UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
FACULDADE DE EDUCAÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO

Gessilda Cavalheiro Müller

Compreendendo os procedimentos de adição de alunos de 4.ª série: um estudo a partir da Epistemologia Genética

Dissertação de Mestrado

Orientador:
Prof. Dr. Sérgio Roberto Kieling Franco

Fevereiro de 2003

DADOS INTERNACIONAIS DE CATALOGAÇÃO-NA-PUBLICAÇÃO
BIBLIOTECA SETORIAL DE EDUCAÇÃO da UFRGS, Porto Alegre. BR-RS

M958c Müller, Gessilda Cavalheiro

Compreendendo os procedimentos de adição de alunos de 4.ª série: um estudo a partir da Epistemologia Genética / Gessilda Cavalheiro Müller. - Porto Alegre: UFRGS, 2003.

f.

Dissertação (mestrado) - Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Faculdade de Educação. Programa de Pós-Graduação em Educação, Porto Alegre, BR-RS, 2003. Franco, Sérgio Roberto Kieling, orient.

1. Adição - Matemática - Ensino. 2. Epistemologia Genética - Piaget, Jean. 3. Jogos pedagógicos - Matemática. I. Franco, Sérgio Roberto Kieling.
II. Título.

CDU: 51:37

Bibliotecária: Jacira Gil Bernardes - CRB-10/463

AGRADECIMENTOS

Ao meu professor orientador, Sérgio Franco, pela paciência e valiosas contribuições, para que este trabalho se tornasse possível.

Às crianças da escola, onde realizei a pesquisa, que sempre se mostraram disponíveis.

Aos professores, que muito me honraram, fazendo parte da banca, Beatriz Dorneles, Darli Collares, Paulo Caruso e, em especial, à Clarissa Golbert, minha grande incentivadora.

Aos meus queridos colegas de orientação, Anelise, Karine e Paulo.

À minha família e amigos, pela força.

Ao Daniel e a Bruna, pela compreensão nas minhas ausências e pelo apoio para que mais uma etapa pudesse ser vencida.

A todos, o meu carinho e gratidão.

RESUMO

Esta dissertação estuda o que as crianças fazem, para resolver as situações de cálculo, quando ainda permanecem utilizando a contagem por unidades, na adição, após quatro anos de escolaridade no Ensino Fundamental.

A referência teórica básica é a Epistemologia Genética de Jean Piaget. Como referência prática, foram utilizados os Jogos Matemáticos Athurma.

Foram realizados estudos de casos com quatro crianças da 4.ª série do Ensino Fundamental de uma escola pública de Porto Alegre. As crianças vivenciaram, individualmente, três jogos propostos. Foi realizada uma análise das situações de jogo, seguindo os princípios do método clínico piagetiano.

A partir da análise dos Jogos Matemáticos Athurma, foi possível identificar três principais procedimentos responsáveis pela não utilização da unidade composta: primeiro, as crianças utilizam a contagem na seqüência, em vez de fazerem cálculos; segundo, elas não recuperam o resultado de jogadas anteriores; e, finalmente, as diferentes formas de resolver a adição de dezenas e unidades.

O trabalho realizado com jogos matemáticos mostrou claramente que, com o desenrolar das jogadas, é possível verificar onde as crianças apresentam dificuldades, o que na atividade escrita não é tão fácil de ser identificado. Os jogos podem ser considerados como um recurso que permite aos professores iniciar e orientar discussões que surgem, diariamente, na sala de aula.

A partir desta pesquisa, proponho que os jogos matemáticos sejam utilizados pelos professores, para que possam identificar onde seus alunos apresentam dificuldades na Matemática e assim, possam intervir, sempre que necessário, auxiliando e orientando os seus alunos a compartilharem as interpretações individuais com o restante dos colegas. Agindo assim, os professores estarão contribuindo para que o conhecimento matemático seja construído com base nas ações físicas e mentais dos alunos.

ABSTRACT

This dissertation studies what children do to solve calculation situations when they still keep using counting by units in sum, after four years of Ensino Fundamental.

The basic theoretical reference is Jean Piaget's Genetic Epistemology. The Athurma Mathematical Games were used as practical reference.

Case studies were performed with four children of fourth grade of Ensino Fundamental of a public school in Porto Alegre. The children individually experienced three proposed games. An analysis of the game situations was accomplished by following the principles of the piagetian clinic method.

From the analysis of the Athurma Mathematical Games it was possible to identify three main procedures responsibles for the non-usage of the compound unit: first, the children used the counting in the sequence instead of doing the calculations; second, they didn't recover the result from previous rounds; and, finally, the different manners of solving a sum of tens and units.

The accomplished job with the mathematical games showed clearly that with the progress of the rounds it is possible to verify

where children have difficulties, which in the written activity it is not easy to be identified. The games can be considered as a resource that allows the teachers to start and orient discussions, which emerge daily in classrooms.

From this research, I propose the teachers can use the mathematical games so they can identify where students have difficulties in mathematics, and then interfere whenever it's necessary, helping and orienting their students to share their personal interpretations with the rest of the classmates. Proceeding this way, the teachers will be contributing to the building of the mathematical knowledge, based on the students' mental and physical actions.

SUMÁRIO

Introdução 9

1. Epistemologia Genética 11
1.1. As grandes etapas da obra de Jean Piaget 12
1.2. Construção do Conhecimento.. 15
1.3. Piaget e a Educação 24

2. A Construção do Número 28

3. A Matemática e as Crianças na Escola 41

4. Jogos Matemáticos... 45
4.1. Jogos Matemáticos Athurma 48

5. Metodologia 52
5.1. Objetivo.. 53
5.2. Problemas e Questões de Pesquisa 53
5.3. Método utilizado... 54

6. Análise dos Dados.. 66
6.1. Atividade com jogos matemáticos Athurma....................... 67
6.2. Atividade Escrita 88

7. Conclusões.. 95

Referências bibliográficas... 100

Anexo 104

INTRODUÇÃO

Quando se fala em Matemática, algumas crianças e adultos dizem "Não sou bom em Matemática" ou "Prefiro português". Mas o que é essa Matemática que causa tanto medo? No dicionário (Yunes, 1972), a definição de Matemática é: "ciência do cálculo que tem por objeto as propriedades da grandeza: - pura: que trata das grandezas de modo abstrato; - aplicada: que trata das grandezas em determinados corpos". Posso dizer que também estou ou estava incluída na lista dos que têm medo de Matemática e devo a isso a minha formação escolar que deixou marcas, isto é, o medo de dar respostas erradas. A minha forma de pensar começou a mudar, quando entendi que as crianças constroem seu conhecimento matemático. E isso aconteceu, quando comecei a fazer parte da equipe executora de um projeto de extensão da Universidade Federal do Rio Grande do Sul. O projeto consiste na realização de oficinas[1] com jogos matemáticos para crianças de 1.ª a 5.ª séries do Ensino Fundamental. Nas oficinas, são utilizados os jogos matemáticos Athurma[2].

A partir do trabalho com os jogos matemáticos, muitas dúvidas foram surgindo, a principal delas refere-se às dificuldades das crianças quanto ao Sistema Decimal de Numeração. Isso porque observo uma grande dificuldade para algumas crianças de 4.ª série

---

[1] São ciclos de oficinas com jogos matemáticos para crianças de 1ª a 5ª série do 1ª do Ensino Fundamental e serão mais detalhados no capítulo dos jogos matemáticos.

compreenderem bem a noção de dezena. Mesmo nos jogos, verifica-se, por exemplo, que é difícil para elas trocar 10 peças coloridas (representando unidades), por uma peça preta (representando uma dezena). As questões que mais me instigam são com relação à adição. Por isso o objetivo principal desta pesquisa é estudar o que as crianças, que ainda permanecem utilizando a contagem por unidades na segunda parcela, fazem para resolver as situações de cálculo, após quatro anos de escolaridade no Ensino Fundamental.

A minha experiência com jogos matemáticos e os estudos feitos nas disciplinas do curso de mestrado favoreceram a compreensão dos princípios fundamentais da epistemologia piagetiana, ou seja, o conhecimento deve ser reinventado pelo aluno, ou, pelo menos, reconstruído e não, simplesmente, transmitido.

Esta pesquisa está organizada da seguinte forma: Será feita uma revisão teórica, a partir da Epistemologia Genética de Jean Piaget e da construção do conhecimento numérico. Nos capítulos que se seguem, será abordada a Matemática e as crianças na escola. Depois, a construção do conhecimento, através do trabalho com jogos matemáticos. Finalmente, será apresentada a metodologia que foi desenvolvida, a análise dos dados e a indicação de novos caminhos a serem trilhados a partir deste trabalho.

---

[2] Jogos matemáticos Athurma (que significa agilidade prazerosa) foram criados pela professora Clarissa Golbert, da Faculdade de Educação da UFRGS, a partir de vinte anos de estudos e pesquisas junto a crianças com problemas de aprendizagem.

1. EPISTEMOLOGIA GENÉTICA

> *O emprego do método genético enriqueceu, pois de tal modo as concepções construtivistas e, por esta razão, por mais parciais que sejam nossos resultados, temos confiança em seu futuro, não obstante a imensidade do domínio que resta explorar. (Piaget, 1970/1978, p. 64)*[3]

A referência teórica básica desta pesquisa é a Epistemologia Genética de Jean Piaget. A escolha desta abordagem se deve ao fato de que é uma teoria que está centrada em estudos experimentais e sua preocupação fundamental é a compreensão da construção do conhecimento.

Piaget, desde muito cedo, interessou-se pelas ciências. Era formado em Biologia, mas tinha inquietudes filosóficas. Não se transformou num filósofo com títulos acadêmicos porque desconfiava do valor especulativo das elucubrações filosóficas. O fundador da Epistemologia Genética queria encontrar a origem do conhecimento e para isso, começou a pesquisar como se dá o desenvolvimento nas crianças. Nas suas pesquisas, Piaget se interessava em saber como a criança aprende e estrutura o seu conhecimento. As descobertas deste estudo não ficaram limitadas a informar os estágios do desenvolvimento cognitivo das crianças, pelo contrário, a contribuição foi no sentido de esclarecer como ocorrem as aquisições cognitivas.

[3] Nas obras de Piaget coloquei a data do original seguida da data da obra consultada.

Piaget recorreu à Psicologia, em vez de limitar-se à utilização de métodos históricos, analíticos, especulativos e formalizantes, como fizeram muitos epistemólogos. Por outro lado, a Psicologia da época não trazia elementos teóricos e empíricos suficientes para fundamentar uma Epistemologia, por isso surgiu a necessidade de elaborar uma teoria que poderia cumprir essa função, teoria esta que foi, posteriormente, denominada Epistemologia Genética.

Portanto, Piaget partiu da Biologia, passou pela Psicologia e, finalmente, chegou à Epistemologia e, a partir desse estudo, compreendeu os processos de criação do conhecimento humano. A descrição da trajetória que Piaget fez é muito importante, para que se entenda como e porque ele chegou à Epistemologia Genética. Por isso apresentarei, a seguir, as grandes etapas de sua obra, tendo como referência básica o livro de Emília Ferreiro, *Vigência de Jean Piaget,* (1999).

1.1. As Grandes Etapas da Obra de Jean Piaget

A obra de Piaget pode ser apresentada em cinco grandes ciclos. O primeiro ciclo está constituído por cinco livros: *A Linguagem e o Pensamento na Criança* (1923), *O Juízo e o Raciocínio na Criança* (1924), *A Representação do Mundo na Criança* (1926), *A Causalidade Física na Criança* (1927) e *O Juízo Moral na Criança* (1932).

Este ciclo compreende dois sub-períodos: O primeiro (representado pelos dois primeiros livros) corresponde à época em que Piaget acreditava que poderia estudar o pensamento através da linguagem. E o segundo (representados pelos três últimos livros), quando Piaget utilizou o método clínico, para indagar as idéias infantis sobre os fenômenos físicos próximos ou distantes: o ar, o vento, a respiração, os astros, o movimento das nuvens, a flutuação dos barcos, as sombras, as máquinas construídas pelo homem. Mas também indagou sobre os fenômenos biológicos (conceito da vida, origem das árvores) e alguns fenômenos psicológicos e sociais (moral, sonhos, noção de justiça, e pensamento).

O segundo ciclo da obra piagetiana está composto por uma trilogia: *O Nascimento da Inteligência na Criança* (1936), *A Construção do Real na Criança* (1937) e *A Formação do Símbolo na Criança* (1946). As crianças estudadas nestas obras são seus próprios filhos. E é com este estudo das formas da inteligência que precedem a linguagem, com a análise pormenorizada de cada ação, tratando de fazer inteligíveis vínculos de filiação com as precedentes, que Piaget fundamentou sua concepção básica: o pensamento vem da ação, as estruturas do pensamento não expressam senão as características mais gerais da organização das ações.

O terceiro ciclo constitui o centro da obra piagetiana relativa à organização das categorias lógico-matemáticas e físicas na criança, desde 3 ou 4 anos até a adolescência. Neste ciclo Piaget fez uma revisão de todas aquelas noções de interesse epistemológico, todos os "a priori" invocados pelos filósofos: *A noção de número* (1941), *Os invariantes físicos elementares como a quantidade substância e peso* (1941), *As noções de movimento, velocidade e tempo* (1946), *A representação do espaço e as concepções geométricas elementares* (1948), *A idéia de azar* (1951), *As origens da lógica de classes e de relações* (1959). Ao total são dez textos, cuja importância psicológica é tão certa, como sua significação pedagógica e sua relevância epistemológica.

Este terceiro ciclo de obras psicológicas se completa com uma série dedicada a rever as “funções psicológicas”: a percepção, a imagem mental, a memória. Estas obras são: *Os Mecanismos Perceptivos* (1961), *A Imagem Mental na Criança* (1966) e *Memória e Inteligência* (1968) (as últimas com a colaboração de B. Inhelder).

No ano de 1942, Piaget publicou Classes, Relações e Números, cujo subtítulo é: *Ensaio sobre os agrupamentos da lógica e sobre a reversibilidade do pensamento*; sete anos mais tarde, apareceu um Tratado de Lógica, intitulado *Ensaio de Lógica Operatória* e, três anos depois, *Ensaio sobre as Transformações das Operações Lógicas*[4].

O quarto ciclo é o da Epistemologia Genética. O ciclo inicia quando Piaget considerou que já tinha reunido os dados psicológicos suficientes para servir de base a uma nova concepção da Epistemologia: uma Epistemologia Científica e não puramente especulativa. Em 1950, publicou a *Introdução à Epistemologia Genética*, em três volumes. E, no ano de 1957, apareceu o primeiro volume de uma nova coleção chamada *Estudos de Epistemologia Genética*. Desta coleção, 33 volumes foram publicados em colaboração com cientistas de diversas procedências: lógicos e matemáticos, psicólogos das mais diversas orientações, físicos, epistemólogos e historiadores da ciência, etc.

No quinto ciclo da obra piagetiana, algumas obras estão vinculadas ao ciclo epistemológico, entre elas estão: *Sabedoria e Ilusões da Filosofia* (1965), *Biologia e Conhecimento* (1967) e *A Equilibração das Estruturas Cognitivas* (1975).

---

[4] Título em francês: Essai Sur Les Transformations Des Opérations Logiques. Paris, Presses Universitares de France, 1952.

Até aqui, apresentei as grandes etapas da obra de Piaget. Quando se trabalha com uma teoria que tem um número muito grande de obras e que é o caso da Epistemologia Genética, é importante que os conceitos sejam datados, pois houve mudanças ao longo das pesquisas. Na próxima seção, apresentarei os conceitos fundamentais da teoria piagetiana.

1.2. A Construção do Conhecimento

Piaget, no seu livro *Epistemologia Genética* (1970/1978), diz o seguinte sobre sua concepção de conhecimento:

> ... o conhecimento não poderia ser concebido como algo predeterminado nas estruturas internas do indivíduo, pois que estas resultam de uma construção efetiva e contínua, nem nos caracteres preexistentes do objeto, pois que estes só são conhecidos graças à mediação necessária dessas estruturas; e estas estruturas os enriquecem e enquadram (pelo menos os situando no conjunto dos possíveis). (p. 3)

Então, para Piaget, o conhecimento é um processo e deve ser estudado em seu devir de maneira histórica. Por isso, sua Epistemologia não se contenta com a resposta à pergunta "como é possível o conhecimento?", mas tenta estudar como muda e evolui o conhecimento. Como ressalta Franco (1997):

> ... o Mestre de Genebra não estava satisfeito em saber como se dava o conhecimento, mas queria saber a sua origem (gênese). Como se desenvolve a capacidade de conhecer e o próprio processo do

> conhecimento no decorrer da vida do homem, que possibilita produzir conhecimentos tão complexos como a ciência atual produz. (p. 22)

O conhecimento não consiste em uma adição de informações e sim em grandes períodos de reestruturação e, em muitos casos, reestruturação das mesmas informações existentes, que trocam de natureza ao entrar em um novo sistema de relações. As grandes trocas de informação são definidas pela capacidade de seu processamento e operação, e não de seu armazenamento. Piaget (1976), afirma que o desenvolvimento cognitivo é um processo de equilibração: "... que conduz de certos estados de equilíbrio aproximado a outros, qualitativamente diferentes, passando por múltiplos desequilíbrios e reequilibrações". (p. 11)

O estado de equilíbrio ocorre quando os esquemas existentes na criança são adequados para enfrentar e adaptar-se aos desafios do ambiente. E o estado de desequilíbrio cognitivo ocorre quando a informação que a criança recebe não se adapta aos seus esquemas existentes, (esquemas existentes são inadequados aos novos desafios). Para Piaget (1976), as estruturas cognitivas responsáveis pela inteligência humana são construídas por um processo de adaptação. Este processo constitui-se de dois subprocessos elementares: assimilação e acomodação.

