

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL  
ESCOLA DE ENGENHARIA - CURSO DE ENGENHARIA MECÂNICA  
TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO

OTIMIZAÇÃO ESTRUTURAL DE UMA MANGA DE EIXO PARA UM VEÍCULO DE  
FÓRMULA SAE

por

Maria Carolina Minusso Kopacek

Monografia apresentada ao Departamento de Engenharia Mecânica da Escola de Engenharia da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, como parte dos requisitos para obtenção do diploma de Engenheiro Mecânico.

Porto Alegre, outubro de 2022

#### CIP - Catalogação na Publicação

Kopacek, Maria Carolina Minusso  
Otimização Estrutural de uma Manga de Eixo para um  
Veículo de Fórmula SAE / Maria Carolina Minusso  
Kopacek. -- 2022.  
30 f.  
Orientador: Daniel Milbrath De Leon.

Trabalho de conclusão de curso (Graduação) --  
Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Escola de  
Engenharia, Curso de Engenharia Mecânica, Porto  
Alegre, BR-RS, 2022.

1. Otimização estrutural. 2. Otimização topológica.  
3. Análise estrutural. 4. Componentes automotivos. 5.  
Dinâmica veicular. I. De Leon, Daniel Milbrath,  
orient. II. Título.

Maria Carolina Minusso Kopacek

OTIMIZAÇÃO ESTRUTURAL DE UMA MANGA DE EIXO PARA UM VEÍCULO DE  
FÓRMULA SAE

ESTA MONOGRAFIA FOI JULGADA ADEQUADA COMO PARTE DOS  
REQUISITOS PARA A OBTENÇÃO DO TÍTULO DE  
**ENGENHEIRO MECÂNICO**  
APROVADA EM SUA FORMA FINAL PELA BANCA EXAMINADORA DO  
CURSO DE ENGENHARIA MECÂNICA

Prof. Cirilo Seppi Bresolin

Coordenador do Curso de Engenharia Mecânica

Área de Concentração: Mecânica dos Sólidos

Orientador: Prof. Daniel Milbrath De Leon

Comissão de Avaliação:

Prof. Daniel Milbrath De Leon

Prof. Walter Paucar Casas

Prof. Alexandre Vagtinski de Paula

Porto Alegre, outubro de 2022

## DEDICATÓRIA

Dedico este trabalho à minha família, que sempre me apoiou em todas as minhas jornadas. Principalmente aos meus pais, Neila Elaine Minusso Kopacek e Renato Kopacek que nunca jamais desistiram de serem exemplos de resiliência. Também dedico esse trabalho à minha querida falecida tia Nídia Elise Minusso, que me ensinou que aqueles que amamos nunca nos deixam de verdade.

## AGRADECIMENTOS

Agradeço a RS Racing UFRGS por difundir conhecimentos aplicado ao automobilismo. Também agradeço profundamente aos meus colegas de curso e equipe, que jamais me permitiram desistir. Principalmente ao Leonardo dos Santos Borsoi e ao Diego Nogueira que nunca me faltaram tanto como amigos quanto como referências de conhecimento automotivo.

Agradeço ao Grupo de Mecânica Aplicada (GMAp) e aos seus técnicos, pela disponibilidade em executar ensaios úteis para o desenvolvimento desse trabalho.

## EPÍGRAFE

*Vencer  
sem correr riscos,  
é triunfar  
sem glórias!*

*Ayrton Senna*

Kopacek, Maria Carolina Minusso. **Otimização Estrutural de uma Manga de Eixo para um Veículo de Fórmula SAE**. 2022. 30 páginas. Monografia de Trabalho de Conclusão do Curso em Engenharia Mecânica – Curso de Engenharia Mecânica, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2022.

## **RESUMO**

Veículos de competição como um Fórmula SAE devem priorizar performance durante o projeto de seus componentes, logo, redução do peso estrutural é sempre um item importante de projeto. As mangas de eixo são peças que compõem parte da massa não suspensa de um veículo, influenciando significativamente na performance dinâmica e dirigibilidade do veículo. Com a motivação de reduzir o valor da massa não suspensa e, por consequência, do veículo como um todo, é realizada uma otimização estrutural. Primeiramente, são coletadas informações do veículo já fabricado, bem como são definidas as condições de contorno para a análise. Os carregamentos são obtidos usando duas técnicas distintas, fixando a manga ao resto da suspensão e outra aplicando as cargas externas na roda do veículo. Na sequência, tais informações são inseridas em um software do tipo CAE, que retorna uma geometria otimizada. Após a remodelagem dessa geometria, o programa é realimentado para validação da nova geometria. Ao final desse processo iterativo, é obtida uma geometria aplicável para uso no veículo, onde um critério de resistência mecânica equivalente é considerado. Como resultados da metodologia aplicada nesse trabalho foi possível se obter uma redução de aproximadamente 48% da massa inicial da geometria não otimizada.

**PALAVRAS-CHAVE:** Fórmula SAE, otimização estrutural, manga de eixo.

Kopacek, Maria Carolina Minusso. **Structural Optimization of a Suspension Upright for a Formula SAE Vehicle**. 2022. 30 pages. Mechanical Engineering End of Course Monography – Mechanical Engineering degree, The Federal University of Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2022.

## **ABSTRACT**

Formula SAE vehicles should prioritize performance while the parts are still being designed, therefore, mass optimization is always relevant. Uprights are parts that compose the unsprung mass of a vehicle, having significant influence on the given vehicle's dynamic performance and drive ability. With the unsprung mass reduction motivation, and, by consequence, the whole vehicle mass reduction, a topology optimization of the given part will be performed. First there will be collected data from the already built vehicle, as well as the boundary conditions for the analysis. The loads are obtained using two different techniques, Restraining the upright to the rest of the suspension and the other by applying the external loads to the vehicle wheel. Secondly, this data will be inserted in a CAE type Software, which will return an optimized geometry. After remodeling this geometry, the program will be feed again with the data to perform the geometry validation. By the end of this iterative process, an applicable to use geometry will be obtained. As part of the results of the applied methodology on this work, it was obtained a reduction of approximately 48% of the original non optimized geometry mass.

**KEYWORDS:** Formula SAE, structural optimization, suspension knuckle.

## NOMENCLATURA

Símbolos

$CG$	Centro de gravidade	-
$g$	Aceleração da gravidade	$[m\ s^{-2}]$
$K$	Símbolo para rigidez	N/mm
$RI$	Razão de instalação	-
$t$	Bitola (distância entre as rodas esquerda e direita de um mesmo eixo)	m
$W$	Massa total do veículo	kg
$h$	Altura do CG	m
$H$	Diferença de altura entre a massa suspensa e o centro de rolagem	m
$l$	Entre-eixos do veículo	m
$A$	Símbolo para aceleração	$m/s^2$ ou $g's$
$b$	Distância entre o CG e o eixo traseiro	m
$Z$	Altura do centro de rolagem	m
$F$	Símbolo para força	N
$transf$	Percentual de transferência de massa	%
$T$	Símbolo para torque	N.m
$r$	Símbolo para raio	m
$P_a$	Pressão máxima	MPa

### Símbolos gregos

$\mu$ (mi)	Fator de atrito	-
$\theta$ (theta)	Símbolo para ângulos	° (graus)
$\Delta$ (delta)	Símbolo para variação ou diferença entre parâmetros	-

### Abreviaturas e acrônimos

SAE	<i>Society of Automotive Engineers</i> (Sociedade dos Engenheiros Automotivos)	-
-----	--	---

## SUMÁRIO

RESUMO	
ABSTRACT	
NOMENCLATURA	
1. INTRODUÇÃO.....	1
1.1 Motivação.....	1
1.2 Objetivos.....	2
2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA.....	3
2.1 Conceito de dinâmica veicular e função da suspensão.....	3
2.2 Restrições de projeto.....	3
2.3 Geometria de suspensão Duplo-A.....	3
2.4 Análises estruturais de mangas de eixo e otimização topológica.....	4
3. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA.....	5
3.1 Parâmetros gerais de suspensão.....	6
3.2 Transferências de carga.....	6
3.3 Força de reação no pneu.....	7
3.4 Força de frenagem.....	8
4. METODOLOGIA.....	8
4.1 Geometria inicial.....	8
4.2 Simulação: método “A”.....	9
4.3 Simulação: método “B”.....	10
4.4 Otimização topológica.....	10
5. RESULTADOS.....	11
5.1 Dados para simulação do método “A”.....	11
5.2 Dados para simulação do método “B”.....	11
5.3 Propriedades do material.....	12
5.4 Otimização estrutural.....	12
5.5 Validação da geometria.....	13
6. CONCLUSÕES.....	14
6.1 Sugestões para trabalhos futuros.....	15
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	16
ANEXOS.....	17
APÊNDICE.....	18

## 1. INTRODUÇÃO

A RS Racing é uma equipe de Fórmula SAE configurada como um projeto de extensão da Universidade Federal do Rio Grande do Sul e ligada ao Departamento de Engenharia Mecânica. Fundada em 2010 por alunos da Escola de Engenharia, a equipe tem projetado e fabricado protótipos desde então, contando hoje com cerca de 35 participantes. Os objetivos do projeto incluem redução de peso, aumento da performance dinâmica e confiabilidade de peças e sistemas.

