

**UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
INSTITUTO DE MATEMÁTICA E ESTATÍSTICA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE MATEMÁTICA
MESTRADO ACADÊMICO EM ENSINO DE MATEMÁTICA**

**FOTOGRAFIA COMO UM RECURSO PARA O ENSINO DE PERSPECTIVA
CÔNICA COM TECNOLOGIAS DIGITAIS**

THALIS PEIXOTO

Porto Alegre
2022

THALIS PEIXOTO

**FOTOGRAFIA COMO UM RECURSO PARA O ENSINO DE PERSPECTIVA
CÔNICA COM TECNOLOGIAS DIGITAIS**

Dissertação de Mestrado Acadêmico em
Ensino de Matemática da UFRGS em
Tecnologias Digitais da Informação e
Comunicação da Educação Matemática

Orientadora
Dra. Débora da Silva Soares

Porto Alegre
2022

Instituto de Matemática e Estatística
Departamento de Matemática Pura e Aplicada

**Fotografia como um recurso para o ensino de Perspectiva Cônica com Tecnologias
Digitais**

Thalis Peixoto

Banca examinadora

Prof. Dra. Aparecida de Souza Chiari
INMA/UFMS

Prof. Dra. Márcia Rodrigues Notare
IME/UFRGS

Prof. Dra. Marilaine de Fraga Sant'Ana
IME/UFRGS

Porto Alegre
2022

RESUMO

A presente pesquisa tem como tema a fotografia, a Perspectiva Cônica e as Tecnologias Digitais. Assim, buscou-se analisar conceitos sobre Perspectiva Cônica que podem ser identificados ao se trabalhar com a fotografia e o GeoGebra na Educação Básica, dentro de uma perspectiva qualitativa de pesquisa, a fim de responder à seguinte pergunta: que conceitos matemáticos sobre Perspectiva Cônica são produzidos por um coletivo seres-humanos-com-fotografias-e-GeoGebra? A fotografia, aqui, são tanto as câmeras fotográficas quanto o produto delas. Os referenciais de Tecnologias Digitais utilizados, e que servem como base para o nosso entendimento, são o de seres-humanos-com-mídias, proposto por Borba (2001, 2002). As práticas foram aplicadas em duas turmas de 3º ano do Ensino Médio, sendo que com uma das turmas foi realizada uma Prática Piloto e com a segunda turma a Prática Final. Ao realizar a análise de um dos grupos da Prática Final, chegamos em três principais coletivos, sendo eles: (1) seres-humanos-com-fotografias, em que o grupo discutiu, definiu e conseguiu categorizar fotografias com profundidade em perspectivas de um, dois e três ponto de fuga, além de fotografias sem profundidade; (2) seres-humanos-com-câmeras-fotográficas, em que o grupo, portando as câmeras de seus celulares, produziu fotografias utilizando perspectiva de um, dois e três pontos de fuga; (3) seres-humanos-com-fotografias-e-geogebra, em que o grupo, utilizando as fotografias que produziu, modelou-as no software GeoGebra, construindo ponto de fuga, linhas de fuga e linha do horizonte, lidando, também, com as propriedades desses elementos. Portanto, os resultados que chegamos foram de que a fotografia pode ser uma mídia potente para introdução aos conceitos de Perspectiva Cônica, assim como o GeoGebra em entender propriedades básicas desse conteúdo, como linhas do horizonte e pontos de fuga e como a fotografia é moldada a partir desses conceitos.

Palavras-chave: Geometria Projetiva. Fotografar. GeoGebra. Seres-humanos-com- mídias.

ABSTRACT

This research has as its theme photography, Conical Perspective and Digital Technologies. Thus, we sought to analyze concepts about Conic Perspective that can be identified when working with photography and GeoGebra in Basic Education, within a qualitative research perspective, in order to answer the following question: what mathematical concepts about Conic Perspective are produced by a collective human-with-photographs-and-GeoGebra? Photography here is both the cameras and their product. The references of Digital Technologies used and which serve as a basis for our understanding is the construct human-with-media, by Borba (2001, 2002). The practices were applied in two classes of the 3rd year of High School, being one of them characterized as a Pilot Practice and the second one as the Final Practice. Analyzing one of the groups of the Final Practice, we arrived at three main collectives, namely: (1) humans-with-photographs, where the group discussed, defined and managed to categorize depth of field photographs in perspectives of one, two and three vanishing point, plus depthless photographs; (2) humans-with-cameras, where the group, carrying the cameras of their cell phones, produced photographs using the perspective of one, two and three vanishing points; (3) humans-with-photographs-and-geogebra, where the group, using the photographs they produced, modeled them in the GeoGebra software, building vanishing points, vanishing lines and horizon line, also dealing with the properties of these elements. Therefore, the accomplished results was that photography can be a potent medium for introducing the concepts of Conic Perspective, just as GeoGebra can be a potent medium for understanding basic properties of this content, such as lines of the horizon and vanishing points and how photography is shaped from these concepts.

Keywords: Projective Geometry. Photograph. GeoGebra. Humans-with-media.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1: Representação de um quadrado e um cubo no plano vertical.....	23
Figura 2: Exemplo de obra com diferentes pontos de vista e com apenas um ponto de vista.....	25
Figura 3: Projeção ortográfica, projeção axonométrica e projeção oblíqua.....	27
Figura 4: Projeção em perspectiva.....	28
Figura 5: Projeção sob um ponto de vista.....	29
Figura 6: Plano da imagem situado entre o objeto e observador.....	30
Figura 7: Ilusão da profundidade no plano bidimensional.....	30
Figura 8: Localização do plano da imagem.....	31
Figura 9: Representação com o plano da imagem perpendicular ao plano do chão.....	32
Figura 10: Representação das perspectivas do objeto e linhas de visão com o plano da imagem perpendicular ao plano do chão.....	34
Figura 11: Representação das perspectivas do objeto com o plano da imagem perpendicular ao plano do chão.....	35
Figura 12: Representação das perspectivas B'C' e A'D' do objeto concorrendo em PF	36
Figura 13: Ponto de vista e objeto observado.....	37
Figura 14: Perspectiva paralela de um ponto.....	38
Figura 15: Perspectiva paralela de um ponto.....	38
Figura 16: Perspectiva paralela de um ponto a partir de um cubo.....	39
Figura 17: Perspectiva paralela de um ponto.....	40
Figura 18: Perspectiva de dois pontos.....	41
Figura 19: Perspectiva paralela e angular de dois pontos.....	42
Figura 20: Perspectiva paralela de dois pontos a partir de um cubo.....	43
Figura 21: Perspectiva paralela de dois pontos a partir de um cubo.....	43
Figura 22: Perspectiva paralela de dois pontos.....	44
Figura 23: Perspectiva de três pontos.....	45
Figura 24: Perspectiva paralela de três pontos.....	46
Figura 25: Perspectiva paralela de três pontos a partir de um cubo.....	47
Figura 26: Perspectiva paralela de três pontos a partir de um cubo com PF3.....	48
Figura 27: Perspectiva paralela de três pontos.....	49
Figura 28: Modelo de cidade construído no GeoGebra.....	68
Figura 29: Exemplos de fotografias utilizadas.....	76
Figura 30: Fotos 1 e 3, respectivamente.....	84
Figura 31: Foto 6.....	85
Figura 32: Foto 4.....	86
Figura 33: Foto 19 e 21, respectivamente.....	87
Figura 34: Manga cortada em cubos.....	88
Figura 35: Foto 2.....	89
Figura 36: Foto 2 e Foto 24.....	91
Figura 37: Foto 2 e Foto 24 adaptadas.....	91
Figura 38: Foto 7.....	96
Figura 39: Foto 21.....	94
Figura 40: Foto 21 adaptada.....	95
Figura 41: Foto 1 e 3 adaptadas.....	96
Figura 42: Foto 23.....	99
Figura 43: Foto 1 e 16.....	100

Figura 44: Foto 2 e Foto 5 adaptadas.....	102
Figura 45: Foto 17 e Foto 12.....	104
Figura 46: Foto 15 e imagem ilustrativa do trapézio.....	106
Figura 47: Ilustração da Foto 15 no software.....	106
Figura 48: Foto 14.....	108
Figura 49: Alguns recortes do material usado no Momento 2 Parte 1.....	110
Figura 50: Fotografias produzidas pelo Grupo 2 do laboratório e bebedouro.....	111
Figura 51: Fotografia produzida pelo Grupo 2 da rampa de acesso.....	113
Figura 52: Fotografia produzida pelo Grupo 2 da Sala De Vídeo em perspectiva de um ponto.....	113
Figura 53: Fotografia produzida pelo Grupo 2 da Sala De Vídeo em perspectiva de dois pontos.....	113
Figura 54: Fotografia escolhida pelo grupo para o Momento 3.....	116
Figura 55: Ferramenta “mover” do GeoGebra.....	117
Figura 56: O problema do ponto de fuga localizado errado.....	122
Figura 57: O problema do ponto de fuga solucionado.....	123
Figura 58: Construção da Linha do Horizonte.....	124
Figura 59: Modelo construído pelas alunas A e F (original).....	127
Figura 60: Modelo construído pela alunas A e F (com o ponto de fuga em outra posição).....	128
Figura 61: Modelo construído pelos alunos C e G (original).....	129
Figura 62: Modelo construído pelos alunos C e G (com o ponto de fuga em outra posição).....	129
Figura 63: Exemplos de fotografias produzidas pelo grupo, em ordem: com um, dois e três pontos de fuga.....	133

SUMÁRIO

1 EU PODERIA COMEÇAR ESTE TEXTO DO INÍCIO...	9
2 REFERENCIAL TEÓRICO	15
2.1 Trabalhos correlatos	15
2.2 A arte como imitação da natureza	24
2.3 Perspectiva Cônica: uma Geometria Projetiva	27
2.4 Fotografia	50
2.5 Tecnologias e Tecnologias Digitais em Educação Matemática	54
2.5.1 <i>O constructo seres-humanos-com-mídias</i>	58
2.5.2 <i>A Geometria Dinâmica e o GeoGebra</i>	66
3 ABORDAGEM METODOLÓGICA	70
3.1 Dados	72
3.2 Cenário da pesquisa	72
3.3 As práticas que conduziram a pesquisa	74
3.3.1 <i>Prática Piloto</i>	75
3.3.2 <i>Prática Final</i>	77
4 ANÁLISE DOS DADOS	80
4.1 Análise do Grupo 2 da Prática Final	81
4.1.1 <i>Aula 1 (07/01/2020)</i>	82
4.1.2 <i>Aula 2 (08/01/2020)</i>	109
5 DE VOLTA À PRAIA	131
REFERÊNCIAS	137
ANEXOS	140
Anexo A - Conjunto de fotografias	140
APÊNDICES	148
Apêndice A - Termo de Consentimento da Escola	148
Apêndice B - Termo de Consentimento Livre e Esclarecido	149
Apêndice C - Termo de Assentimento	151
Apêndice D - Produto didático	153

1 EU PODERIA COMEÇAR ESTE TEXTO DO INÍCIO...



“Imagem: Uma praia deserta. Primeiramente a sensação do desconhecido, mas aos poucos os referenciais surgem: ondas, sons, pássaros.”

Mas qual início? O que, afinal, é um início? O início pode ser bastante relativo. Será aquilo que motivou alguma coisa? Será uma praia deserta, cujos únicos sons são os das ondas e os dos pássaros? Será o primeiro capítulo de um livro? Ou o primeiro parágrafo? Ou então a primeira palavra ou letra? Ah, deve ser a própria capa! Realmente, não sei. O início pode ser subjetivo e cada um pode defini-lo a sua forma. E é por isso que decidi¹ começar cada capítulo com uma fotografia autoral. Uma fotografia que convido, você, a fazer uma *leitura*, uma *tradução*; reserve esse tempo! Uma fotografia que o movimenta a fazer uma leitura subjetiva, e que se relaciona, de alguma forma, com o conteúdo de cada capítulo.

Deparo-me com um dizer, aqui parafraseado, que surgiu dentro de uma das disciplinas que, ao longo da vida acadêmica, fui confrontado, e que me deixou "atucanado": “é interessante apresentar como chegou a isso”. *Como cheguei a isso?* Isso o quê? A pesquisa? Esses escritos? Pretendo descobrir ao passo que escrevo para você leitor e leitora.

O ponto inicial, que aqui vou definir (decisão pessoal mesmo, tá?) se revela na primeira palavra autoral dessa pesquisa: fotografia. Fotografia faz parte do meu ser. Da minha personalidade. É uma vasta parte da pessoa que mostro para os outros. Talvez uma maneira de me esconder. De conversar. De compartilhar uma forma diferente para as pessoas me lerem,

¹ Primeira pessoa do singular, utilizada nos primeiros parágrafos desse capítulo por conta das motivações pessoais.

pois leitura não se faz apenas pelas palavras, mas também em singelos gestos, como reparar, enxergar, sentir e ouvir. O toque inicial e motivacional dessa pesquisa começa por ela. É como dividir um segredo ou algo muito íntimo com vocês.

O desejo de inseri-la dentro da minha profissão, como educador matemático, se constrói há bastante tempo. Porém, sentia que faltava algo. Faltava *algo* que conectasse as coisas e fizesse sentido para mim. A fotografia, por si só, pode ser inserida na educação matemática, mas para mim faltava esse *algo*, que despertasse ainda mais o desejo de compartilhar tais intimidades...

Simular realidades é encantador. Jogos de videogame, miniaturas, pequenas cidades e desenhos. Desenhos me encantam. Especificamente desenhos de casas. Ver-se caminhando por residências que você constrói na sua imaginação por meio de um desenho é um hobby. Ou um hábito estranho. Ou, simplesmente, uma característica da minha pessoa. Garanto que você tenha um hobby tão parecido quanto, ou um pouco semelhante. Ou mesmo totalmente diferente. Importante é ter um hobby a partir do qual podemos expressar e descarregar aquele excesso de imaginação. Descarregar pensamentos por meio de expressões. De dar um *reset* nas suas forças. De deixar uma energia diferente fluir pelo mundo.

A necessidade de suprir um desejo próprio levou-me à presente pesquisa. Eu sempre quis saber desenhar uma casa o mais próximo da realidade possível. Nossa, e que dificuldade foi entender o mínimo aceitável para não passar vergonha! Eu, simplesmente, não sabia desenhar casas e fazer com que elas tivessem um pouquinho da realidade que eu via em desenhos profissionais. Por que eu não entendia? O que havia por trás? Qual era a dificuldade?

Após entrar no curso de graduação, e não diretamente por conta disso, acabei descobrindo a Perspectiva Cônica, ferramenta necessária para fazer tais representações da realidade em uma folha de papel. Uma matematização da maneira que vemos o mundo, e que será discutida de forma mais aprofundada no próximo capítulo. Mais do que isso, descobri a Geometria Projetiva, que engloba várias formas de representar (e/ou simular) o espaço, que é tridimensional, em duas dimensões. Parecia que tudo fazia sentido agora. Novas portas se abriram para descarregar essa imaginação. Eu me via ocupando o tempo, que não tinha tanto assim sobrando, para desenhar. Casas, ruas, edifícios. Coisas bizarras, e talvez sem muito sentido físico, que desafiavam a gravidade, como paralelepípedos flutuando em espaços tridimensionais simulados numa folha de papel com caneta e régua.

Aí estava o *algo* que eu procurava, ou pelo menos um *algo* suficiente para satisfazer a necessidade de trabalhar a fotografia na Educação Matemática. A partir daí, foi realizada uma busca: será tão incomum assim? Será que a Perspectiva Cônica já não faz parte do currículo em algum lugar? Ou pelo menos algo de Geometria Projetiva?

Ao buscar informações que dessem indícios de respostas a essas perguntas, encontramos² o registro de que, em 2008, houve a inserção das Geometrias não Euclidianas nas Diretrizes Curriculares da Educação Básica do estado do Paraná, ocorrendo imediatos estudos de possibilidades de se trabalhar Geometria Projetiva em sala de aula (WATERMANN; FRANCO, 2009; GAIOWSKI; BASSOI, 2008; CARVALHO; TUCCI, 2011; CARDEAL, 2012), bem como posteriores levantamentos das concepções dos professores da educação básica desse estado acerca dessa geometria (LOVIS; FRANCO, 2015). A partir do último estudo, percebeu-se a necessidade de tornar tal geometria comum a todos, pois era possível extrair uma gama enorme de atividades desses conteúdos e que podiam ser levadas aos alunos.

Realizando pesquisa sobre os termos “geometria projetiva”, “Perspectiva Cônica”, “vistas ortogonais” e “perspectiva” na Base Nacional Comum Curricular, documento normativo sobre as aprendizagens essenciais na Educação Básica, encontramos dois resultados.

Na etapa Ensino Fundamental 2, 9º ano, dentro da unidade temática de Geometria, e com o objeto de conhecimento sendo o de “vistas ortogonais de figuras espaciais, encontramos a habilidade EF09MA17, que trata sobre “reconhecer vistas ortogonais de figuras espaciais e aplicar esse conhecimento para desenhar objetos em perspectiva” (BRASIL, 2018a, p.319).

Já o próximo resultado encontrado foi na etapa Ensino Médio dentro da competência específica 4, que trata sobre

Compreender e utilizar, com flexibilidade e fluidez, diferentes registros de representação matemáticos (algébrico, geométrico, estatístico, computacional etc.), na busca de solução e comunicação de resultados de problemas, de modo a favorecer a construção e o desenvolvimento do raciocínio matemático (BRASIL, 2018b, p.538).

Dentro dessa competência encontramos a habilidade EM13MAT407, que fala sobre “Interpretar e construir vistas ortogonais de uma figura espacial para representar formas

² Primeira pessoa do plural, utilizada até o final do texto.

tridimensionais por meio de figuras planas” (BRASIL, 2018b, p.539). Desse modo, vê-se um avanço na indicação desses conteúdos dentro da educação básica, embora de forma discreta.

Vontade de arriscar, de tentar, de criar e possibilitar mudanças de natureza didática na escola. O desejo, enquanto professor, é, e deve ser, o de mudar, de se adaptar, de causar balbúrdia dentro do ambiente escolar. De propor a existência de um ponto de interrogação, em vez da certeza de uma afirmação, e mostrar as possibilidades e o quanto sabemos tão pouco a respeito de tudo. De se aceitar e de aceitar os outros. De prezar por um convívio respeitável em vez de desrespeitável.

A proposta dessa pesquisa é justamente trazer interrogações. Propor ambientes de experimentação, com surgimento de dúvidas e provocações a respeito de uma Geometria até então desconhecida pelos alunos em questão. Uma Geometria não Euclidiana que não faz parte do currículo da rede escolar que frequentam, e que se propõe a dar as caras por meio da fotografia, utilizando-se de Tecnologias Digitais (TD). Assim, pretende-se, nesta pesquisa, discutir as possibilidades da Perspectiva Cônica na Educação Básica utilizando a fotografia e as TD.

Mas por quê as Tecnologias Digitais? O que as TD representam nesta pesquisa? Bom, não é uma pergunta fácil de responder, porém dedicados alguns minutos, horas ou até semanas para matutar isso, chega-se à seguinte conclusão: as TD permitiriam o elo entre o olhar, a Perspectiva Cônica e a fotografia. Foi um certo receio trabalhar uma Geometria não Euclidiana que não é normalmente vista na Educação Básica, pois a preocupação era deixar claro que se tratava de algo dinâmico, que, fazendo um leve movimento com a cabeça ou com os olhos, se enxergaria um mundo totalmente diferente, porém ditado pelas mesmas regras. E isso era algo bastante importante: propor um ambiente em que fosse possível o aprendizado de conceitos de Perspectiva Cônica por meio da observação de padrões e da procura de propriedades que simulavam a dinamicidade do olhar.

Assim, as Tecnologias Digitais têm papel fundamental em proporcionar tal ambiente dinâmico, o que em uma folha de papel não seria possível. A possibilidade de simular o movimento do olhar, em um software de geometria dinâmica, é um diferencial na procura de tais padrões para a construção de definições do referido conteúdo. Com isso, tem-se três grandes campos que dão base às práticas: o da fotografia, o da Perspectiva Cônica e o das Tecnologias Digitais. As práticas da presente pesquisa buscam conciliar os três campos, não tendo sido, o planejamento, uma tarefa muito fácil. Por vezes se conseguia pensar em práticas

que envolvessem somente os campos da fotografia e Perspectiva cônica; por outras o das Tecnologias Digitais com a Perspectiva Cônica; e em outras, ainda, os campos da fotografia com as Tecnologias Digitais. Porém a união dos três campos não foi tão simples, e o resultado foi o último momento da Prática Final, que será descrito mais adiante.

Diante disso, e como base para o planejamento, essa pesquisa parte de práticas que envolveram a construção do conceito de profundidade e perspectiva, como as de Watermann e Franco (2009), Caitano (2013) e Gonçalves (2013), e que não necessariamente envolveram o uso da fotografia, e tem como questionamentos as possibilidades de uso da fotografia e das Tecnologias Digitais no estudo de Perspectiva Cônica. Está centrada, também, na busca e readaptação dessas tecnologias para a aprendizagem desses conceitos.

Assim, pretende-se discutir, na presente pesquisa, a utilização de celulares e das câmeras fotográficas no ensino de Perspectiva Cônica, e não somente das fotografias em si. Os celulares (dependendo do contexto, tão comuns no ambiente escolar) terão papel fundamental em trazer esse conteúdo para a Educação Básica, pois possuem a ferramenta essencial para a produção de fotografias, que são as câmeras fotográficas. O incomum é justamente isso: utilizar esses equipamentos para trabalhar, explorar e investigar novos conteúdos, desbravando o desconhecido que é a Geometria Projetiva para os grupos de alunos que fizeram parte desta pesquisa.

Assim, expressar o olhar em uma imagem, que não seja a pintura, não está mais nas mãos apenas de um profissional da área fotográfica, mas também está nas mãos de qualquer pessoa que possua um smartphone: um dispositivo eletrônico que acompanha as pessoas pela casa, na rua, no trabalho, em lugares de lazer e na escola. Os smartphones estão presentes na sala de aula, pulsando, sob o domínio de alunos e alunas que pulsam ainda mais pela quantidade enorme de informação constante a qual estão submersos. O que lhes falta, basicamente, é o auxílio para organizar essa quantidade de informação. Além disso, o que pulsa também, é a necessidade de se utilizar desses instrumentos que já estão presentes, e torná-los objetos co-protagonistas do aprendizado.

O objetivo principal da pesquisa, então, é o de analisar os conceitos de Perspectiva Cônica que podem ser identificados ao se trabalhar com a fotografia e o GeoGebra na Educação Básica. Mais do que isso, a pesquisa tem por objetivos específicos, como já mencionado, o de discutir as possibilidades no uso de fotografias e das Tecnologias Digitais

que foram utilizadas, bem como nas possibilidades do uso de celulares e câmeras fotográficas para o ensino da Perspectiva Cônica.

Dentre os objetivos de ensino, pode-se destacar a intenção de provocar alunos e alunas da Educação Básica com uma geometria incomum e que não faz parte do currículo da escola, como já mencionado. Provocar e propor ambientes de exploração e investigação sobre Perspectiva Cônica, mirando em conceitos como Ponto de Fuga, Linha de Fuga e Linha do Horizonte, utilizando a fotografia e o software GeoGebra. E promover espaço para que questionamentos sobre o modo como vemos o mundo possam surgir, percebendo que existe uma matemática por trás disso.

Como base teórica estão os estudos de Borba (2001, 2002) sobre seres-humanos-com-mídias, que orientam o significado de Tecnologias Digitais na Educação Matemática que aqui utilizamos.

Partindo desses objetivos, a pesquisa tem como questionamento o seguinte: **Que conceitos matemáticos sobre Perspectiva Cônica são produzidos por um coletivo seres-humanos-com-fotografias-e-GeoGebra?**

No Capítulo 2 há cinco seções, divididas da seguinte maneira: (1) trabalhos correlatos ao tema, dentro dos campos de “Geometria Projetiva”, “Perspectiva Cônica”, “Fotografia” e “Matemática”; (2) alguns pontos sobre a relevância da Perspectiva Cônica no mundo da arte; (3) referenciais que embasam o conhecimento a respeito de Perspectiva Cônica; (4) uma seção breve sobre os conceitos de fotografia e como a compreendemos na presente pesquisa, além de trabalhos correlatos dentro dos campos “Fotografia” e “Educação Matemática”; e (5) os conceitos de Tecnologias e Tecnologias Digitais que aqui entendemos dentro da Educação Matemática, com o constructo seres-humanos-com-mídias de Borba (2001, 2002).

No Capítulo 3 se faz presente a abordagem metodológica da pesquisa, os tipos de dados que foram produzidos, o local em que ocorreu e como foi conduzida dentro da sala de aula cada uma das práticas (a Piloto e a Final), com descrição de cada atividade.

No Capítulo 4 encontra-se a análise de um dos grupos da Prática Final, sob o olhar do constructo seres-humanos-com-mídias, organizado por dia e momentos.

E, por fim, no Capítulo 5, se faz um fechamento da pesquisa, com considerações a respeito daquilo que foi analisado e das possibilidades de aprofundamento e outras reflexões acerca das práticas.

2 REFERENCIAL TEÓRICO



“Imagem: Torres de transmissão de energia elétrica. Primeiramente a sensação da quantidade de informação e da magnitude, mas aos poucos você vai percebendo as conexões e as redes.”

A primeira subseção do capítulo traz diferentes pesquisas que envolveram os estudos de geometria projetiva e especificamente Perspectiva Cônica (utilizando ou não Tecnologias Digitais). A segunda e terceira seção trazem um breve relato sobre os estudos sobre Perspectiva Cônica ao longo da história, bem como uma parte teórica sobre o assunto. Na quarta seção estão alguns escritos sobre o entendimento que temos sobre fotografia e alguns aspectos relacionados ao público-alvo da pesquisa com essa tecnologia. E a quinta seção começa descrevendo nosso entendimento sobre o que são “tecnologias”, subdividindo-se em três subseções: o constructo teórico de seres-humanos-com-mídias, a geometria dinâmica e a fotografia.

2.1 Trabalhos correlatos

A presente pesquisa tem como tema de estudo três campos principais, que são: fotografia, Perspectiva Cônica, e Tecnologias Digitais. A seleção de trabalhos correlatos para esta seção abrange os termos “Geometria Projetiva”, “Perspectiva Cônica”, “Fotografia” e “Matemática”. Foram utilizados esses termos em duas plataformas de pesquisa de periódicos:

Google Acadêmico e o Portal de Periódicos da CAPES (Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior).

A seleção de trabalhos lidos e trazidos para essa seção foram aqueles que contemplam, de maneira mais próxima, os objetivos da presente pesquisa, como a utilização de fotografias (ou, no caso de alguns trabalhos, obras de arte), abordagens por meio de etapas, exploração de conceitos mais básicos sobre Geometria Projetiva e produção de conteúdo com base nos conhecimentos estudados sobre esse tema. Os trabalhos que serão descritos não necessariamente envolveram a utilização ou a utilização exclusiva das tecnologias, e a intenção aqui estabelecida é a de apresentar os objetivos e resultados que foram encontrados nessas pesquisas e que possuem ou podem possuir a tecnologia como atributo na construção de conhecimento em Geometria Projetiva.

A primeira experiência aqui relatada, de Watermann e Franco (2009), refere-se ao processo de implantação das Geometrias não Euclidianas em uma turma de oitavo ano, após a inserção desse conteúdo nas Diretrizes Curriculares para a Educação Básica do estado do Paraná. O relato trata-se de um estudo feito por uma professora estadual junto ao Programa de Desenvolvimento Educacional do Paraná. A proposta foi a de apresentar a Geometria Projetiva a partir de noções básicas.

A prática realizada começou questionando os alunos sobre o que conheciam e o que vinha à cabeça sobre geometria, sendo trazidas apenas geometrias euclidianas por eles. Após, foi perguntado que geometria era essa, e no geral, não foi reconhecida que era a Euclidiana. Os alunos foram convidados a desenhar uma autoestrada, e o interessante dessa proposta (que se trata de um desenho) foram as manifestações dos alunos, que alegam não saberem desenhar ou que são péssimos desenhistas. Outro aspecto interessante da prática aplicada pela autora foi a de mensurar e fazer um levantamento sobre o conhecimento que os alunos possuíam sobre o assunto. Basicamente eles precisavam ter algum conhecimento sobre perspectiva para chegar em um desenho que se aproximasse da realidade que enxergamos.

A proposta estendeu-se deixando claro, antes, o que era a Geometria Euclidiana. Após, foi feito um trabalho histórico de forma expositiva e dialogada sobre a Geometria Projetiva e o papel dela na arte. Ou seja, tal método apresenta e situa essa geometria na história, além de revelar sua importância no campo artístico. Posteriormente, os alunos foram novamente convidados a desenhar a autoestrada, porém agora foi perceptível a apropriação do

conhecimento durante as apresentações. Foram realizados desenhos que possuíam pontos de fuga, linhas de fuga e linhas do horizonte.

A segunda parte do processo de iniciação à Geometria Projetiva foi a de realizar desenhos de objetos bidimensionais e tridimensionais no papel. A terceira parte da atividade consistia na prática de três técnicas de perspectiva: sobreposição – que se trata da técnica aplicada para representar objetos que estão em lugares diferentes no plano (como uma árvore atrás da cerca ou a árvore à frente da cerca) –, mudança de dimensão e de espaço – que trata da representação de que quanto mais distante um objeto, menor ele fica, e vice-versa – e linhas de fuga. Cada técnica foi desenvolvida em uma atividade diferente em que os alunos tinham de desenhar.

Outra parte relevante das práticas realizadas foi a introdução ao que significava linhas do horizonte, pontos de vista, pontos de fuga e linhas de fuga por meio de uma apresentação em PowerPoint, pela inviabilidade de se trabalhar os conceitos de perspectiva sem introduzir esse conteúdo anteriormente. Os resultados, a partir dos relatos dos alunos e professores, foi o das atividades terem tornado mais fácil identificar pontos de fuga, linhas de fuga e linhas do horizonte em fotografias. Tal método vai ao encontro com a próxima literatura que aqui será apresentada, pois nela os alunos construíram indiretamente o conceito por meio da necessidade de se entender o que estavam desenhando.

As práticas realizadas e descritas por Watermann e Franco (2009) serviram para a construção da presente pesquisa, sendo necessário ressaltar dois pontos: primeiro, de ser interessante a proposta de indagar os estudantes a respeito de algum tema (no caso geometria) e promover que eles tentassem representar algo da realidade (autoestrada) em desenho; segundo, de questionar a necessidade de trazer os conceitos de Perspectiva Cônica antes de começar a trabalhar propriamente com ela. A partir dessas percepções, percebe-se que era possível, sim, construir e propor um ambiente exploratório sobre os conceitos de Perspectiva Cônica antes de ter visto formalmente tal conteúdo, o que originou a primeira prática da nossa pesquisa (e que será melhor descrita no próximo capítulo).

A pesquisa de Caitano (2013) tinha por objetivo o de analisar como se dava transição entre representações no papel de objetos tridimensionais e o ambiente de construção e exploração na plataforma GeoGebra, enquanto a prática pedagógica tinha por objetivo o de dar “ideias básicas que permitiriam a representação de objetos tridimensionais sobre superfícies planas” (CAITANO, 2013, p.46). O relato trata-se de um estudo com seis alunos

do oitavo ano em turno inverso ao de suas aulas, aplicado em 4 encontros semanais de duas horas cada. A ideia por trás foi a de realizar atividades que tenderiam à Perspectiva Cônica para representação do espaço tanto numa folha de papel como no software GeoGebra.

A primeira atividade foi a da tentativa de representar um cubo que se encontrava à frente de cada aluno no papel, sob a perspectiva de cada um, bem como tentar representar sob a perspectiva de um dos colegas. Ainda tiveram que representar cinco cubos dispostos na mesa, bem como tentar montar uma configuração a partir das visões superior, frontal e lateral que foram dadas. Nesse primeiro encontro, tiveram o primeiro contato com o GeoGebra, que se mostrou, para o grupo, bastante intuitivo. No software foram mostradas construções dessas configurações dos cubos em malhas quadriculada e isométricas, o que foi bastante esclarecedor para os alunos.

A segunda atividade foi o grande passo para a Perspectiva Cônica, e que é relevante para a presente pesquisa de mestrado. Os alunos foram convidados a circular pela escola para fotografar, nunca antes tendo visto formalmente Perspectiva Cônica e as leis que regem aquilo que vemos. O pesquisador, no início da atividade, auxiliou-os com questionamentos, a fim de que os alunos percebessem, por exemplo, a questão do “quanto mais distante um objeto menor ele parece”, porém que ao medir as mesmas coisas em diferentes lugares sempre teriam a mesma dimensão. A segunda parte dessa atividade envolveu uma investigação, aliada às percepções encontradas antes, em cima de obras renascentistas que se utilizaram de técnicas da representação em perspectiva. Segundo Caitano (2013, p.46), os alunos “estavam desenvolvendo olhar fundamental para a compreensão do espaço, por sua vez indispensável para o desenho em perspectiva”.

A terceira atividade envolveu o trabalho imaginativo, criativo e um tanto desafiador de desenhar a cena de uma das fotos tiradas pelo grupo de alunos (uma foto de um corredor). Atividade que causou o choque de conceitos e ideias, pois nela os alunos confrontaram a Geometria Euclidiana com a não Euclidiana. Nela os alunos aplicaram conceitos obtidos na última atividade (como o fundo de um corredor que aparenta ser menor), propriamente da Geometria Projetiva, porém com lajotas que mantêm seu tamanho ao longo do corredor. Essa atividade, ainda, tomou proporções não esperadas, conforme o autor relata. Terminaram representando uma caixa que se encontrava em cima da mesa. Nas tentativas de representar a caixa é que nasceram os conceitos de ponto de fuga e linha do horizonte. Daí em diante se fez

o trabalho de notar a importância da escolha do ponto de fuga e o quanto isso altera o desenho de um mesmo objeto.

O autor mostra a necessidade do estudo de perspectiva em sala de aula, e afirma que “desenhar um cubo pode ser uma atividade tão Matemática quanto calcular o seu volume” (CAITANO, 2013, p.62), e que tal preocupação se dá pela irrelevância, hoje, de tarefas simples como olhar para o espaço que vivemos e problematizar. Além disso, não são só novos conceitos que irão surgir, mas sim reafirmações da utilidade de conceitos antigos que os alunos já sabiam de antemão.

A pesquisa de Caitano (2013) serviu, também, para as reflexões da presente pesquisa. Especificamente a atividade de sair de dentro da sala e circular pelo pátio para fotografar imagens. O professor, na pesquisa de Caitano (2013), questionou os alunos sobre aspectos naturais da Perspectiva Cônica, como “quanto mais distante um objeto está, menor ele será representado na imagem”. Tal atividade serviu como auxílio para o que se pretende na presente pesquisa, pois uma das práticas foi utilizar as câmeras fotográficas para tirar imagens em que a profundidade estivesse evidente e, a partir dessas imagens, os estudantes deveriam modelá-las no software GeoGebra, praticando os conceitos de Perspectiva Cônica e suas propriedades.

A pesquisa de dissertação de mestrado de Gonçalves (2013), por outro lado, é dividida em duas partes: na primeira “apresenta um apanhado teórico dos principais conceitos da Geometria Projetiva, desenho em perspectiva e Geometria Descritiva” (GONÇALVES, 2013, p.16); na segunda parte, traz uma proposta didática sobre aplicação de Geometria Projetiva aliada a recursos midiáticos como provocadores do interesse, bem como no estudo de perspectiva e Geometria Descritiva.

Dando ênfase à segunda parte, serão apresentadas as atividades do estudo que mais se encaixam com a proposta da presente pesquisa. Os objetivos de Gonçalves (2013), com essa parte de seu trabalho, é o de trazer uma investigação sobre

[...] as correlações entre Geometria Projetiva, desenho em perspectiva e Geometria Descritiva e, a partir destes vínculos históricos e conceituais, apresentar uma proposta didático-metodológica que introduz o estudo de Geometria Projetiva aos estudantes do 9º ano (GONÇALVES, 2013, p. 18).

Outro objetivo do autor foi o de confrontar a Geometria Euclidiana com a Projetiva, especificamente nos 5 primeiros postulados de Euclides (maior ênfase ao postulado das retas paralelas).

Os objetivos mais específicos, e que vão ao encontro à proposta da presente pesquisa, são: o de reconhecer a perspectiva como a técnica de representação da visão humana, reconhecer pontos de fuga, linhas de fuga e horizonte em fotografias, bem como saber conceituar, reconhecer noções elementares da perspectiva em cenários do cotidiano e diferenciar Perspectiva Cônica de acordo com o número de pontos de fuga. A prática foi desenvolvida com 16 alunos do 9º ano do Ensino Fundamental na parte final do 1º trimestre, com duração de dois meses.

A primeira atividade foi a atividade introdutória dos conceitos. Partiu de um contexto do alunado e comunidade: a duplicação de uma rodovia local. Foram apresentadas notícias e fotos aéreas para fins de discussão. Após isso, foi solicitado o desenho de uma autoestrada aos alunos. Na sequência, foram apresentadas fotos que mostravam o efeito do ponto de fuga em autoestradas. Houve discussão a respeito das diferenças dos desenhos criados com as fotografias apresentadas, bem como o confronto entre foto com estrada colidindo e estradas paralelas. Diversos conceitos elementares já foram desenvolvidos na discussão. Assim, foi solicitado um novo desenho da autoestrada, aos moldes da prática conduzida por Watermann (2009). Segundo o autor, ocorreu a apropriação dos conceitos obtidos durante a discussão, pois surgiram autoestradas desenhadas com ponto e linhas de fuga.

A primeira atividade descrita na pesquisa de Gonçalves (2013) serviu como base para a primeira prática da presente pesquisa, pois considera-se que o momento de discussão a partir de fotografias, conforme relatado, foi de extrema importância, pois rendeu a construção dos principais conceitos a respeito da Perspectiva Cônica sem uma apresentação formal dos conteúdos de antemão. Isso inspirou a começar as práticas da presente pesquisa construindo um ambiente de exploração de diferentes fotografias, com a tarefa, aos estudantes, sendo a de organizar segundo os critérios que eles quisessem criar. Conforme já comentado, essa tarefa será melhor descrita no próximo capítulo.

A segunda atividade na pesquisa de Gonçalves (2013) teve início com uma série de vídeos autoexplicativos. Tais vídeos mostraram pinturas renascentistas de Leonardo da Vinci em que a técnica da perspectiva foi aplicada. Já os últimos vídeos tinham o propósito de apresentar uma maneira mais intuitiva do desenho em Perspectiva Cônica com um ponto de

fuga. Os alunos foram convidados a representarem, no papel, um espaço/cômodo de suas preferências utilizando as técnicas vistas. Após, tiveram que transferir esse desenho para o GeoGebra. Tal atividade tomou caminhos não previstos pelo pesquisador, pois os alunos tiveram bastante dificuldade em desenhar, cuidando conceitos como “linhas horizontais e verticais são paralelas e perpendiculares entre si” e “demais linhas são as linhas de fuga para o ponto de fuga”.

Seguindo para a Atividade 4 (pois a 3 se trata de um tema que não será incluído na presente pesquisa), em que os alunos tinham de identificar, reconhecer e diferenciar a Perspectiva Cônica da perspectiva cilíndrica, foram apresentadas duas fotos do mesmo lugar (Palácio do Planalto) sob dois diferentes pontos de vista (um deles em que possuía um ponto de fuga e o outro em que era possível enxergar a isometria das linhas). Os alunos foram convidados a discutirem sobre as diferenças das duas fotografias. Após isso, foram convidados a diferenciar as duas perspectivas de um grupo de fotografias que mesclava essas duas formas de representação.

Segundo o autor-pesquisador, os livros sobre História da Matemática foram mais importantes na apropriação das ideias do que propriamente livros de Geometria Projetiva. O trabalho realizado alcançou os objetivos propostos, bem como diz que as aprendizagens ocorreram, porém que não há como mensurá-las.

A pesquisa de Silva (2018) teve como objetivo trazer elementos de Geometria Projetiva utilizando fotografias digitais. E entre os objetivos específicos estão o de mostrar que não existe apenas a geometria euclidiana, bem como contextualizar matemática e arte trazendo fotografias de Sebastião Salgado para discussão e análise. A prática foi aplicada em uma turma de 3º ano do Ensino Médio, podendo ser adaptada para turmas de Ensino Fundamental.

Nesse momento já é válido destacar as semelhanças e diferenças com a presente pesquisa, começando pelos principais temas que as conduziram. Na pesquisa de Silva (2018) podemos destacar os campos da Geometria Projetiva (mais especificamente a Perspectiva Cônica), bem como as fotografias digitais (tanto produto quanto as câmeras fotográficas). Já na presente pesquisa, temos esses mesmos dois campos, além da utilização do GeoGebra como ferramenta para modelar as propriedades do conteúdo nas fotografias.

As práticas foram divididas em quatro aulas de 55 minutos cada, tendo a seguinte organização: (1) visualizar um vídeo de Fórmula 1 na perspectiva do piloto, e propor que eles

representem no papel, não instruindo-os sobre perspectiva, deixando que os estudantes façam do seu jeito; (2) começar questionando se existem outras geometrias que os estudantes conhecem, discutir suas representações do vídeo da Fórmula 1 e finalizar trazendo pinturas em perspectiva e sem perspectiva, a fim de continuar a discussão sobre o assunto, bem como fotografias de Sebastião Salgado, a fim de questionar a matemática utilizada e se há elementos de Geometria Projetiva presente nelas; (3) na terceira aula o professor traz aspectos gerais sobre Perspectiva Cônica, como o que é perspectiva, pontos de fuga, linha do horizonte e linhas de fuga, como exemplos de fotografias com um, dois e três pontos de fuga e ilusões de ótica com base no conteúdo; (4) na última aula os alunos são convidados a mostrarem, para a turma, as fotografias que produziram (tarefa que foi passada no final do terceiro encontro), destacando os aspectos do conteúdo que utilizaram.

Tem-se práticas que convidaram os estudantes a pensarem e produzirem matemática sem o conhecimento prévio no assunto. Podemos destacar que, de forma teórica, o conteúdo só foi apresentado na terceira aula (de quatro aulas), o que se assemelha com o que pretendemos na presente pesquisa. Queremos propor ambientes de exploração e investigação com fotografias, primeiramente, oportunizando que os estudantes produzam matemática, e que pensem sobre os conceitos sem oficialmente terem visto o conteúdo.

A pesquisa de Galvão, Souza e Bastos (2019) teve por objetivo

[...] organizar um conjunto de atividades que possibilitassem uma iniciação à geometria projetiva, por meio de ideias iniciais da perspectiva e investigar as contribuições dessa proposta interventiva para ampliar o repertório de representações planas e a visualização de dez alunos do Ensino Médio de uma escola pública (GALVÃO; SOUZA; BASTOS, 2019, p.791)

O objetivo, também, se resumiu a responder três questões: a primeira questão foi a de saber se “O aluno percebe a importância e a necessidade das técnicas de representação da perspectiva, a partir da análise de obras de arte?” (GALVÃO; SOUZA; BASTOS, 2019, p.792); a segunda pergunta foi se “A utilização de um software de Geometria Dinâmica para trabalhar com projeções de figuras facilita o entendimento dessas técnicas?” (GALVÃO; SOUZA; BASTOS, 2019, p.793); e como terceira pergunta, foi a de saber se “O estudo de uma geometria não-euclidiana desperta o interesse pelo estudo de Geometria?” (GALVÃO; SOUZA; BASTOS, 2019, p.793).

Aqui, percebemos que os principais campos são o da Perspectiva Cônica, obras de arte e geometria dinâmica, e o interesse em analisar as representações de figuras tridimensionais

em espaços bidimensionais. Segue a organização das práticas realizadas, divididas em três encontros, conforme descrição a seguir dos autores.

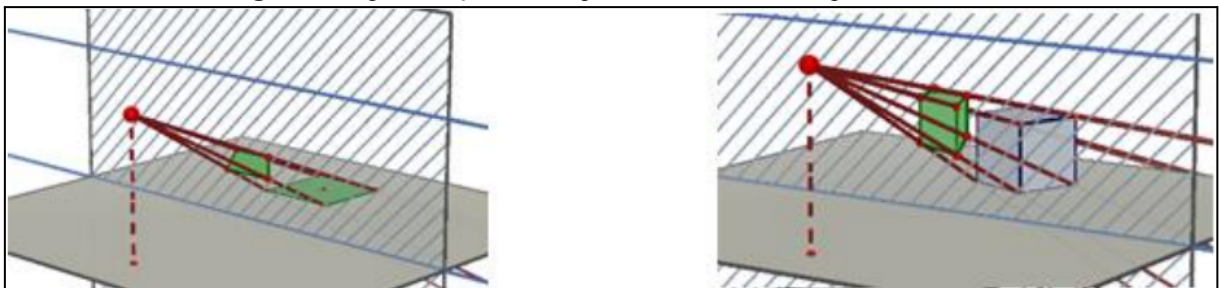
No primeiro encontro, apresentamos os principais aspectos históricos da evolução das técnicas de perspectiva e os conceitos geométricos que embasam essas técnicas, como paralelismo, pontos médios e diagonais. Em seguida, os participantes observaram obras de arte de diferentes períodos e responderam questões relacionadas à representação plana de figuras tridimensionais.

No segundo encontro, introduzimos as noções de “ponto de fuga” e de “linha do horizonte”, ferramentas usadas por artistas para ressaltar pontos específicos de suas pinturas e como estão relacionadas ao paralelismo, na perspectiva. Construimos um paralelogramo em perspectiva e os participantes usaram papel, lápis e régua para construir a projeção em perspectiva de uma série de exemplos propostos por nós.

No terceiro e último encontro, discutimos exemplos que destacam a evolução histórica de estratégias básicas de construção, reproduzidas num ambiente de Geometria Dinâmica. Os participantes responderam algumas questões sobre a influência do uso do recurso computacional na compreensão dos conceitos introduzidos pelos modelos apresentados (GALVÃO; SOUZA; BASTOS, 2019, p.793).

A geometria dinâmica entra com a proposta de, em um ambiente tridimensional, mostrar como se dá a construção da representação de uma figura tridimensional, conforme mostrado na Figura 1.

Figura 1: Representação de um quadrado e um cubo no plano vertical



Fonte: Galvão, Souza e Bastos (2019, p.805)

Embora utilize também o ambiente da geometria dinâmica por meio de um software, a proposta na nossa pesquisa está voltada para a construção de modelos com base nas propriedades de Perspectiva Cônica somente no ambiente bidimensional, e não como se dá essa construção a partir do ambiente tridimensional, como foi o caso da pesquisa de Galvão, Souza e Bastos (2019).

A intenção de trazer esses trabalhos foi o de mostrar as primeiras inspirações para a formulação da proposta pedagógica que embasou a presente pesquisa. Buscou-se trabalhos que utilizaram o desenho ou a utilização de imagens (pelo menos uma parte da proposta) para trabalhar conceitos de Perspectiva Cônica, se alinhando com os temas que a priori iriam ser

desenvolvidos na presente pesquisa. Nas próximas duas seções o foco da discussão será em torno especificamente da Perspectiva Cônica.