A assimilação é a incorporação dos objetos ou dos acontecimentos aos esquemas já existentes. Por exemplo, a criança suga o seio, a chupeta ou outros objetos, somente quando o esquema de sugar já foi desenvolvido. Piaget (1972/1978) define assimilação da seguinte forma:

> Assimilação não é senão o prolongamento, no plano do comportamento, da assimilação biológica no sentido largo, toda

> reação do organismo ao meio consistindo em assimilá-lo às estruturas desse organismo; assim como, quando um coelho come couve, ele não se transforma em couve, mas pelo contrário a couve se transforma em coelho, assim também em toda ação ou práxis, o sujeito não é absorvido pelo objeto, mas é utilizado e "compreendido" como relativo às ações do sujeito. (p. 245)

A acomodação é a modificação dos esquemas já existentes para atender a novas exigências do ambiente. Por exemplo, quando a criança quer tocar um objeto e sente que ele escapa, modifica o esquema de tocar, formando assim um outro esquema, isto é, o de segurar para assimilar o objeto. Para Piaget (1972/1978)

> ...um esquema de assimilação é incessantemente submetido às pressões das circunstâncias e pode se diferenciar em função dos objetos aos quais é aplicado. Chamaremos acomodação essa diferenciação em resposta à ação dos objetos sobre os esquemas, sincronizando com a assimilação dos objetos aos esquemas. (p. 251)

Desta forma, o processo de adaptação é o fundamento da equilibração das estruturas cognitivas na interação do sujeito com o meio. Em outras palavras, quando ocorre uma nova experiência, há um processo de ajuste da estrutura atual aos novos dados, buscando-se sempre a harmonização entre a estrutura interna e os fatores externos, conforme Franco (1999):

> Serão necessárias muitas assimilações e acomodações para se chegar à construção de estruturas que possibilitem, de fato, um novo conhecimento (provisoriedade). O importante dessa explicação é que torna explícito que a organização cognitiva do sujeito não inicia pelo contato com o objeto (com o meio externo, poder-se-ia dizer), mas também não é independente deste. (p. 62)

Para explicar a criação de novidades que ocorre durante o desenvolvimento humano, Piaget formulou a "teoria da abstração" e dividiu em dois tipos principais: a abstração empírica é quando o sujeito retira o conhecimento dos objetos e na abstração reflexionante quando o sujeito retira o conhecimento das coordenações das ações sobre os objetos. Nas palavras de Piaget (1977/1995):

> A abstração 'empírica' (*empirique)* tira suas informações dos objetos como tais, ou das ações do sujeito sobre suas características materiais; de modo geral, pois, dos observáveis, ao passo que a abstração 'reflexionante' (*réfléchissante*) apóia-se sobre as coordenações de ações do sujeito, podendo estas coordenações, e o próprio processo reflexionante, permanecer inconscientes, ou dar lugar a tomadas de consciência e conceituações variadas. (p. 87)

Portanto, o processo de abstração reflexionante não acontece automaticamente, ele ocorre através da reconstrução de estruturas que foram tiradas de um patamar inferior para um patamar superior, construindo, assim, novos conhecimentos. O mesmo acontece com os estágios das operações intelectuais, que também não podem ser considerados como simples fases que ocorrem um, após o outro.

Piaget, na obra *Problemas de Psicologia Genética* (1972/1978), ressalta que: "Os estágios das operações intelectuais são um caso privilegiado e que não podem ser generalizados a outros domínios" (p. 235). No domínio das operações intelectuais ocorre um duplo fenômeno, o primeiro é a formação das estruturas e o segundo é quando observamos o seu acabamento, isto é, as etapas de equilíbrio estão se constituindo. Piaget chama de estágios os cortes naturais e bem definidos que ocorrem no domínio das operações intelectuais e que obedecem às seguintes características:

1. Para que haja estágios, é necessário primeiramente que a *ordem de sucessão das aquisições for constante.* Não a cronologia, mas a ordem de sucessão. Podemos caracterizar os estágios numa população dada por uma cronologia, mas essa cronologia é extremamente variável; ela depende da experiência anterior dos indivíduos, e não somente de sua maturação, e depende principalmente do meio social que pode acelerar ou retardar o aparecimento de um estágio, ou mesmo impedir sua manifestação. (p. 235).

2. O *caráter integrativo*, quer dizer que as estruturas construídas numa idade dada se tornam parte integrante das estruturas da idade seguinte. Por exemplo, o objeto permanente que se constrói no nível sensório-motor será um elemento integrante das noções de conservação ulterior" (p. 236).

3. Procuramos sempre, com Mlle Inhenlder, caracterizar um estágio, não pela justaposição de propriedades estranhas umas sobre as outras, mas por uma *estrutura de conjunto* e essa noção toma sentido preciso no domínio da inteligência, e mais preciso que em outra parte. (p. 236)

4. Um estágio comporta pois ao mesmo tempo um nível de *preparação,por um lado,* e de *acabamento, por outro.* Por exemplo, para as operações formais, o estágio de preparação será todo o período de 11 a 13 ou 14 anos e o acabamento será a etapa de equilíbrio que aparece nesse momento (p. 236).

5. ... é necessário distinguir, em toda a sucessão de estágios, *os processos de formação* ou de gênese e as *formas de equilíbrio finais* (no sentido relativo): essas últimas somente constituem as estruturas de conjunto tratadas no item 3, enquanto os processos formadores se apresentam sob os aspectos de diferenciações sucessivas de tais estruturas (diferenciação da estrutura anterior e preparação da seguinte). (p. 236)

Piaget, (1972/1978), insiste ainda sobre a noção de *decalagem*. As decalagens fazem obstáculos à generalização dos estágios e admitem considerações de prudência e também de limitação, e sobre isso diz o seguinte: "As decalagens caracterizam a repetição ou a reprodução do mesmo processo formador em diferentes idades. Distinguiremos as *decalagens horizontais* e as *decalagens verticais*". (p. 237)

> Falaremos de decalagens horizontais quando uma mesma operação se aplica a conteúdos diferentes. No domínio das operações concretas, por exemplo, uma criança poderá organizar 7-8 anos séries de quantidades de matéria, dos comprimentos, etc.; ...Mas será incapaz de todas essas operações no domínio do peso enquanto dois anos mais tarde em média, ela saberá generalizá-las aplicando-as a esse novo conteúdo. Uma decalagem vertical é, pelo contrário, a reconstrução de uma estrutura por meio de outras operações. O bebê atinge, por volta do fim do período sensório-motor, ao que poderíamos chamar com H. Poincaré "grupo de deslocamento": ele saberá se orientar em seu apartamento com desvios e retornos, etc. Mas esse "grupo" é unicamente prático e absolutamente representativo. Quando, alguns anos mais tarde, tratar-se-á de representar (o próprio bebê) esses mesmos deslocamentos, quer dizer imaginá-los, ou interiorizá-los, em operação, encontraremos etapas análogas de formação mas desta vez sobre um outro plano, sobre o da representação. (p. 237)

Piaget dividiu o desenvolvimento intelectual em quatro estágios: sensório-motor, pré-operatório, operatório-concreto e operatório formal. Os estágios foram assim definidos como formas de organização da atividade mental.

O estágio sensório-motor inicia com o nascimento e vai até o surgimento da linguagem, ou seja, aproximadamente aos 24 meses. As primeiras adaptações do bebê são reflexas. Ele ainda não tem um senso de permanência do objeto, porque este exige uma representação mental. Se um bebê com 5 meses mais ou menos, estivesse observando sua mãe esconder um brinquedo debaixo de um pano, não tentaria encontrá-lo. Enquanto que este mesmo bebê, após os 8 meses, já tentaria puxar o pano para poder pegar seu brinquedo. Piaget, (1947/1983), afirma que, quando a criança começa a procurar o objeto por trás do pano, constitui "... o início das condutas diferenciadas relativas ao objeto desaparecido e, por conseguinte, o começo da consolidação da conservação substancial." (p. 113) No final deste estágio, por volta dos 18 a 24 meses, os bebês começam a mostrar sinais de pensamento representativo, isto é, representações internas independentes de estímulos externos (os bebês podem pensar sobre pessoas ou objetos mesmo que não estejam enxergando). Na transição para o estágio pré-operatório, a criança já começa a ser capaz de pensar sobre objetos ou pessoas, que não são necessariamente perceptíveis naquele momento.

No estágio pré-operatório, a criança começa a desenvolver ativamente as representações mentais internas, que iniciaram no final do estágio sensório-motor. Uma das principais características deste estágio é o aparecimento da função simbólica sobre suas diferentes formas (jogo simbólico, imitação diferenciada, começo da imagem mental e linguagem). O pensamento simbólico possibilita à criança lembrar de objetos ausentes através da imitação. A construção da imagem é feita através da imitação interna das ações que já foram realizadas anteriormente sobre o real. A linguagem, neste período, é egocêntrica, a fala ocorre mais em função das necessidades imediatas da criança, como brincar, do que uma necessidade social. Piaget, (1947/1983), nos define claramente por que a linguagem é adquirida ao mesmo tempo em que se constitui o símbolo:

> Compreende-se, então, por que a linguagem... é adquirida ao mesmo tempo em que se constitui o símbolo: é que o emprego dos signos, como o dos símbolos, pressupõe essa aptidão, inteiramente nova em contraste com as condutas sensório-motoras, que consiste em representar alguma coisa por outra. Pode-se, então, aplicar à criança essa noção de uma "função simbólica" geral, de que se fez às vezes a hipótese a propósito da afasia, porque é a formação desse mecanismo que caracterizaria, em resumo, o aparecimento simultâneo da imitação representativa, do jogo simbólico, da representação com imagem e do pensamento verbal. (p. 130)

O estágio operatório-concreto é caracterizado por uma série de estruturas que estão em vias de acabamento e é por isso que as crianças já manipulam as representações internas que formaram no período pré-operatório. Neste estágio, elas não só têm idéias e memórias dos objetos, mas também podem realizar operações mentais. Por exemplo: idéias e memórias de brinquedos, carros, etc. Mas as crianças ainda continuam presas ao concreto, isto é, à representação do real. Franco, (1997), afirma que: "A partir das operações concretas a criança torna-se capaz de construir a noção de número, abrindo o horizonte para as operações matemáticas; passa a entender os fenômenos da física, pelo menos da mecânica e da cinemática. Isso tudo porque o raciocínio se sobrepõe à fantasia e à percepção". (p. 50)

O estágio operatório-formal é o último e envolve operações mentais sobre abstrações e símbolos que podem não ter formas concretas ou físicas. Durante o estágio das operações formais os adolescentes já são capazes de usar outras perspectivas, além das suas próprias, mesmo quando não estão trabalhando com objetos concretos. De acordo com Piaget (1970/1978), este último nível apresenta uma característica muito importante que é a continuidade:

> ... é na medida em que se interiorizam as operações lógico-matemáticas do sujeito graças às abstrações reflexionantes que elaboram operações sobre outras operações e na medida em que é finalmente atingida esta extemporaneidade que caracteriza os conjuntos de transformações possíveis e não mais apenas reais que o mundo físico e seu dinamismo espaço-temporal, englobando o sujeito como uma parte ínfima entre as demais, começa a tornar-se acessível a uma observação objetiva de certas de suas leis e, sobretudo, a explicações causais que forçam o espírito a uma constante descentração na sua conquista dos objetos. (p. 30)

A partir das descrições de cada estágio, pode ser observado como o tempo é necessário na construção do conhecimento de cada criança. Piaget, (1972/1978), considera importante a teoria dos estágios do desenvolvimento, porque a ordem de sucessão será fixa, mas as idades poderão ser variadas e isso dependerá de sociedade para sociedade. Mas não é somente isso, nas palavras do próprio Piaget "... para atingir um certo estágio, é necessário ter passado por desmanches preliminares. É necessário ter construído as pré-estruturas, as subestruturas preliminares que permitem progredirmos mais." (p. 215)

Em suas pesquisas, Piaget estava interessado em fazer um estudo epistemológico. Posso dizer então, que o seu principal interesse foi o problema do conhecimento e sua construção, resultante das interações da criança com objetos ou pessoas. E, como resultado deste estudo, concluiu que o conhecimento surge da ação, isto é, o conhecimento é construído na interação do sujeito com o objeto.

Na próxima seção, serão apresentadas algumas contribuições de Piaget para a educação com relação à educação e ao desenvolvimento da criança.

1.3. Piaget e a Educação

Não se pode negar a valiosa contribuição de Piaget para a Educação, pois, durante o tempo de suas pesquisas com seus colaboradores produziu uma extensa obra sobre o desenvolvimento da criança. Piaget, (1970/1978) afirma que: "O problema específico da epistemologia, expresso sob sua forma geral, é, com efeito, o do aumento dos conhecimentos, isto é, da passagem de um conhecimento inferior ou mais pobre a um saber mais rico (em compreensão e em extensão)". (p. 4)

E, para responder a essa questão, de como se passa de um estado de menor conhecimento para outro de maior conhecimento, Piaget precisou reconstruir criticamente a História da Ciência. Mas como isso só não foi suficiente, também recorreu à gênese individual. A pretensão de Piaget era de construir uma epistemologia cientifica e não, simplesmente, formular uma teoria epistemológica.

Ferreiro (1999) ressalta que a bibliografia de Piaget é muito extensa e difícil. Mas isso não é a principal razão para ele ser tão mal compreendido e sim porque Piaget é um autor que escapa de qualquer classificação[5]:

---

[5] Tradução livre da 1ª edição do livro de Emília Ferreiro, *Vigência de Jean Piaget* (1999).

"Piaget não é um autor a mais: é um autor 'fora de série'. Vejamos por quê:

1. É um *psicólogo*, mas não se interessa pela Psicologia em si, e sim como maneira de chegar a uma visão transformadora da Epistemologia;

2. É um *biólogo*, mas não se interessa pela Biologia em si, e sim como um intermediário necessário para compreender a continuidade entre a adaptação biológica e a adaptação cognitiva;

3. É um *psicólogo especializado em Psicologia Infantil*, no entanto, não se interessa pela criança em si; estuda a criança para compreender o pensamento adulto;

4. É, básica e primordialmente, um *epistemólogo.* Mas a Epistemologia que ele propõe difere radicalmente das Epistemologias correntes, tanto que os epistemólogos rechaçam-no, acusando-o de fazer psicologismo (tanto como alguns psicólogos rechaçam-no, acusando-o de fazer logicismo)". (Ferreiro, 1999, p. 84-85).

Para Ferreiro (1999), Piaget respeitava a Ciência, mas não as fronteiras convencionais dentro das Ciências. Piaget não respeitava, por exemplo, a maneira habitual de 'fazer Psicologia' dos psicólogos do seu tempo e, por isso, criou novos métodos para responder a novas perguntas, principalmente aquelas que lhe serviriam para fundamentar uma Epistemologia. Se a teoria de Piaget é mal compreendida, é na educação, onde as conseqüências são mais dramáticas. (p. 85)

Macedo (1994) nos apresenta como os objetivos de Piaget e da educação, com relação ao desenvolvimento da criança, se encontram:

"... o propósito de Piaget é a descrição dos níveis de desenvolvimento de uma noção na criança e, com isso, recuperação dos processos que estão presentes na construção do conhecimento, o propósito da educação é retirar a criança de seu estado atual e conduzi-la, tão sistematicamente quanto possível, para um estado diferente". (p. 48)

Para Macedo (1994) a escola cuida para que as crianças sejam alfabetizadas, e saibam fazer as contas, de acordo com as regras de cálculo, etc. Portanto, a escola tem um propósito prático, isto é, só se interessa pelos resultados de sua prática pedagógica. Por isso é necessário que a escola tome cuidado para não fazer, simplesmente, uma aplicação pedagógica da obra de Piaget. Segundo Macedo (1994), para que isso não ocorra, é necessário que haja uma transformação radical, ou seja, cuidar para que os pressupostos fundamentais de sua teoria sejam preservados. Nas palavras do autor:

> ... não se deve confundir a teoria com a prática, mas coordená-las entre si, preservando seus pontos comuns e suas diferenças. Por isso, defendo para a aplicação pedagógica da obra de Piaget o mesmo caminho percorrido na formação profissional de outras áreas: o estudo da teoria, que serve de base ou fundamento para a prática e a discussão da prática, tão profundamente quanto possível, de maneira que esses aspectos sejam coordenados entre si. (p. 50)

Não há, portanto, receitas prontas que possam garantir a aplicação pedagógica da obra de Jean Piaget na educação. Para garantir uma boa prática pedagógica, é necessário estudar, pesquisar, criticar, com o objetivo de fazer reconstruções, comparações e reflexões sobre a sua prática diária. Por isso que é importante entender o processo de conhecimento do aluno. Como já foi relatado anteriormente, é necessário conhecer como ocorre a sucessão dos estágios piagetianos, para saber em qual estágio de desenvolvimento o aluno se encontra, mas não é só isso. Franco (1997) afirma que também é necessário: "... saber COMO ele está pensando, ou seja, que tipo de raciocínio está construindo; como lida com as operações lógicas; que características têm o seu pensamento: se é reversível, se é transitivo, se a sua capacidade de representação está bem desenvolvida, etc.". (p.84)

Portanto, a afirmação do parágrafo anterior confirma o que Kamii (1992) diz sobre o número, que ele é construído pela criança através da abstração reflexionante. O conceito de número não poderá ser ensinado às crianças. Cada criança construirá, dentro de si mesma, pela sua capacidade natural de pensar. "Educadores estão iludidos quanto ao modo de ensinar aritmética, preocupando-se com aspectos superficiais como somas específicas (4 + 4 = 8) e o significado convencional dos sinais ('4' e '+')".(p. 50)

Para que os alunos possam aprender Matemática, de forma prazerosa, é necessário que o professor saiba como ocorre a construção do conhecimento, para poder ajudar os seus alunos. Por isso, no próximo capítulo, discutirei formas da construção do conhecimento numérico na criança.

2. A CONSTRUÇÃO DO NÚMERO

O desenvolvimento matemático das crianças é um assunto rico e repleto de todos os tipos de enigmas e surpresas interessantes, porém às vezes bastante complexo.
(Nunes e Bryant, 1997, p. 219)

Desde o início, a humanidade já utilizava a quantificação, a seriação, a classificação e tantos outros conhecimentos nas suas atividades diárias. Ifrah em sua obra, *Os Números: a história de uma grande invenção* (1998), ressalta que a história da Matemática é:

> ... a história das necessidades e preocupações de grupos sociais ao buscar recensear seus membros, seus bens, suas perdas, seus prisioneiros, ao procurar datar a fundação de suas cidades e de suas vitórias utilizando os meios disponíveis, às vezes empíricos, como o entalhe, às vezes estranhamente mitológicos, como no caso dos egípcios. (p. 10)

As crianças pequenas antes mesmo de entrarem na escola já utilizam a quantificação, (quando contam os degraus das escadas, nas brincadeiras de pega-pega, etc,); a seriação (quando as crianças ordenam as bolas grandes e pequenas, etc,) e a classificação (nas brincadeiras de casinha, onde separam os móveis de acordo com as peças da casa: quarto, cozinha etc,). E, quando as crianças maiores fazem planos de como gastar a mesada, fazem compras no armazém, dividem o lanche na hora do recreio, discutem sobre a velocidade dos carros de corrida, etc., estão trabalhando com a Matemática no seu dia-a-dia. Mas esta matemática é diferente daquela que é trabalhada na escola. Como dizem Nunes e Bryant (1997): “A matemática é uma matéria escolar, porém no que tange às crianças ela é também uma parte importante das suas vidas cotidianas: sem matemática elas ficarão desconfortáveis não apenas na escola, mas em uma grande parte de suas atividades cotidianas...” (p.17)

Piaget & Szeminska, trataram da psicogênese da noção de número na obra *A Gênese do Número na Criança* (1941/1971). Esta obra situa-se no terceiro ciclo piagetiano que é dedicado à organização das categorias lógico-matemáticas e físicas na criança, desde os 3 ou 4 anos até a adolescência. Neste livro, os autores tratam do problema da construção do número com relação às operações lógicas. E chegaram aos seguintes resultados: “... o número se organiza, etapa por etapa, em solidariedade estreita com a elaboração gradual dos sistemas de inclusões (hierarquia das classes lógicas) e das relações assimétricas (seriações qualitativas), com a sucessão dos números constituindo-se, assim, em síntese operatória da classificação e da seriação”. (p. 12)

As pesquisas realizadas no quadro teórico da Epistemologia Genética mostram que as raízes psicogenéticas comuns da construção numérica devem ser buscadas na atividade sensório-motora. Dorneles (1998) ressalta que:

> Nesse momento do desenvolvimento, os instrumentos iniciais de construção do conhecimento são os esquemas sensório-motores que, aos poucos, pelo seu uso e pela sua generalização, vão-se transformando em conceitos e, mais adiante, em operações de pensamento, de início, concretas, para aos poucos, transformarem-se em operações formais. (p. 61)

Estes esquemas transformam os dados externos, dando-lhes significado, através de sua assimilação aos esquemas já existentes que serão construídos através de reorganizações desses esquemas prévios, através dos processos de abstração reflexionante e generalização. Dorneles (1998) afirma que: "O sistema numérico é construído na interação com os objetos, na vivência de eventos de matematização, eventos sociais tais como o uso do dinheiro, das medidas e dos cálculos mentais, necessários para a sobrevivência social".(p. 82)

Para que ocorra a construção numérica, é necessária a noção de correspondência, mas, como esta sozinha não é suficiente, é imprescindível que a noção de conservação também esteja consolidada. Piaget, (1941/1971), considera que as crianças devem ter certos invariantes para entender a Matemática e um deles é a conservação. E, sobre isso, diz o seguinte: "... a conservação constitui uma condição necessária de toda atividade racional, sem preocupar-nos em saber se essa condição é suficiente para explicar essa atividade ou para exprimir a natureza da realidade". (p. 23)

As crianças tornam-se capazes de conservar o número, quando elas já construíram, até certo ponto, a estrutura lógico-matemática. Kamii, (1991), afirma que "a criança progride na construção do conhecimento lógico-matemático pela coordenação das relações simples que anteriormente ela criou entre os objetos" (p. 15). Portanto, o conhecimento lógico-matemático consiste na coordenação de relações. As crianças que já construíram essa estrutura podem entender, quando lhe são colocadas perguntas sobre filas de objetos com mesma quantidade, mas com tamanhos diferentes. Mas aquelas crianças que ainda não construíram darão suas respostas utilizando a percepção.

