text{Teórico}}$ (tabelado) nota-se que ele é inferior ao valor teórico aceitando-se assim a hipótese básica a um nível de significância de 95%. Outra maneira de se avaliar a significância da estatística do teste ANOVA consiste na análise do valor-P. Caso $\text{valor-P} < \alpha$ ou $\text{valor-P} < 0,05$ rejeitamos a hipótese básica, caso contrário, não se rejeita a hipótese de nulidade de H_0 , ou seja, não há evidências de diferenças significativas entre os experimentos. Conforme o exemplo desse estudo, descrito na Tabela 13, o $\text{valor-P} > 0,05$ ratifica a aceitação de H_0 e a rejeição de H_1 .

Tabela 13 – Análise de variância (ANOVA) entre os experimentos.

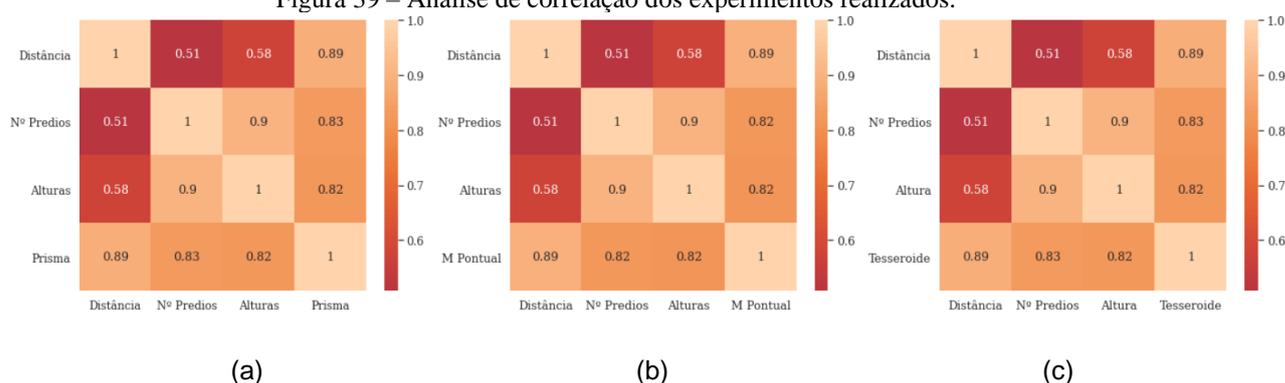
| Fonte da variação | SQ | GL | MQ | $F_{\text{Calculado}}$ | valor-P | $F_{\text{Teórico}}$ |
|-------------------|-------|--------|-------|------------------------|---------|----------------------|
| Entre grupos | 0,000 | 2,000 | 0,000 | 0,002 | 0,998 | 3,885 |
| Dentro dos grupos | 0,070 | 12,000 | 0,006 | | | |
| Total | 0,070 | 14,000 | | | | |

Fonte: Os autores (2021).

Logo, a partir dos dados obtidos na Tabela 13, nota-se que não existem diferenças significativas entre os experimentos onde o valor-P é de $0,998 > 0,05$ rejeitando a hipótese alternativa e aceitando a hipótese básica, ou seja, nesse estudo a utilização dos elementos de massa tesseracto, prisma e massa pontual não apresentaram valores com diferenças significativas para distâncias de 01 km, 02 km, 05 km, 10 km e 20 km.

A integral de Newton, Eq. (1), considera a densidade e distância do ponto de cálculo até o elemento de massa como parâmetros fundamentais. Pelo gráfico da Figura 38 notou-se que o valor do potencial apresentou uma relação linear em cada experimento, assim, estimou-se esse tipo de relação entre a distância ao sistema de origem e também em relação as variáveis que foram utilizadas para se chegar ao valor da densidade de cada edificação, no caso a quantidade de prédios e a altura de cada prédio, através de uma análise de correlação conforme a Figura 39.

Figura 39 – Análise de correlação dos experimentos realizados.



Fonte: Os autores (2021).

Assim, ficou evidenciado a existência de linearidade entre as variáveis distância, quantidade de prédios e altura dos prédios no cálculo do potencial a partir dos elementos de massa tesseroid (Figura 9.a), prisma (Figura 9.b) e massa pontual (Figura 9.c).

Após as análises envolvendo o potencial gravitacional foi estimado o valor da anomalia de gravidade associada à topografia a partir das massas das edificações. Os valores de V foram empregados nesse cálculo (Δg) descrito na Eq. (2). Na Tabela 4, Δg Solo refere-se ao valor médio da anomalia de gravidade referente ao nível do solo para cada experimento. Neste caso, para sua obtenção utilizou-se os valores de altitude referentes ao MDT e valor da densidade (ρ) igual a 2670 kg/m^3 . Nesta tabela também é apresentado o valor médio da anomalia de gravidade associado à topografia e as massas das edificações (Δg Prédios). Entretanto, para sua obtenção fez-se uso do modelo de densidades descrito na Tabela 1 e dos valores das alturas dos prédios medidos em relação ao MDS.

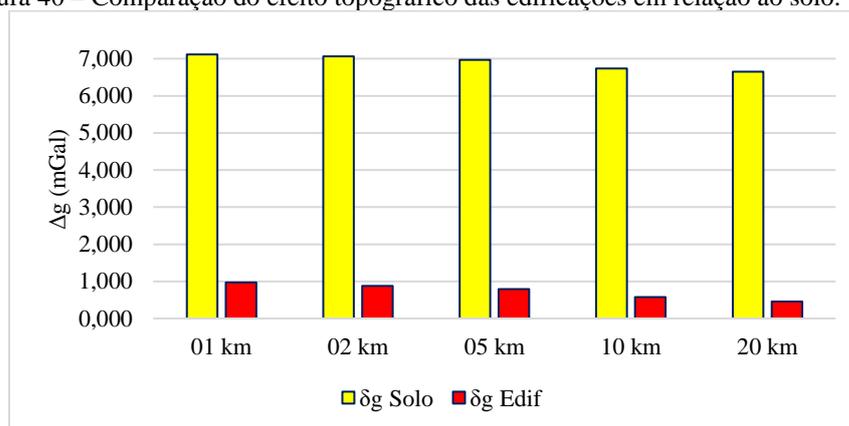
Tabela 14 – Valores do efeito topográfico das massas no cálculo da anomalia de gravidade.

| Experimento | Δg Solo | $\sigma \Delta g$ Solo | Δg Edif | $\sigma \Delta g$ Edif |
|---|-----------------|------------------------|-----------------|------------------------|
| 01 km | 7,113 | 0,026 | 0,969 | 0,278 |
| 02 km | 7,067 | 0,068 | 0,877 | 0,264 |
| 05 km | 6,970 | 0,161 | 0,788 | 0,246 |
| 10 km | 6,734 | 0,523 | 0,575 | 0,325 |
| 20 km | 6,650 | 0,753 | 0,460 | 0,396 |
| Média | 6,907 | 0,306 | 0,734 | 0,302 |
| Relação entre Δg Edificações/ Δg Solo | | | | 10,62% |

Fonte: Os autores (2021).

A partir dos valores descritos na Tabela 14 e Figura 40, chegou-se ao resultado que a influência das massas das edificações associadas a topografia representaram 10,62% do valor da anomalia de gravidade em comparação com o seu correspondente em relação ao solo. Na Tabela 14 também consta o valor do desvio-padrão da anomalia de gravidade calculado a partir das massas das edificações e em relação ao solo ($\sigma \Delta g$ Edif e $\sigma \Delta g$ Solo). Os maiores valores de desvio-padrão ocorreram nos experimentos com maior número de edificações, nesse caso os experimentos com as distâncias de 10 e 20 km.

Figura 40 – Comparação do efeito topográfico das edificações em relação ao solo.



Fonte: Os autores (2021).

Esse valor segue a literatura, no caso Schwarz (1984) onde o autor descreve que entre 2 e 34% dos espectros relacionados ao campo de gravidade associados ao cálculo do geoide estão contidos nas altas frequências relacionadas a MDE de alta resolução. Embora não seja o foco principal desse estudo, e fazendo uma comparação a partir dos resultados do estudo de Tziavos, Vergos e Grigoriadis (2010), estima-se os dados do presente estudo podem gerar uma influência de 3,85 e 6,49 cm no valor do cálculo do geoide em regiões com uma grande quantidade de edificações como por exemplo grandes cidades.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

O presente estudo teve como objetivo principal estimar o valor do potencial gravitacional de massas de edificações, juntamente com a anomalia de gravidade associada à topografia na cidade de Porto Alegre - RS, usando um modelo digital de elevação (MDE) de alta resolução, oriundo de dados *LiDAR*. Esse tipo de modelagem foi realizado utilizando a modelagem RTM (*residual terrain modelling*), empregando os elementos de massa tesseróide, prima e massa pontual, em que cada elemento visou a modelar uma base de dados vetorial com mais de 190 mil edificações.

Estudos que abordam esse tipo de modelagem, como Heck e Seitz (2007) e Wild-Pfeifer (2008), geralmente utilizam os valores de altitudes e densidade como constantes. Nesse estudo, procurou-se variar o tipo de parâmetro e estimar o valor do potencial e da anomalia de gravidade relacionada com as massas das edificações. Os resultados dos experimentos desenvolvidos nesse trabalho apresentaram valores coerentes, dentro da proporção das variáveis empregadas no trabalho de Heck e Seitz (2007), no qual as maiores variações do valor do potencial calculado foram a partir de distâncias acima de nove quilômetros.

Nesse contexto, a utilização da técnica de RTM com o emprego de um modelo digital de elevações (MDE) de alta resolução, a partir de dados *LiDAR*, foi fundamental para cálculo do valor do potencial gravitacional e do cálculo da anomalia de gravidade relacionada à topografia. A partir das alturas derivadas do MDE, estimou-se um modelo de densidade para cada edificação.

Como a densidade é um dos principais parâmetros na integral de Newton, também foram avaliadas as variáveis que geraram o modelo de distribuição de massas, como a altura dos prédios, a quantidade de edificações e também a distância do ponto de cálculo até o centro de massa de cada prédio. A partir de uma análise de correlação, verificou-se que essas variáveis possuem uma relação linear com o valor do potencial obtido em cada modelo de massa analisado.

Notou-se também que os valores do potencial utilizando os modelos de massa tesseróide, prisma e massa pontual apresentaram uma variação muito pequena dentro de cada experimento (no caso

distâncias de 01, 02, 05, 10 e 20 km). Por meio de uma análise variância (ANOVA), estimou-se que, para esse estudo, aos valores do potencial gravitacional calculado não apresentam diferença significativa. Acredita-se que isso ocorreu em função da limitação da distância máxima adotada nesse estudo, que foi de 20 km.

A partir dos resultados obtidos nesse trabalho, estima-se que a principal contribuição desse estudo foi calcular o valor do potencial gravitacional juntamente com a anomalia de gravidade associada à topografia relacionada às massas de edificações, utilizando a modelagem RTM. Estimou-se que o valor da anomalia de gravidade associada às massas das edificações apresentou resultados de magnitude de 10,62% em relação ao seu correspondente associado à superfície terrestre. Assim, baseado nesses resultados, acredita-se que esse tipo de análise deve ser levado em consideração no cálculo de modelos geoidais locais de regiões com grande densidade de edificações (por exemplo, grandes cidades). Obteve-se uma grande otimização no tempo de processamento ao trabalhar com uma base vetorial num ambiente integrado de desenvolvimento (IDE), utilizando o Google Colab. Essa escolha possibilitou a utilização dos MDEs de alta resolução, gerados a partir dos dados *LiDAR*. Caso fosse utilizada uma base de dados matricial, seria necessário o uso de um computador com alta capacidade de processamento.

Agradecimentos

Agradecimento ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq) pela concessão da Bolsa de Produtividade em Pesquisa com nº de processo 303046/2017-1.

Contribuição dos Autores

O autor principal, Rodrigo da Silva Ferraz, doutorando do Programa de Pós-Graduação em Sensoriamento Remoto, foi o responsável por separar e filtrar a base vetorial que serviu de apoio para esse estudo. O referido autor também implementou os cálculos na linguagem de programação Python, fez a pesquisa e fundamentação teórica e escreveu o conteúdo do texto dessa pesquisa. O Prof. Dr. Sérgio Florêncio de Souza, do Programa de Pós-Graduação em Sensoriamento Remoto da UFRGS, foi o responsável pelo tema do trabalho e pela correção e revisão do texto.

Conflitos de Interesse

Os autores declaram que não há conflitos de interesse.

REFERENCIAS

- DENG, X. L.; SHEN, W. B. Topographic effects up to gravitational curvatures of tesseroids: A case study in China. **Studia Geophysica et Geodaetica**, v. 63, n. 3, p. 345-366, 2019. DOI. 10.1007/s11200-018-0772-4.
- DIRETORIA DE SERVIÇO GEOGRÁFICO (DSG). Banco de Dados Geográfico do Exército. Disponível em: < <https://bdgex.eb.mil.br/mediador/>>. Acesso em: 10 jul. 2020.
- FORSBERG, R. **Study of terrain reductions, density anomalies and geophysical inversion methods in gravity-field modeling**. Technical report. Ohio State Univ. Research Foundation, Columbus (USA), 1984.
- GEMAEL, C. **Introdução à geodésia física**. Curitiba: Editora da UFPR, 1999.