2.2 A arte como imitação da natureza

É do ser humano a curiosidade de entender o mundo em que vive. As ciências existentes hoje são frutos de séculos de estudos e pesquisas, ocasionadas por uma incessante vontade de compreender o funcionamento da natureza. E quando se fala em natureza inclui-se o ambiente em que vivemos, bem como nós mesmos, do que somos constituídos e como enxergamos e interpretamos o nosso entorno e os outros seres que nos rodeiam.

Nessa seção, então, pretende-se trazer uma breve descrição de como a Perspectiva Cônica foi um dos grandes pilares para o apogeu do Renascimento como transição da Idade Média para a Idade Moderna durante o século XV na arte, nas ciências e no pensamento.

A Idade Moderna compreende os anos de 1453 até 1789 (ano em que ocorreu a Revolução Francesa). O Renascimento trata-se de um período de transição da Idade Média e Idade Moderna, compreendendo entre os séculos XIV e XVI. Por volta da metade do século XV, a Itália mostra-se precursora ao apresentar novas visões a respeito do mundo; entre elas uma nova arte, interessada por coisas do espírito e pela natureza (FILHO, 2013). Segundo o autor, no campo da arte, os artistas nesse período procuravam imitar a natureza em tudo; o que ela tinha de perfeito e essencial. Segundo Benedito Nunes (2006 apud FILHO, 2013), artistas como Leonardo da Vinci, Giordano Bruno e Galileu tinham a concepção de que a natureza é um todo vivo, regida por leis intrínsecas, desde a distribuição do sangue no corpo humano às marés; e que para Galileu a natureza estava escrita na linguagem matemática, transparecendo-se através de símbolos e figuras geométricas.

Dessa forma, a arte tornou-se um caminho para se analisar de forma especulativa as regularidades da Natureza, traduzindo-as para uma linguagem matemática. Conforme Filho (2013),

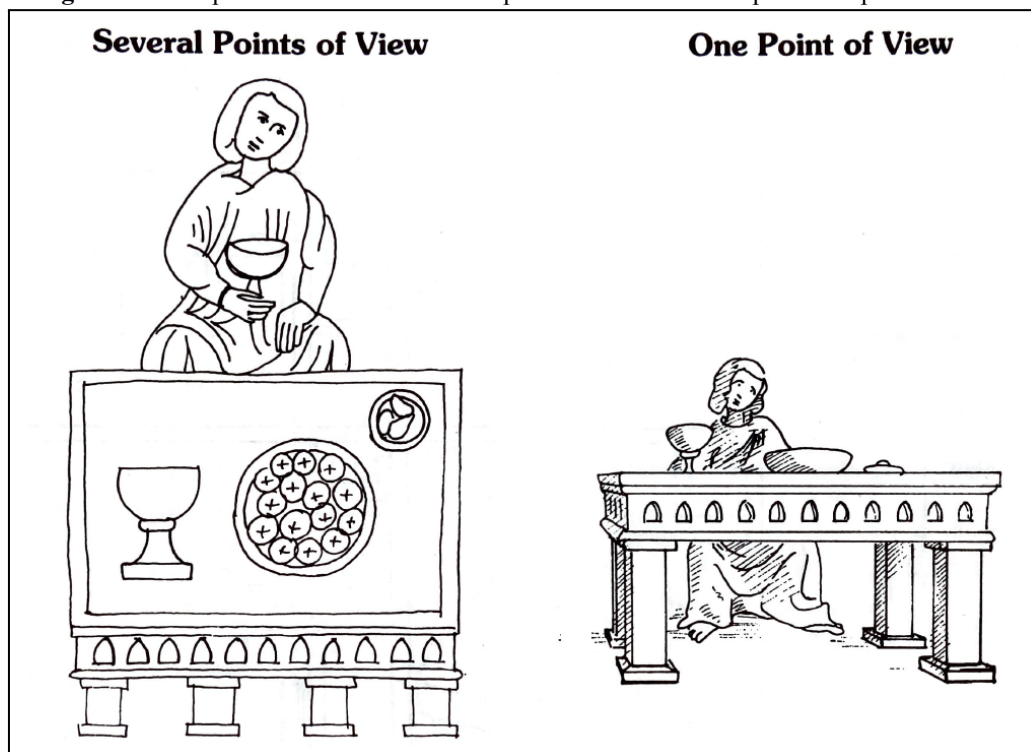
Para Leonardo da Vinci, a Pintura era um meio de analisar a natureza produzindo uma visão especulativa de suas formas regulares, que estariam sujeitas às mesmas leis que as ciências começariam a identificar e traduzir em linguagem matemática. A visão do artista realiza essa análise, sua atividade a transforma em obra e ambas se complementam na síntese do quadro que mostra em sua beleza, por meio da perspectiva geométrica, uma parte da realidade natural (FILHO, 2013, p.47).

Assim, essa busca enquadrrou-se como um dos dez eixos principais para um salto de qualidade na arte e no pensamento na metade do século XV, segundo Marques (2009a), ocasionando no estudo da perspectiva. Segundo o autor, o período compreendido entre 1400 a 1480 deve ser entendido como resultado de dez coordenadas fundamentais, sendo a primeira:

A conquista e a normatização da perspectiva como forma hegemônica de representação do espaço pictórico, mas também como “forma simbólica”, pois ela cria um espaço que é extensão geométrica, grandeza escalar, unidade entre planos que se sucedem até o infinito do ponto de fuga; um espaço aberto, mas controlável e mensurável; isotópico – todos os seus pontos e planos são meros valores de cálculo; e isonômico – regidos pelas mesmas leis. Um espaço, em suma, que é ao mesmo tempo uma entidade geométrica e um conceito fundador de mundo (MARQUES, 2009a, p.11).

Assim, a perspectiva aqui possui um papel que modifica a noção de espaço daquela anteriormente vista na Idade Média. Antes, figuras/coisas maiores estavam relacionadas à importância numa escala do homem a Deus, e não no lugar que ocupavam em um plano em referência ao ponto de vista criado. A representação à esquerda da Figura 2 tem as características que dominaram a Idade Média, culturas não ocidentais, arte primitiva e muito da arte do século XX (MONTAGUE, 2005). Tem como objetivo mostrar o que é importante e ainda de forma destacada, maior, e não necessariamente como a imagem aparece óticamente.

Figura 2: Exemplo de obra com diferentes pontos de vista e com apenas um ponto de vista



Fonte: Montague (2005, p.4)

Já ao lado direito da mesma figura, tem-se uma representação a partir de um único ponto de vista, mais próxima da realidade; essa representação nos impede, por exemplo, de ver alguns dos objetos e alimentos da mesa (MONTAGUE, 2005). A “nova ordem”, instaurada pela perspectiva, acaba com a metáfora, pois agora tal figura maior apenas diz respeito a sua proximidade, conforme Marques (2009a).

Battista Alberti (1404-1472) escreveu uma das obras precursoras dessa nova pintura: o tratado intitulado “De pictura” (em latim) ou “Della pittura” (em italiano). Segundo Marques (2009b), a obra recai sobre dois axiomas: o primeiro fala sobre o domínio da pintura ser apenas da esfera do visível, ou seja, que o pintor busca representar apenas o que se vê; o segundo axioma está atrelado ao primeiro, pois se a arte é uma representação do espaço, da natureza e daquilo que se vê, então ela pode utilizar-se de elementos da geometria, que justamente é uma ciência que estuda os objetos espaciais. Dessa forma, “a pintura situa-se, [...], entre a natureza e a geometria. Ela não é geometria pura, porque deve mostrar singularidades da natureza” (MARQUES, 2009b, p.19).

Segundo Marques,

Desses dois axiomas decorre a tese do livro I do De pictura, segundo a qual a pintura não é apenas imitação da natureza, mas controle de suas formas através de sua redução à geometria plana, à superfície. Em outras palavras, a pintura subordina o princípio da imitação da forma natural, sempre singular e emocional, ao princípio da construção geométrica, sempre universal e racional (MARQUES, 2009b, p.19).

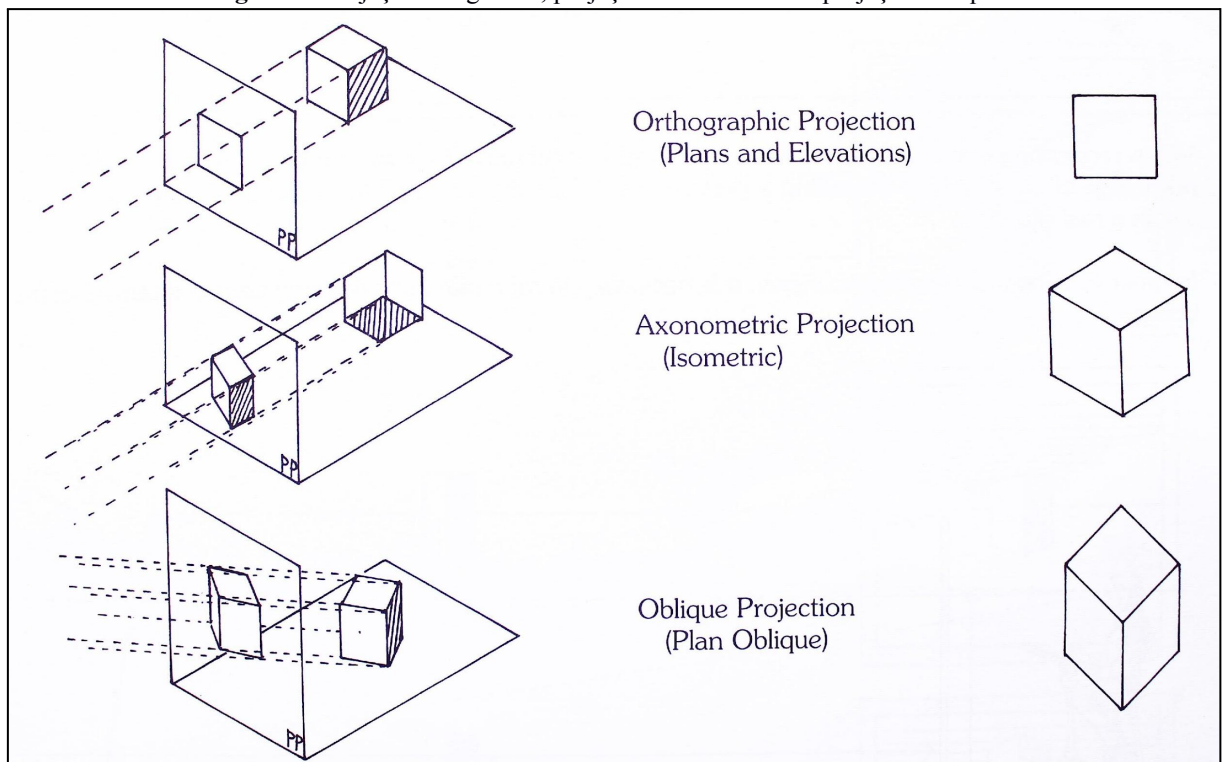
Entende-se, então, que para Alberti, não há forma na natureza que não seja possível reduzir construções de natureza geométrica na superfície, pois a representação pela pintura do espaço tridimensional ocorre em um espaço bidimensional. Posteriormente chegou-se nos métodos mais formais da Geometria Projetiva, especificamente a Perspectiva Cônica, que interpretam, de forma geométrica, a forma como vemos a natureza. Conforme Parramón (1986), artistas como Rafael, Miguel Ângelo, Leonardo da Vinci etc, consideravam a descoberta da matematização do modo como enxergamos o mundo como *la invenzione del nostro seculo nuevo*, sendo de fato algo grandioso e que revolucionou a arte, pois permitia representar as três dimensões em um papel com a segurança de uma matemática por trás que regesse as leis e propriedades.

2.3 Perspectiva Cônica: uma Geometria Projetiva

A perspectiva aqui estudada é a Perspectiva Cônica em um plano. Existem outros tipos de superfície em que podem os objetos do espaço serem representados, como a cilíndrica e esférica, porém a que especificamente será tratada é aquela em que a representação das figuras do espaço ocorre em planos que são perpendiculares, ou não, ao *plano do chão* (que será definido mais adiante), de modo que a impressão que se tem, ao observar esse plano com a representação, de um determinado ponto de vista, seja a mesma ao se enxergar as figuras propriamente ditas (CAVALLIN, 1976).

Mas antes, é interessante lembrar que a Perspectiva Cônica é apenas um dos tipos de projeção de figuras numa superfície, ou seja, apenas um dos tipos de Geometrias Projetivas que existem. Para ajudar a ilustrar a diferença da cônica, trago o exemplo da projeção paralela, que se trata de um caso em que as linhas que projetam a figura em um plano são paralelas entre si, subdividindo-se em projeção ortográfica, projeção axonométrica e projeção oblíqua, conforme Figura 3.

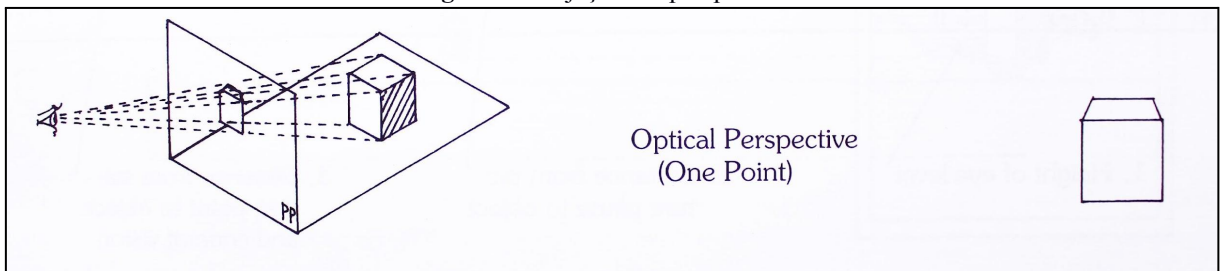
Figura 3: Projeção ortográfica, projeção axonométrica e projeção oblíqua



Fonte: Montague (2005, p.35)

Desse modo, cria-se, no plano, uma imagem que simula as três dimensões do objeto, porém mantendo as linhas de projeção sempre paralelas, ao contrário de uma situação, por exemplo, em que a projeção atravessa o plano de modo a atingir um ponto específico, conforme Figura 4.

Figura 4: Projeção em perspectiva



Fonte: Montague (2005, p.35)

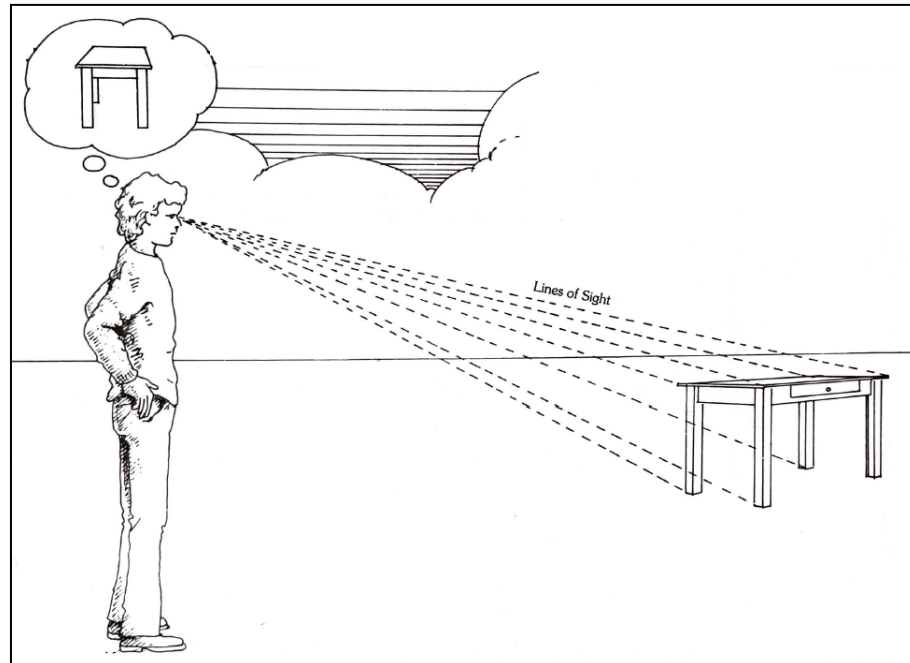
Assim, generalizando-se a situação, a projeção cônica, conforme Montenegro (2010), considera o olho do observador como o vértice de um cone. Se queremos projetar um determinado ponto ou figura, trazemos essa imagem por segmentos que atravessam o plano que separa, no caso, o observador da figura. Aos pontos que interseccionam o plano, e consequentemente à imagem que surge a partir dessa projeção, chamamos de projeção cônica ou perspectivas.

Conforme Montenegro (2010), a projeção cônica também é conhecida por outros nomes, como projeção central, perspectiva central, perspectiva geométrica, perspectiva aérea, perspectiva linear, perspectiva de observação e, como aqui chamarei, de Perspectiva Cônica. A palavra perspectiva vem do latim *perspicere*, que tem significados como “ver de mais perto”, “ver de forma cuidadosa” ou “ver através de”.

A Perspectiva Cônica, então, trata-se do modo de enxergar o mundo através de um único ponto de vista; dessa forma, algumas das limitações que essa forma de projeção implica são as de que tanto o observador quanto o espaço ou a figura vista são estacionários. Ou seja, a imagem criada parte do princípio que tanto observador quanto objeto estão parados. Podemos assemelhar esse modo de projetar figuras com uma fotografia. Conforme Montague (2005), nossos olhos estão constantemente em movimento, circundando objetos e sendo moldados pelo ambiente, absorvendo diferentes informações. Assim, o modo como vemos não é baseado em apenas uma correspondência, mas sim num conjunto de correspondências,

de forma holística. E fixar observador e objeto, para entender como uma projeção sob um ponto de vista, seria basicamente fotografar esse espaço.

Figura 5: Projeção sob um ponto de vista

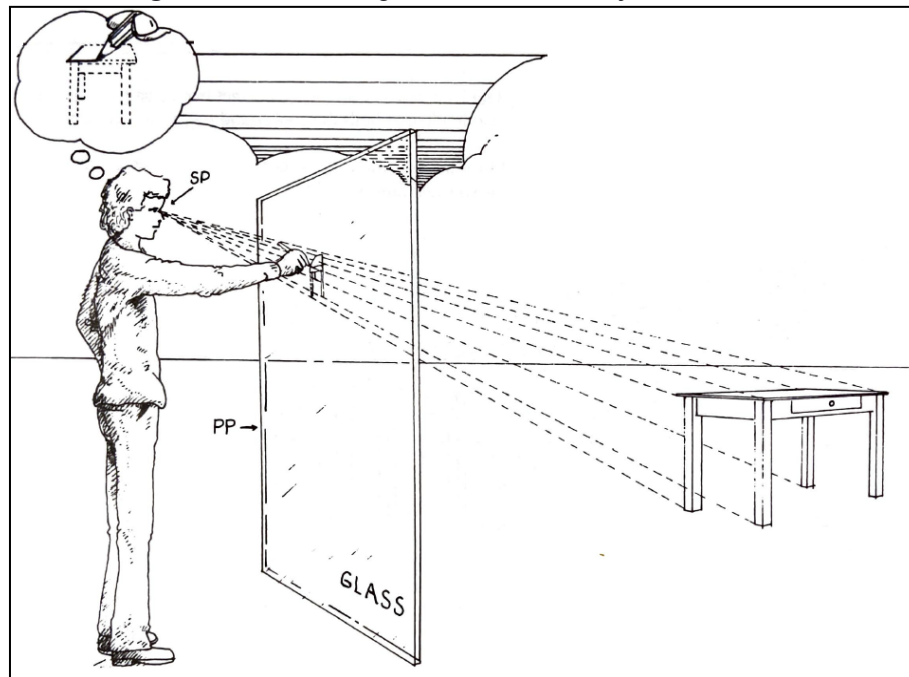


Fonte: Montague (2005, p.5)

Com isso, nos limitamos a um observador e objetos estacionários. O objeto reflete luz e informação para todas as direções, porém a informação que vem diretamente para o observador (*lines of sight*, ou *linhas de visão*, segundo Montague (2005)) é justamente a informação que será utilizada para visualização, conforme representado na Figura 5.

Enxergamos, então, os objetos através de um plano. Caso esse plano esteja entre o observador e o objeto, as *linhas de visão* atravessam o plano e formam uma imagem com as mesmas proporções do objeto (MONTAGUE, 2005). Montague (2005) define o plano como um *picture plane (PP)*, ou *plano da imagem (PP)*. Além disso, o autor define que a posição onde se encontra o observador será chamada de *station point (SP)*, ou *ponto estacionário* (MONTAGUE, 2005).

Figura 6: Plano da imagem situado entre o objeto e observador

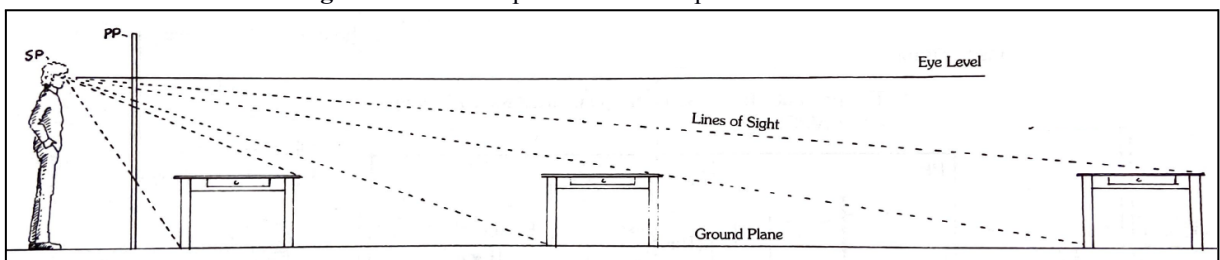


Fonte: Montague (2005, p.6)

Assim, o observador pode traçar a imagem de um objeto tridimensional em um plano bidimensional (MONTAGUE, 2005). O destaque para a nomenclatura *ponto estacionário* (*SP*) de Montague (2005) se dá pela interpretação da figura anterior e das duas figuras seguintes. Na presente pesquisa, será utilizada a nomenclatura *ponto de vista* (*PV*), dado que *ponto estacionário* foi uma nomenclatura encontrada, dentre as referências utilizadas, somente em Montague (2005).

Conforme os apontamentos de Montague (2005), a ilusão de profundidade na imagem criada no plano bidimensional em Perspectiva Cônica tem a ver com o tamanho, a posição e a forma das linhas nesse plano. O exemplo que o autor traz é aquele relativo ao tamanho dos objetos.

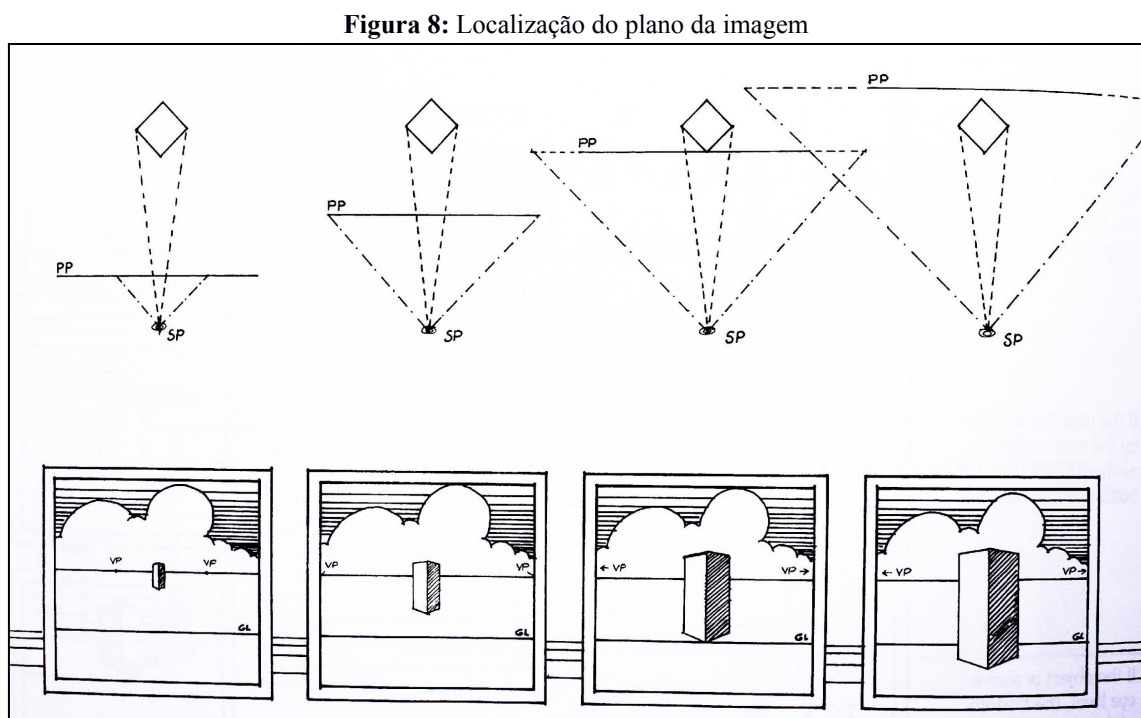
Figura 7: Ilusão da profundidade no plano bidimensional



Fonte: Montague (2005, p.7)

Assim, conforme Figura 7, quanto mais distante um objeto, menor é o tamanho dele no plano situado entre o observador e o objeto, pois as *linhas da visão* estão mais próximas umas das outras no *plano da imagem (PP)*. Quanto mais próximo o objeto, mais longe as *linhas da visão* estarão umas das outras no *plano da imagem (PP)*.

A localização do *plano da imagem (PP)* em relação ao objeto e ao observador apenas muda o tamanho da representação dentro de uma moldura definida pelo observador quando na hora de construir a imagem. As proporções e angulações mantêm-se independente da posição. Segue Figura 8 representando tais situações.



Fonte: Montague (2005, p.38)

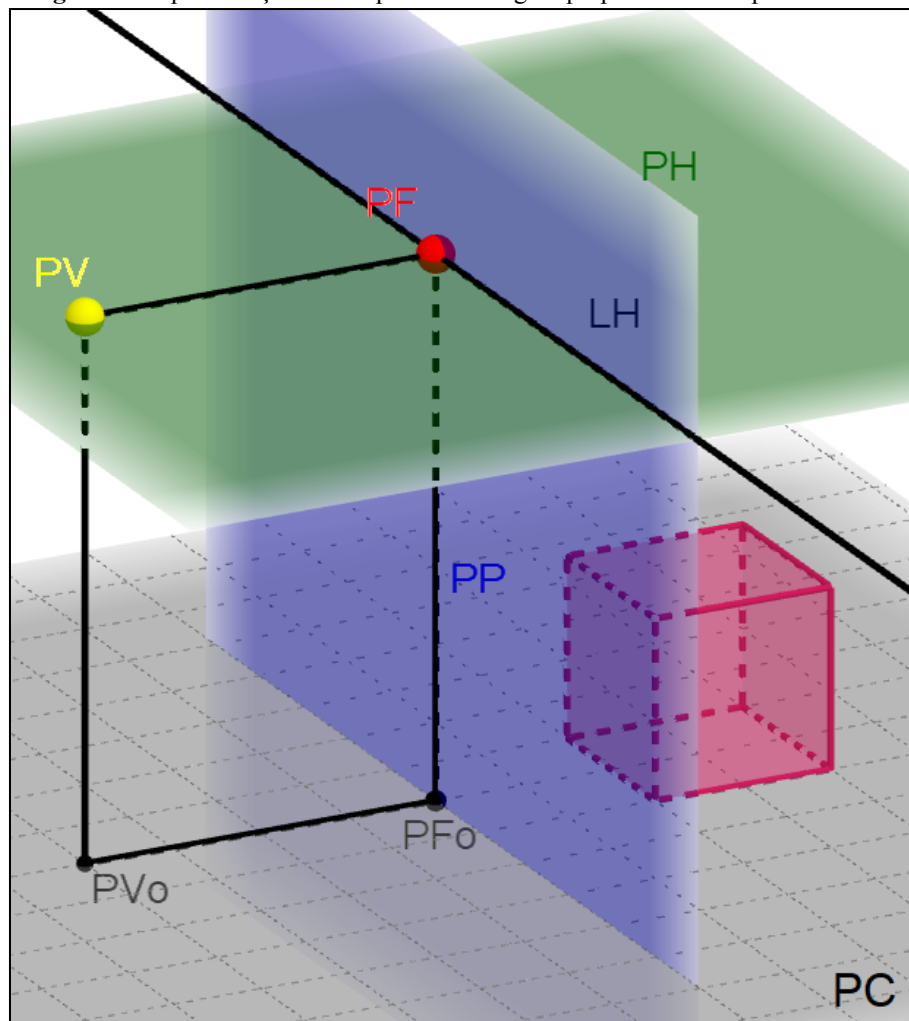
Na figura anterior pode-se perceber que a distância entre o observador e o objeto é a mesma em cada uma dos quatro casos. O que muda em cada um deles é a localização do *plano da imagem (PP)*. Quando o plano está mais distante do objeto, menor é a representação do objeto no plano; enquanto que quanto mais perto do objeto o plano estiver, maior será a representação do objeto.

Aqui é importante destacar que dentro das práticas da presente pesquisa os alunos utilizarão os celulares no sentido de comparar com a posição do plano. Assim, para que possam fotografar os objetos e situações, o celular deverá estar afastado do objeto (como nos primeiros dois exemplos da figura anterior).

Pretende-se, agora, trazer de forma mais específica alguns elementos básicos que formam as representações dos objetos no *plano da imagem (PP)* e como as construções podem se diferenciar segundo sua posição (perpendicular ou oblíquo em relação ao *plano do chão*). Não se trata de um estudo teórico refinado sobre o tema, mas sim de elementos que considero importantes para o entendimento da pesquisa e que embasam as práticas planejadas e aplicadas para a Educação Básica.

Parramón (1986) considera importante destacar, primeiramente, três elementos que compõem a Perspectiva Cônica. São eles: o *ponto de vista (PV)*, que já foi comentado, a *linha do horizonte (LH)* e o *ponto de fuga (PF)*. Além disso, pretende-se definir *plano do chão (PC)* e *plano do horizonte (PH)*.

Figura 9: Representação com o plano da imagem perpendicular ao plano do chão



Fonte: arquivo pessoal.

O *ponto de vista (PV)* se trata do olho do observador (CAVALLIN, 1976). Entre o ponto de vista e o objeto a ser observado se encontra o *plano da imagem (PP)*, que será perpendicular ou oblíquo ao plano do chão, conforme iremos organizar mais adiante.

O *plano do chão (PC)* é um plano horizontal, situado abaixo do ponto de vista, situando-se, nele, o objeto a qual pretende-se realizar a representação em perspectiva (CAVALLIN, 1976).

O *plano horizontal (PH)* é um plano paralelo ao *plano do chão (PC)*, e que passa pelo *ponto de vista (PV)*. E a interseção entre o *plano horizontal (PH)* e o *plano da imagem (PP)* se chama *linha do horizonte (LH)*. É comum associarmos a existência apenas da linha do horizonte, e não de um plano horizontal. Isso se deve pelo fato do *ponto de vista (PV)* pertencer ao *plano horizontal (PH)*.

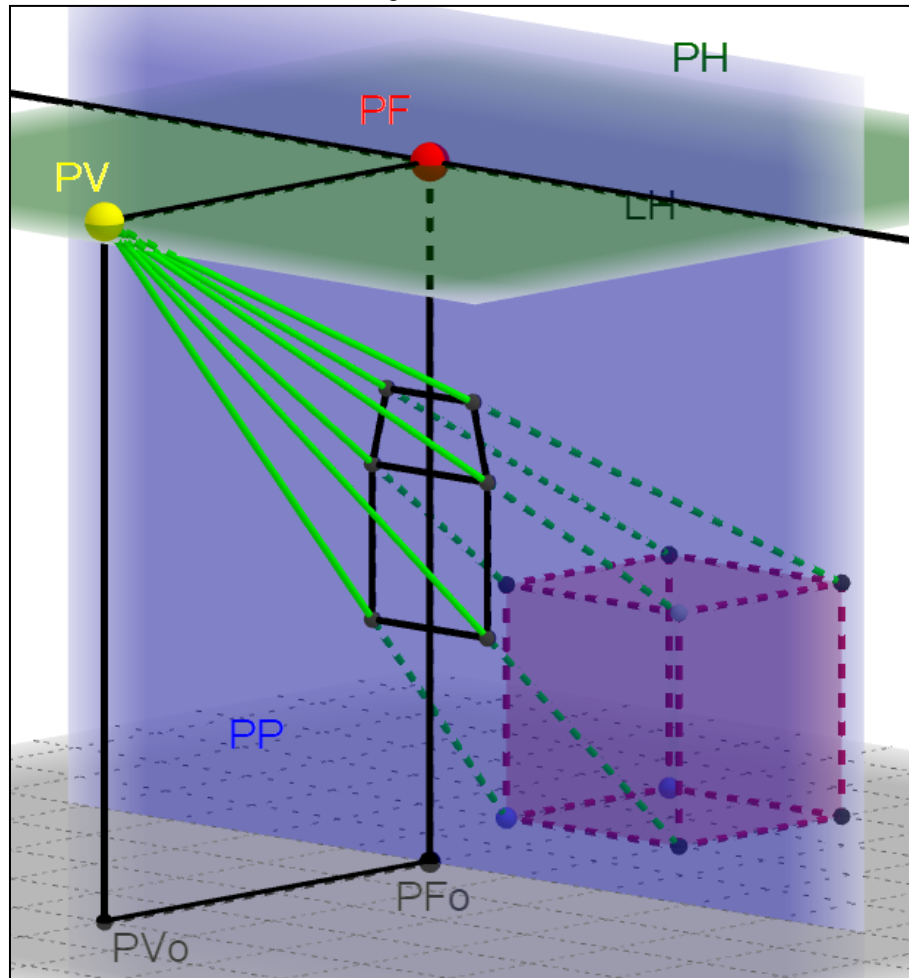
O *ponto de fuga (PF)* é a projeção ortogonal do *ponto de vista (PV)* sobre o *plano da imagem (PP)*, quando esse plano for perpendicular ao plano do chão (CAVALLIN, 1976). Como iremos tratar, mais adiante, de três diferentes casos, — projeção com apenas um ponto de fuga, dois pontos de fuga pertencentes à linha do horizonte, e três pontos de fuga com um deles estando fora da linha do horizonte —, torna-se necessário definir com mais cuidado o ponto de fuga. Primeiramente precisamos considerar o *plano da imagem (PP)* como referência para a projeção em perspectiva, e dois cenários para as linhas que compõem o objeto (que chamaremos de linhas do objeto) que será projetado sobre esse plano:

- 1) A existência de linhas do objeto que são paralelas ao *plano da imagem (PP)*. Nesse caso, as perspectivas dessas linhas não concorrem em nenhum ponto.
- 2) A existência de linhas do objeto que não são paralelas ao *plano da imagem (PP)*. Caso essas linhas do objeto sejam paralelas entre si, as suas perspectivas concorrem num mesmo ponto chamado de *ponto de fuga (PF)*.

Cavallin (1976, p.8) enunciou como observação fundamental que as “retas paralelas tem sempre um mesmo ponto de fuga e, por isso, (não sendo paralelas ao quadro), as suas perspectivas concorrem num mesmo ponto próprio”. O segundo cenário ainda traz duas particularidades, segundo Cavallin (1976, p.8): (1) de que as linhas do objeto que são “horizontais e paralelas têm as perspectivas concorrentes num ponto da linha do horizonte (que é a reta de fuga de todos os planos horizontais), e (2) de que as linhas do objeto que são “horizontais e paralelas ao quadro e, portanto, paralelas ao horizonte, tem as perspectivas também paralelas ao horizonte”.

Traçando as *linhas de visão* da imagem do objeto (cubo) até o observador, ou *ponto de vista (PV)*, podemos observar as perspectivas no *plano da imagem (PP)*.

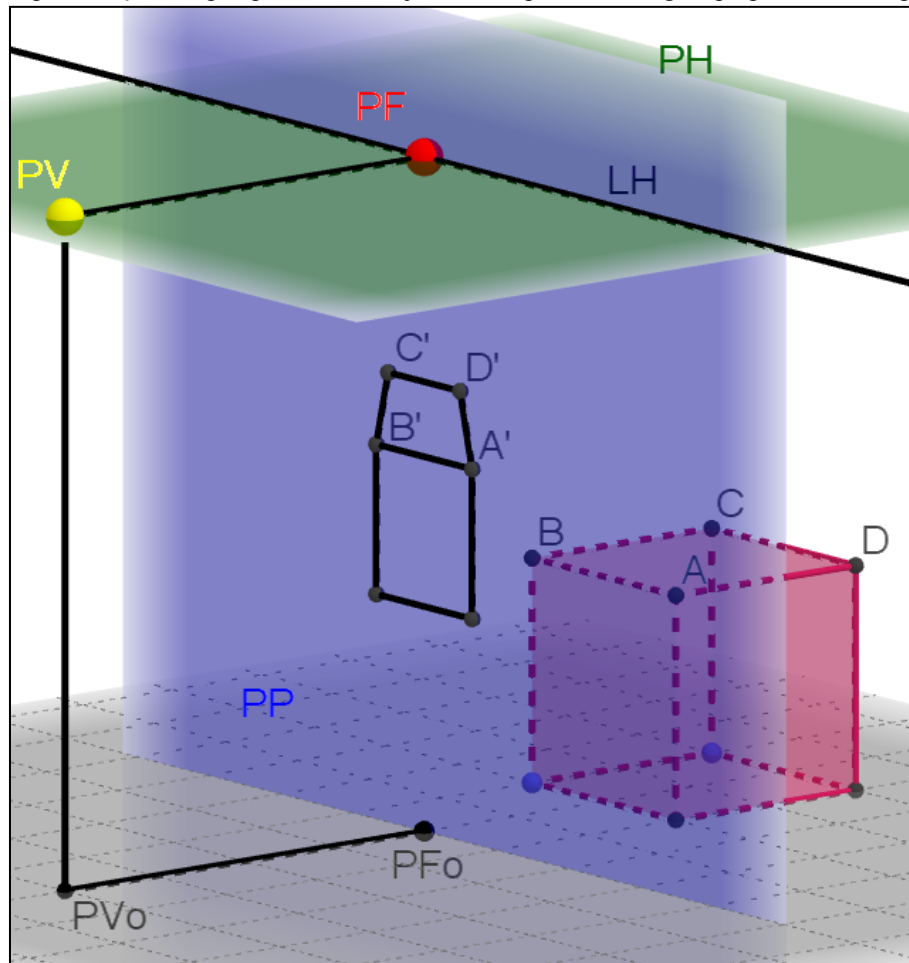
Figura 10: Representação das perspectivas do objeto e linhas de visão com o plano da imagem perpendicular ao plano do chão



Fonte: arquivo pessoal.

Retirando as linhas de visão da Figura 10, de modo a ficar apenas com os demais elementos, e identificado alguns pontos do cubo e de suas perspectivas, temos a Figura 11:

Figura 11: Representação das perspectivas do objeto com o plano da imagem perpendicular ao plano do chão

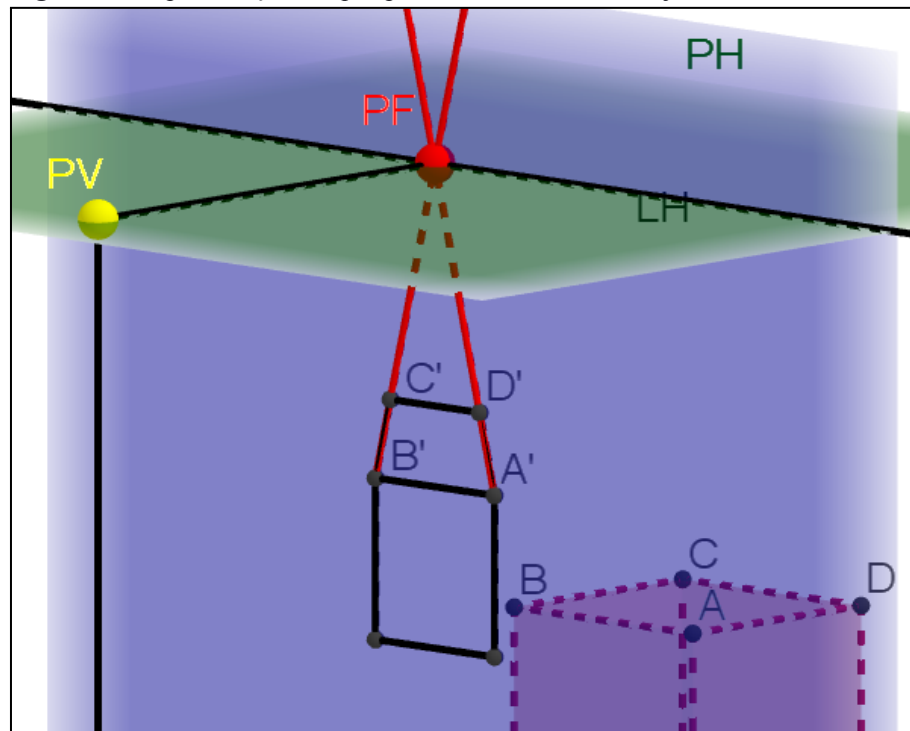


Fonte: arquivo pessoal.

Dessa figura, podemos destacar os dois cenários apresentados anteriormente, além das observações e particularidades elencadas por Cavallin (1976):

- 1) Os segmentos \overline{AB} e \overline{CD} são paralelos entre si e ao plano da imagem (PP). Portanto, suas perspectivas $\overline{A'B'}$ e $\overline{C'D'}$ também são paralelas à linha do horizonte (LH) e não concorrem entre si.
- 2) Os segmentos \overline{BC} e \overline{AD} são paralelos entre si, porém não paralelos ao plano da imagem (PP). Portanto, as semirretas $B'C'$ e $A'D'$ concorrem num mesmo ponto, chamado ponto de fuga (PF); segue figura para visualização dessa situação.

Figura 12: Representação das perspectivas B'C' e A'D' do objeto concorrendo em PF

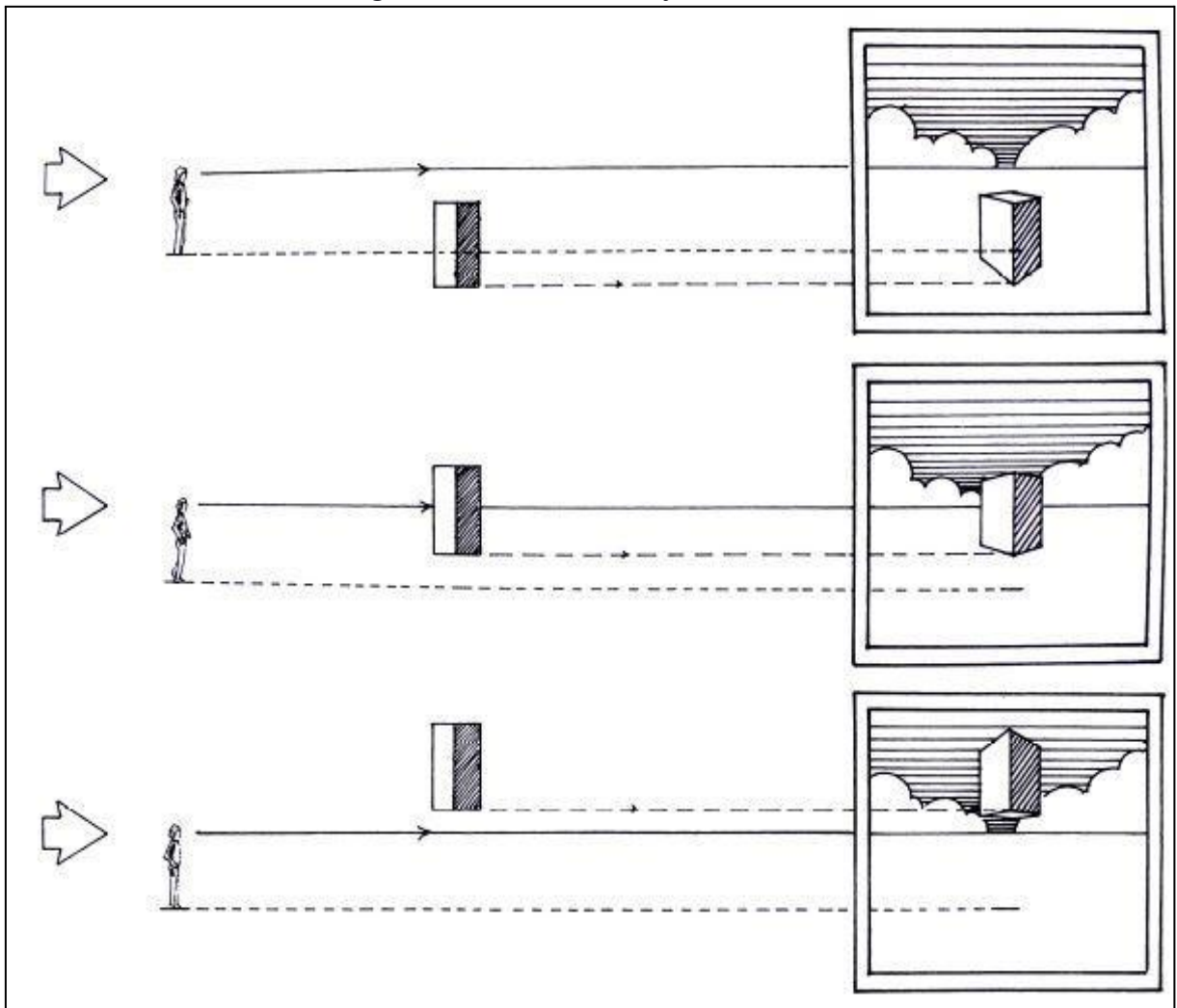


Fonte: arquivo pessoal.

Outro aspecto a ser destacado é quanto à altura do *ponto de vista* (*PV*) em relação ao *plano do chão* (*PC*), frente ao objeto observado. Definido o ponto de vista (*PV*), projetamos ortogonalmente esse ponto no *plano do chão* (*PC*) para marcar o ponto *PVo*. A distância entre *PV* e *PVo* é a altura do observador. Pode-se estabelecer de três diferentes formas em relação ao objeto observado, como mostrado na Figura 13.

O primeiro exemplo é aquele em que o objeto encontra-se abaixo da *linha do horizonte*, portanto, o observador pode ver a parte de cima desse objeto. O segundo exemplo a *linha do horizonte* passa pelo objeto, portanto o observador não consegue visualizar tanto a parte de cima quanto a parte de baixo. Já o terceiro exemplo traz o objeto acima da *linha do horizonte*, portanto, o observador consegue visualizar a parte de baixo do objeto em questão.

