

Universidade Federal do Rio Grande do Sul  
Escola de Engenharia  
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil

**Efeito das imperfeições geométricas iniciais na capacidade  
resistente de perfis racks submetidos à compressão**

**Rodrigo Escolante Pereira**

Porto Alegre  
2022

RODRIGO ESCOLANTE PEREIRA

**EFEITO DAS IMPERFEIÇÕES GEOMÉTRICAS INICIAIS NA  
CAPACIDADE RESISTENTE DE PERFIS RACKS  
SUBMETIDOS À COMPRESSÃO**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em  
Engenharia Civil da Universidade Federal do Rio Grande do Sul,  
como parte dos requisitos para Mestrado em Engenharia na Área de  
Estruturas.

Porto Alegre  
2022

### CIP - Catalogação na Publicação

Pereira, Rodrigo Escolante

Efeito das imperfeições geométricas iniciais na capacidade resistente de perfis racks submetidos à compressão / Rodrigo Escolante Pereira. -- 2022. 210 f.

Orientador: Inácio Benvegnu Morsch.

Coorientador: Enio Carlos Mesacasa Júnior.

Dissertação (Mestrado) -- Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Escola de Engenharia, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Porto Alegre, BR-RS, 2022.

1. perfis racks. 2. imperfeições geométricas iniciais. 3. porta-paletes. 4. compressão. I. Morsch, Inácio Benvegnu, orient. II. Júnior, Enio Carlos Mesacasa, coorient. III. Título.

**RODRIGO ESCOLANTE PEREIRA**

**EFEITO DAS IMPERFEIÇÕES GEOMÉTRICAS INICIAIS NA  
CAPACIDADE RESISTENTE DE PERFIS RACKS  
SUBMETIDOS À COMPRESSÃO**

Esta dissertação de mestrado foi julgada adequada para a obtenção do título de MESTRE EM ENGENHARIA, Área de Concentração Estruturas e aprovada em sua forma final pelo professor orientador e pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil da Universidade Federal do Rio Grande do Sul.

Porto Alegre, 25 de Março de 2022

Prof. Inácio Benvegnu Morsch  
Dr. pelo PPGEC/ UFRGS  
orientador

Prof. Enio Carlos Mesacasa Júnior  
Dr. pela E.E. de São Carlos/USP  
coorientador

Prof. Lucas Festugato  
Coordenador do PPGEC/UFRGS

**BANCA EXAMINADORA**

**Prof. Arlene Maria Cunha Sarmanho (UFOP)**  
Dra. pela COPPE/UF RJ

**Prof. Eduardo Bittencourt (UFRGS)**  
Dr. pelo PPGEC/UFRGS

**Prof. Zacarias Martin Chamberlain Pravia (UPF)**  
Dr. pela COPPE/UF RJ

Este trabalho é dedicado à minha família e a todos que  
contribuíram ao longo desta caminhada.

## **AGRADECIMENTOS**

Agradeço à Deus pela oportunidade e os aprendizados adquiridos ao longo da vida e deste trabalho.

Agradeço à toda a minha família, em especial aos meus pais, Ricardo e Janete, cuja dedicação, carinho e apoio contribuíram para a conclusão desta etapa.

Agradeço também aos colegas que, ao longo desta jornada, auxiliaram indiretamente no trabalho. Um agradecimento especial aos amigos Guilherme Flesch Cervantes e Luís Fernando Zambom pelo apoio no período.

Agradeço também a meu orientador, professor Inácio Benvegnu Morsch, pela sua dedicação, disponibilidade e auxílios prestados durante a realização deste trabalho. Suas recomendações e conselhos foram de grande valia durante o processo. Igualmente, agradeço ao professor Enio Carlos Mesacasa Júnior, coorientador deste trabalho, pelos ensinamentos e esclarecimentos transmitidos.

Agradeço à CAPES pelo auxílio financeiro concedido, o qual permitiu o engajamento e desenvolvimento desta pesquisa.

Agradeço a todos que de alguma forma contribuíram e acompanharam esta caminhada. Todo o apoio e dedicação recebidos foram essenciais para a conclusão deste trabalho.

Por fim, agradeço à Universidade Federal do Rio Grande do Sul, ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil (PPGEC) e ao CEMACOM, pelos conhecimentos adquiridos ao longo deste período, seja através das disciplinas, seja pelos desafios encontrados, os quais possibilitaram esta conquista.

A persistência é o caminho do êxito.  
*Charles Chaplin*

## RESUMO

PEREIRA, R. E. **Efeito das imperfeições geométricas iniciais na capacidade resistente de perfis racks submetidos à compressão**. 2022. 210p. Dissertação (Mestrado em Engenharia) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre.

A evolução dos meios de produção e do *e-commerce* aumentou a demanda por soluções de armazenamento, entre os quais se destaca o sistema porta-paletes. Neste sistema é comum o emprego de colunas de aço com seções do tipo rack com pequena espessura de parede e furos regulares ao longo do seu comprimento. Como os padrões de perfuração empregados podem variar entre os fabricantes, o projeto destes componentes torna-se um desafio. Em função disso, a abordagem das normas recomenda o uso de resultados experimentais. Por outro lado, o uso de soluções numéricas como o método dos elementos finitos pode ser utilizado. Analisando a presença de furos nos perfis, as imperfeições geométricas iniciais admitidas podem intervir na interação entre os modos de instabilidade local, distorcional e global. Neste contexto, este trabalho busca investigar essa influência na capacidade resistente de perfis racks submetidos à compressão. O estudo é desenvolvido a partir de um *software* comercial de elementos finitos. As imperfeições geométricas iniciais são geradas a partir da combinação de modos de instabilidade representativos. Um conjunto de combinações de irregularidades geométricas foi gerado e aplicado a comprimentos característicos em análises elásticas considerando a não linearidade geométrica. A partir desta investigação, foi selecionado um conjunto de curvas mais críticas, as quais foram reanalisadas considerando também a não linearidade do material. Os resultados para um aço ASTM A572 foram então comparados às resistências nominais segundo as normas NBR 14762 (2010), NBR 15524-2 (2007), EN 15512 (2009 e 2020) e o RMI (2019). Neste processo, foram avaliados também o método de Smith e Moen (2014), bem como o método de Casafont *et al.* (2013). De modo geral, houve coerência entre os resultados obtidos com os valores médios pelo método dos elementos finitos. Avaliando os resultados numéricos das análises não lineares, num mesmo grupo de curvas, se observou uma diferença relativa máxima de 16,39% e 14,04% na carga última de perfis com e sem furos, respectivamente. Para o *layout* de furos empregado, a redução na carga de falha do perfil sólido foi inferior a 10% para a combinação de imperfeição geométrica inicial distorcional-global considerada mais crítica.

**Palavras chave:** perfis *racks*, imperfeições geométricas iniciais, porta-paletes, compressão

## ABSTRACT

PEREIRA, R. E. **Effect of initial geometric imperfections on the nominal strength of rack uprights subjected to axial load.** 2022. 210p. Thesis (Master of Engineering) – Postgraduate Program in Civil Engineering, Federal University of Rio Grande do Sul, Porto Alegre.

The evolution of production systems and e-commerce has increased the demand for storage solutions, among which the pallet system storage. In this system, it is common to use steel columns with rack-type sections with small wall thickness and regular holes along their length. How the holes patterns can vary by manufactures, the design usually is a challenge. Due to this, the standards approach recommends the use of experimental results. On the other hand, the use of numerical solutions such as the finite element method can be used. Analyzing the presence of holes in the uprights, the initial geometric imperfections can intervene in the local interaction, between the distortional and global instability modes. In this context, this job aims to investigate this influence on the load capacity of rack uprights subjected to compression. The study is developed from a commercial finite element software. The initial geometric imperfections are generated from combinations of representative instability modes. A set of combinations of geometric irregularities was generated and applied to typical lengths considering the geometric non-linearity. From this investigation, a set of most critical curves were selected, which were re-evaluated also considering the material non-linearity. The results for an ASTM A572 steel were then compared to the nominal strengths according to NBR 14762 (2010), NBR 15524-2 (2007), EN 15512 (2009 and 2020) and RMI (2019) standards. In this process, the Smith and Moen (2014) method, as well as the Casafont et al. (2013) method, were also evaluated. In general, the values obtained are consist with the average results by finite element method. Evaluating the numerical results of the non-linear analyses, in the same group of curves, a maximum relative difference of 16.39% and 14.04% was observed in the ultimate load for uprights with and without holes, respectively. For the hole layout employed, the reduction in failure load of upright without holes was less than 10% for the distortional-global initial geometric imperfection combination considered as most critical.

**Keywords:** *uprights, initial geometric imperfections, rack storage system, axial load*

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1.1 - Porta-paletes.....	24
Figura 1.2 - Sistemas estáticos de armazenagem .....	25
Figura 1.3 - Sistemas dinâmicos de armazenagem.....	26
Figura 1.4 - Componentes estruturais de um sistema porta-paletes .....	26
Figura 1.5 - Ligação viga-coluna de um sistema de armazenagem.....	27
Figura 1.6 - Seções transversais usuais em colunas .....	27
Figura 1.7 - Exemplos de padrões de perfurações em perfis <i>racks</i> .....	28
Figura 2.1- Exemplos de seções do tipo <i>rack</i> .....	35
Figura 2.2- Componentes da seção transversal de um perfil <i>rack</i> .....	36
Figura 2.3- Modelo de elementos finitos com elementos de casca .....	38
Figura 2.4 - Modelo de um perfil em faixas finitas .....	39
Figura 2.5- Curva de assinatura de um perfil <i>rack</i> .....	40
Figura 2.6 - Elemento de viga baseado na Teoria de Viga Generalizada.....	42
Figura 2.7 - Entrada de dados de seção transversal <i>rack</i> pelo GBTUL.....	43
Figura 2.8- Amostra de ensaio de coluna curta .....	47
Figura 2.9 - Seção transversal equivalente .....	53
Figura 2.10 - Seção transversal modelada no CUFSM .....	55
Figura 2.11- Parâmetros geométricos principais da coluna.....	55
Figura 2.12- Parâmetros geométricos da coluna perfurada .....	60
Figura 2.13 - Determinação de $P_{crl,h}$ .....	60
Figura 3.1- Geometria do elemento SHELL181 .....	64
Figura 3.2 - Modelo integralmente com elementos de casca .....	65
Figura 3.3 - Geometria do elemento SOLID185 .....	66
Figura 3.4 - Seção transversal proposta (mm).....	67
Figura 3.5 - Dimensões das chapas de extremidade.....	68