- GUIMARÃES, G. DO N.; BLITZKOW, D. Problema de valor de contorno da Geodésia: uma abordagem conceitual. **Boletim de Ciências Geodésicas**, v. 17, n. 4, p. 607-624, 2011. DOI. 10.1590/s1982-21702011000400007.
- GROMBEIN, T.; SEITZ, K.; HECK, B. Optimized formulas for the gravitational field of a tesseroid. **Journal of Geodesy**, v. 87, n. 7, p. 645-660, 2013. DOI. 10.1007/s00190-013-0636-1.
- HECK, B.; SEITZ, K. A comparison of the tesseroid, prism and point-mass approaches for mass reductions in gravity field modelling. **Journal of Geodesy**, v. 81, n. 2, p. 121-136, 2007. DOI. 10.1007/s00190-006-0094-0
- HEISKANEN, W. A.; MORITZ, H. **Physical geodesy**. San Francisco: WH Freeman and Company, 1967.
- HIRT, C.; BUCHA, B.; YANG, M.; KUHN, M. A numerical study of residual terrain modelling (RTM) techniques and the harmonic correction using ultra-high-degree spectral gravity modelling. **Journal of Geodesy**, v. 93, n. 9, p. 1469-1486, 2019. DOI. 10.1007/s00190-019-01261-x.
- KUHN, M.; HIRT, C. Topographic gravitational potential up to second-order derivatives: an examination of approximation errors caused by rock-equivalent topography (RET). **Journal of Geodesy**, v. 90, n. 9, p. 883-902, 2016. DOI. 10.1007/s00190-016-0917-6.
- LI, Z.; HAO, T.; XU, Y.; XU, Y. An efficient and adaptive approach for modeling gravity effects in spherical coordinates. **Journal of Applied Geophysics**, v. 73, n. 3, p. 221-231, 2011. DOI. 10.1016/j.jappgeo.2011.01.004.
- LIN, M.; DENKER, H.; MÜLLER, J. Gravity Field Modeling Using Tesseroids with Variable Density in the Vertical Direction. **Surveys in Geophysics**, p. 1-43, 2020. DOI. 10.1007/s10712-020-09585-6.
- MAROTTA, G.; ALMEIDA, Y.; CHUERUBIM, M. L. Análise da Influência do Valor de Densidade na Estimativa do Modelo Geoidal Local para o Distrito Federal, Brasil. **Revista Brasileira de Cartografia**, v. 71, n. 4, p. 1089-1113, 2019. DOI. 0000-0003-1073-0683 .
- MAROTTA, A. M.; SEITZ, K.; BARZAGHI, R.; GROMBEIN, T.; HECK, B. Comparison of two different approaches for computing the gravitational effect of a tesseroid. **Studia Geophysica et Geodaetica**, v. 63, n. 3, p. 321-344, 2019. DOI: 10.1007/s11200-018-0454-2.
- MIKHAIL, E. M.; BETHEL, J. S.; MCGLONE, J. C. **Introduction to modern photogrammetry**. New York, 2001.
- MONTGOMERY, D. C.; RUNGER, G. C.; CALADO, V. **Estatística Aplicada E Probabilidade Para Engenheiros**. Rio de Janeiro: Grupo Gen-LTC, 2000.
- NAGY, D.; PAPP, G.; BENEDEK, J. The gravitational potential and its derivatives for the prism. **Journal of Geodesy**, v. 74, n. 7-8, p. 552-560, 2000. DOI. 10.1007/s001900000116.
- OMANG, O. C. D.; FORSBERG, R. How to handle topography in practical geoid determination: three examples. **Journal of Geodesy**, v. 74, n. 6, p. 458-466, 2000. DOI. 10.1007/s001900000107.
- PREFEITURA MUNICIPAL DE PORTO ALEGRE (PMPA). Secretaria Municipal de Urbanismo. Viva o Centro. Disponível em: <http://www2.portoalegre.rs.gov.br/vivaocentro/default.php?p_secao=18>. Acesso em: 10 jul. 2020.
- REXER, M.; HIRT, C.; BUCHA, B.; HOLMES, S. Solution to the spectral filter problem of residual terrain modelling (RTM). **Journal of Geodesy**, v. 92, n. 6, p. 675-690, 2018. DOI. 10.1007/s00190-017-1086-y.
- SARASWATI, A. T.; CATTIN, R.; MAZZOTTI, S.; CADIO, C. New analytical solution and associated software for computing full-tensor gravitational field due to irregularly shaped bodies. **Journal of**

- Geodesy**, v. 93, n. 12, p. 2481-2497, 2019. DOI. 10.1007/s00190-019-01309-y.
- SHAN, J.; TOTH, C. K. **Topographic laser ranging and scanning: principles and processing**. Boca Raton: CRC Press, 2008.
- SCHWARZ, K. P. Data types and their spectral properties. In: SCHARTZ K.P. (Ed.). **Local gravity field approximation. International Summer School (BSS)**. Beijing, 1984. p. 1-66.
- SÜNKEL, H. GBVP—Classical solutions and implementation. In: SANSÓ, F.; RUMMEL, R. (Ed.). **Geodetic Boundary Value Problems in View of the One Centimeter Geoid**. Lecture Notes in Earth Sciences. Berlin, Heidelberg: Springer, 1997. p. 219–237.
- VARGA, M.; GRGIĆ, M.; BJELOTOMIĆ ORŠULIĆ; O.; BAŠIĆ, T. Influence of digital elevation model resolution on gravimetric terrain correction over a study-area of Croatia. **Geofizika**, v. 36, n. 1, p. 17-32, 2019. DOI. 10.15233/gfz.2019.36.1.
- WILD-PFEIFFER, F. A comparison of different mass elements for use in gravity gradiometry. **Journal of Geodesy**, v. 82, n. 10, p. 637-653, 2008. DOI. 10.1007/s00190-008-0219-8.
- YAHAYA, S. I.; EL AZZAB, D. High-resolution residual terrain model and terrain corrections for gravity field modelling and geoid computation in Niger Republic. **Geodesy and Cartography**, v. 44, n. 3, p. 89-99, 2018. DOI. 10.3846/gac.2018.3787.
- YANG, M.; HIRT, C.; PAIL, R. TGF: A New MATLAB-Based Software for Terrain-Related Gravity Field Calculations. **Remote Sensing**, v. 12, n. 7, p. 1063, 2020. DOI. 10.3390/rs12071063.
- THE SEATTLE TIMES. What does a house weigh? Some mental heavy lifting., 19. dez. 2004. Disponível em <<https://archive.seattletimes.com/archive/?date=20041219&slug=homehay19>>. Acesso em: 12/7/2020.
- TZIAVOS, I. N.; VERGOS, G. S.; GRIGORIADIS, V. N. Investigation of topographic reductions and aliasing effects on gravity and the geoid over Greece based on various digital terrain models. **Surveys in geophysics**, v. 31, n. 1, p. 23-67, 2010. DOI. 10.1007/s10712-009-9085-z.
- TZIAVOS, I. N.; SIDERIS, M. G. Topographic Reductions in Gravity and Geoid Modeling. In: SANSÒ, F.; SIDERIS, M. G. (Ed.). **Geoid Determination: Theory and Methods**. Lecture Notes in Earth System Sciences. Berlin, Heidelberg: Springer, 2013. p. 337–400.
- TSOULIS, D.; NOVÁK, P.; KADLEC, M. Evaluation of precise terrain effects using high-resolution digital elevation models. **Journal of Geophysical Research: Solid Earth**, v. 114, n. B2, p. B02404, 2009. DOI. 10.1029/2008JB005639
- VOSSelman, G.; MAAS, H. G. **Airborne and terrestrial laser scanning**. Boca Raton: CRC Press, 2010.
- ZANARDI, R. P.; SCHNEIDER, A. H.; SALOMONI, T. R.; SALOMONI, C. S.; REISS, M. L. L. (2013). Validação da qualidade do perfilamento a LASER aerotransportado da cidade de Porto Alegre. In: SIMPÓSIO BRASILEIRO DE SENSORIAMENTO REMOTO, 16., 2013, Foz do Iguaçu. **Anais...**São José dos Campos: INPE, 2013. p. 6178-6184.

Bibliografia do autor principal



Rodrigo da Silva Ferraz, autor principal, nascimento em Xanxerê-SC em 14 de abril de 1980. Graduado em Engenharia Cartográfica pela Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS) no ano de 2014 e Mestre em Sensoriamento Remoto pela UFRGS em 2017. Experiência profissional na área de Geoprocessamento e Topografia desde o ano de 2002 trabalhando pelo Exército Brasileiro no 9º Batalhão de Engenharia de Construção em Cuiabá-MT, de 2002 até 2006, e pelo 1º Centro de Geoinformação em Porto Alegre – RS, de 2007 até hoje.



Esta obra está licenciada com uma Licença [Creative Commons Atribuição 4.0 Internacional](https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/) – CC BY. Esta licença permite que outros distribuam, remixem, adaptem e criem a partir do seu trabalho, mesmo para fins comerciais, desde que lhe atribuam o devido crédito pela criação original.

APÊNDICE B – Artigo submetido ao periódico Survey Review

Evaluation of the influence of building masses in the calculation of the gravity anomaly RTM from the variation of different calculation points – Case study in the city of Porto Alegre (Brazil)

Rodrigo da Silva Ferraz^a, Sérgio Florêncio de Souza^a

^aPrograma de Pós-Graduação em Sensoriamento Remoto, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, Brasil.

rferraz1980@gmail.com, sergioflorenciodesouza@gmail.com,

Evaluation of the influence of building masses in the calculation of the gravity anomaly RTM from the variation of different calculation points – Case study in the city of Porto Alegre (Brazil)

Over the last few years digital elevation models (DEM) have been used in Geodesy to model the effects of topographic masses in gravimetric measurements. In this context, the main objective of this work was to estimate the gravity anomaly RTM associated with the building masses from the variation of different calculation points. The present study was developed in the city of Porto Alegre in Brazil and used a vector base where the value of the gravity anomaly RTM was estimated from DEM derived from LiDAR data, obtaining results that varied between 2.239 and -2.910 mGal.

Keywords: gravity anomaly, RTM, mass, buildings, LiDAR.

1. Introduction

The importance of observations associated with the gravitational field is relevant since the structure related to the shape of the Earth as well as the anomalies related to the gravitational field provide important details about the mass composition and geological structure of the Earth's crust. In modern terrain correction techniques that address the gravitational field, high resolution digital elevation models (DEM) are used in order to estimate the gravity anomaly related to topographic masses from Newton's law of universal gravitation. With the advancement of technology, several digital elevation models (DEM) were made available to the academic community, among which we can mention some DEM such as SRTM (Shuttle Radar Topography Mission), ALOS (Advanced Land Observing Satellite), ASTER (Advanced Spaceborne Thermal Emission and Reflection Radiometer) and COPERNICUS. Generally, these DEM have a spatial resolution of around 30m and depending on the application, this type of resolution ends up not being suitable, for example, for topographical surveys in a 1:1000 scale, road projects or cadastral planialtimetric surveys.

In Geodesy, DEM make an important role in gravitational field studies, as they provide the high frequency content of the spectrum through available mass reduction methods such as simple and refined Bouguer effect, terrain correction, the residual terrain modelling (RTM) and isostatic reductions. The contribution of the high frequency of topographic effects to different constituents of the gravitational field occurs due to the high correlation of the gravimetric characteristics of short wavelengths related to topography (TZIAVOS; SIDERIS, 2013). Gravimetric reductions that relate the gravity field with the topographic masses make an important role in geodetic applications, such as geoid modeling. The attraction of topographical masses generates a strong signal that dominates the gravitational spectrum at shorter wavelengths and topography can be used to smooth this field before any modeling process.

The RTM modeling technique, described by Forsberg (1984), is used to estimate the gravity field and uses a high-resolution DEM. This technique uses the Newton integral to calculate the gravitational potential values that are used in the Geodetic Boundary Value Problem (GBVP) in determining the gravity field external to the masses in the geoid determination. Thus, the gravity anomaly RTM is represented by the difference between the Bouguer anomaly associated with a reference surface that contains the calculation point, which represents the origin of the system associated with a high-resolution DEM, and the value of the gravitational potential that can be discretized from Newton's integral in mass elements such as prisms and tesseroids.

In the literature, it is common to find studies that address terrain corrections using MDE SRTM, such as Hirt et al (2019), Olgun and Üstün (2018) and Yahaya and El Azzab (2018) with different spatial resolutions and ASTER models such as, Abd- Elmotaal et al (2020), Varga et al (2019) and Abback (2014). These studies were developed in areas with large extensions, such as Varga et al (2019) where the study area was the territorial extension of Croatia (approximately 56.594 km²). Another study that addresses the use of the RTM modeling technique was developed by El-Ashquer et al (2020) where this technique was used in the evaluation of geopotential models in the calculation of gravity anomalies and in the calculation of the geoid in Kuwait.

As most of the available DEM have a spatial resolution of 30 meters, an alternative solution to use in the RTM reduction is the use of elevation models generated through LiDAR data. This type of data generates a basic product called a point cloud, which are pulses measured by the intensity of the signal return, and these pulses can be separated by returns – a fact that makes it easier and faster to generate a digital terrain model (DMT) and the digital surface model (DSM) from the DEM (VOSSSELMAN; MASS, 2010).

In addition to the MDE, the RTM reduction uses another parameter for modeling the gravitational field from the Newton integral which is the density value. In some studies, such as those developed by Heck and Seitz (2007), Wild-Pfeifer (2008), Hirt et al. (2019) and Smith, Robertson and Milbert (2001) it is common for authors to use a standard density value, usually 2670 kg/m^3 , however, this value ends up being limited to the earth's surface and the residual masses of elements that are above this surface, such as, for example, trees, houses, poles and other types of buildings end up being disregarded due to the difficulty of estimating the density value of this type of feature.