Nunes e Bryant, (1997), apresentaram resultados de várias pesquisas, as quais nos esclarecem como ocorre a compreensão do pensamento matemático nas crianças. Na obra *Crianças Fazendo Matemática,* os autores elegem um capítulo para fazer uma explanação de como as crianças compreendem o sistema de numeração decimal, dado o seu caráter convencional, suas invariáveis e propriedades. Também destacam como as crianças passam a dominar os conceitos de adição e subtração. O sistema de numeração decimal é utilizado na maior parte do mundo e está organizado em dezenas, mas poderia estar organizado em outra base como, por exemplo, 2, 3 ou 6. Os autores afirmam que:

> "...o sistema de base decimal é uma invenção que não pode ser tomada como absoluta e que tem que ser passada de geração a geração. ... Mesmo entre os sistemas de numeração que usam a base dez, há consideráveis variações no modo como a estrutura é representada em diferentes línguas. Em algumas, como o japonês, a relação entre os nomes dos números em diferentes denominações é inteiramente transparente. A palavra para o número 12 ... é a equivalente "dez-dois". Uma vez que você conhece as palavras japonesas para 2 e 3 e 10 você pode derivar as palavras para 12, para 20, para 23 e para 32. Isso nem sempre é verdade para o inglês ou o francês. Onde os japoneses dizem o equivalente de "dez-dois" para 12 dizemos "doze" e os franceses dizem "douze". ... (Nunes e Bryant, 1997, p. 55).

Ifrah, (1998), relata que a invenção da base ocorreu a partir do momento em que o homem teve acesso à abstração dos números e aprendeu a distinguir o número cardinal do ordinal. Neste momento, o homem retomou seus pauzinhos, pedras, nós de corda, etc, e passou a considerar estes instrumentos sob o ângulo da contagem. Os instrumentos materiais passaram a ser considerados como símbolos numéricos e com isso o homem teve maior facilidade para guardar, diferenciar ou fazer combinações com números inteiros. Mas, em seguida, o homem passou a enfrentar novas dificuldades, não poderia representar números maiores com estes instrumentos. Surge, então, um problema: "... *como designar* (concretamente, oralmente ou, mais tarde, por escrito) *números elevados com o mínimo de símbolos possível?*". (p. 52)

Dentre as bases utilizadas, a base dez é a mais comum. Ifrah, (1998), descreve como faziam os pastores de certas regiões da África Ocidental para avaliar o rebanho.

> Eles faziam os animais passarem em fila, um a um. Após a passagem do primeiro enfiavam uma concha num fio de lã branca, após o segundo uma outra concha, e assim por diante até dez. Nesse momento, desmanchava-se o colar e se introduzia uma concha numa lã azul, associada às dezenas. E se recomeçava a enfiar conchas na lã branca até a passagem do vigésimo animal, quando se introduzia uma segunda concha no fio azul. Quando este tinha, por sua vez, dez conchas, e cem animais haviam sido contados, desfazia-se o colar das dezenas e enfiava-se uma concha numa lã vermelha, reservada desta vez para as centenas. E assim por diante até o término da contagem dos animais. Para duzentos e cinqüenta e oito animais, por exemplo, haveria oito conchas de lã branca, cinco azuis e duas vermelhas. (p. 53)

Neste exemplo dos pastores, observa-se como as unidades, as dezenas e centenas são representadas de forma concreta, isto é, ocorre um agrupamento de dezenas (dez unidades) e de centenas (dez dezenas). Ifrah (1998) diz que: "Na linguagem dos matemáticos, isto se chama 'empregar a base dez'". (pg. 53)

Mas qual é a importância de ter um sistema decimal? Nunes e Bryant, (1997), apontam três possibilidades: primeiro, porque possibilita ao aprendiz formar nomes de números e não simplesmente memorizá-los; segundo, porque tendo uma estrutura de base, é possível organizar um sistema de notação, isto é, uma mesma estrutura utilizada para contagem será fonte de organização para a escrita de números; e terceiro, os cálculos baseados na notação ficam mais econômicos e eficientes. Entretanto, para um melhor aproveitamento das vantagens do sistema, é preciso que as crianças compreendam sua estrutura, ou seja, sejam capazes de ver que os números maiores podem ser criados a partir da combinação dos menores. De acordo com os autores, esta propriedade dos números é conhecida como: *composição aditiva do número.*

> ... é uma propriedade essencial dos sistemas de numeração com uma base. Os nomes dos números, mesmo no nosso sistema irregular, tornam esta composição bastante explícita. Por exemplo, entender um sistema de base envolve entender que 23 pode ser decomposto em duas dezenas mais três unidades, e as palavras "vinte e três" enfatizam esta forma específica de dividir este número. (p. 57)

Uma outra propriedade importante é a idéia de ordem nos números. Por exemplo, o número 8 significa que é maior do que o 7 e 7 é um subconjunto possível de 8, mas não podemos considerar o 8 como subconjunto de 7. O que precisamos identificar nas crianças, quando contam, é se elas compreendem que o número 8 pode ser decomposto em 7 + 1. No sistema de numeração com base dez, são feitas as contagens em unidades, dezenas, centenas..., e são utilizadas unidades com tamanhos diferentes (ordens). Por exemplo, dez unidades formam uma dezena, dez dezenas formam uma centena e assim indefinidamente.

A compreensão do sistema decimal não é óbvia para muitos adultos, quanto mais para as crianças, principalmente da forma como é ensinado na escola. Por isso Kamii, (1992), ressalta que é importante que os educadores tenham clareza com relação ao tipo de aprendizagem que as crianças estão engajadas e como ocorre essa aprendizagem. Aprender a escrever numerais pode ser considerada uma técnica parcial, mas:

> Aprender a somar, subtrair, e multiplicar, no entanto, envolve um raciocínio lógico-matemático, e raciocínio não é técnica. O raciocínio não se desenvolve e nem pode ser aperfeiçoado meramente através da prática. "Dezenas e unidades" podem ser ensinadas somente depois de as crianças terem construído as "unidades". Da mesma forma, as centenas só podem ser ensinadas após a construção das dezenas e das unidades.... (p. 93)

Dois fatos são apresentados por Kamii, (1992), para que as crianças continuem a contar do 1 (um) cada vez que tiverem que adicionar um número ao outro:

> a) "... pode simplesmente ser pelo fato da criança não saber a seqüência das palavras que indicam os números suficientemente bem para começar no meio". (p. 104)
>
> b) "... pode ser devido ao fato de a criança não ter a capacidade de coordenar o relacionamento parte-todo entre os conjuntos". (p. 104)

Se as crianças ainda não conseguem fazer essa relação, elas transformam todos os elementos em unidades. Um exemplo que a autora apresenta é que a criança "... muda 8 + 5 em 1 + 1 + 1 + 1 + 1+ 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1". O conhecimento não pode ser considerado como uma coleção de pedaços isolados, assim como a memória não é simplesmente a recuperação de fatos armazenados. As crianças devem construir somas por suas próprias ações mentais. A partir daí, as crianças poderão lembrar-se melhor de uma rede de relações coerentes, do que de conjuntos arbitrários de números.

Kamii (1992) questiona o ensino do valor posicional na primeira série e sobre isso diz o seguinte:

> A criança de 6 e 7 anos... está ainda em processo de construir o sistema numérico (através da abstração reflexiva), com operações de + 1. O sistema escrito de base decimal exige a construção mental de "1" (uma coleção de 10) em "10" (unidades) e a coordenação da estrutura hierárquica de dois níveis... . É impossível construir o segundo nível, quando o primeiro ainda está sendo construído. ... a criança não pode criar a estrutura hierárquica da inclusão numérica antes da idade de 7-8 anos, que é quando o seu pensamento se torna reversível. (p. 91)

O sistema decimal com uma base sempre envolve multiplicação, por exemplo, o número 3 do 32, significa 30 e não 3. E, muitas vezes, quando perguntamos para crianças que estão num nível de escolaridade mais avançado (3ª. ou 4.ª série), elas respondem que o 2 do 32 vale 2 e o 3 vale 3.

Kamii (1992) nos apresenta uma pesquisa, realizada numa turma de primeira série de uma escola de um bairro rico de Chicago, sobre valor posicional. A professora já tinha ensinado o valor posicional à turma, de forma tradicional. A pesquisa consistia em que as crianças escrevessem o 16, demonstrassem com fichas e, depois, deveriam dizer o significado do 6 e depois do 1. Os resultados demonstraram que nenhuma criança "... foi capaz de dizer que o "1" do 16 significava 10 fichas". (p. 97)

A partir desse resultado, a pesquisadora teve curiosidade em saber como os alunos da 4.ª, 6.ª e 8.ª séries responderiam às mesmas questões sobre o valor posicional. Os resultados em porcentagem estão apresentados a seguir, conforme a tabela 1, segundo Kamii (1992, p. 97).

Tabela 1 - Porcentagem de crianças que interpretam o "1" de 16 como "10".

Série	N	Porcentagem
1	25	0
4	35	51
6	48	60
8	41	78

A partir desses, resultados pode-se dizer que, na primeira série, é muito cedo para ensinar o valor posicional. Este deve ser deixado para mais adiante, quando a criança já tenha construído séries de números e possa dividir inteiros de diversas maneiras. O número é uma estrutura mental, que demora muito para ser construída pelas crianças. Portanto, no ensino da Matemática, não basta ensinar ou jogar uma vez, para a criança aprender. É necessário que haja um trabalho constante e contínuo. Golbert, (1999) afirma que:

> Claro está que nem sempre os esquemas de assimilação conferem à criança a capacidade de "ver" nos objetos todas as suas características. Os objetos vão sendo assimilados gradualmente, de modo cada vez mais coerente com suas propriedades. Assim, os esquemas de assimilação são continuamente reformulados e modificados pelo processo de acomodação. (p. 10)

Nunes e Bryant, (1997), afirmam que, para que as crianças compreendam o sistema decimal de numeração, não é necessário que aprendam a ler e escrever números, mas nos apresentam dois caminhos possíveis.

a) prática da contagem e a correspondência termo-a-termo.

Quando as crianças percebem que qualquer número poderá ser visto como a soma de seu antecedente mais um (7 é 6+1). De acordo com os autores, as crianças:

> ... podem então generalizar esta propriedade para quaisquer outras composições aditivas simplesmente como resultado de prática freqüente em contar objetos. Neste caso, sua habilidade de contar objetos e manter correspondência termo-a-termo deveria correlacionar-se com seu entendimento de composição aditiva. (p. 62)

b) Situações de adição com as quais as crianças se defrontam.

Quando as crianças novas se deparam com experiências que facilitam uma melhor compreensão da composição aditiva que está por trás do sistema decimal. Se uma criança de 5 ou 6 anos tem que adicionar 5 fichas com mais 4 fichas, inicialmente ela separa 5 fichas, depois 4 e, finalmente, "conta tudo" novamente. É o que os autores chamam de *counting-all.* Num outro momento, as crianças já conseguem separar as 5 fichas e começam a "contar na seqüência", isto é, a partir de 5, contam "seis, sete, oito e nove". Nesse caso, as crianças utilizam, como ponto de partida, o total do primeiro conjunto. As crianças avançam do "contar tudo" para o "contar na seqüência", ao perceber que se trata de combinar uma unidade maior com uma menor. É o que os autores chamam de *counting-on.* Para os autores, as crianças novas "contam tudo" e as crianças mais velhas, e com mais experiências, tendem a "contar na seqüência".

Kamii, (1992), afirma que as crianças passam um longo tempo "contando tudo":

> A longa persistência em "contar tudo" mostra que a adição não é aprendida pela observação e manipulação. Para adicionar dois números, a criança tem que – mentalmente – fazer um todo (8, por ex.), depois outro todo (5 por ex.), depois colocar tudo mentalmente num todo novo e homogêneo no qual os todos anteriores desaparecem num sentido, mas continuam a existir num outro. (p. 104)

Nunes e Bryant, (1997), afirmam que, dos dois caminhos apresentados, a adição é a que possibilita um melhor entendimento do sistema decimal.

> Imaginamos que o progresso em entender adição, particularmente a mudança de contar todos para contar na seqüência, em vez de proficiência em correspondência termo-a-termo, estaria fortemente relacionado à habilidade de resolver composição aditiva de dinheiro na tarefa de compra. (p. 62)

Nunes e Bryant, (1997), ressaltam também que em todo o sistema de numeração que utiliza uma base, a composição aditiva do número por unidades de valores diferentes é um conceito fundamental. Com relação à contagem, os estudos dos autores mostraram que sozinha ela não é suficiente para que as crianças entendam o sistema de numeração, mas não deixa de ser um começo importante.

Ifrah, (1998), destaca que foi a partir dos seus dez dedos que a humanidade aprendeu a contar. Nada mais natural que as crianças, desde pequenas, aprendam a contar nos dedos, e nós, os adultos, muitas vezes, também recorremos a estes gestos para reforçar o nosso pensamento. A mão do homem é um instrumento natural, é o mais antigo acessório de contagem e de cálculo para todos os povos através dos tempos. E também pode ser considerada como a primeira "máquina de calcular":

> Pelo número considerável de seus ossos e de suas articulações correspondente, pela disposição assimétrica de seus dedos e sua relativa autonomia, pelo diálogo que ela mantém, enfim, permanentemente com o cérebro, *a mão do homem constitui seguramente a mais espantosa concentração natural de recursos a esse respeito*. E o ser humano soube tirar dela o máximo proveito, a partir do momento em que foi capaz de contar de modo abstrato e de assimilar o princípio da base.... (p. 79)

Ifrah, (1998), descreve também a importância de utilizar as falanges para realizar contagens, como mostra a figura 1. Essa técnica de contagem era utilizada na Índia, na Indochina e na China: "Ela é praticada em cada uma das mãos, com a ajuda de um dedo da outra. Cada falange valendo uma unidade, começa-se numa das mãos pela falange inferior do dedo mindinho e se termina na falange superior do polegar...". (p.82)

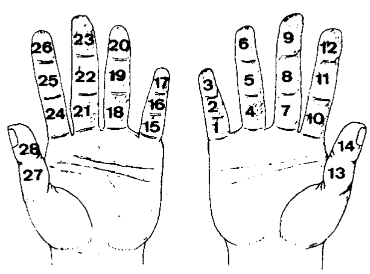

Figura 1 – Numeração das falanges segundo técnica asiática.

Ao final deste capítulo, pode-se dizer que o número não é construído por transmissão social, mas sim dentro de cada indivíduo. As crianças precisam "inventar" na aula de Matemática e não "decorar". Algumas crianças ainda utilizam os dedos para contagem, só que, na maioria das vezes, escondem as mãos. E o que poderia ser um instrumento de grande utilidade acaba tornando-se proibido na sala de aula.

Por isso que é fundamental saber como as crianças aprendem Matemática, na sala de aula, para que o professor possa contribuir com a construção do conhecimento matemático dos seus alunos.

No próximo capítulo será discutida a importância de ser numeralizado nos dias de hoje, e como as crianças podem aprender Matemática na escola, de forma prazerosa.

3. A MATEMÁTICA E AS CRIANÇAS NA ESCOLA

Se a matemática é tão difícil para muitas crianças, é porque ela é imposta a elas, sem qualquer consideração pela forma em que aprendem ou pensam.