Figura 13: Ponto de vista e objeto observado



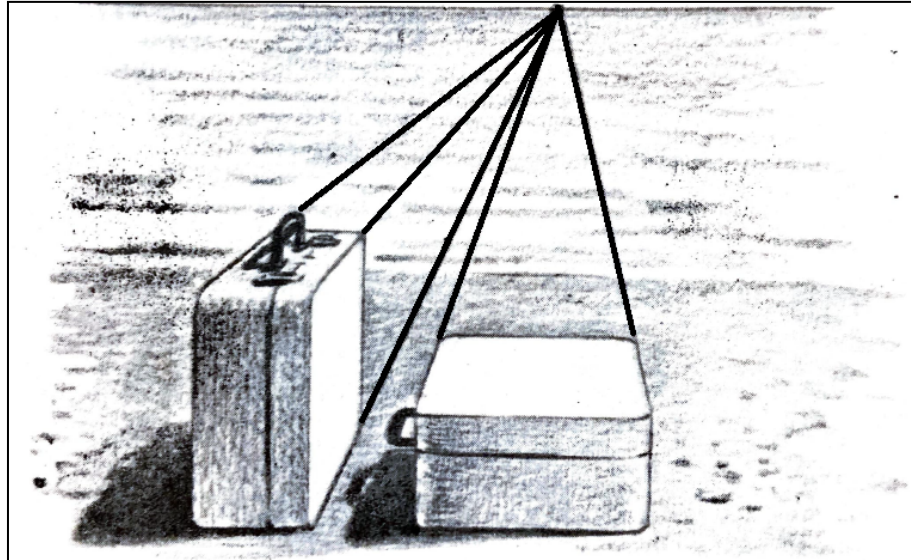
Fonte: Montague (2005, p.37)

Veremos cada uma das três situações com pontos de fuga mais comuns e que serão objeto da presente pesquisa: a perspectiva paralela de um ponto de fuga, a perspectiva paralela ou angular de dois pontos de fuga e a perspectiva paralela ou angular de três pontos de fuga. Cada uma delas será exemplificada através de um cubo construído na plataforma GeoGebra, e projetado sobre um plano.

O objeto que será utilizado, para fins de padronização na explicação, estará: com uma face, ou uma aresta ou um vértice contidos no *plano da imagem (PP)*. O *plano da imagem (PP)* sempre estará entre esse objeto e o observador, sendo esse o modo mais usual, segundo Montague (2005), de representar em Perspectiva Cônica.

Perspectiva paralela de um ponto

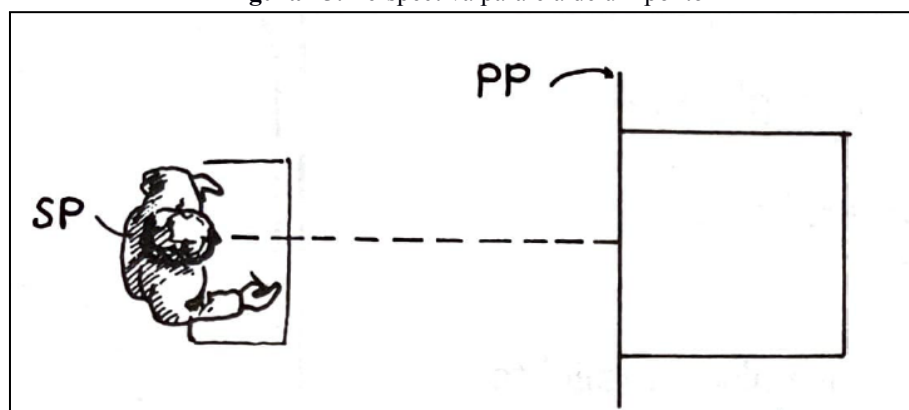
Figura 14: Perspectiva paralela de um ponto



Fonte: Parramón (1986, p.20)

Na perspectiva paralela de um ponto, o objeto que será projetado no plano segue as seguintes características: (1) a existência de um conjunto de planos do objeto paralelos ao *plano da imagem (PP)*, e (2) a existência de um conjunto de planos do objeto paralelos ao *plano do chão (PC)* e perpendicular ao *plano da imagem (PP)* (MONTAGUE, 2005).

Figura 15: Perspectiva paralela de um ponto

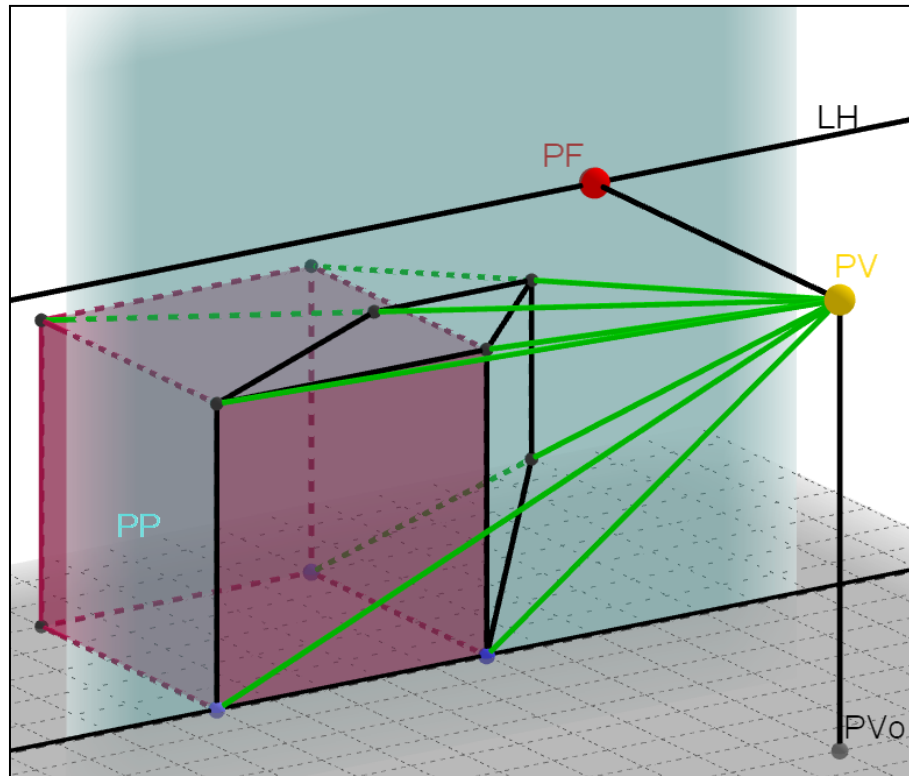


Fonte: Montague (2005, p.13)

A perspectiva paralela de um ponto necessariamente precisa que o *plano da imagem (PP)* seja perpendicular ao *plano do chão (PC)*, conforme Figura 15. Ao traçar as linhas da visão do *ponto de vista (PV)* até o objeto, percebemos que estas concorrem com o *plano da*

imagem (PP), formando pontos por conta da interseção. No plano da imagem se formam as perspectivas do objeto, que são os segmentos formados por esses pontos.

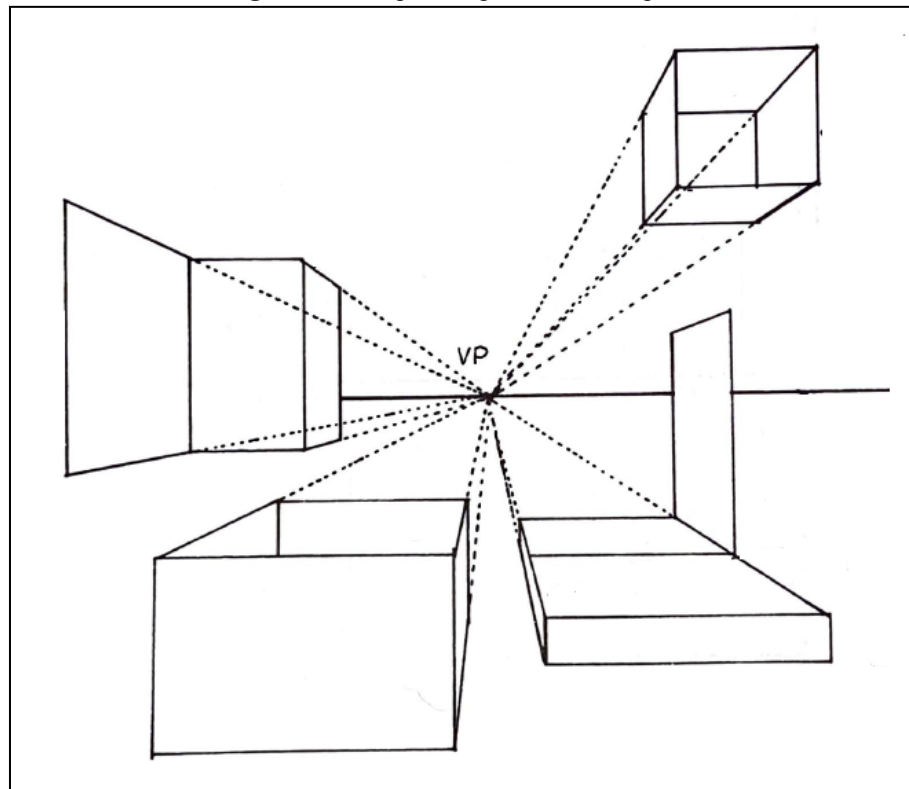
Figura 16: Perspectiva paralela de um ponto a partir de um cubo



Fonte: arquivo pessoal.

O *ponto de vista (PV)*, ao ser projetado ortogonalmente no *plano da imagem (PP)*, coincide com o *ponto de fuga (PF)*; e as perspectivas das arestas do cubo que não são paralelas ao *plano da imagem (PP)* tendem a esse ponto. Em perspectiva paralela de um ponto, ao se determinar o ponto de vista, estará se determinando o ponto de fuga (PARRAMÓN, 1986).

Figura 17: Perspectiva paralela de um ponto



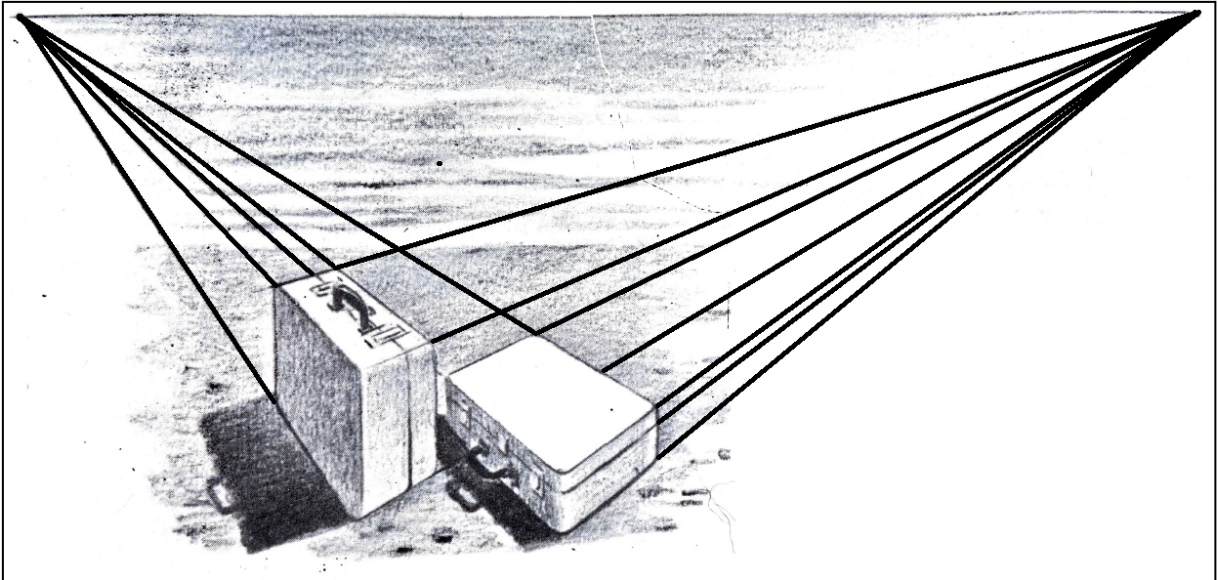
Fonte: Montague (2005, p.14)

A Figura 17 é um exemplo de construção utilizando perspectiva paralela de um ponto, ou seja, construção em que o plano da imagem (PP) é perpendicular ao plano do chão e também paralelo a uma das faces dos objetos. Na figura foram construídos diferentes objetos em formato de paralelepípedo, de modo a simplificar a quantidade de direções das arestas. Percebe-se que as arestas que pertencem às faces paralelas ao plano da imagem continuam paralelas umas às outras, enquanto que as demais fogem para o ponto de fuga.

Assim, as arestas do cubo que são horizontais e paralelas ao *plano da imagem (PP)* (e à *linha do horizonte*), têm as perspectivas também paralelas à *linha do horizonte*. Quanto às arestas que são verticais e paralelas ao *plano da imagem (PP)*, essas são perpendiculares à *linha do horizonte (LH)*.

Perspectiva paralela ou angular de dois pontos

Figura 18: Perspectiva de dois pontos

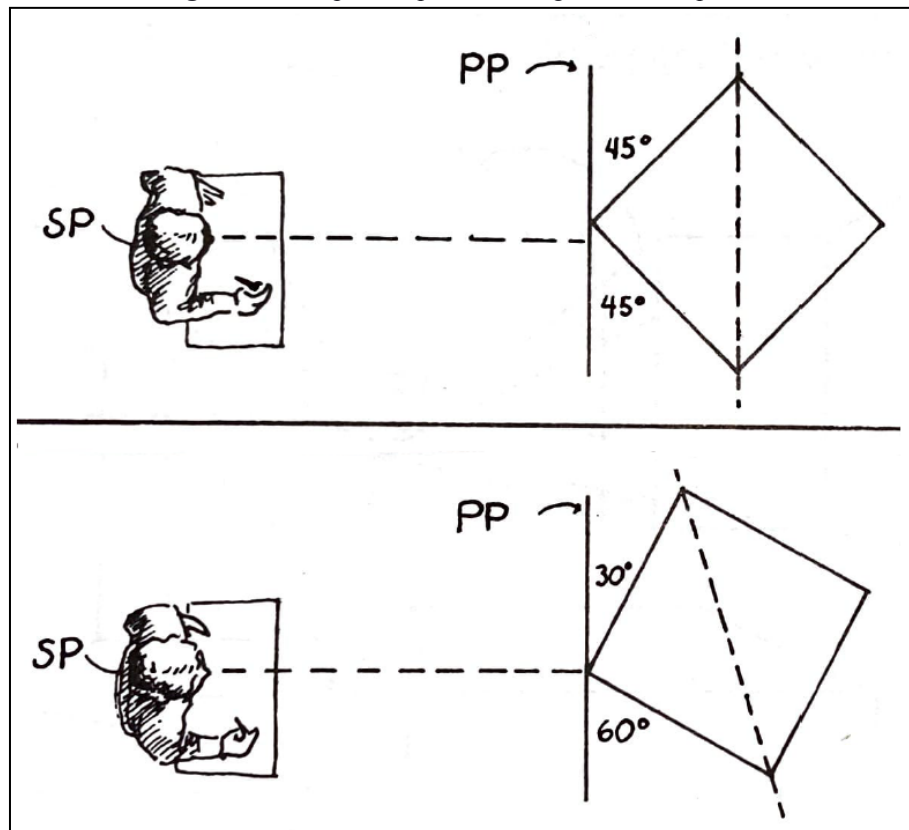


Fonte: Parramón (1986, p.20)

No caso de **perspectiva paralela de dois pontos**, o objeto que será projetado no plano segue as seguintes características: (1) a existência de uma dimensão diagonal de 45° paralela ao *plano da imagem (PP)*, e (2) a existência de um conjunto de planos paralelos ao *plano do chão (PC)* e a 45° do *plano da imagem (PP)* (MONTAGUE, 2005).

No caso de **perspectiva angular de dois pontos**, o objeto que será projetado no plano segue as seguintes características: (1) a inexistência de linhas do objeto paralelas ao *plano da imagem (PP)*, exceto pelas verticais, e (2) a condição de que todos os objetos são paralelos ao *plano do chão (PC)* (MONTAGUE, 2005). A existência de objetos não paralelos ao plano do chão implicaria em um terceiro ponto de fuga vertical.

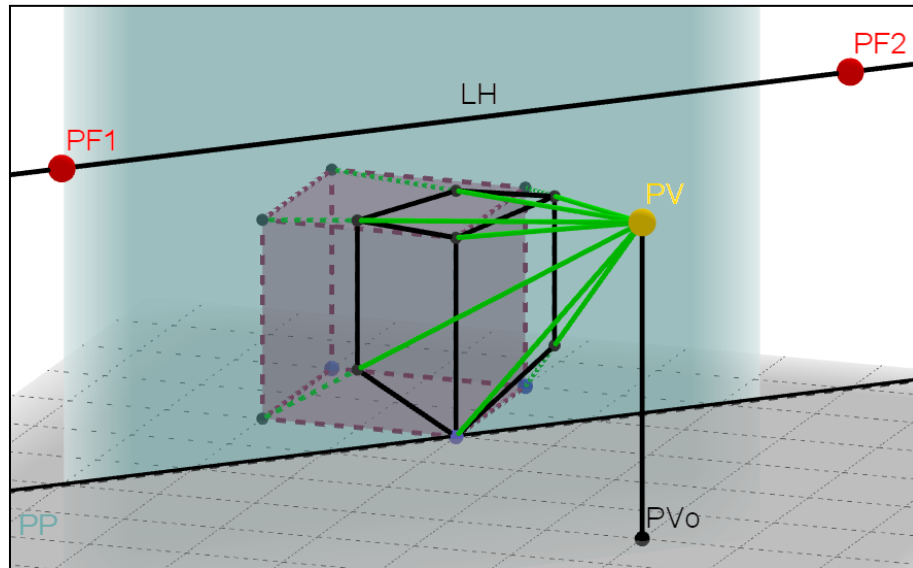
Figura 19: Perspectiva paralela e angular de dois pontos



Fonte: Montague (2005, p.13)

Conforme Figura 19, a perspectiva paralela ou angular de dois pontos necessariamente precisa que o *plano da imagem (PP)* seja perpendicular ao *plano do chão (PC)*. Ao traçar as linhas da visão do *ponto de vista (PV)* até o objeto, percebemos que estas concorrem com o *plano da imagem (PP)*. No plano da imagem se formam as perspectivas do objeto.

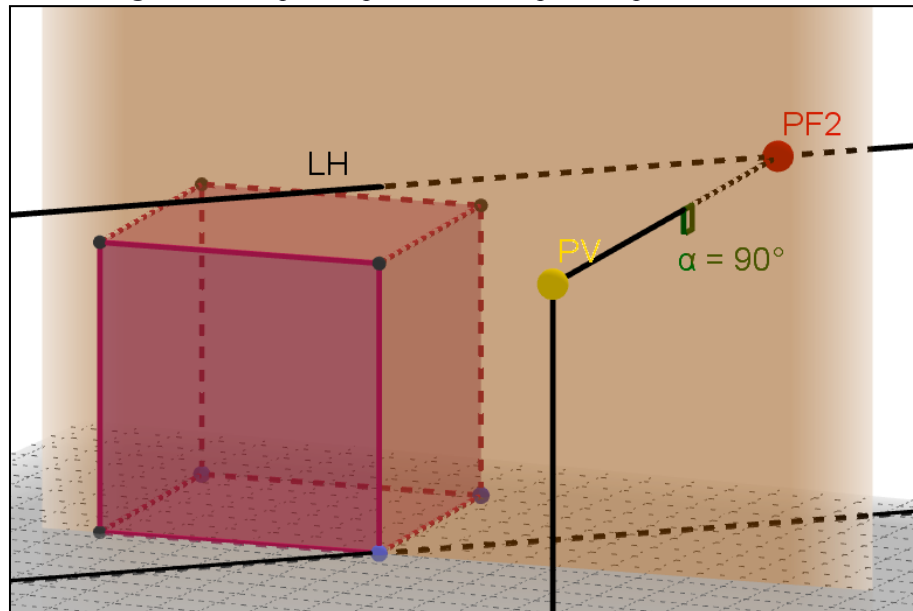
Figura 20: Perspectiva paralela de dois pontos a partir de um cubo



Fonte: arquivo pessoal.

O ponto de vista (PV), ao ser projetado ortogonalmente no plano da imagem (PP), não coincide com os pontos de fuga (PF), mas sim a projeção ortogonal sobre os planos que contém as faces do objeto que são perpendiculares ao plano do chão (PC) e não paralelas ao plano da imagem (PP). Segue Figura 21 representativa.

Figura 21: Perspectiva paralela de dois pontos a partir de um cubo



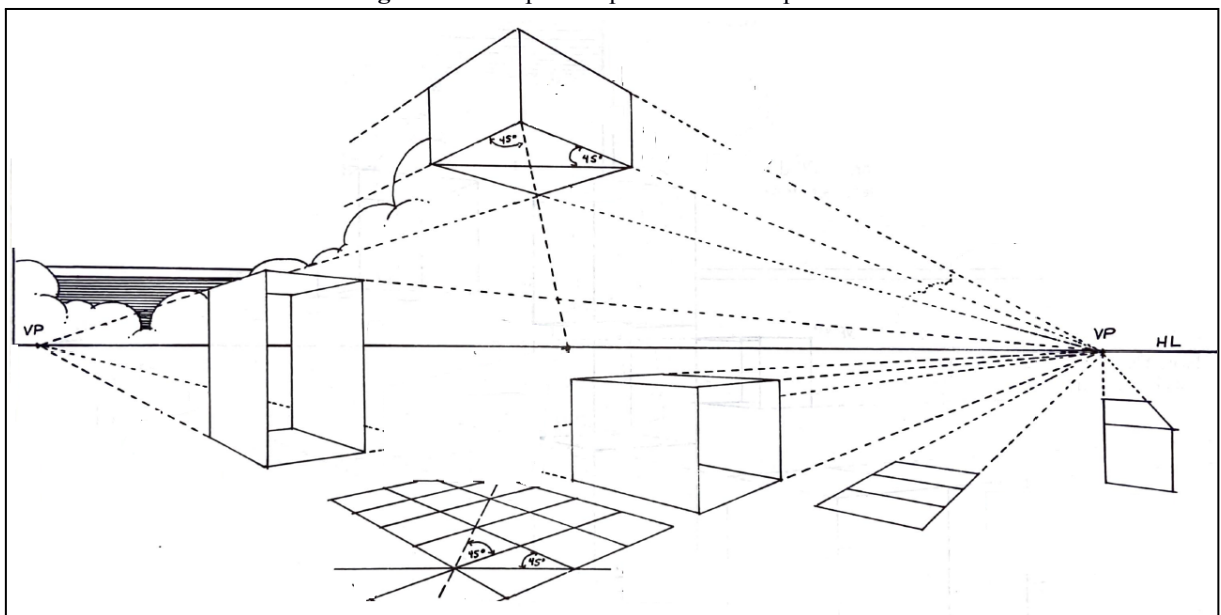
Fonte: arquivo pessoal.

Na figura anterior foi retirado o plano da imagem (PP), e inserido o plano que contém uma das faces perpendiculares ao plano do chão (PC) do cubo. É possível perceber que

projetando ortogonalmente o ponto de vista nesse plano criado, e estendendo o segmento, esse coincide com o ponto de fuga (PF2).

E as perspectivas das arestas do objeto que são concorrentes ao *plano da imagem (PP)*, mas que são paralelas entre si, tendem a um único *ponto de fuga (PF)*. E, nesse caso, com a existência de dois pares de planos do objeto paralelos entre si, mas não paralelos ao *plano da imagem (PP)*, as perspectivas tendem a dois pontos de fuga diferentes (PF1 e PF2).

Figura 22: Perspectiva paralela de dois pontos



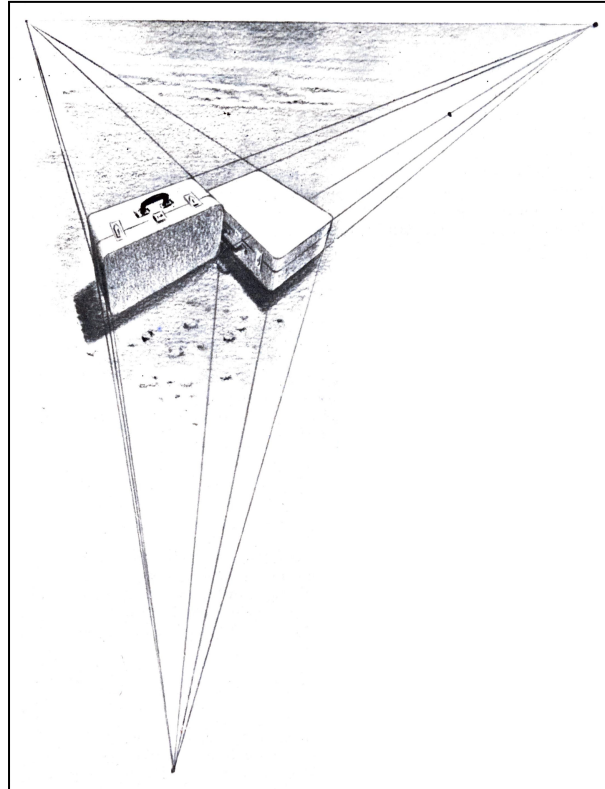
Fonte: Montague (2005, p.15)

A Figura 22 é um exemplo de construção utilizando perspectiva paralela de dois pontos, ou seja, construção em que o plano da imagem (PP) é perpendicular ao plano do chão. Na figura foram construídos diferentes objetos em formato de paralelepípedo, de modo a simplificar a quantidade de direções das arestas. Percebe-se que as arestas verticais dos paralelepípedos continuam paralelas umas às outras, enquanto que as demais fogem para um dos dois pontos de fuga presentes.

Assim, as arestas do objeto que são verticais e paralelas ao *plano da imagem (PP)*, têm as perspectivas também perpendiculares ao horizonte. Quanto às demais arestas que não são paralelas ao *plano da imagem (PP)*, cada uma tende a um dos pontos de fuga.

Perspectiva paralela ou angular de três pontos

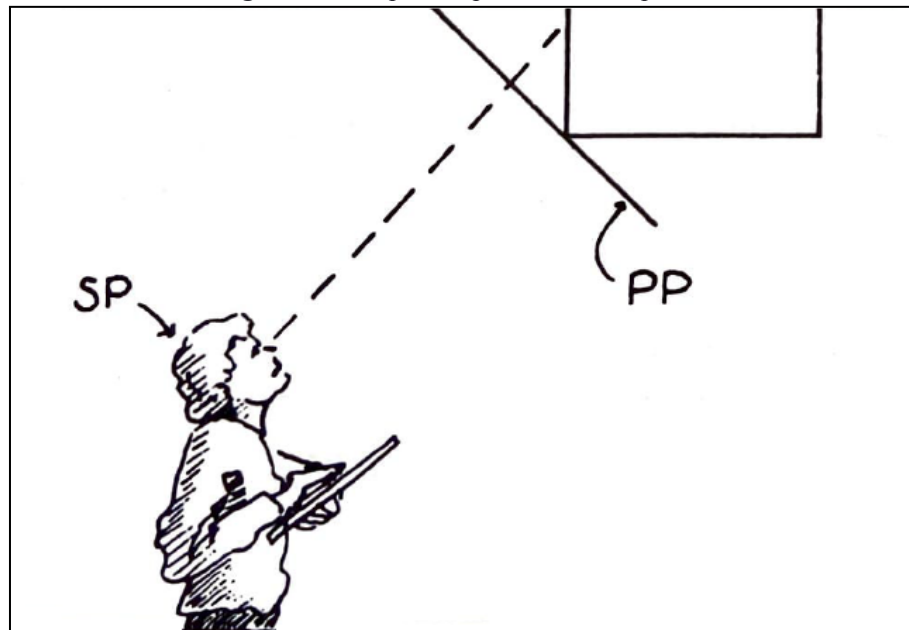
Figura 23: Perspectiva de três pontos



Fonte: Parramón (1986, p.21)

No caso de perspectiva paralela de três pontos, o objeto que será projetado no plano segue as seguintes características: (1) a inexistência de planos paralelos ao *plano da imagem* (*PP*), e (2) a existência de um conjunto de planos paralelos ao *plano do chão* (*PC*) (MONTAGUE, 2005).

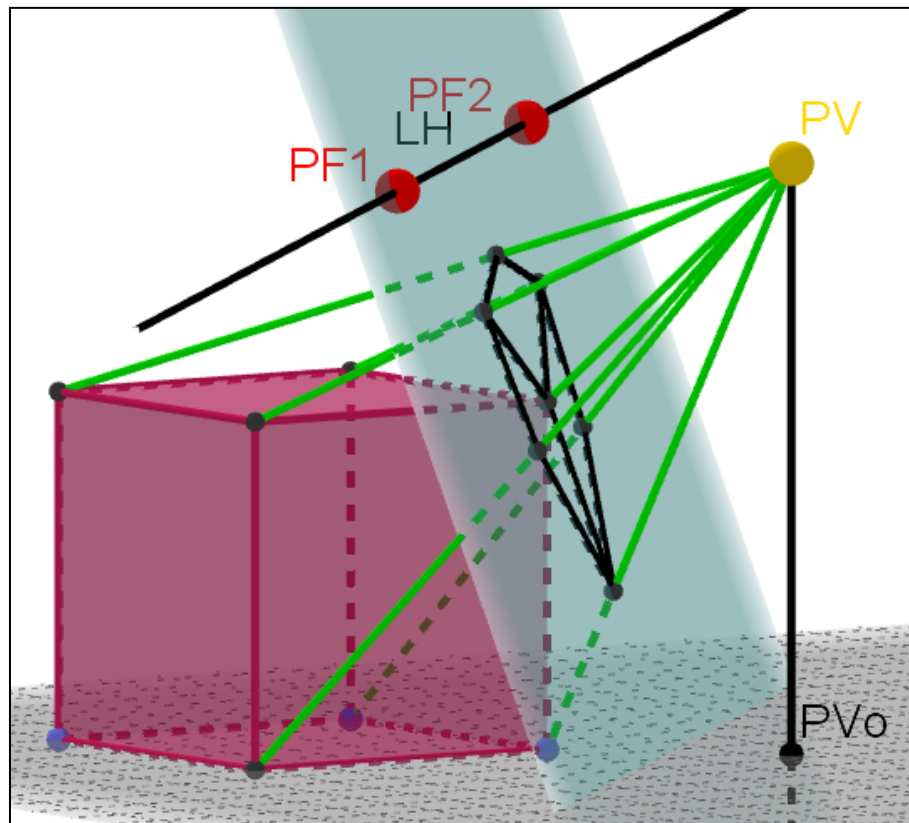
Figura 24: Perspectiva paralela de três pontos



Fonte: Montague (2005, p.13)

Supondo que existe um conjunto de planos do objeto que são paralelos ao *plano do chão (PC)*, a perspectiva paralela ou angular de três pontos necessariamente precisa que o *plano da imagem (PP)* seja oblíquo ao *plano do chão (PC)*. Ao traçar as linhas da visão do *ponto de vista (PV)* até o objeto, percebemos que estas concorrem com o *plano da imagem (PP)*. No plano da imagem se formam as perspectivas do objeto. Esse tipo de projeção tem o intuito de representar um observador que visualiza um objeto direcionando o olhar para cima ou para baixo, ou seja, de forma não paralela ao *plano do chão (PC)*.

Figura 25: Perspectiva paralela de três pontos a partir de um cubo

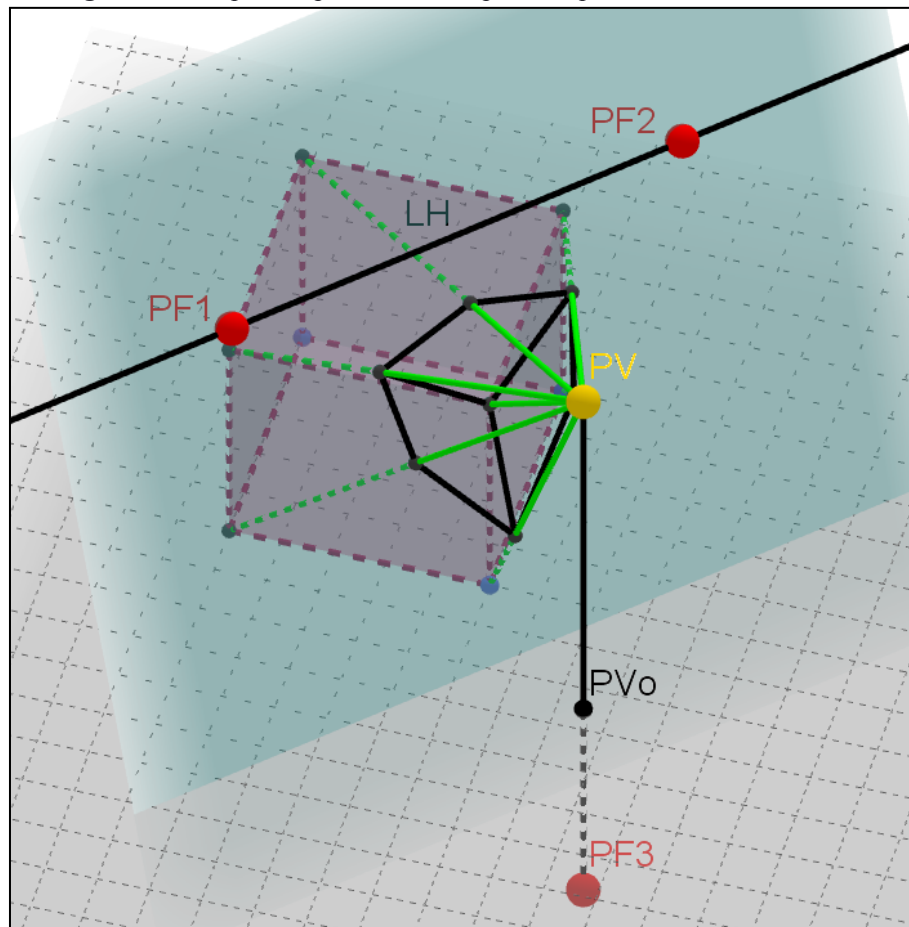


Fonte: arquivo pessoal.

Assim como na perspectiva de dois pontos, na perspectiva de três pontos o *ponto de vista* (PV), ao ser projetado ortogonalmente no *plano da imagem* (PP), não coincide com os *pontos de fuga* (PF), mas sim a sua projeção ortogonal sobre os planos que contém as faces do objeto que são perpendiculares ao *plano do chão* (PC) e não paralelas ao *plano da imagem* (PP); e as perspectivas, das arestas do objeto que são concorrentes ao *plano da imagem* (PP), mas que são paralelas entre si, tendem a um único *ponto de fuga* (PF). E, nesse caso, com a existência de dois pares de planos do objeto paralelos entre si, mas não paralelos ao *plano da imagem* (PP), as perspectivas tendem a dois pontos de fuga diferentes ($PF1$ e $PF2$). As perspectivas relacionadas ao outro par de planos paralelos ao *plano do chão* (PC) e oblíquos ao *plano da imagem* (PP), concorrem num terceiro *ponto de fuga* ($PF3$) fora da *linha do horizonte* (LH).

É interessante ressaltar que o segmento formado pelo *ponto de vista* (PV) e pelo *ponto de fuga 3* ($PF3$) é perpendicular ao plano que contém a face superior e a face da base do cubo em questão.

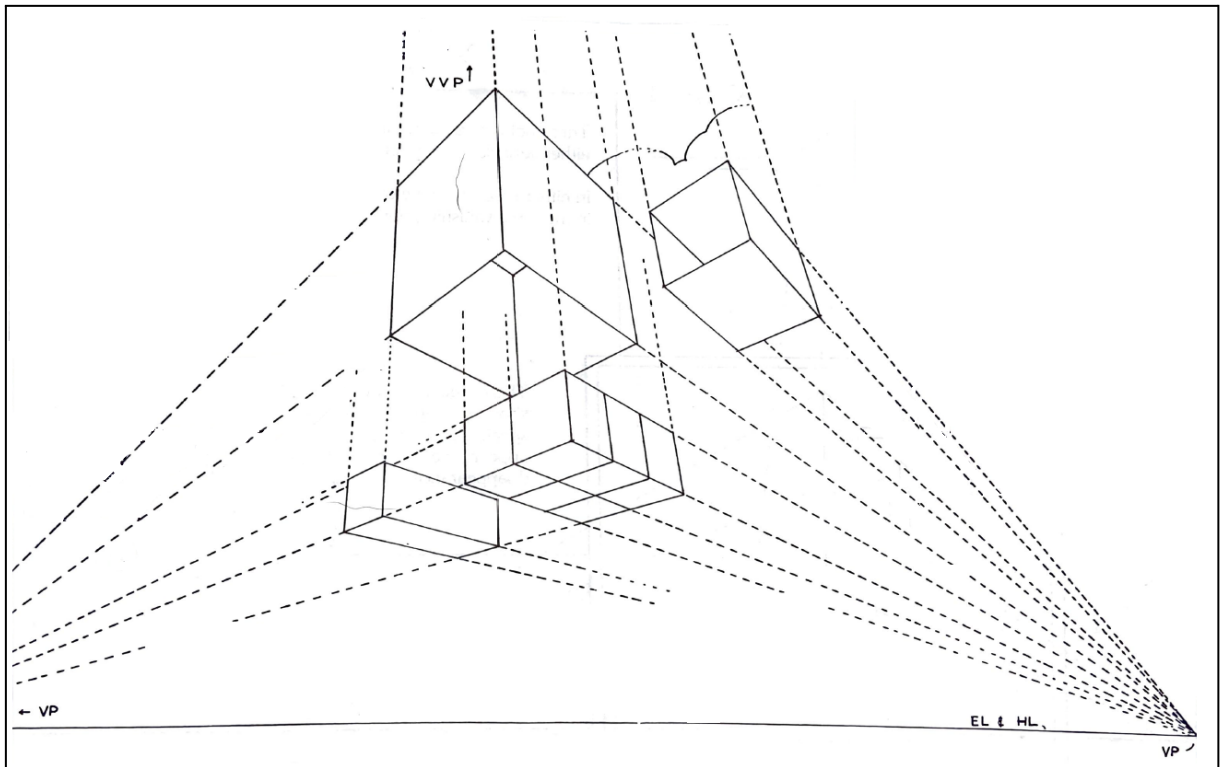
Figura 26: Perspectiva paralela de três pontos a partir de um cubo com PF3



Fonte: arquivo pessoal.

O terceiro *ponto de fuga* (*PF3*), ponto em que as perspectivas (das linhas do objeto que são verticais ao plano do chão) concorrem, pode estar acima ou abaixo da *linha do horizonte* (*LH*). Se acima, significa que o observador está visualizando o objeto direcionando o olhar para cima; se abaixo, significa que o observador está visualizando o objeto direcionando o olhar para baixo. A imagem a seguir traz exemplificado o primeiro caso. Note a existência de dois pontos de fuga que tendem para locais contidos na *linha do horizonte* (*LH*), e um terceiro que tende verticalmente para cima (MONTAGUE, 2005).

Figura 27: Perspectiva paralela de três pontos



Fonte: Montague (2005, p.17)

A imagem anterior é um exemplo de construção utilizando perspectiva paralela de três pontos de fuga, pois a impressão que se tem, no caso, é de que o observador está visualizando os objetos direcionando o olhar para cima. Nessa situação, o plano da imagem, como já comentado, não é mais paralelo ao plano do chão, o que ocasiona na existência desse terceiro ponto de fuga acima da linha do horizonte. E para fins de simplificação do exemplo, os objetos têm formatos de paralelepípedos, contendo arestas que possuem apenas três direções, o que ocasiona, no caso de perspectiva paralela de três pontos, em linhas de perspectivas para três direções diferentes.

A intenção, até aqui, foi a de apresentar uma ideia inicial sobre Perspectiva Cônica e que seja suficiente para entender as práticas que foram realizadas para essa pesquisa. A teoria abrange muito mais, pois matematiza toda a forma como construímos um desenho de objetos tridimensionais em um plano bidimensional.

2.4 Fotografia

A fotografia, na presente pesquisa, tem um papel importante, pois é por meio dela que trazemos a discussão sobre Perspectiva Cônica para a sala de aula, além de ser objeto de estudo com o GeoGebra sobre os conceitos que são construídos pelos estudantes durante as práticas. O objetivo dessa subseção é o de discutir de forma breve o que é a fotografia e o papel dela na vida de estudantes da Educação Básica. Também pretendo trazer relatos de pesquisas que utilizaram a fotografia na educação matemática.

Começamos, então, pela pergunta: o que é fotografia? A fotografia é um meio de comunicação que utiliza um recorte instantâneo de um momento por meio de uma imagem. Tal imagem se assemelha à nossa visão (pois se trata de projeção cônica), porém existem diferenças substanciais, pois a fotografia é parte de uma grande cena em que não ocorrem pausas ou recortes, e parte da intenção e das escolhas de um fotógrafo. A intenção é a mensagem que o fotógrafo quer transmitir, podendo influenciar a interpretação de quem visualiza posteriormente a imagem; para criar uma mensagem, estão as escolhas daquilo que será enquadrado. O enquadramento trata-se de uma região delimitada da grande cena. Nessa região, constam a escolha dos elementos pelo fotógrafo: objetos (principal e secundários), ponto de vista, iluminação, cores, textura, etc. Segundo Busselle (1998),

“A capacidade para selecionar e dispor os elementos de uma fotografia depende em grande parte do ponto de vista do fotógrafo. Na verdade, o lugar onde ele decide se colocar para bater uma foto constitui uma de suas decisões mais críticas. Muitas vezes, qualquer alteração – mesmo que mínima – no ponto de vista pode afetar de maneira drástica o equilíbrio, a estrutura e a iluminação” (BUSSELLE, 1998, p.16).

Dentre as alterações no ponto de vista a que o autor se refere é a Perspectiva Cônica, tema e objeto de estudo da presente pesquisa; queremos, justamente, propor atividades que explorem e investiguem essas mudanças, e como elas se relacionam com a matemática.

Por que fotografar? A fotografia é comunicação, como já comentado, e a comunicação pode se dar de diferentes maneiras e com diferentes objetivos: jornalística, com o objetivo de visualizar fatos; registro de memórias, com intuito de guardar lembranças da vida e das relações entre as pessoas; vendas e publicidade, com intuito de mostrar o produto e convencer outras pessoas a comprarem; artística, com intuito de estimular sentimentos; científica, com intuito de registrar descobertas; etc.

Os estudantes da Educação Básica, — especificamente da última fase da geração Z (nascidos até 2010) e foco da presente pesquisa — hoje, têm suas preocupações quanto às fotografias que tiram, assim como objetivos pessoais. Tais preocupações se referem ao enquadramento das fotografias que produzem (ou seja, quanto à organização dos elementos da cena) e também quanto à mensagem e à recepção que querem ter com ela (comunicação).

Por que identificar estudantes em gerações? Ora, pois as relações que os seres humanos possuem uns com os outros e com os objetos ao seu redor modificam-se constantemente. Enquanto algumas gerações de pessoas são da era das folhas e das páginas de papel, outras são as dos clicks e troca de páginas virtuais, que as levam para uma infinidade de novos ambientes que iniciam com *www*; já as últimas gerações são a da era *feed*, o do rolar de uma única página, com novas janelas surgindo com muitas, e por vezes pequenas, informações.

Mas o que isso tem a ver com fotografia? Tudo, pois a fotografia saiu das mãos de uma minoria para as mãos de uma maioria. Um amplo acesso a uma ferramenta que está associada ao *cuidado* da imagem e da autoimagem e ao *compartilhar* de informações proporcionado pelas redes sociais. “Eu PRECISO tirar uma boa fotografia”, “Minha imagem está em jogo”, “Eu preciso aparentar determinadas características”, etc. A relação e os propósitos das novas gerações com as fotografias são bem diferentes das gerações passadas. Enquanto tiveram acesso amplo a câmeras fotográficas, redes sociais e smartphones a partir da fase adulta da vida, as últimas gerações convivem e se relacionam nesse mundo desde criança. O avanço da tecnologia possibilitou a relação entre pessoas de diferentes lugares por meio das redes sociais. O amplo acesso a uma comunicação cada vez mais visual faz com que o cuidado com a imagem, autoimagem, a fotografia e sua estética sejam importantes não só fora desses meios, mas principalmente dentro deles. Uma geração, que em sua maioria, cresce convivendo com redes sociais que tem como foco a imagem e o vídeo (*Instagram, TikTok, YouTube*, entre outras).

Logo, convivemos, nos relacionamos, influenciamos e somos influenciados por uma geração que valoriza e considera importante a fotografia e o ponto de vista com que um celular é posicionado. Uma geração que busca se familiarizar cada vez mais com uma câmera fotográfica, cujo propósito pode se assemelhar, ou não, com as demais gerações; mas um aspecto pode ser afirmado: a existência de uma oportunidade de aprendizado. Que no meio disso tudo, e nos encontros de diferentes motivações, exista uma oportunidade de explorar e

investigar aquilo que se altera na imagem de uma câmera fotográfica na medida que a movimentamos pelo espaço.

Tais oportunidades foram aproveitadas de diferentes maneiras em outras pesquisas. Quero trazer, nesse momento, quatro trabalhos que se utilizaram de câmeras fotográficas como ferramenta de aprendizagem em matemática, e como suas propostas possuem relevância para a exploração de conceitos novos ou já estudados por estudantes, bem como a relação dessas pesquisas com a presente pesquisa.

Passos (2012) propôs a utilização de fotografias como meio para trabalhar Matemática e Artes Visuais no estudo de conceitos geométricos com estudantes da 8ª série de uma escola pública. Teve como objetivos o de estudar conceitos como ângulo, proporção e simetria para se chegar em imagens de artes visuais, e fazer com que estudantes percebam e criem suas próprias imagens. Foram desenvolvidas atividades sobre a influência do ângulo ao fotografar objetos, simetria e proporção. Os estudantes puderam produzir fotografias aplicando esses conceitos para posteriormente aplicar efeitos. Segundo o autor,

Quanto ao recurso fotográfico, ele se mostrou eficaz em provocar o interesse do aluno. O seu uso, quando aliado com as artes visuais, proporcionou um ambiente rico em elementos matemáticos e, principalmente, aberto à manifestação da criatividade discente. Torna-se, assim, de suma importância a interdisciplinaridade entre as artes e a matemática, se estivermos dispostos a proporcionar momentos abertos a formas de experiências (PASSOS, 2012, p.76, grifo nosso).

O autor, mais que defender a manifestação artística dos estudantes, defende a criação de ambiente propício para tal ação. Assim, é papel do professor proporcionar esses espaços. Tal iniciativa alinha-se com a presente pesquisa no quesito de criação, pois os estudantes estarão sujeitos a criarem categorias e critérios para um conjunto de fotografias. Mas mais que isso, estarão sendo convidados a produzirem fotografias a partir de conceitos que serão discutidos ao longo dos encontros.