In this context, the main objective of this study was to estimate the gravity anomaly RTM associated with the building masses from the calculation point variation. The present study was generated from the same database used by Ferraz and Souza (2021) where the authors calculated the gravity anomaly RTM using only one calculation point and varied the distances from it and generated topographic correction using different mass elements, in the case, tesseroid, prism and point mass. Thus, the experiments of this work were generated in the city of Porto Alegre, capital of the state of Rio Grande do Sul (Brazil), where two experiments were generated. In the first, 20 (twenty) buildings located in a flatter region of the city were used and the calculation point was inserted in a region with a higher height value. In the second experiment, the calculation point was tested in a flat region and the buildings in regions with higher height values.

2. Teoretical Background

In classical geoid determination the effect of topography is removed or reduced from the gravimetric data by some regularization method before applying the Stokes formula. This regularization is necessary due to the fact that the Stokes integral presupposes the removal of the masses external to the geoid in order to satisfy the Laplace equation (SJÖBERG, 2009). Terrain corrections are an important part of the gravimetric data reduction scheme as they are useful tools to smooth out gravity anomalies and their application allows the use of interpolation techniques to calculate a geoid model (GOMEZ et al, 2013). There are several methods of reducing gravimetric data and we can cite as an example the corrections of Bouguer, Rudzki, Helmert and the Residual Terrain Modelling (RTM) (TZIAVOS and SIDERIS, 2013).

The RTM reduction developed by Forsberg (1984) is used to estimate the gravity field using a high resolution digital elevation model (DEM) using Newton's integral to estimate the gravitational potential values (Rexer et al., 2018) according to Eq. (1) (GROMBEIN; SEITZ; HECK, 2013):

$$V = G \iiint_{\Omega} \frac{\rho}{l} d\Omega \quad (1)$$

where V represents the gravitational potential value, G Newton's universal gravitational constant ($6.67 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3/\text{kg}\cdot\text{s}^2$), ρ represents the density value and the element $d\Omega$ represents the infinitesimal elements of the volume integral. Terrain correction or complete Bouguer reduction consists of removing the masses associated with the topography. For gravity anomalies, when using RTM reduction, the topography effect, represented by the short wavelengths, consists of the Bouguer reduction corrected for terrain correction (tc). This has a practical advantage that Bouguer anomalies with terrain corrections (tc) can be applied directly to the RTM reduction (Δg_{RTM}) according to Eq. (2) (FORSBERG, 1984):

$$\Delta g_{RTM} = 2\pi G\rho(H - H_{ref}) - tc \quad (2)$$

where G represents Newton's universal gravitational constant, ρ represents the value of the adopted density (generally 2670 kg/m^3), H the height of the feature that the gravitational effect will be calculated, H_{ref} the height of the calculation point (associated with DEM) and ρ the value of the density. The second term of Eq. (2) refers to the terrain correction (tc), according to Eq. (03), and it can be derived from the Newton integral described in Eq. (01) where the term l refers to the Euclidean distance from the calculation point to the reference surface, in this case, the topographic surface (FORSBERG, 1984; TZIAVOS; SIDERIS, 2013).

$$tc = G \iint_E \int_{H_{ref}}^H \rho \frac{H_p - z}{l^3} dx dy dz \quad (3)$$

According to Saraswati et al (2019), Grombein, Seitz and Heck (2013) and Heck and Seitz the Newton integral, Eq. (1) and Eq. (3), can be discretized into geometric elements as prisms, tesseroids and polyhedrons. A tesseroid, Figure 1, is a geometric element delimited by two spheres and two plane meridians and two conical surfaces whose origin lines pass through the center of the sphere and along the parallels (HECK; SEITZ, 2007).

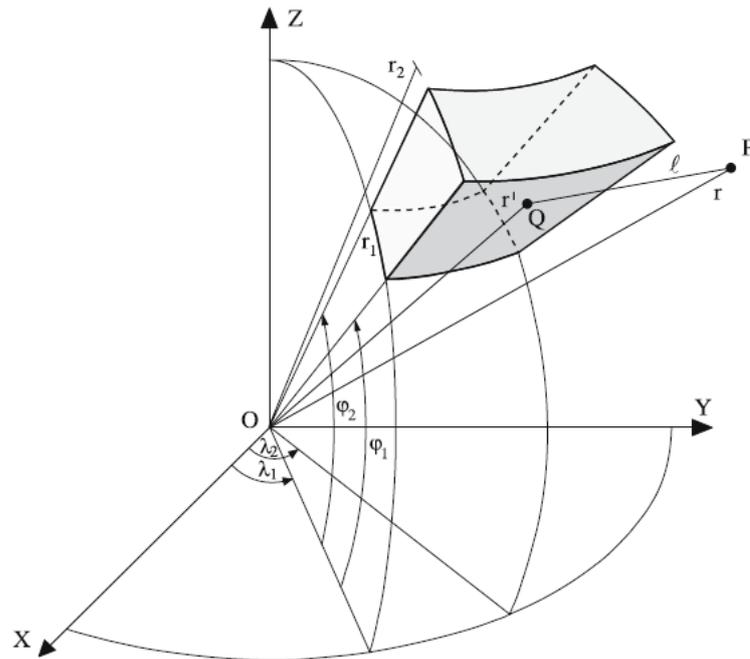


Figure 1- Representation of a tesseroid.

The calculation of the potential, generated as a function of Newton's integral associated with the tesseroid, described by Eq.3 follows Eq. 4 and Eq. 5.

$$V(r, \varphi, \lambda) = G\rho\Delta r\Delta\varphi\Delta\lambda L_{000}[1 + O(\Delta^2)] \quad (4)$$

$$L_{000} = \frac{r^2 \cdot (r' - r \cdot \cos\psi_0) \cdot \cos\varphi_0}{l^3} \quad (5)$$

Where the term Δr represents the tesseroid height value, in the present study the difference between the MDS and MDT derived from the LiDAR data, $\Delta\varphi$ represents the latitude difference between the calculation point and the tesseroid, $\Delta\lambda$ the longitude difference between the calculation point and the tesseroid, r the value of the calculation point height and r' the height of the tesseroid and l^3 the spherical distance between the calculus point and the tesseroid. For more details regarding the formulation associated with Newton's integral, see Heck and Seitz (2007).

Through manual or mathematical processes, a digital terrain model (DTM) and a digital surface model (DSM) derived from the DEM can be generated. One way to generate high resolution DEM is through LiDAR (light detection and ranging) data, which consists of a sensor that measures three-dimensional coordinates from the emission of energy pulses that are sent directly to a given surface. Depending on the position of the sensor each pulse will illuminate an area shaped like a circle, called the instantaneous laser coverage area.

This pulse will be reflected and can generate a return or multiple returns and each one of them is registered in the sensor as a three-dimensional coordinate (SHAN; TOTH, 2008). Thus, each pulse transmitted from the emitting source can generate one or several returns and depending on these returns, the DEM can be separated into DSM and DTM where the intermediate returns will generate the DSM and the last returns will generate the DTM (VOSSELMAN; MAAS, 2010). In this study, the estimates of building heights, which served as the basis for calculating the gravity anomaly, were generated from the difference between the DSM and DTM derived from LiDAR data.

In this context, in 2010, Porto Alegre city carried out a flight with aerial photogrammetric coverage where altimetric data were obtained through LiDAR data with the purpose of updating the cadastral base of city property. The flights to carry out the LiDAR survey were carried out in August 2010, with 68 tracks in the North-South direction and with a lateral overlap of 30%.

The flight parameters and scanner configuration were defined in order to generate a minimum density of 2.2 points per square meter in the city area. ALS50 and ALS60 scanners, both from LEICA GEOSYSTEMS, were used. For the validation of altimetry, 92 control points were measured, getting to a value of average of discrepancies of 7.5 cm with a standard deviation of 6.0 cm. For more details on the specifications of this survey, see Zanardi et al. (2013).

3. Materials and Methods

In the study developed by Ferraz e Souza (2021) the calculation of the gravity anomaly RTM was generated from a calculation point and the gravity anomaly, in relation to the ground level and buildings, was calculated using different mass elements (prism, tesseroid and point mass). The calculation point of this study was inserted in the center of the polygon that represented the limits of the city of Porto Alegre.

However, it was verified that modifying the position of this calculation point the value of the gravity anomaly in relation to the buildings presented a certain variability. Another factor that was not analyzed in this study was whether the spatial resolution of the DTM and DSM used generated some kind of influence on the results obtained.

Thus, in the present study, we tried to calculate the terrain correction using only the tesseroid mass element since in the study developed by Ferraz and Souza (2021) there was no significant difference in the use of different mass elements and tried to use the standard of the calculations analyzed from the studies by Heck and Seitz (2007).

In the present work, the study area comprises the city of Porto Alegre, capital of the state of Rio Grande do Sul (Brazil), Figure 2a and Figure 2b, which has approximately 497 km²

with an extension of approximately 36 km in the north-south axis and of 18 km on the east-west axis.

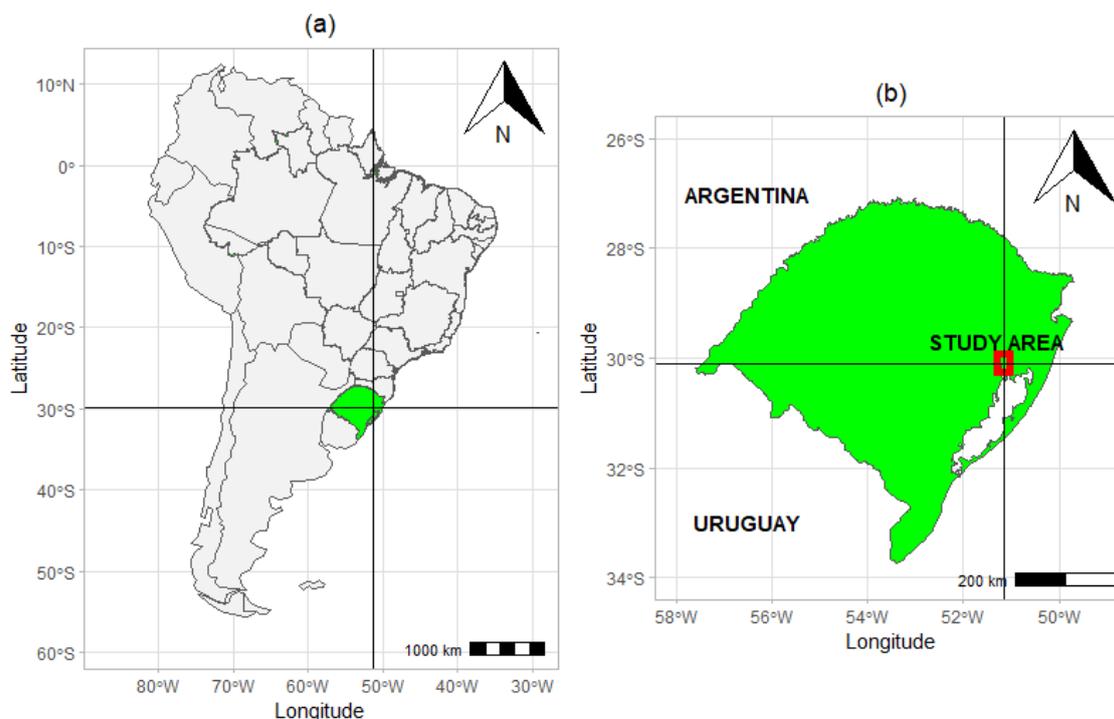


Figure 41 – Study area.

The city is located in southern Brazil at a distance of approximately 350 km from the border of Uruguay and 575 km from the border of Argentina, as shown in Figure 2.b. The average height of the relief in the city is 10 meters and the maximum height is 295 meters.

Eq. 02 is practically divided into two terms, the first term being associated with the Bouguer reduction, but with the term related to the reference surface, in this case the term $H - H_{ref}$, and the second term associated with the terrain correction, t_c , associated with the calculation of the potential as a function of Newton's integral. In Heck and Seitz (2007) the authors evaluated three mass elements (prism, point mass and tesseroid) to calculate the terrain correction (t_c). Of the three mass elements analyzed, the prism did not show significant

variation for distances up to 108 km and the point mass showed a very sharp variation from a distance between 9 km and 108 km.

Thus, in the present study, it was preferred to use the tesseroid mass element, which presented a variation of $0.5 \text{ m}^2/\text{s}^2$ from a distance of 9 km to 108 km. In this context, two experiments were performed varying the position of the calculation point (H_{ref}). In the first experiment, as shown in Figure 3.a, the calculation point (S1) was generated in a flatter region at the limits of the study area, with an height value of 10.252 m and the buildings were located in regions with higher values of height.