Figura 3.6 - Etapas de construção do modelo em elementos finitos .....	68
Figura 3.7 - Modelo geométrico do perfil .....	69
Figura 3.8 - Perfil perfurado com chapas de extremidade modeladas.....	70
Figura 3.9 - Modelo em elementos finitos com a chapa de extremidade .....	71
Figura 3.10 - Condições de contorno aplicadas aos modelos.....	72
Figura 3.11 - Processo de análise <i>script</i> de controle .....	74
Figura 3.12 - Modelo em elementos finitos de casca .....	78
Figura 3.13 - Verificações realizadas para o modelo CC-F60 .....	79
Figura 3.14 - Modelo em elementos finitos com chapas de extremidade .....	80
Figura 3.15 - Comparação teórico-experimental do protótipo SUH60P2.....	80
Figura 3.16: Perfil em elementos finitos de casca .....	81
Figura 3.17- Validação modelo em elementos finitos de perfil perfurado.....	81
Figura 4.1- Representação da chapa superior no modelo em casca .....	84
Figura 4.2 - Aplicação da carga no modelo em casca na superfície média.....	84
Figura 4.3 – Diagrama trilinear com pontos considerados .....	90
Figura 4.4 - Força x deslocamento do perfil sem furos .....	91
Figura 4.5 - Força x deslocamento do perfil com furos.....	91
Figura 5.1 – Carga crítica elástica X Comprimento do perfil .....	96
Figura 5.2 – Pontos com deslocamento analisado.....	97
Figura 5.3 – Interação dos ponderadores de amplificação .....	103
Figura 5.4 – $P/P_{crit}$ X Desloc.: nó 1, perfil sólido, L=480 mm .....	105
Figura 5.5 – $P/P_{crit}$ X Desloc.: nó 4, perfil sólido, L= 480 mm .....	106
Figura 5.6 – $P/P_{crit}$ X Desloc.: nó 1, perfil perfurado, L= 480 mm .....	107
Figura 5.7 – $P/P_{crit}$ X Desloc.: nó 4, perfil perfurado, L= 480 mm. ....	108
Figura 5.8 – $P/P_{crit}$ X Desloc.: nó 2, L=480 mm.....	109
Figura 5.9 – $P/P_{crit}$ X Desloc.: nó 1, perfil sólido, L= 1280 mm .....	112
Figura 5.10 – $P/P_{crit}$ X Desloc.: nó 4, perfil sólido, L= 1280 mm .....	114

Figura 5.11 – $P/P_{crit}$ X Desloc.: nó 1, perfil perfurado, $L= 1280$ mm .....	114
Figura 5.12 – $P/P_{crit}$ X Desloc.: nó 4, perfil perfurado, $L= 1280$ mm .....	115
Figura 5.13 – $P/P_{crit}$ X Desloc.: nó 2, $L= 1280$ mm.....	116
Figura 5.14 – $P/P_{crit}$ X Desloc.: nó 1, perfil sólido, $L= 1600$ mm. ....	120
Figura 5.15 – $P/P_{crit}$ X Desloc.: nó 4, perfil sólido, $L=1600$ mm. ....	121
Figura 5.16 – $P/P_{crit}$ X Desloc.: nó 1, perfil perfurado, $L=1600$ mm. ....	122
Figura 5.17 – $P/P_{crit}$ X Desloc.: nó 4, perfil perfurado, $L=1600$ mm. ....	123
Figura 5.18 – $P/P_{crit}$ X Desloc.: nó 2, $L=1600$ mm.....	124
Figura 6.1 – Força x Desloc. $U_z$ para perfil de 480 mm sem furos .....	131
Figura 6.2 – Força x Desloc. $U_z$ para perfil de 480 mm com furos.....	132
Figura 6.3 – Força x Desloc. $U_z$ para perfil de 1280 mm sem furos .....	133
Figura 6.4 – Força x Desloc. $U_z$ para perfil de 1280 mm com furos.....	134
Figura 6.5 – Força x Desloc. $U_z$ para perfil sólido de 1600 mm .....	135
Figura 6.6 – Tensão de <i>von Mises</i> (MPa) para combinação (-0,405;1,38;0) para tensão.....	136
Figura 6.7 – Força x Desloc. $U_z$ para perfil perfurado de 1600 mm .....	137
Figura 6.8 – Força x Desloc. $U_z$ para perfil sem furos de 480 mm .....	139
Figura 6.9 – Força x Desloc. $U_z$ para perfil perfurado de 480 mm .....	141
Figura 6.10 – Força x Deslocamento para perfil sólido de 1280 mm .....	143
Figura 6.11 – Força x Desloc. $U_z$ para perfil perfurado de 1280 mm .....	144
Figura 6.12 – Força x Desloc. $U_z$ para perfil sólido de 1600 mm .....	146
Figura 6.13 – Força x Desloc. $U_z$ para perfil perfurado de 1600 mm .....	147
Figura 6.14 – Diferenças relativas de carga para perfis .....	151
Figura 6.15 – Valores médios de carga última em perfis .....	152
Figura 6.16 – Modelos constitutivos do aço testados no perfil 480 mm.....	154
Figura 6.17 – Modelos constitutivos do aço testados no perfil 1280 mm.....	155
Figura 6.18 – Modelos constitutivos do aço testados no perfil 1600 mm.....	155
Figura 7.1 – Curva de assinatura segundo o CUFISM e GBTUL .....	160

Figura 7.2 – Modelo numérico no GBTUL com opções gerais .....	160
Figura 7.3 – Solução numérica do GBTUL para perfil de 1280 mm .....	161
Figura 7.4 – Seção transversal com espessura reduzida no CUFSM .....	174
Figura 7.5 – Seção transversal com espessura reduzida no CUFSM .....	174
Figura 7.6 – Determinação da carga de flambagem local (a) $P_{cr, tr}$ (b) $P_{cr, h}$ .....	178
Figura 7.7 – Determinação da carga de flambagem distorcional $P_{crd, tr}$ .....	179
Figura 7.8 – Comparação MRD com resultados pelo MEF .....	183
Figura 7.9 – Comparação entre os modelos constitutivos nos métodos normatizados .....	185
Figura 7.10 – Comparação entre os métodos para perfis perfurados .....	187
Figura 7.11 – Métodos para perfis perfurados normalizados .....	188
Figura 7.12 – Resistências nominais segundo a NBR 14762 e NBR 15524-2.....	189
Figura 7.13 – Diferenças relativas entre as cargas de resistência nominais para perfis com e sem furos .....	190
Figura A.1- $P/P_{crit}$ X Desloc, nó 1, perfil sólido, L= 1840 mm .....	203
Figura A.2- $P/P_{crit}$ X Desloc., nó 1, perfil perfurado, L= 1840 mm.....	204

## LISTA DE TABELAS

Tabela 2.1 – Limites de aplicação do modelo espessura reduzida .....	56
Tabela 4.1– Cargas críticas de flambagem elástica .....	83
Tabela 4.2 – Valor de carga crítica de acordo com a configuração do elemento SHELL181 .	85
Tabela 4.3 – Diferenças relativas das cargas críticas com relação à malha de 5 mm .....	85
Tabela 4.4 – Diferenças relativas das cargas críticas com relação à opção de integração completa .....	86
Tabela 4.5 – Diferenças relativas para cargas críticas de flambagem elástica em relação à solução analítica .....	87
Tabela 4.6 – Valor máximo da energia do erro estrutural .....	88
Tabela 4.7 – Erro global pela análise de tensões dos modelos.....	89
Tabela 4.8 – Carga última obtidas pelos modelos .....	90
Tabela 4.9 – Erro relativo da carga última com relação à malha de 5 mm .....	91
Tabela 4.10 – Erro relativo da carga última em relação à opção de integração completa .....	92
Tabela 4.11 – Diferença relativa referente à carga última.....	92
Tabela 4.12 – Número de nós dos modelos.....	93
Tabela 4.13 – Número de elementos dos modelos .....	93
Tabela 4.14 – Número de graus de liberdade do modelo .....	93
Tabela 4.15 – Tempo (s) de processamento na análise não linear .....	94
Tabela 5.1 - Ponderadores testados por Pastor <i>et al.</i> (2014) .....	102
Tabela 5.2 – Valores de imperfeição geométricas considerados.....	103
Tabela 5.3 – Combinações para ANLGM, L= 480 mm .....	111
Tabela 5.4 – Combinações para ANLGM, L= 1280 mm .....	119
Tabela 5.5 – Combinações para ANLGM, L= 1600 mm .....	127
Tabela 6.1– Diferenças entre deformação e tensão de Engenharia X deformação e tensão verdadeiras .....	130
Tabela 6.2 – Diferenças relativas nos grupos, L= 480 mm, perfil sem furos.....	139
Tabela 6.3 – Diferenças relativas entre as curvas, L= 480 mm, perfil sem furos .....	140