Rocha (2013) propôs o ensino de matemática por meio da Modelagem Matemática com fotografias. O objetivo da pesquisa era o de investigar a percepção dos estudantes do 3º ano do Ensino Médio de uma escola da rede privada de Porto Alegre, RS sobre a matemática presente em fotografias, bem como o de investigar a possibilidade da sua utilização para o ensino de matemática. Foram desenvolvidas atividades com o conteúdo de Geometria Espacial como pano de fundo, a partir de fotografias de monumentos históricos de Porto Alegre e de outras cidades. Segundo a autora, “as fotografias mostraram-se importantes

ferramentas para o ensino-aprendizagem, criando os cenários necessários para que o espírito investigativo dos educandos aflorasse” (ROCHA, 2013, p.124).

Tal proposta se alinha com a presente pesquisa, pois a utilização das fotografias na pesquisa de Rocha (2013) teve a intenção de provocar os alunos sobre a matemática presente nas fotografias, bem como a percepção deles ao longo do processo. Um outro objetivo, alinhado a esse aspecto, foi o de “investigar a potencialidade da utilização de fotografias como instrumentos de aprendizagem” (ROCHA, 2013, p.29). Tais objetivos conversam com os objetivos da presente pesquisa, pois pretende-se justamente começar as práticas utilizando as fotografias como base para os estudos de Perspectiva Cônica.

Frantz (2015) propôs o ensino de conceitos de geometria plana, como razão e proporção, figuras planas e transformações geométricas utilizando fotografia com estudantes de 8º e 9º ano de uma escola do Campo. Dentre os objetivos da pesquisa, estava o de reconhecer a realidade dos estudantes, bem como analisar as reflexões sobre a relação entre fotografia e matemática. Foram desenvolvidas treze atividades organizadas em cinco encontros, que variaram entre produção de fotografias, análise das fotografias em computadores utilizando programas ou não e discussão sobre algum tópico específico. Segundo a autora,

A fotografia, e conseqüentemente o ato fotográfico, tornou-se potencializador para o ensino de Geometria, em especial no ensino de Proporções, uma vez que esta seqüência de atividades contribuiu para romper com a concepção de aula centrada no professor, tornando os estudantes protagonistas de todo o material produzido e principalmente pela oportunidade de entender que as coisas são feitas por uma racionalidade (FRANTZ, 2015, p.192, grifo nosso).

O relato sobre a experiência das práticas realizadas pela autora chama a atenção nas palavras finais destacadas, que foram grifadas. O uso da fotografia como ponto de partida na presente pesquisa se dá não só pela oportunidade dos estudantes explorarem as fotografias e produzirem matemática, mas sim o de possibilitar entender que existe matemática por trás daquelas imagens.

Camargo (2020) propôs um curso sobre fotografia e sua relação com a matemática, junto de atividades que exploram os conceitos trabalhados. A proposta foi aplicada com estudantes dos anos finais do Ensino Fundamental de uma escola municipal, e teve como objetivo analisar como os estudantes relacionam conceitos como proporcionalidade, simetria, ângulos e perspectivas a partir do curso.

Foram dez encontros realizados, em que era ensinado algum aspecto da fotografia (como composição, linhas, regra dos terços, exposição, iluminação, etc) junto de uma atividade que explora a matemática por trás (ângulos, retas paralelas, perpendiculares, grandezas proporcionais, etc). Para Camargo (2019), o curso realizado proporcionou aos estudantes um “olhar matemático”; um raciocínio visual que auxiliou aos alunos entenderem diferentes conceitos de geometria que antes, por meio apenas da álgebra, não eram possíveis de se compreender. O raciocínio visual que a autora relata muito se relaciona com o que se pretende na presente pesquisa também, pois é a partir do olhar que queremos começar a discussão sobre a geometria que permeia a maneira que enxergamos o mundo.

A intenção de trazer as três autoras e o autor é o de reafirmar a potencialidade do uso de instrumentos que estão, muitas vezes, ao fácil alcance de professores e alunos. De reafirmar que criar ambientes de exploração, investigação e discussão e criação são importantes para o engajamento de estudantes na aprendizagem de conceitos matemáticos e digitais, como geometria e edição de imagem e fotografia, por exemplo.

2.5 Tecnologias e Tecnologias Digitais em Educação Matemática

A pesquisa trata da utilização de Tecnologias Digitais para o ensino de Perspectiva Cônica com a fotografia. Com isso, é necessário definir e embasar teoricamente o que são as Tecnologias Digitais, qual o entendimento acerca delas que embasa essa pesquisa e qual o espaço que ocupam e podem ocupar na Educação Matemática.

Começo definindo o que são “tecnologias”, a fim de diferenciar de “Tecnologias Digitais”. É comum reduzir o termo *tecnologias* a um tipo específico, associando apenas ao conjunto de objetos eletrônicos que transformaram o modo de se viver nas últimas décadas. Em poucas palavras, as tecnologias são um conjunto de conhecimentos e objetos que cercam a sociedade, sendo tão antigas quanto a própria humanidade (KENSKI, 2007). A racionalidade do ser humano garantiu uma crescente na quantidade de tecnologias, sendo constantemente desenvolvidas ao longo do tempo, dando “origem a diferentes equipamentos, instrumentos, recursos, produtos, processos, ferramentas, enfim, as tecnologias” (KENSKI, 2007, p.15), como conhecimentos sobre a natureza, utensílios de caça, de escrita, etc. Kenski (2007) define a tecnologia sob diferentes contextos, como o do conhecimento e poder. A autora traz definições de um dicionário de filosofia, em que

Segundo o Dicionário de Filosofia de Nicola Abbagnano (1982, p.906), a tecnologia é “o estudo dos processos técnicos de um determinado ramo de produção industrial ou de mais ramos”. Já a técnica, no mesmo dicionário, “compreende todo conjunto de regras aptas a dirigir eficazmente uma atividade qualquer” (KENSKI, 2007, p.24).

Nesse dicionário, o autor ainda define tecnologia como sendo “o mesmo que tecnocracia”. E por tecnocracia, define como o “uso da técnica como instrumento de poder por parte de dirigentes econômicos, militares e políticos, em defesa de seus interesses [...]” (ABBAGNANO, 2007, p.941). E a tecnologia, segundo a autora, está em todo lugar. Naturalizamos instrumentos e equipamentos ao nosso dia-a-dia que não percebemos que são resultados de pesquisas e planejamentos. Segundo Kenski (2007, p.24),

Ao conjunto de conhecimentos e princípios científicos que se aplicam ao planejamento, à construção e à utilização de um equipamento em um determinado tipo de atividade, chamamos de “tecnologia”. Para construir qualquer equipamento – uma caneta esferográfica ou um computador –, os homens precisam pesquisar, planejar e criar o produto, o serviço, o processo. Ao conjunto de tudo isso, chamamos tecnologias (KENSKI, 2007, p. 24).

Já as habilidades e jeitos necessários para lidar com as tecnologias, a fim de executar uma determinada tarefa, são chamadas de técnicas (KENSKI, 2007).

Kenski (2007) escreve sobre a necessidade do ser humano de defender-se de seus predadores, ao afirmar que a racionalidade permitiu o salto da ociosidade e desamparo para o da defesa, tudo por conta das tecnologias que soube manipular. O próximo salto era sair do papel defensivo para o agora papel de predador; e predador tanto de seus antigos predadores quanto dos seus semelhantes. Ou seja, tecnologia é poder.

Assim, o conhecimento e a educação também são formas de poder aliadas com as tecnologias, pois o conhecimento se materializa através de “enciclopédias, dicionários, livros, revistas e jornais” (KENSKI, 2007, p.17). Esses instrumentos, então, são construídos sob uma visão particular, política e parcial, dotados de um modo pessoal de traduzir as informações. Tecnologia é conhecimento, e a lógica hoje é a da adaptação constante das culturas às tecnologias que são impostas em seus meios sociais. Como consequência fomos inscritos sem consentimento para uma maratona que carece de pausas; não se adaptar é se ausentar de conhecimentos, segundo a autora. Assim, a educação acaba acontecendo em volta de decisões hierárquicas. A pirâmide acaba em um professor tomando decisões que perpassam a escolha

dos conteúdos e tecnologias que serão utilizadas para garantir a aprendizagem dos alunos (KENSKI, 2007).

Dessa forma, entende-se que, enquanto professores, estamos inseridos em um ambiente por vezes hierárquico, em que tanto recebemos ordem quanto temos o poder de decidir o planejamento de uma aula. Assim, a decisão pelas tecnologias utilizadas na tentativa de se criar espaços de aprendizagem depende muito da visão e do entendimento que temos delas nesses mesmos espaços.

Por hora, temos uma definição de tecnologias, sob uma ótica, e pretendemos, agora, tratar de um dos tipos de tecnologias que transformaram o modo de se pensar em aulas e produzir conhecimento na Educação Matemática: as Tecnologias Digitais. Entende-se por Tecnologias Digitais todas as mídias informáticas, sendo aquelas de códigos binários. Trataremos daquelas tecnologias que são e podem ser utilizadas na Educação Matemática, como calculadoras, computadores, dispositivos móveis, etc., a fim de mostrar os papéis que elas podem ocupar e as transformações que o surgimento de uma nova tecnologia digital ocasionaram nesse campo, com base em Borba, Silva e Gadanidis (2014). Os autores separam as Tecnologias Digitais em Educação Matemática em quatro fases. Já está sendo usado o termo Tecnologias Digitais, porém deixam claro que se trata de uma terminologia mais comumente utilizada na quarta fase. As tecnologias que aqui são tratadas pelos autores são aquelas de linguagem digital, e como esse tipo de linguagem influenciou e transformou as práticas educativas de matemática.

A *primeira fase* foi estabelecida dentro da base teórica do construcionismo de Papert com o principal software sendo o LOGO, que envolve programação, em computadores; a principal expressão utilizada nessa fase é Tecnologias Informáticas (TI).

A *segunda fase* é considerada aquela em que há um aumento representativo na quantidade de softwares destinados ao ensino de matemática, bem como a popularização dos computadores, que passaram a compor cada vez mais como objetos pessoais. A Geometria Dinâmica e softwares com diferentes representações de funções compõem o tipo principal de atividade que ocorria, e novos constructos teóricos (seres-humanos-com-mídias) agregando no entendimento que se tinha de tecnologias informáticas e Educação Matemática. Nessa fase ainda se adotava a terminologia TI. Tanto a Geometria Dinâmica quanto o constructo seres-humanos-com-mídias serão melhor definidos nas subseções que seguem a essa seção.

A *terceira fase* das tecnologias digitais na Educação Matemática tem como principal artefato modificador a internet. A expansão e popularização da internet possibilitou a comunicação online das pessoas, modificando, também, a forma com que se trabalhava com os softwares da segunda fase. Utilizaram termos como Tecnologias da Informação (TI) e Tecnologias da Informação e Comunicação (TICs), dado crescimento de comunidades de aprendizagem online, colaboração e ambientes virtuais de aprendizagem.

Já a *quarta fase* é entendida, pelos autores, como um momento de salto considerável de novos espaços de aprendizagem e plataformas digitais com que se pode ocorrer a Educação Matemática. Desde o apogeu de redes sociais, novas plataformas de compartilhamento de conteúdos foram criadas, além de tecnologias móveis que dividem espaço com os computadores e softwares que aprimoram a natureza tecnológica de atividades da segunda fase (Geometria Dinâmica, por exemplo, com o surgimento do GeoGebra, tratando-se de um software que integra a computação algébrica, Geometria Dinâmica e múltiplas representações (funções)). Segundo os autores, trata-se de um cenário de aprendizagem de grandes proporções e passível de muitas investigações. Nessa fase a terminologia mais utilizada foi a das Tecnologias Digitais (TD).

Segundo os autores, a intenção de separar em fases é a de identificar quando um novo cenário se apresenta a partir de uma determinada tecnologia digital que surge. Dessa forma, “é importante destacarmos que o surgimento de cada fase não exclui ou substitui a anterior. Há certa ‘sobreposição’ entre as fases, elas vão se integrando” (BORBA; SILVA; GADANIDIS, 2014, p.37). Ou seja, compreende-se que não significa dizer que uma fase é melhor do que a outra, mas sim que cada uma delas compõem umas às outras e possuem diversificados papéis dentro da Educação Matemática. Ainda, conforme os autores, as quatro fases, principalmente as três últimas, sofrem influência mútua, significando que atividades propostas em uma das fases, por exemplo, podem sofrer transformações na maneira que são pensadas ao serem desenvolvidas com tecnologias de outra fase. A presente pesquisa traz de forma visível essa sobreposição de fases comentada pelos autores, ao desenvolver atividades que envolvem a geometria dinâmica, da segunda fase, com um software (GeoGebra) e dispositivos móveis que são característicos da quarta fase, a fim de trabalhar o conteúdo de Perspectiva Cônica com fotografia.

Assim, o entendimento que se tem, nessa pesquisa, de Tecnologias Digitais, vai ao encontro das apresentadas por Borba, Silva e Gadanidis (2014), pois a definimos como um

conjunto de artefatos e espaços digitais, em que se pode construir a aprendizagem. Também vai ao encontro das ideias apresentadas por Borba e Penteado (2017), ao afirmarem que devemos pensar que a informática e a Educação Matemática modificam e transformam as práticas educativas. Assim, segundo Borba (2002, p.151), a tecnologia deve ser entendida como “uma mídia que está transformando a forma como produzimos conhecimento e que modifica de maneira qualitativa o agente do conhecimento”, indo ao encontro do afirmado anteriormente. Conforme Borba e Penteado (2017, p.13), “sempre há uma dada mídia envolvida na produção de conhecimento”, sendo assim, não podemos supor e nos iludir que existimos e vivemos sem as tecnologias, mas sim nos darmos conta de que sempre há uma mídia por trás do que fazemos e principalmente de como aprendemos.

A presente pesquisa também vai ao encontro do que os autores falam sobre a questionabilidade da educação “ser uma via de mão única em direção ao mundo do trabalho” (BORBA; PENTEADO, 2017, p.16), pois não se tem aqui o entendimento de que as Tecnologias Digitais devam exercer um papel mecanicista do aprendiz. Não se tem o entendimento de que o papel exclusivo de inserir as TD seja o dos estudantes apenas saberem utilizar esses artefatos, mas sim o de aprenderem a ler essa nova mídia em prol da democratização tecnológica pelo direito de acesso e em benefício do aprendiz (BORBA; PENTEADO, 2017).

As próximas duas subseções irão tratar de dois aspectos mais específicos que fazem parte do campo “Tecnologias Digitais” dessa pesquisa: o constructo seres-humanos-com-mídias, sendo o entendimento diretriz sobre o uso dessas tecnologias na Educação Matemática; e a Geometria Dinâmica no software GeoGebra, e como esse software pode potencializar as práticas dessa pesquisa.

2.5.1 O constructo seres-humanos-com-mídias

Na presente pesquisa, a noção teórica que se utiliza sobre o papel que as Tecnologias Digitais possuem na Educação Matemática é o constructo seres-humanos-com-mídias (BORBA, 2001). Tal constructo começou a ser desenvolvido e pensado durante a chamada segunda fase das tecnologias digitais na Educação Matemática (BORBA; SILVA; GADANIDIS, 2014). Tem como base os estudos de Tikhomirov e Lévy.

Tikhomirov baseia-se nas ideias de Vygotsky, pois a teoria vygotskyana “ênfatisa a linguagem como meio de mediação da atividade humana” (BORBA; VILLARREAL, 2005, p.15, tradução nossa)³. Tikhomirov leva essa ideia mais longe, pensando dentro do campo da informática, propondo que uma mídia como a informática é reorganizadora do pensamento, e não substitutiva ou complementar. Então, a primeira discussão feita pelo pensador é que existem autores que veem a informática e o computador como substitutos do pensamento humano, e que cada vez que esses agentes fossem melhorando ao longo do tempo, mais eles substituiriam os seres humanos. Tal crítica não exclui o fato que sim, em algumas tarefas o computador substitui o ser humano, porém a discussão é feita em cima do pensamento. Segundo Tikhomirov,

[...] pensamento não é apenas ter capacidade para resolver um dado problema, mas também envolve o caminho utilizado para resolvê-lo, os valores envolvidos na sua resolução, e também, a própria escolha do problema como parte do pensamento (1981 apud BORBA, 2001, p.136).

Dessa forma, entende-se que o pensamento humano vai além da simples capacidade de resolver problemas, pois engloba, também, o processo que foi construído para se chegar na solução. Assim, a discussão que é realizada sobre computadores estarem tomando os empregos de diversos trabalhadores, como certas máquinas que, hoje, realizam um trabalho que antes era realizado por humanos, não converge com a discussão trazida por Tikhomirov (1981 apud BORBA; VILLARREAL, 2005).

A segunda discussão feita pelo autor (TIKHOMIROV, 1981 apud BORBA, 2001) é a de supor que o computador é um suplemento do ser humano. Tal teoria afirma que existe uma divisão de tarefas entre seres humanos e máquinas informatizadas, existindo, assim, uma justaposição das partes. Essa abordagem, segundo o autor, está atrelada quando afirma-se que o pensamento humano é particionado, e que a informática entra simplesmente com o papel de aumentar ou complementar a quantidade de informação que pode ser processada (TIKHOMIROV, 1981 apud SOUTO, 2014). Quando pressupomos que o computador é apenas um complemento dos seres humanos, “pressupomos apenas uma visão quantitativa, e não qualitativa, sobre como os computadores influenciam a atividade humana” BORBA; VILLARREAL, 2005, p.11)⁴. Assim, entendemos que supor que os computadores são apenas

³ No original: “Vygotskian theory has emphasized language as a means of mediating human activity” (BORBA; VILLARREAL, 2005, p.15)

⁴ No original: “[...] a view which presupposes only a quantitative, and not a qualitative, view of how computers influence human activity” (BORBA; VILLARREAL, 2005, p.11).

um suplemento dá a entender que não ocorrem mudanças no pensamento humano durante o processo.

Já a terceira discussão de Tikhomirov (1981 apud SOUTO, 2014) é a que ele defende, pois supõe que o computador entra com o papel de mediador da atividade humana, e, assim, agindo como reorganizador do pensamento humano. O autor,

[...] destaca que o caráter mediador que permeia essas relações produz uma reorganização nos processos de criação, busca e armazenamento de informações, bem como nas relações humanas (TIKHOMIROV, 1981 apud SOUTO, 2014, p.35).

Assim, pensa-se num sistema ser-humano-computador, pois segundo Borba (2001), Tikhomirov, quando propõe que o pensamento é reorganizado com a informática, também enxerga uma interação entre técnica e ser humano, propondo, assim, de modo mais específico, uma relação entre informática e pensamento.

As ideias de Lévy (1993, apud SOUTO, 2014) tornam-se compatíveis com as de Tikhomirov, pois estendem essa interação ser-humano-computador, propondo um coletivo pensante maior. O autor afirma que as tecnologias da inteligência (oralidade, escrita e informática) ditam a forma com que nos apropriamos da realidade. Dessa forma, devemos pensar nas tecnologias entrelaçadas com os seres humanos para a produção de conhecimento, pois, ao longo da história, diferentes tecnologias fizeram parte da forma com que pensamos e produzimos; por fim destaca a principal ideia do conceito de ecologia cognitiva: “as tecnologias da inteligência condicionam, mas não determinam o pensamento, que é exercido por um coletivo dinâmico” (LÉVY, 1993 apud SOUTO, 2014, p.36). Segundo Souto (2014, p.36-37), Lévy “realiza o exercício de reflexão sobre as influências que a oralidade, a escrita e a informática, associadas à memória e ao conhecimento, têm historicamente exercido sobre as formas de pensamento e as normas do saber”. Agora vamos nos aprofundar um pouco mais a respeito dessas três técnicas que estão associadas à extensão da memória, são elas: oralidade, escrita e tecnologias da informação.

A oralidade foi a primeira extensão da memória, pois permitiu que os seres-humanos pudessem se comunicar e construir mitos que unissem diferentes pessoas em prol de algo (LÉVY, 1993 apud BORBA; VILLARREAL, 2005). Assim, duas pessoas que talvez nunca tivessem se comunicado uma com a outra, estivessem a par dos mesmos mitos, por conta de um interlocutor em comum. Isso permitiu que grupos maiores de pessoas lutassem juntos, por exemplo, contra um determinado grupo que era uma ameaça para sua sobrevivência. Assim, a

linguagem oral, “é uma construção particular de cada agrupamento humano” (KENSKI, 2007, p.28). Dessa forma, cada cultura, povo, grupo possui uma forma de se comunicar, e a primeira que se constituiu foi a fala. A fala se dá através de sons e signos da voz, funcionando como uma extensão da memória, e primordialmente limitada fisicamente, pois os interlocutores deviam estar presentes e perto fisicamente, não possuindo formas de se registrar o conteúdo (diferenciando-se de hoje, em que se pode utilizar de específicas tecnologias para se registrar). Dessa forma, a distância temporal entre aquele que informa e aquele que recebe é imediata. Há a necessidade de se ouvir e memorizar o conteúdo.

A escrita estendeu a memória de uma maneira diferente, com o surgimento de textos escritos e livros. Enquanto que a oralidade se dava de maneira circular, a escrita se deu de maneira linear (BORBA; VILLARREAL, 2005). Possibilitou tanto a não presença física dos interlocutores quanto o registro daquilo que se comunicava. Logo, a distância temporal de quem informa e quem recebe a informação pode ser de séculos, ocorrendo agora a necessidade de se compreender o que está sendo escrito (KENSKI, 2007). A autora ainda afirma que

[...] a tecnologia da escrita, interiorizada como comportamento humano, interage com o pensamento, libertando-o da obrigatoriedade de memorização permanente. Torna-se, assim, ferramenta para a ampliação da memória e para a comunicação (KENSKI, p.31).

Dessa forma, a escrita possibilitou a oportunidade de se refletir sobre escritos e pensamentos mais antigos e se registrar as ideias que ao ser humano vão ocorrendo, permitindo que a “linearidade do raciocínio pareça” (BORBA; PENTEADO, 2017).

A tecnologia da informação é a terceira linguagem, e deve também ser entendida como uma nova extensão da memória, que utiliza não só as outras linguagens, mas também sons, imagens, vídeos, comunicação instantânea com diferentes lugares e navegação descontínua por parte dos seres-humanos (BORBA; VILLARREAL, 2005). A linguagem digital ocorre em um ambiente de “[...] códigos binários, por meio dos quais é possível informar, comunicar, interagir e aprender. É uma linguagem de síntese, que engloba aspectos da oralidade e da escrita em novos contextos” (KENSKI, 2007, p.31). Um tipo de linguagem que abre possibilidades de se explorar não linearmente as informações, de forma dinâmica e versátil. Segundo Borba e Penteado,

[...] permite que a linearidade de raciocínios seja desafiada por modos de pensar, baseados na simulação, na experimentação e em uma “nova linguagem” que envolve

escrita, oralidade, imagens e comunicação instantânea (BORBA; PENTEADO, 2017, p.48).

Uma cadeia de informações em textos, imagens, sons, vídeos que aquele que está a utilizar é o condutor (KENSKI, 2007).

Assim, Tikhomirov (1981 apud SOUTO, 2014) se utiliza da Teoria da Atividade⁵ para enquadrar as tecnologias digitais como mediadoras da reorganização do pensamento, propondo um coletivo ser-humano-computador. Já Lévy (1993 apud SOUTO, 2014) vai além, propondo um coletivo pensante de ser-humano-coisas. Para Lévy (1998 apud BORBA; VILLARREAL, 2005) nossos conhecimentos e processos cognitivos estão sujeitos às tecnologias da informação, que nos atravessam e nos atingem, ocasionando em transformações, assim como as tecnologias da informação são atravessadas pelo o que fazemos.

Borba, então, expande as ideias de Lévy e Tikhomirov para dentro do campo da Educação Matemática, a fim de propor um coletivo pensante entre atores humanos e não humanos, de modo que não se limita a pensar nas tecnologias digitais como um complemento dos seres humanos e vice-versa, ou como substitutas dos seres humanos na aprendizagem (BORBA; PENTEADO, 2017), mas sim como um coletivo pensante que produz conhecimento (SOUTO, 2014), um coletivo seres-humanos-com-mídias. É interessante salientar que o termo “mídias” aqui utilizado tem o intuito de englobar os diferentes tipos de tecnologias, pois refere-se “tanto às tecnologias materiais (instrumentos, ferramentas, coisas) como às imateriais (oralidade, escrita, informática, pensamento)” (BORBA, 1999 apud SOUTO, 2014, p.41).

Segundo Borba e Penteado,

A perspectiva histórica, a qual abraçamos, sugere que os seres humanos são constituídos por técnicas que estendem e modificam seu raciocínio e, ao mesmo tempo, esses mesmos seres humanos estão constantemente transformando essas técnicas (BORBA; PENTEADO, 2017, p.48).

Dessa forma, os autores abraçam a ideia de que os seres humanos produzem conhecimento com tecnologias, mais especificamente com tecnologias da inteligência (oralidade, escrita e digital), sob a ótica das ideias de Lévy (1993 apud BORBA;

⁵ Tal teoria “considera a atividade humana como unidade básica do desenvolvimento humano”, ou seja, investiga as transformações que acontecem quando seres humanos e ambiente interagem por meio de atividades mediadas por artefatos (SOUTO, 2014, p. 11).

PENTEADO, 2017) que envolvem esses três tipos de linguagem e que são parte da base do constructo. Assim,

[...] o conhecimento é produzido por um coletivo formado por seres-humanos-com-mídias, ou seres-humanos-com-tecnologias e não [...] por seres humanos solitários ou coletivos formados apenas por seres humanos (BORBA; PENTEADO, 2017, p.48).

Deixa-se de acreditar, então, na simples ideia que o conhecimento é formado apenas por um coletivo de seres humanos ou por seres humanos solitários, mas sim acreditamos que o conhecimento é produto de um coletivo de seres-humanos-com-mídias (BORBA, 2002). Ou seja, seres humanos e mídias comumente são vistos como “conjuntos disjuntos”, e não como uma “unidade cognitiva”; por mais que se entenda que existe uma mediação, ainda se pensa que a unidade cognitiva é composta apenas por seres-humanos (BORBA; VILLARREAL, 2005).

Esse entendimento também perpassa a presente pesquisa, a qual propõe práticas que envolvem a *exploração e investigação* (PONTE, 2005) de conceitos de Perspectiva Cônica dentro de um contexto envolvendo fotografias e o ato de fotografar (utilizando smartphones) com o software GeoGebra em computadores. Assim, pensa-se em um coletivo seres-humanos-com-fotografias-e-GeoGebra.

A mídia *fotografia*, primeiramente, deve ser entendida como duas: o *fotografar*, que trata da ação de pegar uma câmera fotográfica, visualizar pela tela o olhar que está se pretendendo construir, e perceber como diferentes posições alteram a imagem; e *fotografia*, como sendo o produto do fotografar, a imagem que foi construída depois do *click*. Mídias, essas, que são tecnologias da informação. Assim como você, que está lendo isso agora, fez uma leitura sobre as imagens que apareceram, até agora, no início de cada capítulo, outro(a) leitor(a) pode ter compreendido e realizado conexões totalmente diferentes. Cada um foi moldado de um jeito, reparou em diferentes coisas a respeito das imagens, sendo atravessadas por elas. Talvez sua próxima fotografia você pense de uma maneira diferente da que pensaria antes de realizar essa leitura. Diferentes coletivos pensantes, mas que possam fazer parte de uma mesma inteligência coletiva.

O mesmo acontece com a mídia *GeoGebra*, presente no coletivo que foi proposto. A próxima subseção será sobre geometria dinâmica, por isso reservamo-nos a descrever de forma rápida que se trata, também, de uma tecnologia digital, e que mescla a múltipla

representatividade (funções), os sistemas de computações algébricas (CA) e a Geometria Dinâmica aos seres-humanos.

Cuida-se, então, a deixar claro que o papel das mídias não é o de complementar, justapor ou substituir os seres humanos; também é indispensável evitar associar a unidade cognitiva apenas aos seres humanos, não destacando a importância das tecnologias na produção do conhecimento (BORBA; VILLARREAL, 2005).

Entender que seres humanos e tecnologias constituem uma unidade é importante para se evitar a domesticação dessas tecnologias. Segundo Borba e Villarreal (2005), muitos que defendem o uso de computadores na educação tentam evitar que essa mesma tecnologia altere o conhecimento matemático que é praticado em sala de aula. Tal proteção leva à domesticação dessas tecnologias, com o uso delas tendo o mesmo propósito e atingindo os mesmos objetivos que o não uso delas. Os autores reiteram no cuidado de não utilizar uma nova tecnologia “da mesma forma e ancorada nas mesmas práticas que eram condicionadas por outras mídias” (BORBA; SILVA; GADANIDIS, 2014, p.41).

É impossível não percebermos que diferentes coletivos pensantes produzirão novos conhecimentos. Como exemplo, no momento do surgimento da escrita, a oralidade se transformou, pois agora poderíamos falar sobre aquilo que está escrito (BORBA; VILLARREAL, 2005).

Esse olhar foi constante ao longo dos primeiros meses de aprofundamento teórico e planejamento da prática pedagógica que fazia parte da presente pesquisa. Pensou-se muito sobre como unir os três campos da pesquisa (fotografia, Perspectiva Cônica e Tecnologias Digitais). Não se pretendia domesticar o uso do GeoGebra o utilizando em propostas que poderiam muito bem serem aplicadas utilizando papel, caneta e régua. Ou seja, as etapas que envolveram o GeoGebra não poderiam ser aplicadas utilizando apenas a linguagem escrita, por exemplo. A partir das manipulações no software, os estudantes reorganizavam seu pensamento, e modificavam novamente as construções ali realizadas, de forma dinâmica.

Também não se pretendia utilizar a fotografia apenas no quesito produto ou imagem já produzida. Houve intenção em construir um momento, na prática com os estudantes, em que pudessem acompanhar como a geometria da fotografia muda dependendo de como posicionamos a câmera fotográfica. Daí a importância, também, de se entender a mídia “fotografia” de duas maneiras diferentes: o ato de fotografar e a fotografia em si.

O constructo seres-humanos-com-mídias, então, entende o coletivo pensante com possibilidade de transformações e reorganizações do pensamento, ou seja, que o “computador é visto como algo que molda o ser humano e ao mesmo tempo é moldado por ele” (BORBA, 1999, p.288 apud SOUTO, 2014, p.43); que os atores não humanos moldam as possibilidades que atores humanos têm de produzir conhecimento como esses mesmos atores humanos são moldados a partir dos não humanos (BORBA, 2001). A esse termo, Borba chamou de “moldagem recíproca”, indo ao encontro tanto de Tikhomirov, que fala em integração entre informática e pensamento (1981, apud SOUTO, 2014), quanto de Lévy, pois conforme Villarreal e Borba (2010 apud SOUTO, 2014, p.43), “oralidade, escrita e informática são formas qualitativamente diferentes de estender a memória, e cada uma, à sua maneira, contribui para moldar os seres humanos”.

Borba e Penteado (2017) afirmam, também, que o fato de uma nova mídia ter surgido não significa a exclusão das demais. Ou seja, as tecnologias digitais, ou a linguagem digital, não surgem para acabar com a escrita e a oralidade, mas sim a de complementar um conjunto de linguagens que compõem o coletivo de mídias. Lévy (1993 apud BORBA; VILLARREAL, 2005), por exemplo, definiu oralidade secundária como sendo a oralidade a partir da leitura de algo escrito.

Um dos primeiros aspectos sobre o constructo é considerar que com o surgimento de uma nova tecnologia os espaços de aprendizagem matemática se modificam, podendo novas rotas e explorações investigativas serem realizadas (BORBA; SILVA; GADANIDIS, 2014). Tal afirmação é clara quando conseguimos identificar fases tão distintas sobre a utilização de tecnologias digitais na Educação Matemática e como os espaços em que ocorrem se modificam.

Assim, nosso papel, segundo Borba e Penteado (2017, p.49), “como educadores matemáticos, deve ser o de ver como a matemática se constitui quando novos atores se fazem presentes em sua investigação”. Reconhece-se que o constructo aqui descrito utiliza-se de um pensar com as tecnologias, ou um pensar-com-tecnologias, ao propor práticas envolvendo tecnologias digitais na Educação Matemática. E assim entendemos o papel que elas possuem na presente pesquisa, como atores não humanos não neutros na construção do conhecimento matemático, ao modificarem qualitativamente esse processo.

2.5.2 A Geometria Dinâmica e o GeoGebra

Nessa subseção apresentamos uma justificativa teórica sobre a utilização do software GeoGebra e o porquê dessa tecnologia digital ser um ambiente que pode proporcionar um aprendizado potencializador da produção de conhecimento da presente pesquisa.

Primeiramente, gostaríamos de descrever sobre a Geometria Dinâmica (GD), uma das principais funções que softwares proporcionaram para o ensino de geometria. Segundo Borba, Silva e Gadanidis (2014), a GD é um espaço maleável e manipulativo de construções que proporciona diferentes caminhos para investigação. Nesse espaço, pode-se diferenciar o desenho da construção, ou seja, o desenho, enquanto imagem aparente e a construção enquanto propriedade. Assim, construções realizadas em papel não proporcionam uma verificação de quais propriedades por trás estão presentes; dessa forma, essa diferenciação começa a ocorrer com a Geometria Dinâmica, por meio da *prova do arrastar*. Essa prova é justamente um método de conferir se uma construção realmente é uma construção ou se simplesmente é um desenho de um objeto. Os autores trazem o exemplo do quadrado. Se essa aparente construção passar pela prova do arrastar, ou seja, se arrastarmos cada vértice do quadrado, um por vez, e as propriedades de um quadrado se manterem, de fato trata-se de uma construção; caso não se mantenha, aquela construção não passa de um desenho que não conversa rigorosamente com as propriedades do quadrado.

Dessa forma, os autores apontam para uma perspectiva de um pensar-com-tecnologias, ou seja, nosso pensamento está atrelado ao que o software apresenta, ocorrendo, assim, a moldagem recíproca e a reorganização do pensamento ao inserir atores humanos e não humanos em um ambiente de aprendizado matemático. O constructo que está por trás (seres-humanos-com-mídias) aponta para um desenvolvimento de forma mais completa quando ferramentas que auxiliam estão mais acessíveis, pois segundo os autores, “o conhecimento é gerado e moldado por humanos e por tecnologias que são situados historicamente” (BORBA; SILVA; GADANIDIS, 2014, p.24). Isso significa que, o papel (por exemplo), quando tornou-se mais acessível, permitiu maior desenvolvimento de demonstrações matemáticas, “da mesma forma que simulações foram incentivadas pelos computadores” (BORBA; SILVA; GADANIDIS, 2014, p.24). Ou seja, os seres humanos ao mesmo tempo que criam são influenciados pelas tecnologias, e que parte do nosso trabalho,

enquanto educadores, é “buscar novos tipos de problemas e diversificados tipos de soluções com o surgimento de uma nova tecnologia” (BORBA; SILVA; GADANIDIS, 2014, p.24).

A Geometria Dinâmica, então, como nova tecnologia na primeira metade dos anos 90, necessitava um pensar diferente sobre os cenários e possibilidades que era capaz de produzir em sala de aula. Segundo Borba, Silva e Gadanidis (2014), os problemas que são criados dentro da educação matemática devem estar em simbiose com a tecnologia utilizada, de forma a explorar as potencialidades dessa mesma tecnologia e que não seria possível com outra. Os autores, ainda, reafirmam a necessidade de se evitar o uso domesticado dessas tecnologias, evitando-se cair em questões similares ao que era realizado antes da chegada de uma nova. Dessa forma, a GD entra como uma nova tecnologia capaz de proporcionar ambientes de investigação que expandem a maneira como vemos conteúdos de Geometria. Gravina e Santarosa (1999) percebem o quanto, historicamente, o conhecimento matemático se faz de forma estática, dificultando a construção do significado verdadeiro dos objetos, tornando-o raso, pois se dá através de símbolos e palavras. A tecnologia da informação, então, com o potencial de abranger diferentes extensões como escrita, oralidade, sons, imagens, vídeos e dinamicidade, possibilita novas formas de produzir conhecimento e reorganizar conhecimento, que talvez apenas a oralidade e escrita não conseguiriam. Assim, para as autoras, o conhecimento tirado e construído pelos alunos não passa de uma memorização de formas sob um olhar de uma figura prototípica. Para Gravina e Santarosa (1999), então, as novas tecnologias, ou tecnologias digitais podem proporcionar espaços dinâmicos, em que um mesmo objeto pode ter caráter mutável.

Algumas pesquisas no campo, como as de Gravina (1996), Basso e Notare (2015, 2018), Heinen e Basso (2017) e Thums e Notare (2017), apontam para o quanto trabalhar com Geometria Dinâmica permite a criação de novos espaços de aprendizagem e exploração de propriedades de figuras geométricas, bem como o quanto as respostas que os softwares mostram influenciam em um processo de pensar e repensar os conceitos. Borba, Silva e Gadanidis (2014, p.50) também apontam para a necessidade de repensarmos as formas com que exploramos as ferramentas, pois formam-se “cenários de investigação matemática, ou seja, um ambiente heurístico, de descobertas, de formulação de conjecturas acerca de um problema e busca por possíveis e diversificadas soluções”.

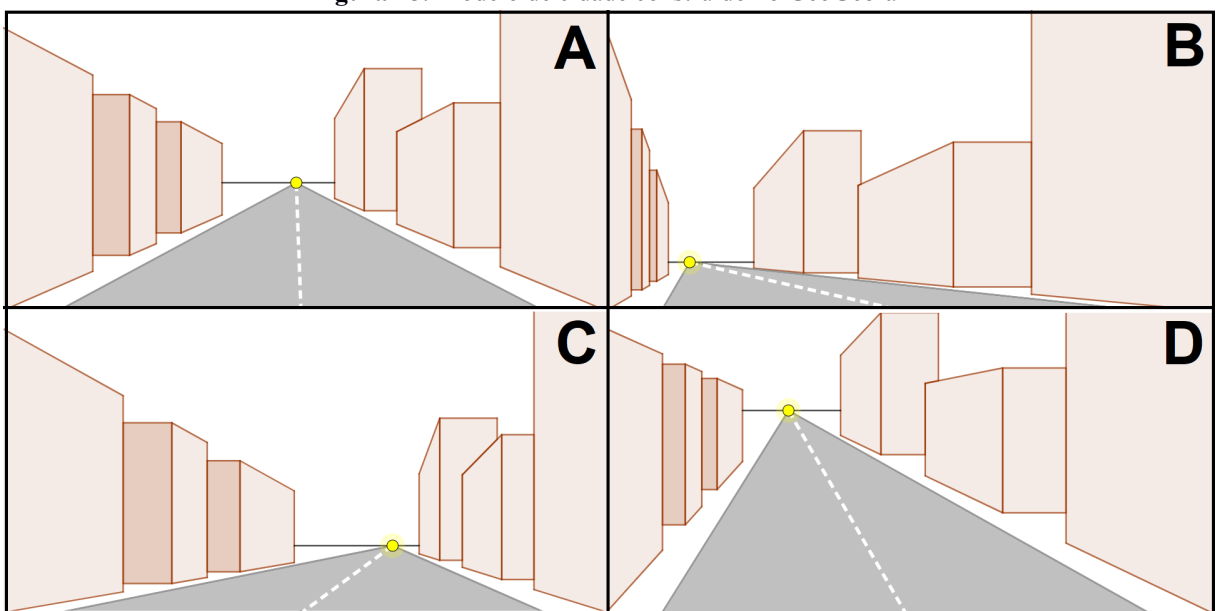
É classificada dentro da segunda fase das tecnologias digitais em educação matemática, com a inserção de softwares como Cabri Géomètre e Geometriks, com exclusiva

linguagem da Geometria Dinâmica. Posteriormente, com a chegada do software GeoGebra, as práticas em educação matemática sofreram uma grande mudança potencializadora, pois a múltipla representatividade (funções), os sistemas de computações algébricas (CA) e a Geometria Dinâmica foram mesclados, classificando-se dentro da quarta fase.

Não se tem uma utilização, na presente pesquisa, da múltipla representatividade (funções) e dos sistemas de computações algébricas (CA), pois o foco se dá dentro da Geometria Dinâmica, utilizando a interface geométrica para realização de construções em Perspectiva Cônica. O fato de utilizar o software GeoGebra se dá por ser um produto gratuito, com uma interface simples e intuitiva, além da popularidade e uma imensa comunidade que contribui para sua melhoria, com atualizações contínuas e bibliotecas de atividades.

Entendemos, então, como ferramenta potencializadora e reorganizadora das práticas da presente pesquisa, ao inserir os alunos em um ambiente em que possam construir modelos em Perspectiva Cônica em que seja possível arrastar pontos de fuga e objetos em um plano simuladamente tridimensional, de modo que seja possível conversar tal modelo com as fotografias e vice-versa. A Figura 28 representa um modelo de cidade criado a partir da perspectiva paralela de um ponto no software GeoGebra. Perceba que para cada um dos quatro recortes que foram feitos da mesma construção, temos uma impressão diferente sobre onde o observador da imagem estaria.

Figura 28: Modelo de cidade construído no GeoGebra



Fonte: arquivo pessoal

No primeiro recorte (A) o observador aparenta estar centralizado na rodovia, olhando em direção por onde ela segue, além de parecer estar muito acima da altura média de uma pessoa; enquanto que no segundo recorte (B) o observador parece estar posicionado mais à esquerda, quase em cima da calçada, e um pouco mais próximo do chão; no terceiro recorte (C) já aparenta estar mais à direita, porém em cima da rodovia, e próximo do chão também; por último, no quarto recorte (D), o observador já aparenta estar mais à esquerda, acima da rodovia, porém em uma altura maior que qualquer outro recorte.

A intenção de trazer esse modelo construído no software GeoGebra é mostrar que, para se chegar no efeito de cada um dos recortes, não precisou-se reconstruir do zero cada modelo. Bastou que, ao construir pela primeira vez, fossem definidas retas, segmentos e polígonos com base em propriedades da perspectiva paralela de um ponto, como linha do horizonte, ponto de fuga, perspectivas, etc.

O objetivo, assim, de utilizar o software com essa função, é o de abraçar ferramentas que possibilitem a dinamicidade das construções que forem sendo feitas, além da dependência que os objetos possuem uns com os outros, pois conforme Borba, Silva e Gadanidis (2014, p.70), “a manipulação e a visualização oferecem caminhos para que possamos perceber que existem relações de dependência entre os objetos”.

Dessa forma, entendo, aqui, que a Geometria Dinâmica possibilita novos cenários para ocorrência de um pensar-com-tecnologias, reorganizando as maneiras de pensar e criar estratégias para se aprender matemática, ao dialogar com o ator humano de forma que tanto ele quanto ator não humano sejam transformados de acordo com as respostas que surgem ao longo do processo.

3 ABORDAGEM METODOLÓGICA



“Imagem: edifícios. Em meio à névoa, edifícios surgem. Abrigam pessoas. Algo foi construído. Para uma construção como essa, a eletricidade é essencial.”

A presente pesquisa tem como objetivo analisar conceitos sobre Perspectiva Cônica que podem ser identificados ao se trabalhar com a fotografia e o GeoGebra na Educação Básica. Também pretendemos discutir as possibilidades da fotografia e das Tecnologias Digitais, bem como dos smartphones, na construção de conceitos de Perspectiva Cônica na Educação Básica. Como objetivos de ensino, pretendemos apresentar a Perspectiva Cônica na Educação Básica, além de promover ambientes de exploração e investigação desses conceitos utilizando a fotografia e o software GeoGebra.

Assim, pretendeu-se constituir um ambiente para realização da pesquisa em que os alunos pudessem explorar e investigar esses conceitos se utilizando de dois outros campos: a fotografia e as Tecnologias Digitais. O tripé da pesquisa, então, envolve conceitos sobre Perspectiva Cônica, a fotografia (e o ato de fotografar), além do software GeoGebra.

Conforme já citado, as práticas possuíram caráter exploratório e investigativo acerca dos conceitos de Perspectiva Cônica e fotografia, mediadas pelas Tecnologias Digitais. Os conceitos de “exploração” e “investigação” aqui utilizados são aqueles definidos por Ponte (2005), sendo classificados como tarefas abertas; e por tarefa aberta o autor define como sendo aquela que “comporta um grau de indeterminação significativo no que é dado, no que é pedido, ou em ambas as coisas” (PONTE, 2005, p.8). Quanto à diferenciação de uma tarefa investigativa e exploratória, o autor define pelo nível de desafio exigido. Enquanto uma tarefa

de investigação possui um grau que considera mais elevado e que exige mais planejamento por parte do aluno antes de iniciar, as de exploração possuem um nível de desafio mais reduzido, em que o aluno pode começar a trabalhar sem um planejamento antecedente (PONTE, 2005).

Conforme Ponte, Brocardo e Oliveira (2016, p.13), “investigar é descobrir relações entre objetos matemáticos conhecidos e desconhecidos”. Ainda segundo Ponte, Brocardo e Oliveira (2016), uma investigação ocorre em volta de problemas, podendo-se dizer que a primeira coisa a se fazer em tarefas investigatórias é identificar o problema. Assim, o planejamento da prática pedagógica, e já descrita de forma geral, segue o modelo exploratório e investigativo acerca dos conceitos de Perspectiva Cônica, pois centra-se em problemas como o de diferenciar e modelar fotografias, reconhecer padrões de construção e fotografar imagens que coincidam com modelos construídos no ambiente digital.

Nesse ínterim, a visão de mundo que influenciou o planejamento das práticas para realização dessa pesquisa estão alinhadas com o referencial apresentado no Capítulo 2, pois considera-se que as Tecnologias Digitais possuem papel importante na possibilidade de remodelar a forma com que se apresentam os conteúdos de matemática; e especificamente falando do conteúdo de Perspectiva Cônica, as Tecnologias Digitais podem fornecer um espaço exploratório e investigativo importante no momento que se entende e a enxerga como copartícipe da produção e reorganização do conhecimento junto dos seres humanos. Aliado a isso, estão as fotografias, que possuem, também, papel importante no processo de exploração e investigação dos conceitos de Perspectiva Cônica. Pretende-se, então, analisar a maneira como os estudantes se organizaram e avançaram durante esse processo; as mudanças de rumos, decisões e estratégias utilizadas enquanto trabalhavam com fotografias, Perspectiva Cônica, Tecnologias Digitais.

Assim, faz sentido enquadrarmos essa pesquisa como uma pesquisa qualitativa. Segundo Bogdan e Biklen (1994, p.48), a “investigação qualitativa é descritiva” e “os dados recolhidos são em forma de palavras ou imagens”. Esse tipo de pesquisa se diferencia, também, pelo fato de considerar, na análise de dados, cada detalhe percebido e registrado, evitando a redução dos dados a números e símbolos (BOGDAN; BIKLEN, 1994). Tal método se enquadra no que tange a não ignorar as pistas e sinais que os alunos irão mostrar ao longo das práticas, pois cada um desses sinais representa algum aspecto relacionado à aprendizagem, fazendo parte do processo.

3.1 Dados

Os dados produzidos nesta pesquisa foram obtidos por meio de um caderno de campo, de gravações de áudio, de arquivos de apresentação de imagens (como o PowerPoint) e de arquivos produzidos no GeoGebra e de fotografias tiradas pelos alunos e pelo professor-pesquisador.