A Figura 1 mostra o carro construído para a competição nacional de Fórmula SAE do ano de 2022. Trata-se de um veículo-protótipo do tipo fórmula, informalmente definido como o meio do caminho entre um kart e um carro de fórmula 1. Esse carro possui uma bitola (distância entre as rodas esquerda e direita de um mesmo eixo), entre-eixos e massa total com piloto de aproximadamente 1,35 metro, 1,58 metro e 350 kg, respectivamente.

Figura 1 – Carro da RS Racing 2022 – Tordilho Negro. (Fonte: RS Racing (2022))



Fundada no início do século 20, no contexto do surgimento do automóvel e do crescimento do Fordismo, a missão da SAE, ou *Society of Automotive Engineers*, que significa Sociedade dos Engenheiros Automotivos, é avançar no conhecimento da mobilidade e soluções para o benefício da humanidade. Anualmente, a RS Racing UFRGS participa de uma competição nacional, organizada pela SAE, visando o compartilhamento de conhecimento entre equipes. Essa competição estudantil é organizada em diversos países pela SAE Internacional desde 1980, buscando a preparação de estudantes de engenharia como um todo para o mercado de trabalho na indústria automotiva.

A intenção do presente trabalho é dimensionar o componente conhecido como manga de eixo, peça essa que faz parte da suspensão do veículo e atua como uma estrutura central para fixação da roda ao restante dos braços da suspensão, bem como também serve de suporte para as pinças de freio e transmite o movimento do sistema de direção para que as rodas estercem, no caso da dianteira. Se trata de uma peça onde atuam diversos esforços, os quais precisam ser bem estudados e definidos para a avaliação estrutural. Para melhor direcionar a análise, serão unicamente dimensionadas as mangas de eixo pertencentes à dianteira do carro.

### 1.1 Motivação

Quando se trata de veículos de alta performance, reduções de massa como um todo devem ser levadas em conta durante o projeto. Porém, de forma geral, se torna muito custoso fazer análises sofisticadas acerca de todas as peças do carro. Por isso, inicialmente são elencadas as reduções de maior efeito na dinâmica e, portanto, na performance do carro. Por causa dessa relevância, as mangas de eixo foram selecionadas para serem otimizadas antes de tantas outras opções. Grande parte disso se deve ao fato de ela pertencer à massa não suspensa

do veículo, isto é, a massa do sistema que fica “abaixo” do sistema principal de amortecimento e abaixo da massa mais expressiva do sistema, que seria a massa suspensa. Pode-se também definir a massa não suspensa como a porção da massa que não é suportada pela suspensão do veículo. Mas por que uma redução de massa na porção não suspensa seria mais relevante do que uma redução equivalente na massa suspensa? Essa se trata de uma resposta que pode ser dividida em duas partes. A primeira delas está relacionada com a energia gasta para controlar o movimento do conjunto rotativo (que, nesse caso, inclui os eixos, os rolamentos, as rodas e os pneus, dentre outros); já a segunda parte está relacionada com uma das funções centrais do conjunto de suspensão, que é fazer com que os pneus acompanhem as imperfeições do solo.

Para o primeiro problema, mais relacionado à potência do carro, se torna óbvio perceber que quanto maior for a massa do conjunto rotativo, mais energia é gasta para controlar o giro da mesma. Fazer com que esse conjunto entre em movimento (aceleração) ou que pare de girar (em casos de frenagem) gasta mais energia conforme se aumenta a massa. Logo, quanto mais pesado esse conjunto, mais potência deve ser destinada do motor e dos freios. Apesar da manga de eixo não pertencer exatamente ao conjunto rotativo, esse primeiro problema se relaciona ao projeto da suspensão como um todo, visto que o dimensionamento das mangas está ligado a diversas outras peças do conjunto rotativo, tais como cubos, rolamentos e a própria roda.

Já para a segunda parte, no que se refere à suspensão, busca-se sempre criar um sistema onde os pneus “copiem” perfil do solo, de modo que o contato entre o pneu e o solo nunca se perca conforme surjam obstáculos ou imperfeições na pista. Para ilustrar a importância de uma massa não suspensa leve, considera-se um veículo com alta massa não suspensa cruzando um ressalto na pista (também chamado de *bump*, ou quebra-molas); ao cruzar pelo obstáculo, a roda e os componentes envolvidos ganham uma inércia elevada para cima; para manter o contato do pneu com o solo, a mola principal irá precisar fazer uma força elevada; e, para que a velocidade do movimento seja reduzida, os amortecedores deverão atuar intensamente também. Agora, quanto maior for a massa do conjunto rotativo, maior será essa inércia, até que não seja mais possível manter o contato do pneu com o solo, nem mesmo utilizando um conjunto cada vez maior e mais robusto de molas e amortecedores. A mesma analogia pode ser feita para outras situações, como, por exemplo, em um buraco (também chamado de *rebump*), ou seja, tanto na extensão quanto na compressão do amortecedor e da mola.

Dessa forma, uma massa não suspensa que seja leve e, obviamente, esteja em um sistema de suspensão bem regulado, permitirá um contato maior e mais uniforme do pneu com o solo, bem como também permitirá a utilização de molas e de amortecedores de porte menor que ainda assim consigam negociar esse movimento inercial das massas rotativas.

## 1.2 Objetivos

Os objetivos gerais do presente trabalho são listados a seguir:

- Melhorar a performance do veículo;
- Diminuir a massa não-suspensa;
- Obter todos os carregamentos atuantes na manga.

Os objetivos específicos do presente trabalho são listados a seguir:

- Minimizar massa da manga de eixo;
- Comparar duas técnicas distintas de obter os carregamentos;
- Modelar o resultado para adequação à fabricação;
- Validar a peça por um determinado critério de falha selecionado.

## 2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

### 2.1 Conceito de dinâmica veicular e função da suspensão

Nos anos 90, Smith (1996) definiu dinâmica veicular como sendo o estudo das forças que afetam veículos em movimento e as respostas do veículo, sejam elas naturais ou induzidas pelo piloto. Boa parte dessa definição se reflete diretamente no projeto de uma suspensão, já que sempre é necessário saber quais são os carregamentos envolvidos e como o comportamento da geometria da suspensão afetará o comportamento final do carro na pista. Ainda de acordo com o autor, os objetivos da suspensão são basicamente permitir um deslocamento vertical suficiente para absorver acelerações das massas e irregularidades da pista; fornecer independência de movimento para as rodas; e buscar sempre uma inclinação das rodas o mais próximo possível da vertical, mesmo com movimentos verticais e de rolagem do chassi.

### 2.2 Restrições de projeto

Cita-se na sequência um trecho do regulamento da SAE Internacional, tratando sobre as regras obrigatórias a serem seguidas para o projeto de uma suspensão de Fórmula SAE.

“T6.1.1 - O carro deve ser equipado com um sistema de suspensão totalmente operacional com amortecedores, dianteiros e traseiros, com um curso vertical da roda de pelo menos 50,8 mm (2 pol.), 25,4 mm (1 pol.) em compressão e 25,4 mm (1 pol.) em retorno, com o piloto sentado. Os juízes têm o direito de desqualificar carros que não representem uma tentativa séria de um sistema de suspensão operacional ou que demonstre comportamento inapropriado para um circuito de autocross” (SAE INTERNATIONAL, 2022).

### 2.3 Geometria de suspensão Duplo-A

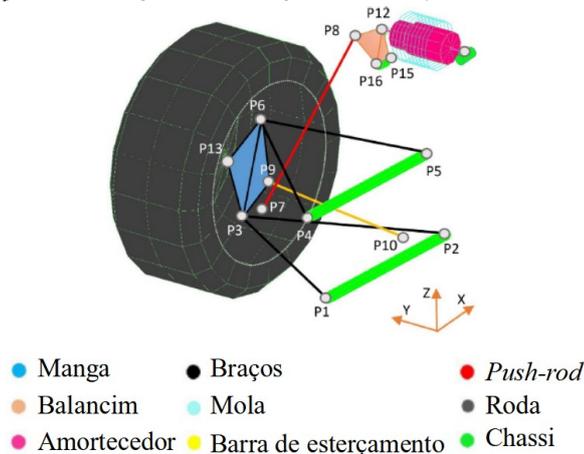
Trata-se do tipo de geometria mais utilizada em veículos de Fórmula SAE, tanto no eixo dianteiro quanto no traseiro. Consiste em um tipo independente de suspensão, com dois braços sobrepostos em formato de “A” ou “V”.