Tabela 6.4 – Diferenças relativas nos grupos, L= 480 mm, perfil com furos .....	141
Tabela 6.5 – Diferenças relativas entre as curvas, L= 480 mm, perfil com furos .....	142
Tabela 6.6 – Diferenças relativas nos grupos, L= 1280 mm, perfil sem furos.....	143
Tabela 6.7 – Diferenças relativas entre as curvas, L= 1280 mm, perfil sem furos .....	144
Tabela 6.8 – Diferenças relativas nos grupos, L= 1280 mm, perfil com furos .....	145
Tabela 6.9 – Diferenças relativas máximas, L= 1280 mm, perfil com furos .....	145
Tabela 6.10 – Diferenças relativas nos grupos, L= 1600 mm, perfil sem furos.....	146
Tabela 6.11 – Diferenças relativas máximas, L= 1600 mm, perfil sem furos.....	147
Tabela 6.12 – Diferenças relativas nos grupos, L= 1600 mm, perfil com furos .....	148
Tabela 6.13 – Diferenças relativas máximas, L= 1600 mm, perfil com furos .....	148
Tabela 6.14 – Diferenças relativas máximas de carga última nos grupos.....	149
Tabela 6.15 – Diferenças relativas máximas de carga última em perfis sólidos e perfurados	149
Tabela 6.16 – Diferenças relativas máximas de carga pela ANLG.....	150
Tabela 6.17 – Redução máxima da carga de falha devido aos furos.....	153
Tabela 6.18 – Combinações utilizadas para análise trilinear.....	154
Tabela 6.19 – Diferenças entre modelos constitutivos com plasticidade .....	156
Tabela 7.1 – Propriedades geométricas da seção transversal de estudo.....	158
Tabela 7.2 – Cargas de falha dos corpos de prova simulados .....	158
Tabela 7.3 – Cargas de flambagem elásticas .....	162
Tabela 7.4 – Propriedades efetivas da seção transversal .....	168
Tabela 7.5 – Dados utilizados no método de Casafont.....	173
Tabela 7.6 – Verificação da aplicação do Método de Casafont (2013).....	173
Tabela 7.7 – Aplicação do Método de Casafont para perfil de 1280 mm .....	175
Tabela 7.8 – Propriedades geométricas da seção transversal com $t_{rG}$ nos furos .....	175
Tabela 7.9 – Propriedades geométricas médias da seção transversal.....	177
Tabela 7.10 – Aplicação do Método de Smith e Moen (2014).....	180
Tabela 7.11 – Aplicação do MRD nos perfis sem furos em estudo .....	182

Tabela 7.12 – Aplicação dos métodos de EPP nos perfis perfurados.....	184
Tabela 7.13 – Diferenças relativas entre os métodos de EPP e o MEF.....	184
Tabela 7.14 – Aplicação dos métodos de EPP com valores médios de ensaio .....	185
Tabela 7.15 – Aplicação dos métodos alternativos nos perfis perfurados.....	186
Tabela 7.16 – Diferenças entre os métodos alternativos testados .....	186
Tabela 7.17 – Diferenças relativas entre os métodos alternativos e o MEF.....	187
Tabela 7.18 – Fatores de normalização $P_y$ empregados .....	188
Tabela B.1– Combinações adotados para simular ensaios .....	209
Tabela B.2– Cargas de ensaio características utilizadas.....	210

## LISTA DE QUADROS

Quadro 4.1- Cálculo da carga crítica de Flambagem Global .....	86
Quadro 5.1 – Modos de flambagem considerados - perfil 480 mm .....	98
Quadro 5.2 - Modos de flambagem considerados - perfil 1280 mm.....	99
Quadro 5.3 - Modos de flambagem considerados - perfil 1600 mm.....	100
Quadro 5.4 - Autovetores utilizados para o modo global.....	101
Quadro 5.5 – Códigos de classificação dos grupos .....	104
Quadro 5.6 – Deformadas de falha, perfil sem furos, L=480 mm.....	110
Quadro 5.7 – Deformadas de falha, perfil com furos, L=480 mm .....	111
Quadro 5.8 – Deformadas de falha, perfil sem furos, L= 1280 mm.....	117
Quadro 5.9 – Deformadas de falha, perfil com furos, L= 1280 mm .....	118
Quadro 5.10 – Deformadas de falha perfil sem furos, L=1600 mm.....	125
Quadro 5.11 – Deformadas de falha perfil com furos, L=1600 mm .....	126
Quadro A.1- Modos de flambagem local e distorcional - perfil 1840 mm .....	202
Quadro A.2 - Deformadas de falha perfil sem furos, L=1840 mm .....	205
Quadro A.3 - Deformadas de falha perfil com furos, L=1840 mm.....	206
Quadro B.1 - Deformadas para o perfil de comprimento 400 e 960 mm .....	208

## LISTA DE ABREVIATURAS

ABNT	Associação Brasileira de Normas Técnicas
AISC	<i>American Institute of Steel Construction</i>
AISI	<i>American Iron and Steel Institute</i>
ANSI	<i>American National Standards Institute</i>
ANLG	Análise não linear elástica considerando imperfeições geométricas iniciais
ANLGM	Análise considerando a não linearidade geométrica e do material
APDL	<i>Ansys Parametric Design Language</i>
AS	<i>Australian Standards</i>
CEMACOM	Centro de Mecânica Aplicada e Computacional
CEN	<i>European Committee for Standardization</i>
CP	Corpo de prova
DSM	<i>Direct Strength Method</i>
EP	Elasto-plástico
EPP	Estruturas porta-paletes
EN	<i>European Norm</i>
GBT	General beam theory
GL	Graus de liberdade
IC	Integração completa
IR	Integração reduzida
MEF	Método dos Elementos Finitos
MFF	Método das Faixas Finitas
MLE	Método da Largura Efetiva
MRD	Método da Resistência Direta
MSE	Método da Seção Efetiva
NBR	Norma Brasileira Regulamentadora
PPGEC	Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil
RMI	<i>Rack Manufacturers Institute</i>
UFRGS	Universidade Federal do Rio Grande do Sul

## LISTA DE SÍMBOLOS

$A_{eff/g/net}$	área ( <i>eff</i> : efetiva; <i>g</i> : bruta; <i>net</i> : líquida) da seção transversal
$A_{w,g/net}$	área referente à alma da seção transversal ( <i>g</i> : bruta; <i>net</i> : líquida)
$B_{np/p}$	comprimento transversal não perfurado ( <i>np</i> : não perfurado; <i>p</i> : perfurado)
$C_{w/w,net}$	constante de empenamento do aço ( <i>w</i> : seção bruta; <i>w,net</i> : seção líquida)
$d_h$	dimensão transversal de um furo
$D$	fator de imperfeição geométrica inicial referente à flambagem distorcional
$e_i$	erro normatizado pela energia de deformação do elemento <i>i</i>
$E$	módulo de elasticidade do material
$E_t$	módulo de elasticidade tangente do material
$f$	profundidade da seção transversal
$f_p$	tensão de proporcionalidade do aço
$f_n$	tensão nominal de flambagem global
$f_u$	tensão de ruptura do aço
$f_y$	tensão de escoamento do aço
$F_{cre}$	tensão crítica de flambagem global elástica
$G$	módulo de elasticidade transversal/ fator de imperfeição geométrica inicial referente à flambagem global
$I_{g/net/avg}$	momento de área de 2ª ordem da seção transversal ( <i>g</i> : bruta; <i>net</i> : líquida; <i>avg</i> : média)
$J$	constante de <i>St. Venant</i>
$L$	comprimento nominal do perfil / fator de imperfeição geométrica inicial referente à flambagem local
$L_h$	dimensão longitudinal de um furo
$L_{crl/crd}$	comprimento de semi-onda crítico para ( <i>crl</i> : flambagem local; <i>crd</i> : flambagem distorcional)
$L_{np/p}$	comprimento longitudinal não perfurado do perfil ( <i>np</i> : não perfurado; <i>p</i> : perfurado)
$N_{b/db}$	carga de resistência nominal considerando flambagem ( <i>b</i> : global; <i>d</i> : distorcional)
$N_{b,ff}$	carga de resistência nominal à compressão pela NBR 15524-2 e EN 15524-2 ( <i>f</i> : empregando $N_{ey}$ ; <i>ff</i> : empregando $N_{ex}$ )
$N_{b,Rd}$	carga de projeto à compressão pela NBR 15524-2 e EN 15524-2
$N_{c,Re/RI/Rd}$	carga de resistência nominal à compressão ( <i>Rd</i> : flambagem distorcional; <i>Re</i> : flambagem global; <i>RI</i> : flambagem local-global)
$N_{l/d}$	carga elástica ( <i>l</i> : flambagem local; <i>d</i> : flambagem distorcional)

$N_{ex/ey/ez/exz}$	carga de flambagem global elástica ( <i>ex</i> : eixo de maior inércia,; <i>ey</i> : eixo de menor inércia; <i>ez</i> : por torção; <i>exz</i> : por flexo-torção)
$n_{l/t}$	número de furos no perfil ( <i>l</i> : direção longitudinal; <i>t</i> : direção transversal)
$P$	carga última ou de falha em análises numéricas
$P_{crit}$	carga crítica de flambagem elástica
$P_{crl/crd}$	carga crítica de flambagem elástica pela AISI S100 para flambagem ( <i>crl</i> : local; <i>crd</i> : distorcional)
$P_{nd/ne/nl}$	carga nominal de compressão pela AISI S100 para flambagem ( <i>nd</i> :dorcional; <i>ne</i> : global; <i>nl</i> :local-global)
$P_{y/ynet}$	força de escoamento do perfil ( <i>y</i> : seção bruta; <i>ynet</i> : seção líquida)
$P_u$	carga de falha do ensaio de coluna curta
$P_{u,d}$	carga de falha do ensaio de flambagem distorcional
$Q$	fator para considerar efeito das perfurações
$t$	espessura de parede do perfil
$t_r, d/G/l$	espessura reduzida para análise de flambagem ( <i>d</i> :dorcional; <i>G</i> : global; <i>l</i> :local)
$U_i$	energia de deformação do elemento <i>i</i>
$V_{k/m}$	carga última ( <i>k</i> : característica; <i>m</i> : média) para um conjunto de amostras
$w$	dimensão da alma da seção transversal
$x_{cg/s}$	coordenada x ( <i>cg</i> : centroide do perfil; <i>s</i> : centro de corte do perfil)

### Símbolos Gregos

$\alpha$	fator de imperfeição empregado pela NBR 15524-2 e EN 15512
$\varepsilon$	deformação específica
$\xi$	fator utilizado segundo a EN 15512 (2020)
$\phi$	fator utilizado segundo NBR 15524-2 e EN 15512
$\phi_c$	fator de segurança utilizado pelo AISI S100
$\gamma_M$	fator de segurança segundo NBR 15524-2 e EN 15512
$\bar{\lambda}$	índice de esbeltez médio segundo NBR 15524-2 e EN 15512
$\lambda_0$	índice de esbeltez de flambagem global segundo NBR 14762
$\bar{\lambda}_c$	índice de esbeltez de flambagem global segundo AISI S100
$\lambda_{d/l}$	índice de esbeltez ( <i>d</i> :flambagem distorcional; <i>l</i> : flambagem local)
$\sigma$	tensão
$\nu$	coeficiente de Poisson
$\chi$	fator de redução da flambagem global