O caderno de campo consistiu na anotação de expressões dos alunos (expressões faciais ou gestos), maneiras como eles se organizaram na sala, além do registro de comentários junto de alguma pré-análise que chamava mais atenção. Os áudios produzidos foram gravados pelo smartphone do professor-pesquisador, o smartphone dos alunos e um gravador profissional; os áudios gravados pelos smartphones dos alunos foram transferidos por meio do aplicativo *WhatsApp*. Os arquivos relativos às apresentações em PowerPoint e do GeoGebra foram produzidos pelos alunos por conta das próprias práticas, sendo salvos nos próprios computadores utilizados por eles e passados para o professor-pesquisador por meio de um pendrive. As fotografias por eles produzidas também foram transferidas pelo aplicativo *WhatsApp*.

3.2 Cenário da pesquisa

Inicialmente a pesquisa havia sido planejada para ser aplicada em apenas uma turma de 3º ano de Ensino Médio; por conta de dificuldades, principalmente na produção de dados (dificuldades essas que serão levantadas melhor na próxima seção), optou-se por fazer uma segunda produção, transformando a primeira em uma prática piloto.

Assim, o restante dos escritos dessa pesquisa (cenário da pesquisa, bem como as práticas e análise) foi organizado dentro dessas duas práticas: a Prática Piloto, e a Prática Final. As práticas foram realizadas, respectivamente, em julho de 2019 e janeiro de 2020 com duas turmas de 3º ano de Ensino Médio da Escola Estadual de Ensino Médio Roque Gonzáles, uma escola pública da zona sul de Porto Alegre em que o professor-pesquisador atuou como docente titular de maio de 2018 a janeiro de 2020. A escola possuía⁶ apenas turmas de Ensino Médio, com cerca de 648 alunos matriculados e distribuídos em 19 turmas nos três turnos no ano letivo de 2019, conforme dados da própria escola. Quanto à

⁶ As próximas informações da escola são referentes ao ano letivo de 2019.

infraestrutura, possuía oito salas de aula equipadas com projetores de vídeo e climatizadas com ventiladores, além de uma sala de vídeo, informática, uma biblioteca e sala de arte, sendo cada uma climatizada com ar condicionado. A escola não contava com conexão wi-fi liberada aos alunos, estando disponível (com funcionamento inconstante) apenas para funcionários e professores. A sala de informática continha cerca de 30 *netbooks* com o Sistema Operacional Windows 7 instalado, sendo que metade deles estava em bom funcionamento e com conexão à internet, e a outra metade com problemas de inicialização ou *malwares*; nenhum dos computadores possuía o dispositivo mouse. Tal detalhe dificultou a forma com que os alunos trabalharam com o software GeoGebra, porém os *netbooks* possuem uma caneta *touch* específica que pode ser utilizada nas telas dos computadores como um complemento ao *touchpad*.

A prática piloto, realizada em julho de 2019, antes do recesso de inverno, foi aplicada durante a grade horária regular dos alunos, com uma das turmas de 3º ano de Ensino Médio da escola, no turno da tarde, em que o professor-pesquisador lecionava a disciplina de matemática. A maioria das aulas foram aplicadas em uma sequência de dois períodos dentro da própria disciplina, perdurando duas semanas. O convite para participação da pesquisa foi feito para toda a turma, e durante os quatro dias de prática 17 alunos e alunas participaram da pesquisa, divididos em cinco grupos por afinidade, sendo que apenas 8 deles participaram de toda a prática.

A prática final foi realizada em janeiro de 2020, no período de recuperação dos dias letivos de uma greve do funcionalismo do estado do Rio Grande do Sul⁷. Foi aplicada com a outra turma de 3º ano de Ensino Médio da escola do turno da tarde, numa grade horária diferenciada, em tom de oficina e final de ano letivo. O professor-pesquisador, conversando com a diretora da escola, conseguiu elaborar um horário especial com a turma de modo que conseguisse 8 períodos de aula em dois dias consecutivos. O convite foi feito para toda a turma, por meio do aplicativo *WhatsApp*. No fim, foram 8 alunos que se propuseram a

⁷ “A ameaça do governador Eduardo Leite de cortar o ponto dos professores grevistas [...] não surtiu efeito entre a categoria, em greve há seis dias: [...] o movimento se ampliou, atingindo agora 1.533 escolas – das quais 773 totalmente paradas. Isso significa cerca de 65% de toda a rede pública de ensino do Estado. [...] A greve é pela regularização do pagamento dos salários, por reajuste imediato e contra o pacote de reforma administrativa enviado pelo governo à Assembleia no dia 13 de novembro. [...]. As carreiras de Estado justificam que serão afetadas diretamente pelo arrocho que resultará das medidas propostas pelo governo, entre elas a redução salarial devido à cobrança de alíquotas previdenciárias de aposentados e a incorporação de vantagens ao piso salarial do magistério, como forma de iludir a sociedade gaúcha sobre o cumprimento da lei” (ILHA, 2019).

participar da pesquisa, sendo que os 8 participaram de toda a prática, divididos por afinidade em dois grupos com 4 alunos cada.

3.3 As práticas que conduziram a pesquisa

Primeiramente, é importante destacar que o planejamento das práticas sofreu modificações da Prática Piloto para a Prática Final. Os resultados obtidos na primeira delas influenciaram nas mudanças realizadas no planejamento da segunda. Assim, será apresentada, em duas subseções, os planejamentos realizados em cada uma das práticas separadamente.

Os motivos da realização de uma segunda produção de dados, transformando a primeira delas em prática piloto, e importante a ser destacado aqui, passaram por problemas na produção dessas informações, atividades da escola acontecendo no mesmo espaço em que ocorriam as práticas e atividades não esperadas da produtora contratada pelos 3^{os} anos da escola para sua formatura. As dificuldades relativas à produção de dados se deram pelo fato de se ter utilizado os celulares dos próprios alunos para gravar os áudios. A maneira encontrada para receber os arquivos foi através do aplicativo *WhatsApp*, como já destacado, porém nem todos os grupos enviaram os áudios, mesmo solicitando-os. Alguns, ainda, excluíram o áudio alegando que a qualidade estava baixa, não chegando nem a enviar. Houve um grupo que enviou o seu áudio, porém na hora de fazer o download do arquivo, o aplicativo apontava que o remetente já havia excluído o arquivo original do seu celular. Outra dificuldade com a produção de dados foi em relação aos áudios gravados durante as práticas com o GeoGebra. Ficou inviável conseguir analisar, de maneira adequada ao referencial teórico desta pesquisa, utilizando apenas dados não visuais, pois foi difícil compreender o que estava acontecendo no GeoGebra apenas por áudio.

Outra dificuldade foi em relação ao espaço do laboratório de informática durante as práticas. A princípio, esse espaço estaria reservado apenas para realização da pesquisa, porém nos quatro dias de realização das práticas o espaço teve que ser compartilhado com alunos que estavam em estudos compensatórios de falta (alunos que estavam realizando trabalhos para compensar a infrequência no 1^o trimestre letivo da escola). Compartilhar o espaço impediu poder deixar os grupos mais afastados (para melhorar a gravação dos áudios), bem como reduziu o número de computadores em funcionamento. Outra dificuldade foi em relação ao interrompimento da pesquisa com eventos da produtora da formatura (seção de

fotos), bem como o lanche diário que os estudantes realizam durante as aulas pelo fato da escola não contar com um refeitório apropriado.

Tais eventos e dificuldades, depois de organizados os dados produzidos, como consequência, fizeram com que se aplicasse novamente a pesquisa com outra turma. Essa nova oportunidade permitiu, também, que se refizessem algumas práticas, deixando-as mais objetivas, além de eliminar outras, que pareceram, depois de aplicadas, não terem funcionado, dados os comentários dos próprios alunos da primeira turma.

O planejamento das práticas, em geral, objetivou criar ambientes de exploração e investigação de conceitos básicos sobre Perspectiva Cônica, englobando os três principais tipos: perspectiva de um ponto de fuga, perspectiva de dois pontos de fuga e perspectiva de três pontos de fuga. Tais conteúdos, e sendo o objetivo e intenção principal da pesquisa, deveriam ser apresentados utilizando a fotografia como principal artefato, junto das Tecnologias Digitais. Assim, o planejamento se deu na tentativa de envolver esses três campos (fotografia, Perspectiva Cônica e Tecnologias Digitais) ao mesmo tempo. Os alunos e alunas deveriam se dividir em grupos de até quatro pessoas, mantendo a formação até o final das práticas, com essas ocorrendo em ambientes que passaram pelo laboratório de informática, sala de vídeo, rua e sala de aula.

Um ponto a ser levantado e discutido, antes de apresentar os planejamentos, é o porquê de utilizar o GeoGebra em computadores e não em dispositivos móveis. A falta de mouses nos computadores da escola era um motivo para que ocorresse o contrário, ou seja, que se planejasse as práticas apenas utilizando celulares. Entretanto, o aplicativo GeoGebra, disponível para dispositivos iOS e Android, embora uma interface mais convidativa para o público em que estava sendo realizada a pesquisa (por já terem trabalhado algumas vezes com o conteúdo de Geometria Euclidiana), não possui a opção de inserir imagens dentro do programa, o que comprometia um dos momentos das práticas da presente pesquisa, as quais serão apresentadas a seguir.

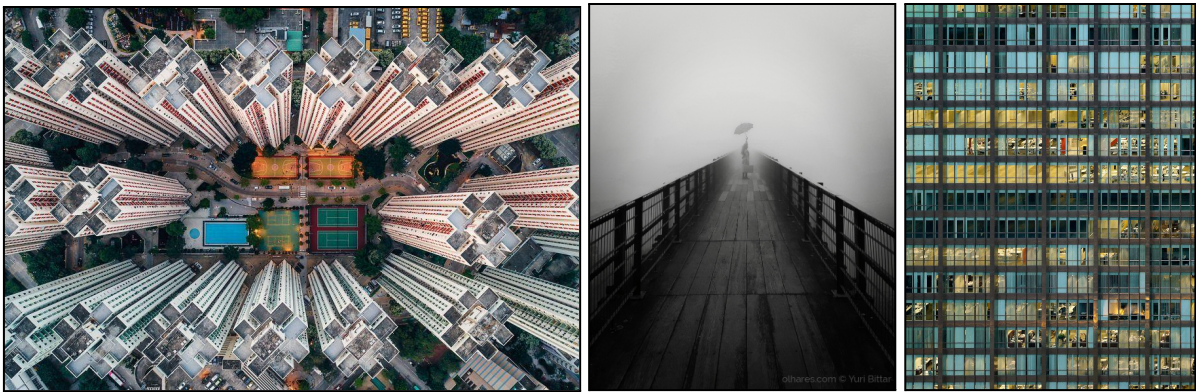
3.3.1 Prática Piloto

A prática piloto foi inicialmente planejada para ocorrer em quatro aulas de dois períodos de 50min cada. Foi dividida em quatro momentos, sendo eles:

Momento 1

Já divididos em seus grupos, e dentro do laboratório de informática, os alunos e alunas receberam dois computadores por grupo, contendo 29 fotografias com diferentes composições, sendo que o critério de escolha dessas fotografias envolvia a profundidade. Deste modo, havia aquelas em que não estava muito clara se a maneira como foi tirada a fotografia tinha a intenção de demonstrar profundidade, aquelas em que a profundidade estava bem clara, e aquelas que não tinham a intenção de demonstrar profundidade, conforme exemplos que seguem, respectivamente.

Figura 29: Exemplos de fotografias utilizadas



Fonte: a pesquisa

O objetivo do primeiro momento era o de cada grupo classificar as fotografias utilizando os critérios que quisessem. Ao final, deveriam criar uma apresentação que contivesse as categorias criadas, as fotos e uma pequena explicação sobre os critérios utilizados para cada categoria.

Momento 2

O segundo momento da prática foi dividido em duas partes, sendo a primeira parte realizada na sala de vídeo, tendo característica dialogada e expositiva do conteúdo, bem como de discussão daquilo que os grupos apresentaram no momento anterior. A apresentação realizada pelo professor-pesquisador, nessa primeira parte, continha algumas imagens para trazer à tona a discussão de profundidade, assim como estabelecer os conceitos mais básicos do conteúdo, que era o de trazer o que era ponto de fuga, linha de fuga e linha do horizonte. O final da apresentação consistia em trazer um pouco da diferença entre os três tipos principais de Perspectiva Cônica (de um, dois e três pontos de fuga).

A segunda parte desse momento foi realizada no laboratório de informática, e cada grupo deveria escolher pelo menos duas fotografias (do conjunto de fotografias do primeiro momento) em que a profundidade estivesse bem evidente para identificar linhas de fuga, ponto(s) de fuga e linha do horizonte dentro do software GeoGebra. Uma das fotografias deveria ter um ponto de fuga e a outra deveria ter dois pontos de fuga. Posteriormente deveriam salvar os arquivos para passar ao professor-pesquisador.

Momento 3

O terceiro momento também foi dividido em duas partes, sendo a primeira realizada na rua, em que cada grupo, com seus celulares, deveria fotografar imagens em que a profundidade ficasse bem evidente, selecionando as que mais tivessem ficado evidente a profundidade.

A segunda parte desse momento foi o de modelar uma das fotografias selecionadas, anteriormente, no GeoGebra, de modo que pudessem arrastar o ponto de fuga e as demais linhas construídas na imagem mantivessem a perspectiva de acordo com os conceitos até então trabalhados.

Momento 4

O quarto momento consistia em cada grupo produzir três fotografias de um objeto concreto similar a um paralelepípedo retângulo, de modo que uma fotografia fosse tirada com um ponto de fuga, outra com dois pontos de fuga e a terceira fotografia com três pontos de fuga.

3.3.2 Prática Final

Já para a Prática Final, dividimos-a em três momentos, sendo utilizados 6 períodos de 50 minutos cada.

Momento 1

O momento 1 da Prática Final foi mantido como na Prática Piloto, tendo também ocorrido no Laboratório de Informática, por conta do nível de discussão entre os membros do grupo que ocorreu, tendo produzido dados para posterior análise de valor para a pesquisa.

Momento 2

A primeira parte do momento 2, da Prática Final, se caracterizou como sendo a mesma parte expositiva da Prática Piloto, sendo realizada também no Laboratório de Informática. Na Prática Piloto existiu uma etapa posterior, em que os alunos tiveram de escolher duas fotografias, do conjunto de fotografias do primeiro momento, para analisar. Essa parte foi suprimida da Prática Final, pois consideramos que os objetivos já seriam trabalhados no momento 3.

Na segunda parte desse momento, os alunos foram convidados a ir para a rua para produzir fotografias em que a profundidade estivesse bastante evidente, como foi na Prática Piloto.

Momento 3

Novamente no Laboratório de Informática, os grupos foram convidados a selecionar, primeiramente, uma fotografia, depois outra, e modelá-las no software GeoGebra, da mesma maneira que ocorreu na segunda parte do momento 3 da Prática Piloto. A modelagem, aqui, envolve reconstruir os principais objetos (ou objetos mais aparentes) do enquadramento da cena fotografada. Em tais reconstruções, os estudantes deveriam não só refazer os desenhos utilizando segmentos, retas, pontos e polígonos no GeoGebra, mas criá-los com base nas propriedades de Perspectiva Cônica, de modo que fosse possível, ao final, mexer o ponto de fuga e os objetos em cena se movimentarem.

Assim, foi finalizada a Prática Final com os alunos modelando as fotografias produzidas por eles mesmos no GeoGebra, excluindo o quarto momento da Prática Piloto. No quarto momento da Prática Piloto, os alunos tinham de produzir uma fotografia com cada tipo de Perspectiva Cônica com objetos similares à paralelepípedos retângulos. Tal momento foi excluído por não ter finalizado de uma maneira que fizesse sentido com a pesquisa e com os seus três campos, que são: fotografia, Perspectiva Cônica e Tecnologias Digitais. O principal

momento da pesquisa era o de modelar as fotografias no GeoGebra, portanto, deveria ser o momento final.

Não se fez necessário esse quarto momento, também, pelo fato dos alunos já terem produzido fotografias com os diferentes tipos de Perspectiva Cônica quando estavam na rua, na segunda parte do Momento 2.

4 ANÁLISE DOS DADOS



“Imagem: um enquadramento de plantas. Diferentes direções e tamanhos. Há movimento por conta do vento.”

A análise do material produzido será realizada tendo em vista o objetivo da presente pesquisa, que é o de analisar conceitos sobre Perspectiva Cônica que podem ser identificados ao se trabalhar com fotografia e o GeoGebra na Educação Básica. Para realizar essa análise, tomamos como base o constructo seres-humanos-com-mídias. Como objetivos específicos, pretende-se discutir as possibilidades da utilização da fotografia e das TD (GeoGebra, câmeras fotográficas) na produção de conceitos de Perspectiva Cônica.

Tomaremos como unidade de análise o coletivo seres-humanos-com-fotografias-e-GeoGebra, o qual é moldado de acordo com as mídias utilizadas na pesquisa. Assim, pretendemos promover uma análise que busque responder o seguinte questionamento: que conceitos matemáticos sobre Perspectiva Cônica são produzidos por um coletivo seres-humanos-com-fotografias-e-GeoGebra? Em ordem cronológica, os excertos trazidos aqui serão aqueles em que surgiram discussões voltadas para definições que o grupo esteja fazendo de Perspectiva Cônica, bem como do papel do GeoGebra na exploração e investigação desses conceitos e análise com base em seres-humanos-com-mídias.

Como já relatado, a Prática Final foi realizada com dois grupos, cada um com quatro estudantes. O Grupo 1, composto de quatro meninas, tinha muita afinidade. Nas aulas regulares de matemática sentavam-se sempre juntas, e eram bem unidas. A percepção que se

teve após a Prática Final da pesquisa é que o Grupo 1 não realizou discussões aprofundadas. Muitas das decisões e encaminhamentos tomados por alguém do grupo eram bem recebidos e aceitos pelas demais. Em muitos momentos, os encaminhamentos não eram discutidos ou comentados, o que dificultou, por exemplo, entender o que as meninas realizaram na aula que envolvia o GeoGebra, pois o áudio e o arquivo do programa não foram suficientes.

Portanto, para a análise da Prática Final, foi escolhido o Grupo 2. De fato, foi uma escolha intencional, desde o final da Aula 1; tanto que o único gravador profissional que estava sendo utilizado na Aula 1 estava com o Grupo 1, porém na Aula 2 foi colocado no Grupo 2, já antecipando a decisão. A escolha foi realizada pelo fato do grupo ter realizado discussões que possibilitaram extrair uma quantidade suficiente de informações para ser realizada a análise. O grupo, também, conseguiu, ao longo das discussões, ir identificando quais fotos estavam discutindo, o que deixou o trabalho de análise menos “às cegas”.

4.1 Análise do Grupo 2 da Prática Final

A primeira aula foi destinada para o Momento 1 da Prática Final, e a segunda para os Momentos 2 e 3. A Prática Final, como já destacado, teve um formato de oficina, pois ocorreu em horário especial e em semana de término do 3º trimestre do ano letivo. Muitos dos alunos que participaram dessa prática já estavam aprovados em todas as disciplinas. Por ser em formato de oficina, o professor-pesquisador estava na escola algumas horas antes do início e pôde preparar o laboratório para receber os alunos. A preparação envolveu selecionar os *netbooks* que estavam funcionando corretamente, deixar o material da primeira aula já salvo, instalar o software GeoGebra e testar se tudo estava funcionando. Também se fez a instalação de um projetor de vídeo que se encontrava guardado em uma caixa na sala da direção da escola⁸, não tendo sido necessário levar os alunos para a Sala de Vídeo que ficava em outro prédio. Nessa preparação da sala também foi possível fazer funcionar o ar condicionado, o que foi essencial para criar um ambiente propício e cômodo para os participantes, dada a temperatura elevada que fazia no dia.

O Grupo 2 não era composto por estudantes que normalmente se sentavam juntos na sala de aula regular. Formado pelos alunos C e G (que tinham uma afinidade, e sentavam em

⁸ O projetor, que ficava guardado na sala da direção, tinha seu uso em situações como essa, além de conselhos de classe e reuniões diversas promovidas pela escola, pois nem sempre os projetores das salas de aula funcionavam perfeitamente.

um dos cantos da sala de aula regular), e pelas alunas A e F (que tinham outra afinidade, se sentando no canto oposto). Embora não sentassem juntos, e tivessem duas sintonias diferentes (personalidade, gostos, etc.), eram alunos e alunas que se davam bem e sem grandes conflitos, característica da turma inteira.

4.1.1 Aula 1 (07/01/2020)

Momento 1

O Grupo 2, na primeira e segunda aulas, era composto pelos alunos A, C, F e G. A primeira aula ocorreu no Laboratório de Informática. Cada grupo dispunha de dois *netbooks*, e quando a prática foi iniciada o aluno C não estava presente ainda; assim, o aluno G ficou com um *netbook*, e as alunas A e F com outro.

Foram organizados, também, os aparelhos para gravação. Na Prática Final não foi solicitado que os alunos utilizassem seus celulares para gravação do áudio. O professor-pesquisador dispunha de um gravador profissional e o seu próprio celular. Por se tratar de apenas dois grupos, cada aparelho ficou em um espaço. O G2, na primeira aula, começou com o celular como gravador. Quando o G1 terminou sua atividade, foi colocado, também, o gravador profissional com o G2.

Após os grupos terem se organizado, foi iniciada a explicação do Momento 1. Consistia, como já comentado, em cada grupo classificar o conjunto de fotografias (que já se encontrava em uma das pastas, em cada *netbook*). Eles poderiam classificá-las da maneira que quisessem, contanto que houvesse algo que explicasse as classificações, montando, ao final, uma apresentação com as fotografias. Temos, nesse Momento 1, a integração coletiva de seres humanos, fotografias e computadores, que será identificado como sendo o coletivo de **seres-humanos-com-fotografias**.

Dada a explicação, o primeiro comentário foi sobre as características do conjunto de fotografias. A primeira manifestação acerca do conjunto de fotos foi feita pelo aluno G:

G — São várias (fotos) de trilhos.

O comentário sobre o conjunto de fotos chama a atenção, pois dentre as 29 fotos do conjunto total, 3 delas possuem trilhos de trem como objeto principal da composição fotográfica. Também podemos questionar se de fato a palavra “trilhos”, a qual o aluno fala,

refere-se a trilhos de trem. Uma possibilidade é que ele esteja se referindo a caminhos e estradas também, o que expande consideravelmente o número de fotos com essa composição. A percepção do aluno talvez tenha surgido no primeiro momento em que abriu a pasta com todas as fotografias em miniaturas, relacionando aquelas com um ponto de fuga, e utilizando a nomenclatura inicial de “trilhos”.

Seguindo, o próximo diálogo é iniciado pela aluna F, que questiona o objetivo da atividade para o grupo. Segue excerto:

F — A gente tem que dar uma característica para todas elas?

G — Não, a gente tem que juntar elas em grupos, e explicar por que elas estão no mesmo grupo. A gente tem um monte de trilho, porque a gente juntou elas.

F — Então vamos decidir em qual grupo. G monta no Power Point, e a gente vai juntando as fotos aqui, pode ser?

[...]

F — Tá, tu faz aí no Power Point que a gente vai olhar as fotos aqui.

[..]

G — Power Point ou Word?

F — PowerPoint.

G — Porque o Word dá pra colocar uma imagem do lado da outra.

F — É, PowerPoint é chato.

G — Power Point é chato.

É interessante notar a primeira pergunta da aluna F. Ela estava em dúvida, pois achou que o grupo deveria dar uma característica para cada uma das 29 fotos. Rapidamente o aluno G responde seu questionamento, explicando o objetivo da tarefa, que era o de “juntar elas em grupos” e “explicar por que elas estão no mesmo grupo”. Finaliza dando um exemplo, daquele primeiro comentário, sobre trilhos. A aluna F responde decidindo como será a organização de trabalho no grupo. É interessante notar aqui também que ela parece se referir à estratégia de criar grupos primeiramente, e depois colocar as fotografias. Também define que o aluno G será o responsável de montar o Power Point (o que acabou não acontecendo, como veremos mais tarde), e que ela e a aluna A iriam juntar as fotografias. O aluno G, então, sugere a plataforma Word, alegando que era mais fácil colocar uma imagem ao lado da outra. F concorda com a opinião de que o PowerPoint é “chato”.

O próximo diálogo é sobre uma outra característica que chamou a atenção da aluna A. Segue excerto:

*A — Essa aqui, a número 1, tem as mesmas proporções que essa aqui, a de número 3.
 G — O ângulo também é igual.
 F — É.*

A aluna A destaca que a Foto 1 possui “as mesmas proporções” que a Foto 3. O aluno G e a aluna F também concordam. Para entender a expressão da aluna, é importante trazermos essas duas fotografias.

Figura 30: Fotos 1 e 3, respectivamente



Fonte: a pesquisa⁹

Notamos que a observação da aluna faz sentido, pois ambas fotografias se assemelham a construções com dois pontos de fuga. O reconhecimento de padrões é uma estratégia para entender as diferentes perspectivas, de acordo com o número de pontos de fuga. É importante destacar a expressão “mesmas proporções” utilizada pela aluna; pode ser que ela tenha feito a relação de que ambas imagens vão diminuindo para cada lado. Também é importante destacar o conceito de “ângulo” que o aluno G trouxe. Aqui, ângulo foi entendido, por nós, como a direção que uma fotografia foi tirada de um objeto, o que pode remeter à ideia das diferentes perspectivas (um ponto, dois pontos e três pontos de fuga).

A aluna F, como veremos no próximo excerto, dá início à visualização de cada uma das fotos, começando pelas três primeiras.

⁹ As fotos trazidas a partir de agora fizeram parte da pesquisa, por isso utilizaremos o termo “a pesquisa”. As referências de cada fotografia estão presentes no Anexo A - Conjunto de fotografias. Caso uma imagem não tenha sido utilizada durante a pesquisa, e esteja presente para fins explicativos de algum termo, será referenciada normalmente.

F — Tá, vamos ver, foto por foto. Não dá pra aumentar? Tá, deixa assim. Primeira (foto), posso passar?

A — Pode.

F — Segunda? Que louca né?

G — Terceira.

F — Terceira. Só que essa não entendi bem, essa é normal pra mim.

A — Não, ela é igual a do xadrez.

F — Tá ela é igual, mas não vi nada de muito especial nela.

G — As coisas vão tendo fim.

A — Tá diminuindo aqui ó. As ruas.

G — Tá diminuindo... as ruas.

A — Elas vão ficando pequenininhas.

F — Ah tá, só isso. O zoom tá dando só pra frente.

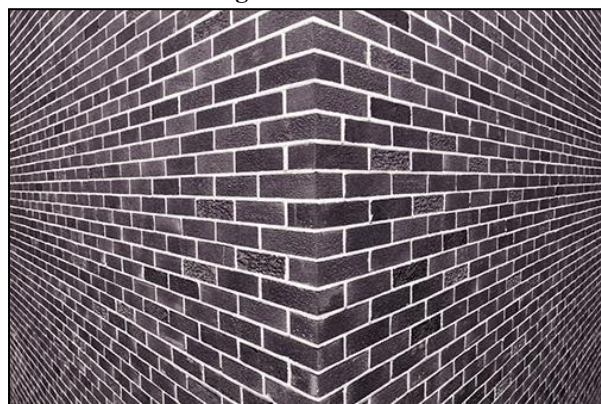
Mesmo a aluna F concordando com a aluna A no excerto anterior ao último, quando a aluna A relacionou a Foto 1 com a Foto 3 por terem “as mesmas proporções”, aqui a aluna F diz que não entendeu muito bem a terceira foto. Vemos que a aluna A novamente fala que a Foto 3 tem relação com a Foto 1, ao dizer que “ela é igual a do xadrez”. O aluno G traz uma definição bastante interessante sobre a foto, que se relaciona com profundidade. Ele argumenta que na Foto 3 “as coisas vão tendo fim”. E tanto o aluno G quanto a aluna A argumentam que as ruas vão diminuindo, e que vão ficando menores. Uma clara referência à profundidade, pois quanto mais distante um objeto está do visualizador, menor ele fica.

No próximo excerto, a aluna F questiona a Foto 6, e o aluno G afirma que ela lembra a fotografia do prédio (Foto 3). Segue excerto e fotografia.

F — O que a gente vai responder nessa aqui. O que tem de especial nela?

G — Essa aqui lembra a do prédio. A fotografia número 6 lembra a fotografia do prédio.

Figura 31: Foto 6



Fonte: a pesquisa

Novamente, a comparação entre as Fotos 1, 3 e 6 é feita de maneira que coincide com o conteúdo de Perspectiva Cônica, pois tratam-se da perspectiva de dois pontos de fuga. O

fato de conseguirem comparar essas três fotografias (com todas elas se assemelhando à perspectiva de dois pontos) não é por acaso. O grupo utilizou termos como “mesmas proporções” e “ângulo igual” para compará-las, podendo estar se referindo ao fato do plano da imagem não estar paralelo aos planos dos principais objetos em cena (tabuleiro, prédio e parede, respectivamente nas Fotos 1, 3 e 6).

Mais que enxergar as semelhanças entre as fotografias, é interessante reconhecer quando uma fotografia não segue o mesmo padrão. O questionamento da aluna F sobre a Foto 4 traz a característica identificada nas outras, pois ela pergunta se “essa daqui (Foto 4) tem alguma coisa que tá diminuindo”, conforme excerto a seguir. Assim, constrói-se uma primeira maneira de classificar as fotografias: se os objetos em cena estão diminuindo ou não. Segue excerto, com essa passagem, e Foto 4.

F — Tá, mas essa daqui (Foto 4) tem alguma coisa que tá diminuindo?
G — Não.
F — Tá bom, vamos pra outra.

Figura 32: Foto 4



Fonte: a pesquisa

Percebe-se que a pergunta surge em uma fotografia sem profundidade (Foto 4). A referida fotografia foi tirada em direção ortogonal a um dos lados de um prédio, o que produz o efeito da não profundidade por não aparecer nenhum outro elemento a não ser, justamente, a lateral do prédio. O estranhamento acerca da Foto 4 — ou a conclusão de que não existe nada diminuindo — é reforçada quando eles analisam uma fotografia que foi tirada de cima, em direção ao solo (foto não identificada), comparando ambas e criando uma possível categoria. Segue excerto.

F — Ah, já sei. Tá, olha só, essa daqui é de cima, né? Aquela outra dos pequenininhos (Foto 4) só tava mostrando diferente. Só tava mostrando o ângulo normal. Tem umas que tá mostrando a ilusão, e outras que ele mostra o ângulo normal.

G — Isso, aqui tá o central park vista de cima (Foto 19), e aqui o central park de outro ângulo (Foto 21).

F — Uhum. É, aquela lá (Foto 4) que a gente não viu nada era normal. Tem umas que é normal e umas que é ilusão.

Figura 33: Foto 19 e 21, respectivamente



Fonte: a pesquisa

O aluno G busca duas fotografias que estão mais adiante na lista, com intuito de reforçar que existem fotos vistas de cima, que recebem, no momento, o nome de “normal”, e fotos que possuem “ilusão”. O grupo, ao longo da atividade do Momento 1, utilizou o termo “ilusão” em diversos momentos, porém sempre com o mesmo significado: quando os objetos em cena diminuem; foi utilizada tanto em fotografias em perspectiva de um ponto quanto em perspectivas de dois pontos, ou seja, quando o efeito de profundidade era notável.

Até o momento, podemos identificar duas possíveis categorias que o coletivo seres-humanos-com-fotografias estaria tendendo a criar e organizar as fotografias: **fotos normais** e **fotos com ilusão**. Fotos normais seriam aquelas sem profundidade, e as com ilusão fotos com profundidade. Você pode estar se perguntando se essas categorias se mantiveram ao longo da atividade. Posso adiantar que não. As duas categorias sofreram mudanças de nome, de significados e ramificações ao longo das discussões, como veremos nos próximos excertos. Além disso, o coletivo seres-humanos-com-fotografias já iniciava um processo de comparação de fotografias que “tinham as mesmas proporções”, no caso as fotografias em perspectiva de dois pontos de fuga, porém sem ainda formalizá-las.

O próximo excerto mostra uma percepção da aluna F sobre a Foto 19. Tal percepção tem relação com a primeira ramificação que as fotografias ditas “normais” (sem profundidade) sofreram. Segue excerto.

A — A de número 19 parece que plantaram essa parte da natureza no meio da cidade.

F — Essa é bem importante. Se a gente comparar, os prédios tão levemente torto. Parece que eles são assim ó (gesto que não tem como identificar). Sabe manga, quando tu corta e aí tu abre? Aí elas ficam tudo abertinha assim pros lados? Parece isso, né? Olha só, os prédios são tudo levemente torto em volta deles, por que se parecem né, na verdade não são.

A aluna F primeiramente percebe que é possível visualizar as faces dos prédios que estão na ilha de Manhattan, em NY (esse apontamento também será realizado posteriormente, porém pelo aluno C, que chegou atrasado nessa aula). Por ter sido tirada ortogonalmente em direção ao solo, a fotografia não teria profundidade aparente; entretanto, por conta dos prédios que se assemelham a paralelepípedos, podemos identificar a perspectiva de um ponto de fuga, com o ponto estando no centro da imagem, o que implica na possibilidade de visualizar as laterais dos edifícios.

Tal efeito foi apontado pela aluna F, comparando-o com o que acontece quando cortamos uma manga. A princípio o professor-pesquisador não tinha entendido, porém em um momento posterior, em que foi apontada novamente a comparação com a manga, a aluna foi questionada. Existe um tipo de corte dessa fruta, conforme imagem que segue.

Figura 34: Manga cortada em cubos



Fonte: https://br.freepik.com/fotos-premium/manga-cortada-em-cubos-na-mesa-branca_8695787.htm

É possível notar semelhanças, porém também diferenças. A diferença entre a Foto 19 e a manga cortada é que na primeira os prédios estão no plano, e o efeito dos prédios se dá por conta que a dimensão referente à altura são retas paralelas e ortogonais ao plano do chão, criando um efeito de perspectiva paralela de um ponto de fuga. Enquanto na manga cortada, os “cubos” não estão em um mesmo plano.

Tal percepção contribuiu para que, posteriormente, as Fotos 12 e 19 saíssem da categoria “normal” e fossem para uma nova categoria denominada “manga”. Essa categoria será, em breve, definida pelo grupo, e será trazida novamente mais tarde.

Após a primeira discussão sobre fotos que parecem mangas cortadas, o aluno G faz uma observação que muda a forma com o que o grupo irá organizar as fotografias mais adiante. O aluno G relata que existem fotografias que são finitas, e por consequência, outras que são infinitas. Segue excerto.

G — O que que eu penso. Tem fotos que são finitas, que acabam. Ó, que nem essa aqui (Foto 2), parece que ela acaba, né?

A — Não, parece que continua.

C — Eu também achei.

A — Eu não tô vendo o fim do trilho.

G — Não, na minha perspectiva parece que acaba.

A — Tua perspectiva tá errada, G.

Figura 35: Foto 2



Fonte: a pesquisa

Ele relaciona fotos que são finitas/acabam/que se fecham, e a outra categoria seria fotos que são infinitas/não acabam/ que não se fecham. Eles continuam a discussão levantada por G, porém o contrariam.

F — Dá pra ver lá lá lá o horizonte. Lá lá lá.

A — É, mas não dá pra ver o final do horizonte. Tu sabe que tem um final, mas tu não consegue ver ele.

F — Eu acho que a impressão que eu tenho é que só vai, não que acaba.

G — Minhas perspectivas nunca estão erradas, às vezes elas são diferentes, mas nunca erradas.

F — Mas olha só, ele se une tanto que parece que fecha, né.

G — Não parece não, vocês estão erradas.

A — É, mas não parece que ele se fecha.

F — Não, parece que ele se fecha, só não parece que ele acaba. A gente sabe que ele não acaba.

O restante do grupo rebate o que G falou, dizendo que a impressão que se tem na Foto 2, na verdade, é que não acaba. No excerto anterior as alunas F e A também trazem a ideia de horizonte, para tentar ajudar na classificação e explicação da Foto 2. No próximo excerto o grupo começa a falar sobre os objetos em cena ficarem mais “finos”, no caso de distâncias que são mais distantes.

G — É, a gente sabe que ele não acaba, né, A.

F — Mas se tu olha de longe não parece. Tu só consegue ver se tu aumenta a imagem. Se tu olha assim (normal, sem zoom) dá a sensação de que só vai. Eu tenho a sensação de que uma hora que ele só fica mais fino e começa ir mais fino, e não que ele acaba.

A — Ou, parece também que ele vai ficar fino, ele vai fechar vai fechar vai fechar até que vai se juntar.

F — Mas aí acaba.

A — Sim, aí acabaria. É que eu estava só implicando com o C.

F — Tá, e aí, o que faremos.

A — Tá, a gente tem que separar agora.

A fala da aluna F, sobre dar zoom e perceber que na verdade vai ficando cada vez mais fino, ou seja, que não acaba; e quando afasta, deixando sem zoom a imagem, parece que acaba, é bastante importante. Essas ideias só surgiram, talvez, pela possibilidade de dar zoom, e ver em mais detalhes para onde e como as perspectivas estavam se dirigindo. A mídia “fotografia” pode ser renomeada para “fotografia digital” pelo fato dos atores humanos pensarem com o aplicativo de visualização de imagens do computador, a partir da ferramenta que permite aumentar ou diminuir a imagem. Temos, aqui, um coletivo seres-humanos-com-fotografia-digital.

Esse primeiro momento de discussão do grupo, agora já completo, com o aluno C, foi olhar o conjunto de imagens de maneira mais geral e pensar em primeiras ideias de como juntá-las. Ou seja, encontrar padrões. Percebemos a existência de duas categorias principais até o momento, são elas: “**fotos normais**” e “**fotos com ilusão**”. A primeira categoria seriam fotografias sem profundidade, enquanto a segunda seriam fotografias com profundidade.

Nessa segunda categoria, o grupo pensa em subdividi-la em duas, são elas: “**fotos que acabam**” e “**fotos que não acabam**”, deixando de usar a nomenclatura “**ilusão**”. Porém o grupo ainda não tinha entrado em consenso sobre a mesma, principalmente por conta do aluno G, pois para ele a Foto 2 seria uma foto que “acaba”. Para ilustrar a diferença que o grupo estava discutindo, segue as fotos a seguir, que fizeram parte, cada uma, das subcategorias correspondentes no final do trabalho.

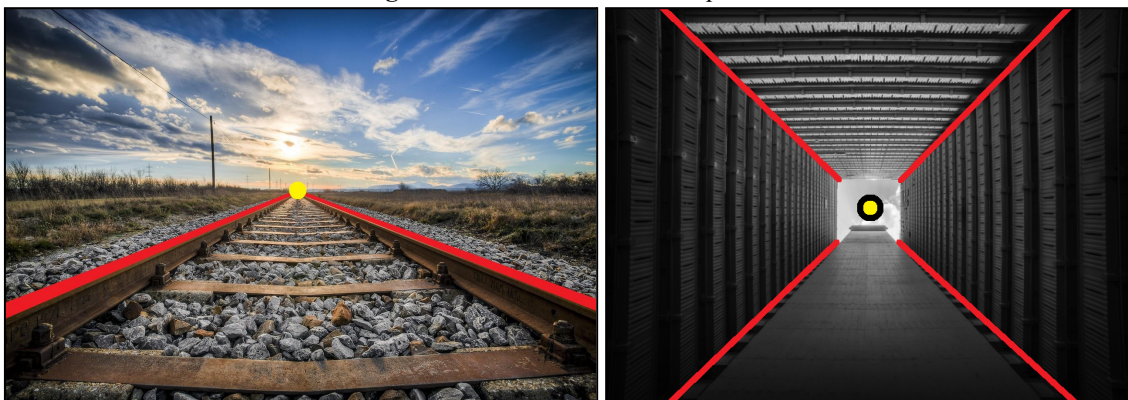
Figura 36: Foto 2 e Foto 24



Fonte: a pesquisa

Na Foto 2, se prolongarmos as arestas do trilho, percebemos que elas se encontram no ponto de fuga. Já na Foto 24, por outro lado, se prolongarmos as arestas do prédio (mas sem prolongar as perspectivas até o ponto de fuga), elas não se encontram. Segue Figura 37 para ilustrar a situação.

Figura 37: Foto 2 e Foto 24 adaptadas



Fonte: a pesquisa

O motivo da discussão se deu por conta da classificação “foto que acaba” estar relacionada à Foto 2, pois para G, essa seria finita por justamente se encontrar em um lugar.

Enquanto que para os demais, seria infinita por justamente não podermos enxergar onde se encontram, pois está no horizonte. Tais definições serão melhor analisadas mais adiante, pois o aluno G volta a falar sobre essa categorização na Foto 2, porém já a colocando como “foto que não acaba”, ao contrário do que havia dito no início. É importante destacar que essa diferença ocorreu somente na Foto 2, pois para as demais, o aluno G concordou com o grupo sobre fotos como essa serem infinitas.

Após definirem, num primeiro momento, que organizariam em fotos que “acabam” e fotos que “não acabam”, a aluna F fala que seria óbvio demais fazer apenas com essas duas categorias. Então a aluna A sugere organizar, também, por ângulos.

A — Acho que dá pra fazer melhor. Dá pra separar elas pelos ângulos.

F — Mas acho que é meio óbvio. Ele deixou assim pra gente ver. Tá, acho que a gente tem que descobrir algum nome eu acho.

A — Tá, então é a semelhança das fotos em diferentes ambientes. Por quê aqui é uma cidade (Foto 3), e ali é um tabuleiro de xadrez (Foto 1), mas é o mesmo ângulo. Então acho que é essa a moral.

As alunas voltam a comentar sobre as Fotos 1 e 3, que já analisamos aqui. Porém posteriormente, a aluna F questiona se essas duas fotos possuem o mesmo ângulo, por conta que na Foto 1 a lateral do tabuleiro não parece afinar, enquanto que na Foto 3 as paredes do prédio se afinam. O aluno G, então, intervém, e faz uma demonstração.

G — Olha aqui, não, todos afina. Olha o dedo aqui.

O aluno G utiliza o dedo para comparar e perceber que na foto do tabuleiro também está diminuindo o tamanho. Ele coloca dois dedos na tela, do mesmo lado do tabuleiro, simulando duas perspectivas, para mostrar que quanto mais longe, mais elas se aproximam. As alunas A e F terminam percebendo e concordando.

Logo após, eles afirmam que vão organizar as fotos pela maneira que já estavam planejando: “**fotos que acabam**”, “**fotos que não acabam**” e por “**ângulos**”. Mas logo depois de dizerem isso, o aluno G e a aluna F percebem que existem outras fotos que podem precisar de outras categorias. Nesse momento eles criam a categoria “**túnel**”.

G — Ah, tem esses aqui de prédio.

F — Ah é, tem as do túnel também.

G — É, vamos botar esse nome, “túneis”.

F — Que dá essa ilusão de que vai ficar menor o túnel.

G — É, a mesma coisa que as ruas só que é em túnel.

F — É, só que dá impressão de que o túnel vai ficando menor, a rua dá impressão da estrada. Então dá pra colocar em grupos diferentes.

É interessante perceber que o aluno G compara o efeito produzido na foto de ruas com a de túneis, porém a aluna F traz uma ideia de que no túnel vai ficando menor. Essa ideia, da aluna F, talvez tenha relação com o fato das fotos dentro de túneis estarem em lugares fechados, e fotos em estradas estarem em lugares abertos. Segue Foto 7 como exemplo de túnel.

Figura 38: Foto 7

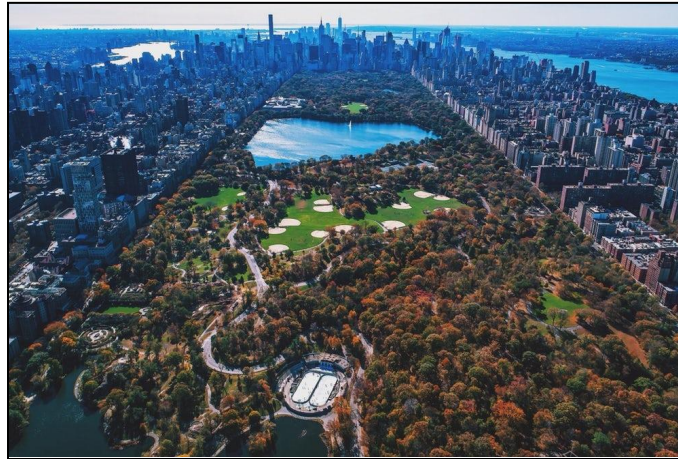


Fonte: a pesquisa

Posteriormente, o aluno G traz a Foto 21 para a discussão, com intuito de mostrar que se trata, também, de uma foto que possui fim, ou seja, que acaba. O grupo está com a definição de que, se é possível ver o fim do objeto em cena (seja um prédio, um corredor ou um parque, como no caso da discussão agora), então significa que ela é finita; entretanto, a exceção continua sendo a Foto 2 (trilho de trem), que foi levantada antes.

Segue Foto 21 e excerto dessa discussão.

Figura 39: Foto 21



Fonte: a pesquisa

G — Essa do central park é a mesma coisa (Foto 21).

F — Essa dai pra mim eu acho que é a normal.

A — Em qual vocês estão?

G — É, nessa daqui a gente tá vendo o fim né.

C — Todas a gente vê o fim.

G — Não real.

F — Mas olha só, ela afina, desse ângulo aí ela afina.

G — Sim, ela afunila, mas não parece ser infinita que nem as outras. Ela é finita, pois a gente tá vendo o fim. Ali acabou o central park (Foto 21).

O grupo chega no consenso de que ela afunila, mas que não é infinita, pois é possível enxergar o final do *Central Park* (elemento da composição da fotografia). Porém, o aluno C, que já tinha levantado o ponto de que em todas as fotos é possível ver um fim, questiona o seguinte:

C — Por quê a gente não considera a imagem geral? Aqui a gente tá considerando só o parque.

G — Mas é o parque que a gente tem que analisar.

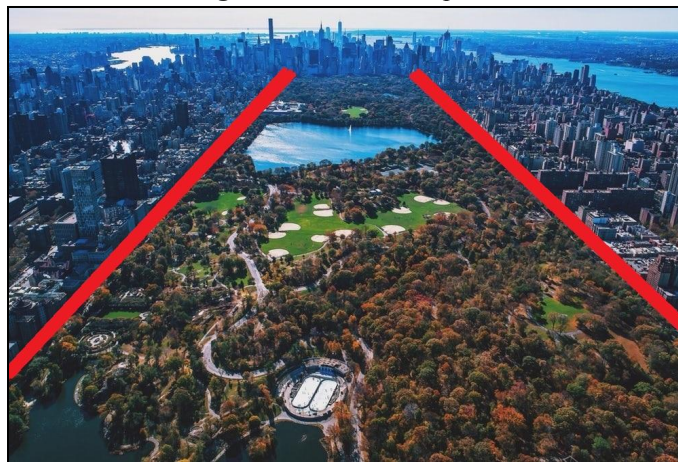
C — Se fosse só o parque não teria as outras coisas em volta.