Segundo Diniz (2017): “O tipo de suspensão mais usual nos veículos FSAE é o Duplo-A por ser um sistema que sobretudo apresenta maior possibilidade de escolha e controle de parâmetros de geometria de suspensão durante a fase de projeto aliada à maior facilidade de projetar um sistema com rigidez adequada, de simples fabricação e montagem e possibilidade de alterações de regulagem”.

Os braços de uma suspensão do tipo Duplo-A permitem a movimentação da roda com relação ao chassi contando com diferentes possibilidades de se transmitir esse movimento ao amortecedor. Na maioria das suspensões o movimento das rodas é transferido com utilização de tubos chamados de *push-rods* ou *pull-rods*. Tais tubos são ligados a balança superior ou inferior, sendo tracionados ou comprimidos, dependendo se a roda está subindo ou descendo com relação ao chassi. Se, quando a roda está subindo, o tubo é comprimido, ele será chamado de *push-rod* e, se o tubo for tracionado, ele será chamado de *pull-rod*.

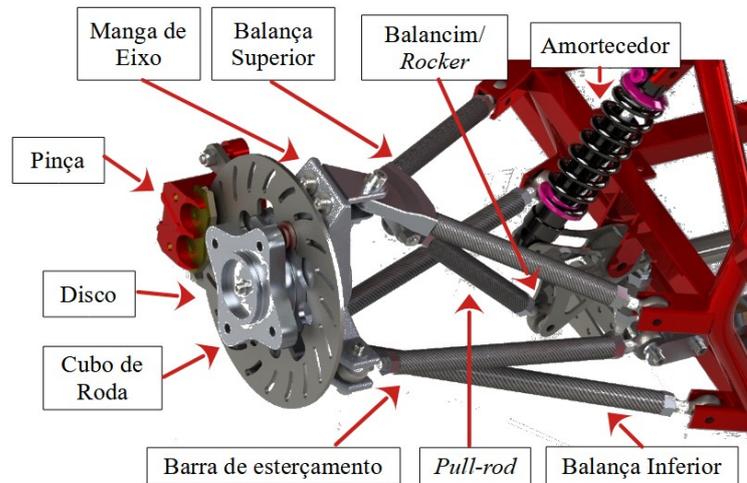
Durante o movimento da roda, tais tubos acionarão o balancim (também chamado de *rocker* ou *bellcrank*); peça que atua como um pivô, transferindo o movimento dos *push-rods* ou *pull-rods* ao amortecedor. A Fig. 2, adaptada de Arévalo et al. (2018), mostra uma suspensão do tipo duplo-A com um tubo de transferência de movimento do tipo *Push-rod* (que é comprimido em situação de ressalto na pista ou *bump*).

Figura 2 – Suspensão Duplo-A com *push-rod*. (Fonte: Arévalo et al (2018))



Também com a função de introduzir um pouco melhor a opção de suspensão tipo Duplo-A em um veículo tipo Fórmula SAE, porém agora com *pull-rods* (que é tracionado em situação de ressalto na pista ou *bump*), a Fig. 3 a seguir representa a suspensão da RS Racing de 2018, que se trata de uma suspensão que utilizava *pull-rods* na dianteira. Nos Anexos se encontram mais imagens ilustrativas ao entendimento do funcionamento de uma suspensão Duplo-A.

Figura 3 – Suspensão Duplo-A da RS Racing 2018. (Fonte: a autora).



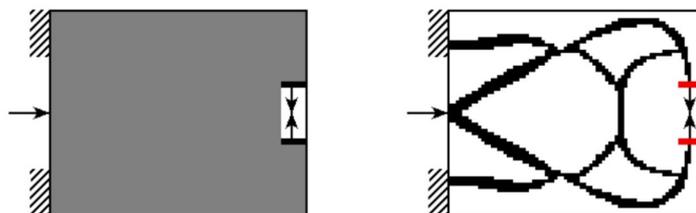
## 2.4 Análises estruturais de mangas de eixo e otimização topológica

Otimização topológica é um ramo relativamente recente da otimização estrutural. Os trabalhos utilizando essa técnica aplicada à indústria datam do fim dos anos 1990 (BENDSOE, 1995). A ideia principal da otimização topológica é definir, dentro de um domínio pré especificado (domínio de projeto) os pontos onde a estrutura receberá material base ou não (presença de vazios). Através do cálculo da sensibilidade (derivadas) da função objetivo e suas restrições, um otimizador matemático define se material será retirado ou não do domínio de projeto.

A Fig. 4 ilustra um problema genérico de otimização topológica aplicado a uma estrutura. Onde a região hachurada das figuras representam um engaste, ou seja, a condição de contorno, e as setas representam as forças aplicadas na chapa. À esquerda tem-se a geometria

inicial, em cinza, e, à direita, tem-se a geometria resultante da análise, em linhas pretas. A região branca representa o material removido.

Figura 4 – Solução genérica de um problema de otimização topológica. (Fonte: a autora).



Para a análise estrutural das mangas de eixo dianteiras, o problema de otimização estrutural será resolvido por um software comercial (Ansys 2021 - R2). Os únicos dados necessários para resolver o problema são as condições de contorno e os carregamentos externos aplicados na estrutura.

Com o intuito de modelar o problema de otimização das mangas de eixo, foi executada uma revisão bibliográfica detalhada de artigos e trabalhos de conclusão de curso sobre assuntos similares ao selecionado no presente trabalho. Foram encontradas diversas fontes aplicáveis, tais como Brito (2016) e Diniz (2017). Ambos os trabalhos detalham de forma satisfatória como encontraram e definiram as condições de contorno e as cargas a serem aplicadas nas mangas de eixo.

Vargas (2020) faz cálculos de carregamentos com transferências de carga da mesma forma que Brito (2016). Através de algumas simplificações, o artigo de Kumar et al. (2019) traz carregamentos com aproximações que se mostraram muito válidas. O artigo de Azmeer et al. (2017) conseguiu estimar os carregamentos do pior cenário, assumindo uma aceleração/desaceleração longitudinal de  $2 g$ 's, bem como uma aceleração lateral de  $2 g$ 's, o que seria equivalente a  $19,62 \text{ m/s}^2$ . Para suas simulações estáticas estruturais, bem como para a otimização topológica, os autores também restringiram o mancal dos rolamentos e aplicaram as cargas nos pontos de fixação da manga ao restante da suspensão. Fazendo um único caso de carregamentos, considerado o caso mais crítico, isto é, a combinação de ressalto na pista, em curva e com frenagem, os autores obtiveram uma geometria com aproximadamente 75% de redução de massa das mangas de eixo.

Bhardwaj et al. (2018) também simularam as mangas de eixo fixando a mesma pelo mancal dos rolamentos e aplicando as cargas nos pontos de fixação.

Krishna (2001) desenvolveu uma metodologia para otimização de estruturas por meio de análises de elementos finitos e otimização topológica, de forma bem similar ao que foi apresentado por Fiedler et al. (2017). Os autores apresentam aplicações de otimização topológica na indústria automotiva.

Riordan (2010) utilizou o *Software OptiStruct* da Altair®, para otimizar mangas de eixo de um veículo de Fórmula SAE. O autor avaliou os cenários de carregamentos de forma tanto individual quanto quando combinados.

### 3. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

De forma geral, basicamente foram utilizadas as equações do Milliken e Milliken (1994), Smith (1978) e Dixon (1996) para transferência de cargas e forças nos pneus (futuramente aplicadas no cubo de roda). Também foram utilizadas fórmulas de Shigley e Mishke (2006) para encontrar a força de frenagem.

### 3.1 Parâmetros gerais de suspensão

Para encontrar as transferências de carga atuantes no carro, fez-se necessário definir alguns parâmetros de suspensão. Tais como o *wheel rate*, definido como a rigidez efetiva da suspensão medida no centro da roda; o *chassis roll stiffness*, que seria a rigidez à rolagem do chassi (diferente de rigidez torcional do chassi), também podendo ser dada como a soma das rigidezes à rolagem da dianteira e traseira do carro.

A equação para se obter o *wheel rate*, ou  $K_{roda}$ , em um carro de suspensão Duplo-A, obtida de Dixon (1996), é dada por:

$$K_{roda} = K_{mola} RI^2 \quad (1)$$

onde  $K_{mola}$  é a rigidez da mola do eixo escolhido, em N/mm, e  $RI$  é a razão de instalação, que se trata da razão entre um determinado deslocamento na mola do amortecedor e o deslocamento correspondente da roda.

As rigidezes das molas do carro foram medidas através de ensaio de compressão na máquina universal de ensaios do Grupo de Mecânica Aplicada (GMAp), do departamento de Engenharia Mecânica da UFRGS, tendo sido obtidas as rigidezes de 53 e 106 N/mm para o eixo dianteiro e traseiro, respectivamente. Mais detalhes sobre os resultados dos ensaios de compressão podem ser encontrados no Apêndice. Já as razões de instalação foram obtidas através do modelo de desenho CAD do veículo e, posteriormente validadas na oficina da equipe. Foram aplicadas cargas controladas na suspensão e medindo os deslocamentos, confirmando, assim,  $RI$ s de 0,80 e 0,74 para dianteira e traseira, respectivamente. Dessa forma os *wheel rates* calculados foram de 34000 N/m para a dianteira e de 58000 N/m para a traseira.