## SUMÁRIO

<b>1 INTRODUÇÃO .....</b>	<b>24</b>
1.1 MOTIVAÇÃO .....	28
1.2 OBJETIVOS .....	29
1.3 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA .....	30
1.4 METODOLOGIA DE TRABALHO .....	33
1.5 ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO.....	34
<b>2 FUNDAMENTOS TEÓRICOS .....</b>	<b>35</b>
2.1 PERFIS DO TIPO RACK.....	35
2.2 ANÁLISE NUMÉRICA DE PERFIS DO TIPO RACK.....	37
2.3 DIMENSIONAMENTO DE PERFIS FORMADOS A FRIO .....	43
2.4 ENSAIOS EXPERIMENTAIS COMPLEMENTARES .....	47
2.5 DIMENSIONAMENTO DE PERFIS DO TIPO RACK.....	50
<b>3 MODELAGEM NUMÉRICA.....</b>	<b>64</b>
3.1 DEFINIÇÃO DOS ELEMENTOS FINITOS .....	64
3.2 O MODELO EM ELEMENTOS FINITOS .....	67
3.3 PROCEDIMENTO DE ANÁLISE.....	72
3.4 MÉTODOS DE ANÁLISE.....	75
3.5 VALIDAÇÃO DO MODELO .....	78
<b>4 ESTUDO DE MALHA .....</b>	<b>82</b>
4.1 CARGA CRÍTICA.....	82
4.2 AVALIAÇÃO DA MALHA PELO ERRO EM TENSÕES.....	87

4.3 AVALIAÇÃO DO ERRO PELA ANÁLISE NÃO LINEAR.....	89
4.4 NÚMERO DE GRAUS DE LIBERDADE .....	92
4.5 TEMPO DE PROCESSAMENTO .....	94
4.6 ESCOLHA DA MALHA.....	94
<b>5 ANÁLISE NÃO LINEAR GEOMÉTRICA ELÁSTICA.....</b>	<b>96</b>
5.1 CONSIDERAÇÕES DO ESTUDO .....	96
5.2 ANÁLISE DOS RESULTADOS .....	104
<b>6 ANÁLISE NÃO LINEAR GEOMÉTRICA COM PLASTICIDADE... 129</b>	
6.1 CONSIDERAÇÕES DO ESTUDO .....	129
6.2 ANÁLISE DOS PERFIS .....	131
6.3 ANÁLISE DOS CASOS EXTREMOS .....	138
6.4 INFLUÊNCIA DAS PERFURAÇÕES .....	153
6.5 MODELO TRILINEAR .....	153
6.6 ANÁLISE GERAL DOS COMPRIMENTOS .....	156
<b>7 PROCEDIMENTOS DE CÁLCULO .....</b>	<b>158</b>
7.1 VERIFICAÇÃO DE PERFIS SEM FUROS .....	159
7.2 DIMENSIONAMENTO SEGUNDO NBR 15524-2 .....	163
7.3 DIMENSIONAMENTO SEGUNDO EN 15512 (2009).....	165
7.4 DIMENSIONAMENTO SEGUNDO EN 15512 (2020).....	168
7.5 DIMENSIONAMENTO SEGUNDO RMI .....	172
7.6 DIMENSIONAMENTO PELO MÉTODO DE CASAFONT .....	173
7.7 DIMENSIONAMENTO PELO MÉTODO DE SMITH E MOEN.....	176
7.8 DIMENSIONAMENTO SEGUNDO A AISI S100.....	180

7.9 COMPARAÇÃO DOS RESULTADOS .....	182
<b>8 CONCLUSÕES FINAIS.....</b>	<b>192</b>
<b>REFERÊNCIAS .....</b>	<b>196</b>
<b>APÊNDICES.....</b>	<b>201</b>

## 1 INTRODUÇÃO

O uso de sistemas de armazenagem é antigo e está associado ao desenvolvimento dos primeiros sistemas produtivos. Esse período é marcado pela adoção de prateleiras (*shelvings*) para acomodar os produtos. Posteriormente construiu-se estruturas em madeira para este fim. Os compartimentos utilizados eram então denominados paletes.

Com o aumento da capacidade produtiva, houve um crescimento no volume de mercadorias armazenadas, assim como a necessidade de melhorias na racionalização do espaço físico e das operações logísticas. Segundo Godley (1991), por volta de 1930, perfis formados a frio também passaram a serem adotados com essa finalidade. Além de uma maior durabilidade, essa mudança ao longo dos anos permitiu a verticalidade do armazenamento conforme ilustrado na figura 1.1, tendo em vista a superior capacidade resistente destas estruturas.

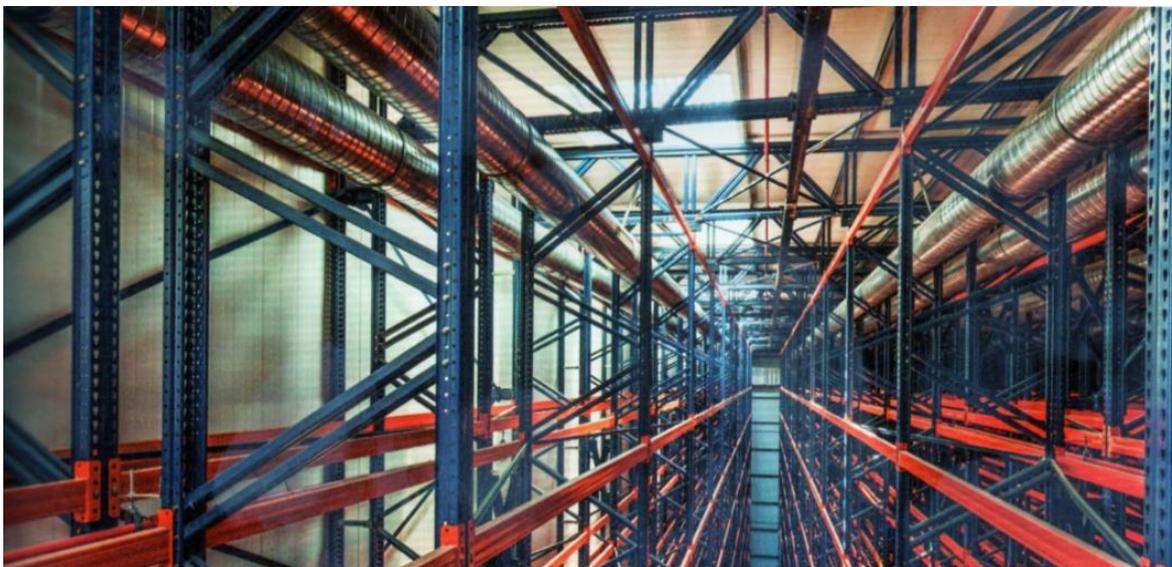


Figura 1.1 - Porta-paletes  
(Fonte: MECALUX, 2016)

Atualmente há uma grande variedade de opções de armazenagem disponíveis no mercado. Fatores como a altura da estrutura de suporte, a forma como o produto é retido, o sistema de acesso ao mesmo, o espaço disponível e a necessidade de equipamentos mecânicos nas operações realizadas, culminaram na classificação dos sistemas em estáticos ou dinâmicos. A escolha do sistema está relacionada à demanda e às características físicas do local.

Os sistemas estáticos ilustrados na figura 1.2 caracterizam-se por uma pequena rotatividade, com ou sem o uso de equipamentos, que auxiliam nos processos operacionais de estocagem. A este grupo pertencem as estruturas:

- a) Porta-paletes: Consiste no uso de fileiras justapostas separadas por corredores de acesso. Suas principais vantagens são a facilidade de implementação e operações independentes entre os paletes;
- b) Autoportante: são estruturas no geral de grande porte que além de comportarem cargas de alta densidade, compõem a estrutura do próprio depósito e suportam as solicitações ao mesmo associadas;
- c) *Drive-in/drive-through*: permite um melhor uso do espaço de armazenagem, já que as empilhadeiras transitam no interior da própria estrutura. O acesso aos produtos é realizado por fileiras ou colunas e pode ocorrer por um canal único (*drive-in*) ou através de ambos os lados da estrutura de suporte (*drive-through*);
- d) *Cantilever*: caracteriza-se pela presença de longarinas em balanço conectadas às colunas de sustentação. É indicado para armazenamento de materiais com grande comprimento ou pequena espessura.



Figura 1.2 - Sistemas estáticos de armazenagem: (a) Porta-Paletes (b) Autoportante (c) *Drive-through*

(Fonte: adaptado de ÁGUIA SISTEMAS, 2020)

Os sistemas dinâmicos, ilustrados na figura 1.3, têm maior rotatividade, o que exige um gerenciamento automatizado dos produtos nas atividades de carga e descarga. Entre estes sistemas se destacam:

- a) *Flow-rack*: atua pela ação da gravidade, apresentando prateleiras inclinadas que facilitam a movimentação dos itens estocados;
- b) *Push-back*: usa a ação da gravidade e guias de movimentação. Os paletes deslocam-se pela estrutura através de roletes em direção ao ponto de carga ou descarga.

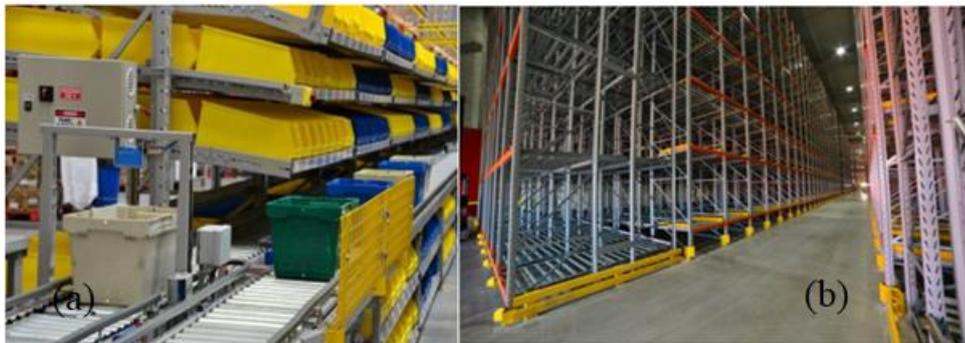


Figura 1.3 - Sistemas dinâmicos de armazenagem:

(a) *Flow-rack* (b) *Push-back*

(Fonte: adaptado de ÁGUIA SISTEMAS, 2020)

De modo geral, estruturas porta-paletes (EPP), são amplamente utilizadas neste mercado. A concepção estrutural deste sistema, ilustrado na figura 1.4, é composto por componentes horizontais (vigas) que recebem o peso dos paletes e elementos verticais (colunas) que transmitem a carga recebida ao piso por meio de placas de base. Em alguns casos, o uso de contraventamentos é necessário para aumentar a estabilidade global do pórtico.