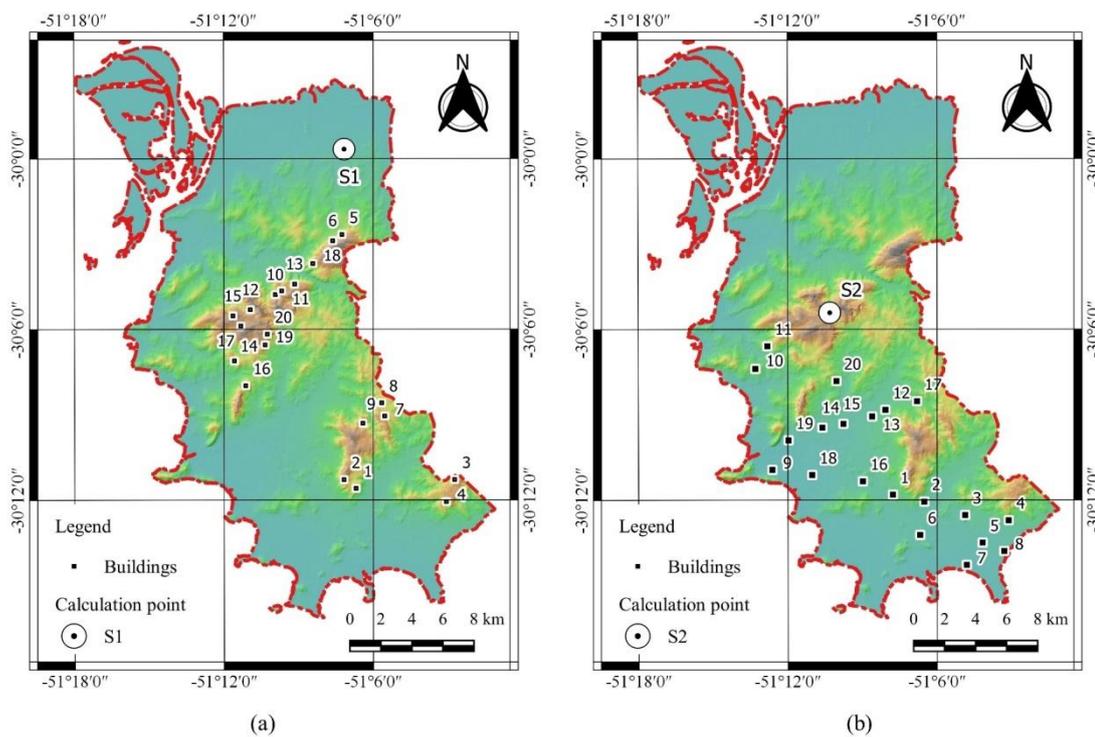


Figure 3 - Experiments performed by varying the position of the calculation point.

In this experiment, positive values were obtained from the $H - H_{ref}$ term associated with the reference surface, in this case the MDT generated from LiDAR data. In the second experiment, as shown in Figure 3.b, the calculation point (S2) was located in a region with a higher height, with a value of 222.581 m, within the study area and the buildings were selected

in flatter regions in the area of the city. Thus, in this second experiment, we sought to obtain negative values from the term $H - H_{ref}$ and verify the impact of this influence on the calculation of the gravity anomaly RTM.

Another parameter that influences the calculation of the gravity anomaly RTM is the density and it was necessary to estimate the masses of the buildings individually to obtain the density value associated with each of these objects. To estimate the masses of the buildings, described in the experiments in Figure 3, the model developed by Ferraz and Souza (2021) was used, where the value associated with the density of the buildings was generated as a function of the dimensions of each one. The authors used the pattern described in the report by The Seattle Times (2004) which describes a mass distribution of 984.782 kg/m² for buildings with up to one floor, 1,354.08 kg/m² for buildings with two floors and 1,723.05 kg/m² for buildings with three floors or more.

The heights of the buildings were obtained from the difference between the MDS and MDT from a survey with LiDAR data carried out by the city hall of the city of Porto Alegre in 2010. For more details on vertical and horizontal accuracy of LiDAR data, can consult Zanardi et al (2013). The number of floors, which served as the basis for calculating the density model, was established by the integer value of dividing the height of each building by three meters (each floor was estimated with three meters height). The mass of each building was generated by multiplying the building area by the number of floors. Then, these values were multiplied by their correspondents specified in the report by The Seattle Times. The volume of each building was obtained through the area of each building multiplied by its height. Thus, the estimated density of each building was generated by dividing the mass of each building by its respective volume.

The point clouds from LiDAR data, used to estimate the height of buildings, were converted into matrix files using the FME Workbench 2019 software. The vector database was

manipulated using QGIS software version 3.14.15. The calculations involving Eqs. (2) were implemented in Python language version 3.7, using the modules Numpy and Tensorflow for matrix operations, Pandas for handling the database and Matplotlib for generating graphs.

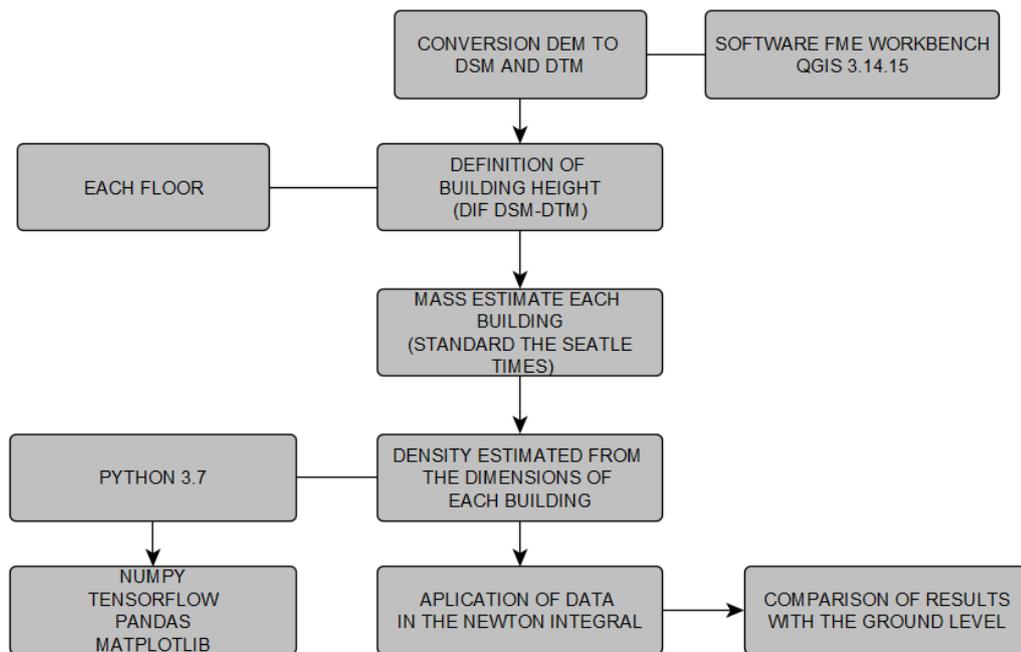


Figure 4 – Steps to estimate the density model.

Figure 4 shows a summary of the activities developed to estimate the density model. After estimating the density of each building, the data were applied to the Newton integral, where the value of the gravity anomaly associated with the building masses was calculated.

4. Analysis of Results

The gravity anomaly RTM described through Eq. (2) is divided into two terms. The first corresponds to the Bouguer anomaly associated with a reference surface (H_{ref}), which in the present study corresponded to a MDT with a spatial resolution of two meters generated from LiDAR data, and the second term considers the influence of the gravitational potential. The value of the potential can be expressed as a function of Newton's integral and can be represented

by mass elements such as prisms and tesseroids. In the present study, it was decided to adopt the mathematical models associated with the tesseroid due to the dimensions of the study area, which has an extension of 36 km on the north/south axis and 18 km on the east-west axis. In Heck and Seitz (2007) the potential value was calculated using the mass elements with prism, point mass and tesseroid and it was found that from distances of 5400 m the differences between the potential values started to show significant differences for the mass elements mentioned above. In that study, at distances of 27 km, similar to the distances involved in the present work, the value of the potential associated with the prism element showed practically no variation, the point mass element presented a variation close to $0.8 \text{ m}^2/\text{s}^2$ and the tesseroid a variation of around $0.5 \text{ m}^2/\text{s}^2$. Thus, based on these values, we chose to use a tesseroid mass element as a function of its variation in potential value as a function of distance.

| Analysis | Bouguer (mGal) | Potential (m^2/s^2) | $H - H_{\text{ref}}$ (m) | Δg_{RTM} |
|--------------------|----------------|---------------------------------------|--------------------------|-------------------------|
| Mean | 2.269 | 0.025 | 152.949 | 2.244 |
| Standard deviation | 0.852 | 0.109 | 26.719 | 0.743 |
| Minimum | 1.192 | -0.184 | 111.239 | 1.376 |
| Maximum | 4.352 | 0.311 | 202.855 | 4.250 |

Table 15 – Summary of results of the first experiment.

Regarding the first experiment, the calculation point (S1), with an height value of 10.252 m, was inserted in a flat region of the city and the tests were analyzed from a sample of twenty buildings from the database of the study developed by Ferraz and Souza (2021). Thus, Table 1 shows the statistical summary of the results generated from this first experiment.

Regarding the values in Table 1, it was found that the gravity anomaly RTM (Δg_{RTM}) presented higher values due to the greater difference between the values of height of the calculation point (S1) and the buildings, in the in case the term $H - H_{\text{ref}}$ according to Figure 5.c. The difference between the Bouguer anomaly and the RTM reduction consists in the use

of a reference surface, in the present study, this surface was the DTM generated from LiDAR data. Thus, it was observed that the greater the difference between the height of the buildings in relation to this surface, the greater the value of the gravity anomaly RTM.

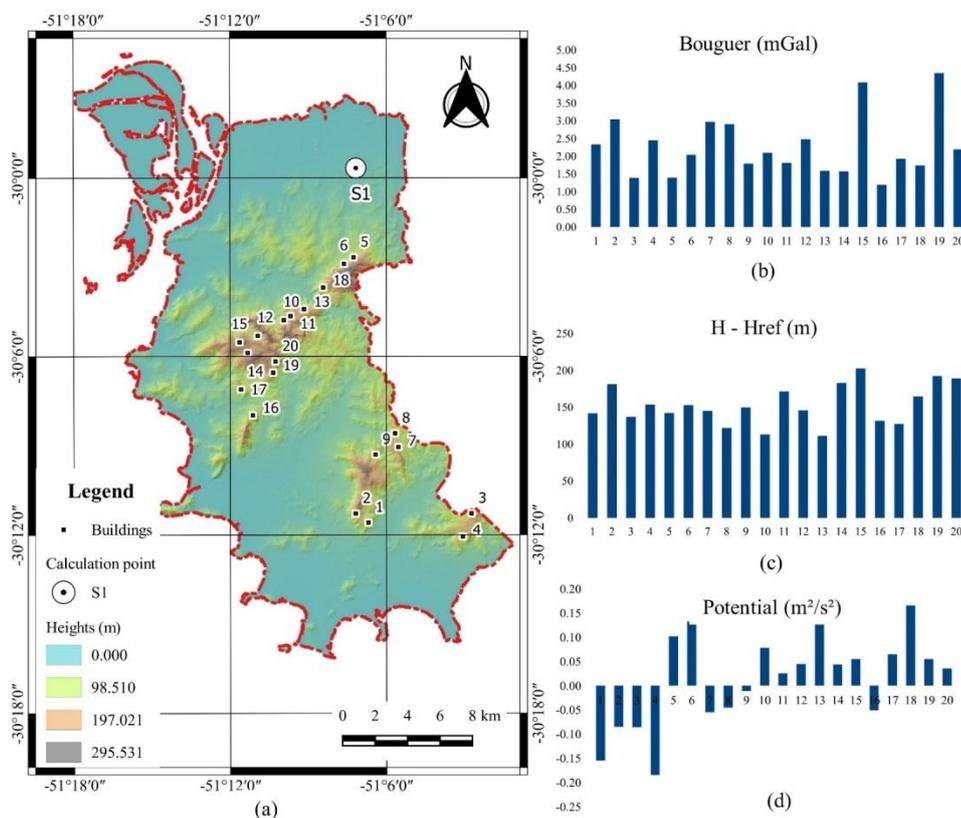


Figure 42 – Analysis of results referring to the first experiment.

Figure 5.b shows the value of the first term of the gravity anomaly RTM associated with the Bouguer reduction with a reference surface. Figure 5.c shows the difference in height between the calculation point and each of the twenty samples in the present study. From the charts in Figures 5.b and 5.c, it was found that there is a strong linearity relationship between the first term of the equation associated with the gravity anomaly RTM (associating the Bouguer anomaly with a reference surface). This fact suggests that the greater this difference, the greater the value of this term in the calculation of the gravity anomaly RTM. Figure 5.d shows the values related to the second term of the gravity anomaly RTM equation as a function of gravitational potential. In relation to the values described in Figure 5.d, it was found that

buildings 5, 6, 13 and 18 presented higher values of gravitational potential and these samples were located at distances of 5.35 km and 7.70 km in relation to the calculation point S1. This fact suggests that the closer an object is to the calculation point, the greater the value of the associated potential. The same analysis applies to objects further away from the calculation point, in this case, samples 1, 2, 3 and 4 that were further away with distances between 16 and 23 km from S1. Such samples showed the lowest gravitational potential values referring to the first experiment.