O próximo parâmetro a ser calculado é o  $K_{chassis}$ , que utiliza o *wheel rate* médio da dianteira e traseira (46000N/m) e o parâmetro  $t$ , ou bitola, cujo valor é 1,35 metro. A equação foi adaptada de Milliken e Milliken (1994):

$$K_{chassis} = \frac{t^2 K_{roda}}{2 \left( \frac{360}{\pi} \right)} = K_F + K_R \quad (2)$$

Utilizando a Equação 2, foi obtido um  $K_{chassis}$  de 731,6 N.m/°. Adicionalmente, ainda pela Equação 2, é possível observar que a rigidez à rolagem do chassi também pode ser dada pela soma das rigidezes à rolagem dos eixos dianteiro e traseiro,  $K_F$  e  $K_R$ , respectivamente. Sendo assim, é possível prosseguir com os cálculos das transferências de carga lateral e longitudinal.

### 3.2 Transferências de carga

A transferência de carga longitudinal ( $\Delta W_x$ ), em Newtons, pode ser dada pela seguinte equação sugerida por Milliken e Milliken (1994) e por Smith (1978):

$$\Delta W_x = \frac{h}{l} WA_x \quad (3)$$

onde  $A_x$  é a aceleração longitudinal do veículo,  $W$  a massa total,  $h$  é a altura do CG e  $l$  é o entre-eixos. Tendo em vista fazer um projeto que suporte as cargas mais críticas, será

utilizado o valor de 2 g's para aceleração longitudinal. Tal valor é aproximadamente 15% maior do que qualquer valor obtido nas telemetrias de pilotagem executadas pela equipe.

É obtido assim o valor de 2943 N de carga, o que representa 85,71% da massa do carro.

Já a transferência de carga lateral ( $\Delta W_Y$ ), em Newtons, pode ser dada pela seguinte equação adaptada sugerida por Milliken e Milliken (1994):

$$\Delta W_Y = \frac{A_Y W}{t_f} \left[ \frac{HK_F}{K_F + K_R} + \frac{bZ_{RF}}{l} \right] \quad (4)$$

onde  $A_Y$  é a aceleração lateral do veículo,  $W$  a massa total,  $t_f$  é a bitola do eixo dianteiro,  $H$  é a diferença entre a altura da massa não suspensa do eixo dianteiro e a altura do centro de rolagem do eixo dianteiro (ou *roll center* dianteiro),  $K_F$  é a rigidez à rolagem do eixo dianteiro  $K_R$  é a rigidez à rolagem do eixo traseiro,  $b$  é a distância (no plano do solo) entre o CG e o eixo traseiro,  $Z_{RF}$  é a altura do centro de rolagem dianteiro e  $l$  é o entre-eixos.

A Equação 4 é uma simplificação de uma equação mais complexa não apresentada nesse trabalho que, segundo Milliken e Milliken (1994), apresenta um erro de menos de 5% com relação à fórmula completa. Tal equação considera 3 corpos em sua formulação, isto é, a massa suspensa, a massa não suspensa do eixo dianteiro e a massa não suspensa do eixo traseiro.

A soma das rigidezes dianteira e traseira obtida anteriormente será utilizada, porém, para se obter a rigidez isolada do eixo dianteiro ( $K_F$ ) será feita a seguinte simplificação: assumir que a proporção de rigidez à rolagem do eixo dianteiro com relação ao traseiro está na mesma proporção que os *wheel rates* encontrados.

O valor de altura do CG foi obtido através da altura máxima possível para que o carro seja inclinado (lateralmente) até 60 graus sem ‘tombar’. Tal teste de inclinação chama-se *Tilt-Table* e faz parte dos testes de segurança da competição nacional de Fórmula SAE, ou seja, trata-se de um requisito.

Por fim, foi utilizada a montagem do carro no *software* CAD *SolidWorks* para se obter a altura dos centros de rolagem, ou *roll centers*. Foram feitos esboços 2D sobre as balanças, de forma que as linhas puderam ser estendidas até que se encontrassem no ponto MC, ou momento de centro; utilizando o ponto MC e o ponto de contato do pneu com o solo, foi possível traçar o centro de rolagem, no ponto onde a última linha cruzava o plano de simetria do carro. Assim, o valor de  $Z_{RF}$  encontrado foi de 0,120 m e, na sequência, o valor de  $\Delta W_Y$  obtido foi de 2061,7 N. Tal valor também pode ser expresso como um percentual da massa do carro, isto é, 60,05%.

### 3.3 Força de reação no pneu

Segundo Milliken e Milliken (1994), a força individual em cada pneu, devido à aceleração lateral, pode ser dada pela seguinte equação:

$$F_{cFR} = F_c \cdot transf_{lat} \cdot transf_{long} \quad (5)$$

onde  $F_{cFR}$  é a força no pneu dianteiro direito no contato com solo;  $transf_{long}$  é o percentual da massa transferida longitudinalmente com relação à massa total do carro; analogamente  $transf_{lat}$  é o percentual transferido lateralmente e  $F_c$  é a força inercial total atuando no CG, de forma que:

$$F_c = WgA_y \quad (6)$$

Assim,  $F_{cFR}$  é calculada como sendo 3534,4 N.

### 3.4 Força de frenagem

Para obter a força aplicada no suporte da pinça, é necessário calcular o torque de frenagem. Visto que os freios do carro se comportam como um sistema de pinça flutuante, pode-se utilizar a expressão fornecida em Shigley e Mishke (2006), na forma:

$$T = \frac{1}{2} (\Theta_2 - \Theta_1) \mu p_a r_i (r_0^2 - r_i^2) \quad (7)$$

onde  $T$  é o torque de frenagem,  $\Theta_1$  e  $\Theta_2$  são os ângulos que delimitam da pastilha,  $\mu$  é o coeficiente de atrito,  $p_a$  é a pressão máxima permitida pela pastilha,  $r_0$  é o raio externo da pastilha e  $r_i$  é o interno.

Assim, para a pinça atualmente instalada no carro (modelo FJ1430M da motocicleta Dafra Kansas 250 cc), o coeficiente de atrito é de 0,32 e a pressão máxima é de 5,2 MPa. A diferença dos ângulos é de  $60^\circ$  e os raios externo e interno são, respectivamente, 0,0985 m e 0,1135 m, resultando em um torque de 273 N.m.

Visto que será aplicada a força no suporte da pinça, utiliza-se o raio efetivo de 0,106 m para encontrar a mesma. Por fim, a força de frenagem aplicada é de 2575 N.

## 4. METODOLOGIA

Visto que a intenção do presente trabalho é dimensionar as mangas de eixo dianteiras, iniciou-se reunindo informações de vários trabalhos sobre o assunto, tais como os artigos citados na seção de revisão bibliográfica (capítulo 2), de onde foram obtidas duas formas de se avaliar a estrutura da manga de eixo. Para a simulação estática estrutural faz-se necessário aplicar carregamentos e restrições em pontos distintos da peça em questão. Sendo assim, conforme foi apresentado na seção 2.4, resumidamente, na primeira opção se restringe a sede dos rolamentos e se aplicam os carregamentos nos pontos de fixação da manga ao restante da suspensão e, na segunda opção, se restringem os pontos de fixação da peça e aplicam-se os carregamentos no mancal, ou sede, dos rolamentos.

A princípio, foi avaliada a possibilidade de seguir com as duas formas de aplicação de condições de contorno ao longo de toda a metodologia, porém, com a intenção de manter a objetividade da otimização da peça, foi adotado um único método para a simulação estrutural inicial e para a otimização topológica. E, na sequência, a título de validação apenas, serão aplicados os dois métodos na geometria final otimizada.

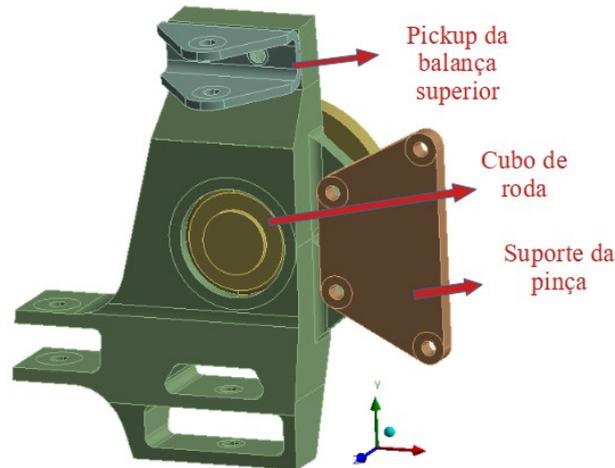
### 4.1 Geometria inicial

A geometria inicial (Fig. 5) foi elaborada seguindo como diretriz os pontos apresentados a seguir:

- Manter a geometria de suspensão atual do carro, ou seja, manter os três pontos de fixação da manga ao restante da suspensão do carro;
- Manter a pinça de freio, ou seja, os pontos de fixação da pinça permanecem com o mesmo espaçamento e posicionamento horizontal;
- Ter a possibilidade de ajuste de camber (ou cambagem) por meio de chapinhas espaçadoras entre a fixação superior da manga e o *pickup* (peça de fixação feita de uma chapa dobrada, como pode ser observado na Fig. 5);
- Utilização dos mesmos rolamentos anteriores e, por consequência, os mesmos rebaixos de assentamento;

- Ter a possibilidade de utilizar parafuso com porca na fixação da balança inferior, evitando o uso de roscas no alumínio.