(Kamii, 1992, p. 63)

Nunes e Bryant, (1997), apontam a importância da numeralização nos dias de hoje. Para que possamos ensinar Matemática às crianças, é necessário saber como elas aprendem a Matemática e o que essa aprendizagem poderá fazer através de seus pensamentos. Para os autores ser numeralizado significa:

> ... pensar matematicamente sobre situações. Para pensar matematicamente, precisamos conhecer os *sistemas matemáticos de representação* que utilizaremos como ferramentas. Estes sistemas devem ter sentido, ou seja, devem *estar relacionados às situações* nas quais podem ser usados. E precisamos ser capazes de entender a lógica destas situações, *as invariáveis,* para que possamos escolher as formas apropriadas de matemática. Deste modo, não é suficiente aprender procedimentos; é necessário transformar esses procedimentos em ferramentas de pensamento. (p. 31)

É necessário que o caminhar pedagógico seja orientado por uma metodologia em que saberes populares e científicos se relacionem, e cabe ao professor mediar esse processo. Para Freire (1997): “O fundamental é que professor e alunos saibam que a postura deles, do professor e dos alunos, é *dialógica,* aberta, curiosa, indagadora e não apassivada, enquanto fala ou enquanto ouve. O que importa é que professor e alunos se assumam *epistemologicamente curiosos".* (p. 96)

Por isso que ensinar exige curiosidade. A aula é sempre um desafio, tanto para o professor como para os alunos. O professor, que estimula seus alunos a fazerem perguntas, está também oportunizando a muitas outras reflexões. Franco, (1997), afirma que, dentro de uma Pedagogia inspirada na Epistemologia Genética, o papel do professor deverá ser de um problematizador: "Isto significa que o professor está ali para organizar as interações do aluno com o meio e problematizar as situações de modo a fazer o aluno, ele próprio construir o conhecimento sobre o tema que está sendo abordado". (p. 56)

A motivação na sala de aula é importante, principalmente na aula de Matemática, onde as situações que dão sentido aos alunos são fundamentais. O professor precisa saber, também, onde quer chegar com determinadas atividades e quais os obstáculos cognitivos que devem ser confrontados pelos alunos. Como diz Golbert (2000):

> ... para compreender os novos rumos da aprendizagem da matemática, precisamos nos deter no que hoje se pensa a respeito do melhor modo de incentivar as crianças a aprender matemática. Sob o ângulo sócio-construtivista, a aprendizagem da matemática é tanto mais efetiva quanto mais gira em torno da resolução de problemas. (p. 16)

Isso indica, portanto, que é necessário que haja um planejamento flexível, com projetos dinâmicos, novos problemas e abrir mão dos conteúdos que a escola considera como indispensáveis. Pensando sobre uma forma diferente de ensinar Matemática, o professor proporciona aos alunos as mais diversas situações para que o conhecimento matemático seja ampliado. Golbert, (2000), apresenta um exemplo a ser desenvolvido na sala de aula:

> O significado de uma dezena como uma unidade abstrata composta é um bom exemplo de um conhecimento socialmente instituído, que deve ocupar o lugar tanto de um conhecimento compartilhado pela classe, quanto de uma construção individual. Em tarefas de contagem em que este conhecimento é usado, algumas crianças, de imediato, passam a contar por dezenas, utilizando corretamente a seqüência dos nomes dos números. Enquanto isso, outras interrompem a contagem para lembrar as palavras "vinte", "trinta", e assim, por diante.(p. 17)

Portanto é fundamental pensar como a Matemática é ensinada nos dias de hoje. Para as crianças é muito mais significativo quando se aprende brincando. Golbert (2000) comenta a importância do trabalho com materiais manipulativos na sala de aula, isto é, que tenham significados e possam ser interpretados pelos alunos e também que os auxiliem a estabelecer relações matemáticas. Sobre os jogos pedagógicos afirma que:

> ... oportunizam a aprendizagem através de situações interativas, nas quais as convenções matemáticas podem ser impostas, mas como resultado de um consenso. Deste modo, as vivências de sala de aula se assemelham às práticas que a criança vivencia nas situações sociais fora da escola, diminuindo a distância entre a "matemática escolar" mecânica, pouco significativa, difícil e desinteressante e a matemática da vida diária, cujos desafios muitas crianças resolvem com desembaraço. (p. 6)

Trabalhar com jogos na sala de aula não significa “bagunça” ou “perda de tempo”. Pelo contrário, o professor que trabalha com jogos matemáticos, mais especificamente os Jogos Matemáticos Athurma, na sala de aula, proporciona aos seus alunos momentos de trocas, de reflexão, de criatividade, e, principalmente, de construção de conhecimento. E, no ensino da Matemática, é importante saber como a criança está pensando. Nunes e Bryant (1997) afirmam que:

> Talvez precisemos pensar sobre o ensino da matemática de forma diferente. Ao projetar um currículo que transforme os nossos jovens numeralizados para o mundo de hoje, podemos ter que relembrar continuamente que a matemática que as crianças aprendem deve lhes dar acesso a novos meios de pensar e deve aumentar seu poder para pensar matematicamente. É por isso que o estudo de como as crianças pensam é tão fundamental para o ensino da matemática. (p. 32)

Como esta pesquisa tem como base à prática do trabalho com Jogos Matemáticos Athurma, foi necessário organizar um capítulo, para aprofundar a importância do trabalho com jogos matemáticos na aprendizagem da criança.

4. JOGOS MATEMÁTICOS

É no jogo que as crianças podem praticar adição. Jogos em grupo fornecem caminhos para um jogo estruturado no qual eles são intrinsecamente motivados a pensar e a lembrar de combinações numéricas.

(Kamii, 1992, p. 169).

Macedo, (1995), considera que os jogos são importantes na escola, mas também na vida de qualquer ser humano. Os materiais manipulativos devem ser utilizados pelo professor, na sala de aula, desde que seja significativo para os alunos, isto é, se os alunos ainda não tiverem compreendido as relações entre os números, também não poderão resolver tarefas com materiais. De acordo com Golbert (2000) "... os materiais podem ou não ser "transparentes" para os alunos, em função de seus conhecimentos anteriores, de suas experiências prévias". (p.23)

Quando se trabalha com jogos matemáticos, podem ocorrer trocas cognitivas entre as crianças e o educador. Portanto, o educador deve assumir a tarefa de viabilizar o jogo, valorizando e descobrindo condições necessárias para que seja possível sua realização. Kamii, (1992), também defende e incentiva a utilização de jogos pela criança, pois além de toda a interação social que está implícita, elas ainda podem praticar a adição. Nas palavras da autora:

> É verdade que as folhas de exercícios muitas vezes produzem algum aprendizado. Algumas crianças aprendem o resultado de 4 + 2 só depois de o terem escrito várias vezes. Em jogos, porém, as crianças são mais ativas mentalmente. Elas constantemente supervisionam-se mutuamente. Entretanto, elas freqüentemente percebem meios mais inteligíveis de lidar com números do que mecanicamente. (p. 172)

Kamii, (1992), afirma que o jogo é uma forma natural da atividade humana. E que as crianças que jogam são mais ativas mentalmente do que quando preenchem folhas de exercícios elaborados pela professora e só aprendem que a Matemática "... é um conjunto misterioso de regras que vêm de fontes externas ao seu pensamento". (p. 172)

A partir da minha experiência com jogos matemáticos, posso compreender porque Lino de Macedo (1995), considera o jogo de regras um excelente recurso para a criança fazer e compreender situações, além de ser instrumento de desenvolvimento:

> Para ganhar, é preciso ser habilidoso, estar atento, concentrado, ter boa memória, abstrair as coisas, relacioná-las entre si o tempo todo. Por isso, o jogo de regra é um jogo de significados em que o desafio é ser melhor que si mesmo ou que o outro. Desafio que se renova a cada partida porque vencer uma não é suficiente para ganhar a próxima. Assim, os jogos de regra em uma perspectiva funcional valem por seu caráter competitivo. (p. 8)

O trabalho com jogos possibilita ao educador acompanhar o andamento das jogadas, percebendo assim o modo como elas estão pensando e agindo. Golbert, (1997), aponta que os trabalhos com jogos:

> ... permitem ao educador mediar a aprendizagem, acompanhar passo a passo os modos de pensar da criança, e intervir sempre que necessário. Ainda oportunizam o estabelecimento de estratégias metacognitivas, na medida em que, freqüentemente, a criança precisa indicar os processos de pensamento dos quais faz uso. (p.7)

Nos jogos em grupos, os alunos além de estarem prestando atenção na sua jogada, devem estar atentos na jogada dos colegas, sem contar que ocorrem várias situações para troca de opiniões entre eles. O papel do professor é dirigir as interações entre os alunos, isto é, conduzir alguns relatos sobre a forma de como determinada tarefa foi realizada por cada grupo. Como diz Golbert, (2000), "Estas discussões de toda a classe, sob orientação do professor, são situações nas quais ocorre a institucionalização de modos de conhecimento matemático compatíveis com os da sociedade mais ampla". (p. 27)

A utilização de jogos matemáticos, na sala de aula, possibilita ao professor ensinar seus alunos na apropriação de conhecimentos com relação ao sistema decimal de numeração. Por isso, na próxima seção, farei uma apresentação dos Jogos Matemáticos Athurma, pois considero um material essencial para ser utilizado pelos professores, nas aulas de Matemática, sem contar que as crianças gostam muito, pois suas peças são coloridas e de fácil manuseio. Apresentarei, também, uma das atividades onde eles são utilizados e como surgiram os *Ciclos de Oficinas com Jogos Matemáticos para Alunos de 1.ª a 5.ª séries.*

4.1. Jogos Matemáticos Athurma

Os Jogos Matemáticos Athurma foram criados pela professora Clarissa S. Golbert, da Faculdade de Educação da UFRGS, com o objetivo de oportunizar aos alunos uma aprendizagem mais significativa, desafiadora e prazerosa. Atualmente, a coleção é composta por 39 jogos que contemplam o desenvolvimento da quantificação e da classificação, das noções de equivalência e das habilidades de cálculo e são descritos na coleção Jogos Matemáticos Athurma[6], que está organizada em torno de importantes questões de aprendizagem da Matemática no Ensino Fundamental. Esta coleção está fundamentada nos princípios da Psicologia Cognitiva, principalmente das teorias de Piaget e Vygotsky.

Os jogos denominados Quantifica (1, 2, 3) estão relacionados com o desenvolvimento da noção de número e têm por objetivos oportunizar à criança experiências de correspondência termo-a-termo e de contagem, além de fortalecer a elaboração do conceito de número e promover a elaboração da correspondência numérica entre diferentes conjuntos.

Os jogos denominados Classifica (1, 0.2, 2, 3) também estão relacionados com o desenvolvimento da noção de número e têm por objetivos favorecer o desenvolvimento operatório e oportunizar experiências de quantificação através da classificação de conjuntos.

E os jogos Equivale (1, 1.1, 2, 3, 4, 4.1, 5, 5.1) favorecem a progressiva compreensão do número, como designação de relações de equivalência, e têm como objetivo principal favorecer a compreensão do sistema decimal de numeração.

---

[6] Esta coleção é apresentada em Golbert (1997), Golbert (2000) e Golbert (2002).

E, finalmente, os jogos Habical (0.1, 0.11, 1, 1.1, 0.2, 2, 3, 3.1, 3.12, 3.2, 0.4, 4, 0.5, 5, 0.6, 6, 7.1, 7.12, 7.2, 7.3, 8, 8.1, 9 e 10) estão relacionados com as habilidades de cálculo mental e o objetivo principal é o de facilitar a passagem das ações físicas para ações interiorizadas.

Estes jogos matemáticos são utilizados na Atividade de Extensão Universitária Programa de *Ciclos de Oficinas com Jogos Matemáticos para alunos de 1.ª a 5.ª série*,coordenado pela professora Clarissa S. Golbert desde 1999. Estas oficinas iniciaram, a partir de um Programa de Extensão do Departamento de Estudos Especializados, da Faculdade de Educação, da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, em convênio com a Fundação de Apoio da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, onde eu atuo como integrante da equipe executora.

O objetivo das oficinas é oportunizar às crianças experiências pedagógicas relacionadas com a elaboração de conceitos matemáticos. As crianças que freqüentam as oficinas são de escolas estaduais e particulares de Porto Alegre. Cada Ciclo é composto por oito encontros, dois encontros por semana, de uma hora cada um. Algumas crianças fazem apenas um ciclo de oficinas, isto é, oito encontros; outras fazem dois ou três encontros, ou até um semestre, dependendo da dificuldade apresentada pela criança e da disponibilidade dos pais.

Convém esclarecer que os jogos Matemáticos Athurma são de regras e para Golbert, (1997), são: "... um material concreto, manipulável, sem ser limitado em sua concretude: pelo contrário, pode e deve ser utilizado através de diferentes conteúdos de significação, promovendo abstrações progressivamente mais elaboradas". (p. 6) Durante as oficinas com jogos matemáticos, as crianças utilizam os dedos para realizar contagens. As crianças escondem as mãos, embaixo da mesa, ou disfarçam, olhando para cima, ou para o lado, com o objetivo de não serem vistas utilizando os dedos para resolverem as operações. E isso acontece porque, na escola, elas são desencorajadas na utilização deste recurso natural. Mas, nas oficinas, a contagem é incentivada, durante o jogo, tanto com a utilização dos materiais como nos dedos. As crianças se sentem mais à vontade e passam a contar sem esconder as mãos.

No trabalho com jogos matemáticos, observo que algumas crianças, de 3.ª e 4.ª séries, ainda não avançaram do "contar tudo" para o "contar na seqüência", utilizando a contagem nos dedos para resolver somas e subtrações simples do tipo: (4 + 3; 7 + 5; 9 + 3...). A seguir, apresentarei a fala de uma criança de 3.ª série, quando experienciava um Jogo Matemático Athurma, onde deveria trabalhar com valor posicional e realizar somas e subtrações com material concreto e fazer os registros no papel:

> Mas estas continhas são as mesmas que eu faço na escola! Só que na aula, é muito chato. A professora passa as continhas no quadro, eu copio; mas, como não sei fazer, espero que ela complete, para que eu copie o resultado. E aqui, a gente está montando e fazendo as continhas e, o que é melhor, se divertindo muito. E eu estou entendendo.

A partir da minha prática do trabalho com jogos matemáticos, posso dizer que as crianças, enquanto jogam, diverte-se, isto é, aprendem brincando. As "continhas" e os "problemas" não podem servir, apenas, para fazer na aula e passar de ano.

Com a realização das oficinas e com o trabalho desenvolvido com várias crianças de 4ª série, comecei a observar que a maioria destes alunos realizavam contagens por unidades, na segunda parcela, e utilizavam os dedos, para chegar ao resultado proposto, durante as jogadas. Observei, também, que algumas crianças contavam tudo, isto é, não faziam cálculos mentalmente, não tinham automatização e necessitavam retornar aos esquemas anteriores e, com isso, ocorria um desgaste e desinteresse quando acontecia um obstáculo.

Com o passar dos anos, comecei a me questionar se essas crianças de 4ª série já não deveriam estar considerando a segunda parcela como um conjunto de uma só unidade. E se somente estas crianças, que participavam das oficinas apresentavam este tipo de dificuldade. A partir daí, que surgiu a idéia de verificar como outras crianças resolviam as situações de cálculos, na adição, utilizando os Jogos Matemáticos Athurma.

Dentre todos os jogos citados acima, foram escolhidos: o Habical 0.1, onde a criança poderá realizar somas simples, como 4+3+1+0; o Habical 1, em que também se realizam somas simples, mas o jogador tem que identificar, por exemplo, quanto falta para chegar a 10, se ele tem uma barrinha com o número 4. E o jogo Equivale 2, que trabalha com a equivalência de unidades e dezenas, isto é, somas de unidades (6+2), troca de 10 unidades por uma dezena e soma de dezenas e unidades.

A escolha destes jogos se deve ao fato de melhor identificar como as crianças fariam as jogadas e se elas realizavam contagem por unidades na segunda parcela. Apresentarei a foto e a descrição de uma forma em que estes três jogos poderão ser jogados no capítulo 5.

5. METODOLOGIA

Como foi ressaltado anteriormente, Piaget considera que a construção do conhecimento surge da ação. No trabalho com jogos matemáticos, podem ocorrer novas descobertas na criança, através de suas ações, e não pelas explicações do professor. A partir da minha experiência com os Jogos Matemáticos Athurma com crianças de 1.ª a 5.ª séries, foram escolhidos três jogos que trabalham com a noção de número, para realizar estudos de casos com quatro crianças de 4.ª série do Ensino Fundamental de uma escola estadual de Porto Alegre. Gostaria de lembrar que dos autores citados anteriormente, que falam sobre a construção do conhecimento matemático, somente Kamii (1992) apresenta um exemplo de pesquisa com valor posicional com alunos de 4ª, 6ª e 8ª séries. Os outros apresentam pesquisas com crianças de, no máximo, 5 ou 6 anos de idade. Mas, nesta minha pesquisa, optei por trabalhar com crianças que já estavam na 4ª série, com idades entre 10 e 12 anos do Ensino Fundamental.

Além de experimentarem os jogos matemáticos, foi necessário realizar com as crianças uma atividade escrita, onde elas deveriam resolver problemas simples de adição e resolver operações. O objetivo desta atividade foi verificar como as crianças resolviam atividades escritas conhecidas, isto é, atividades que elas resolvem todos os dias na aula de Matemática. E verificar, também, se apareciam as mesmas dificuldades encontradas no trabalho com os jogos matemáticos.

5.1. Objetivo

A presente pesquisa tem como objetivo:

Investigar, à luz da Epistemologia Genética e através dos Jogos Matemáticos Athurma, como algumas crianças de 4ª série do Ensino Fundamental resolvem as operações de adição.

5.2. Problema e Questões de Pesquisa

Pelo exposto até o momento, o problema de pesquisa foi elaborado da seguinte forma:

O que as crianças que ainda utilizam a contagem por unidades, após 4 anos de escolaridade no Ensino Fundamental, fazem para resolver as situações de cálculo?

Este problema poderá levar-nos às questões de pesquisa discutidas a seguir.

Ressaltei, anteriormente, que algumas crianças, de 9 a 12 anos, continuam fazendo contagens um a um, para resolverem cálculos com números mais baixos. Será que as crianças investigadas realizam contagem nos dedos, mesmo quando o cálculo envolve quantidades mais baixas, como, por exemplo: 4 + 5, 9 + 3, 8 + 5, etc.?

Será que alguns princípios da contagem ainda não estariam construídos?

5.3. Método utilizado

Esta pesquisa teve como base a prática do trabalho com os Jogos Matemáticos Athurma. Os jogos trabalhados contemplam as noções de equivalência e as habilidades de cálculo. Para a realização dos estudos de casos foram escolhidos três jogos que trabalham com a noção de número, para serem experienciados com quatro crianças de 4.ª série do Ensino Fundamental de uma escola estadual de Porto Alegre. As crianças vivenciaram os jogos individualmente e devido à dificuldade de fazer anotações durante o jogo, foi necessário utilizar gravações em vídeo e, depois, as fitas foram transcritas.

A seguir, farei uma descrição dos jogos utilizados pelas crianças, seus objetivos, e uma modalidade que poderá ser jogada. Cabe lembrar, aqui, que os jogos denominados Habical significam habilidade de cálculo e os denominados Equivale significam noções de equivalência.

Habical 0.1

O jogo tem como objetivos: composições aditivas com números de 0 a 5 (peças com números de 0 a 5), onde o jogador realiza somas, por exemplo:(5 + 4 + 2 + 1).

O jogo é composto dos seguintes materiais:

- 20 "botões" (número 1 da figura).

- 30 fichas para contagem (número 2 da figura);
- 32 "escadas", com números de 0 a 5 (número 3 da figura);

Figura 2 – jogo Habical 0.1

Inicialmente, o material é colocado na mesa para que as crianças observem e o manipulem. O educador explica que o jogo se desenvolve em torno das adições dos números que constam nas "escadas". As peças são viradas com os números para baixo. A cada jogada, os participantes viram uma "escada", cada um. Somam os números que nela constam, fazendo o uso das fichas para contagem, se necessário, (exemplo: 2 + 3 + 0 + 5). O jogador que fizer a soma mais alta na jogada ganha um "botão" e, em caso de empate, ambos recebem um "botão". As jogadas se sucedem, até que todas as "escadas" tenham sido desviradas. Vence o participante que tiver acumulado o maior número de "botões".

Estas foram as questões básicas elaboradas, para serem utilizadas, durante as jogadas, com cada criança:

- A jogada é boa por quê?
- Como sabe se o resultado será alto ou baixo?
- Explicar como chegou ao resultado.

- A soma que tem zero é boa ou ruim?
- De que outro jeito poderia saber que tem mais?

Habical 1

O jogo tem como objetivos: composições aditivas com números de 0 a 7. São peças com números de 0 a 7, onde os jogadores realizam somas como, por exemplo, para chegar ao 10: (5 + 5 = 10; 4 + 4 + 2 = 10; 7 + 3 = 10).