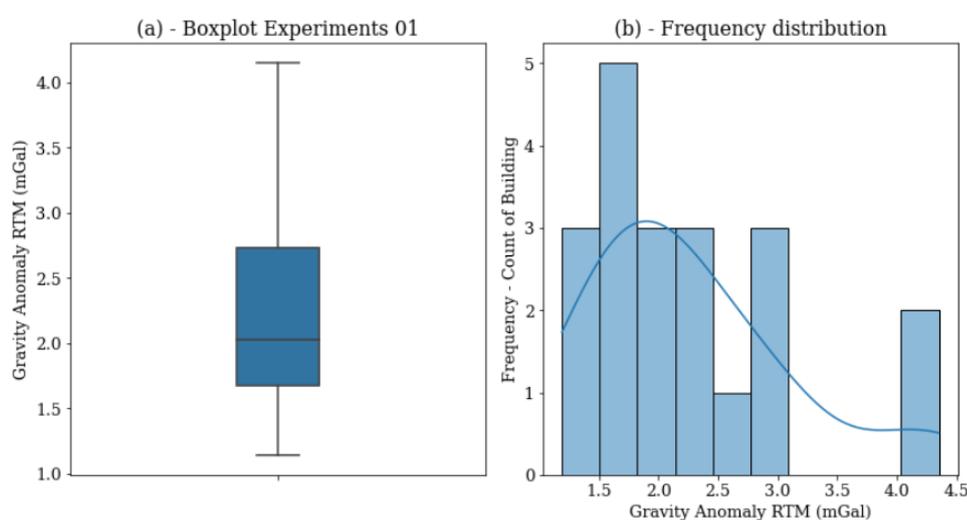


Figure 43 – Descriptive summary of the results of the first experiment.

Figure 6.a shows a summary of the values generated in this first experiment, and among the total samples of this study, 25% and 75% presented values between 1.68 mGal and 2.73 mGal referring to the gravity anomaly RTM. Figure 6.b represents the frequency distribution between the gravity anomaly RTM values and the number of samples, with 18 of the 20 samples showing a value of Δg_{RTM} between 1.38 mGal and 3.10 mGal and 2 samples showing values between 4.02 mGal and 4.25 mGal.

Regarding the second experiment, the average difference in height between the calculation point S2 and the buildings was -192.286 m due to the position of point S2 being located in a region with a higher height value within the study area and the buildings being

located in flatter regions. Table 2 shows a summary of these experiments and it can be noted that the average difference in heights between the calculation point and the buildings was a negative value and this ended up generating a negative value of gravity anomaly RTM (Δg_{RTM}).

| Analisis | Bouguer (mGal) | Potential (m ² /s ²) | H – H _{ref} (m) | Δg_{RTM} |
|--------------------|----------------|---|--------------------------|------------------|
| Mean | -3.000 | -0.110 | -192.286 | -2.890 |
| Standard deviation | 1.166 | 0.148 | 21.333 | 1.115 |
| Minimum | -1.598 | 0.042 | -124.483 | -1.517 |
| Maximum | -4.569 | -0.475 | -212.770 | -4.547 |

Table 16 – Summary of results obtained in the second experiment.

Similar to the results of the first experiment, but with a negative value of difference between the height of the calculation point and the buildings, the first term of Eq. 02, referring to the Bouguer anomaly, showed a linear relationship with the term H-H_{ref}, that is, the greater the difference in height between point S2 and the buildings, the greater the value of the associated Bouguer anomaly as shown in Figure 10.a and Figure 10.b.

This second experiment showed greater differences in the term H – H_{ref} in relation to the first experiment and thus the values associated with the Bouguer anomaly and Δg_{RTM} were more significant in relation to the first experiment.

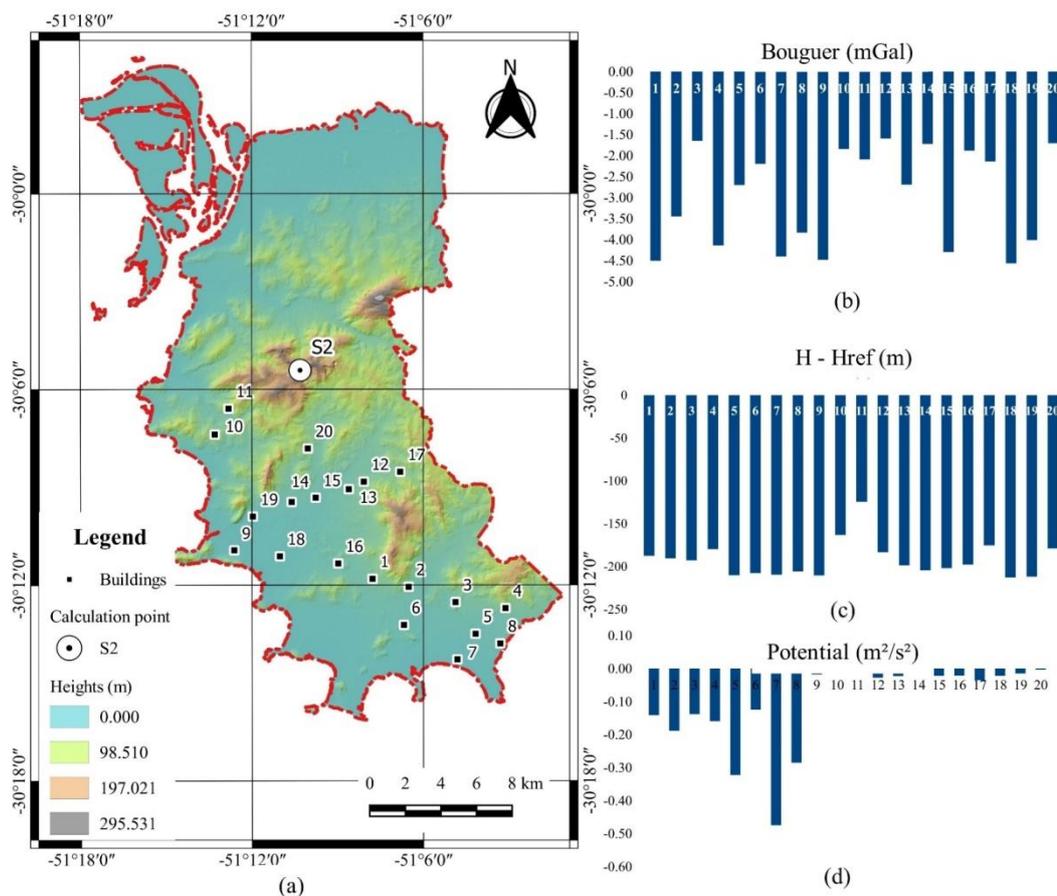


Figure 44 – Analysis of the results referring to the second experiment.

Regarding the gravitational potential value, as shown in Figure 10.c, buildings with distances of up to 10 km from the calculation point (points 9 to 20) practically did not present significant differences in the gravitational potential value. This fact is in line with the study developed by Heck and Seitz (2007) where the value of the gravitational potential begins to show significant differences from 9 km. Points more than 10 km away from the calculation point presented greater magnitude, with points 5, 7 and 8 being those that presented the highest value of gravitational potential.

In the second experiment, as shown in Figure 11.a, two thirds of the Δg_{RTM} values were between -3.970 mGal and -1.874 mGal, values much higher when compared to the values obtained in the first experiment. This fact is due to the difference in values between $H - H_{ref}$ of the first experiment being 152.949 m and the same value -192.286m in the second experiment.

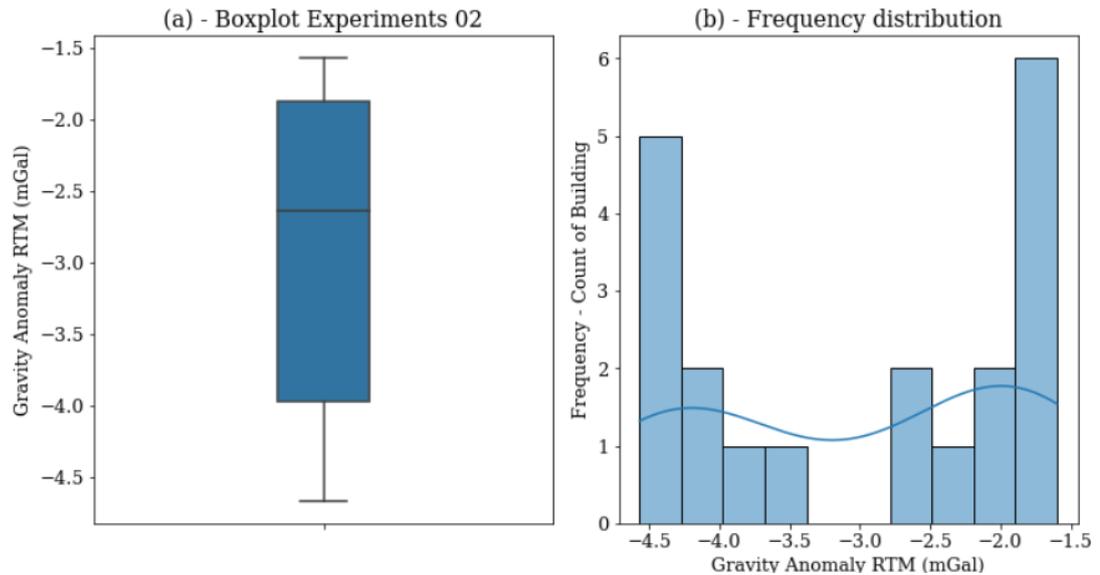


Figure 45 – Descriptive summary of the results generated in the second experiment.

Figure 11.b contains a description of the Δg_{RTM} values as a function of the number of samples, that is, of the 20 samples tested in this second experiment 9 varied between -4.667 mGal and -3.55Mgal and the other 11 samples presented values of Δg_{RTM} between -2.643 mGal and -1.57 mGal.

5. Final Considerations

The main objective of this study was to verify the influence of building masses on the calculation of the gravity anomaly RTM (Δg_{RTM}) from the variation of the calculation point. Two experiments were carried out, where in the first study the calculation point was inserted in a region with low height variation and 20 samples of buildings were located in regions with higher height values. In the second experiment, the situation in which the calculation point was located in a region with greater variation in height and the buildings in regions with less variation was tested. This fact aimed to observe the value of Δg_{RTM} when the difference between the calculation point and the samples ($H - H_{ref}$) presented great differences.

In this context, the gravity anomaly RTM described by Forsberg (1984) is used in order to estimate the gravity field using a high resolution digital elevation model (DEM) using Newton's integral to estimate the gravitational potential values. In the present study, the term $H - H_{ref}$ which represents the difference in height between the buildings and the calculation point associated with a DEM generated by LiDAR data. Thus, a strong relationship was observed between the value of $H - H_{ref}$ and the value of Δg_{RTM} that is, the greater the magnitude of the difference between the buildings and the calculation point the greater the value of the gravity anomaly RTM. The first term of the Δg_{RTM} calculation is associated with the Bouguer anomaly, however, with the difference that it takes into account a reference surface that is represented by a high resolution DEM. Regarding the Newton integral that is used to estimate the gravitational field, it was observed that this potential represents a small value compared to the first term of the equation that represents the value of Δg_{RTM} , thus, the DEM has a strong influence on the calculation of the gravity anomaly RTM value.

In the present study, the term $H - H_{ref}$ represented the difference in height between 20 samples of buildings, from a database used by Ferraz and Souza (2021) and the height value of the calculation point. The buildings height (H) was obtained using a digital surface model (MDS) and the calculation point (H_{ref}) from a digital terrain model (MDT) both generated using LiDAR data. Thus, it was observed that when the $H - H_{ref}$ term had a positive value and the mean height difference was 152.949 m, the gravity anomaly RTM value varied between 1.376 mGal and 4.250 mGal. In the second experiment, it was observed that when the $H - H_{ref}$ term presented a negative value and an average height difference -192.286 m the value of the gravity anomaly RTM varied between -1.517 mGal and -4.547 mGal.

Thus, from the results analyzed in the experiments developed in the present study, a great variation of the values of Δg_{RTM} was observed in function of the term $H - H_{ref}$. This fact reinforces the importance of using high resolution DEM to calculate the gravity anomaly RTM

as described by Forsberg (1984) for regions with a high concentration of buildings such as urban areas such as large cities and state capitals.

REFERENCES

- Abbak, R. A. Effect of ASTER DEM on the prediction of mean gravity anomalies: a case study over the Auvergne test region. *Acta Geodaetica et Geophysica*, v. 49, n. 4, p. 491-502, 2014.
- Abd-Elmotaal, H.A. et al. Effect of great lakes on gravity reduction and geoid determination caused by unclassified DTMs: case study for Lake Victoria, Africa. *Journal of Geodesy*, v. 94, n. 10, p. 1-23, 2020. DOI.10.1007/s00190-020-01410-7.
- El-Ashquer, Mohamed et al. Study on the selection of optimal global geopotential models for geoid determination in Kuwait. *Survey review*, v. 52, n. 373, p. 373-382, 2020. DOI. 10.1080/00396265.2019.1611256.
- Ferraz, R. Da S.; Souza, S. F. De. A Influência das Edificações no Cálculo do Efeito Gravitacional das Massas Topográficas – Estudo de Caso na Cidade de Porto Alegre – RS (Brasil). *Revista Brasileira de Cartografia*, v. 73, n. 1, p. 134-149, 19 fev. 2021. DOI. 10.14393/rbcv73n1-55253.
- Forsberg, R. Study of terrain reductions, density anomalies and geophysical inversion methods in gravity-field modeling. Technical report. Ohio State Univ. Research Foundation, Columbus (USA), 1984.
- Gomez, M. E., bagu, D. R., del cogliano, D., perdomo, R. A. (2013). Evaluation of terrain corrections through FFT and classical integration in two selected areas of the Andes and their impact on geoidal heights. *Boletim de Ciências Geodésicas*, 19(3), 407-419. DOI. 10.1590/S1982-21702013000300004 .
- Grombein, Thomas; seitz, Kurt; heck, Bernhard. Optimized formulas for the gravitational field of a tesseroid. *Journal of Geodesy*, v. 87, n. 7, p. 645-660, 2013. DOI. 10.1007/s00190-013-0636-1.
- Heck, B.; seitz, K. A comparison of the tesseroid, prism and point-mass approaches for mass reductions in gravity field modelling. *Journal of Geodesy*, v. 81, n. 2, p. 121-136, 2007. DOI. 10.1007/s00190-006-0094-0.