Figura 5 - Modelagem da geometria inicial. (Fonte: a autora).



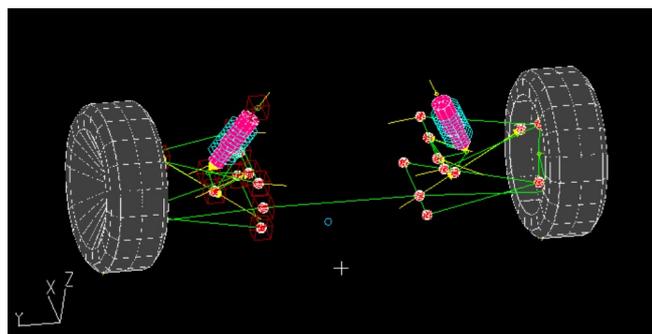
#### 4.2 Simulação: método “A”

Para a primeira opção de aplicação das condições de contorno e carregamentos, que será chamada de método “A”, restringe-se a sede dos rolamentos e se aplicam as cargas dos membros de suspensão nos pontos de fixação. A restrição aplicada foi o suporte cilíndrico, com restrição de movimento axial, radial e tangencial, enquanto as cargas aplicadas foram obtidas através do *software Lotus Shark*. (Lotus Shark, 2022)

O método “A” é baseado na forma mais usualmente utilizada no design de mangas de eixo, a maior parte das referências bibliográficas do assunto aplicam as cargas e as condições de contorno (obtidas de formas variadas) utilizando tal metodologia.

O *software* funciona da seguinte forma: são inseridos os pontos que caracterizam a geometria da suspensão do carro, isto é, as coordenadas das pontas de todos os tubos e membros, bem como pontos de fixação ao chassi e posição do balancim e amortecedor; também são inseridos os dados de *compliance* e massa, isto é, desde a localização e grandeza do centro de gravidade do carro, e rigidezes dos amortecedores, pneus e barra antirolagem (caso tenha), entre outros, até os parâmetros a serem variados, tais como tamanho e incremento de *bump*, *roll* e *steer*, que seriam os comportamentos do carro em caso de um ressalto na pista, ou na situação de rolagem, ou na situação de esterçamento em curva. Ao final da simulação são fornecidas as cargas de reação em cada uma das juntas, que seriam as cargas sobre os terminais rotulares do carro. As cargas utilizadas foram as dos pontos que conferem carregamentos à manga de eixo. Tem-se abaixo, na Figura 6, a geometria dianteira do carro modelada no *software*.

Figura 6 - Modelagem da dianteira do carro. (Fonte: a autora).



Os dados de saída do programa encontram-se melhores relacionados na Tabela 1 da seção de Resultados. Nos Apêndices podem ser encontrados os parâmetros de entrada inseridos no programa.

As cargas que esses membros geram na manga de eixo são aplicadas utilizando a função de força remota, onde a força é aplicada no centro geométrico da região selecionada.

### 4.3 Simulação: método “B”

Já a segunda opção de forma de simulação estática estrutural, que será chamada de método “B”, compreende a aplicação de restrições de deslocamento nos pontos de fixação da manga de eixo ao restante da suspensão (observação: nenhuma restrição de rotação foi aplicada nos pontos em questão, visto que representam terminais rotulares, ou seja, não restringem rotação em nenhuma direção) e as forças foram aplicadas indiretamente na sede dos rolamentos, isto é, as forças e transferências de cargas calculadas anteriormente são aplicadas no cubo de roda, que está ligado a modelagem dos rolamentos e à manga de eixo.

As forças aplicadas, que representam a carga estática e estimativas das transferências máximas de carga durante os casos mais críticos, foram estimadas através das equações descritas principalmente em Milliken e Milliken (1994), conforme apresentado no capítulo 2 (Fundamentação). Foram consideradas a carga estática do carro, bem como as transferências de carga lateral, longitudinal e, também, devido à força centrífuga, ou seja, a força de reação no pneu.

As restrições foram aplicadas utilizando a função de restrição remota, onde a restrição de deslocamento ou translação é aplicada em relação a um ponto imaginário que se encontra no centro geométrico das faces selecionadas.

### 4.4 Otimização topológica

Após a organização da aplicação de forças e restrições, é possível realizar a simulação e avaliar a distribuição e os valores de tensão von Mises atingidos. Assim, são aplicados os carregamentos, segundo o primeiro método (método “A”), nos pontos onde se encontrariam os olhais dos terminais rotulares. Visando a simplicidade, e visto que se trata de uma simulação de um componente e não uma simulação multicorpos, os braços de suspensão e os terminais rotulares foram suprimidos.

Após a avaliação das tensões e a homogeneidade da distribuição das mesmas conforme o refino da malha tetraédrica, pode ser iniciada a configuração das entradas de dados para a otimização topológica. O método escolhido foi a otimização topológica baseada na densidade, onde a variável de projeto pode assumir valores entre 0 (vazio) e 1 (material base). Foi definido um objetivo de retenção de 40% de massa inicial, através de minimização de *compliance* por retirada de massa da peça. As regiões de exclusão foram definidas tanto pelas condições de contorno, isso é, pelos furos por onde passam parafusos (que se ligam a manga as outras peças ou a terminais rotulares), quanto por mais algumas regiões críticas, tais como os recortes na sede de assentamento dos rolamentos e por faces em contato com as outras peças.

O resultado da simulação foi avaliado e definido com limiar de retenção de 20% (ou seja, todos os elementos finitos da malha que ficaram acima do valor de 0,2 são interpretados como material base); essa se trata de uma configuração que ajuda o *software* a decidir o que fazer com os elementos que não ficaram com seus valores exatamente iguais a 0 (vazio) e 1 (material base). Na sequência, o modelo foi exportado ao módulo de criação e tratamento de geometrias do *Ansys*, conhecido como *Space Claim*, para tratamento e suavização da geometria. Foram utilizadas majoritariamente as funções envelopar, suavizar e reduzir, no

campo de facetas. Por fim, a peça foi convertida de facetas em objeto sólido e enviada novamente para o *Ansys Workbench* para validação da geometria otimizada, novamente no módulo Estático Estrutural, isto é, o mesmo módulo e mesmas condições que foram utilizadas para a otimização em primeiro lugar (método ‘A’). Também, na sequência, foi validada a geometria segundo o método ‘B’.

Foi constatado, ao observar os carregamentos encontrados, que devido à escolha de um sistema *pull-rod* de suspensão, a região mais solicitada será a da porção superior da manga, visto que essa região está ligada ao *pull-rod* e conseqüentemente aos balancins e ao amortecimento do carro (amortecedores e molas).

## 5. RESULTADOS

### 5.1 Dados para simulação do método “A”

Os dados utilizados tanto na otimização quanto na validação da peça pelo método “A” encontram-se relacionados na Tab. 1:

Tabela 1 - Dados para o método “A”. (Fonte: a autora)

Parâmetros	Valores	Unidades
Força de frenagem	2575,00	[N]
Força da balança superior	923,07	[N]
Força da balança inferior	331,89	[N]
Força na barra de esterçamento	56,13	[N]

Tais dados se mostram levemente abaixo dos valores esperados quando comparados aos valores de força obtidos por outros autores como Bhardwaj et al. (2018) e Azmeer et al. (2017).

### 5.2 Dados para simulação do método “B”

Os dados utilizados na validação da peça pelo método “B” encontram-se relacionados na Tab. 2:

Tabela 2 - Dados para o método “B”. (Fonte: a autora)

Parâmetros	Valores	Unidades
Carga estática (DD)	686,70	[N]
Transferência de carga lateral	2061,70	[N]
Transferência de carga longitudinal	2943,00	[N]
Reação do pneu (DD)	3534,35	[N]

Tais dados se mostram condizentes quando comparados aos valores de força obtidos por outros autores já citados no capítulo 2 (Revisão Bibliográfica), tal como Vargas (2020) e Brito (2016).