Tal questionamento é bem importante, pois quebra totalmente a ideia até então construída pelo grupo de que se estendemos as perspectivas apenas sobre o objeto em cena, e elas não se tocarem, significa que acaba; ou seja, que é possível ver o fim do objeto. Esse questionamento faria as categorias “**fotos que acabam**” e “**fotos que não acabam**” se mesclarem, ditando a forma com que o grupo classificaria as fotos seguintes. Porém o comentário do aluno C é praticamente desconsiderado, e nem ao menos debatido. O aluno G ainda o responde, com a afirmação de que “é o parque que a gente tem que analisar”; uma afirmação que não se tem entendimento do porquê possa ter surgido. O aluno C ainda rebate, dizendo que se fosse apenas o parque que o grupo deveria levar consideração, não teriam

outros elementos na foto, como prédios, pontes, etc. Mas como já dito, o comentário do aluno C acabou não sendo considerado pelo restante do grupo, mesmo podendo produzir um efeito que mudaria totalmente a forma de organização, e que estava alinhado com perspectiva de um ponto de fuga (perspectiva que era a base das fotos dessas duas categorias).

Segue exemplo da Foto 21, com duas “perspectivas não estendidas” representadas, a qual o aluno G falava anteriormente: “Ela é finita, pois a gente tá vendo o fim. Ali acabou o central park”.

Figura 40: Foto 21 adaptada



Fonte: a pesquisa

A discussão do grupo, nos próximos minutos, centrou-se em uma ideia que o aluno C trouxe, mas que já tinha sido trazida anteriormente pela aluna F, tendo ela comparado a Foto 19 com uma manga cortada. Antes de chegarmos nesse trecho, é importante destacar que o grupo estava tentando encontrar aspectos em comum entre as duas fotos do Central Park (Foto 19 e 21). Primeiramente o grupo percebeu que na Foto 19 os prédios pareciam tortos na imagem, e que na Foto 21 isso não acontecia. O aluno C então comenta:

C — As coisas em comum nesses prédios é que eles tem tudo três lados.

G — Como assim três lados?

C — Todas tu consegue ver três lados do prédio.

G — Mas esse aqui a gente tá vendo dois.

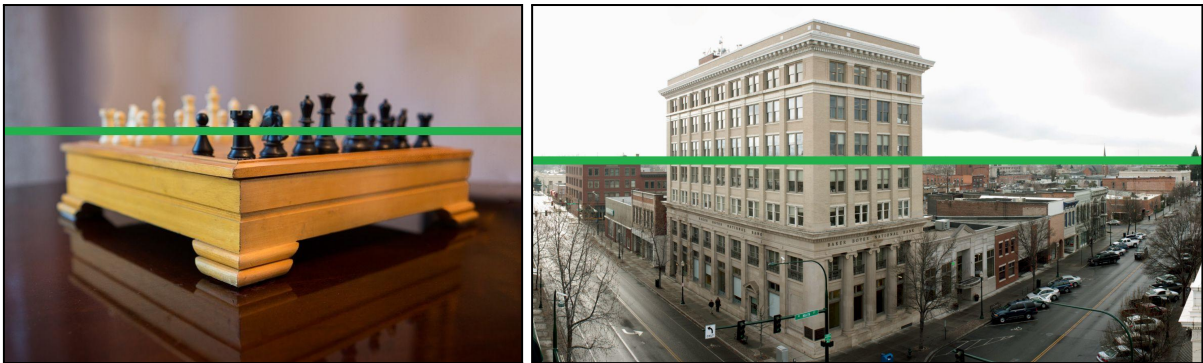
C — E três, ali com a pontinha. Aproxima.

Assemelhando os prédios a paralelepípedos, a fala do aluno C faz sentido, pois é possível visualizar três faces de vários prédios presentes na imagem. Essa semelhança se deve aos seguintes motivos: no caso da Foto 19 o efeito produzido pela fotografia aérea acaba sendo de perspectiva de um ponto de fuga por conta da altura dos prédios, tendendo para o

centro da imagem. Já na Foto 21 também é identificada a perspectiva de um ponto, porém conseguimos ver a parte de cima dos prédios por conta da altura que se encontra o observador.

Trouxe esse excerto por conta da tentativa do aluno C de ignorar a semelhança (já encontrada pelo grupo) entre as Fotos 1 e 3 (já trazidas anteriormente). Segundo o aluno C, as Fotos 1 e 3 não possuíam semelhança pelo fato de podermos ver, na Foto 1, três lados do tabuleiro, enquanto na Foto 3 conseguimos ver apenas dois lados do prédio em destaque na imagem. Esse fato, na verdade, se deve pelo tabuleiro estar praticamente todo abaixo da linha do horizonte, enquanto que uma parte do prédio está acima da linha do horizonte e a outra está abaixo.

Figura 41: Foto 1 e 3 adaptadas



Fonte: a pesquisa

O professor-pesquisador intervém na discussão do grupo:

Professor — Mas vocês já não acharam o comum entre eles? O do tabuleiro e esse prédio? (Foto 1 e Foto 3)

G — Só que o C tá tentando separar os dois .

F — A gente levou um tempão pra unir eles.

Professor — Olha, vou dizer que faz bem sentido com o conteúdo o que vocês disseram.

C — Ah, mas tu não explicou isso antes. Achei que podia classificar de qualquer jeito.

F — Mas C, é só tu olhar aqui que tu vê que diminui. Ele (professor) não explicou isso, a gente descobriu sozinho.

A intervenção teve intuito de incentivar o grupo a continuar discutindo e classificando as fotografias de acordo com o “ângulo” das fotografias, bem como com a ideia das coisas mais distantes estarem “afunilando”. O aluno C, que chegou mais tarde na aula, não tinha acompanhado a discussão inicial do grupo. A aluna F comentou que o raciocínio sobre os objetos diminuiriam quanto mais longe estiverem foi o próprio grupo que descobriu.

A aluna F então comenta que vão classificar as fotografias por ângulos, enquanto que o aluno G explica para o aluno C a ideia dos objetos que compõem uma fotografia irem afunilando, pois ele não havia participado das primeiras discussões do grupo.

É importante trazer, agora, a observação do aluno G sobre a Foto 2. Anteriormente, ele destacava que a Foto 2 acabava, pelo fato do trilho (ou as perspectivas sobre o trilho) estarem se encontrando em algum lugar; agora, ele destaca algo diferente.

G — E tipo essa daqui (Foto não identificada), acaba. Essa daí que vocês tão vendo não acaba (Foto 2)
F — Não, ela acaba, né. Por que o trem uma hora para.
G — Mas ó, parece que vai pro resto da vida láaaa.
F — Tu acha que vai pro resto da vida reto? É que antes tu disse que achava que acabava.
G — É que eu tô concordando com vocês.
A — Olha só, aqui a gente tá vendo que realmente termina, e aqui ele vai.
G — É que a gente tá vendo o fim. Aqui a gente sabe que termina, mas não parece tanto né. Eu tô concordando com a outra ali de vocês.

A aluna F, inclusive, percebe a contradição, dizendo que “antes tu (aluno G) disse que achava que acabava”. A impressão de que o trilho “vai pro resto da vida” seria pelo fato dos elementos principais que compõem a imagem (no caso o trilho) se manterem em linha reta por muitos quilômetros, e pela distância que isso está do observador. Compreendendo as propriedades de Perspectiva Cônica, de que quanto mais distante um elemento está do observador menor ele fica, percebemos o “afunilamento” dos elementos que compõe a imagem, tornando difícil visualizar justamente esses elementos que estão mais distantes, principalmente numa imagem que possuía apenas 1,7 megapixels¹⁰.

O próximo excerto contém uma nova mudança nas categorias que eles estão criando. A mudança começa baseada em um elemento físico que compõe uma parte das fotografias: ruas. Porém o aluno C sugere outro nome.

F — A 2 é a do... [..]
A — Que não acaba.
G — Tipo diminuição dos lados.
F — Rua, vamos colocar Rua. A rua diminui.
A — Não, é que tipo, a gente tem uma perspectiva diferente dos ângulos, sendo que são as mesmas coisas, tipo aqui no meio, ele parece muito maior que nas plantas.
[..]
F — E como a gente vai classificar isso? [..]
[..]
C — Retas.

¹⁰ A imagem levada para os estudantes possui as seguintes dimensões, em pixels: 1600x1066. Multiplicando os valores chegamos em 1 705 600 pixels, ou seja, cerca de 1,7 megapixels.

Desse modo, temos as seguintes categorias até o momento elaboradas pelo coletivo seres-humanos-com-fotografias: “**fotos normais**”, “**fotos que acabam**”, “**fotos que não acabam**”, “**túnel**” e “**retas**”. Por “fotos normais” entendemos que são as fotografias sem profundidade; por “fotos que acabam”, entendemos que são as fotografias em perspectiva de um ponto de fuga cujas linhas de perspectiva ao longo dos objetos da cena seguem somente até uma parte, “não se encontrando” no ponto de fuga; por “fotos que não acabam” entendemos que são as fotografias em perspectiva de um ponto de fuga cujas linhas de perspectiva ao longo dos objetos da cena seguem até o único ponto de fuga; por “túnel” entendemos que são fotografias de perspectiva de um ponto de fuga que possuem semelhança a túneis ou lugares fechados; e por “retas” entendemos que são as fotografias em perspectiva de dois pontos de fuga. Assim, percebemos que a interação do coletivo seres-humanos-com-fotografias produziu matemática com base nos padrões destacados nas imagens; delas, também foram produzidas discussões que levaram às classificações destacadas até o momento.

A próxima discussão centra na seguinte ideia: se tenho dois prédios, e o que está mais perto do observador é maior, significa que as coisas de fato diminuem ou é apenas por esse prédio ser maior que outros? O grupo começa a discutir sobre isso destacando elementos da Foto 3, como carros, prédios e estacionamentos.

A — Esse daqui é difícil, porque é parecido com a foto do tabuleiro de xadrez, mas ele também é parecido com o trilho, porque aqui a gente tem o ângulo...

G — E tem as ruas.

A — ...que aqui no meio ele é maiorzão, nas pontas ele é menor e as ruas parecem que não acabam. Daí a gente vai botar onde?

F — Tu acha que é menor nas pontas?

G — Eu prefiro colocar ele junto com o do xadrez, pra mim é o mais parecido.

A — Esse prédio é mais ou menos do tamanho desses aqui. (Foto 3) E olha como ele vai ficando pequeno.

F — Esse aqui é algum prédio grande de algum lugar importante. E esse aqui é algum prédio pequeno de algum mercadinho.

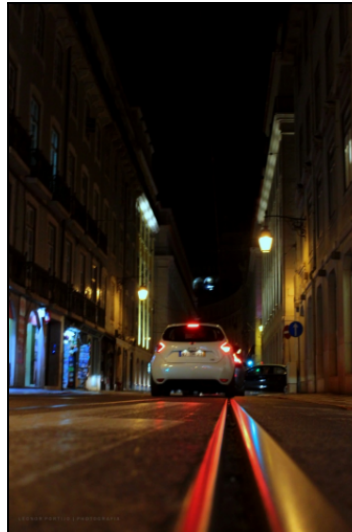
A — Mas olha o tamanho desse carro perto daquele. Parece minúsculo.

O grupo se prende ao fato de ter ruas na imagem, mesmo já tendo comparado essa foto com a Foto 1 (do tabuleiro de xadrez). O grupo está centrado na ideia de comparar tamanhos do prédio, porém a aluna F comenta o seguinte:

F — Não, isso eu concordo. Mas olha só, se tu contar as vagas de estacionamento, e contar as vagas lá, tu vê que esse prédio é bem maior que aquele. Mesmo se a gente tivesse lá em outro ângulo. Essa ideia de comparar prédios não tem nada a ver.

Ela utiliza uma unidade de medida que talvez não sofra variação: uma vaga de estacionamento. Uma vaga de estacionamento talvez não tenha diferença de tamanhos na realidade, assim, é fácil perceber, numa imagem em perspectiva, que, se uma vaga estiver menor que outra, significa que essa vaga está mais distante. O comentário dela a respeito de não comparar prédios por não fazer sentido pode estar atrelada à seguinte ideia: se dois prédios de tamanhos reais diferentes estiverem em uma cena com profundidade, sendo que o menor está mais próximo do observador e o maior mais distante, a imagem em perspectiva que isso produz é de que eles possuem tamanhos parecidos. Segue excerto de uma discussão que ocorreu mais adiante sobre esse mesmo assunto, porém agora com a Foto 23.

Figura 42: Foto 23



Fonte: a pesquisa

F — Eu acho que tu não pode comparar os prédios.

G — A gente não pode comparar a rua, pois a rua é igual. Aqui ou lá no final dela.

F — Essa rua é igual, mas tu não pode comparar esse prédio com aquela casa ali.

A gente não pode saber se o prédio é menor que a casa. Mas a rua a gente tem certeza que tá diminuindo.

A — Desenha pro G, desenha.

G — Não, eu entendi.

A aluna F compara o tamanho do prédio, e diz que a rua tem o mesmo tamanho, porém que vai diminuindo.

G — É que os prédios parecem tamanho padrão.

F — Eu sei, mas a gente não pode afirmar. Eu acho que a gente vai classificar pela rua, entendeu? Pois a rua temos certeza. É ver por essa faixa amarela. Ela diz tudo.

O grupo chega na Foto 16, comparando com a Foto 1 (do tabuleiro). Porém fazem uma nova relação.

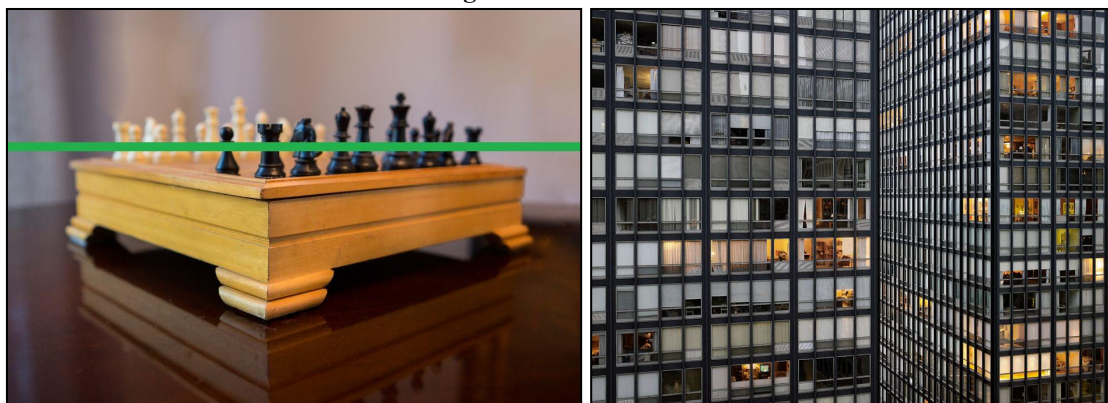
F — Tá e essa? (Foto 16) Essa daqui sim, junto com a do tabuleiro (Foto 1), porque é o mesmo prédio, essas janelas parecem bem pequeninhas. E é o mesmo ângulo assim ó, do tabuleiro. Acho que essa daqui a gente bota. Tá vendo?

A — Sim.

F — Olha só essa janela, é igual a essa, mas aqui tem a impressão de ser bem menorzinha. Vai junto com a foto do tabuleiro.

A — E também parece que o prédio tá se abrindo igual a um livro.

Figura 43: Foto 1 e 16



Fonte: a pesquisa

O comentário da aluna A, sobre parecer “que o prédio tá se abrindo igual a um livro” possui relação com perspectiva de dois pontos. O grupo estava, a princípio, tentando enxergar fotos que eram semelhantes pelo seu “ângulo”. A aluna F chama a atenção do grupo, que estava se desviando.

F — Mas a gente tá olhando pelo ângulo. Que nem a do tabuleiro. Aquele ângulo lá. A ponta. A gente tá separando quais que tem essa ponta.

No caso, eles estavam à procura de fotos em perspectiva de dois pontos de fuga, conforme o seguinte comentário.

F — A gente tá separando aqui tem dois lados pequenos e aqui tem um. Então essa vai para as ruas entendeu. Todas elas são iguais, ou alguma coisa diminui. Mas a gente tá separando por ângulos, uma que tem duas e uma que tem um.

Essa última fala da aluna F é bastante interessante. Primeiro, porque ela destaca, sobre as fotos, que “todas elas são iguais” (relacionando com a categoria “normal” que o grupo criou, daquelas que não tem profundidade) ou que “alguma coisa diminui” (no caso daquelas que têm profundidade). Esse comentário ajuda o grupo a pensar que eles devem organizar as

fotos pelo seu ângulo. Ângulo, aqui entendido pelo grupo, talvez se dá pela maneira que as linhas de perspectiva se apresentam na imagem: ou elas se direcionam apenas para o mesmo lugar (um ponto de fuga) ou para dois lugares (dois pontos de fuga, caso em que o grupo comparou com o livro aberto). A última fala dela, sobre o grupo estar “separando por ângulos, uma que tem duas e uma que tem um” confirma essa teoria.

Nesse meio tempo, o grupo foi organizando outras fotografias para as categorias criadas, porém sem muita discussão ou dúvidas. O grupo também renomeia as categorias “fotos que acabam” e “fotos que não acabam” para “**que não se encontram/que tem fim**” e “**que se encontram/que não tem fim**”, respectivamente. As categorias do coletivo seres-humanos-com-fotografias até o momento criadas, junto de uma descrição da nossa visão, são:

- **Normais** (aquelas fotografias sem profundidade)
- **Retas** (aquelas fotografias em perspectiva de dois pontos de fuga)
- **Que não se encontram/Que tem fim** (aquelas fotografias cujas linhas de perspectiva ao longo dos objetos da cena segue somente até uma parte, “não se encontrando” no ponto de fuga)
- **Que se encontram/Que não tem fim** (aquelas fotografias cujas linhas de perspectiva ao longo dos objetos da cena seguem até o único ponto de fuga)
- **Túneis** (aquelas fotografias de perspectiva de um ponto de fuga, porém dentro de lugares fechados)

A categoria “manga” ainda não havia sido decidida se seria mantida ou não. Por enquanto, as fotografias do tipo “manga” estavam sendo enquadradas em “**normais**”. Até o momento o grupo estava focado em buscar as fotografias que se encaixam na classificação “retas”. Agora, o grupo começa a olhar novamente todas as fotografias que se podem encaixar nas categorias “que não se encontram/que tem fim” e “que se encontram/que não tem fim”.

F — Tá, a Foto 2 a gente vai colocar no grupo das que parece que não tem fim, que ela só vai.

G — Isso, que parece que não tem fim.

F — A Foto 5, o que é? A Foto 5 tem fim?

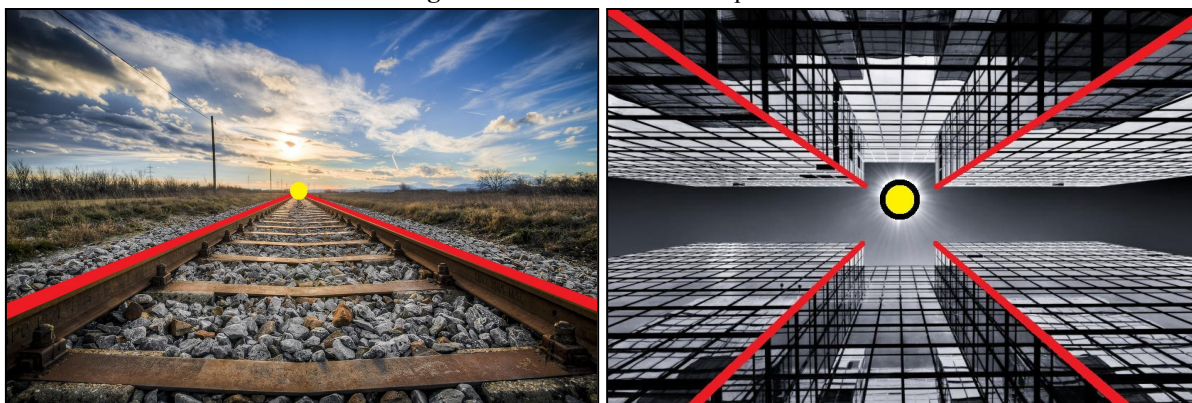
G — A Foto 5 a gente tá vendo que tem fim. Começa grande e diminui aqui. Então ela tem fim, diferente da Foto 2.

F — Então eu botei nas que não se encontram, que tem fim.

G — Mas é a mesma coisa, pois elas não se encontram.

Gostaria de lembrar, novamente, que o aluno G tinha outra percepção a respeito de fotografias “**que não se encontram/que tem fim**” e “**que se encontram/que não tem fim**”. Antes, para ele, as que tinham fim significava que as linhas de perspectiva pelo objeto se encontravam, e as que não tinham fim era o caso em que as linhas de perspectiva pelo objeto não se encontravam. No último excerto já percebemos que o seu discurso mudou, estando alinhado com o que o restante do grupo estava pensando também. Segue Foto 2 e 5 com linhas demonstrativas do que o grupo estava querendo dizer.

Figura 44: Foto 2 e Foto 5 adaptadas



Fonte: a pesquisa

Sabemos que ambas fotografias, embora estivessem em categorias diferentes (para o grupo), possuem a perspectiva de um ponto de fuga em comum (fato percebido pelo aluno C, mas que não foi atendido pelo grupo). Porém é interessante perceber que o grupo conseguiu perceber essa semelhança, e foi além, utilizando elementos e objetos da cena e do lugar fotografado para diferenciá-las, como a finitude do prédio e a infinitude aparente do trilho do trem.

Segue, agora, um excerto de uma discussão sobre a categoria “**túnel**”, levantada pelo aluno G a partir da Foto 7. A categoria “túnel” tinha sido decidida desde as primeiras discussões, tendo relação com a categoria “**que não se encontram/que tem fim**” e “**que se encontram/que não tem fim**”, diferenciando-se apenas por se tratar de fotos em ambientes fechados, ou túneis. Segue excerto.

G — Tô começando a pensar nesse túnel. O túnel (Foto 7), nessa foto ela não se encontra.

F — Mas a gente não ia fazer uma categoria só fotos do ângulo de túnel?

G — Dá pra fazer.

F — Então.

A — Seria bem mais fácil não misturar elas.

G — Mas ela entraria.

F — Tá, ela entraria, mas antes a gente decidiu fazer pelos ângulos, então pelo ângulo é um conjunto de fotos que parece ser com túnel, entendeu? Então ela fica com uma classificação de túnel, a não ser que vocês queiram fazer só com fotos que tem fim e que não tem fim.

G — Dá pra botar assim, túnel e com fim aparente e sem fim aparente. Tu coloca “túnel”, e dentro do túnel pode separar elas.

A — Mas se aqui tivesse um arco ela também formaria um túnel, na Foto 2.

G — Então a gente classifica como túnel. E dentro da pasta de túnel a gente classifica em duas. Com fim aparente e sem fim aparente.

O aluno G percebeu, lançou o questionamento e fez uma tentativa de absorver a categoria “túnel” dentro das categorias “que não se encontram/que tem fim” e “que se encontram/que não tem fim”. A aluna F questiona, dizendo que eles estão organizando por ângulos, mas que o fato de ter um conjunto de fotos com túneis ficou resolvido que teria essa categoria. O aluno G faz uma nova tentativa, então, de separar as fotografias de túneis em duas: “com fim aparente” e “sem fim aparente”. Essa sugestão não foi acatada e eles seguiram com a categoria “túnel” até o final. A percepção do aluno G faz sentido, pois as fotos classificadas pelo grupo como “túnel” possuem a perspectiva de um ponto de fuga como base; mesma situação das fotografias das categorias “que se encontram/que tem fim” e “que não se encontram/que não tem fim”.

No próximo excerto temos a organização e reformulação da categoria “normal”, que são as fotografias sem profundidade.

F — 17 é normal.

G — Normal. Fotos normais/chapadas.

F — Foto 18 normal também (A e G concordam).

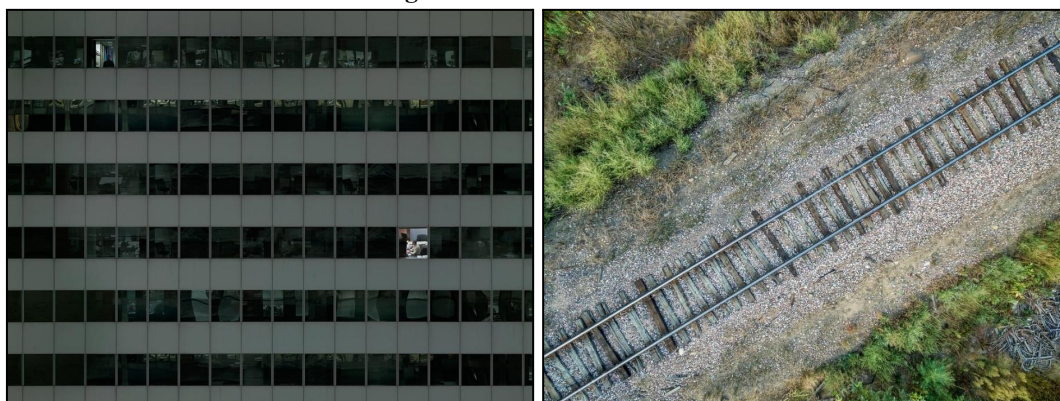
A — Essa daqui a gente não entendeu (Foto 19)

C — Essa é de visão de satélite.

G — Aérea.

O aluno C traz a ideia de que existem fotos com visão de satélite. Seriam aquelas tiradas de cima para baixo, ou seja, com o plano da imagem paralelo do plano do chão, classificadas como “aérea”. Diferente daquelas fotos que o plano da imagem é paralelo, por exemplo, a uma das faces de um prédio, tendo sido classificadas como “normal”. Segue Foto 17 e Foto 12 como exemplo de “aérea” e “normal”.

Figura 45: Foto 17 e Foto 12



Fonte: a pesquisa

Posteriormente o grupo renomeia a categoria “normal” para “**frontal**”. Em resumo, algumas das fotos da categoria “normal” foram para uma outra categoria que foi chamada de “aérea”; e a categoria “normal” passou a ser chamada de “frontal”. Antes de mudar para “frontal”, o aluno C trouxe um apontamento sobre esse tipo de foto. Segue excerto.

*C — 90°
 G — Bá, C, não sei se isso tem 90°. Se bem que...
 C — Claro que tem, é um prédio, é reto pra cima.
 G — E se o prédio está inclinado e o cara se inclinou para tirar a foto?*

A observação do aluno C faz sentido, dado os aspectos básicos para construção de um prédio. Porém o aluno G rebate perguntando sobre a possibilidade do prédio não ter 90° em relação ao chão, e a pessoa que tirou a fotografia ter se inclinado para tirar a foto. A observação do aluno G remete diretamente a aspectos de Perspectiva Cônica, e da diferença que a posição do plano da imagem tem sobre a cena que estamos olhando. Para criar o efeito de “foto chapada” ou “frontal” como discutiu e nomeou, basta que o plano da imagem seja paralelo ao lado do prédio, no caso.

Após isso, a discussão das fotos que lembram mangas volta à tona, fazendo com que algumas das fotos da categoria agora dita “normal” sejam colocadas numa categoria chamada “**manga**”. Segue excerto.

*A — Parece que tá se abrindo. Essa e a do Central Park (Foto 19) parece que tá se abrindo.
 Professor — Parece o que?
 A: Que tá se abrindo.
 Professor — Acho que vocês são o primeiro grupo que identificou a lateral dos prédios nessa foto.
 F — Sim, mas eu tô falando isso desde o início. Sor, sabe quando tu pega uma manga, aí tu corta e abre ela. Vocês nunca viram isso ou viram vídeo na internet. Tu pega a manga, tu corta e aí tu abre. E aí fica os cubinhos. É assim que eu tô vendo.*

Então eu vou fazer um outro grupo pra essa daqui: manga. Vai ser o grupo “manga”.

Uma das últimas discussões do grupo é a respeito do nome da categoria “retas”. O aluno G começa essa discussão, dizendo que eles teriam que “dar um nome melhor pra isso”. A aluna F sugere colocar “ângulo triangular”, que é mal recebido pelo grupo. Eles começam a tentar encontrar padrões quanto aos objetos em cena, como “prédios”, até que a aluna A sugere abrir uma foto para terem inspiração. Segue sobre essa discussão.

A — Coloca numa foto pra gente ter inspiração.

C — É um trapézio. Um trapézio de lado.

F — Eu não escolhi o C para o meu grupo.

C — Mas é!

F — Tá, o que a gente coloca? O que tu tem na cabeça?

C — Mas é!

Professor — *O que está acontecendo?*

F — Ele tá falando que isso aqui é um trapézio.

C — Eu posso estar errado, quase sempre, mas tenho certeza que agora tô certo.

G — Ele não tá errado. Ele tá certo.

A — Mas é que vocês tão mudando o ângulo da foto pra ser um trapézio, não é pra fazer isso.

G e C fazem desenhos de trapézios “virados” para mostrar que esses polígonos se assemelham com o efeito dos prédios na foto.

As alunas F e A riem dos desenhos de G e C.

A — Faz sentido, mas não gostei de “trapézio”.

G — Tu queria colocar uma reta triangular.

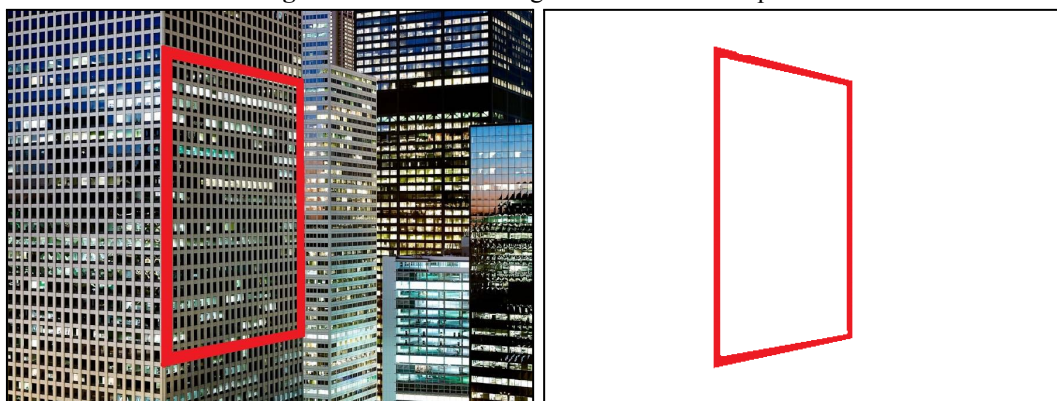
C — Um quadrado triangular (risadas)

F — Eu falei do triângulo por causa da ponta. O triângulo não tem uma ponta?

G — É que isso aqui (Foto 15) me lembrou muito mais um trapézio do que um triângulo.

A sugestão do aluno C, de renomear a categoria “retas” para “**trapézios**”, se relaciona bastante com a perspectiva de dois pontos de fuga. Para ilustrar a situação, segue Foto 15 com construção de um trapézio.

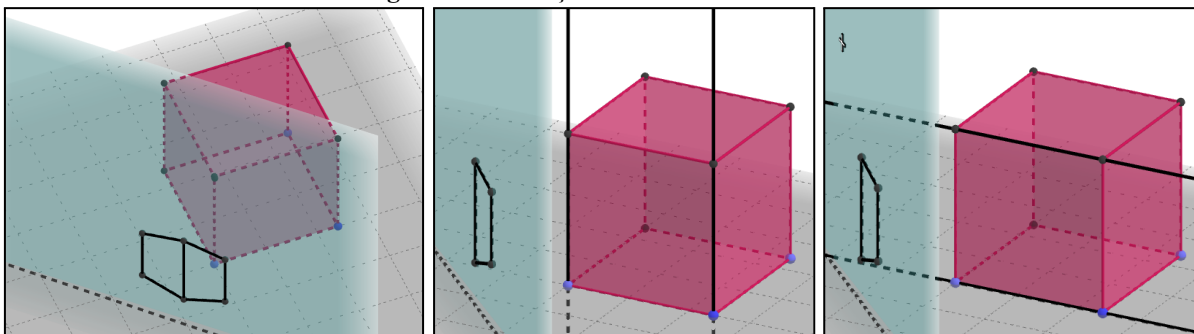
Figura 46: Foto 15 e imagem ilustrativa do trapézio



Fonte: a pesquisa

Trapézio é um quadrilátero que possui um par de lados paralelos um ao outro. Na fotografia, e assemelhando o prédio a um paralelepípedo em que uma de suas faces está contida no plano do chão, esse par de lados é representado pelas arestas da altura do prédio, e que são paralelas ao plano da imagem. Os outros dois lados do trapézio são as perspectivas das arestas horizontais de uma das faces do paralelepípedo, e que não é paralela ao plano da imagem; logo, essas perspectivas tendem para um dos dois pontos de fuga. Segue figura ilustrativa da situação.

Figura 47: Ilustração da Foto 15 no software



Fonte: arquivo pessoal

Ao fim do Momento 1, o grupo classificou as fotografias nas categorias descritas a seguir, que sofreram mudanças de nomes e significados ao longo das discussões. Também foi destacado o número de cada foto que fez parte das categorias¹¹. São elas:

- **Trapézios**¹²: 1, 3, 6, 16, 14, 15

¹¹ Todas as fotografias estão nos anexos desta pesquisa, numeradas e com fonte (Anexo A).

¹² Antes chamada de “Retas”

- **Ruas que não se encontram/tem fim:** 5, 11, 21, 24, 26, 28, 29, 30
- **Ruas que se encontram/não tem fim:** 2, 13, 23, 27
- **Túnel:** 7, 9, 10
- **Frontal**¹³: 4, 8, 17, 18
- **Manga:** 19, 22
- **Aérea:** 12, 19, 20

Para fins explicativos, pretende-se destacar alguns pontos sobre cada uma das categorias.

As categorias **frontal**, **manga** e **aérea** não possuem profundidade aparente. Ou seja, não tinham intenção de mostrar uma profundidade na cena, com objetos tendendo para um infinito e diminuindo de tamanho.

As categorias **ruas que não se encontram/tem fim**, **ruas que se encontram/não tem fim** e **túnel** são de perspectiva de um ponto de fuga. As diferenças entre elas envolvem os elementos que fazem parte da cena: a primeira não conseguimos visualizar onde acaba a rua/trilho, enquanto que na segunda conseguimos ver; a terceira se trata de fotografias dentro de túneis. É importante também destacar que o grupo acrescentou a palavra “ruas” nas categorias que antes eram “**que não se encontram/que tem fim**” e “**que se encontram/que não tem fim**”.

A categoria **trapézios** são de perspectiva de dois pontos de fuga, com exceção da Foto 14.

¹³ Antes chamada de “Normal” e “Não entendi”

Figura 48: Foto 14



Fonte: a pesquisa

O grupo acabou não construindo uma apresentação para a atividade, pois os dois períodos programados para esse Momento 1 já estavam acabando. Ao longo das discussões o aluno G foi organizando a atividade em seu *netbook* em pastas, com o nome das categorias e fotos de acordo com aquelas apresentadas anteriormente.

Percebemos que o grupo conseguiu identificar, discutir e relacionar diferentes elementos a respeito de Perspectiva Cônica (de um e dois pontos de fuga) e cenas com profundidade ou não. Assim, o coletivo formado por seres humanos e fotografia, aqui identificado como seres-humanos-com-fotografias, construiu conceitos a partir dos padrões que eles mesmos iam criando, a partir de discussões entre eles sobre o conjunto de fotos e suas características, produzindo-se matemática com atores humanos e não humanos. A criação de mais de uma categoria para cada perspectiva teve como motivação maior os objetos contidos na imagem, em vez da posição da câmera fotográfica/observador.

Os diálogos e as discussões, junto da identificação das imagens a partir de sua numeração, foram importantes para destacar definições que se modificaram ao longo de dois períodos de aula. Houve busca por padrões entre as fotografias (*com profundidade ou não, por exemplo*), identificação de objetos em cena em diferentes lugares no espaço (*vagas de estacionamento com diferentes tamanhos*) e de figuras geométricas (*trapézios*). Também percebemos as mudanças nos nomes das categorias (*como a categoria "normal", que passou a ser "frontal", numa referência a fotos sem profundidade*), a busca por um entendimento entre os membros do grupo sobre o que significava cada categoria (*como a do aluno G, que*

confundia as categorias “que não se encontram/que tem fim” e “que se encontram/que não tem fim”), e como as fotos iam se encaixando ou não nessas categorias criadas. A necessidade de criação de novas categorias ou mudanças das já existentes por conta de uma ou mais fotografias que não se encaixavam (como a criação da categoria “manga” pela existência de fotos aéreas em que eram possível ver a lateral dos prédios) também foi percebido.

Assim, nessa primeira aula, junto dos dados produzidos, percebemos os movimentos que o grupo, integrado ao coletivo seres-humanos-com-fotografias, realizou em busca da definição de critérios de organização de categorias para classificar o conjunto de fotografias.

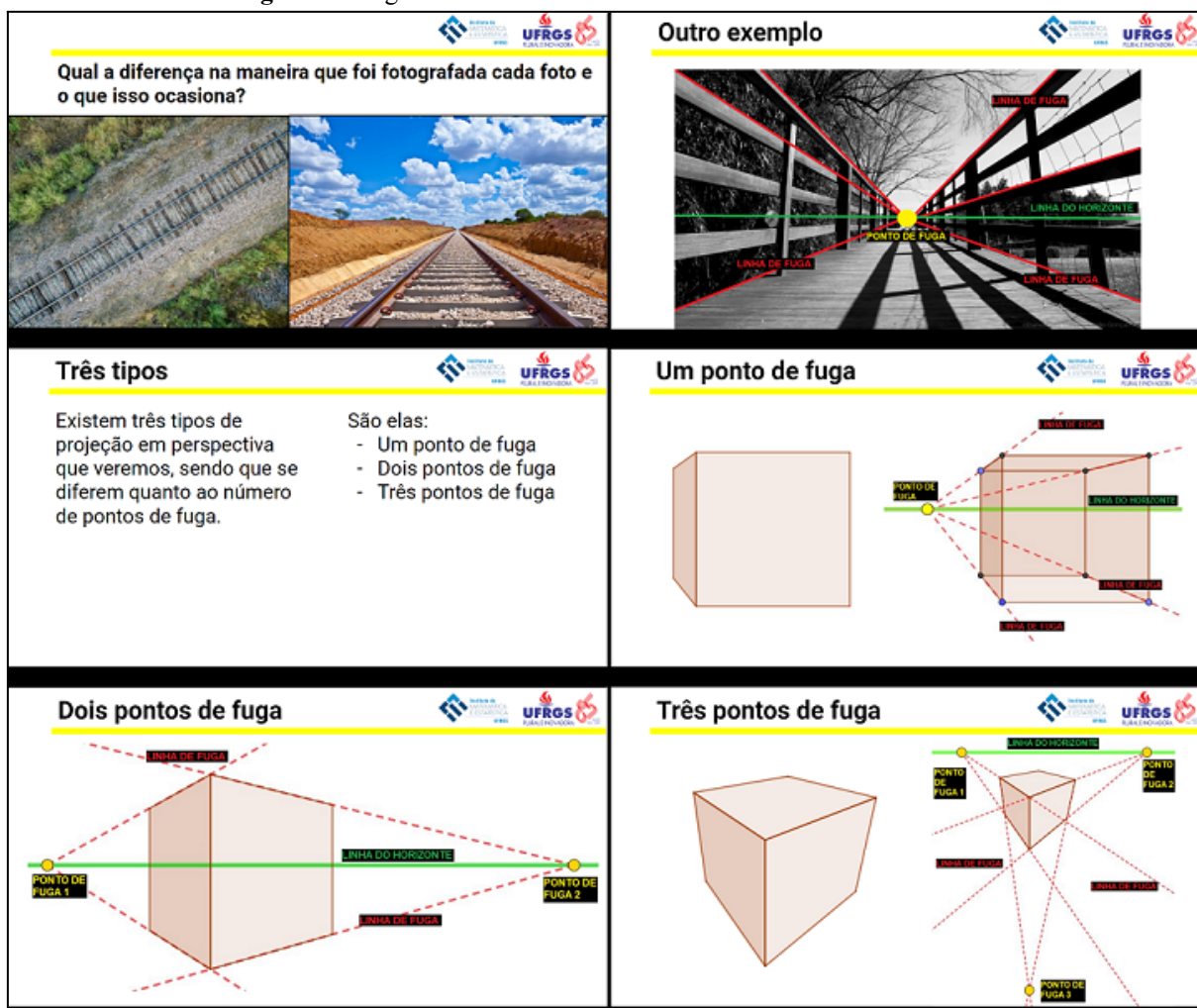
4.1.2 Aula 2 (08/01/2020)

Momento 2 - Parte 1

No segundo dia, os estudantes foram orientados ao Laboratório de Informática para o que seria a primeira parte do Momento 2. Essa primeira parte foi expositiva, começando com a exposição dos alunos das categorias criadas, e posteriormente a exposição do professor com as categorias que cada grupo classificou as fotografias junto de conexões com o conteúdo de Perspectiva Cônica. Segue figura ilustrativa de alguns recortes da apresentação montada para esse momento¹⁴.

¹⁴ O material completo está disponível no produto didático desta pesquisa (Apêndice D).

Figura 49: Alguns recortes do material usado no Momento 2 Parte 1



Fonte: a pesquisa

Por se tratar de um momento mais expositivo, seguiremos para a segunda parte do Momento 2

Momento 2 - Parte 2

A segunda parte do Momento 2 foi aquela em que os estudantes foram convidados a explorarem o espaço escolar para produzir fotografias em perspectiva de um ponto, dois pontos e três pontos de fuga. Ou seja, que a profundidade da cena estivesse sendo o objetivo da fotografia. Temos, na parte 2 do Momento 2, a integração coletiva de seres humanos e as câmeras fotográficas de seus celulares, que será identificado como sendo o coletivo de **seres-humanos-com-câmeras-fotográficas**.

O aluno G, junto do aluno C, logo que foi apresentada a proposta e os estudantes liberados para produzirem fotografias, percebeu que poderia utilizar os tijolos da parede para

que as linhas de fuga ficassem bem evidentes, produzindo uma fotografia já no próprio Laboratório de Informática. Segue Figura 50 com ambas fotografias.

Figura 50: Fotografias produzidas pelo Grupo 2 do laboratório e bebedouro



Fonte: a pesquisa

Na fotografia do Laboratório de Informática, à esquerda na figura anterior, é possível perceber que o aluno G soube produzir, corretamente, uma fotografia com profundidade, se enquadrando na perspectiva de um ponto. Depois do grupo sair da informática, o aluno C sugeriu que tirassem foto do bebedouro, visto de cima, para que os três pontos de fuga ficassem evidentes. O grupo todo estava reunido por perto, todos com seus celulares. A foto produzida é a da direita, também na figura anterior. Segue excerto em que o professor-pesquisador questiona o grupo sobre a foto do laboratório e também a foto do bebedouro.

Professor — *Por quê essa foto, nessa perspectiva, tem ponto de fuga?*

C — *Pois a parede vai diminuindo.*

A — *Pois ela tem vários ângulos. A gente pode ver tanto de cima, quanto de baixo, de lado.*

O aluno C justifica a foto de dentro do laboratório em razão da parede (que aqui podemos entender como um plano) estar diminuindo, efeito que é produzido por conta de não ser paralela ao plano da imagem. A aluna A justifica a foto do bebedouro utilizando a palavra “ângulos”. Para entender sua justificativa, é importante retomar o que o grupo entende por ângulo nessas situações. No Momento 1 da prática, o grupo primeiramente havia utilizado “ângulo” como sendo a posição em que foi tirada uma fotografia. Aqui, a aluna A utiliza a

definição de que “ângulo” é também a posição que foi tirada uma fotografia, estando ela relacionada com a quantidade de lados do objeto em cena que é possível visualizar. Essa definição não está relacionada diretamente às perspectivas de um, dois ou três pontos de fuga, pois um objeto (por exemplo, um cubo) pode ter sido fotografado utilizando apenas a perspectiva de um ponto de fuga, e mesmo assim ser possível visualizar três faces.

Já na rua, o aluno G está tirando foto de uma rampa que dá acesso à sala de vídeo da escola. Ele centraliza a imagem na rampa, e tenta identificar um único ponto de fuga na imagem. O professor-pesquisador comenta que será uma imagem que vai possuir diferentes pontos de fuga, por conta da inclinação da rampa. É mostrado para ele que o corredor que fica à esquerda na imagem está tendendo para um ponto de fuga, e que a rampa está tendendo para outro; além disso, que o corrimão do corredor não faz parte do mesmo plano do corrimão da rampa, justamente por conta da inclinação. O aluno também já estava, no próprio celular, tentando desenhar a linha do horizonte (que definimos que seria na cor verde) e as linhas de fuga (que definimos que seria na cor vermelha). O aluno ainda questiona:

G — E isso influencia?

É explicada a situação e, como recomendação, que o aluno tente outros ângulos. Ele depois mostra o celular com a nova foto.

G — Agora sim, sor, olha aí.

O aluno G mostra uma outra foto, agora com o objeto principal sendo a rampa de acesso à sala de vídeo da escola. A foto que ele mostra para o professor-pesquisador possuía rabiscos e desenhos que ele tinha feito em um editor de imagens do próprio celular, com o objetivo de evidenciar as linhas de fuga e ponto de fuga. Os rabiscos foram realizados apenas no próprio celular, tendo o aluno G não salvado a imagem. Segue fotografia (sem os rabiscos) que o aluno G produziu da rampa.

Figura 51: Fotografia produzida pelo Grupo 2 da rampa de acesso



Fonte: a pesquisa

O aluno C questionou se era possível fotografar uma janela (na parte de fora do prédio) em que era possível visualizar uma outra janela que ficava do lado oposto do prédio. Falei que sim, e que o efeito de profundidade funcionaria bem, pois as janelas eram opostas em paredes paralelas. A foto acabou não sendo produzida pelo grupo, porém na sugestão do aluno é possível perceber o olhar questionador sobre uma possibilidade um tanto incomum, mas que evidencia conceitos de profundidade.

O grupo ainda produziu outras duas fotografias do prédio que dá acesso à Sala de Vídeo da escola, cada uma delas aplicando uma perspectiva diferente.

Figura 52: Fotografia produzida pelo Grupo 2 da Sala De Vídeo em perspectiva de um ponto



Fonte: a pesquisa

A primeira fotografia, como é possível perceber, foi produzida pensando na perspectiva de um ponto de fuga. É interessante notar que o grupo tomou o cuidado de posicionar o celular na vertical, a fim de evitar chegar em uma imagem com ponto de fuga fora da linha do horizonte. O prédio, que podemos assemelhar a um paralelepípedo, não possui uma parede paralela ao plano da imagem; entretanto, a única parede aparente da fotografia faz parte de um plano que é concorrente ao plano da imagem. Assim, as linhas desse objeto tendem a um ponto de fuga que fica à esquerda da fotografia. É claro que era possível considerar diversos outros elementos da cena que tendem para um segundo ponto de fuga que fica à direita, como as linhas do concreto que estão no chão e as marcações das janelas; porém o objetivo aqui era o de perceber pontos de fuga aparentes dentro do enquadramento que foi aplicado, bem como perceber como o movimento da câmera fotográfica (no caso os celulares aqui) influencia na construção da geometria da cena.