O jogo é composto dos seguintes materiais:

- 24 barrinhas numeradas de 0 a 7 (número 1 da figura);
- 30 fichas para contagem (número 2 da figura);

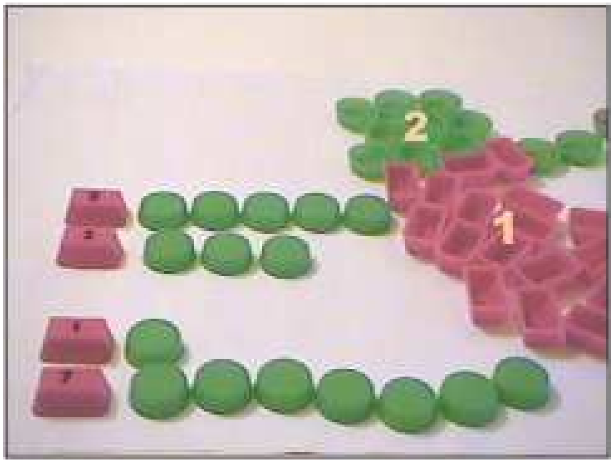

Figura 3 – Jogo Habical 1

Inicialmente, o material é colocado na mesa, para que as crianças observem e o manipulem. O educador explica que o jogo se desenvolve em torno das adições dos números que constam nas barrinhas, então é estipulada a quantidade a ser atingida. As peças são viradas com os números para baixo. A cada jogada, os participantes viram uma peça alternadamente. O jogador, cada vez que pega uma peça, verifica, no caso de a quantidade ser 10, por exemplo, se a soma dos valores deu 10, como 6 e 4, 5 e 5, 8 e 2; se ultrapassou 10, como 5 e 6; ou quanto falta para formar 10, como em

3 e 4, 2 e 5. Estas composições podem ser efetuadas com as fichas que representam as unidades. As jogadas se sucedem, até que as peças tenham sido desviradas ou não tenha mais combinação possível. Vence o participante que tiver acumulado o maior número de pontos, isto é, maior números de combinações possíveis.

Estas foram as questões básicas elaboradas, para serem utilizadas durante as jogadas com cada criança:

- Explicar como chegou ao resultado.
- Teria um outro jeito de chegar ao mesmo resultado?
- Qual é a função do zero?

Como, neste jogo, o objetivo é a aprendizagem das composições aditivas até 14, as crianças devem fazer combinações com os números, para chegarem ao resultado proposto. Se o combinado for realizar somas para chegar ao 10 e a criança, inicialmente, desvira uma peça 6, pergunta-se qual número o próximo jogador deve desvirar, para que, somando com o número que está na cartela, chegue a 10. A criança poderá contar nos dedos ou nas fichas e dizer 4. Mas se o outro jogador, na sua vez, desvirar o número 3, este não era o número esperado. Com o número 3 a criança poderá somar 6 + 3 = 9, concluindo que, para 10, ainda falta 1. A criança poderá dizer que o outro jogador deverá, desvirar na sua vez, 1 para chegar no 10. Mas se na sua jogada, a criança desvirar o número 4, ela também poderá chegar no 10 e isso ela deverá ser capaz de fazer, mudando a combinação, e somar 6 + 4 = 10.

Equivale 2

O jogo tem como objetivos: a equivalência de dezenas e unidades; a adição de unidades; a adição de dezenas e unidades.

O jogo é composto dos seguintes materiais:

- 4 pingos pretos (número 1 da figura);
- 60 pingos: 15 vermelhos, 15 azuis, 15 amarelos e 15 verdes (número 2 da figura);
- 20 cartões com números de 1 a 5 (número 3 da figura).
- 4 cartelas (com números de 1 a 15) (número 4 da figura);

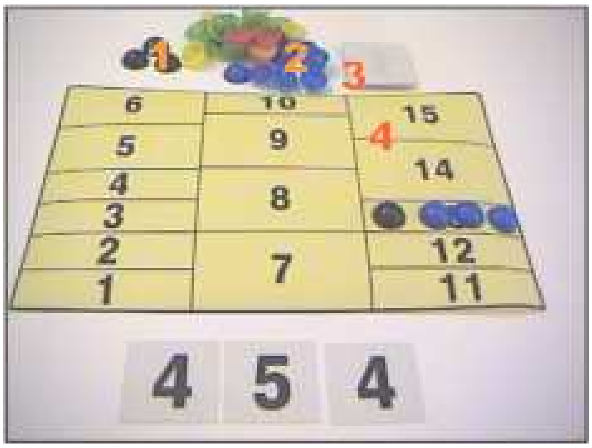

Figura 4 – jogo Equivale 2

Inicialmente, o material é colocado na mesa para que as crianças observem e o manipulem. Explica-se que cada jogador deverá escolher a cor de pingos com a qual quer jogar e pegá-los para si (excetuando-se os pingos pretos). O educador chama a atenção das crianças sobre os diferentes espaços da cartela onde estão dispostos os números. O espaçamento dos retângulos, para colocação das peças, são iguais do número 1 ao 4. A partir do número 5, os espaços vão aumentando, até chegar ao número 9, onde poderá ser colocado 9 pingos (peças). O espaço do número 10 diminui e o jogador deverá trocar as 10 unidades (peças coloridas) por uma peça preta que vale uma dezena. Neste momento do jogo, as 10 peças coloridas deverão ser retiradas da cartela e colocada a preta. Os espaços dos números 11, 12 e 13 são iguais ao do 10. Já os espaços do 14 e 15 são maiores que o do 10.

Os cartões com números indicam a quantidade de pingos, que o jogador pode pegar, a cada jogada. Os cartões ficam empilhados no centro da mesa, virados para baixo. O primeiro jogador levanta um cartão com o número 4, por exemplo, devendo colocar 4 pingos no espaço 4 da sua cartela. As jogadas se sucedem e, na sua próxima vez, o mesmo jogador levanta um cartão que indica, por exemplo, 2. Deverá pegar 2 pingos da mesa, somar com os 4 pingos que estavam no espaço 4 da cartela, e colocar no espaço 6 da sua cartela (4 + 2 = 6). O jogador, que chegar ou ultrapassar a quantidade 10, deverá trocar os pingos coloridos por 1 preto, que estará representando 10. Assim, no espaço 10, por exemplo, será colocado 1 pingo preto; no espaço 13, será colocado um pingo preto e 3 coloridos e assim por diante. Vence o jogo quem primeiro chegar ao número 15 ou sair da cartela.

Estas foram as questões básicas elaboradas, para serem utilizadas durante as jogadas com cada criança:

- Explicar como fez a jogada.
- Que fazer quando chegar no espaço dez?
- Quanto vale a peça preta?

A seguir, será apresentada a atividade escrita realizada com as crianças. As respostas das crianças e os comentários estarão em anexo.

Nome: Fla

1) Problemas

Caio precisava de 10 figurinhas para completar seu álbum. Ganhou 6 de seu irmão. Quantas figurinhas ainda faltam?

Maria foi ao aniversário de sua amiga e comeu 2 bombons, 4 negrinhos e 5 balas. Quantos doces Maria comeu?

2) Resolva

$$\begin{array}{r} 35 \\ \underline{+46} \end{array} \qquad \begin{array}{r} 49 \\ \underline{+73} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 52 \\ \underline{+88} \end{array} \qquad \begin{array}{r} 73 \\ \underline{+78} \end{array}$$

3) Resolva

35 + 43= 25 + 54= 83 + 25=

Nome: Bru

1) Problemas

Maria precisava de 12 enfeites para sua árvore de Natal. Ganhou 5 de sua tia. Quantos enfeites Maria vai precisar comprar?

Ana foi ao aniversário de sua amiga e comeu 2 bombons, 4 negrinhos e 5 balas. Quantos doces Ana comeu?

2) Resolva

$$\begin{array}{r} 35 \\ \underline{+46} \end{array} \qquad \begin{array}{r} 49 \\ \underline{+73} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 52 \\ \underline{+88} \end{array} \qquad \begin{array}{r} 73 \\ \underline{+78} \end{array}$$

3) Resolva

35 + 43=　　　　25 + 54=　　　　83 + 25=

Nome: Pri

1) Problemas

Ana precisava de 12 enfeites para sua árvore de Natal. Ganhou 5 de sua tia. Quantos enfeites Ana vai precisar comprar?

Maria foi ao aniversário de sua amiga e comeu 4 bombons, 5 negrinhos e 3 balas. Quantas doces Maria comeu?

2) Resolva

$$\begin{array}{r} 35 \\ \underline{+46} \end{array} \qquad \begin{array}{r} 49 \\ \underline{+73} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 52 \\ \underline{+88} \end{array} \qquad \begin{array}{r} 73 \\ \underline{+78} \end{array}$$

3) Resolva

35 + 43=   25 + 54=   83 + 25=

Nome: Bar

1) Problemas

Ana precisava de 12 enfeites para sua árvore de Natal. Ganhou 5 de sua tia. Quantos enfeites Ana vai precisar comprar?

Maria foi ao aniversário de sua amiga e comeu 4 bombons, 5 negrinhos e 3 balas. Quantas doces Maria comeu?

2) Resolva

$$\begin{array}{r} 35 \\ \underline{+46} \end{array} \qquad \begin{array}{r} 49 \\ \underline{+73} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 52 \\ \underline{+88} \end{array} \qquad \begin{array}{r} 73 \\ \underline{+78} \end{array}$$

3) Resolva

35 + 43=   25 + 54=   83 + 25=

A experimentação individual, de cada criança de 4.ª série do Ensino Fundamental com os Jogos Matemáticos Athurma, foi utilizando o método clínico piagetiano. Piaget adaptou e utilizou o método clínico, em seus trabalhos psicogenéticos, para atingir seus objetivos.

Para formular o método clínico, Piaget reuniu os recursos dos testes e da observação direta, mas teve o cuidado de evitar os inconvenientes de cada um deles, pois os testes propõem situações padronizadas, enquanto a observação pura recolhe uma grande quantidade de material, através de técnica, mas não tem hipóteses formuladas anteriormente. Para Piaget, (1926), quando se usa o método clínico: "Deve-se, então, a todo o custo, ir além do método de observação pura, e sem recair nos inconvenientes do teste, buscar as principais vantagens da experimentação". (p.10)

Desde a sua adaptação por Piaget, o método clínico passou por diferentes etapas, através das quais foi sofrendo transformações. Para Domahidy-Dami e Leite, (1987), a partir da década de 30, o método clínico apresenta algumas características fundamentais:

a) a utilização de um *material adaptável* que é colocado a disposição da criança. Ela é solicitada a observa-lo, manipulá-lo e muitas vezes emitir julgamentos em relação às transformações realizadas;
b) *interrogatório flexível* adaptado a cada sujeito. A partir de algumas questões básicas, procura-se desenvolver um diálogo dirigido por hipóteses formuladas pelo examinador no decorrer da entrevista.
c) *análise qualitativa das condutas* do sujeito na tentativa de apreender os processos psicológicos em jogo em diferentes situações de exame, ao invés de se contentar apenas com o resultado final, o rendimento, as *performances* fornecidas. (1987, p. 115)

Nesta pesquisa, não foram utilizadas as provas piagetianas, mas os Jogos Matemáticos Athurma, que são um material de fácil manuseio pelas crianças. Foram levantadas, previamente, algumas questões básicas, para serem utilizadas durante as jogadas. Mas os questionamentos realizados foram a partir de situações ocorridas durante o jogo e, extraídos das respostas dadas pelas crianças.

Piaget, (1926), afirma que um bom experimentador deve ter duas qualidades e estas são, algumas vezes, incompatíveis: saber observar e saber buscar algo de preciso. Isto significa que, quando o experimentador vai interagir com a criança, deverá deixá-la falar sem interrompê-la nem desviá-la de nada. Deverá, também, ter bem claro o que irá procurar, pois o mais importante é saber o que se passa na cabeça da criança. Por isso, o experimentador não poderá utilizar um roteiro fixo, pois as respostas mais importantes serão aquelas que as crianças darão inesperadamente. E é, a partir das respostas das crianças, que o experimentador fará a próxima pergunta. O objetivo de Piaget, no seu trabalho de pesquisa, era de descrever o caminho necessário para se chegar a uma análise das relações em jogo.

6. ANÁLISE DOS DADOS

O trabalho de campo desta pesquisa foi realizado numa escola estadual de Porto Alegre, com quatro crianças da 4.ª série do Ensino Fundamental. Para a realização do trabalho de campo, fiz uma solicitação à direção da escola, para que indicasse quatro alunos da 4.ª série, que apresentavam dificuldades na Matemática. Foi indicada pela direção uma turma de 4.ª série do turno da manhã, mas os alunos teriam que ser entrevistados no turno da tarde. Quando entrei em contato com a professora da turma, ela informou que não havia nenhum aluno que apresentasse algum tipo de dificuldade na Matemática. Pedi, então, que ela escolhesse quatro alunos para que pudessem experienciar os jogos matemáticos. Os alunos escolhidos serão identificados apenas pelas três primeiras letras do nome, para preservar a identidade de cada um:

Bar – 10 anos

Bru – 10 anos

Fla – 10 anos

Pri – 12 anos (repetente)

A aplicação dos jogos matemáticos iniciou no final do mês de julho e foi até o mês de setembro de 2002. Inicialmente, cada criança deveria jogar, individualmente e apenas uma vez, cada um dos três jogos propostos. Somente com uma das crianças foi aplicado, em três sessões, o jogo Equivale 2, por ter apresentado dificuldades na compreensão do jogo.

6.1. Atividade com jogos matemáticos Athurma

A partir do trabalho de campo com os jogos matemáticos, foi possível dividir em três procedimentos principais:

1. As crianças utilizam a contagem na seqüência, ao invés de fazerem cálculos.

Nos jogos, em que é necessário utilizar as composições aditivas com números de 0 a 5 (Habical 0.1) e com números de 0 a 7 (Habical 1), foi observado que as crianças contavam na seqüência, isto é, consideravam o valor anterior e seguiam contando, um a um, até chegar ao resultado proposto anteriormente.

Apresentarei, a seguir, trechos da atividade com os jogos matemáticos onde este procedimento pode ser observado.

a) Contagem na seqüência

Fla – somas para chegar ao 10 (Habical 1)

Ge[7] – Como tu fizeste a soma aqui? (Apontando para as peças que estavam desviradas na mesa 7, 2, 1).

Fla – 7 + 2 + 1 é igual...

Ge – 7 + 2 dá...

Fla – Nove.

Ge – E mais 1 dá?

[7] Estas são as duas primeiras letras do meu nome.

Fla – Dez.

Ge – De quem é a jogada? Acho que foi tua.

Ge – Quatro. (Desvirei a peça 4). E agora, vamos ver se a gente consegue chegar ao 10.

(Fla contou nos dedos) 6, 7, 8, 9, 10.

Ge – Isso. Como é que tu fizeste?

Fla – 6 + 4 dá 10.

Ge - Me diz como é que chegaste ao resultado.

Fla – Eu fiz 6 (mostrou os 6 dedos) e contei nos dedos mais 4.

Ge – Seis tu já tinhas e contaste 7, 8, 9, 10 ou contaste 1, 2, 3, 4, 5, 6?

Fla – Eu contei 6 e depois mais 4 que deu 10. (Contou na seqüência)

Fla – Três (contou nos dedos a partir do 7) 8, 9, 10.

Ge – O que tu somaste para chegar ao 10?

Fla – 7 + 3.

Ge – 7 + 3. Então é teu.

Ge – Quatro. (Desvirei o número 4).

Fla – Não dá.

Fla – Cinco (desvirou o número 5) não dá.

Ge – Um. (Desvirei o número 1). Consigo?

Fla – 4 + 5 dá 9, 9 + 1 dá 10.

Ge – Dá 10.

Fla – Três. (Desvirou o número 3).

Ge – Seis. (Desvirei o número 3).

Fla – Seis. (Contou na seqüência, a partir do sete) 7, 8, 9. Não dá mais.

Observações:

Na explicação, Fla inverteu os valores. Disse que tinha separado 6 e, depois, contou mais 4 e achou 10. Mas, na verdade, ele partiu do 4 (4 era o número que estava na mesa e não o 6) e contou, na seqüência, até chegar ao 10. Nunes e Bryant, (1997), afirmam que:

“As crianças mais novas tendem a contar tudo; crianças mais velhas e mais experientes, a contar ‘na seqüência’ ”. (p. 62) Neste, exemplo pode-se dizer, também, que Fla utilizou uma propriedade da adição que é a comutatividade.

Bru – somas para chegar ao 12 (Habical 0. 1)

Bru – 4 + 1 = 5, 5 + 2 = 7, 7 + 3 (contou nos dedos) 8, 9, 10 é 10.

Ge – Dez. Vamos ver que jogada é essa. 1 + 0 = 1, 1 + 3...

Bru – Quatro.

Ge – 4 + 2...

Bru – Seis. Fui eu. (Quis dizer que ela tinha ganhado a jogada).

Bru – 5 + 3 = 8, 8 + 2 = 10, 10 + 1 = 11.

Ge – 4 + 5...

Bru – Nove.

Ge – 9 + 1...

Bru – Dez.

Ge – Mais 2?

Bru – Doze.

(Bru não lembrava qual era a sua soma anterior e contou novamente)

Bru – Deu 11. Foste tu, desta vez. (Disse que eu tinha ganho nesta jogada).

Bru – 4 + 3 é...(contou nos dedos) 5, 6, 7. 7 + 1 = 8, 8 + 0 fica 8.

Ge – Fica 8. E aqui? 2 + 1...

Bru – Três

Ge – 3 + 5 = 8, 8 + 3 = 11.

Bru – Agora esqueci, de novo, quanto eu fiz. (Esqueceu a soma da peça anterior).

Ge – Não pode esquecer.

Bru – Foi 8.

(Como eu tinha somado 11, eu ganhei a jogada)

Bru – 2 + 4 = 6, 6 + 5 (contou nos dedos, a partir do 6), 7, 8, 9, 10, 11 e mais 1 é 12.

Ge – É boa? (jogada).

Bru – É.
(...)

Observações:

Neste exemplo, pode ser observada a habilidade de Bru em contar, por partes, as parcelas até chegar ao resultado.

b) Contagem na seqüência com pequenas quantidades na segunda parcela

A seguir, apresentarei pequenos trechos da atividade com os jogos, onde as crianças contaram um a um a segunda parcela, mesmo quando os números são com pequenas quantidades. Cabe lembrar, aqui, que não foi encontrada nenhuma criança que “contava tudo”, mas que todas conservavam o primeiro conjunto e contavam na seqüência.

Bru (Habical 0.1)

Bru – 0 + 1 = 1, 1 + 2 = 3, 3 + 3 = 6.
Ge – Seis. Muito bem.
Ge – E agora 1 + 5 = 6, 6 + 3 = 9, 9 + 2 é...
Bru – Onze.
Ge – Onze.
Bru – 4 + 1 = 5, 5 + 2 = 7, 7 + 3... (Considerou o resultado de 5 + 2 que é 7 e contou nos dedos mais 3), 8, 9, 10, é 10.

Ge – Dez. Vamos ver que jogada é essa. 1 + 0 = 1, 1 + 3...

Bru – Quatro.

Ge – 4 + 2...
Bru – Seis. Fui eu. (Quis dizer que ela tinha ganhado a jogada).
Bru – 5 + 3 = 8, 8 + 2 = 10, 10 + 1 = 11.
Ge – 4 + 5...

Bru – Nove.

Ge – 9 + 1...

Bru – Dez.

(...)

Pri (Habical 0.1)

Pri - 4 + 5 é 9. (Contou nos dedos): 10, 11, 12.