### 5.3 Propriedades do material

Na Tab. 3 pode-se observar as propriedades da liga de alumínio selecionada. Os valores utilizados como dados de entrada para o *software* estão disponíveis em *MatWeb* (2022), recurso online de informações de materiais. A liga de alumínio aeronáutico 7075-T6 se mostra como uma ótima escolha de material por sua excelente relação de resistência por massa.

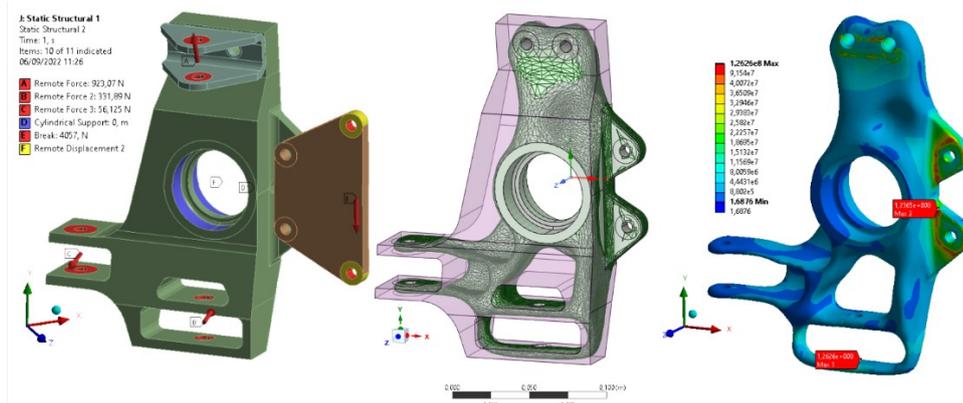
Tabela 3 – Propriedades da liga de alumínio 7075-T6 (Fonte: adaptado de MatWeb)

Propriedades	Valores	Unidades
Módulo elástico	$71,7 \times 10^9$	[Pa]
Coefficiente de Poisson	0,33	-
Massa específica	2810	[kg m <sup>-3</sup> ]
Módulo de cisalhamento	$26,9 \times 10^9$	[Pa]
Resistência de tração	$572,0 \times 10^6$	[Pa]
Limite de escoamento	$503,0 \times 10^6$	[Pa]

### 5.4 Otimização estrutural

Na Fig. 7 são representadas as geometrias segundo o fluxo do processo de otimização estrutural. Primeiramente, à esquerda, tem-se a geometria inicial não otimizada, representada com os carregamentos aplicados. Ao centro, tem-se a geometria já otimizada e tratada com uma representação semitransparente da geometria inicial, para fins de comparação. Por último, à direita, tem-se a geometria final otimizada com a distribuição das tensões (von Mises).

Figura 7 - Fluxo da otimização das mangas de eixo. (Fonte: a autora)



Como se pode observar na Figura 8, o resultado da simulação de otimização estrutural convergiu para uma geometria mais robusta na parte superior e, conforme o esperado, as regiões de exclusão (definidas previamente à simulação) permaneceram no formato geométrico inicial.

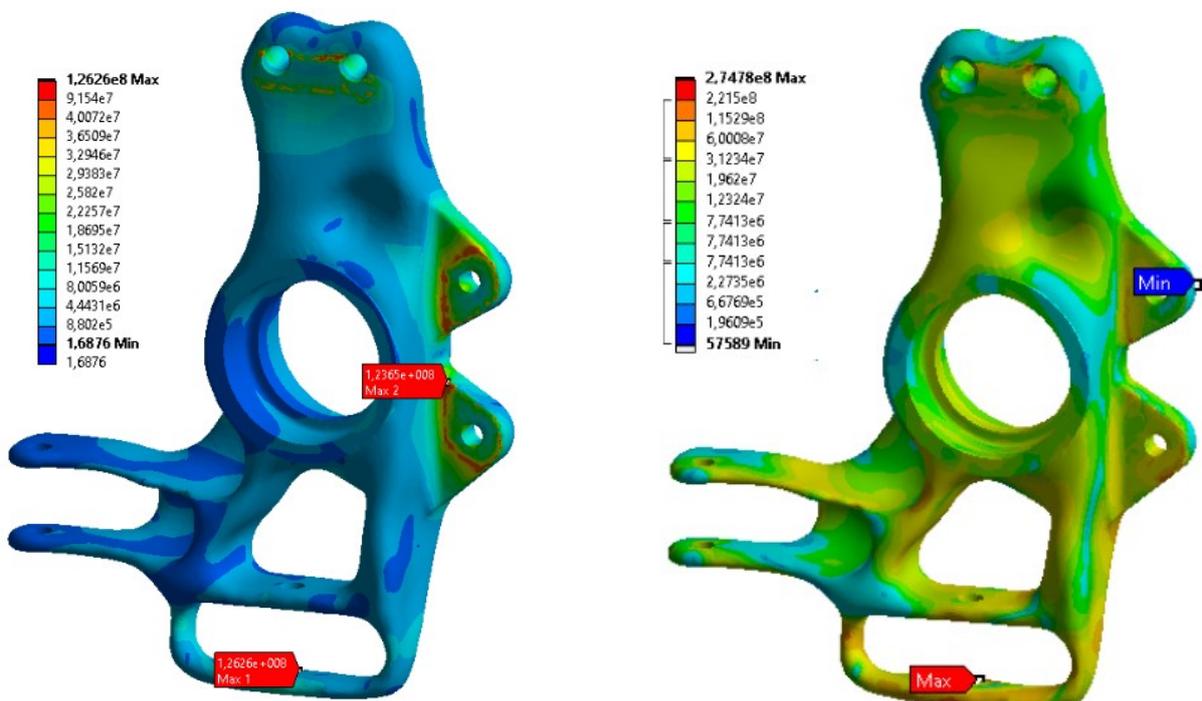
Figura 8 – Resultado bruto da simulação de otimização estrutural. (Fonte: a autora)



### 5.5 Validação da geometria

Como pode ser observado na Fig. 9, após o tratamento da geometria, a distribuição de tensões (von Mises) ficou relativamente uniforme para o método “A”, mostrado à esquerda. A estrutura apresenta valores na média de 5 MPa. São colocados em evidência os dois primeiros pontos de máxima tensão. O primeiro deles, registrando 126,26 MPa se encontra na parte inferior da manga, próximo ao ponto de fixação da balança inferior. Já o segundo ponto, registrando 123,65 MPa se encontra na região dos suportes de fixação do suporte da pinça.

Figura 9 – (a) Resultado da validação da geometria pelo Método “A”; (b) Resultado da validação da geometria pelo Método “B”. (Fonte: a autora)



Já para o método “B”, cujo resultado é apresentado à direita da Fig. 9 acima, percebe-se que as tensões ficaram distribuídas principalmente entre os valores de 7,0 MPa e 30,0 MPa. Porém, o valor máximo atingido chegou a 274,78 MPa na região inferior da peça, mais precisamente na região da borda do furo inferior de fixação da balança inferior.

Na Tab. 4 se encontram relacionados os resultados comparando a massa otimizada com as massas da geometria inicial e da manga de eixo atualmente instalada no carro. Nos Apêndices, é possível encontrar uma foto retirada dessa manga de aço instalada no carro; a massa medida de tal peça isoladamente resultou em 1,81 kg. Na sequência, tem-se uma comparação das tensões obtidas pelos métodos “A” e “B”, juntamente ao coeficiente de segurança.

Tabela 4 – Comparação das massas e das tensões. (Fonte: a autora)

Parâmetros	Método “A”	Método “B”
Massa das mangas atuais de aço	1,81 kg	1,81 kg
Massa da geometria inicial proposta	1,90 kg	1,90 kg
Massa da peça otimizada	0,98 kg	0,98 kg
Redução de massa para geometria proposta	48%	48%
Redução de massa para mangas atuais	46%	46%
Tensão máxima atingida	126,26 MPa	274,78 MPa
Coeficiente de segurança	3,98	1,83

Através da Tab. 4, é possível observar que houve uma redução significativa de massa da peça otimizada, tanto com relação a geometria inicial, quanto com relação as mangas de eixo atualmente instaladas no carro. Visto que o método “B” foi utilizado apenas na etapa de validação da peça, os valores de massa otimizada e redução percentual de massa são os mesmos. Os coeficientes de segurança foram calculados utilizando a tensão de escoamento do material, conforme a Tab. 3, dividido pela tensão máxima atingida em cada método.

## 6. CONCLUSÕES

A metodologia do presente trabalho funcionou de acordo com os objetivos pretendidos com a realização desta pesquisa, de forma que se conseguiu reduzir cerca de 48% o valor da massa inicial da peça não otimizada, ambas confeccionadas em alumínio 7075-T6. Ao se comparar os resultados com as mangas de aço atualmente instaladas no carro (1,8 kg), trata-se de uma redução de 46% de massa.

Na utilização do método “A” o resultado foi satisfatório, porque as tensões máximas registradas foram aproximadamente iguais às registradas antes da otimização, e nas mesmas regiões anteriores, com o diferencial de que, agora, a peça reduziu em 48% a massa que tinha

inicialmente. A tensão máxima obtida (126,26 MPa), representa 25% do escoamento do material, o que resulta em um coeficiente de segurança de aproximadamente 4,0.