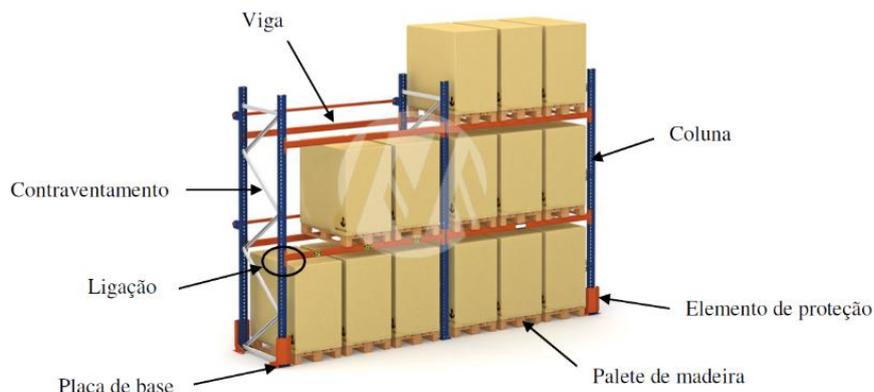


Figura 1.4 - Componentes estruturais de um sistema porta-paletes

(Fonte: MIRANDA, 2011, p. 14)

Cabe destacar que é comum a presença de furos nas colunas do sistema porta-paletes. Essa característica, apresentada na figura 1.5, confere certa liberdade às conexões com as vigas em diferentes cotas, o que proporciona uma versatilidade na acomodação dos paletes.



Figura 1.5 - Ligação viga-coluna de um sistema de armazenagem  
(Fonte: adaptado de ÁGUIA SISTEMAS, 2022)

A utilização de seções monossimétricas do tipo U enrijecido ou do tipo *rack* ilustradas pela figura 1.6 são bastante usuais nestes perfis. A presença de enrijecedores nestes casos conduzem a um aumento da resistência à compressão do elemento, fato que pode compensar a redução de capacidade portante ocasionada pela presença dos furos.

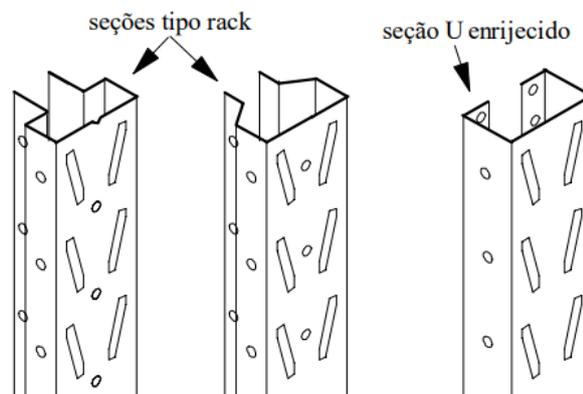


Figura 1.6 - Seções transversais usuais em colunas  
(Fonte: CAMPOS, 2003)

O sistema de perfuração empregado nestes perfis apresenta uma significativa variedade de soluções em formatos e dimensões para os furos, conforme ilustrado na figura 1.7. Estes padrões de perfurações são um desafio para as normas associadas ao dimensionamento de EPP. Efetivamente os procedimentos usuais associados com perfis sem furos não se aplicam.

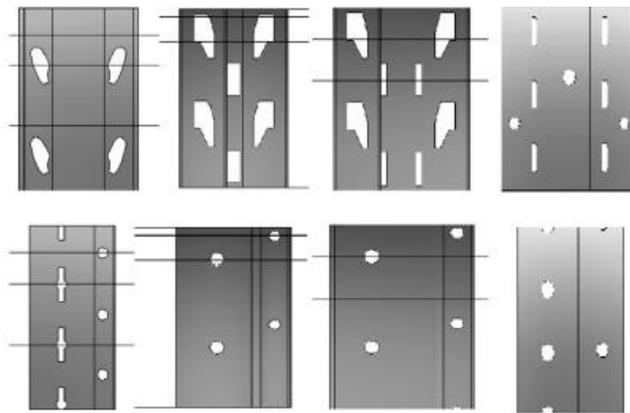


Figura 1.7 - Exemplos de padrões de perfurações em perfis *racks*  
(Fonte: BERNUZZI; MAXENTI, 2015)

Além disso, procedimentos para perfis com furos esparsos, tais como os apresentados no apêndice 2 da AISI S100 (AISII,2016), também não são indicados. Quando há perfurações regulares, o procedimento convencional é empregar ensaios experimentais para avaliar a influência dos furos no comportamento mecânico dos elementos estruturais. Essa é a recomendação adotada pela EN15512 (CEN, 2009) na Europa ou pelo *Rack Manufacturers Institute* (ANSI, 2019) nos Estados Unidos, ambos considerados referências no dimensionamento de EPP. No Brasil, se aplica a norma NBR 15524-2 (ABNT, 2007), já que a NBR 14762 (ABNT,2010) não contém processos específicos envolvendo perfis a frio com furos.

## 1.1 MOTIVAÇÃO

A análise e comportamento de perfis *racks* associados com o projeto de porta-paletes representa atualmente um desafio para o engenheiro. A significativa variedade das seções transversais e dos sistemas de furação adotados pelos fabricantes, dificulta o emprego de formulações analíticas. Logo, o uso de testes experimentais normatizados ou modelos numéricos validados são as ferramentas mais confiáveis para se avaliar as resistências de projeto destes componentes.

Yu, Laboube e Chen (2020) enfatizam que a análise correta e o projeto de seções metálicas com elementos perfurados são complexos, em particular quando a forma e disposição dos furos não

são usuais. Apesar do conhecimento consolidado relativo ao dimensionamento de perfis de paredes finas, o mesmo pode não ser plenamente aplicável para o dimensionamento de perfis perfurados.

As referências sobre o tema demonstram que há uma variedade de parâmetros capazes de influenciar a integridade e o comportamento estrutural de colunas de aço com perfurações. Esses fatores podem atuar de forma conjunta e incluem, entre outros, o formato da seção transversal, a geometria e disposição dos furos, as condições de restrição, carregamentos considerados e as imperfeições geométricas presentes no perfil. Este último efeito, apesar das tolerâncias recomendadas pelas normas, está associado ao processo de fabricação, transporte e montagem da estrutura. Estas imperfeições podem levar ao acúmulo de tensões em regiões do perfil ou influir na interação entre os modos de instabilidade local, distorcional e global, usuais em perfis de aço de parede fina. Quando são introduzidas aberturas no perfil, torna-se ainda mais difícil avaliar essa interação, bem como prever o modo e a carga de falha do perfil.

Neste contexto, este trabalho aborda o comportamento de perfis do tipo *rack* em situações de compressão considerando o efeito de imperfeições geométricas iniciais. Esta pesquisa pretende contribuir nos estudos do tema ao avaliar as formulações existentes para fins de projeto.

## 1.2 OBJETIVOS

Os objetivos deste trabalho estão classificados em principais e secundários e são descritos a seguir.

### 1.2.1 Objetivos Principais

Os objetivos principais são compostos por:

- a) estudar o comportamento de uma seção típica do tipo *rack* submetida à compressão;
- b) avaliar a interação entre os modos de instabilidade;
- c) estudar a influência das imperfeições geométricas iniciais nos resultados;

- d) comparar o processo de dimensionamento por elementos finitos com os procedimentos normatizados e de outros pesquisadores.

### 1.2.2 Objetivos Secundários

Os objetivos secundários são:

- a) desenvolver um *script* no *software* Ansys para análise de perfis do tipo *rack*;
- b) avaliar a influência dos furos na capacidade resistente de perfis do tipo *rack*.

## 1.3 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

O uso de perfis metálicos formados a frio em sistemas porta-paletes é alvo de várias pesquisas no cenário nacional e internacional, as quais avaliam aspectos como a influência das perfurações no comportamento e performance de colunas com seção *rack*, ligações entre os componentes, bem como a validade dos critérios de dimensionamento normalizados.

Godley (1991), como um dos pioneiros no tema, propôs metodologias para avaliar vigas e colunas, incluindo a estabilidade global em sistemas de armazenagem. Sua pesquisa fornece informações relevantes sobre a evolução das seções transversais e ligações entre elementos comumente utilizadas ao longo dos anos.

Rhodes e MacDonald (1996) buscaram uma correlação entre o comprimento das perfurações com a carga crítica de flambagem de colunas submetidas a ensaios de compressão. Os autores concluíram que a geometria das aberturas deve ser considerada tanto de forma global, ou seja, ao longo do comprimento, quanto localmente na região onde estão presentes os furos.

Davies, Leach e Tayloff (1997) estudaram o comportamento de perfis do tipo *rack* submetidos conjuntamente ao esforço axial e ao momento fletor. A fim de contabilizar o efeito das perfurações nas colunas, empregou-se uma espessura equivalente para ser possível aplicar os critérios normativos de componentes sem perfurações. As resistências foram extraídas de análises envolvendo o Método dos Elementos Finitos (MEF) e a Teoria de Viga Generalizada (GBT) acrescida do efeito das imperfeições geométricas. Esta última abordagem, de acordo com os autores, demonstra ser bastante confiável ao produzir resultados mais rápidos e seguros em comparação ao MEF.

Oliveira (2000) avaliou as características de vários tipos de sistemas de armazenagem fabricados no Brasil, com ênfase no sistema de armazenagem drive-in. Neste trabalho, foi considerado um modelo comercial, no qual se realizou um estudo teórico-experimental de colunas curtas e das ligações dos sistemas de armazenagem. Como contribuição, o autor avaliou a influência das perfurações na capacidade de carga e a rigidez efetiva das ligações.

Souza (2005) demonstrou o MEF pode ser empregado na análise de perfis com seção do tipo *rack* já que o mesmo reproduziu com relativa precisão os resultados obtidos em ensaios experimentais. O autor também avaliou os modos de flambagem predominantes em perfis perfurados e a interação entre os mesmos.