Ge – 1 + 5...

Pri – Seis.

Ge – 6 + 3...

Pri – Nove.

Ge – 9+2...

Pri – Onze. Eu ganhei.

Ge – Última jogada. Boa ou ruim?

Pri – Ruim.

Ge – Porque que é ruim?

Pri – 1 + 0 dá 1, mais 4 dá 5 e 5+ 3...(Considerou o resultado de 1 + 4, que é 5, e contou nos dedos mais 3) 6, 7, 8, dá 8.

Ge – 2 + 1...

Pri – Três.

Ge – Mais zero...

Pri – Três. (Desvirou o número 3).

Ge – 3 + 4?

Pri – Sete. (Considerou o 3 e contou nos dedos, a partir do 4, e chegou ao resultado 7), 4, 5, 6, 7.

Ge – E aí?

Pri – Eu ganhei.

Ge – Quantas (peças ao total) tu tens?

Pri – 1, 2, 3, 4, 5, 6.

Ge – Quantas eu tenho?

Pri – Seis.

Fla (Habical 1)

Ge – Sete. (Desvirei uma barrinha com o número 7). Boa! Não é? E, agora, qual é o número que falta para chegar ao 10?

Fla – Três. (Neste momento, Fla conservou 7 e contou mais 3) 8, 9, 10.

Fla – Quatro. (Desvirou o número 4).

Ge – Quatro. Passou de 10?

Fla – Passou.

Ge – Qual é o número que eu preciso tirar?

Fla – Três.

Ge – O 3. Deu 7 de novo. Não deu ainda.

Fla - Cinco. (Somou 5 + 4) Deu 9.

Ge – O que é, que deu 9 ?

Fla – 5 + 0 é igual a 5, 5 + 4 é igual a 9.

Ge – 5 + 4 é igual a 9. Então qual é o número que eu preciso tirar?

Fla – Três.

Ge – Três, para fazer o conjunto com o 7. E para completar esse aqui? (5 + 4 +….).

Fla – O 1.

Ge – Então, tem mais de uma chance. E agora eu tirei o 6, será que eu tenho chance de fazer alguma soma?

Fla – 6, 7, 8, 9, 10, 11. (Contou nos dedos a partir do 5).

Ge – Como tu chegaste ao resultado?

Fla – 6 + 5 dá 11.

Ge – Como tu chegaste ao resultado? Como tu contaste?

Fla – Eu fiz 5 + 0 dá 5 + 4… (Atrapalhou-se na contagem).

Ge – Nesta soma aqui, como tu fizeste?

Fla – 6 + 5 ?

Ge – Como tu fizeste. Tu tinhas 6. Como fizeste para chegar ao 11?

Fla – 1, 2, 3, 4, 5, 6. (Mostrou com os dedos). 7, 8, 9, 10, 11. (Contou na seqüência).

Ge – Tu contaste do 1 até chegar ao 6.

Fla – É.
Ge – Depois que tu contaste o 6 tu contaste o 5?
Fla – Confirmou.
(...)

Observações:

Como já referi no capítulo 2, Kamii, (1992) nos apresenta dois fatos para que as crianças continuem a contar do 1 (um), cada vez que tiverem que adicionar um número ao outro. O primeiro "... pode simplesmente ser pelo fato da criança não saber a seqüência das palavras que indicam os números suficientemente bem para começar no meio". (p. 104) Com relação ao primeiro fato, não parece que as crianças não saibam a seqüência das palavras que indicam os números. O segundo fato a que a autora se refere fala que "... pode ser devido ao fato de a criança não ter a capacidade de coordenar o relacionamento parte-todo entre os conjuntos" (p.104). Quando as crianças passam a contar na seqüência, já pode ser considerado um avanço, mas considerando que já se encontram na quarta série, já deveriam ter avançado para a realização do cálculo direto.

2. As crianças não recuperam o resultado de cálculos anteriores.

Durante a realização dos jogos, foi observado que as crianças não aproveitavam os resultados anteriores, isto é, realizavam um determinado cálculo e chegavam ao resultado. Numa próxima jogada com os mesmos números, refaziam todos os cálculos novamente. Apresentarei, a seguir, trechos onde foi encontrado este procedimento.

Bru – Somas para chegar ao 12 (Habical 1)

Neste momento do jogo, Bru estava fazendo somas para chegar ao 12.

Ge – Um. Vamos ver se posso fazer. 7 + 3 dá...

Bru – (Contou nos dedos) 8, 9, 10. Dá 10

Ge – Dez e mais 1?

Bru – Quanto tinha dado antes?

Ge – 7 + 3 dava 10 e mais 1, 10 + 1...

Bru – Onze.

Ge – Não deu, falta 1

(Bru virou uma peça e disse): Não dá para fazer.

Ge – Não dá . 2. (Retirei a peça com o número 2)

Ge – E agora, será que consigo 7 + 2 dá...

Bru – Nove.

Ge – Nove mais quanto dá 12?

Bru – Faltam 3.

Ge – E tem 3 aqui (na mesa).

Ge – 7 + 2 = 9, 9 + 3 = 12. Estou empatada.

Bru – zero.

Ge – O que aconteceu acrescentou?

Bru – Nada.

Ge – Zero também. (Retirei uma peça que tinha o zero).

Bru – Quatro (contou nos dedos, a partir do 7) 8, 9, 10, 11.

Bru desanima porque, segundo ela, faltavam números para chegar a 12. Mas, depois de olhar os números que estavam na mesa, vê que tem o número 1 e pega as 3 peças (3, 7, 4).

Ge – Com tu fizeste?

Bru – 7 + 4, (contou novamente nos dedos) 8, 9, 10, 11 e mais 1 é 12.

(...)

Pri – Somas para chegar ao 12 (Habical 1)

Neste momento do jogo, Pri estava fazendo somas para chegar ao 12. Na mesa, estavam desvirados os números 3 e 1.

Ge – Cinco. E agora? (Desvirei o número 5).

Pri – (Somou 5 + 3 + 1) 9, faltam... 9 (Contou nos dedos) 10, 11, 12, faltam 3.

Ge – Três. (Confirmação).

Pri desvirou o número 4 e somou com o 5 que estava na mesa e achou 9.

Pri – 9. 10, 11, 12, 13. Dá 13. Se não tivesse o 1, daria certinho.

Pri tinha somado 5 + 4 = 9. Depois somou 9 + 3 + 1 = 13, mas não se dava conta de que para chegar ao 12, deveria retirar o número 1.

Ge – Mas e esse 1... o que a gente faz com ele?

Pri – Deixa na mesa?

Ge – Será que dá?

Pri – Não.

Ge – Tem uma soma aqui (na mesa) que dá 12.

Pri – Tem 3 + 5 dá 9.

Ge – 3 + 5...

Pri – Dá 9 não dá?

Ge – Quanto dá 3 + 5?

Pri – Dá 8 + 4 dá 13 (contou nos dedos) 5. 6, 7, 8, 9. (Somou 1 a mais) 8. 9, 10, 11, 12, consegui.

Ge – Deu 12 ou deu 13?

Pri – Deu 12.

Ge – Deu 12? Quais os números que deram 12?

Pri – 5 + 3 + 4.

Observações:

Ao final desta jogada, Pri já mostrava sinais de cansaço de tanto utilizar a contagem da segunda parcela, para chegar ao resultado proposto. Kamii (1992) afirma que as crianças que utilizam a contagem apresentam mais problemas para guardar, por exemplo, 9+3 na memória. Portanto, as crianças devem construir somas por suas próprias ações mentais. Nas palavras da autora: “A criança pode lembrar melhor do conhecimento que ela constrói, estabelecendo relações com o que ela já sabe, do que o conhecimento adquirido pela acumulação de partes isoladas. Contar é um meio de se obter cada resposta separadamente (...). O reagrupamento mental, ao contrário, é um meio de produzir um conhecimento em relação ao que ela já sabe” (p. 115)

3. Como as crianças resolvem a adição de dezenas e unidades

No jogo Equivale 2, que trabalha com equivalência de dezenas e unidades, adição de unidades e adição de dezenas e unidades, foi observado que 2 crianças (Bru e Fla) entenderam o procedimento do jogo. Trabalharam com a adição de unidades, realizaram as trocas das 10 unidades por 1 dezena. As outras duas crianças, Bar e Pri, não entenderam o procedimento do jogo. Bar apresentou dificuldades na adição de dezenas e unidades. Pri apresentou dificuldades nas trocas das dez unidades por uma dezena e na adição.

a) Crianças que não apresentaram dificuldades

Bru, na sua jogada, estava no espaço 9 da cartela e retirou um cartão com o número 3 e pegou 3 pingos verdes.

Bru – Três (considerou 9 e contou mais 3), 10, 11, 12. "Posso botar no 12?"

Bru – iii... (Olhou para o espaço do 12 da cartela).

Ge – No 12? Como nós vamos fazer agora? Pode usar o pingo preto.

Bru – Posso trocar um dez (referindo-se aos 10 pingos verdes) por uma peça preta.

Ge – É isso. Mas onde está o 10?

Bru – Isso é 10. (Apontou para o pingo preto).

Ge – Esse é um 10, mas tu tens que colocar 10 para cá. (Para a mesa e trocar por um pingo preto).

Bru separou 10 pingos verdes e colocou na mesa.

Ge – E agora (tem)12?

Ge – Quanto vale essa pretinha? (Pingo preto)

Bru – Dez.

Ge – Essa aqui? (Apontando para o pingo verde).

Bru – Um.

Ge – O que tu fizeste para conseguir essa preta? (Pingo preto).

Bru – Eu dei 10 dessas aqui que valem 1 (apontando para 10 peças verdes) e peguei 1 preta (um pingo preto).

Fla estava no espaço 8 da cartela e desvirou um cartão com o número 3 e pegou 3 pingos amarelos.

Fla – Mais 3. (Desvirou um cartão com o número 3 e pegou 3 pingos amarelos).

Fla olhou para os números da cartela e contou.

Fla – 8 + 3 é igual a 11.

Fla colocou todos os pingos amarelos para o espaço 11 da cartela.

Ge – Muito bem.

Fla – Só que não cabe.

Ge – Como é que a gente faz? Tem que pegar essa pretinha aqui (pingo preto).

Fla – Que vale 10. Posso pegar 1 dessas (pingo preto) e dar 10 amarelas?

Ge – Vai contando.

Fla contou "3, 6, 7, 9, 10" e separou 3, mais 3 e depois contou na seqüência.

Ge – Como é que tu fizeste aqui? Como tu chegaste no 11. Tu tinhas 8...

Fla – 8 + 3 deu 11. Eu troquei por uma pecinha preta que vale 10, eu troquei por 10.

Ge – E aí?

Fla – 10 + 1 = 11.

b) Crianças com dificuldades

Bar estava no espaço 12 da cartela e tinha realizado a troca das unidades pelas dezenas, mas apresentou dificuldades na adição de dezenas e unidades.

Bar – 10 + 2 = 12.

Ge – Então a preta (pingo preto), vamos ... considerar que ela vale 10.

Bar confirma.

Ge – Agora, deixa-me ver aqui. Tu estás no 12, não é?

Bar não responde.

Ge – Agora mais 2 (desvirei o número 2). Estou indo de 2 em 2. 7, 8, 9. (Coloquei todos os pingos no espaço 9 da cartela).

Ge – Será que tu tens chance ou eu tenho de chegar mais rápido no 15?

Bar não respondeu e não estava prestando atenção na minha jogada.

Ge – Vai.

Bar – Quatro. (Retirou um cartão com o número 4).

Ge – Mais 4.

Bar pegou 4 pingos amarelos na mão, olhou para a cartela e se recostou na cadeira.

Bar – Ai! Esqueci...

Ge – Pára aí! Onde tu estás? O que tu esqueceste?

Bar – Eu não sei o que eu vou fazer agora.

Ge – Nós estamos somando...

Bar olha para a cartela e não fala nada.

Ge – Tu tens 12 (apontando para o espaço 12 da cartela). Quanto mais tu tens aí? (apontando para o que Bar tinha na mão).

Bar – Quatro. (Tinha 4 pingos amarelos na mão).

Ge – Quatro. 12 mais 4 dá quanto?

Bar ficou pensando.

Ge – Conta aqui (apontando para os pingos que ela tinha na mão)

Bar contou a partir do 12 mais 4 e achou 16: “13, 14, 15, 16”.

Observações:

Bar fez a troca das dez unidades por uma dezena e depois pegou mais 4 peças, conforme o cartão que ela desvirou, só que esqueceu qual seria o próximo passo a ser realizado. Ela olhou para a cartela e para as peças, mas estas (1 pingo preto e 2 amarelos indicando 12) não significavam, naquele momento, o número 12. Ela deveria ter acrescentado a este número as quatro peças retiradas anteriormente e, por isso, precisou de ajuda.

Como já ressaltei anteriormente, cada criança jogaria somente uma vez cada jogo, mas Pri participou de três sessões com jogo Equivale 2. Ela não tinha bem clara a noção de dezena e não entendia o procedimento de trocas que o jogo exige. Pri sabia que, num determinado momento, era necessário realizar trocas porque o espaço não comportava todas as peças. Por exemplo, quando ela chegasse no espaço 10 da cartela, deveria trocar 10 pingos coloridos por um pingo preto valendo 1 dezena. Ao invés disso, cada vez que jogava, ia retirando os pingos, para que coubessem nos espaços menores.

Apresentarei, a seguir, os trechos das três sessões que Pri vivenciou.

Primeira sessão:

Neste momento do jogo, Pri estava no espaço do número 9 da cartela e desvirou um cartão com o número 1.

Pri – 1 mais 9? 10.

Ge – E agora será que vai dar tudo aí? (Será que os 10 pingos azuis poderão ficar no espaço 10 que é pequeno?)

Pri – Vamos ver.

Pri começou a passar, 1 a 1, os pingos azuis para o espaço 10 da cartela e contou.

Pri – Foi um pouquinho para o 9. (Os pingos ultrapassaram o espaço do número 10).

Ge – Mas têm que ficar todos bem juntinhos. O que aconteceu com este espaço (espaço do número 10)?

Pri – Muito pequenininho.

Ge – Muito pequeno. E o que poderíamos fazer quando chegar no 10 (espaço do número 10)? O que tu achas que poderíamos fazer, usando esta pretinha (pingo preto)?

Pri ficou pensativa e não respondeu.

Ge – O que tu podes me dizer destes espaços (apontando para o espaço do 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9), que eram pequenos e foram aumentando, e aqui (no espaço 10), que tem mais peças, o espaço é menor.

Pri só observava, não falava.

Ge - Esta pretinha (pingo preto) nós podemos trocar. Por quantos (pingos) nós podemos trocar?

Pri – Um.

Ge – Será que tirar 1 (1 pingo) dá?

Pri – Acho que dá.

Ge – Se tirar 1 (1 pingo) tem que colocar a preta (pingo preto) e ai fica a mesma coisa.

Pri – Não dá.

Ge – Por 1 não dá.

Pri – Tem que tirar 4 (retirar 4 pingos do espaço 10)?

Ge – Será? Vê por 4.

Pri retirou 4 pingos do espaço 10.

Ge – Ainda fica apertado?

Pri – Fica.

Ge – Tu trocaste por 4 (por 4 pingos) e se trocar por mais?

Pri retirou mais 2 pingos do espaço 10.

Ge – 4 mais 2 dá 6. Tu já trocaste por 6?

Pri contou os pingos do espaço 10.

Pri – Agora sim.

Ge – Estes 6 (pingos) que tu tiraste, trocaste pelo quê?

Pri – Pela preta (pingo preto).

Ge – Então, a preta (pingo preto) tem que entrar ali (apontando para o espaço 10).

Ge – Esta preta (pingo preto) está valendo quanto?

Pri – Seis.

Observações:

Na seqüência das jogadas, Pri trocou ainda por outro número e precisou refazer a jogada. Ficou bastante difícil a compreensão do procedimento do jogo, bem como o porquê da troca dos pingos coloridos por um preto.

Segunda Sessão:

Neste momento do jogo, Pri estava no espaço 8 da cartela e desvirou um cartão com o número 5 e deveria pegar da mesa 5 pingos azuis e somar com o resultado anterior 8 + 5 = 13.

Pri – 5 mais 8... 9, 10, 11, 12, 13 (Pri contou nos dedos, a partir do oito, mais 5 para chegar ao resultado).

Ge – Treze. Como é que nós vamos fazer?

Pri contou "1, 2, 3, 4, 5" e pegou 1 a 1 as 5 pingos azuis já existentes no espaço 8 e colocou no espaço do 13, mas não pegou os 5 pingos correspondentes a essa jogada na mesa.

Pri – Não vai dar. (observou que o espaço do número 13 é pequeno).

Ge – Não vai dar? Como é que a gente poderia fazer?

Pri – Tem que substituir 5 pecinhas (pingos azuis) por 1 preta (pingos preto), não é?

Ge – Pode ser.

Pri tirou os 5 pingos do espaço 13 e colocou um pingo preto: “Aqui é o número 8” (apontando para o pingo pretos).

Ge – Tá, mas tu trocaste o quê? Vamos ver aqui? Vamos retomar. Tu estavas no 8, e aí, tu tiraste mais 5. Tu tens que pegar os 5 (pegar os 5 pingos na mesa) para não te perderes depois. Daqui a pouco, tu tiras os 5 pingos correspondentes ao cartão 5 que desviaste na jogada anterior.

Ge – Cinco tu somaste. Então (apontando para o pingo preto), o que tu fizeste aqui?

Pri – Eu somei o 8 com mais 5. O total dá 13.

Ge – Dá 13. Como tu vais colocar todas as pecinhas (pingos azuis) aqui no 13 (espaço 13)?

Pri – Não dá, porque é muito pequenininho (o espaço do número 13 é pequeno).

Ge – Isso! Muito pequenininho o espaço. Tens essa preta (pingo preto) que tu podes trocar. Então, por qual número tu podes trocar?

Pri – Posso trocar pelo 8. Daí eu teria que colocar 5 pecinhas (pingos) aqui (apontando para o espaço 13). No espaço 13 já tinha um pingo preto e Pri colocou 5 pingos azuis.

Pri – Não deu.

Ge – Por 8 não deu. Por…

Pri – Será que pelo 5 dá?

Ge – Mas será? Tu trocaste pelo 8 e já não deu. E o 5, o que acontece?

Pri – Acho que também não vai dar.

Ge – Então, se a gente está no 8, qual é o outro número que poderia ser trocado essa preta?

Pri – Deixa eu ver…

Ge – O que tu achas? Aqui, neste caso, a preta (pingo preto) vale…

Pri – Oito.

Ge – 8. Se tu trocasses por um número maior do que 8, qual seria o número maior do que o 8?

Pri – O 10... daria?

Ge – Será que tu trocando... Por qual número?

Pri – Dez.

Ge – Por 10?

Pri – Agora dá (Pri retirou 2 pingos do espaço 13).

Ge - Agora dá. O que tu fizeste aqui?

Pri – Esse pretinho (pingo preto) está valendo 10.

Observações:

Pri já estava cansada, mas disse que poderiam ser trocados os 10 pingos azuis por um preto. Como Pri não pegou, anteriormente, os 5 pingos azuis da mesa referentes a sua jogada, precisou refazer a troca mais duas vezes para chegar ao resultado proposto.