Figura 53: Fotografia produzida pelo Grupo 2 da Sala De Vídeo em perspectiva de dois pontos



Fonte: a pesquisa

Na segunda fotografia, da figura anterior, temos um caso de perspectiva de dois pontos de fuga. O enquadramento da imagem, nesse caso, considerou duas paredes que estão em planos aparentes diferentes (novamente assemelhando o prédio a um paralelepípedo). Nesse caso é possível perceber, também, o cuidado ao tirar a fotografia e deixar o celular perpendicular ao plano do chão, assim evitando um terceiro ponto de fuga acima ou abaixo da linha do horizonte.

Questionei os alunos sobre quais fotos foram produzidas pensando na perspectiva de um, dois e três pontos de fuga; uma de cada vez, e eles iam me apontando corretamente. Quando questionei sobre a foto em perspectiva de dois pontos de fuga, a aluna F indicou corretamente a foto do prédio da sala de vídeo, porém também indicou a foto do bebedouro. Salientei que essa tinha não apenas dois, mas três pontos de fuga, o que foi confirmado pelo aluno C (justamente o integrante que sugeriu produzir essa fotografia).

Após a produção de fotografias, os alunos foram convidados a se dirigirem de volta ao Laboratório de Informática para realização do momento 3.

Momento 3

O terceiro momento da prática, como já comentado, era a de escolha de uma fotografia para que pudessem modelar linhas de fuga, linha do horizonte e pontos de fuga no GeoGebra, reconstruindo os principais objetos (ou objetos mais aparentes) do enquadramento da cena fotografada. Em tais reconstruções, os estudantes deveriam não só refazer os desenhos utilizando segmentos, retas, pontos e polígonos no GeoGebra, mas criá-los com base nas propriedades de Perspectiva Cônica, de modo que fosse possível, ao final, arrastar o ponto de fuga e os objetos em cena se movimentarem junto de acordo com essas mesmas propriedades. Temos, no Momento 3, a integração coletiva de seres humanos, fotografias, GeoGebra e computadores, que será identificado como sendo o coletivo de **seres-humanos-com-fotografias-e-geogebra**.

Nesse momento, a aluna A e F trabalhavam em um computador enquanto os alunos C e G trabalhavam em outro. Mesmo em computadores diferentes, o grupo se comunicava e ajudava um ao outro, além de terem modelado a mesma fotografia, como veremos mais tarde.

Os primeiros diálogos do grupo foram voltados para a escolha da fotografia que iriam utilizar para modelar no GeoGebra. Segue excerto.

F — Tu tirou foto, G?

G — Tirei, olha que bonita. Se vocês tiraram parecidas, deixa pra mim, que eu só tirei essa.

F — Eu tinha essa daí, mas tu saiu junto, daí eu apaguei. Eu tenho essa daqui que é de dois (pontos de fuga), ó.

G — É, eu peguei de propósito pra sair de um (ponto de fuga).

F — Eu tenho essa daqui também, ó.

G — Essa daí é bonita. Qual que tu vai escolher?

F — Acho que essa.

C — Vamos pegar essa aqui ó, de três pontos.

F — Misericórdia.

[...]

Professor — *Quais critérios vocês estão utilizando para selecionar as fotos?*

F — Beleza.
G — Beleza e qualidade da imagem.
 [...]
 F — Não, a gente tá olhando o ângulo.

É interessante perceber a apropriação da linguagem de “pontos de fuga” que o grupo utilizava na conversa, conforme falas da aluna F e dos alunos C e G. Ao final desse trecho, a aluna A utiliza a notação de “ângulo”, aplicada para comparação e diferenciação das fotografias no momento 1. A fotografia escolhida pelo grupo foi a da Figura 54, do prédio da Sala de Vídeo.

Figura 54: Fotografia escolhida pelo grupo para o Momento 3



Fonte: a pesquisa

Logo após esse diálogo, o aluno G começa a passar por outras fotografias tiradas antes das práticas, com familiares e amigos. Ele e a aluna F começam a analisar se há ou não pontos de fuga, se as fotos foram fotografadas com um “péssimo ângulo” ou não. Aqui eles estavam tentando identificar se as fotos tinham profundidade ou não; e se tinham, quantos pontos de fuga eram possíveis serem identificados.

Nos próximos minutos, o professor-pesquisador projetou o GeoGebra do seu computador para os grupos, a fim de mostrar como inserir imagens no programa para que eles dessem início à modelagem da fotografia escolhida. Foram cerca de 12min só para eles transferirem a foto do celular para o *netbook* e abrir no software. Na medida que eles foram conseguindo inserir as fotografias no *netbook*, começaram as perguntas, novamente, sobre como inserir a imagem no software.

F — Como é que coloca lá no programa, agora?

Professor — *Vai em “editar”, e “inserir imagem de arquivo”.*

Mas novamente ela pergunta, e o aluno G responde.

G — Vai em Editar, Inserir.

F — Deu, sor! Sor, foi. Como é que diminui? Não tô gostando desse aplicativo.

A — Ô, sor, como é que diminui?

Eu mostro no projetor o lugar.

Professor — *Ou vai nos pontos azuis ali embaixo. Tu pode arrastar.*

G — Tu clica aqui e arrasta. Tá me dando agonia.

F — Não tô entendendo nada.

G — Clica aqui e arrasta.

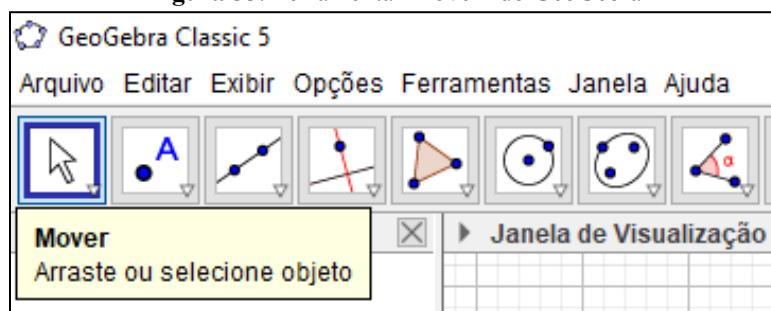
[...]

G — Arrasta o bagulho ali.

F — Pronto. Aqui. Primeiro eu tenho que colocar no mouse, se não ele não vai arrastar, se não ele vai diminuir, cabeçudo. Perdão.

A primeira observação do excerto anterior é em relação à pergunta da aluna F sobre como diminuir o tamanho da fotografia no GeoGebra. Ao inserir a imagem no aplicativo, a fotografia abriu automaticamente na sua resolução original; porém a tela do *netbook* era pequena, o que fazia com que não fosse possível visualizar a imagem inteira. A segunda observação é em relação às tentativas de realizar essa ação; o aluno G estava explicando que era para clicar e arrastar, no caso um dos pontos que se formam depois de selecionada a imagem, porém algum outro comando estava selecionado, o que impossibilitava de realizar a ação, até que ela comenta: “eu tenho que colocar no mouse, se não ele não vai arrastar”. Ela se refere à ferramenta “mover” do GeoGebra, destacada na Figura 55.

Figura 55: Ferramenta “mover” do GeoGebra



Fonte: arquivo pessoal

Depois de organizada a fotografia no netbook, a aluna F, que estava no comando principal de um dos netbooks, começa a tentar inserir pontos na imagem de modo que coincida com o ponto de fuga, após dica do professor-pesquisador de como iniciar a tarefa.

Professor — *A ideia é que vocês tentem construir os pontos de fuga de modo que seja possível arrastar e as propriedades se manterem. Então essa é a ideia que vocês tem que cuidar. Uma dica é: olhar pra tua fotografia e ver "quantos pontos de*

fuga tem essa fotografia?” Selecciona, então, “Ponto”. Coloca esse ponto mais ou menos onde tu acha que fica o ponto de fuga.

F — Vou colocar aqui mesmo, pode ser?

A — Pode.

G — Mais pra cá.

F — Pra cá?

G — É. Aqui ó, Isso.

A — Aí não faz sentido.

No excerto anterior, percebe-se que eles estão com dificuldade de deixar a localização do ponto o mais precisa possível. Eles acabam inserindo e analisando se faz sentido/se não faz, apagam e inserem outro. Repetem isso algumas vezes antes de perceber algo, em uma das vezes que foram seleccionar o ponto para apagar.

F — Se dá pra tocar com a caneta (a tela do netbook) então dá pra tocar com a unha. Coloquei o pontinho, mas ficou meio torto, tem problema? Aah, dá pra mexer o ponto. Coloquei o ponto, sor.

Numa tentativa de seleccionar o ponto para apagá-lo, a aluna F se dá conta que ele pode ser arrastado. Após, percebe algo nas dicas que o professor-pesquisador estava passando no quadro.

F — Sor, tu colocou teu ponto fora? (No caso, o ponto de fuga fora da imagem)

Professor — *Nesse caso, sim. Não necessariamente o ponto de fuga está dentro da foto.*

F — O meu eu coloquei dentro, sor.

[...]

F — Sor, eu deixei dentro, só que ele não vai se encontrar exatamente dentro da foto.

Professor — *Não tem problema.*

F — Mas aí eu coloquei dentro mesmo.

Professor — *Mas talvez tu vai ter que arrumar depois. O ponto de fuga pode estar dentro, ou fora. Depende a foto.*

F — Tá me confundindo.

A aluna F pensou que o ponto de fuga, ou os pontos de fuga, deveriam estar obrigatoriamente dentro da foto. Ela acaba decidindo deixar dentro da fotografia, porém ao começar a inserir as linhas de fuga percebe que elas não estão batendo com a fotografia. A aluna A acaba intervindo.

Professor — *O ponto de fuga vai ser amarelo, e vocês precisam clicar com o direito do mouse em cima do ponto e ir em propriedades. Lá tem como trocar a cor.*

F — Tem que mudar para amarelo?

Professor — *Ponto de fuga amarelo.*

F — Dá pra eu aumentar ele? Ah, já consegui. Gente, vocês acham que tá bom? Tá, ele não se encontra exatamente aqui. Vai se encontrar lá.

Professor — *Agora vai ser a parte que vocês tem que se virar um pouco. Começamos pelas linhas de fuga e linha do horizonte.*

A — A linha do horizonte seria a divisão entre a parede e a do chão.

Professor — *As linhas de fuga vão ser vermelhas.*

F — É pra fazer as linhas?

Professor — *Isso, tenta moldar esse desenho. Vocês podem tentar chegar em algo parecido com essa dos prédios. De modo que eu consiga retirar a fotografia, e conseguir identificar a foto de vocês por trás com as linhas.*

F — Consegui as linhas.

A — Agora muda o ponto de lugar. Coloca o ponto bem no meio.

F — G, achei o ponto. O que tu tá fazendo, G?

G — Não sei, eu tô aprendendo.

(risadas)

O aluno G estava no outro computador modelando a mesma foto, junto do aluno C.

F — G, é só apertar daqui. É bem fácil. Só tem que mudar a linha pra vermelha.

A — Eu acho que é assim, que nem na foto que ele (G) moldou. (A fala para F)

F — Tá, vou mudar. Ah, não, eu coloquei ponto H. O, sor... nada, esquece, consegui.

C — Conseguimos achar o ponto de infinidade aqui, sor.

Aqui o aluno C utilizou a notação “ponto de infinidade” para se referir ao ponto de fuga. As alunas F e A haviam representado algumas linhas de fuga na imagem, porém essas linhas não acompanhavam as linhas do prédio da fotografia, logo havia um problema. Elas percebem que podem arrastar o ponto de fuga para que as linhas de fuga se alinhem.

F — Sor, eu já fiz, e agora? Eu já fiz faz tempo (a mudança de cor das demais linhas de fuga).

Professor — *Tá, se eu mover o ponto de fuga as linhas vão se mover também? Tu colocou a linha do horizonte?*

F — Não. E como faz?

Professor — *A linha do horizonte é uma linha horizontal que passa pelo ponto de fuga.*

F — Eu acho que tá bem rente, esse pontinho. G, tu acha que meu pontinho tá reto? Eu tenho uma leve sensação de que meu pontinho tá um pouquinho torto, vocês não acham?

Enquanto isso, os alunos C e G não conseguiram conectar as linhas de fuga com o ponto de fuga.

G — O, sor; ajuda aí.

Professor — *Constrói segmentos “grudados” com o ponto de fuga.*

G — Tipo, ó, se eu mexer o ponto de fuga a linha mexe, mas de baixo não mexe.

Professor — *Deixa eu ver. Ó, a outra não se mexe.*

G — Por quê?

Professor — *Porque provavelmente tu não conectou essa vermelha com a amarela. Porque o amarelo é o ponto de fuga. É o principal ponto.*

G — E como é que conecta?

Professor — *Quando constrói tem que selecionar ele, entendeu?*

G — Hum.

C — Então tem que construir outro ponto amarelo largando em cima de tudo?

Elas partem para construção da linha do horizonte. Aqui existe um cuidado grande, pois a linha do horizonte deve se manter horizontal mesmo movimentando o ponto de fuga, o que não ocorre nas primeiras construções e tentativas. Segue excerto.

F — Cara, ele não quer ficar... Ah, ele tá localizando os pontos. É por isso. Deixa eu cancelar ele. Se tem como cancelar. Que ódio. Por quê ele não me obedece?

A — Tá tudo sob controle (sendo irônica).

F — Tá, deixa eu fazer meu ponto aqui, ó. Sor! Não, não dá pra mim isso aqui. Tá eu tentei localizar.

A — Ficou ótimo.

F — Por que ele tá mexendo, ele não tá me obedecendo.

G — Como é que tu fez a linha preta?

F — É só selecionar a linha. Sor, vem aqui. Por que ele não tá ficando no lugar.

A — Vê se tu tá colocando a linha certa.

F — Sim. Foi a mesma que coloquei. Só que desta vez ele não tá ficando, ó. Eu tiro a mão e ele vem junto. Eu clico nele pra ele ficar, mas ele não tá ficando. Deixa eu ver.

Porém ao movimentar o ponto de fuga, percebe-se que existem linhas de fuga que também não estão conectadas a ele (mesma situação dos alunos C e G). A fala da aluna F, em que se pergunta “Por que ele tá mexendo, ele não tá me obedecendo.” revela a maneira com que o software está dando o retorno. Aqui, os estudantes haviam construído ponto de fuga e linhas de fuga, porém ambos não estavam conectados. A primeira vista, sem passar pela “prova do arrastar”, até parece estar tudo certo, porém ao movimentar o ponto de fuga se percebe os equívocos, que são percebidos pela maneira que o software dá o retorno visual. Borba, Silva e Gadaniadis (2014) já destacam que nosso pensamento está atrelado ao que o software apresenta, com a “prova do arrastar” sendo um dos elementos da geometria dinâmica que pode proporcionar a verificação e testagem das propriedades por trás das construções realizadas. E aqui percebemos que, ao arrastar o ponto de fuga a linha de fuga não se moveu junto, e isso fez com que a dupla parasse o que estavam fazendo para tentar ajustar o equívoco. Assim, percebemos um coletivo formado por **seres-humanos-com-geogebra**, por não se tratar de um problema associado diretamente à fotografia, mas sim apenas à construção em si. Assim, as alunas A e F param o que estavam fazendo (que era construir a linha do horizonte) para se dedicar novamente às linhas de fuga.

Professor — E aqui tá se mexendo? Ó, não, as linhas vermelhas não estão se mexendo junto com o amarelo.

F — E como é que eu faço isso?

Professor — Tu tem que construir as vermelhas selecionando depois o ponto amarelo. Que nem aqui. Vou fazer um exemplo. Construí um segmento selecionando o ponto.

F — Hum, mas tu não tinha explicado isso, sor. Eu sei usar o Word, e não o GeoGebra. (risadas)

G — O, sor, é pra grudar a linha horizontal no ponto de fuga?

Professor — *Também.*

G — Tá perfeito.

C — Funcionou?

G — Funcionou.

A aluna F refaz as linhas de fuga.

F — Consegui... Não, não consegui.

Professor — *Como assim?*

A — É que ela tá colocando o ponto amarelo que é pra ficar por cima, tá ficando por baixo.

F — Eu quero que esse daqui vire o C. Eu não tô conseguindo conectar eles, porque quando eu tento conectar do C pra cá, a imagem fica torta. E aí eu tentei fazer de cá, pra lá, aí ele vira outro, entendeu?

Professor — *Mas aí depois tu pode arrastar o ponto de fuga pra ficar “retinho”.*

F — Tá ficando, é isso que tu tô tentando te falar. Aí eu não tô conseguindo selecionar.

Professor — *Tá, depois aí tu ajeita. Mas tu já construiu... ah não, na hora de construir é que tem que...*

F — É, só que daí eu não tô conseguindo. Ele estava sempre torto.

Professor — *Tá, seleciona ali, e clica no amarelo. Isso, aí, depois clica... vai vai, e leva no amarelo.*

F — Aí, obrigado.

A aluna estava criando a linha de fuga com o comando “reta” no GeoGebra. Ela selecionava um ponto, e quando ia construir o segundo ponto ela clicava em um lugar muito próximo do ponto de fuga, e acabava não selecionando-o. Assim, o segundo ponto de construção da reta não era o ponto de fuga, resultando que a linha de fuga e o ponto de fuga não estavam conectados.

F — Não, mas olha só. Aí agora em cima ficou torto. É isso que eu tô te falando.

Professor — *Arrasta o ponto de fuga. Vai levando o ponto de fuga pra onde tu acha que é a localização. Vai olhando as linhas (de fuga).*

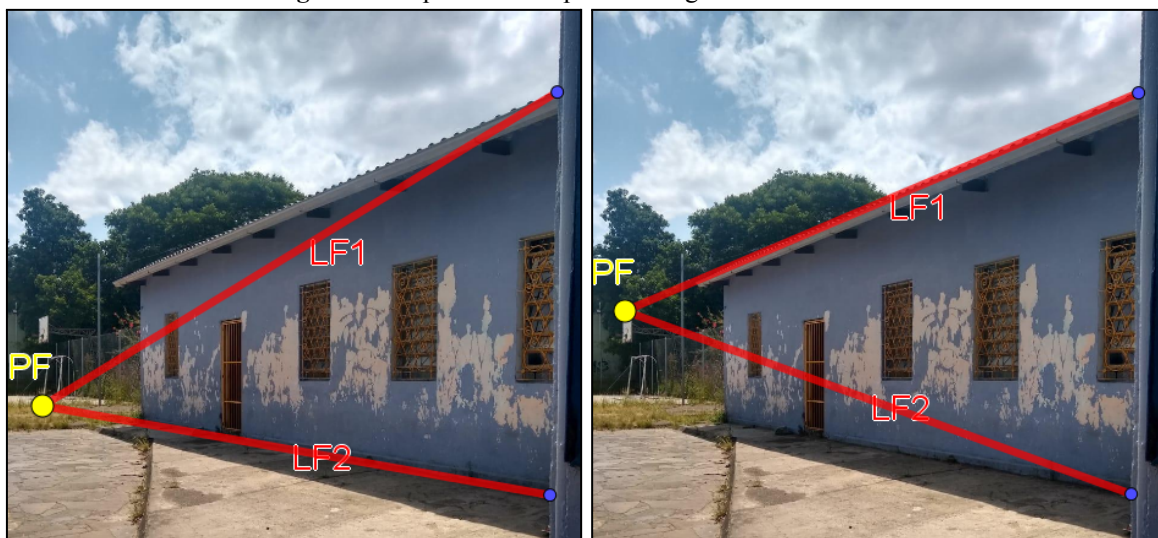
F — Mas aí embaixo tá torto.

Professor — *Mas em algum lugar vai dar certo.*

F — Não, sor... tá consegui.

A aluna F, quando arrastava o ponto de fuga para que uma das linhas de fuga fizesse sentido com o desenho, as demais linhas não ficavam no lugar certo, conforme o excerto “Não, mas olha só. Aí agora em cima ficou torto. É isso que eu tô te falando”. Quando ajeitava uma, a outra ficava errada, conforme o excerto “Mas aí embaixo tá torto”. Então o professor falou que em algum lugar ia tudo dar certo. Ou seja, era uma questão de localização do ponto de fuga. Segue figura de exemplo do que estava acontecendo.

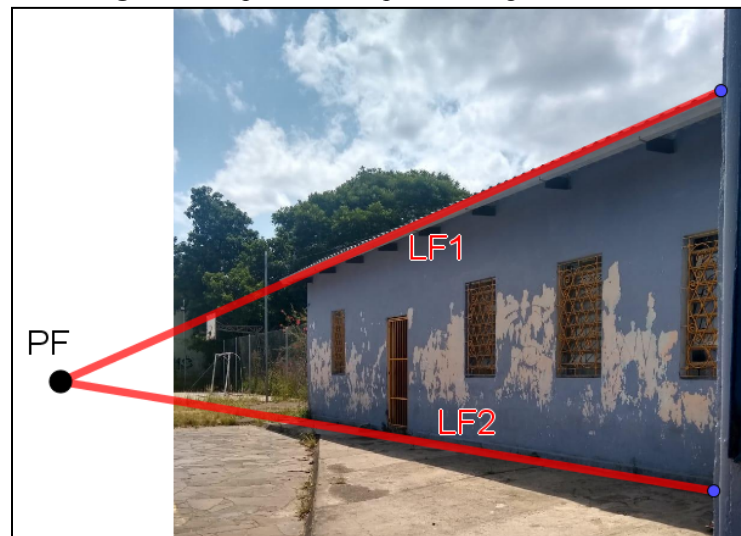
Figura 56: O problema do ponto de fuga localizado errado



Fonte: a pesquisa

A Figura 56 é apenas uma representação, não um recorte do arquivo que a dupla produziu. Como a aluna F estava pretendendo deixar o ponto de fuga dentro da fotografia, quando tentava colocar as linhas de fuga conectadas a ele, essas não estavam “alinhadas” com o objeto em cena. Justamente isso ocorria pelo fato do ponto de fuga estar “fora da fotografia”, ou seja, fora do enquadramento realizado. O professor-pesquisador ainda comenta que “em algum lugar vai dar certo”, até que a aluna F comenta “Não, sor... tá consegui”. É interessante destacar que a ordem de construção, aqui, foi, primeiramente, o ponto de fuga, e depois as linhas de fuga. No papel, estaríamos destacando primeiramente as linhas de fuga para poder localizar o ponto de fuga. O processo contrário, de construir o ponto de fuga e depois as linhas de fuga, só foi possível por estarmos realizando a atividade em um software de geometria dinâmica, em que seria possível arrastar o ponto de fuga pela imagem a fim de verificar o lugar que as linhas de fuga batem com a fotografia. Segundo Borba, Silva e Gadanidis (2014), a geometria dinâmica é um espaço maleável e manipulativo de construções que proporciona diferentes caminhos para investigação, que é o que podemos perceber nesse caso. Verificamos, na situação destacada, um coletivo formado por **seres-humanos-com-fotografias-e-geogebra**.

Figura 57: O problema do ponto de fuga solucionado



Fonte: a pesquisa

A Figura 57 traz a posição mais correta do ponto de fuga, depois das tentativas realizadas, arrastando-o para diferentes posições no software. Depois de solucionados os problemas relativos às linhas de fugas estarem conectadas ao ponto de fuga construído, bem como à posição do ponto de fuga, eles partem para a linha do horizonte.

Professor — E aí, foi aqui?

C — Metade sim. Metade foi.

Professor — Tá, e essa linha do horizonte torta.

C — Mas tu falou que era pra ligar também.

Professor — A linha do horizonte sempre deve continuar na horizontal. Ela vai ter que descer junto quando movimentar o ponto de fuga.

C — Ah, tu quer que deixe parada a linha e que tudo se mexa? Como é que a gente faz essa coisa? Não tem como fixar o ponto dela do outro lado? Como é que eu fixo lá no canto.

G — Sei lá, C. Habilitar o rastro, vamos ver.

C — Não é isso aí. Isso aí fica o risco ali.

G — Tá, acho que é essa aqui.

C — Acho que essa aí só deixa o ponto.

G — Ela tá torta. Calma. Primeiro tem que deixar ela retinha. Como é que faz agora?

[...]

F — Tá, e o horizonte? O horizonte é pra se mexer também?

Professor — O horizonte tem que se mexer também junto.

F — E como é que eu faço ele?

Professor — Ah, tem que dar um jeito.

F — Por quê fazes isso comigo?

A — Só botar no meio.

F — Não, aí o ponto vai mexer ele. Sor falou que não era pra mexer.

[...]

F — C, tu conseguiu fazer o ponto de fuga?

C — Não.

F — Por que não pode mexer, né?

C — Uhum.

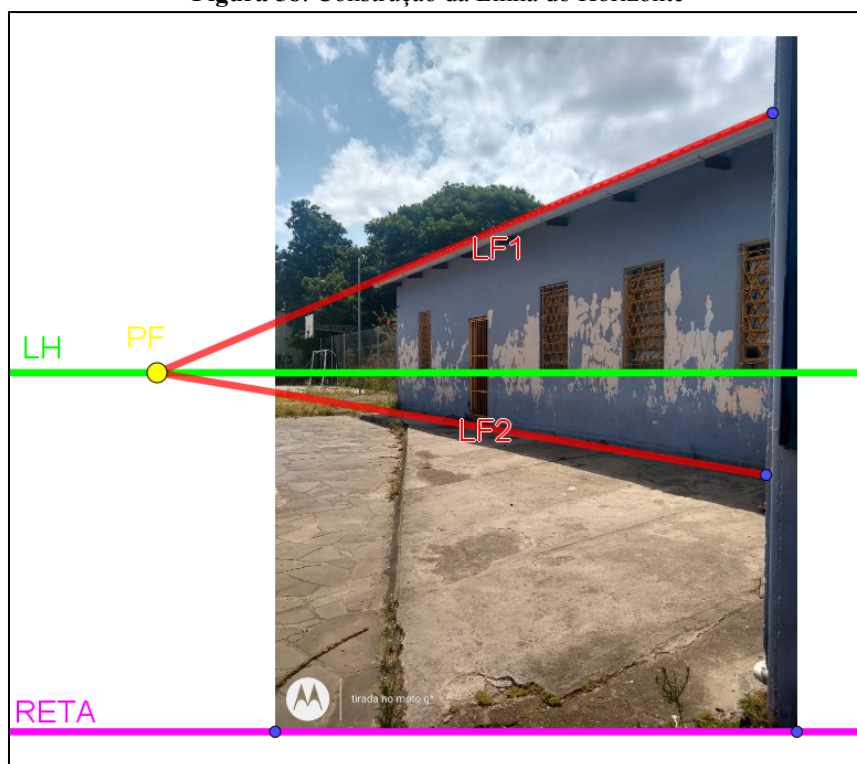
F — Não é pra ele mexer, né?

C — Não é pro horizonte mexer. É pra ele mexer; só que tem que ser reto.

Percebendo a dificuldade dos grupos em avançar na construção da linha do horizonte, o professor-pesquisador apresenta um exemplo de utilização da ferramenta de retas paralelas do GeoGebra. É mostrado um exemplo em que foi construída uma reta qualquer passando por um ponto, porém ao movê-lo a reta deixa de ser horizontal. Posteriormente, é construída uma reta paralela a um dos eixos do plano cartesiano passando pelo ponto de fuga. Assim, é definida a propriedade dessa nova reta, que sempre será paralela ao eixo horizontal e que passa por esse ponto fora do eixo.

É apresentada uma sugestão de criar uma reta passando pelos dois “vértices inferiores da fotografia”. Segue Figura 58 de ilustração da situação, não se tratando do arquivo produzido pelo grupo.

Figura 58: Construção da Linha do Horizonte



Fonte: a pesquisa

A aluna F consegue fazer a Linha do Horizonte a partir das duas dicas apresentadas pelo professor-pesquisador: a primeira sobre como utilizar a ferramenta de construção de retas paralelas do GeoGebra e a segunda de construir a reta que passa pelos “vértices da fotografia” como base para construção da linha do horizonte.

Tais dicas foram necessárias para que os alunos pudessem avançar na atividade e também não se desmotivarem. Primeiramente o professor-pesquisador os deixou tentando, explorando as ferramentas e percebendo o porquê de não estarem conseguindo. Deixou-os, por exemplo, construir retas que aparentemente eram horizontais, porém quando mexia o ponto de fuga elas deixavam de ser. A “prova do arrastar”, já discutida por Borba, Silva e Gadanidis (2014), se trata de uma ferramenta que a geometria dinâmica pode proporcionar, a fim de verificar e testar propriedades que antes, apenas no papel, não seriam possíveis, estando atrelada à moldagem recíproca. A fala final, no último excerto, do aluno C, em que diz que “Não é pro horizonte mexer. É pra ele mexer, só que tem que ser reto”, refere-se ao fato da linha do horizonte estar se mexendo junto do ponto de fuga, porém deixando de ser horizontal. Esse efeito só seria possível perceber justamente no software de geometria dinâmica. Temos, aqui, um coletivo **seres-humanos-com-fotografias-e-GeoGebra**, pois o grupo estava na tentativa de modelar a fotografia inserindo, agora, o terceiro elemento principal, que era a linha do horizonte; essa tarefa, porém, ainda tinha como preocupação a fotografia que estava por trás, conforme a fala do aluno G “Ela tá torta. Calma. Primeiro tem que deixar ela retinha. Como é que faz agora?”. O “primeiro tem que deixar ela retinha” referia-se às linhas de fuga e ponto de fuga já construídos, pois o aluno queria ajustar antes de construir a linha do horizonte.

Borba, Silva e Gadanidis (2014) destacam que nosso pensamento está atrelado ao que o software apresenta, ocorrendo, assim, a chamada moldagem recíproca, em que há uma reorganização do pensamento ao inserir atores humanos e não humanos em um ambiente de aprendizado matemático. Os alunos, aqui, constroem a linha que seria a do horizonte. Ao realizar a prova do arrastar o software indica os problemas na construção. Os alunos, então, refazem a construção tentando aplicar as propriedades necessárias.

Realizar essa atividade no papel (a de construir uma linha do horizonte), seria talvez uma tarefa mais fácil, bastando uma régua e caneta. Aqui, por outro lado, não basta criar uma reta que passe pelo ponto de fuga e que aparentemente seja horizontal. No GeoGebra será necessário construir uma reta paralela ao eixo horizontal, por exemplo, e passando pelo ponto de fuga, o que passa pela prova do arrastar, com os estudantes percebendo que a linha do horizonte, que leva esse nome pelo fato de estar na horizontal, deve permanecer assim independente dos movimentos que ocorram com um ou mais de seus pontos. Em outras

palavras, o trabalho com o software permitiu deixar em evidência a propriedade que caracteriza uma linha como sendo do horizonte.

Depois de construída a Linha do Horizonte, os alunos são convidados a modelarem os demais objetos de maior destaque na fotografia, como o prédio, o chão e o céu. São instruídos a utilizar ferramentas como polígonos para realizar pinturas, além de utilizarem retas perpendiculares para construção das linhas verticais dos objetos. Para ajudar a ilustrar e dar dicas, o professor-pesquisador também estava modelando uma imagem no projetor, utilizando a ferramenta “polígonos” do software GeoGebra.

F — Sor, o que tu tá fazendo?

Professor — *Eu tô pintando, construindo, desenhando a imagem por cima.*

F — Tá. Como é que faz? Como é pra fazer? Que eu tava colocando a cor (da linha do horizonte)

[...]

F — Como é que tu fez, que eu não tava ouvindo?

G — Tu vai aqui em “polígono”, tá?

F — Tá.

G — Dai tu desenha o que tu quiser. Desenha o triangulozinho. Desenha esse triângulo aqui. Dai tu vai lá, e muda de cor.

Professor - *E aqui, como está?*

G — Consegui já, sor.

F — Sor, aquela parte lá. Era pra pintar? Como é que era? O que que é pra fazer agora?

Professor — *É pra tentar modelar a foto. Quando a gente tirar ela, a gente consegue ver um pouco de como ela era antes.*

F — Uhum.

A — Tá, a gente pinta de cinza aqui e aqui.

Professor — *O que eu sugiro. Esse prédio é roxo. Coloca um ponto aqui e aqui. Em cima da reta vermelha.*

F — Agora eu movo eles. Eu criei dois pontos.

[...]

F — Tá, sor, me ajuda aqui.

G — Tá certo esse negócio de pintar aí?

Professor — *Esse ponto não tá ali em cima da linha. E esse aqui também não. Tem que criar um ponto que seja em cima dessa reta aqui.*

F — Agora foi. Que legal.

Professor — *Tenta criar o outro. E pode colocar esse ponto mais próximo do prédio daí.*

[...]

Professor — *Se removermos a foto, para ver como ficou, e arrastar o ponto de fuga, tu vai perceber que maneira que tu está olhando o prédio muda. Vocês podem tentar fazer o chão agora.*

Novamente há o problema de construir pontos fora das linhas, ocasionando em pontos que não pertencem a essas retas. Caso formos mover o ponto de fuga, as linhas de fuga se moverão juntas, porém esses outros pontos criados não.

A modelagem final, com a construção dos polígonos para representar os aspectos mais gerais da fotografia (como paredes, portas, etc), ocorreu com cada uma das duplas do grupo. Foi solicitado que eles movessem o ponto de fuga para verificar se os polígonos se moveriam junto, seguindo as propriedades de Perspectiva Cônica. Na medida que foram conseguindo, eles se desafiavam a querer modelar mais algum elemento da fotografia, conforme excerto a seguir.

F — Sor, sor. Eu consegui fazer o chão. Olha aqui.

Professor — *Isso, perfeito!*

F — Ai, que divertido!

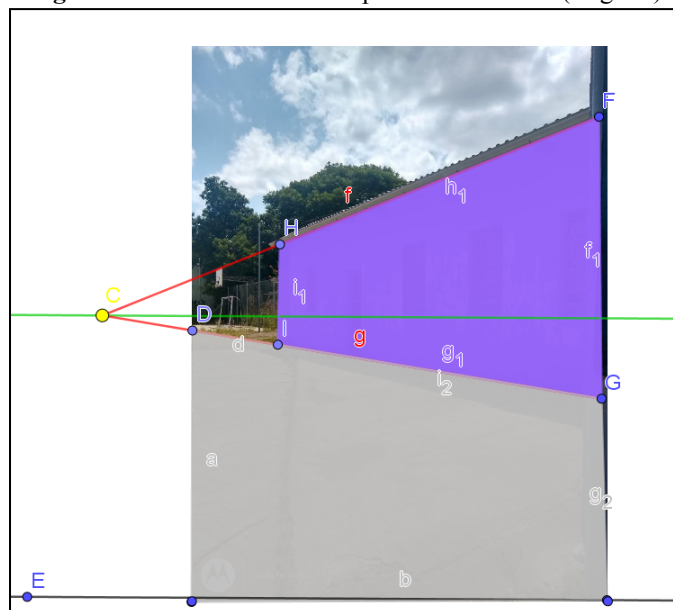
Professor — *Quando tu arrasta o ponto de fuga o chão se move também.*

F — Ai, que legal!

A — Tenta fazer o céu.

O resultado final da modelagem das fotografias de cada dupla estão nas figuras a seguir. A Figura 59 é a modelagem das alunas A e F.

Figura 59: Modelo construído pelas alunas A e F (original)



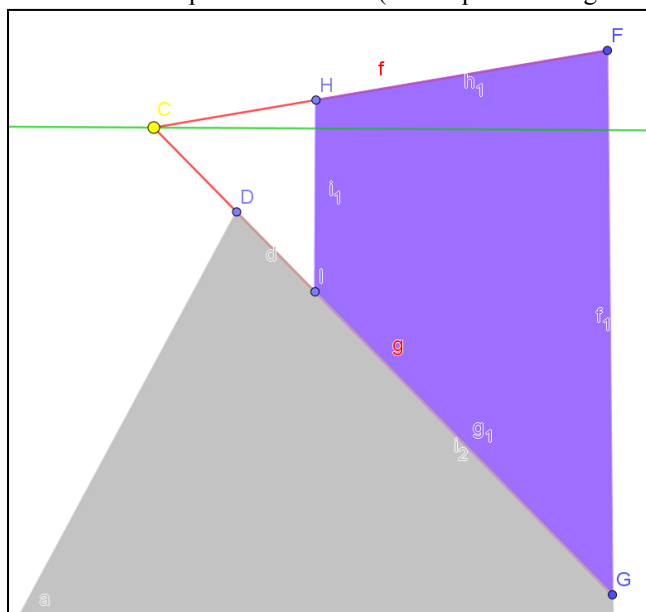
Fonte: a pesquisa

Percebe-se que a posição do ponto de fuga, linha do horizonte e linhas de fugas estão corretas. Bem como a modelagem do prédio e do chão realizada pelas alunas A e F.

Removendo a fotografia, e movendo o ponto de fuga para uma posição em que a linha do horizonte esteja mais acima do prédio, damos a impressão de que o visualizador está numa

posição mais elevada, além de estar mais próximo do prédio, dado que o ponto de fuga foi aproximado da construção. Segue Figura 60 como exemplo.

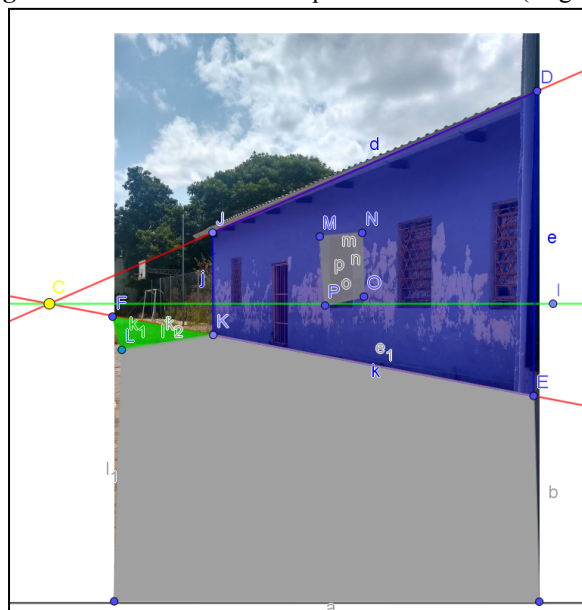
Figura 60: Modelo construído pela alunas A e F (com o ponto de fuga em outra posição)



Fonte: a pesquisa

Percebe-se que o polígono construído para representar o prédio moveu junto com o ponto de fuga, pois os seus vértices foram construídos corretamente sobre as linhas de fuga. A Figura 61 é a modelagem dos alunos C e G, sobre a mesma fotografia.

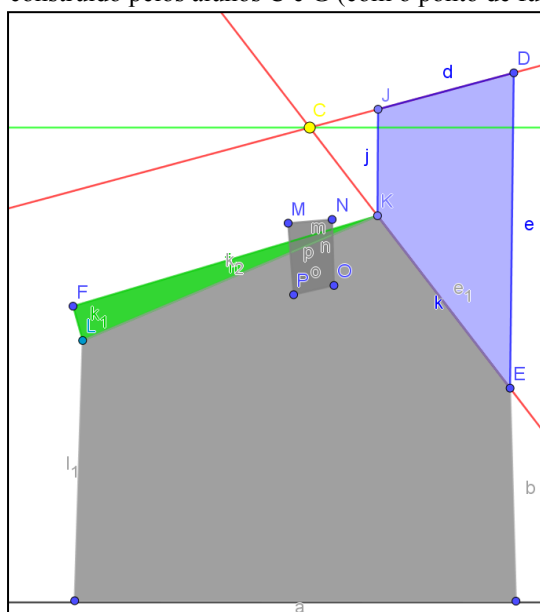
Figura 61: Modelo construído pelos alunos C e G (original)



Fonte: a pesquisa

Percebe-se que a posição do ponto de fuga, linha do horizonte e linhas de fugas estão corretas, bem como a modelagem do prédio, do chão e de uma parte gramada. Removendo a fotografia, e movimentando o ponto de fuga para uma posição mais próxima do prédio, e mais acima, chegamos no seguinte:

Figura 62: Modelo construído pelos alunos C e G (com o ponto de fuga em outra posição)



Fonte: a pesquisa

Note que o polígono que representa o prédio passou pela “prova do arrastar”, com as propriedades de Perspectiva Cônica tendo sido mantidas. Os alunos C e G também modelaram a janela do prédio, porém não a conectaram com as linhas de fuga. Para construção das janelas, os estudantes deveriam ter identificado as linhas de fuga que passavam pela janela, e posteriormente construir os vértices do polígono em cima dessas linhas. Não tomando esse cuidado, e ao fazer a “prova do arrastar”, percebe-se que a janela não segue as propriedades de Perspectiva Cônica.

Chegando ao final da prática, o professor-pesquisador faz uma fala de fechamento.

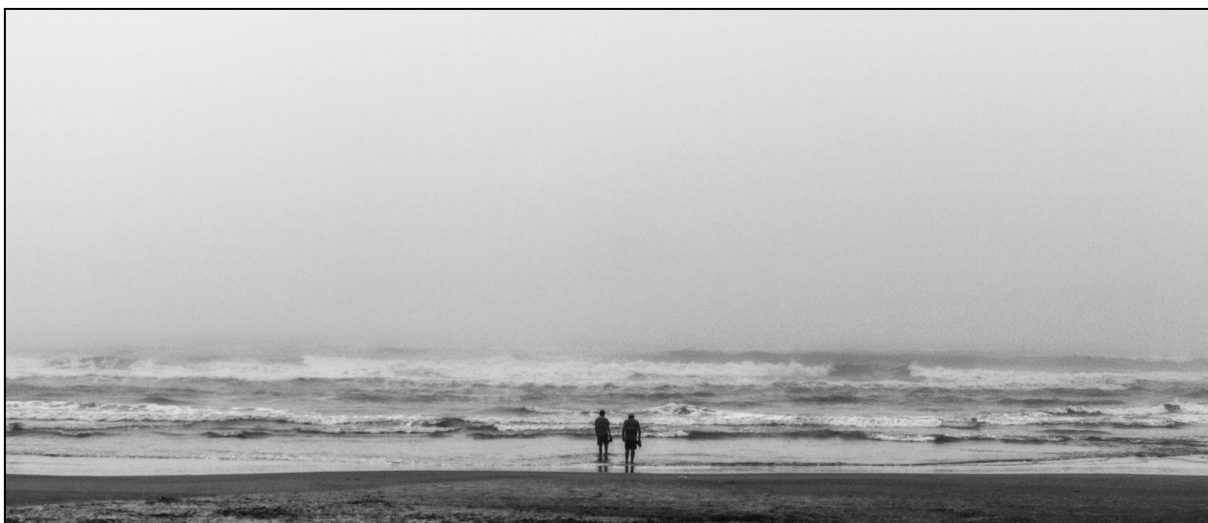
***Professor** — Bom, a oficina teve o objetivo de trazer pra vocês essa geometria de como visualizamos o mundo. Espero que tenha deixado um pouco dessa geometria. Dar uma ideia de que existe.*

[...]

A — Mas a ideia deu certo, sor. Deu super certo. Agora a gente olha as coisas, pelo menos pra mim, eu fico “hummm, aquele ângulo, se eu olhar por baixo ele muda”.

O comentário da aluna A representa um pouco do objetivo dessas atividades, que foi o de provocar e instigar esse grupo de estudantes a respeito da maneira que olhamos o mundo, e perceber que é possível identificarmos uma matemática por trás.

5 DE VOLTA À PRAIA



“Imagem: o reinício. Uma praia e ondas. Talvez vento. Agora vemos areia, com duas pessoas olhando para o mar compartilhando esse momento.”

O objetivo desse trabalho foi o de analisar conceitos sobre Perspectiva Cônica que podem ser identificados ao se trabalhar com a fotografia e o GeoGebra na Educação Básica, a fim de responder o seguinte questionamento: **que conceitos matemáticos sobre Perspectiva Cônica são produzidos por um coletivo seres-humanos-com-fotografias-e-GeoGebra?**

Primeiramente, para responder à pergunta, pretendemos resumir, novamente, os três principais momentos que os alunos estavam produzindo matemática, organizando-os, também, pelos coletivos envolvidos.

No *Momento 1*, temos a integração coletiva de seres humanos, fotografias (incluindo um destaque para fotografias digitais) e computadores (onde estavam as fotografias e o ambiente em que os alunos trabalhavam), que será identificado como sendo o coletivo de **seres-humanos-com-fotografias**.

Os conceitos matemáticos sobre Perspectiva Cônica, nesse momento, se mostraram através de discussões e das categorias criadas pelo grupo. Nos primeiros contatos com o conjunto de fotografias, pareciam estar tendendo a organizar as fotografias por elementos físicos presentes nas fotografias, o que não iria ao encontro do que pretendíamos que chegassem, que era o ângulo com que as fotografias foram tiradas dos elementos em cena, com destaque para as fotografias com profundidade em perspectivas de um, dois e três ponto de fuga, além de fotografias sem profundidade. Porém, com o comentário que destacava

fotografias “com mesmas proporções”, de uma das integrantes do grupo, a discussão centrou-se nesse tópico, produzindo classificações que foram possíveis verificar o conteúdo de Perspectiva Cônica. Assim, o coletivo formado por seres humanos e fotografia, aqui identificado como seres-humanos-com-fotografias, construiu conceitos dos padrões criados a partir de discussões entre eles sobre o conjunto de fotografias que tinham à disposição, produzindo-se matemática com atores humanos e não humanos. Houve a criação de mais de uma categoria para cada perspectiva, mas que teve como motivação os elementos físicos contidos na imagem (que voltaram a ser uma maneira de categorizar), em vez apenas da posição da câmera fotográfica/observador.

Por fim, foram criadas três categorias para fotografias que não possuíam profundidade aparente, sendo elas: **frontal**, **manga** e **aérea**. Ou seja, fotografias que não tinham intenção de mostrar uma profundidade na cena. Também foram criadas três categorias para as fotografias de perspectiva de um ponto de fuga, sendo elas: **ruas que não se encontram/tem fim**, **ruas que se encontram/não tem fim** e **túnel**. E por fim, foi criada uma categoria para as fotografias de dois pontos de fuga, sendo ela: **trapézios**. A única exceção para essa última categoria foi a Foto 14, que melhor se enquadraria em fotografias em perspectiva de um ponto de fuga.

Importante ressaltar, também, as discussões que ocorreram para definir, por fim, as categorias citadas anteriormente. Como já comentado no capítulo anterior, houve busca por padrões entre as fotografias (com profundidade ou não, por exemplo), identificação de objetos em cena em diferentes lugares no espaço (vagas de estacionamento com diferentes tamanhos) e de figuras geométricas (trapézios). Também percebemos as mudanças nos nomes das categorias (como a categoria “normal”, que passou a ser “frontal”, numa referência a fotos sem profundidade), a busca por um entendimento entre os membros do grupo sobre o que significava cada categoria (como a do aluno G, que confundia as categorias “que não se encontram/que tem fim” e “que se encontram/que não tem fim”), e como as fotos iam se encaixando ou não nessas categorias criadas.