- Hirt, C.; bucha, B.; yang, M.; kuhn, M. A numerical study of residual terrain modelling (RTM) techniques and the harmonic correction using ultra-high-degree spectral gravity modelling. *Journal of Geodesy*, v. 93, n. 9, p. 1469-1486, 2019. DOI. 10.1007/s00190-019-01261-x.
- Olgun, S.; Üstün, A. Investigation of terrain corrections using digital elevation models with different resolution. *EGUGA*, p. 17158, 2018.
- Saraswati, Anita Thea et al. New analytical solution and associated software for computing full-tensor gravitational field due to irregularly shaped bodies. *Journal of Geodesy*, v. 93, n. 12, p. 2481-2497, 2019. DOI. 10.1007/s00190-019-01309-y.
- Shan, J.; Toth, C. K. *Topographic laser ranging and scanning: principles and processing*. CRC Press, 2008.
- Sjöberg, Lars E. The terrain correction in gravimetric geoid computation—is it needed. *Geophysical Journal International*, v. 176, n. 1, p. 14-18, 2009. DOI. 10.1111/j.1365-246X.2008.03851.x
- Smith, D. A.; Robertson, D. S.; Milbert, D. G. Gravitational attraction of local crustal masses in spherical coordinates. *Journal of Geodesy*, v. 74, n. 11-12, p. 783-795, 2001. DOI. 10.1007/s001900000142.
- Varga, M.; Grgić, M.; Bjelotomić Oršulić; O.; BAŠIĆ, T. Influence of digital elevation model resolution on gravimetric terrain correction over a study-area of Croatia. *Geofizika*, v. 36, n. 1, p. 17-32, 2019. DOI. 10.15233/gfz.2019.36.1.
- Wild-Pfeiffer, F. A comparison of different mass elements for use in gravity gradiometry. *Journal of Geodesy*, v. 82, n. 10, p. 637-653, 2008. DOI. 10.1007/s00190-008-0219-8.
- Yahaya, S. I.; El Azzab, D. High-resolution residual terrain model and terrain corrections for gravity field modelling and geoid computation in Niger Republic. *Geodesy and Cartography*, v. 44, n. 3, p. 89-99, 2018. DOI. 10.3846/gac.2018.3787.
- The Seattle Times. What does a house weigh? Some mental heavy lifting., 19. dez. 2004. Disponível em <<https://archive.seattletimes.com/archive/?date=20041219&slug=homehay19>>. Acesso em: 12/7/2020.
- Tziavos, I. N.; Sideris, M. G. *Topographic Reductions in Gravity and Geoid Modeling*. In: Sansò, F.; Sideris, M. G. (Ed.). *Geoid Determination: Theory and Methods*. Lecture Notes in Earth System Sciences. Berlin, Heidelberg: Springer, 2013. p. 337–400.
- Vosselman, G.; Maas, H. G. *Airborne and terrestrial laser scanning*. CRC Press, 2010.

Zanardi, R. P.; Schneider, A. H.; Salomoni, T. R.; Salomoni, C. S.; Reiss, M. L. L. (2013).
Validação da qualidade do perfilamento a LASER aerotransportado da cidade de Porto Alegre. In: SIMPÓSIO BRASILEIRO DE SENSORIAMENTO REMOTO, 16., 2013, Foz do Iguaçu. Anais...São José dos Campos: INPE, 2013. p. 6178-6184.

EVALUATION OF THE INFLUENCE OF THE MASSES OF BUILDINGS IN THE CALCULATION OF GEOID-TO-QUASI-GEOID SEPARATION - CASE STUDY IN THE CITY OF PORTO ALEGRE (BRAZIL)

Received in

Accepted in

Abstract:

Orthometric and normal heights are adopted as vertical reference systems in the vast majority of countries. The main difference between them is that the normal heights do not take into account the density involving the topographic masses. However, the density value that is part of the orthometric height calculation involves mathematical approximations that end up generating a certain degree of uncertainty in its calculation. In this context, the concept of geoid-to-quasi-geoid separation (GQGS) is inserted, which basically consists of the difference between normal and orthometric heights. Generally, studies involving GQGS calculations do not take into account elements that are above the surface, such as trees, poles and buildings. In this context, the main objective of this study is included, which is to verify the influence of building masses on the GQGS calculation. The present study was developed using a database with approximately 250 thousand buildings located in the city of Porto Alegre (Brazil) in a test area of approximately 500 km². In the present study, the mass of buildings represented a value of -0.6 cm of GQGS and the earth surface, not considering the buildings, presented a value of -3.50 cm of GQGS.

Keywords: Orthometric heights, Normal heights, Geoid-to-Quasi-Geoid Separation, Mass, Buildings.

1. INTRODUCTION

In modern altitude systems, two approaches are widely used. One of them involves the concepts of Helmert and Stokes in relation to orthometric altitude and the concept of geoid undulation. The second approach involves the Molodenski approach and discusses the study of normal altitudes and the concepts surrounding the altitude anomaly. The studies involving normal and orthometric height are involved in the context of unification of vertical reference systems, as we can mention in Amjadiparvar, Rangelova and Sideris (2016) and Filmer and Featherstone (2012), and the conversion between these types of heights makes are essential since most vertical data are implemented in either normal or orthometric height systems and this conversion is usually performed by calculating the geoid-to-quasi-geoid separation (GQGS) (FOROUGH and TENZER, 2017). The main difference between these heights is that orthometric height uses a mean gravity value along the plumb between the geoid and the topographic surface and normal height uses theme and normal gravity along the normal between the

reference ellipsoid and the telluroid (FOROUGH and TENZER, 2017). One of the parameters used in the calculation of orthometric height refers to the density of topographic masses below the earth's surface, where in the vast majority of studies, such as Hinze (2003) a constant and uniform density value of 2.67 kg/m^3 .

This approximation in the value of the density ends up generating great uncertainties in the calculation of the orthometric height and this one of the advantages of adopting the normal altitude would be that its determination does not depend on the value of the topographic mass densities inside the Earth's crust. An application of this theme refers to systematic mapping in Brazil where all topographic maps at scales 1:25.000, 1:50.000, 1:100.000 and 1:250.000 have their altimetric data referenced to orthometric height and in 2018 year the Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE), which is the institution responsible for the Brazilian Geodesic System (BGS), adopted normal height as its official height. Thus, from the determination of the GQGS value, it is possible to estimate the conversion of this type of data to the normal altitude system. Over the past few years, some authors have been researching this type of approach and we can cite the study by Tenzer et al (2016) where it was found that topography and density have significant contributions in GQGS calculations. Another author who addressed the same topic was Sjöberg (2010) where he reported that the knowledge of the relative density of the topographic masses, the Bouguer correction and the terrain correction can contribute values in the order of centimeters to the GQGS value.

In this context, the topography and structure of the earth's crust have a considerable influence on the GQGS calculation in places where the terrain has large variations in relief such as the Himalayas with variations of -5.5 meters (Sjöberg and Bagherbandi, 2012) and according to Tenzer et al (2016) the GQGS value ranges globally between -4.19m and 0.26m. In relation to Brazil, the average value of the GQGS is -0.32m (ALBIRICI et al, 2019). The GQGS calculation involves the simplified Bouguer anomaly, the orthometric height and the mean normal gravity value, but for Flury and Rummel (2009) and Sjöberg (2010) in mountainous regions two terms must be introduced, one term involving the correction topographic and the other term involves gravimetric correction. According to Tenzer et al (2016) there are large inconsistencies between the estimates of the GQGS due to the use of different methods and datasets involving this type of calculation, with some factors such as the effect of topographic density and the incorporation of information on glaciers, sediments and density variations in rockybeds also have a great influence on GQGS calculation estimation.

In the vast majority of studies, such as those mentioned above, the approach involving normal height ends up being limited to the earth's surface and disregarding the influence of other elements such as trees, poles and buildings in the calculation of height. In this context, the main objective of this study is included, which is to verify the influence of buildings on the GQGS calculation. The present study was carried out in the city of Porto Alegre (Brazil). The database used was the same used by Ferraz and Souza (2021) where the authors verified the influence of building masses in the calculation of the gravity anomaly.

2. TEORETICAL BACKGROUND

The geoid, according to Sjöberg (2018) is an equipotential surface and serves as a vertical reference in studies in the field of Geodesy and Geophysics. The calculation of the geoid involves the knowledge of the density value associated with topographic masses in the vast majority of studies adopting a default value of 2.67 kg/m^3 . The quasi-geoid, described by Molodenski (1960) is not an equipotential surface and does not have many practical applications in Geodesy. With the geoid value and altimetric data generated through GNSS surveys, it is possible to arrive at the orthometric height value. As the density value can vary from place to place, for example in seas, glaciers, densely built urban areas, the approximation of the density value of 2.67 kg/m^3 can generate a high degree of uncertainty in the geoid calculation. In this context, the normal height is inserted where density is not a parameter that influences its result. In Eq.1 there is the mathematical relationship that relates orthometric and normal height and the difference between them is called the geoid-to-quasi-geoid separation (GQGS) (SILVA et al, 2021).

$$GQGS = N - \zeta = H^N - H^{ort} \quad (1)$$

The Eq.1, described by Flury and Rummel (2009), Sjöberg (2010) and Tziavos and Sideris (2013) establishes a relationship between the geoid and orthometric height (Eq. 2) and the height anomaly and normal height according to Eq.3.

$$h \cong H^{ort} + N \quad (2)$$

$$h \cong H^N + \zeta \quad (3)$$

In your formulation the orthometric height is determined from the average gravity value of the earth's surface (gm) and the normal height adopts the average normal gravity value (γm). From the difference between the mean gravity on the earth's surface and the mean normal gravity, the value of the simplified Bouguer anomaly (Δg_B) is obtained, according to Eq.4.

$$gm - \gamma m \cong \Delta g_B \quad (4)$$

The relationship between the normal and orthometric height can be made from the geopotential numbers (C) according to Eq. 5, Eq. 6 and Eq. 7.

$$H^{ort} = \frac{C}{gm} \quad (5)$$

$$H^N = \frac{C}{\gamma m} \quad (6)$$

$$C = H^N \underline{\gamma} = H^{ort} gm \quad (7)$$

From the ratio of mean normal gravity and mean gravity in Eq.7 and replacing these terms in Eq. 04, we arrive at the equation that relates the simplified Bouguer anomaly, normal and orthometric height, and the GQGS according to Eq. 8.

$$GQGS = N - \zeta \cong \left(\frac{\Delta g_B}{\gamma m}\right) H^{ort} \quad (8)$$

According to Flury and Rummel (2009) and Sjöberg (2010) the Eq.8 is not a suitable formulation for mountainous regions and they tested the addition of two more terms in this formula in two test areas, one of these areas in southern Germany and the other in the Swiss Alps. The first term takes into account the topographic correction (Eq. 9) where methods such as Newton's integral (Eq.11) can be used to estimate the potential associated with the topographic masses. The second term takes into account the gravimetric correction (Eq. 10) where the free-air correction is taken into account. According to the authors, the contribution of the addition of terrain correction to Eq.8 generates accuracy between 2 and 3cm in the GQGS calculation according to Eq.9.

$$\frac{V_g^T - V_p^T}{\gamma m} \quad (9)$$

$$\frac{\delta g^{-BO} - \delta g_p^{BO}}{\gamma m} H^{ort} \quad (10)$$

$$V(Q) = G \iiint_{\Omega} \frac{\rho}{l} d\Omega \quad (11)$$

In Eq. 10 the term δg_p^{BO} refers to the gravity anomaly at the point of calculation and the terms V_g^T e V_p^T (Eq. 09) are the topographic potentials in the geoid and the earth's surface and δg^{-BO} corresponds to the value of the gravity disturbance between mean sea level and the calculation point on the topographic surface. Flury and Rummel (2009) highlight the use of Eq. 09, corresponding to terrain correction and the complete gravity reduction of Poincaré-Prey (Eq.10) in mountainous regions. In the present study, terrain correction was performed using Newton's integral (Eq. 11) following the methodology used by Ferraz and Sousa (2021) where the authors used the mathematical formulation described by Forsberg (1984), Heck and Seitz (2007) , Wild-Pfeiffer (2008) and Tziavos and Sideris (2013).The third term added to Eq.08 refers to gravimetric correction. This correction (Eq.14) can be deduced from Eq.12 and Eq.13.

$$\delta g_P^{BO} = \Delta g = g - \gamma \quad (12)$$

$$\delta g^{-BO} = \Delta g + 0,3086N \quad (13)$$

$$\frac{\delta g^{-BO} - \delta g_P^{BO}}{\gamma m} H^{ort} \cong \left(\frac{0,3086N}{\gamma m} \right) H^{ort} \quad (14)$$

For Flury and Rummel (2009), the contribution of the gravimetric correction to the vertical gradient varies between -0.32 mGal/m to 0.06 mGal/m, with its contribution in the GQGS being around millimeters.

3. EXPERIMENTS PERFORMED

The studies were carried out in the city of Porto Alegre, capital of the Rio Grande do Sul state, Brazil, as shown in Figure 1. The city of Porto Alegre has area of approximately 500 km². The distances between the north and south axes are approximately 35 km and 20 km on the east/west axis.