Moen e Schafer (2008) e Moen e Schafer (2011) conduziram uma série de investigações avaliando o Método da Resistência Direta (MRD) do AISI S100 (2016) na análise de perfis perfurados. Em seus ensaios experimentais, foi demonstrado que a capacidade portante poderia ser levemente reduzida nas colunas com furos, influenciando na sua ductilidade e no comportamento pós-crítico na curva tensão-deformação do material. Além disso, os autores, baseados em seu programa de ensaios, propuseram uma modificação nas equações de flambagem do MRD, de modo a contabilizar o efeito dos furos.

Sarawit e Peköz (2007) realizaram um comparativo entre os métodos nocional presente na AISC (2016) e do comprimento equivalente na projeto e análise de estabilidade de sistemas industriais de armazenagem. Através de uma análise não-linear em elementos finitos, os autores demonstraram que o primeiro método é menos conservador e atingiu maior precisão com os resultados pelo MEF, sendo recomendado como meio alternativo em perfis do tipo *rack*.

Miranda (2011) avaliou o comportamento das ligações entre os componentes de sistemas porta-paletes. Sua pesquisa comparou os resultados de ensaios experimentais com os obtidos por simulação numérica através do método dos elementos finitos. A convergência demonstrou-se satisfatória, enfatizando viabilidade da solução numérica.

Peköz et al (2012) avaliaram a instabilidade distorcional em ensaios experimentais de um conjunto de colunas com seção transversal *rack* submetidas à compressão. Foi observado que para um conjunto de amostras, o modo de falha é uma combinação dos modos de flambagem distorcional e global. Apesar da pouca interação entre os mesmos, a consideração desse efeito confere maior precisão aos procedimentos de projeto.

Casafont *et al.* (2013) propuseram o cálculo de espessuras fictícias a fim de prever a carga de flambagem crítica em perfis com perfurações regulares utilizando o Método das Faixas Finitas. Os autores propõem espessuras reduzidas para avaliar as flambagens do tipo local, distorcional e global. Apenas os dois últimos casos apresentaram boa correlação com resultados experimentais, evidenciando a necessidade de estudos adicionais para a flambagem local.

Souza (2013) avaliou a estabilidade dos métodos existentes para perfis formados a frio, considerando seções transversais do tipo *rack*, comparando resultados numéricos com ensaios experimentais para o caso de compressão centrada.

Smith e Moen (2014) apresentaram procedimentos para determinação de carga crítica elástica em perfis perfurados do tipo *rack*, considerando as flambagens do tipo local, global e distorcional utilizando propriedades geométricas médias da seção transversal. Esses procedimentos são apresentados na AISI S100 (AISI, 2016).

Pastor *et al.* (2014) avaliaram a influência dos ponderadores de amplificação empregados em análises não lineares de um perfil com seção transversal *rack*. Foram considerados uma coletânea de valores adotados em estudos anteriores e resultados baseados em ensaios experimentais executados. O trabalho indica os fatores de amplificação mais recomendados para simular o efeito das imperfeições geométricas em cada tipo de flambagem.

Bernuzzi (2015) e Bernuzzi, Draskovic e Simoncelli (2015), apresentaram um comparativo das metodologias adotadas pelas normas de aço americana e europeia para dimensionamento de sistemas porta-paletes. Nestes estudos foram avaliados os resultados obtidos pela aplicação dos métodos recomendados para colunas com seção transversal típicas de EPP. Também foi observada a influência das imperfeições geométricas nas simulações numéricas e nos valores de resistência encontrados para os perfis.

Faria (2016), dando seguimento aos estudos de Souza (2013), avaliou o efeito de flambagem local e distorcional comparando com resultados experimentais obtidos pelo autor. A pesquisa também investigou características do efeito de instabilidade local entre perfurações.

Sales (2017) avaliou a viabilidade dos métodos de dimensionamento existentes para colunas *rack* utilizadas em sistemas de armazenamento, analisando a força axial de compressão resistente segundo a flambagem distorcional. Um modelo numérico elaborado no *software*

Ansys foi utilizado para analisar adaptações ao Método da Resistência Direta da NBR 14762 (ABNT, 2010) para colunas com perfurações. Foram consideradas três opções de adaptação, entre as quais uma foi proposta pelo autor. A análise das situações indicou a viabilidade da adaptação do Método da Resistência Direta para o dimensionamento de perfis com perfurações.

Silva (2017) apresentou um estudo numérico a respeito do efeito da flambagem distorcional em perfis *racks* maciços e perfurados utilizando o *Direct Strength Method* presente na norma australiana AS/NZS4600 (AS,2018) e no AISI S100 (AISI,2016). Para tal foram comparados os resultados obtidos pela aplicação das curvas de flambagem do MRD para o caso de compressão centrada com os previstos por simulação numérica pelo *software* Ansys. Os resultados demonstraram que o MRD foi pouco eficaz na previsão de carga crítica para perfis perfurados, exigindo pesquisas adicionais sobre outras metodologias.

Ren, Wang e Zhao (2019) avaliaram a interação entre as flambagem distorcional e global em colunas do tipo rack. Os autores testaram as formulações do MRD já existentes e propuseram uma equação para previsão de carga de falha considerando as duas flambagens.

Na linha de pesquisa de estruturas de paredes finas do Programa de Pós Graduação em Engenharia Civil (PPGEC-UFRGS), Weimer (2017) avaliou a perda de capacidade portante ocasionada por furos em perfis comerciais adotados pelo sistema *Light Steel Frame*. Para isso compatibilizou resultados numéricos e experimentais de amostras com e sem perfurações.

#### 1.4 METODOLOGIA DE TRABALHO

Este trabalho está baseado no desenvolvimento de um estudo empregando o método dos elementos finitos. Para tal foi adotado o *software* Ansys disponível no CEMACOM/PPGEC. Para o desenvolvimento deste trabalho se realizou a programação de um *script* na linguagem APDL (*Ansys Parametric Design Language*), que faz a geração dos dados: geometria, condições de contorno, carregamento, malha de elementos finitos, a partir dos parâmetros informados pelo usuário. Além disso, o *script* executa as análises necessárias: análise estática linear, análise de autovalores e autovetores, análise não linear, bem como o fornecimento de resultados de interesse.

De modo geral, o modelo numérico adotado considera as soluções empregadas por Souza (2013), Pastor *et al.* (2014) e Faria (2016) indicados na revisão bibliográfica. Para análise de

perfis com furos, o método dos elementos finitos é considerado o mais adequado, sendo o perfil modelado por elementos de casca plana. Para geração das imperfeições geométricas iniciais se adota a técnica de combinar modos de instabilidade elástica multiplicados por ponderadores.

A sequência das análises também se baseia em estudos anteriores. Basicamente se realiza uma análise estática linear que serve como base, seguida de uma análise de autovalores e autovetores a partir da qual se estabelece um modo de instabilidade característico para cada tipo de instabilidade: local, distorcional e global. Estabelecidos estes modos, bem como os fatores de amplificação a serem adotados, são realizadas um conjunto de análises não lineares elásticas com irregularidades geométricas iniciais (ANLG) com o objetivo de estudar o comportamento do perfil. Com o resultado destas análises se definem as combinações que são mais representativas para os perfis estudados. Para estas combinações são então realizadas análises considerando a não linearidade da geometria e do material (ANLGM).

Finalmente os resultados obtidos via modelo de elementos finitos são confrontados com resultados obtidos se aplicando procedimentos normativos e os procedimentos propostos por Smith e Moen (2014) e Casafont *et al.* (2013).

## 1.5 ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO

Este trabalho está dividido em oito capítulos. O capítulo 1 apresenta uma introdução da pesquisa seus objetivos. O capítulo 2 apresenta uma breve fundamentação sobre os procedimentos das normas vigentes para o dimensionamento de perfis formados a frio no geral e voltados ao sistema de porta-paletes. O capítulo 3 aborda o modelo numérico adotado, apresentando os tipos de elementos finitos empregados, estratégias de modelagem numérica e particularidades do processo de análise do *software* Ansys. O capítulo 4 apresenta a seção transversal adotada neste trabalho, bem como as condições de contorno a serem empregadas. Um estudo de qualidade da malha de elementos finitos também é demonstrado. O capítulo 5 apresenta o estudo do efeito das imperfeições geométricas em uma análise não linear geométrica. O capítulo 6 apresenta o estudo do perfil considerando o comportamento não linear do material. O capítulo 7 compara os resultados obtidos pelo modelo de elementos finitos, em termos de carga última, com os resultados obtidos se aplicando procedimentos normalizados e procedimentos indicados por outros pesquisadores. Por fim, no capítulo 8 são apresentadas as conclusões deste trabalho.

## 2 FUNDAMENTOS TEÓRICOS

Neste capítulo são apresentados alguns tópicos associados com perfis do tipo *rack*, bem como uma revisão das metodologias atualmente vigentes para análise e dimensionamento para perfis formados a frio do tipo *rack*.

### 2.1 PERFIS DO TIPO RACK

Perfis formados a frio do tipo *rack* estão presentes em montantes de estruturas de suporte de sistemas estáticos. Normalmente estes componentes estão sujeitos a esforços normais de compressão, no entanto também podem estar conjuntamente submetidos a esforços de flexão, como no caso de galpões autoportantes.

Os catálogos dos fabricantes de estruturas do tipo porta-paletes não costumam informar os tipos de materiais empregados. De modo geral, a NBR 15524-2 (ABNT,2007) define para perfis *racks* o uso de aços estruturais cuja relação entre a tensão de ruptura e a de escoamento,  $f_u/f_y$ , seja igual ou superior a 1,08. Neste contexto, podem ser empregados os aços padronizados pela NBR 8800 (ABNT, 2008) ou aqueles apresentados na tabela 1 da NBR 14762 (ABNT, 2010). Nos artigos científicos é comum o uso de aços com  $f_y = 250$  MPa tal como em Neiva *et al.* (2018). Outros tipos de aços também podem ser empregados tais como o S355 (equivalente ao ASTM A572) considerado no trabalho de Bernuzzi, Draskovic e Simoncelli (2015) ou aços de resistência mais elevada, como  $f_y = 423$  MPa considerado por Pastor *et al.* (2014).