Enquanto isso, para o método “B”, apesar de terem sido registradas tensões maiores, próximas a 275 MPa, o resultado também pode ser considerado satisfatório, já que essas tensões representam ainda apenas 55% do escoamento do material utilizado. O que configuraria em um coeficiente de segurança de 1,8. Visto que para esse tipo de aplicação geralmente se busca maior redução de massa e uma robustez razoável (coeficiente de segurança acima de 1,5), pode-se dizer que os objetivos foram atingidos.

Ao compararem-se as tensões máximas atingidas nos dois métodos, observa-se que a validação pelo método “B” resultou em tensões mais altas, de forma que talvez fosse necessário revisar as cargas aplicadas ou até mesmo as condições de contorno utilizadas pelo método “A” e também pelo método “B”.

### **6.1 Sugestões para trabalhos futuros**

Como sugestão para trabalhos futuros, indicam-se ajustes voltados à fabricação na geometria otimizada, de forma que as peças possam ser usinadas em uma fresadora CNC de 4 ou 5 eixos.

A fim de validar completamente os dois métodos utilizados e descobrir qual seria o método mais conservador, ou até mesmo se foram cometidos erros durante a presente análise, indica-se modelar o carro completo nos *softwares* utilizados, isto é, não somente o eixo dianteiro do veículo, mas o eixo traseiro também.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Arévalo, C.; Medina, A.;Valladolid, J. (2018), “**Kinematic and dynamic study of the suspension system of an electric single seater competition Formula Student**”, Ingenius, 2018.
- Azmeer, M.; Basha, M. H.; Hamid, M. F.; Rahman, M. T. A.; Hashim, M. S. M. “**Design optimization of rear uprights for UniMAP**”, J. Phys.: Conf. Ser. 908 012051, 2017.
- Bendsoe, M. P., “**Optimization of Structural Topology, Shape and Material**”, Berlin, Heidelberg, New York: Springer, 1995.
- Bhardwaj, S., Ashok, B., Lath, U., and Agarwal, A., “**Design and Optimization of Steering Upright to Reduce the Weight Using FEA**,” SAE Technical Paper 2018-28-0081, 2018, doi:10.4271/2018-28-0081.
- Brito, Fernando S.; “**Projeto e fabricação de uma manga de eixo intercambiável de Fórmula SAE em alumínio fundido**”, UFRGS, 2016.
- Diniz, Pedro Alves; “**Projeto de um conjunto de mangas de eixo para um veículo Fórmula SAE**”, Universidade de Brasília, 2017.
- Dixon, John C.; “**Tire, Suspension and Handling**”, 2ª ed., SAE, Inc., 1996.
- Fiedler, Klaus; Rolfe, B. F.; De Souza, T.; “**Integrated Shape and Topology Optimization - Applications in Automotive Design and Manufacturing**”; SAE, 2017.
- Krishna, Murali M. R.; “**A Methodology of Using Topology Optimization in Finite Element Stress Analysis To Reduce Weight of a Structure**”; DANA Corp., 2001.
- Kumar, Dr. B. Vijaya; Ruchitha, B.; Edigi, N. G.; Kumar, H. “**Design and Analysis of Upright for Formula Vehicle**” Published in International Journal of Trend in Scientific Research and Development (ijtsrd), ISSN: 2456-6470, Volume-3 | Issue-3, pp.1184- 1189, abril 2019. Disponível em: <https://www.ijtsrd.com/papers/ijtsrd23303.pdf>. Acessado em: 09/2022.
- Manual do Ansys: “**Ansys Workbench Documentation**”. Versão estudantil 2021-R2.
- Manual do Lotus Shark: “**Getting Started with Lotus Suspension Analysis**”, Versão 4.03c.
- MatWeb: Online Materials Information Resource (2022). “**Aluminum 7075-T6**”. Disponível em <https://www.matweb.com/> Acessado em: 09/2022.
- Milliken, W. F., Milliken, D. L.: “**Race car vehicle dynamics**”, 1ª edição, SAE, 1994.
- Riordan, Conor; Tovar, A.; Renaud, J.; “**Topology Optimization of a Formula SAE Upright Using OptiStruct**”, Department of Aerospace and Mechanical Engineering University of Notre Dame, Indiana, 2010.
- RS Racing UFRGS; “**Arquivos Gerais**”; Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 2022.
- SAE International, “**2022 Formula SAE Rules**”. Disponível em: <https://www.fsaeonline.com/cdsweb/gen/DocumentResources.aspx>. Acessado em: 09/2022.
- Shigley, J.E; Mishke, C.R.; “**Projeto de Engenharia Mecânica**”, Bookman, 8ª edição, 2006.
- Smith, C.: “**Tune to win – The art and science of race car development and tuning**”, 1ª ed., Aero Publishers Inc., 1978.
- Vargas, G. M.; “**Dimensionamento e projeto de pinça e disco de freio aplicados a um veículo fora de estrada Baja SAE**”, UFRGS, 2020.

## ANEXOS

As figuras apresentadas a seguir servem como referência para alguns cálculos de geometria de suspensão, bem como para visualização dos elementos que compõem o sistema como um todo. A Fig. A.1 mostra uma suspensão de Duplo-A em situação de rolagem; é possível observar as variações nos ângulos de camber (ou cambagem) nos pneus direito e esquerdo de um mesmo eixo. A Fig. A.2 mostra um exemplo de cálculo de *wheel rate*, que se trata da rigidez da suspensão medida no centro da roda. O cálculo utiliza a rigidez da mola do sistema e a razão entre os deslocamentos da mola e da roda, também conhecida como RI, ou razão de instalação.

Figura A.1 – Exemplo de uma suspensão Duplo-A em rolagem. (Fonte: Smith (1978)).

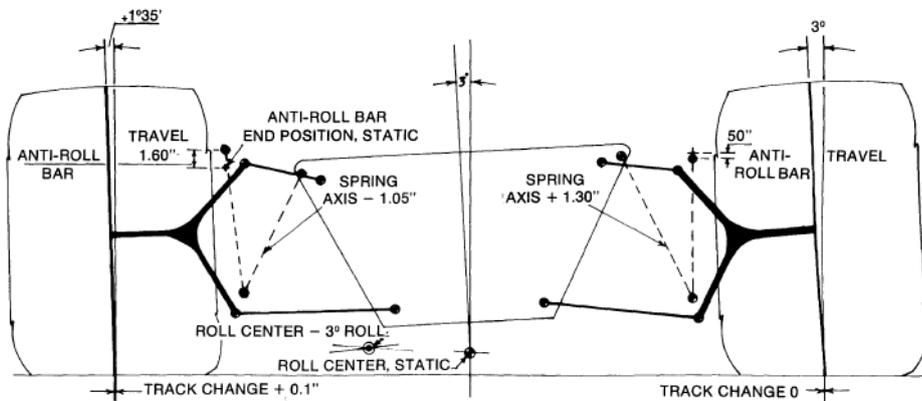
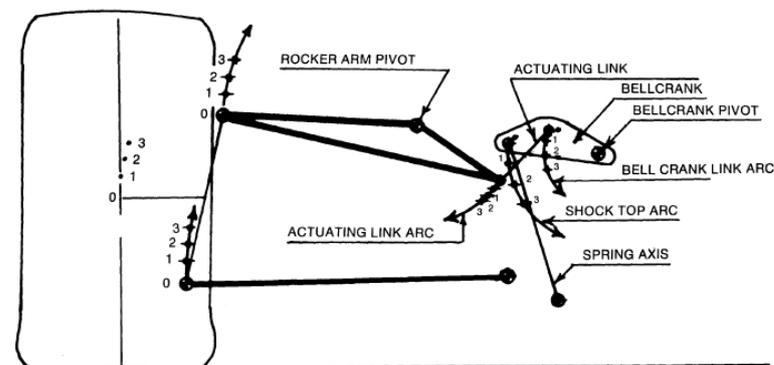


Figure (21): Effects of chassis roll.

Figura A.2 – Exemplo de cálculo de wheel rate para uma suspensão Duplo-A com rocker (balancim). (Fonte: Smith (1978)).

WHEEL TRAVEL	0-1"	1-2"	2-3"
SPRING COMPRESSION	0.80"	0.90"	1.00"
MOTION RATIO	1.25:1	1.11:1	1:1
(MOTION RATIO) <sup>2</sup>	1.56	1.23	1
WHEEL RATE WITH LB/IN SPRING	148 LB/IN	187 LB/IN	230 LB/IN



## APÊNDICE

Na tabela a seguir, são apresentados os parâmetros que caracterizam a suspensão do carro modelado, isto é, parâmetros de distribuição de massas, parâmetros das molas e amortecedores, entre outros. Tais parâmetros foram inseridos no *software* para obtenção das cargas do método “A”.