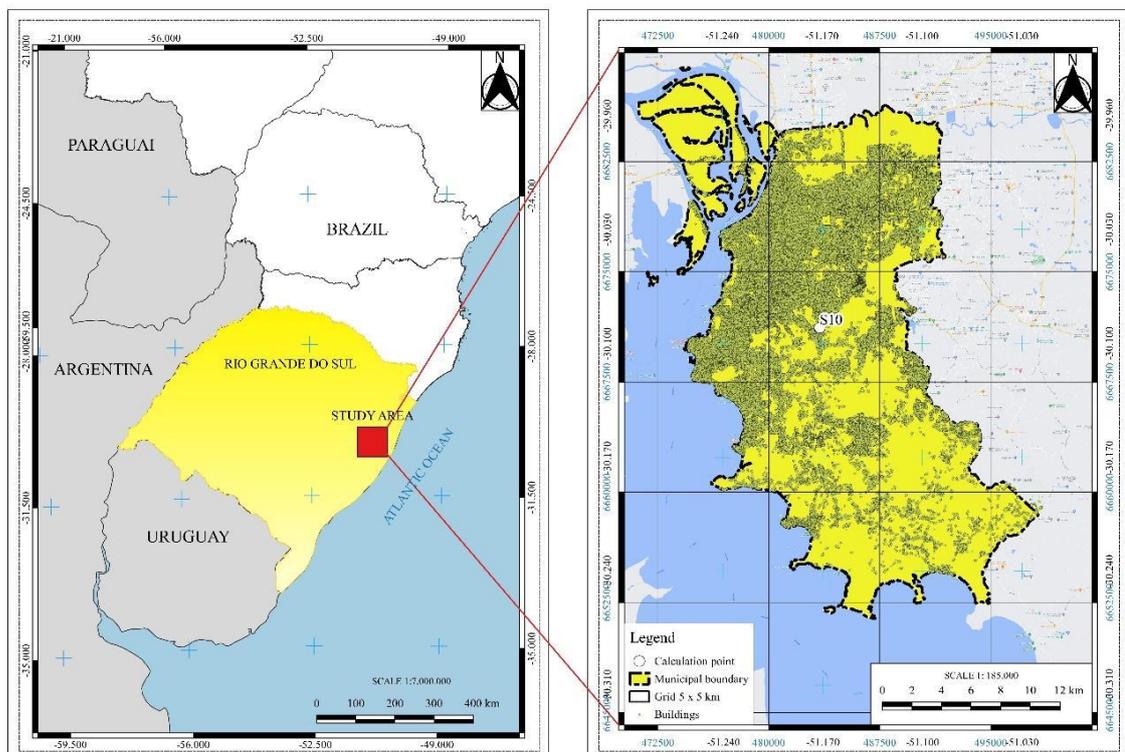


Figure1 – Location map where the experiments were performed.

Source: The authors (2022).

In Figure 2 there is a summary of the activities developed in this study. The study begins with the preparation and organization of the database. The studies were divided into two analyses: the first analysis was carried out using only the ground and not considering the buildings. In this step, a constant density value of 2.67 kg/m^3 was used. The second analysis was considered using only the buildings and using a density model defined from the dimensions of each building. Regarding the preparation of data, the point clouds of the LiDAR survey were first converted into a matrix file using the FME Workbench 2018 software. Thus, DTM and a DSM with a spatial resolution of 2 meters were generated. The vector coordinates containing the dimensions of all 250.000 buildings in the city were extracted. Thus, a database containing the three-dimensional coordinates of the center of mass of each building was generated, and the height to each building was generated from the difference between the DSM and the DTM from the LiDAR data. Error estimates, around 7cm, related to the altimetric part of this survey are found in Zanardi et al. (2013).

Thus, a database containing the three-dimensional coordinates of the center of mass of each building was generated, and the height to each building was generated from the difference between the DSM and the DTM from the LiDAR data. Error estimates, around 7 cm, related to the altimetric part of this survey are found in Zanardi et al. (2013). The estimated density of each building was generated from data contained in a report by The Seattle Times (2004), which contains a mass distribution of some buildings based on their dimensions. For more details on the generated density model, see Ferraz and Sousa (2021).

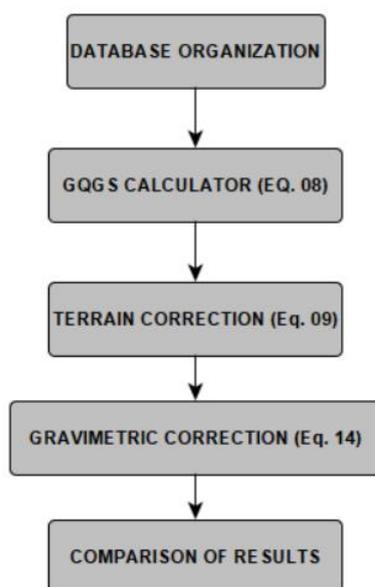


Figure2 – Summary of activities carried out.

Source: The authors (2022).

From the organization of the database, the GQGS calculation was performed using Eq.08, where the main parameters of this calculation are the simplified Bouguer anomaly, the average normal gravity and the orthometric height. Flury and Rummel (2009) and Sjöberg (2010) detail that in mountainous regions it is necessary to add topographic and gravimetric correction to

the GQGS calculation. In Flury and Rummel (2009), heights of 800 meters generated a GQGS value of around 8 cm. In the present study, the contribution of topographic and gravimetric correction was practically negligible in relation to the analysis considering only the buildings, since the highest height obtained in the database was 101 meters. Regarding the analysis of the ground only considering the buildings at the highest height of the ground was 290 meters.

The terrain correction calculation was performed using Newton's integral (Eq. 11) using the tesseroid mass element whose mathematical formulation is detailed in Heck and Seitz (2007) and Wild-Pfeifer (2008). After the calculations involving terrain and gravimetric correction, the results were compared with the study by Flury and Rummel (2009) and Tenzer et al (2016) to check for inconsistency in the results and after this step, two analyzes were generated, one involving only the ground disregarding the buildings and another isolate of the buildings. The calculations involved in this study were implemented in Python programming language version 3.7. Numpy libraries were used for matrix calculations, Pandas to work with the database and Matplotlib for the generation of graphics. The IDE (Integrated Development Environment) of Google Collab was used.

4. ANALYSIS RESULTS

The analysis of the results was made in two stages: the first in relation to the results obtained as a function of the buildings and the second approach in relation to the ground, disregarding the buildings as shown in Table 1. According to the studies by Flury and Rummel 2009, in regions with heights between 800 and 3800 meters, the GQGS value varied between 8 and 50 cm. Tenzer et al (2016) the authors reported that the GQGS value ranged globally between -4.19 and 0.26m. Then comparing these results with the terrain heights in the test area in the case of the city of Porto Alegre where the maximum altitude value is 290 meters, it was imagined that the GQGS value would be in the range of values between the two studies cited. However, the aim of this study was to verify the influence of building masses in the GQGS calculation.

| Experiment | Eq. 08 (m) | Eq. 09 (m) | Eq.10 (m) |
|------------|------------|------------|-----------|
| Buildings | -0.006 | -0.001 | 0.000 |
| Ground | -0.035 | -0.011 | 0.001 |

Table 1 – GQGS values, summary of the experiments.

Source: The authors (2022).

Thus, from the results described in Table 1 (values in meters), it was found that the GQGS value considering the ground, where a Constant density value $\sigma = 2670 \text{ kg/m}^3$ were used, was consistent with the results described in the studies by Flury and Rummel (2009) and Tenzer et al (2016). It was found that the values corresponding to terrain correction were equivalent to 16.67% of the GQGS value. The values of gravity correction in relation to ground had practically no significant contribution to the result. Regarding buildings, the value of GQGS was -0.006 m.

| Experiment | Heights Max/Min (m) | Density Max/Min (kg/m ³) |
|------------|---------------------|--------------------------------------|
| Buildings | 101/2.75 | 590/187 |
| Ground | 290/0.58 | 2670/2670 |

Table2 – Maximum and minimum height and density values in the database.

Source: The autors (2022).

In Figure 3 there is a diagram of the density values existing in the database. The average value of the density of the buildings was 0.361 kg/m³ and these minimum and maximum values were between 0.187 and 0.590 kg/m³ respectively. The contribution of topographic and gravimetric correction was practically negligible due to the maximum height of buildings in the database being 101 meters. Another factor to consider is that the highest density value in the database was 0.590 kg/m³. It appears that there is a linear relationship between the value of the GQGS, the height of the terrain and the value of density, that is, the higher the value of density and altitude of the terrain, the higher the value of the GQGS.

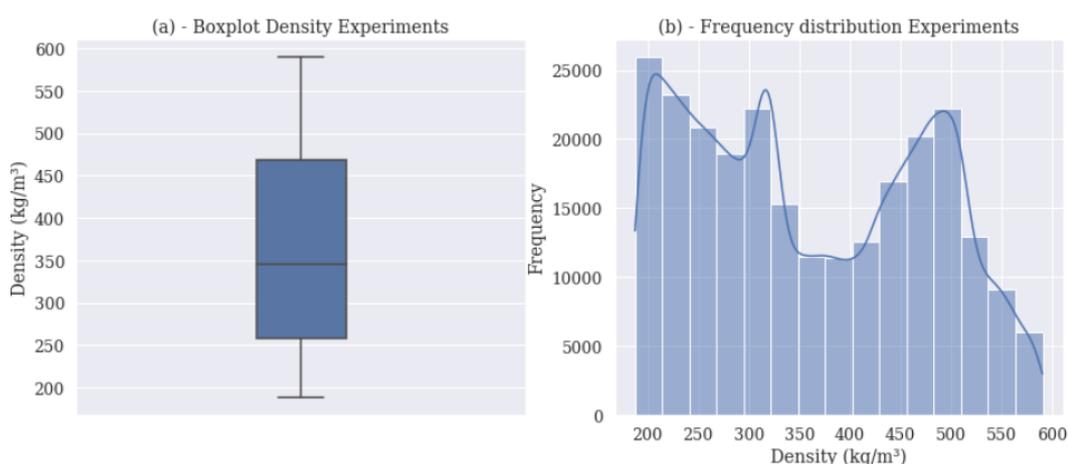


Figure3 – Valores de densidades das edificações da base de dados.

Source: The autors (2022).

In Table 2 (values in meters) there is a summary of the maximum and minimum values for heights and density in each experiment.

| Analysis | Buildings (m) | Ground (m) |
|--------------------|---------------|------------|
| Mean | -0.006 | -0.035 |
| Standard-Deviation | 0.010 | 0.015 |
| Maximum | 0.012 | 0.020 |
| Minimum | -0.021 | -0.041 |

Table3 – Statistical summary of the GQGS values in each experiment performed.

Source: The autors (2022).

In Figure 4 there is a summary of the two experiments where the area in blue represents the average of the experiments and the size of the black bar represents the standard deviation value in modulus. Note that the experiment that adopted the constant density value, in this case the experiment involving the ground surface, presented a higher standard deviation value compared to the experiment in relation to buildings. It is believed that this must have occurred due to the lower density values associated with the building masses compared to the constant density value adopted for the ground, in this case 2670 kg/m^3 .

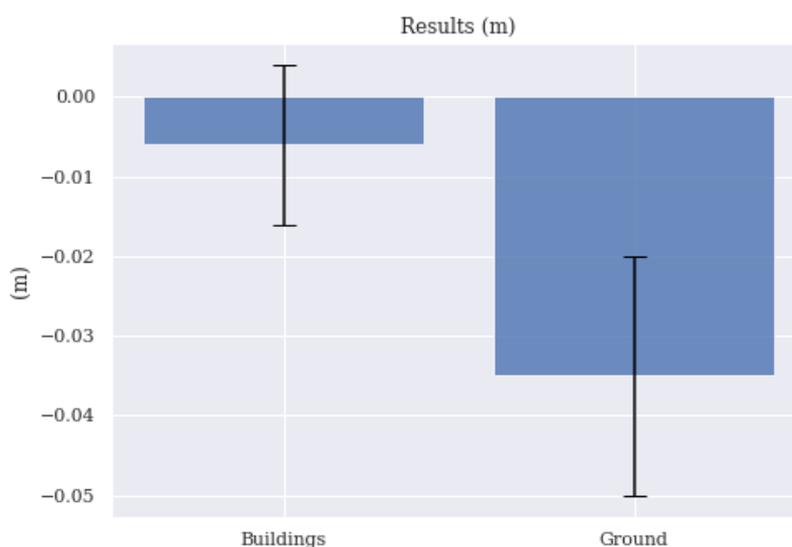


Figure4 – Mean and standard deviation of the experiments.

Source: The authors (2022).

In Table 3 (values in meters) there is a summary table of mean values, standard deviation and maximum and minimum values obtained in the calculation of GQGS in the two experiments. As the database has a large number of samples, we tried to verify the occurrence of outliers in the results. From the results obtained in Figure 4 and corroborating the results presented in Table 3, it was verified the occurrence of 800 points with discrepant values in this database. However, this value represents less than 1% of the total samples and these values did not represent a significant influence on the results of the present study.