Os perfis do tipo *rack* são usualmente monossimétricos, podendo a seção transversal ser relativamente simples como a de um perfil C enrijecido ou mais elaborada de acordo com as soluções apresentadas pelo fabricante. A figura 2.1 ilustra alguns exemplos de seções transversais.

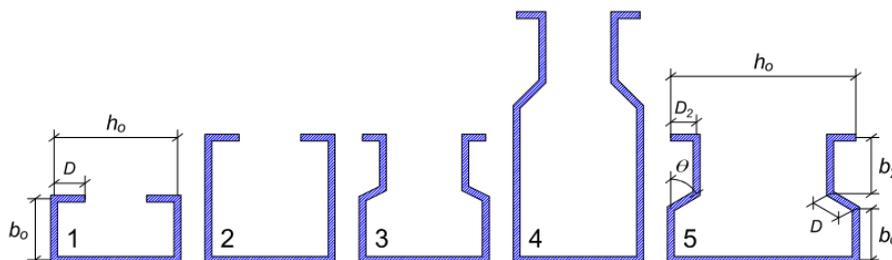


Figura 2.1- Exemplos de seções do tipo *rack*  
(Fonte: SMITH F. H, MOEN C.D, 2014)

Como em todo o perfil de aço, se costuma empregar uma nomenclatura para os elementos que compõem a seção transversal, os quais são: alma, flange (mesa), enrijecedores intermediários e flanges de ligação. A figura 2.2 ilustra esses elementos. Em alguns tipos de seções transversais, também pode-se encontrar enrijecedores adicionais na região da alma. Para os raios internos de dobramento de chapa, Smith e Moen (2014), baseado nos estudos de Zeinoddini e Schafer (2010), recomendam o limite superior de  $r_i / t = 2$ . Como as espessuras de chapas na fabricação de perfis do tipo *rack* a priori são menores que 3 mm, é usual se adotar valores na faixa  $t \leq r_i \leq 1,5t$ .

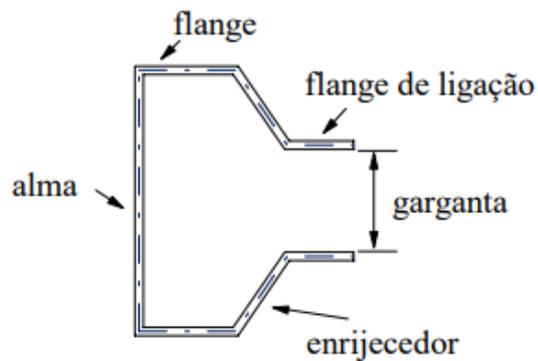


Figura 2.2- Componentes da seção transversal de um perfil *rack*  
(Fonte: OLIVEIRA, 2000)

Os catálogos dos fabricantes de estruturas do tipo porta-paletes não costumam informar as espessuras consideradas para os perfis. Nesse sentido, a EN 15512 (CEN,2009) fornece especificações de relações limites para a razão entre a largura de parede e espessura em perfis sem furos para assegurar total efetividade ao efeito da flambagem local. Para perfis perfurados, deve-se recorrer a ensaios normatizados. Considerando-se o trabalho de pesquisa de alguns autores, se observa que as espessuras de 1,4, 1,5, 1,8, 2 e 2,5 mm, são utilizadas na produção de perfis com seção do tipo *rack*, conforme consta nos trabalhos de Casafont. *et al.* (2013), Pastor *et al.* (2014) e Neiva *et al.* (2017).

Os perfis do tipo *rack* apresentam geralmente furos regulares na região das mesas e alma, sendo que as maiores aberturas estão localizadas neste último. Essa característica permite regular a cota da conexão com as longarinas de suporte. A geometria desses furos também é variada, conforme ilustrado na figura 1.7, e normalmente está associada à alguma patente de fabricação. Por conta disso, é habitual nos trabalhos de pesquisa modelar as aberturas com geometrias

simplificadas (por exemplo furos retangulares ou circulares), como as adotadas por Casafont. *et al.* (2013), Souza (2013) e Smith e Moen (2014).

Os comprimentos dos perfis empregados como colunas em estruturas porta-paletes dependem da solução de projeto considerada. De modo geral, os comprimentos entre travamentos se situam na faixa de 1 a 1,5 m. No entanto, os trabalhos de pesquisa costumam empregar faixas mais amplas para os comprimentos dos perfis, tais como 1,5;1,8; 2,25 e 2,5 m, que constam no trabalho de Bernuzzi, Draskovic e Simoncelli (2015).

Considerando o comportamento individual de uma coluna de uma estrutura porta-paletes (EPP), pode-se afirmar que a mesma pode apresentar instabilidades do tipo local, distorcional e global. Além disso, esta coluna também pode falhar por esmagamento. Como o perfil *rack* é por característica monossimétrico, é comum que a carga crítica de flambagem global elástica seja associada ao caso de flexo-torção. Cabe também destacar que, em função dos comprimentos usuais das colunas entre travamentos, o modo distorcional costuma ser dominante.

A combinação de uma geometria de seção transversal por vezes complexa, com furos regulares ao longo do comprimento do perfil e sujeita à flambagem distorcional como possível comportamento predominante, torna a atividade de projeto um desafio. Estas condições, tornam praticamente inviável a aplicação do Método da Largura Efetiva. Neste sentido, os métodos disponíveis para dimensionamento costumam estar baseados na aplicação do Método da Resistência Direta adaptado a um perfil com furos ou em processos experimentais. Outra alternativa é a aplicação de modelos numéricos.

## 2.2 ANÁLISE NUMÉRICA DE PERFIS DO TIPO RACK

Entre as opções disponíveis para análise de perfis do tipo *rack* destacam-se o Método dos Elementos Finitos (MEF), o Método das Faixas Finitas (MFF) e a Teoria de Viga Generalizada (GBT).

Dos métodos anteriormente citados, o MEF é sem dúvida o mais versátil em relação aos tipos de problemas que se pode analisar (BATHE, 2014). O Método dos Elementos Finitos permite modelar seções transversais complexas, inclusive com furos. Apresenta também maior flexibilidade quanto à aplicação das condições de contorno e carregamento. Considerando-se análises do tipo estáticas, um mesmo modelo numérico pode ser empregado em uma análise

elástica-linear ou na solução de um problema de autovalores e autovetores. Essas verificações são fundamentais no estudo inicial de um perfil *rack*, já que fornecem elementos para análises mais complexas do tipo elástica não-linear geométrica e aquelas considerando a não-linearidade do material e da geometria conjuntamente.

Segundo o apêndice 2 do AISI S100 (AISI, 2016), modelos de elementos finitos, empregando elementos de casca, são adequados para representar um perfil de aço formado a frio e fornecem estimativas adequadas para as cargas de flambagem do tipo local, distorcional e global. Por outro lado, o usual emprego de funções polinomiais faz com que o número de elementos necessários no modelo seja significativo. Um estudo de qualidade de malha é recomendado a fim de garantir a qualidade dos resultados, especialmente para os modos de instabilidade locais. A figura 2.3 ilustra um modelo em elementos finitos de um perfil *rack*.

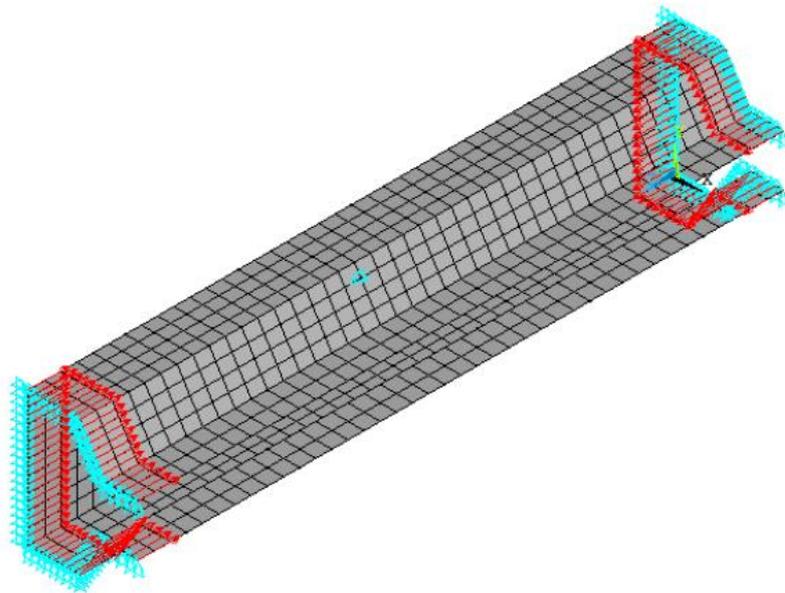


Figura 2.3- Modelo de elementos finitos com elementos de casca  
(Fonte: SOUZA, 2013)

O Método das Faixas Finitas (MFF), de certo modo, é derivado do MEF, sendo também adotado na análise de perfis com paredes finas. A teoria do método é apresentada no trabalho de Cheung e Tham (1999), e obteve contribuições por Hancock *et al.* (2001) e Schafer e Ádány (2006) em análises envolvendo estabilidade. De fato, a metodologia básica deste método é semelhante ao MEF, já que também emprega funções de forma para definir um campo de deslocamentos em função dos deslocamentos nodais. O campo de deformações é determinado a partir do campo de deslocamentos, ou seja, a partir dos deslocamentos nodais. Com as deformações definidas e estabelecidas relações constitutivas, a matriz de rigidez é obtida.

Quando se aplica o MFF, um perfil de chapa dobrada a frio, como o perfil C ilustrado na figura 2.4, é discretizado em faixas longitudinais, reduzindo o número de nós e graus de liberdade necessários ao longo do comprimento do perfil. A figura 2.4 ilustra os graus de liberdade (gl) considerados numa faixa, os quais são normalmente divididos em gl de membrana e em gl de placa. A vantagem desse método em relação ao MEF depende de uma criteriosa escolha da função de forma associada com o campo de deslocamentos longitudinal.