No *Momento 2*, temos a integração coletiva de seres humanos e as câmeras fotográficas de seus celulares, que será identificado como sendo o coletivo de **seres-humanos-com-câmeras-fotográficas**.

Os conceitos matemáticos sobre Perspectiva Cônica, nesse momento, se mostraram através das falas e fotografias produzidas pelo grupo, conforme Figura 63.

Figura 63: Exemplos de fotografias produzidas pelo grupo, em ordem: com um, dois e três pontos de fuga



Fonte: a pesquisa

Para justificar que se tratavam de fotografias com profundidade, o aluno C comentou que “a parede vai diminuindo.” Logo, é possível destacar que houve intencionalidade na produção das três fotografias. Não só essas três, mas das outras seis fotografias que o grupo também produziu. Todas elas possuíam profundidade aparente, seja de um, dois ou três pontos de fuga.

No *Momento 3*, temos a integração coletiva de seres humanos, fotografias (dos estudantes), GeoGebra (software de geometria dinâmica) e computadores (ambiente que está o software), que será identificado como sendo o coletivo de **seres-humanos-com-fotografias-e-geogebra**.

Os conceitos matemáticos sobre Perspectiva Cônica, nesse momento, se mostraram através das discussões, manipulações com o software GeoGebra e nas construções produzidas pelo grupo nesse ambiente. Houve situações em que o coletivo era formado por seres-humanos-com-geogebra (situação 2) e seres-humanos-com-fotografias-e-geogebra (situação 1 e 3). As três situações principais eram estas: (1) a de manipulações no ponto de fuga a fim de entender a posição dele no espaço bidimensional do software, com base nas linhas de fuga já construídas, e que esse ponto pode estar fora do enquadramento da fotografia, conforme exemplo apresentado no capítulo anterior; (2) também ocorreu o problema das linhas de fuga não estarem associadas ao ponto de fuga; aparentemente, ambos pareciam conectados, porém ao mover ponto de fuga percebiam-se estarem desconectados;

(3) outra situação foi a do problema da linha do horizonte não se manter na horizontal quando movimentado o ponto de fuga.

Essas três situações relacionam-se diretamente com o conteúdo de Perspectiva Cônica, e passam pela “prova do arrastar” que só é possível em um software de geometria dinâmica. Conforme Borba, Silva e Gadaniadis (2014), essa prova é justamente um método de conferir se uma construção realmente é uma construção ou se simplesmente é um desenho de um objeto. A “prova do arrastar” nos faz ter uma resposta do software de modo a verificar se as propriedades que utilizamos para construir os elementos fazem sentido, ou não. Não só isso, mas também o de verificar como essas propriedades interagem umas com as outras, no momento que arrastamos determinados elementos pelo espaço (como o ponto de fuga). Assim, temos a “validação” de diferentes construções com base nos conhecimentos de Perspectiva Cônica, como as linhas de fuga e linha do horizonte se movimentarem junto do ponto de fuga.

Apresentaram-se, portanto, os conceitos matemáticos sobre Perspectiva Cônica produzidos por um coletivo seres-humanos-com-fotografias-e-GeoGebra, sob diferentes maneiras, linguagens, moldados de acordo com as mídias utilizadas durante as práticas. Partimos, agora, para destacar, brevemente, alguns pontos positivos a respeito, exclusivamente, das práticas que foram realizadas, bem como alguns pontos que já pensaríamos diferente para uma próxima aplicação.

Pontos positivos das práticas realizadas:

- 1) As práticas tiveram diferentes momentos, com diferentes objetivos e envolvendo diferentes propostas metodológicas, como exploração, investigação e criação, oportunizando diferentes contatos dos estudantes com o que se pretendia ser abordado.
- 2) As práticas proporcionaram, aos estudantes, diferentes ambientes e linguagens, como exploração com fotografias a fim de criarem critérios e categorias para organizar fotografias, sendo que muitas das vezes os conteúdos de Perspectiva Cônica já apareciam; exploração e investigação com câmeras fotográficas, a fim de entender como o movimento da câmera muda a maneira que os objetos da cena aparecem e a matemática por trás disso; e investigação com GeoGebra de propriedades de Perspectiva Cônica em fotografias produzidas pelos próprios alunos.

- 3) As práticas, também, proporcionaram momentos em que os estudantes puderam produzir matemática. Em que puderam elaborar palavras e conceitos e defini-los à sua maneira para tentar justificar o que estavam pensando. Momentos, também, em que puderam produzir eles mesmos as fotografias, dar o seu olhar a partir desses conceitos que foram construindo.

Pontos que, hoje, pensaríamos diferente:

- 1) Os estudantes poderiam ter maior domínio no GeoGebra sobre como construir retas paralelas, perpendiculares, etc. Esse foi um problema, principalmente, na Prática Piloto, por conta do tempo disponível e da organização do dia a dia de uma sala de aula regular. Pensando em planejamento e tempo limite para realização de práticas paralelas ao planejado para o ano, o domínio maior da plataforma poderia ser uma forma de focar o Momento 3 da prática nos conceitos de Perspectiva Cônica, e não em discussões de como construir uma reta ou um ponto.
- 2) Inserir um momento anterior às fotografias na rua. Deixar com cada grupo um cubo ou paralelepípedo para que eles pudessem testar ângulos com a câmera fotográfica (podendo ser antes ou depois da parte expositiva do conteúdo). Propor um ambiente para que os estudantes pudessem perceber o que muda quando a gente movimenta o celular (rotacionando num eixo horizontal e num eixo vertical).

Sabemos que o planejamento de uma aula representa o cenário ideal que um professor pretende ministrar em sala. Por vezes os planejamentos são atacados por todos os lados, o que nos faz ter que repensar e se adaptar aos novos cenários. Assim, devemos permitir que a mudança aconteça, bastando um redirecionamento da perspectiva, um olhar diferente, por assim dizer. E por falar em olhar diferente, algo a destacar sobre a fotografia desse último capítulo?

Você, que está lendo agora, está lembrado(a) da fotografia que deu início a esse texto? Só não vale colar. Tente lembrar. A fotografia que você vê aqui nesse capítulo é igual ou diferente daquela primeira? De novo, não vale enganar! Agora volte para aquela fotografia, e depois compare com essa fotografia final.

Estamos de volta à praia, mas agora com duas pessoas. Entretanto, ficam alguns questionamentos: quem elas representam? O que o mar representa para essas pessoas? O que

aquele momento representa para elas e para quem as vê? O que estão olhando? O que as ondas representam para elas? Se trata de um recomeço, mas com diferentes personagens. Estamos de volta à praia... porém nunca saímos dela, e dela não precisamos, obrigatoriamente, sair se queremos uma nova aventura e descobrir novas coisas. Um mesmo objeto pode ter diferentes significados para diferentes pessoas, basta olhá-lo sob pontos de vista diferentes. Focar em coisas diferentes, se dedicar a entender o todo de tudo. Agora imagine se nosso objeto é uma praia. Sim, estamos de volta à praia, e dela nunca saímos ao longo dos capítulos.

As imagens apresentadas no início de cada um deles foram tiradas na mesma cidade, no mesmo dia e em horários muito próximos. Nunca saímos da praia, mas a praia se apresentou de várias formas, e atinge cada pessoa de uma maneira diferente, assim como uma pesquisa, que temos a sensação de ser um ciclo; entretanto, esses são ciclos que trazem mudanças a cada novo reinício. Começamos com uma cena composta por um céu, mar e ondas; tínhamos dúvidas se era uma praia realmente. Ao término dessa pesquisa, finalizamos com uma cena composta por um céu, mar e ondas, porém com areia e pessoas. A intenção, dessa forma, é mostrar que a pesquisa terminou diferente de como começou. Que as pessoas terminam diferentes, e que estão prontas para outros percursos. Assim, deixamos a imagem desse último capítulo como possibilidade de ser a primeira de um outro ciclo.

REFERÊNCIAS

- ABBAGNANO, N. **Dicionário de filosofia**. 5. ed. São Paulo: Martins Fontes, 2007.
- BASSO, M. V. A.; NOTARE, M. R. Pensar-com Tecnologias Digitais de Matemática Dinâmica. **Revista Novas Tecnologias na Educação**. v. 13, n. 2, 2015.
- BOGDAN, R.; BIKLEN, S. K. **Investigação Qualitativa em Educação – uma introdução à teoria e aos métodos**. Porto: Porto Editora. 1994.
- BORBA, M. C. Coletivos Seres-humanos-com-mídias e a Produção de Matemática. In: I SIMPÓSIO BRASILEIRO DE PSICOLOGIA DA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA. **Anais...** Curitiba, 2001. p. 135-146.
- BORBA, M. C. O computador é a solução, mas qual é o problema? In: SEVERINO, A. J.; FAZENDA, I. C. A. (Org.) **Formação Docente: Rupturas e Possibilidades**. Campinas: Papirus, 2002. p. 141-161.
- BORBA, M. C.; PENTEADO, M. G. **Informática e Educação Matemática**. 5. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2017.
- BORBA, M. C.; SILVA, R. S. R.; GADANIDIS, G. **Fases das tecnologias digitais em Educação Matemática**. 1. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2014.
- BORBA, M. C.; VILLARREAL, M. E. **Humans-with-Media and the Reorganization of Mathematical Thinking: Information and Communication Technologies, Modelling, Experimentation and Visualization**. 1. ed. Estados Unidos: Springer, 2005.
- BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular: educação é a base**. Brasília, 2018a. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_site.pdf>. Acesso em: 24 jul. 2022.
- BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular: educação é a base, Ensino Médio**. Brasília, 2018b. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/historico/BNCC_EnsinoMedio_embaixa_site_110518.pdf>. Acesso em: 24 jul. 2022.
- BUSSELLE, M. **Tudo sobre Fotografia**. São Paulo: Pioneira, 1998.
- CAITANO, L. **Representando o espaço em uma folha de papel ou na tela de um computador**. 2013. 70.f. Monografia (Trabalho de Conclusão de Curso) – Instituto de Matemática, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2013.
- CAMARGO, D. J. V. **“FOTOMATIZANDO”**: Conexões entre fotografia e matemática nos anos finais do ensino fundamental de uma escola municipal de Pelotas/RS. 2020. 142.f. Dissertação (Mestrado) — Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática, Faculdade de Educação, Universidade Federal de Pelotas, Pelotas, 2020.
- CARDEAL, L. A. M. **A Geometria Não-Euclidiana na Construção do Conhecimento Matemático**. Cornélio Procopio: UENP, 2012. Disponível em: <http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/cadernospde/pdebusca/producoes_pde/2012/2012_uenp_mat_pdp_lygia_aparecida_medeiros_cardeal.pdf> Acesso em: 31 de mai. 2018.

CARVALHO, M. A. S.; CARVALHO, A. M. F. T. O Ensino de geometria não euclidiana na educação básica. CONFERÊNCIA INTERAMERICANA DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 13., 2011, Recife. **Trabalhos completos...** Recife: UFP, 2011.

CAVALLIN, J. **Perspectiva linear cônica**. Curitiba: AM Cavalcante & Cia LTDA, 1976.

FILHO, D. Z. **Matemática e arte**. 1. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2013.

FRANTZ, D. S. F. S. **Potencialidades da fotografia para o ensino de geometria e proporção em uma escola do campo**. 2015. 205.f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) – Instituto de Matemática, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2015.

GALLEGUILLOS, J; BORBA, M. C. Expansive movements in the development of mathematical modeling: analysis from an Activity Theory perspective. **ZDM**, v. 50, n. 1–2, p. 129–142, abr. 2018.

GALVÃO, M. E. E. L., SOUZA, V. H. G.; BASTOS, L. C. Contribuições da Geometria Dinâmica na Introdução ao Estudo de Perspectiva para Alunos do Ensino Médio. **Bolema**, Rio Claro, v. 33, n. 64, p. 790-810, ago. 2019.

GAIOWSKI, A.; BASSOI, T. **A inserção das geometrias não euclidianas no currículo da educação básica no estado do Paraná**. Cascavel: UNIOESTE, 2008. Disponível em: <<http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/848-4.pdf>>. Acesso em: 31 de mai. de 2018.

GONÇALVES, T. **Uma introdução à Geometria Projetiva para o Ensino Fundamental**. 2013. 149.f. Dissertação (Mestrado em Matemática) – Instituto de Matemática, Estatística e Física, Universidade Federal do Rio Grande, Rio Grande, 2013.

GRAVINA, M. A.; SANTAROSA, L. M. C. A Aprendizagem da Matemática Em Ambientes Informatizados. **Revista Informática na Educação: teoria e prática**. v. 1, n. 2, 1999. p. 73-88.

HEINEN, L.; BASSO, M. V. A. Geometria dinâmica nos anos iniciais do ensino fundamental. In: NOTARE, M. R. et al (Orgs). **Mídias Digitais e Matemática: Relatos de sala de aula**. Porto Alegre: Chá com Nozes, 2017. p. 9-26.

ILHA, F. Cresce greve do magistério estadual no RS. **Extra Classe**. Porto Alegre, 25 de nov. de 2019. Disponível em: <<https://www.extraclasse.org.br/movimento/2019/11/cresce-greve-do-magisterio-estadual-no-rs/>>. Acesso em: 12 de fev. de 2020.

KENSKI, V. M. **Educação e tecnologias: O novo ritmo da informação**. 1. ed. Campinas: Papirus, 2007.

LOVIS, K. A.; FRANCO, V. S. As Concepções de Geometrias não Euclidianas de um Grupo de Professores de Matemática da Educação Básica. **Bolema**, Rio Claro, v. 29, n. 51, p.369-388, abr. 2015.

MARQUES, L. Dez coordenadas para os anos 1400-1480. In: MARQUES, L. (Org.) **A Perspectiva domina o espaço**. São Paulo: Duetto Editorial, 2009a. p. 11-15.

MARQUES, L. A perspectiva, “coisa mental”. In: MARQUES, L. (Org.) **A Perspectiva domina o espaço**. São Paulo: Duetto Editorial, 2009b. p. 16-23.

MONTAGUE, J. **Basic perspective drawing: a visual approach**. 4. ed. Hoboken: John Wiley & Sons, 2005.

MONTENEGRO, G. A. **A perspectiva dos profissionais: sombras, insolação, axonometria**. 2. ed. São Paulo: Blucher, 2010.

NOTARE, M. R.; BASSO, M. V. A. Argumentação e Prova Matemática com Geometria Dinâmica. **Revista Novas Tecnologias na Educação**. v. 16, n. 1, 2018.

PARRAMON, J. M. **Como desenhar em perspectiva**. Trad. de José Stefanino Vega. Barcelona: Editora Parramon, 1986.

PASSOS, W. G. **Experiência e produção fotográfica gerando espaços para a criação de imagens a partir de noções geométricas em uma turma de 8ª série do Ensino Fundamental de uma escola pública**. 2012. 99.f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) – Instituto de Matemática, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2012.

PONTE, J. P. Gestão curricular em Matemática. In GTI (ed.), **O professor e o desenvolvimento curricular** (pp. 11-34). Lisboa: APM, 2005.

PONTE, J. P.; BROCARD, J.; OLIVEIRA, H. **Investigações Matemáticas na Sala de Aula**. 3 ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2016.

ROCHA, J. **Modelagem matemática com fotografias**. 2013. 165.f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) – Instituto de Matemática, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2013.

SILVA, L. J. F. **Ensino de Geometria e Perspectiva: Um Olhar pelas Fotografias**. 2013. 149.f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) – Centro de Ciências Exatas, Universidade Federal do Espírito Santo, Vitória, 2018.

SOUTO, D. L. P. **Transformações expansivas na produção matemática on-line**. 1 ed. São Paulo: Cultura Acadêmica, 2014.

THUMS, C. M.; NOTARE, M. R. A geometria dinâmica e o estudo de quadriláteros. In: NOTARE, M. R. et al (Orgs). **Mídias Digitais e Matemática: Relatos de sala de aula**. Porto Alegre: Chá com Nozes, 2017. p. 129-144.

WATERMANN, I.; FRANCO, V. S. **Geometria Projetiva no Laboratório de ensino de Matemática**. Maringá: UEM, 2009. Disponível em:

<<http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/2192-8.pdf>> Acesso em: 31 de mai. 2018.

ANEXOS

Anexo A - Conjunto de fotografias




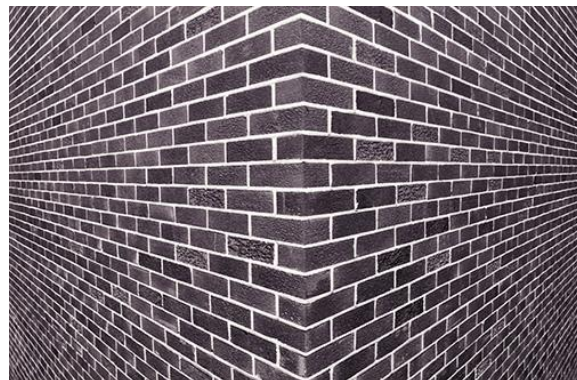
<p style="text-align: center;">FOTO 1</p>  <p style="text-align: center;">Fonte: <https://olhares.uol.com.br/rossio-foto9641021.html > Acesso em 20 de junho de 2019.</p>	<p style="text-align: center;">FOTO 2</p>  <p style="text-align: center;">Fonte: <https://pixabay.com/photos/railway-rocks-sunset-sun-sunlight-1555348/> Acesso em 20 de junho de 2019.</p>
<p style="text-align: center;">FOTO 3</p>  <p style="text-align: center;">Fonte: <https://www.yelp.com/biz/baker-boyer-walla-walla-3> Acesso em 20 de junho de 2019.</p>	<p style="text-align: center;">FOTO 4</p>  <p style="text-align: center;">Fonte: <https://www.lensculture.com/articles/michael-wolf-architecture-of-density> Acesso em 20 de junho de 2019.</p>

FOTO 5

Fonte:

<<https://olhares.uol.com.br/luz-d-arquitectura-foto9730075.html>> Acesso em 20 de junho de 2019.

FOTO 6

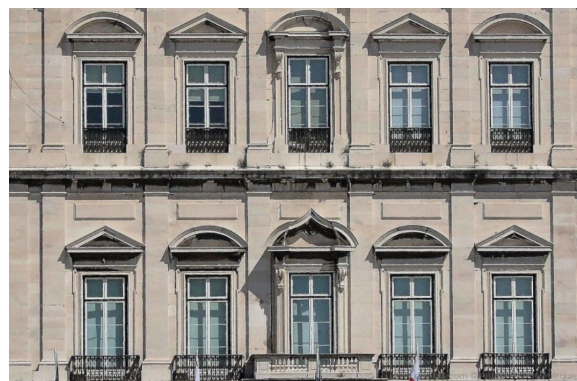
Fonte:

<<https://br.depositphotos.com/8492182/stock-photo-brick-wall.html>> Acesso em 20 de junho de 2019.

FOTO 7

Fonte:

<<https://olhares.uol.com.br/uma-passagem-foto9700403.html>> Acesso em 20 de junho de 2019.

FOTO 8

Fonte:

<<https://olhares.uol.com.br/janelas-foto9698959.html>> Acesso em 20 de junho de 2019.

FOTO 9

Fonte:

<<https://olhares.uol.com.br/os-arcos-do-poder-foto9699751.html>> Acesso em 20 de junho de 2019.

FOTO 10

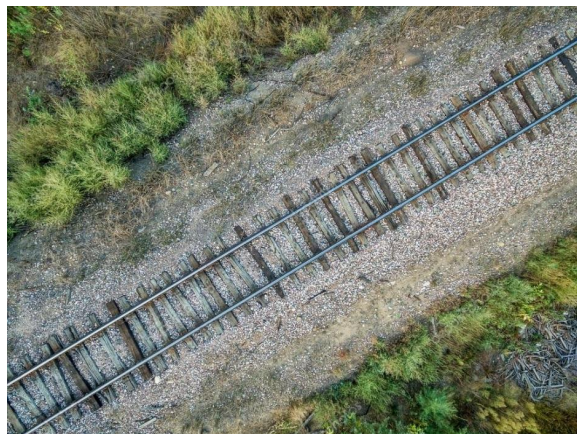
Fonte:

<<https://olhares.uol.com.br/as-duas-da-tarde-foto9697391.html>> Acesso em 20 de junho de 2019.

FOTO 11

Fonte:

<<http://www.sinfra.mt.gov.br/-/5192044-pro-estradas-eleva-classificacao-de-rodovias-de-mt-para-otimas->> Acesso em 20 de junho de 2019.

FOTO 12

Fonte:

<<https://www.canstockphoto.com/railroad-tracks-aerial-view-30657329.html>> Acesso em 20 de junho de 2019.

FOTO 13



Fonte:

<<https://www.abdib.org.br/2018/12/20/pl-preve-liberar-construcao-simplificada-de-ferrovias-por-autorizacao/>> Acesso em 20 de junho de 2019.

FOTO 14



Fonte:

<<https://olhares.uol.com.br/a-luz-de-fatima-ler-sff-foto9725453.html>> Acesso em 20 de junho de 2019.

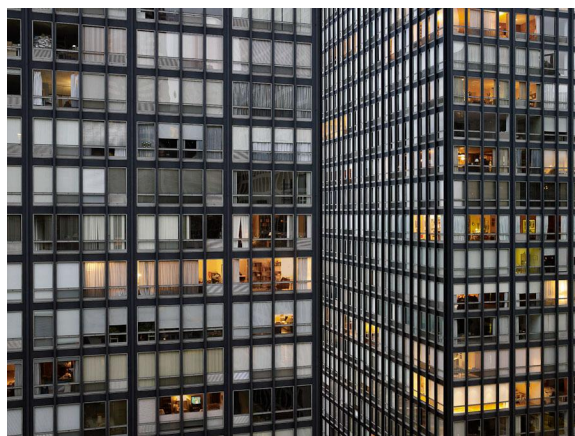
FOTO 15



Fonte:

<<https://www.brucesilverstein.com/artists/michael-wolf/other-works/transparent-city>> Acesso em 20 de junho de 2019.

FOTO 16



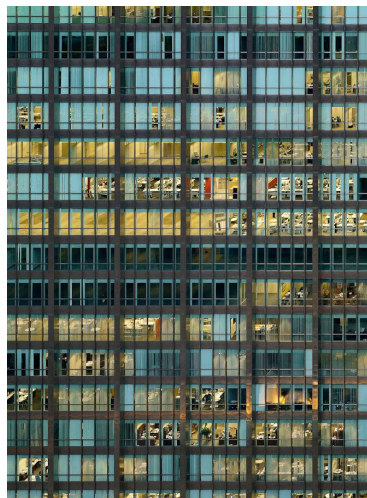
Fonte:

<<https://www.brucesilverstein.com/artists/michael-wolf/other-works/transparent-city>> Acesso em 20 de junho de 2019.

FOTO 17

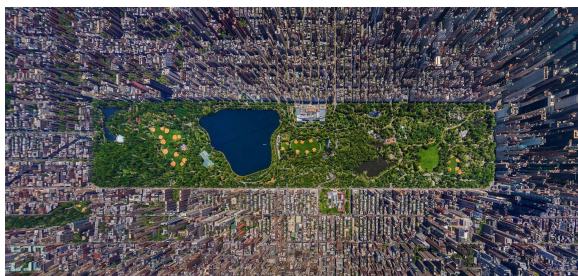
Fonte:

<<https://www.brucesilverstein.com/artists/michael-wolf/other-works/transparent-city>> Acesso em 20 de junho de 2019.

FOTO 18

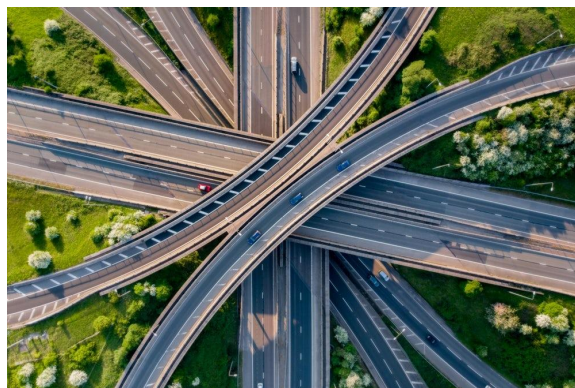
Fonte:

<<https://www.brucesilverstein.com/artists/michael-wolf/other-works/transparent-city>> Acesso em 20 de junho de 2019.

FOTO 19

Fonte:

<<https://allthatsinteresting.com/incredible-photographs-new-york-city>> Acesso em 20 de junho de 2019.

FOTO 20

Fonte:

<<https://newatlas.com/best-urban-drone-photography-2018-gallery/55450/>> Acesso em 20 de junho de 2019.

FOTO 21



Fonte:

<<https://newatlas.com/best-urban-drone-photography-2018-gallery/55450/>> Acesso em 20 de junho de 2019.

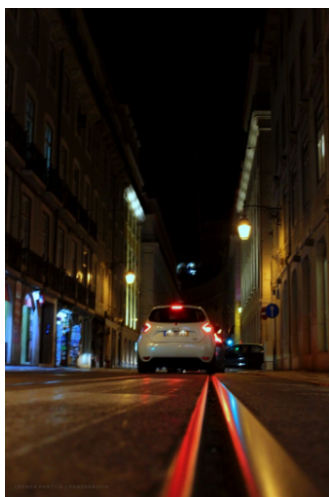
FOTO 22



Fonte:

<<https://i0.wp.com/media.boingboing.net/wp-content/uploads/2017/05/Walled-City-03.jpg?w=880&ssl=1>> Acesso em 20 de junho de 2019.

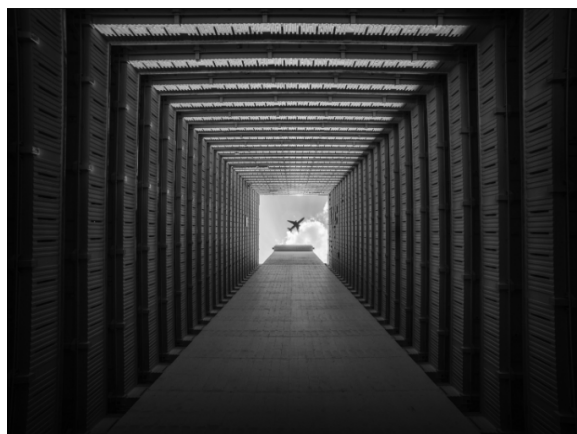
FOTO 23



Fonte:

<<https://olhares.uol.com.br/a-moda-do-electrico-foto-9630345.html>> Acesso em 20 de junho de 2019.

FOTO 24



Fonte:

<<https://olhares.uol.com.br/ping-shek-estate-foto9339813.html>> Acesso em 20 de junho de 2019.

FOTO 25

Fonte:

<<https://i0.wp.com/media.boingboing.net/wp-content/uploads/2017/05/Walled-City-03.jpg?w=880&ssl=1>> Acesso em 20 de junho de 2019.

FOTO 26

Fonte:

<<https://olhares.uol.com.br/sofia-foto9632183.html>> Acesso em 20 de junho de 2019.

FOTO 27

Fonte:

<<https://olhares.uol.com.br/eu-parto-para-me-encontrar-foto9593521.html>> Acesso em 20 de junho de 2019.

FOTO 28

Fonte:

<<https://olhares.com.br/linhas-cruzadas-foto9603365.html>> Acesso em 20 de junho de 2019.

FOTO 29

Fonte:

<<https://olhares.uol.com.br/o-espirro-foto8641705.html>> Acesso em 20 de junho de 2019.

FOTO 30

Fonte:

<<https://olhares.uol.com.br/as-linhas-das-varandas-foto9600317.html>> Acesso em 20 de junho de 2019.

APÊNDICES

Apêndice A - Termo de Consentimento da Escola



TERMO DE CONSENTIMENTO DA ESCOLA

Convite para participação em pesquisa

A Escola Estadual de Ensino Médio Roque Gonzales, escola da rede pública estadual de ensino, neste ano representada pela direção por intermédio do presente instrumento, autoriza *THALIS PEIXOTO*, brasileiro, estudante de mestrado em Ensino de Matemática e professor da escola, CPF ###.###.###-##, a aplicar sua proposta de ensino intitulada “**Fotografia como um recurso para o ensino de Perspectiva Cônica com Tecnologias Digitais**” na turma ###. A Escola está ciente de que a referida proposta de ensino é base para a elaboração da dissertação do *Prof. THALIS PEIXOTO*, o qual é uma exigência parcial para a obtenção do título de Mestre em Ensino de Matemática pela Universidade Federal do Rio Grande do Sul, e que é orientado pela *Prof. Dr^a DÉBORA DA SILVA SOARES*.

O autorizado, por sua vez, se obriga a manter em absoluto sigilo a identidade dos discentes da escola que participarão da aplicação da proposta de aula.

Porto Alegre, 09 de julho de 2019.

Thalis Peixoto (Professor Pesquisador)
 Telefone: (51) 98020-####
 E-mail: thalis.peixoto18@gmail.com

Débora da Silva Soares (Orientadora Responsável)
 Endereço: Av. Bento Gonçalves, 9500 – Prédio 43-112 – Sala B115
 Telefone: (51) 3308 – ####
 E-mail: debora.soares@ufrgs.br

Ana Paula Teixeira Colombo (Diretora da Escola)

Apêndice B - Termo de Consentimento Livre e Esclarecido



TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO

Convite para participação em pesquisa

Prezado(a) Sr(a) pai/mãe ou responsável.

O aluno(a) _____ está sendo convidado(a) a participar voluntariamente da pesquisa “**Fotografia como um recurso para o ensino de Perspectiva Cônica com Tecnologias Digitais**”. Ele(a) foi escolhido(a) por ser estudante do terceiro ano da Escola Estadual de Ensino Médio Roque Gonzales.

A pesquisa está sendo desenvolvida pelo pesquisador *Prof^o. THALIS PEIXOTO*, mestrando em Ensino de Matemática pela Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS) e professor de matemática da escola Roque Gonzales. Essa pesquisa é coordenada e orientada pela *Prof. Dr^a DÉBORA DA SILVA SOARES*, a quem poderá contatar a qualquer momento que julgar necessário, através do telefone (51) 3308#### ou e-mail debora.soares@ufrgs.br. O objetivo desta pesquisa é investigar uma proposta de ensino de Perspectiva Cônica (um dos conteúdos da Geometria Projetiva) com o uso de fotografia e câmeras fotográficas em celulares com o auxílio do software GeoGebra.

Para isto, solicitamos a especial colaboração do(a) aluno(a) na participação da pesquisa, a qual ocorrerá por meio de participação em sala de aula, em que seu trabalho, suas discussões com os colegas e suas produções serão analisadas. Estima-se que sejam investidas 3 semanas (aproximadamente 12 períodos-aula) para a realização das práticas referentes às tarefas propostas. No caso de fotos e filmagem obtidas durante sua participação, elas serão utilizadas exclusivamente em atividades acadêmicas, tais como artigos científicos, palestras, seminários, etc., sem identificação. O áudio dessas aulas será gravado, a fim de fornecer subsídios ao professor/pesquisador para análises posteriores.

A participação do(a) aluno(a) não envolve nenhum tipo de incentivo financeiro, sendo a única finalidade desta participação a contribuição para o sucesso da pesquisa. Por isso, a participação dele(a) é muito importante e é voluntária. O(A) aluno(a) poderá recusar a participar da pesquisa a qualquer momento, não havendo prejuízo de nenhuma forma para ele(a) se essa for sua decisão.

Com relação aos riscos da pesquisa, é possível que ele(a) enfrente uma dificuldade inicial por tratar-se de uma geometria não-euclidiana, que não é de costume ser vista na educação básica. Ao mesmo tempo, ele(a) receberá todo o apoio do professor/pesquisador no sentido de compreender a proposta e dos novos conceitos que a pesquisa trará.

Já com relação aos benefícios da pesquisa, ele(a) terá a oportunidade de: conhecer uma geometria diferente daquela normalmente vista em sala de aula; aprender a trabalhar com o software

GeoGebra no computador, assim como refletir sobre suas potencialidades e limitações; utilizar as câmeras fotográficas dos celulares para fins educativos; e refletir sobre alguns dos conceitos de Perspectiva Cônica, que trata-se da geometria do olhar e da visão.

Todas as informações oferecidas pelo(a) aluno(a) serão utilizadas apenas em situações acadêmicas (artigos científicos, palestras, seminários, etc.) e serão identificadas com um código alfanumérico. Além disso, as informações fornecidas por ele(a) serão fontes de dados para a pesquisa, e serão armazenadas sob responsabilidade do pesquisador por tempo indeterminado, podendo ser utilizadas em estudos acadêmicos posteriores.

Caso necessite de qualquer esclarecimento, peço que entre em contato comigo, a qualquer momento, pelo telefone (51) 98020-#### ou pelo e-mail thalis.peixoto18@gmail.com. Terei o prazer em prestar informações adicionais. Obrigado pela sua colaboração.

Eu, _____,
 R.G. _____, responsável pelo(a) aluno(a)
 _____, da turma ____, declaro, por meio deste
 termo, que concordei que o(a) aluno(a) participe da pesquisa intitulada **Fotografia como um recurso para o ensino de Perspectiva Cônica com Tecnologias Digitais** desenvolvida pelo pesquisador *Prof^o. THALIS PEIXOTO*.

Porto Alegre, 09 de julho de 2019.

Assinatura do(a) responsável pelo(a) aluno(a)

Thalis Peixoto (Professor Pesquisador)
 Telefone: (51) 98020-####
 E-mail: thalis.peixoto18@gmail.com

Débora da Silva Soares (Orientadora Responsável)
 Endereço: Av. Bento Gonçalves, 9500 – Prédio 43-112 – Sala B115
 Telefone: (51) 3308 – ####
 E-mail: debora.soares@ufrgs.br

Apêndice C - Termo de Assentimento


TERMO DE ASSENTIMENTO
 Convite para participação em pesquisa

Prezado(a) Aluno(a)

Você está sendo convidado(a) a participar voluntariamente da pesquisa **“Fotografia como um recurso para o ensino de Perspectiva Cônica com Tecnologias Digitais”**. Você foi escolhido(a) por ser estudante do terceiro ano da Escola Estadual de Ensino Médio Roque Gonzales.

A pesquisa está sendo desenvolvida pelo pesquisador *Prof^o. THALIS PEIXOTO*, mestrando em Ensino de Matemática pela Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS) e professor de matemática da escola Roque Gonzales. Essa pesquisa é coordenada e orientada pela *Prof. Dr^a DÉBORA DA SILVA SOARES*, a quem poderá contatar a qualquer momento que julgar necessário, através do telefone (51) 3308#### ou e-mail debora.soares@ufrgs.br. O objetivo desta pesquisa é investigar uma proposta de ensino de Perspectiva Cônica (um dos conteúdos da Geometria Projetiva) com o uso de fotografia e câmeras fotográficas em celulares com o auxílio do software GeoGebra.

Para isto, solicitamos sua especial colaboração na participação da pesquisa, a qual ocorrerá por meio de participação em sala de aula, em que seu trabalho, suas discussões com os colegas e suas produções serão analisadas. Estima-se que sejam investidas 3 semanas (aproximadamente 12 períodos-aula) para a realização das práticas referentes às tarefas propostas. No caso de fotos e filmagem obtidas durante sua participação, elas serão utilizadas exclusivamente em atividades acadêmicas, tais como artigos científicos, palestras, seminários, etc., sem identificação. O áudio dessas aulas será gravado, a fim de fornecer subsídios ao professor/pesquisador para análises posteriores.

Sua participação não envolve nenhum tipo de incentivo financeiro, sendo a única finalidade desta participação a contribuição para o sucesso da pesquisa. Sua participação é muito importante e é voluntária. Você poderá recusar a participar da pesquisa a qualquer momento, não havendo prejuízo de nenhuma forma para você se essa for sua decisão.

Com relação aos riscos da pesquisa, é possível que você enfrente uma dificuldade inicial por tratar-se de uma geometria não-euclidiana, que não é de costume ser vista na educação básica. Ao mesmo tempo, você receberá todo o apoio do professor/pesquisador no sentido de compreender a proposta e dos novos conceitos que a pesquisa trará.

Já com relação aos benefícios da pesquisa, você terá a oportunidade de: conhecer uma geometria diferente daquela normalmente vista em sala de aula; aprender a trabalhar com o software GeoGebra no computador, assim como refletir sobre suas potencialidades e limitações; utilizar as câmeras fotográficas dos celulares para fins educativos; e refletir sobre alguns dos conceitos de Perspectiva Cônica, que trata-se da geometria do olhar e da visão.

Todas as informações oferecidas por você serão utilizadas apenas em situações acadêmicas (artigos científicos, palestras, seminários, etc.) e serão identificadas com um código alfanumérico. Além disso, as informações fornecidas por você serão fontes de dados para a pesquisa, e serão armazenadas sob responsabilidade do pesquisador por tempo indeterminado, podendo ser utilizadas em estudos acadêmicos posteriores.

Caso necessite de qualquer esclarecimento, peço que entre em contato comigo, a qualquer momento, pelo telefone (51) 98020-#### ou pelo e-mail thalis.peixoto18@gmail.com. Terei o prazer em prestar informações adicionais. Obrigado pela sua colaboração.

Porto Alegre, 09 de julho de 2019.

Nome do(a) aluno participante da pesquisa

Assinatura do(a) aluno participante da pesquisa

Thalis Peixoto (Professor Pesquisador)
Telefone: (51) 98020-####
E-mail: thalis.peixoto18@gmail.com

Débora da Silva Soares (Orientadora Responsável)
Endereço: Av. Bento Gonçalves, 9500 – Prédio 43-112 – Sala B115
Telefone: (51) 3308 – ####
E-mail: debora.soares@ufrgs.br

Apêndice D - Produto didático

INTRODUÇÃO
<p>Saber visualizar objetos tridimensionais em um espaço bidimensional é essencial quando se trata de abstrair as informações que essa representação possui. Vivemos em um ambiente tridimensional em que as leis Euclidianas da Geometria encontram representantes próximos no espaço, como linhas paralelas, cubos e quadrados. Porém a forma que enxergamos esse espaço difere bastante das leis Euclidianas que trabalhamos na Educação Básica.</p> <p>Daí surgem as práticas e propostas didáticas que aqui estão apresentadas. São três momentos que se diferem quanto ao desafio imposto aos alunos, se dividindo em tarefas de exploração e investigação. A investigação é uma tarefa em que exige que o aluno elabore uma estratégia de resolução, enquanto uma tarefa de exploração não exige planejamento antecedente (PONTE, 2005).</p> <p>As propostas didáticas que aqui serão apresentadas são uma tentativa de trazer uma geometria diferente da comumente trabalhada em sala de aula: a Geometria Projetiva, que está dentro das Geometrias não Euclidianas. Mais especificamente o conteúdo de Perspectiva Cônica, através de artefatos como a fotografia e as tecnologias digitais.</p> <p>O entendimento que se tem de tecnologias digitais para o ensino de matemática é o do constructo seres-humanos-com-mídias (BORBA, 2001 e 2002), no que tange à moldagem recíproca, em que tanto ator humano quanto não humano são moldados um pelo outro, e reorganizam-se conforme a reação que surge.</p> <p><i>OBS.: Para ter acesso ao material teórico sobre Perspectiva Cônica, verificar a seção 2.3 da presente pesquisa.</i></p>
MOTIVAÇÃO
<p>As motivações por trás dessas práticas começam pela tentativa de trazer uma Geometria diferente para a Educação Básica, uma Geometria não Euclidiana. Dessa forma, será possível, de forma introdutória, colidir esses conceitos com os da Geometria Euclidiana.</p> <p>Também passa pela tentativa de utilizar-se da fotografia para o ensino de conteúdos de matemática, tanto a foto por si só como as câmeras fotográficas, que já se fazem presentes nos celulares de grande parte dos alunos da Educação Básica.</p>
ASPECTOS GERAIS DA ATIVIDADE
<p>OBJETIVOS GERAIS</p> <ul style="list-style-type: none"> - Apresentar a Geometria Projetiva, especificamente a Perspectiva Cônica, na Educação Básica. - Promover ambientes de investigação e exploração sobre conceitos de Perspectiva Cônica, como Ponto de Fuga, Linha de Fuga e Linha do Horizonte, utilizando a Fotografia e o software GeoGebra. <p>RESUMO DA ATIVIDADE A SER DESENVOLVIDA</p> <ul style="list-style-type: none"> - Entregar diferentes fotografias para que os alunos classifiquem-as segundo seus

- critérios e construam uma apresentação;
- Discussão sobre os critérios utilizados por cada grupo;
- Momento expositivo sobre perspectiva de um ponto de fuga, dois pontos de fuga e três pontos de fuga
- Momento prático, em que os alunos dirigem o olhar, com as câmeras dos celulares, para o espaço escolar para produzir fotografias em perspectiva de um ponto de fuga, dois pontos de fuga e três pontos de fuga
- Momento de modelagem, em que os alunos, no software GeoGebra, inserem uma fotografia que tenham produzido para modelar em busca de ponto de fuga, linhas de fuga e linha do horizonte, de modo que as propriedades de Perspectiva Cônica se mantenham.

PÚBLICO ALVO

- Ensino Médio, porém podendo ser adaptado para o Ensino Fundamental 2.

DURAÇÃO

- Três momentos, cada um de 100 minutos

MOMENTO 1 (100 minutos)

Sinopse

Os alunos estarão dispostos em grupos de 3 a 4 pessoas. Esse momento será a exploração de uma série de fotografias a fim de que os alunos criem categorias segundo critérios de livre escolha, a fim de organizá-las.

Conteúdos

Perspectiva cônica

Objetivos

Criar critérios para categorizar diversas fotografias trazidas impressas;

Duração

Dois períodos de 50 minutos.


Material necessário

Fotografias impressas ou digitais;
 Celulares com câmeras fotográficas;
 Computadores com o software GeoGebra instalado.

1) Categorização

- A turma deverá se dividir em grupos de 3 a 4 componentes. O professor, então, irá distribuir o conjunto de fotografias para cada grupo (**ANEXO A da presente pesquisa**). Deverá então solicitar que cada grupo classifique as fotografias em categorias de suas escolhas e critérios.
- A ideia por trás da atividade é dar liberdade e abertura para que os alunos façam e criem as categorias e os critérios que eles acharem pertinentes.

- Solicitar que cada grupo organize uma apresentação a fim de justificar para o grande grupo os critérios que utilizaram.

<p>Link para as fotografias:</p> <p>https://drive.google.com/drive/folders/1P6y-GhRGcVdukiqh_KD92KaciSpsX3bM?usp=sharing</p>	<p>QR Code para as fotografias</p> 
--	---

2) Apresentação dos dados

- Após transcorrido o tempo que foi necessário para que os alunos organizem as fotos em categorias, eles deverão apresentar para a turma os resultados, justificando o porquê de cada conjunto de fotos estar em cada categoria em que as separaram.

MOMENTO 2 (100 minutos)

Sinopse

A primeira parte desse momento será de apresentação do conteúdo, com exemplos de fotografias em profundidade e não, bem como os três principais tipos de Perspectiva Cônica: de um, dois e três pontos de fuga.

Já na segunda parte do momento, os alunos serão convidados a tirarem fotografias em que a profundidade fique evidente, produzindo imagens em perspectiva de um ponto de fuga, de dois pontos de fuga e três pontos de fuga.

Conteúdos

Perspectiva cônica

Objetivos

Apresentação do conteúdo, com perspectiva de um, dois e três pontos de fuga;
Fotografar imagens que fique evidente a Perspectiva Cônica;

Duração

Dois períodos de 50 minutos.

Material necessário


Computador e projetor
Celulares com câmeras fotográficas;

1) Apresentação do conteúdo

- Nessa parte, o professor deverá mostrar uma apresentação com exemplos de fotos com profundidade e não, enfatizando os pontos de fuga, linhas de fuga e linha do

horizonte.

- **OBS.:** Professor(a), antes de apresentar você deve enfatizar que uma das maneiras de classificar as fotografias é entre aquelas que possuem profundidade de campo e aquelas que não.
- Na apresentação, os pontos de fuga estão representados em amarelo, as linhas de fuga estão em vermelho, a linha do horizonte em verde e a linha vertical em azul.
- A ideia por trás dessa apresentação é de mostrar que existe uma matemática por trás da profundidade de campo presente em algumas das imagens.
- Mostrar que as linhas tendem para um único lugar, o ponto de fuga, e que por esse ponto de fuga passa uma única linha horizontal. Todas as demais linhas são linhas de fuga, e que quanto mais próximo do ponto de fuga estiver um objeto, menor ele será.
- Com isso, constrói-se uma ideia de profundidade.

Link para a apresentação	QR Code para a apresentação
https://docs.google.com/presentation/d/1xoI0WYhLR5j6DN5xmjuyLhQm2N1U0ybkoCa2JBXAxYA/edit?usp=sharing	

2) Fotografando

- A primeira parte dessa etapa envolve propor aos alunos, ainda em grupos, a tarefa de fotografar, com os seus celulares, cenas do ambiente escolar em que esteja evidente a profundidade de campo.
- O professor deverá estar atento ao que os alunos estarão fotografando, bem como o ângulo que estão aplicando. Deverá mediar com perguntas e questionamentos a fim dos alunos não perderem o interesse por não conseguir fotografar ou cumprir com o objetivo.
- Solicitar que os estudantes produzam pelo menos uma fotografia de cada perspectiva: de um ponto, de dois pontos e três pontos de fuga.

MOMENTO 3 (100 minutos)

Sinopse

Os alunos deverão escolher pelo menos uma das fotografias produzidas no Momento 2 e

construir um modelo dentro do software GeoGebra, de modo que seja possível arrastar o/os ponto(s) de fuga, alterando, assim, a posição que se encontra o visualizador.

Conteúdos

Perspectiva cônica

Objetivos

Criar o modelo no GeoGebra de uma das fotografias tiradas, de modo que seja possível fazer a prova do arrastar, mantendo-se as propriedades básicas por trás da construção.

Duração

Dois períodos de 50 minutos.

Material necessário

Computadores com o software GeoGebra instalado.

1) Escolhendo

- Nessa primeira parte, o grupo deve escolher uma das fotografias tiradas para dar continuidade no trabalho. É importante, aqui, o papel do professor a fim de ajudar os alunos a definirem uma foto, pois dependendo da foto, os pontos de fuga não estarão evidentes, bem como a profundidade de campo, dificultando o restante da atividade. Questões como as que seguem podem contribuir na escolha.
- Essa foto possui um ou dois pontos de fuga?
- Foi tirada de qual ângulo?

2) Modelando

- Já em computadores, com o software GeoGebra instalado, os alunos devem tentar encontrar e modelar ponto(s) de fuga, linhas de fuga e linha do horizonte.
- Essa parte da atividade não envolve somente identificar os personagens, mas tentar modelar outros objetos na cena que estão também destacados e que conversam com o ponto de fuga e com a profundidade implícita na fotografia, como prédios, portas, janelas, céu e chão.
- Ao final, deverá ser possível arrastar o ponto de fuga, com os objetos da cena movendo-se de acordo com as propriedades de Perspectiva Cônica.