Terceira Sessão:

Neste momento do jogo, Pri estava no espaço 9 da cartela e desvirou um cartão com o número 3.

Pri considerou 9 e contou nos dedos mais 3: "9 ... 10, 11, 12".

Ge – Como é que nós vamos fazer agora?

Pri colocou os 9 pingos, um a um, no espaço do 13. Na soma anterior, ela disse que o resultado de 9 + 3 era 12 e não 13.

Pri – Dá 13.

Ge – Quantas peças (pingos) tu tinhas aqui? (Apontando para o espaço do número 9).

Pri – Nove.

Ge – Quantas tu tens aqui? (Apontando para os pingos colocados no espaço do 13).

Pri contou um a um até chegar a 9 e depois pegou mais 2 pingos da mesa e contou: “10, 11”. Pegou mais um pingo na mesa e ficou com ele na mão e disse: “Não dá”.

Ge – Não dá o quê?

Pri – Tem muitas pedrinhas (pingo) e o número é pequeno (o espaço é pequeno).

Ge – O número ou...

Pri – O espaço.

Ge – O espaço é muito pequeno e não dá para colocar todas essas pecinhas (pingos) aí, o que a gente poderia fazer? Tu lembras o que se pode fazer?

Pri – Substituir quantas pedrinhas (pingos) azuis por uma preta (pingo preto).

Ge – Quantas (pingos) a gente pode trocar?

Pri – Onze, doze (contou nos dedos) se for substituir por 11, eu ia ficar com 2. Será que dá?

Ge – Tu queres trocar quantas destas aqui (apontando para os pingos que estavam na cartela, no espaço do número13) por uma preta (pingo preto)?

Pri – Onze.

Ge – Onze? Vamos ver se dá. Quantas tu tens? Tu tiraste quantas?

Pri retirou os pingos da cartela, separou dois e contou o restante um a um: “1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10”. Contou novamente de 2 em 2: “2, 4, 6, 8, 10”. Ela contou novamente: “1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 (e contou nos dedos), 11, 12 (olhou para os 2 pingos que ela havia separado antes)”.

Pri – Vou ter que substituir por 10.

Ge – Tu vais substituir por 10, por quê?

Pri – Por uma pedrinha (pingo) preta.

Pri pegou um pingo preto e colocou no espaço 13 da cartela e mais os dois pingos azuis que ela havia separado antes.

Pri – Fica 12 aqui (apontando para as peças na cartela – ela se deu conta de que um pingo preto mais dois pingos azuis daria 12 e não 13).

Pri – Tenho que pegar mais uma (pingo).

Ge – Mas tu estavas no 12 ou no 13?

Pri – Treze. É que estava faltando mais uma (pingo) para completar o 13 aí eu peguei e misturei aqui junto (apontando para os pingos na mesa).

Ge – Tu estavas no 9.

Pri – Sim.

Ge – E tiraste quantas?

Pri – Tirei 3.

Ge – Quanto dá 9 + 3?

Pri – Dá 13 (respondeu olhando para as peças na cartela).

Pri - Dez, onze, doze (contou nos dedos). Ah! Não dá 12.

Ge – Dá 12? É 12 ou 13?

Pri – Doze.

Pri passou o pingo preto e os 2 pingos azuis para o espaço 12 da cartela.

Ge – Quanto vale a peça preta (pingo preto)?

Pri – Dez.

Ge – E as outras? (outras peças azuis).

Pri – Valem 1 cada.

Observações:

Pri trocou as 10 unidades por 1 dezena mas, na seqüência do jogo, quando eu precisei fazer a mesma troca na minha jogada, ela disse que eu poderia trocar por 5. Isso demonstra que a base dez não se impõe para ela como uma necessidade.

Durante a experimentação com jogo Equivale 2, foi observado, também, que Pri fez as trocas porque os espaços da cartela assim exigiam, mas o porquê das trocas não ficou claro para ela e isso poderá ser observado no exemplo a seguir.

Exemplo:

Ge – Sempre podemos trocar por 10 ou por outro número?

Pri – Pode trocar por outro número.

Ge – Qual outro número que podemos trocar (quando chegar no espaço 10 da cartela)?

Pri – Onze, doze.

O objetivo do jogo Equivale 2 é a adição de unidades, troca de 10 unidades por uma dezena e adição de dezenas e unidades. Com o desenrolar do jogo é necessário trocar 10 peças coloridas por uma preta, assim o 13, por exemplo, poderá ser representado por uma peça preta e 3 coloridas. Para Golbert (2000), isto é possível porque: "...se estabelece um consenso de que a peça preta representa 10 peças coloridas e esta relação passa a ser uma verdade matemática compartilhada pela comunidade da classe. Como o jogo trabalha as trocas de 10 unidades por 1 dezena, está, ao mesmo tempo, introduzindo os alunos nas práticas matemáticas da sociedade, como um todo". (p. 28).

6.2. Atividade Escrita

Os mesmos procedimentos encontrados no trabalho com os jogos matemáticos foram encontrados na atividade escrita realizada pelas crianças. Apresentarei, a seguir, os procedimentos encontrados na atividade escrita e os exemplos de cada um.

1. As crianças utilizam a contagem na seqüência, ao invés de fazerem cálculos.

Esse procedimento foi observado em todas as crianças. Para realizar os problemas e as operações, as crianças conservaram a primeira parcela e contaram, na seqüência um a um, até chegar ao resultado proposto.

Bru leu o segundo problema e foi armando a operação 2 + 4 + 5, contou nos dedos a partir do 2 (3, 4, 5, 6) e, depois, mais 5 (7, 8, 9, 10, 11). Contou na seqüência e escreveu o resultado.

$$\begin{array}{r} 2 \\ 4 \\ \underline{+5} \\ 11 \end{array}$$

Fla leu o segundo problema e foi armando a operação 2 + 4 é igual a 6, contou nos dedos a partir do 6 (7, 8, 9, 10, 11). Contou na seqüência e escreveu o resultado.

$$\begin{array}{r} 2 \\ 4 \\ \underline{+5} \\ 11 \end{array}$$

Bar leu o segundo problema e foi armando a operação 4 + 5 + 3. Contou nos dedos, a partir do 9 (10, 11, 12). Contou na seqüência e escreveu o resultado.

$$\begin{array}{r} 4 \\ 5 \\ \underline{+3} \\ 12 \end{array}$$

Pri leu o segundo problema (Maria... comeu 4 bombons, 5 negrinhos e 3 balas) e, em seguida, armou as operações. Ela somou a primeira operação (4 + 5 = 9) e multiplicou o valor anterior (9) pelo próximo número (3) e escreveu o resultado:

$$\begin{array}{r} 4 \\ \underline{+5} \\ 9 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 9 \\ \underline{\times 3} \\ 21 \end{array}$$

2. As crianças não recuperam o resultados de cálculos anteriores.

Esse procedimento foi observado durante a realização de toda a atividade escrita, onde as crianças resolviam os problemas ou as operações, e, às vezes, esqueciam o resultado e tinham que contar, novamente, para chegar ao resultado proposto. Por exemplo, na operação abaixo, Fla considerou 9 e contou mais 3, achou doze, escreveu o dois no resultado, o 1 acima do 49 e disse: “Vai um”. Em seguida considerou o 4 e contou mais sete e achou onze. Quando foi escrever o resultado, esqueceu e contou tudo novamente o (9 +3 e 4 +7), mas, no final, não considerou o “vai um” e achou o resultado 112 e não 122.

$$\begin{array}{r} 1 \\ 49 \\ \underline{+73} \\ 112 \end{array}$$

As outras crianças (Bru, Bar e Pri) acertaram o resultado de todas as operações. Mas quando esqueciam, recontavam, utilizando os dedos para chegar ao resultado proposto.

3. Como as crianças resolvem a adição de dezenas e unidades.

As operações estavam organizadas de duas maneiras diferentes, na forma vertical e na forma horizontal:

a) Na forma vertical: Ex: $\begin{array}{r} 35 \\ \underline{+46} \end{array}$

Todas as crianças resolveram as operações na forma vertical, sem apresentar dificuldades. No entanto, como ainda ficaram algumas dúvidas, com relação à compreensão das crianças sobre o significado de unidade e dezena, pedi que resolvessem outras operações, só que estas estavam organizadas na forma horizontal.

b) Na forma horizontal: Ex: 35 + 43 =

Apresentarei, a seguir, alguns exemplos das operações e como as crianças resolveram a adição de dezena com dezena e unidade com unidade na forma horizontal.

Bru
25 + 54 =
2 + 5 = 7
5 + 4 = 9
7 + 9 =16

Fla montou as operações na forma vertical e acertou os resultados, então pedi que resolvesse, novamente, só que na forma horizontal.

35 + 43 = 15
3 + 4 = 7
5 + 3 = 8

Bar montou as operações na vertical.
35 + 43 = 78

$$\begin{array}{r} 3 \\ \underline{+4} \\ 7 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 5 \\ \underline{+3} \\ 8 \end{array}$$

Perguntei como tinha achado o 78. Disse e escreveu “Juntei o 8 com o 7” e assim fez com as outras operações.

Pri
35 + 43 = 16
3 + 4 = 7
5 + 3 = 8

Diante do que foi observado na resolução das operações horizontais, pedi que as crianças escrevessem o significado (valor posicional) de cada número.

Apresentarei, a seguir, as respostas das crianças com relação ao valor posicional de cada número.

Bru: 25

- Quanto vale o 5?
- Vale 5.
- O cinco é o quê?
- Unidade.
- Quanto vale o 2?
- Vale 2.
- O dois é o quê?
- Dezena.
- E o que é dezena?
- Não sei

Fla: 35

- Quanto vale o 5?
- Vale 5.
- O cinco é o quê?
- Unidade.
- Quanto vale o 3?
- Vale 3.
- O três é o quê?

- Dezena.

- Quanto vale uma dezena?

- Não lembro... vale dez.

- Então, quanto vale o 3?

- Vale 10. Não vale 3.

Bar: 35

- Quanto vale o 5?

- Vale 5.

- O cinco é o quê?

- Unidade.

- Quanto vale o 3?

- Vale 3.

- O três é o quê?

- Dezena.

Pri: 43

- Quanto vale o 3?

- Vale 3.

- O três é o quê?

- Terceiro...Unidade.

- Quanto vale o 4?

- Vale 4.

- O quatro é o quê?

- Quarto... Unidade.

Na atividade escrita, foi possível observar os mesmos procedimentos encontrados nos Jogos Matemáticos Athurma. As crianças conservaram a primeira parcela e contaram, na seqüência, para chegarem ao resultado. Fizeram as contagens com uma enorme habilidade, contavam, esqueciam os resultados e recontavam. Nas operações onde era necessário adicionar dezenas com unidades, as crianças, algumas vezes, se atrapalhavam com o "vai um", isto é, o que vai é um mesmo e não dez. Isso demonstra que elas não têm o valor posicional bem definido. Por isso, no número 35, por exemplo, o 5 vale cinco e o 3 vale 3 e não trinta.

O que observei, na atividade escrita, é que as crianças estudadas resolveram as operações de forma mecânica, isto é, cada número era considerado como uma unidade, por isso que o três do trinta é três. Quando as crianças realizaram os cálculos na forma vertical, não foi tão fácil de identificar, já na forma horizontal fica claro que a dificuldade é com relação ao valor posicional. Para Kamii, (1992), é prematuro o ensino do valor posicional para as crianças na primeira série, uma vez que os exercícios contendo problemas de adição têm como objetivo o ensino dos sinais. Como o objetivo é que as crianças produzam respostas escritas, elas continuam a utilizar a contagem ao invés de pensar sobre as questões propostas e, conseqüentemente, fazer relações com aprendizados anteriores. Nas palavras da autora: "Esses exercícios encorajam as crianças a trabalharem de forma inconsciente e mecânica, concentrando sua atenção na produção de respostas escritas". (p. 118)

CONCLUSÕES

A partir da análise dos protocolos, observei, no trabalho de campo com os Jogos Matemáticos Athurma, que as crianças estudadas ainda permaneciam utilizando a contagem por unidades, na adição, após quatro anos de escolaridade no Ensino Fundamental. As crianças consideravam a primeira parcela como um conjunto de uma só unidade, mas contavam na seqüência para chegar ao resultado proposto, o que não é esperado neste nível de escolaridade.

Conforme apresentei na seção 4.1, algumas crianças que participaram das oficinas com os jogos matemáticos Athurma, com idades entre 9 e 12 anos, ainda faziam contagens um a um e nos dedos para resolverem cálculos com números mais baixos. Uma questão levantada, para ser verificada no trabalho de campo, era se as crianças investigadas, que já estavam na 4.ª série do Ensino Fundamental, ainda insistiam na contagem nos dedos, quando o cálculo envolvia quantidades mais baixas, como por exemplo: 4 + 5, 9 + 3, 8 + 5, etc. Como já referi no capítulo 2, Nunes e Bryant (1997) apontam que, se uma criança de 5 ou 6 anos tem que adicionar 5 fichas com mais 4 fichas, inicialmente, ela separa 5 fichas, depois 4 e, finalmente, "conta tudo" novamente. Já num outro momento, as crianças conseguem separar as 5 fichas e começam a "contar na seqüência", isto é, a partir de 5, contam "seis, sete, oito e nove". Nesse caso, as crianças utilizam como ponto de partida o total do primeiro conjunto. Portanto, as crianças avançam do "contar tudo" para o "contar na seqüência", ao perceberem que se trata de combinar uma unidade maior com uma menor.

No trabalho de campo, não foi encontrada nenhuma criança que "contasse tudo", mas foi verificado, que as quatro crianças estudadas, (Bru, Bar, Fla e Pri) conservavam a primeira parcela e contavam na seqüência, utilizando os dedos, mesmo quando o cálculo envolvia quantidades mais baixas. De acordo com Kamii, (1992), as crianças passam um longo tempo "contando tudo", para depois passar a contar na seqüência.

É natural que as crianças, desde pequenas, aprendam a contar nos dedos para resolver as operações, mas o que devemos nos questionar é por que elas continuam a contar nos dedos, na medida que vão avançando na escola. No trabalho de campo, as crianças resolveram com facilidade as combinações do tipo 3 + 3, 4 + 4, 5 + 5 e assim por diante, mas não utilizaram outras estratégias. Essas crianças, que se utilizam da contagem para resolver as operações, apresentam mais problemas para lembrarem os resultados e é por isso que elas, freqüentemente, esquecem e têm que refazer todos os cálculos novamente. E essa atividade torna-se, na maioria das vezes, muito cansativa e desinteressante, mesmo quando a criança está jogando. Isso demonstra que as crianças devem ser incentivadas a realizarem seus próprios agrupamentos mentais. Kamii, (1992), ressalta que algumas combinações são extremamente fáceis para as crianças como, por exemplo, 3 + 3, 5 + 5, assim como qualquer número somado a 1. Mas, quando as crianças têm que resolver operações mais complexas, utilizam algumas estratégias diferentes como por exemplo: "Há crianças que preferem fazer 8 + 5, agrupando parcelas em torno de 10 (8 + 2) + 3, enquanto outras preferem trabalhar em torno de 5 (5 + 5) + 3" (p. 116). O papel do professor não é, simplesmente, dizer o que está certo ou errado, mas proporcionar momentos de discussões e trocas entre as crianças, pois só assim ocorrerá construção de conhecimento.

Sobre a questão de que alguns princípios da contagem ainda não estariam construídos pelas crianças investigadas, posso dizer que as crianças sabiam contar, mas não faziam uso da contagem para realizar estratégias, a fim de resolver as operações. Durante a realização dos jogos matemáticos e da atividade escrita, observei que as crianças apresentavam uma habilidade enorme para contar nos dedos e chegarem ao resultado proposto. Só que as crianças não conservavam os resultados anteriores, isto é, realizavam contagem do tipo 9 + 3 e achavam 12, em seguida aparecia o mesmo cálculo e era necessário contar tudo novamente. Isso acontece porque as crianças não aproveitam os resultados anteriores para resolver outras operações. Isso pode ser observado no capítulo 6, no procedimento onde as crianças não conservaram o resultado de cálculos anteriores.

Com relação à contagem, os estudos dos autores mostraram que, sozinha ela não é suficiente para que as crianças entendam o sistema de numeração. Para que ocorra a construção numérica, é necessário não só a noção de correspondência, mas, também, a conservação deve estar consolidada. Nunes e Bryant, (1997), afirmam que, em todo o sistema de numeração que utiliza uma base, a composição aditiva do número por unidades de valores diferentes é um conceito fundamental. O número é uma estrutura mental que demora muito para ser construída pelas crianças. Portanto, no ensino da Matemática em geral, não basta ensinar ou jogar uma vez, para a criança aprender. É necessário que haja um trabalho constante e contínuo. Na atividade escrita (referida no capítulo 6), realizada com as crianças, observei que elas estão muito presas ao registro do algoritmo. A forma mecânica com que a Matemática é ensinada, na sala de aula, e, conseqüentemente, a insistência com tarefas do tipo "Arme e efetue" pode ser um complicador para que as crianças compreendam a adição.

Como já citado, anteriormente, o jogo não é só importante na escola, mas, também, na vida do ser humano. Jogar proporciona socialização, trocas, agilidade mental etc. É maravilhoso, quando se está jogando e a criança diz: "Mas era só isso?" ou "Como eu não tinha percebido isso antes"? ou simplesmente ri. Mas uma outra situação que ocorre e que é de preocupação é quando se joga com crianças de 4.ª série, com idades entre 9 a 12 anos, que estão presas ao algoritmo ensinado na escola, mas, na verdade, elas não compreenderam o sistema decimal de numeração. Nesta pesquisa, as quatro crianças de 4.ª série estudadas, conservavam a primeira parcela, mas continuavam contando por unidades na segunda parcela. Isso se deve ao fato de que o processo de construção do número, nestas crianças, ainda está em constituição.

A experiência do trabalho com jogos matemáticos mostrou, claramente, que, com o desenrolar das jogadas, é possível verificar onde as crianças apresentam dificuldades, o que, na atividade escrita, não é tão fácil de ser identificado. O trabalho com jogos já é utilizado por vários professores, na sala de aula, mas, em muitos casos, os jogos servem apenas como reforço de aprendizagem e como prêmio para os alunos que terminam as tarefas escolares antes dos colegas. A partir desta pesquisa, constatei que é necessário conhecer os processos de pensamento da criança. E, para essa finalidade, os jogos matemáticos são um recurso por excelência, porque dão lugar a interações, trocas e explicações de como as crianças estão pensando e agindo. Os jogos podem ser considerados como um recurso que permite aos professores iniciar e orientar discussões que surgem, diariamente, na sala de aula. Mas não é só isso, os jogos devem ser trazidos de um plano secundário para um principal na aprendizagem da Aritmética. Os Jogos Matemáticos Athurma podem ser utilizados, para que as crianças superem o estágio de contar tudo, contar nos dedos e construam a noção de totalidade.