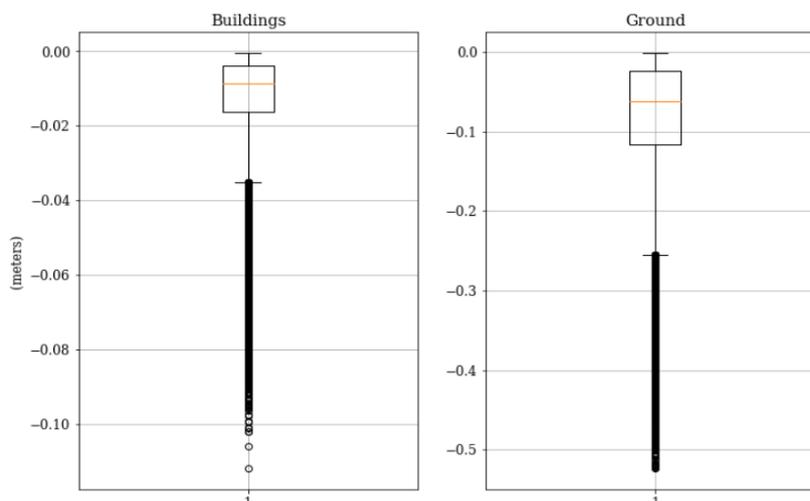


Figure5 – Verification of discrepant data in the results obtained.

Source: The authors (2022).

Therefore, from the results obtained through Table 1, Table 2 and Table 3, it was verified that the building masses generate an influence of 17.10% on the GQGS value when compared to the topographic surface. Comparing the results obtained in this study with previous studies, more specifically with Flury and Rummel (2009) and Tenzer et al (2016), it was found that the GQGS value was considered within the study ranges described by the referred authors.

In the study of the Tenzer et al (2016), the authors do not mention the terrain correction approach or the gravimetric correction, but they do mention that the GQGS value at a global level is between -4.19 and 0.26m. Flury and Rummel mention that the addition of topographic and gravimetric correction becomes necessary in regions with great height (between 800 and 3800 meters). Thus, in the present study, topographic and gravimetric corrections had little influence on the results of this study, given that the test area had an average altitude of 44 meters with a maximum value of 290 meters. But this study served to quantify these results in a database from digital models (DSM and DTM) of high resolution.

Figure 6 shows a graphic representation of the GQGS value in both experiments, in this case the first experiment related to buildings and the second experiment related to the ground (physical surface). It is noted that the results agree with the data described in Table 3, with the maximum and minimum values related to each experiment being between 0.012m and -0.021m for the experiment related to the buildings and 0.020m and -0.041m in the referring experiment at ground level.

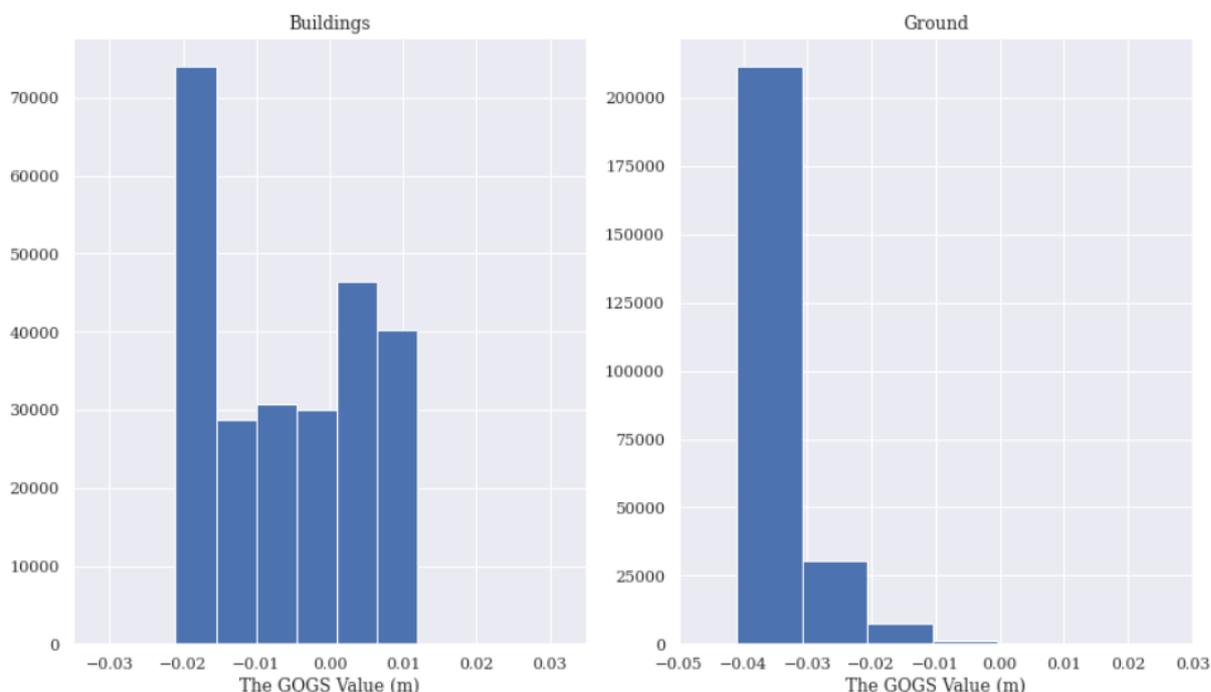


Figure 6 – Variation in the value of the GQGS depending on the amount of buildings.

Source: The authors (2022)

In Figure 6, in the experiment related to buildings, it was found that the highest values of GQGS coincided in regions where the number of buildings were more concentrated, that is, the greater the number of buildings, the greater the value of the GQGS. In relation to the experiment related to the ground level, the value of GQGS presented a value considered higher (compared to the experiment of buildings) and it is estimated that this difference is related to the value of the average density used in each experiment, that is, the mean density of the experiment related to the buildings was 361.78 kg/m^3 and 2670 kg/m^3 related to the experiment compared to the ground level.

5. FINAL CONSIDERATIONS

In 2018, the Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE), which is the institution in Brazil responsible for the Brazilian Geodetic System (BGS), changed the country's height system from orthometric to normal height. The difference between these types of heights is called geoid-to-quase-geoid separation (GQGS) and from the determination of this value it is possible to verify IF this difference has significant values and, IF necessary, perform the conversion between the two systems. In regions with large unevenness it is common to include topographic and gravimetric correction in the GQGS calculation and topographic correction takes into account the topographic masses in its calculation. However, in the vast majority of studies a Constant density value equal to 2.67 kg/m^3 is used and the masses of buildings that are above the earth's surface end up being neglected.

In this context this study aimed to verify the influence of building masses on the value of the GQGS in a database located in the city of Porto Alegre in Brazil. A vector database containing

all the buildings in the city of Porto Alegre (around 250 thousand buildings) was used. To estimate the building heights, LiDAR (light detection and ranging) survey data were used, where a digital surface model (DSM) and a digital terrain model (DTM) were generated, both with a spatial resolution of two meters. The difference between these models served as a basis for estimating the heights of buildings. From the planimetric dimensions of the buildings associated with their respective height, a density model was generated for each building in the database. Thus, it was found that the mass of buildings generated a value of 17.10% in the GQGS calculation compared to the ground surface and adopting a Constant density model. In other words, the GQGS value of the buildings generated a value of -0.6 cm and the same value using the ground surface as a reference represented -3.5 cm.

From the present study it is suggested that in urban areas, such as capitals and metropolitan regions, the masses of buildings should be taken into account in geodetic studies that involve both the GQGS calculation and others involving gravimetric data such as anomalies de Bouguer, gravity anomaly and gravimetric reductions.

AUTHOR'S CONTRIBUTION

The present work was developed by the authors Rodrigo da Silva Ferraz, as the first author, a doctoral student of the postgraduate Program in Remote Sensing at the Federal University of Rio Grande do Sul (PPGSR-UFRGS) and by Professor Sérgio Florêncio de Souza as the second author. The first author was responsible for the generation and processing of the matrix data as well as the development of the codes, in python programming language, which served as support for the mathematical calculations generated in this work. The second author was responsible for the theme of this research as well as for the revision and correction of the text and also of the mathematical reference used in this study.

REFERENCES

- ALBARICI, F. L. et al. A new perspective for physical heights in brazil. **Boletim de Ciências Geodésicas**, v. 25, 2019. DOI. 10.1590/s1982-21702019000100001.
- AMJADIPARVAR, B.; RANGELOVA, E.; SIDERIS, M. G. The GBVP approach for vertical *datum* unification: recent results in North America. *Journal of geodesy*, v. 90, n. 1, p. 45-63, 2016. DOI. 10.1007/s00190-015-0855-8.
- FERRAZ, R. S.; SOUZA, S. F. A Influência das Edificações no Cálculo do Efeito Gravitacional das Massas Topográficas – Estudo de Caso na Cidade de Porto Alegre – RS (Brasil). **Revista Brasileira de Cartografia**, v. 73, n. 1, p. 134-149, 19 fev. 2021. DOI. 10.14393/rbcv73n1-55253.

- FILMER, M. S.; FEATHERSTONE, W. E. Three viable options for a new Australian vertical *datum*. **Journal of Spatial Science**, v. 57, n. 1, p. 19-36, 2012. DOI. 10.1080/14498596.2012.679248.
- FLURY, J., RUMMEL, R. On the geoid-quasigeoid separation in mountain areas. Springer: **Journal of Geodesy** v.83, p.829-847, 2009. DOI. 10.1007/s00190-009-0302-9.
- FOROUGH, I.; TENZER, R. Comparison of different methods for estimating the geoid-to-quasigeoid separation. **Geophysical journal international**, v. 210, n. 2, p. 1001-1020, 2017. DOI. 10.1093/gji/ggx221.
- FORSBERG, R. **Study of terrain reductions, density anomalies and geophysical inversion methods in gravity-field modeling**. Technical report. Ohio State Univ. Research Foundation, Columbus (USA), 1984.
- HECK, B.; SEITZ, K. A comparison of the tesseroid, prism and point-mass approaches for mass reductions in gravity field modelling. **Journal of Geodesy**, v. 81, n. 2, p. 121-136, 2007. DOI. 10.1007/s00190-006-0094-0.
- HINZE, W. J. Bouguer reduction density, why 2.67? **Geophysics**, v. 68, n. 5, p. 1559-1560, 2003
- MEHRAMUZ, M.; ZOMORRODIAN, H.; SHARIFI, S. Calculation of geoid–quasigeoid separation using the solution of Laplace’s equation by finite difference method—examples from Iran. **Arabian Journal of Geosciences**, v. 8, n. 3, p. 1513-1520, 2015. DOI. 10.1007/s12517-013-1213-x.
- MOLODENSKII M. S., EREMEEV V. F., YURKINA M. I. (1960). **Methods for study of the external gravitational field and figure of the Earth**. Trudy TsNIIGAIK N 131. In Russian. Israel program for scientific translations. Jerusalem 1962. 248 pp.
- SADIQ, M.; AHMAD, Z.; AKHTER, G. A study on the evaluation of the geoid-quasigeoid separation term over Pakistan with a solution of first and second order height terms. **Earth, planets and space**, v. 61, n. 7, p. 815-823, 2009.
- SILVA, V. C. et al. THE GEOID AND QUASIGEOD OF SÃO PAULO STATE USING THE UPDATED GRAVIMETRIC DATA AND THE 2018 BVRF. **Boletim de Ciências Geodésicas**, v. 27, 2021. DOI. 10.1590/1982-2170-2020-0061.
- SJÖBERG, L.E. A strict formula for geoid-to-quasigeoid separation. Springer-Verlag: **Journal of Geodesy**. v.84, p.699-702, 2010. DOI. 10.1007/s00190-010-0407-1.

- SJÖBERG, L. E.; BAGHERBANDI, M. Quasigeoid-to-geoid determination by EGM08. **Earth Science Informatics**, v. 5, n. 2, p. 87-91, 2012. DOI. 10.1007/s12145-012-0098-7.
- SJÖBERG, L.E. On the geoid and orthometric height vs. quasigeoid and normal height. **Journal of Geodetic Science**, v.8-1, p.115-120, 2018. DOI:10.1515/jogs-2018-0011.
- TENZER, R. et al. Contribution of mass density heterogeneities to the quasigeoid-to-geoid separation. **Journal of Geodesy**, v. 90, n. 1, p. 65-80, 2016. DOI. 10.1007/s00190-015-0858-5.
- THE SEATTLE TIMES. What does a house weigh? Some mental heavy lifting., 19. dez. 2004. Disponível em <<https://archive.seattletimes.com/archive/?date=20041219&slug=homehay19>>. Acesso em: 12/7/2020.
- TZIAVOS, I. N.; SIDERIS, M. G. Topographic Reductions in Gravity and Geoid Modeling. In: SANSÒ, F.; SIDERIS, M. G. (Ed.). **Geoid Determination: Theory and Methods**. Lecture Notes in Earth System Sciences. Berlin, Heidelberg: Springer, 2013. p. 337–400.
- WILD-PFEIFFER, F. A comparison of different mass elements for use in gravity gradiometry. **Journal of Geodesy**, v. 82, n. 10, p. 637-653, 2008. DOI. 10.1007/s00190-008-0219-8.
- ZANARDI, R. P.; SCHNEIDER, A. H.; SALOMONI, T. R.; SALOMONI, C. S.; REISS, M. L. L. (2013). Validação da qualidade do perfilamento a LASER aerotransportado da cidade de Porto Alegre. In: SIMPÓSIO BRASILEIRO DE SENSORIAMENTO REMOTO, 16., 2013, Foz do Iguaçu. **Anais...**São José dos Campos: INPE, 2013. p. 6178-6184.