Na sequência são apresentados os dados dos ensaios de compressão para obtenção das rigidezes do pneu do carro nas pressões de 14, 16, 18, 20, 22 e 25 psi; bem como os dados para os ensaios de compressão da mola de suspensão. A última figura mostra um resumo dos dados dos ensaios no pneu, contendo o ângulo de inclinação da reta da linha de tendência, o valor calculado da rigidez, e o  $R^2$  da linha de tendência. A rigidez é dada pela inclinação da reta, convertida de kN/mm para N/mm, onde “a” é a inclinação da reta da equação de tipo  $y=ax+b$ .

Tabela A.3 – Parâmetros de entrada para obter as cargas via software. (Fonte: a autora).

Propriedades	Valores	Unidades
<i>Bump travel</i> – Curso do ressalto da pista	50,0	[mm]
<i>Rebound travel</i> – Curso do “buraco” da pista	50,0	[mm]
<i>Roll angle</i> – Ângulo de rolagem	2,0	[°]
<i>Steer travel</i> – Curso de esterçamento	45,0	[mm]
<i>Wheelbase</i> - Entre-eixos	1575,0	[mm]
<i>C of G height</i> – Altura do CG	0,675	[mm]
<i>Braking on front</i> – Frenagem no eixo dianteiro	60,0	[%]
<i>Weight on front</i> – Peso no eixo dianteiro	40,0	[%]
<i>Total sprung weight</i> – Massa suspensa total	316,4	[kg]
<i>Dampers Rate</i> – Constante de rigidez do amortecedor	0,40	[N.s/mm]
<i>Front Spring Rate</i> – K da mola do eixo dianteiro	53,0	[N/mm]
<i>Front Spring Free Length</i> – Comprimento livre da mola	50,0	[mm]
<i>Front Spring Fitted Length</i> – Comprimento montado da mola	35,0	[mm]
<i>Rear Spring Rate</i> - K da mola do eixo traseiro	107,0	[N.s/mm]

<i>Rear Spring Free Length</i> - Comprimento livre da mola	50,0	[N.s/mm]
<i>Rear Spring Fitted Length</i> - Comprimento montado da mola	35,0	[N.s/mm]
<i>Rolling Radius</i> – Raio do pneu	250,0	[N.s/mm]
<i>Tire width</i> – Largura do pneu	175,0	[N.s/mm]
<i>Tire vertical stiffness</i> – Rigidez vertical do pneu	111,0	[N/mm]

Figura A.4 – Manga de eixo dianteira (feita em chapas de aço) atualmente instalada no carro da equipe. (Fonte: RS Racing (2022)).



Figura A.5 – Dados, equação e  $R^2$  para ensaio de rigidez (Força x Deslocamento) da mola de suspensão. (Fonte: a autora).

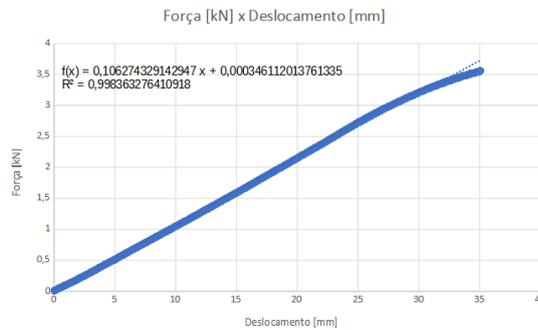


Figura A.6 – Dados, equação e  $R^2$  para ensaio de rigidez (Força x Deslocamento) do pneu com 14 psi e 16 psi. (Fonte: a autora).

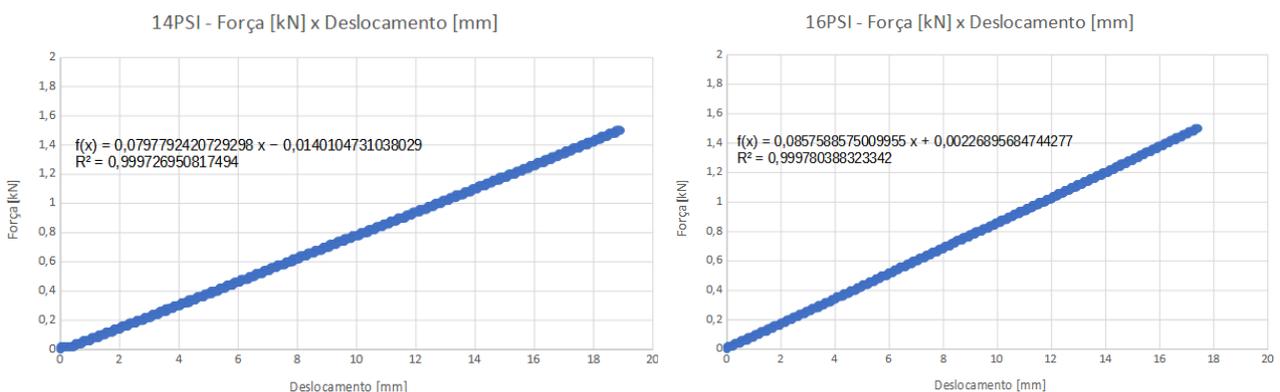


Figura A.7 – Dados, equação e R<sup>2</sup> para ensaio de rigidez (Força x Deslocamento) do pneu com 18 psi e 20 psi. (Fonte: a autora).

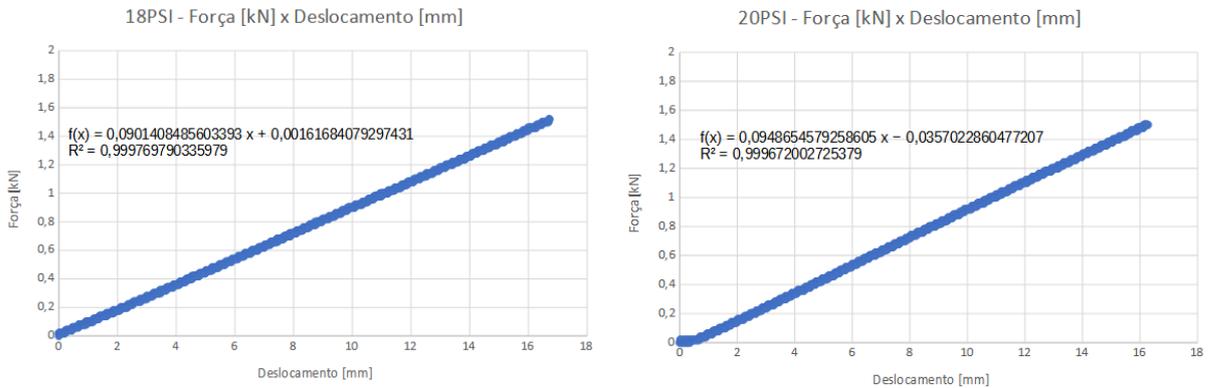


Figura A.8 – Dados, equação e R<sup>2</sup> para ensaio de rigidez (Força x Deslocamento) do pneu com 22 psi e 25 psi. (Fonte: a autora).

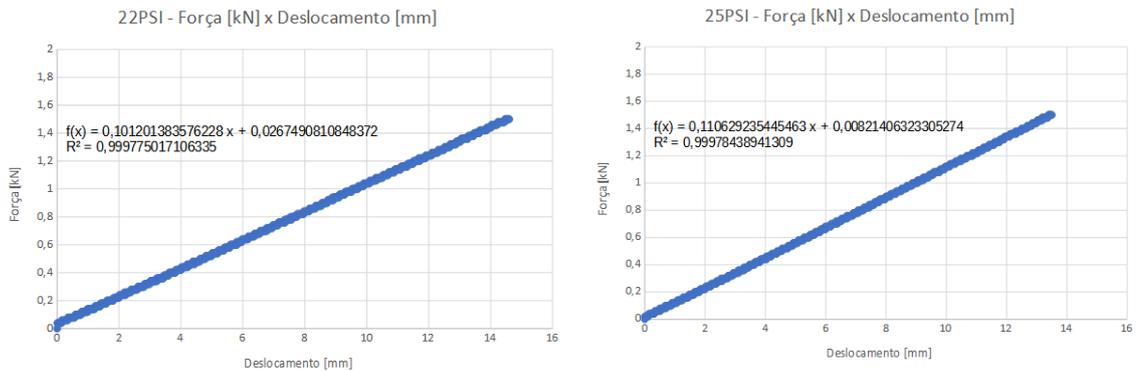


Figura A.9 – Resumo dos dados dos ensaios de compressão do pneu. (Fonte: a autora).

Pressão [psi]	Alfa (slope)	Stiffness [N/mm]	R <sup>2</sup>
14	0,07978	79,8	0,9997
16	0,08576	85,8	0,9998
18	0,09014	90,1	0,9998
20	0,09486	94,9	0,9996
22	0,10120	101,2	0,9998
25	0,11063	110,6	0,9998