Por isso, é importante que os educadores tenham clareza e justifiquem seus objetivos, a partir do conhecimento científico de como cada criança constrói o seu conhecimento, dentro de si mesma, através da interação com o meio em que vive. Piaget, sempre esteve preocupado nas suas pesquisas, em saber como a criança aprende e estrutura o seu conhecimento. E a opção de trabalhar nesta pesquisa, com a Epistemologia Genética, é porque ela está centrada em estudos experimentais e a preocupação fundamental é a construção do conhecimento.

A partir deste trabalho, novos estudos poderão ser realizados com um número maior de crianças. Com o objetivo de trazer mais subsídios, para que possam ajudar os professores na sua prática diária. Assim como as crianças não são incentivadas a dizer o que pensam sobre o conteúdo, dentro da sala de aula, também os professores não são encorajados a colocarem seus pontos de vista com relação ao currículo que, muitas vezes, é simplesmente imposto e o professor tem que cumprir.

Para concluir, farei uma citação daquele que foi a base teórica desta pesquisa, com o qual aprendi que o sujeito constrói seus conhecimentos na interação com o meio físico e social. Para Piaget, (1972/1978), "O ideal da educação não é aprender ao máximo, maximalizar os resultados, mas é antes de tudo aprender a aprender; é aprender a se desenvolver e aprender a continuar a se desenvolver depois da escola". (p. 225)

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

DOMAHIDY-DAMI, Catherine; BANKS LEITE, Luci. As Provas Operatórias no exame das Funções Cognitivas. In Piaget e a Escola de Genebra. São Paulo: Cortez, 1987.

DORNELES, Beatriz Vargas. Escrita e Número: Relações Iniciais. Porto Alegre: Artes Médicas, 1998.

FRANCO, Sérgio Roberto Kieling. O Construtivismo e a Educação. 6. ed. Porto Alegre: Mediação, 1997.

FRANCO, Sérgio Roberto Kieling. Lógica Operatória e Lógica das Significações em Adultos do Meio Rural: um estudo piagetiano e seu significado educacional. Porto Alegre: UFRGS, 1999. (Tese de Doutorado).

FERREIRO, Emília. Vigência de Jean Piaget. México: Siglo Veintiuno, 1999.

FREIRE, Paulo. Pedagogia da Autonomia: saberes necessários à prática educativa. São Paulo: Paz e Terra,1997.

GOLBERT, Clarissa. Seligman. Jogos Matemáticos 1. Athurma - Quantifica e Classifica. Porto Alegre: Editora Mediação, 1997.

GOLBERT, Clarissa. Seligman. Jogos Athurma 2. Matemática nas Séries Iniciais. O Sistema Decimal de Numeração. Porto Alegre: Editora Mediação, 2000.

GOLBERT, Clarissa. Seligman. A Matemática Escolar Numa Sociedade Informatizada. In: Projeto – Revista de Educação: Matemática. Porto Alegre: Projeto, v. 2 n.3, 2000.

GOLBERT, Clarissa. Seligman. Novos Rumos na Aprendizagem da Matemática: conflito, reflexão e situações-problemas.Porto Alegre: Editora Mediação, 2002.

IFRAH, Georges. Os Números: A História de uma Grande Invenção. São Paulo: Globo, 1998.

KAMII, Constance. Reinventando a Aritmética: implicações da teoria de Piaget. Campinas: Papirus, 1992.

KAMII, Constance. A Criança e o Número: implicações educacionais da teoria de Piaget para atuação junto a escolares de 4 a 6 anos. Campinas: Papirus, 1991.

MACEDO, Lino. Ensaios Construtivistas. São Paulo: Casa do Psicólogo,1994.

MACEDO, Lino, PETTY, A.L. S, PASSOS, N. C. Aprender com Jogos e situações Problemas. Porto Alegre: Artmed, 2000.

MACEDO, Lino. Jogos e sua Importância na Escola. In: Cadernos de Pesquisa. São Paulo: Cortez, nº 93, 1995.

MÜLLER, Gessilda. Cavalheiro. Um Estudo de Intervenção com Jogos Matemáticos. In: Projeto – Revista de Educação: Matemática. Porto Alegre: Projeto, v. 2, nº 3, 2000.

NUNES, Terezinha & BRYANT, Peter. Crianças Fazendo Matemática. Porto alegre: Artes Médicas, 1997.

PIAGET, Jean. (1926) A Representação do Mundo na Criança. Rio de Janeiro: Editora Record, s/d.

PIAGET, Jean. (1947) Psicologia da Inteligência. 2ª. ed. Rio de Janeiro: Zahar, 1983.

PIAGET, Jean. & SZEMISKA, A.(1941) A Gênese do Número na Criança. Rio de Janeiro: Zahar, 1971.

PIAGET, Jean. (1970) A Epistemologia Genética. São Paulo: Abril Cultural, 1978. pp. 1-64. (Coleção Os Pensadores)

PIAGET, Jean. (1972) Problemas de Psicologia Genética. São Paulo: Abril Cultural, 1978. pp. 209-294.(Coleção Os Pensadores).

PIAGET, Jean. (1975) A Equilibração das Estruturas Cognitivas: o problema central do desenvolvimento. Rio de Janeiro: Zahar, 1976.

PIAGET, Jean et al. (1977) Abstração Reflexionante: relações lógico-aritméticas e ordem das relações espaciais. Porto Alegre: Artes Médicas, 1995.

YUNES, J. M. et al. Dicionário Ilustrado da Língua Portuguesa. 5ª ed. São Paulo: IBEP, 1972.

ANEXO

Atividade Escrita com as respostas das crianças e os comentários de como elas resolveram as questões propostas.

Bar

1) Problemas

2)

Ana precisava de 12 enfeites para sua árvore de Natal. Ganhou 5 de sua tia. Quantos enfeites Maria vai precisar comprar?

$$\begin{array}{r} 12 \\ -\ 5 \\ \hline 07 \end{array}$$

Maria foi ao aniversário de sua amiga e comeu 4 bombons, 5 negrinhos e 3 balas. Quantas doces Maria comeu?

$$\begin{array}{r} 4 \\ +\ 5 \\ 3 \\ \hline 12 \end{array}$$

2) Resolva

$$\begin{array}{r} {}^{1} \\ 35 \\ +46 \\ \hline 81 \end{array} \qquad \begin{array}{r} {}^{1} \\ 49 \\ +73 \\ \hline 122 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} {}^{1} \\ 52 \\ +88 \\ \hline 140 \end{array} \qquad \begin{array}{r} {}^{1} \\ 73 \\ +78 \\ \hline 151 \end{array}$$

3) Resolva

35 + 43= 78

$$\begin{array}{r} 3 \\ +\ 4 \\ \hline 7 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 5 \\ +\ 3 \\ \hline 8 \end{array}$$

juntei o 8 com o 7.

25 + 54= 79

$$\begin{array}{r} 2 \\ +\ 5 \\ \hline 7 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 5 \\ +\ 4 \\ \hline 9 \end{array}$$

juntei o 9 com o 7.

83 + 25= 108

$$\begin{array}{r} 8 \\ +\ 2 \\ \hline 10 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 3 \\ +\ 5 \\ \hline 8 \end{array}$$

juntei o 8 com o 10.

Bar

Leu o primeiro problema e armou a operação. Contou nos dedos 12 e depois retirou 5. Sobraram 7 e escreveu o resultado.

$$\begin{array}{r} 12 \\ \underline{-\ \ 5} \\ 07 \end{array}$$

Leu o segundo problema e foi armando a operação 4 + 5 + 3. Contou nos dedos, a partir do 9 (10, 11, 12). Contou na seqüência e escreveu o resultado.

$$\begin{array}{r} 4 \\ 5 \\ \underline{+3} \\ 12 \end{array}$$

Para resolver a segunda questão referente às operações, contou todos os resultados nos dedos e acertou, mas considerando tudo como unidade.

Na questão 3, onde a proposta era somar na horizontal as operações dezena com dezena e unidade com unidade. Pedi que observasse as operações e resolvesse. Mas Bar montou as operações na vertical.

35 + 43= 78

$$\begin{array}{rr} 3 & 5 \\ \underline{+4} & \underline{+3} \\ 7 & 8 \end{array}$$

Perguntei como tinha achado o 78. Disse e escreveu "Juntei o 8 com o 7". E assim fez com as outras operações.

Pedi que resolvesse a seguinte operação e já dei armada:

$$\begin{array}{r} 25 \\ \underline{+54} \\ 79 \end{array}$$
(Fez o resultado sem contar nos dedos)

Em seguida apresentei o número 35, e pedi que identificasse o valor posicional.

35

- Quanto vale o 5?
- Vale 5
- O cinco é o quê?
- Unidade
- Quanto vale o 3?
- Vale 3
- O três é o quê?
- Dezena

O caderno de Matemática de Bar, inicialmente, está organizado, tem data, os exercícios estão completos. Copia com caneta e responde a lápis. Mas, em seguida, passa a copiar com caneta e a maioria dos exercícios estão incompletos (frações, problemas, mmc, operações de multiplicação e divisão). Não utiliza a borracha, passa a caneta por cima do lápis para corrigir.

Quando questionada se gostava das aulas de Matemática respondeu o seguinte:

- Gosta de matemática?
- Mais ou menos.
- Não entendo as contas de divisão.

Fla

1) **Problemas**

Caio precisava de 10 figurinhas para completar seu álbum. Ganhou 6 de seu irmão. Quantas figurinhas ainda faltam?

+ 6
4
10

~~40~~

Maria foi ao aniversário de sua amiga e comeu 2 bombons, 4 negrinhos e 5 balas. Quantos doces Maria comeu?

+ 2
4
5
11

2) **Resolva**

1
35
+46
81

1
49
+73
112

1
52
+88
140

1
73
+78
151

3) **Resolva**

35 + 43= 78

25 + 54=

83 + 25=

+ 35
43
78

25
+ 54
79

83
+ 25
108

35 + 43 = 15
3 + 4 = 7
5 + 3 = 8

25 + 54 = 16
2 + 5 = 7
5 + 4 = 9

83 + 25 = 18
8 + 2 = 10
3 + 5 8

dezena 3 5 unidade vale 5
vale três dezena
como 30

Fla

Leu o primeiro problema, pensou um pouco, contou a partir de 6 (7, 8, 9, 10), visualizou o 4 nos dedos e armou a operação 6+ 4 na vertical e escreveu o resultado 10.

Leu o segundo problema e foi armando a operação 2 + 4 é igual a 6. Contou nos dedos, a partir do 6 (7, 8, 9, 10, 11). Contou na seqüência e escreveu o resultado.

$$\begin{array}{r} 2 \\ 4 \\ \underline{+5} \\ 11 \end{array}$$

Para resolver a questão 2 referente às operações, contou todos os resultados nos dedos, mas considerando tudo como unidade. Acertou 3 das 4 operações.

$$\begin{array}{r} 1 \\ 49 \\ \underline{+73} \\ 112 \end{array}$$

Somou 9+3=12 (escreveu o 2). Escreveu o “vai um” mas não contou. Somou 4+7=11. Achou o resultado 112 e não 122.

Na questão 3, onde a proposta era somar na horizontal as operações dezena com dezena e unidade com unidade, Fla armou na vertical as operações e resolveu certo.

Como Fla tinha armado na vertical, pedi que resolvesse as mesmas operações na horizontal, somando dezena com dezena e unidade com unidade.

35 + 43=
3 + 4= 7
5 + 3= 8
7 + 8=15 (Somou nos dedos)

Em seguida apresentei o número 35, e pedi que identificasse o valor posicional.

35
- Quanto vale o 5?

- Vale 5.

- O cinco é o que?

- Unidade (Lembrou que se chamava unidade).

- Quanto vale o 3?

- Vale 3.

- O três é o quê?

- Dezena.

- Quanto vale uma dezena?

- Não lembro... vale dez.

- Então quanto vale o 3?

- Vale 10. Não vale 3.

Escrevi o número 35 e pedi que escrevesse o que era unidade e o que era dezena e quanto valia cada um. E ele escreveu:

(dezena – vale 3 dezenas como 30) 35 (unidade – vale 5)

O caderno de Matemática de Fla não tem capa e nem início. Não utiliza data, a compreensão é difícil (da letra e dos números). Escreve numa folha e pula 2. Risca com caneta ao invés de apagar. Escreve a resposta certa por cima do lápis. Há alguns exercícios incompletos.

Quando questionado se gostava das aulas de Matemática respondeu o seguinte:

- Gosta de Matemática?

- Mais ou menos...

- Só das continhas de dividir. Não gosto das frações.

Bru

1) Problemas

Maria precisava de 12 enfeites para sua árvore de Natal. Ganhou 5 de sua tia. Quantos enfeites Maria vai precisar comprar? 7 enfeites

$$\begin{array}{r} 12 \\ -\ 5 \\ \hline 07 \end{array}$$

Ana foi ao aniversário de sua amiga e comeu 2 bombons, 4 negrinhos e 5 balas. Quantos doces Ana comeu?

$$\begin{array}{r} 2 \\ +\ 4 \\ 5 \\ \hline 11 \end{array}$$

2) Resolva

$$\begin{array}{r} 1 \\ 35 \\ +46 \\ \hline 81 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 1 \\ 49 \\ +73 \\ \hline 122 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ 52 \\ +88 \\ \hline 140 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 1 \\ 73 \\ +78 \\ \hline 151 \end{array}$$

3) Resolva

D U D U
35 + 43=
3+4=7
5+3=8
7+8=15

25 + 54=
2+5=7
5+4=9
7+9=16

83 + 25=
8+2=10
3+5=8
10+8=18

Bru

Leu o primeiro problema duas vezes, pensou um pouco e armou a operação (12 – 5). Contou nos dedos 12 e depois retirou 5 sobrou 7 e escreveu o resultado.

Quando perguntei: Maria tinha 7 enfeites. Quanto falta para completar 12? Pensou e contou nos dedos, a partir do 7. 8, 9, 10, 11, 12 (visualizou a mão com 5 dedos) E disse:5

$$\begin{array}{r} 12 \\ \underline{-\ 5} \\ 11 \end{array}$$

Leu o segundo problema e foi armando a operação 2 + 4 + 5. Contou nos dedos a partir do 2 (3, 4, 5, 6) e depois mais (7, 8, 9, 10, 11). Contou na seqüência e escreveu o resultado.

$$\begin{array}{r} 2 \\ 4 \\ \underline{+5} \\ 11 \end{array}$$

Para resolver a segunda questão referente às operações, contou todos os resultados nos dedos e acertou, mas considerando tudo como unidade.

Na questão 3, onde a proposta era somar na horizontal as operações dezena com dezena e unidade com unidade Bru, se atrapalhou. Pedi que observasse as operações e somasse dezena com dezena e unidade com unidade na horizontal.

25 + 54=

2 + 5= 7

5 + 4= 9

7 + 9=16

Em seguida, pedi que resolvesse a mesma operação, só que na vertical.

$$\begin{array}{r} 25 \\ \underline{+54} \\ 79 \end{array}$$

Achou os resultados, rapidamente, contando nos dedos.

Apresentei o número 25, e pedi que identificasse o valor posicional.

25

- Quanto vale o 5?

- Vale 5.

- O cinco é o quê?

- Unidade (Lembrou que se chamava unidade).

- Quanto vale o 2?

- Vale 2.

- O dois é o quê?

- Dezena.

- E o que é dezena?

- Não sei.

O caderno de Bru, no início do mês de setembro, está bem organizado os exercícios estão copiados de caneta, e respondido a lápis, têm enfeites, desenhos... A partir do mês de outubro, não tem organização, nem data, nem enfeites. A maioria dos exercícios estão incompletos (operações de multiplicação e divisão, frações, problemas e m.m.c.). Não utiliza a borracha e sim risca com a caneta por cima do lápis ou usa o corretivo.

Quando questionada se gostava das aulas de Matemática respondeu o seguinte:

- Gosta de Matemática?

- Não, só as contas de dividir que eu não gosto muito.

Pri

1) **Problemas**

Ana precisava de 12 enfeites para sua árvore de Natal. Ganhou 5 de sua tia. Quantos enfeites Ana vai precisar comprar?

$$\begin{array}{r} 12 \\ \times\ 5 \\ \hline 60 \end{array}$$

Maria foi ao aniversário de sua amiga e comeu 4 bombons, 5 negrinhos e 3 balas. Quantas doces Maria comeu?

$$\begin{array}{r} 4 \\ +5 \\ \hline 9 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 9 \\ \times 3 \\ \hline 21 \end{array}$$

2) Resolva

$$\begin{array}{r} {}^{1}\ \ \\ 35 \\ +46 \\ \hline 81 \end{array} \qquad \begin{array}{r} {}^{1}\ \ \\ 49 \\ +73 \\ \hline 122 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} {}^{1}\ \ \\ 52 \\ +88 \\ \hline 140 \end{array} \qquad \begin{array}{r} {}^{1}\ \ \\ 73 \\ +78 \\ \hline 150 \end{array}$$

3) Resolva

35 + 43= 16 | 25 + 54= 17 | 83 + 25= 18

3 + 4 = 7 | 2 + 5 = 7 | 8 + 5 = 13

5 + 3 = 8 | 5 + 5 = 10 | 3 + 2 = 5

8 5

7 9

vale como unidade ← 25 → vale como unidade

...ta ... de ...mática?

Sim só que eu gosto mais de português, não entendo muito bem a divisão e o fração.

Pri

Leu o primeiro problema, não pensou muito e, em seguida, armou a operação e escreveu o resultado.

1
12
x 5
60 (Fez uma operação de multiplicação ao invés de somar 5 + ... = 12 ou subtrair 12 – 5 = ...

Leu o segundo problema e, também, não ficou pensando muito. Em seguida, armou as operações e escreveu o resultado:

4
+5
9 (Maria... comeu 4 bombons, 5 negrinhos e 3 balas) Ela somou certo 4 + 5 = 9

Ao invés de continuar somando, Pri multiplicou o valor anterior (9) pelo próximo número (3)

9
x3
21 (Multiplicou 9 x 3 e errou o resultado)

Para resolver a segunda questão referente às operações, contou todos os resultados nos dedos e acertou 3 das quatro, mas considerando tudo como unidade.

73
<u>+78</u>
150 (Considerou 8 + 3 = 10 e não 11)

Na questão 3, onde a proposta era somar na horizontal as operações dezena com dezena e unidade com unidade, resolveu da seguinte forma:

35+43=

3+4=7

5+3=8 (Somou 7+8 e achou 16)

25+54=

2+5=7

5+5=10 (Somou unidade com dezena e achou 17)

83+25=

8+5=13 (Somou unidade com dezena e achou 13)

3+2=5 (Somou unidade com dezena)

Pedi que resolvesse a seguinte operação e já dei armada:

25
<u>+54</u>
79 (Fez o resultado, contando nos dedos)

Mostrei o número abaixo e pedi que escrevesse o valor posicional. Escreveu da seguinte forma:

(Vale como unidade) 25 (vale como unidade)

A seguir apresentei o número 43, e pedi que identificasse o valor posicional.

43

- Quanto vale o 3?
- Vale 3.
- O três é o quê?
- Terceiro...Unidade
- Quanto vale o 4?
- Vale 4.
- O quatro é o quê?
- Quarto...Unidade.

Quando questionada se gostava das aulas de Matemática respondeu o seguinte:

- Gosta de Matemática?
- Sim, só que eu gosto mais de Português. Não entendo muito bem a divisão e as frações.