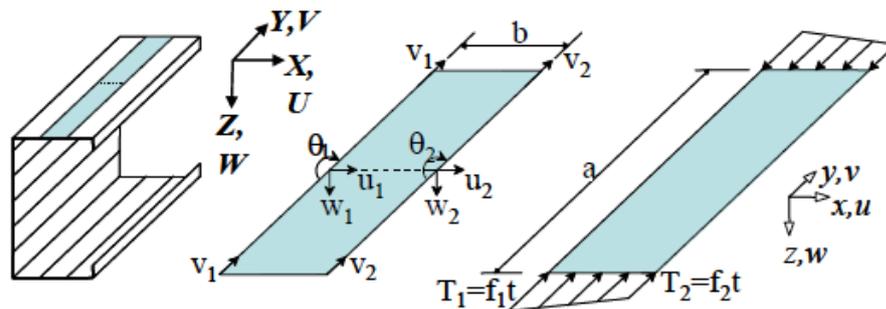


Figura 2.4 - Modelo de um perfil em faixas finitas  
(Fonte: LI e SCHAFFER, 2010)

O *software* CUFSM, desenvolvido por Schafer dispõe basicamente de dois tipos de análise. O primeiro é conhecido por MFF Convencional (*Conventional Finite Strip Method*) e o segundo é conhecido por MFF Restrito (*Constrained Finite Strip Method*). Ambas as análises estão limitadas a um comportamento linear elástico para o material.

O MFF convencional está disponível desde as primeiras versões do CUFSM. De modo resumido, a formulação para a faixa finita mescla um problema de membrana com um problema de placa, de modo similar a um elemento de casca plana. Os deslocamentos de membrana ( $u$  e  $v$ ) são representados por funções de forma lineares na direção transversal. Já na direção longitudinal,  $u$  é representado por uma função *seno* e  $v$  é representado por uma função *coseno*. Já os deslocamentos fora do plano são representados por um polinômio cúbico. Com essas funções de forma na direção longitudinal tem-se naturalmente satisfeitas as restrições equivalentes as de uma barra rotulada e com empenamento livre em ambas extremidades. Nesse contexto a equação (2.1), que representa um problema de autovalores e autovetores, considerando um único autovalor  $\lambda$  e um único autovetor  $\phi$ , pode ser escrita como:

$$\mathbf{K}\phi = \lambda\mathbf{K}_G\phi \quad (2.1)$$

Em que  $\mathbf{K}$  é matriz de rigidez do perfil e  $\mathbf{K}_G$  é a correspondente matriz de rigidez geométrica, sendo ambas função do comprimento da faixa finita,  $a$ , ilustrado na figura 2.4. Desse modo o

problema pode ser resolvido para diferentes valores de  $a$ , definindo o comportamento do perfil em termos de cargas de flambagem elástica e de correspondentes modos de instabilidade. Como para cada valor de  $a$  se obtém o menor autovalor  $\lambda$  e um correspondente autovetor  $\phi$ , pode-se construir uma curva apenas com esses valores. Dessa forma, os valores mínimos dessa curva, *a priori*, seriam as cargas ou tensões críticas de flambagem elástica do perfil. Quando essa curva se refere a uma barra com as condições de extremidade rotuladas e empenamento livre, o comprimento  $a$  está em função do comprimento de uma semi-onda, recebe a denominação de *signature curve* (curva de assinatura). A figura 2.5 ilustra um exemplo dessa curva, onde o eixo das ordenadas contém a tensão de flambagem elástica.

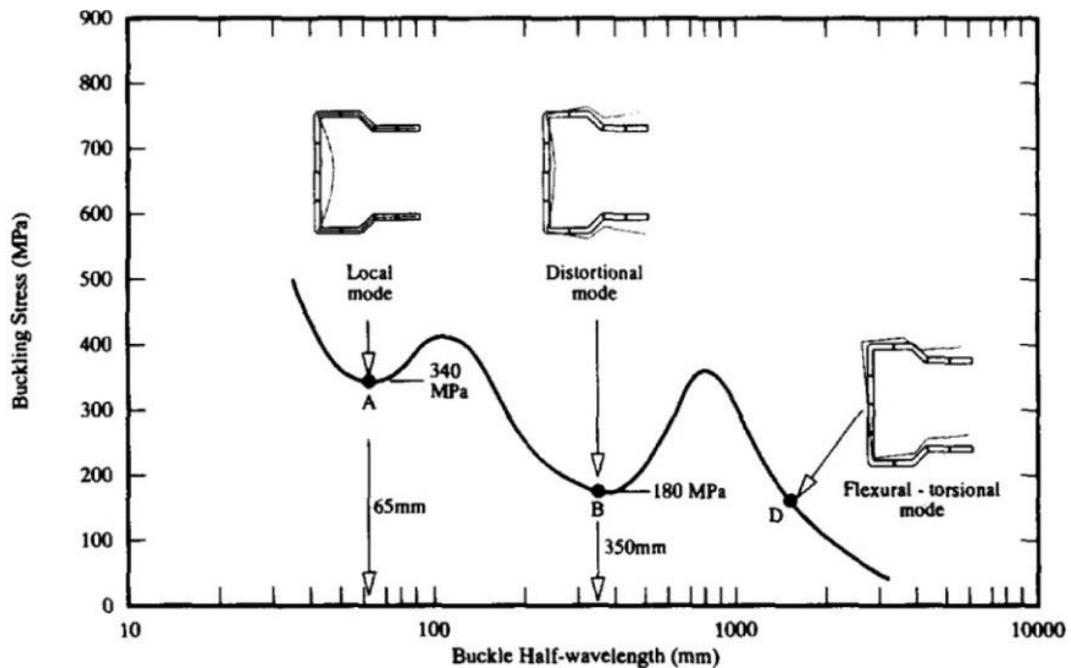


Figura 2.5- Curva de assinatura de um perfil *rack*  
(Fonte: HANCOOK *et al.*,1994)

A grande vantagem dessa abordagem é determinar as cargas críticas de instabilidade local e distorcional de um modo relativamente simples. Uma desvantagem, entretanto, é que os valores obtidos consideram uma condição simplesmente apoiada nas extremidades de barra. Para outras condições a análise torna-se limitada. Neste contexto, o apêndice 2 da versão comentada da AISI S100 (AISII, 2016) menciona que os modos de flambagem globais podem ser modificados para considerar diferentes condições finais usando o comprimento efetivo,  $KL$ . No entanto, para as flambagens local e distorcional isso não é possível. Por outro lado, mesmo em uma coluna com extremidades engastadas, caso o comprimento seja suficientemente grande, a flambagem local e distorcional estará livre para ocorrer no interior do perfil e convergirá para uma solução

de extremidade rotulada com empenamento livre. Para a instabilidade local, o comprimento em que uma solução engastada converge para o valor da condição simplesmente apoiada é apenas três a cinco vezes a maior dimensão característica de uma parede da seção transversal. De acordo com Moen (2008), a carga crítica de flambagem distorcional obtida pela curva de assinatura,  $P_{crd}$ , pode ser corrigida, de modo aproximado, pela equação (2.2).

$$P_{crd,engastado} = \left[ 1 + \frac{1}{2} \left( \frac{L_{crd}}{L} \right)^2 \right] P_{crd} \quad (2.2)$$

Em que  $L_{crd}$  é o comprimento de semi-onda crítico da flambagem distorcional extraído da curva de assinatura e  $L$  é o comprimento não contraventado do membro para esta flambagem.

O *software* CUFSM, de forma alternativa, também apresenta um recurso para considerar diferentes condições de restrições para os extremos de barra. Neste caso, não é possível construir uma curva como a da figura 2.5, já que são utilizadas funções de forma diferenciadas e o comprimento da faixa  $a$  passa a estar associado ao comprimento do perfil. Para esta situação, não se determina apenas o autovalor mais baixo para cada valor de  $a$ , mas sim todo conjunto de autovalores e autovetores solicitados, ou seja, se procede de modo similar a uma análise pelo MEF.

O MFF restrito aplica restrições nos graus de liberdade da faixa finita, obtendo problemas derivados com um número de graus de liberdade reduzido. As restrições empregadas variam e respeitam uma definição formal de classes de flambagem, ou seja, instabilidades do tipo global, local, distorcional e outros modos de deformação. Dessa forma, é possível realizar uma identificação e decomposição modal a partir de uma solução do MFF convencional. Essa última aplicação pode ser útil, visto que nem sempre é fácil identificar os modos de flambagem.

Uma desvantagem do MFF é a exigência de continuidade ao longo das faixas finitas. Logo, a priori a aplicação do mesmo fica limitada a perfis maciços. Por outro lado, os trabalhos de pesquisa de Peköz *et al.* (2012), Casafont *et al.* (2013) e Smith e Moen (2014), consideram o emprego de espessura equivalente no caso de perfis com furos, o que permite utilizar o CUFSM.

A Teoria de Viga Generalizada (*General Beam Theory*), de acordo com Bebiano *et al.* (2018) é uma técnica para análises de primeira ordem, de flambagem e pós-flambagem, envolvendo estruturas prismáticas. A técnica foi sendo aprimorada por um grande conjunto de autores e

ampliada para diferentes tipos de estruturas como perfis de chapa dobrada. Bebiano *et al.* (2018) define as análises de flambagem pela GBT em quatro etapas:

- a) análise da seção transversal;
- b) seleção dos modos de deformação;
- c) análise dos elementos;
- d) solução do problema.

Pela GBT, o campo de deslocamentos é representado pelas funções,  $u_k(s)$ ,  $v_k(s)$  e  $w_k(s)$ , que se referem às componentes nas direções axial, transversal e normal do plano médio. O índice  $k$  representa o modo de deformação escolhido da estrutura. Esses deslocamentos modais são ponderados por funções de amplitudes  $\phi_k(x)$ , sendo  $x$  o comprimento do perfil. A equação (2.3) demonstra as componentes do campo de deslocamentos de forma matricial:

$$u = u^T \phi_x; v = v^T \phi; w = w^T \phi \quad (2.3)$$

A obtenção da energia de deformação,  $U$  e conseqüentemente das tensões de forma analítica costuma ser complexa, já a teoria considera na formulação matrizes de rigidez específicas para os efeitos de empenamento, flexão, corte, efeitos de membrana e outros. Por conta disso, uma análise numérica utilizando elementos finitos de viga segundo a GBT, indicados pela figura 2.6, costuma ser empregada. A discretização dos elementos na estrutura, neste caso, ocorre tanto longitudinalmente como transversalmente.

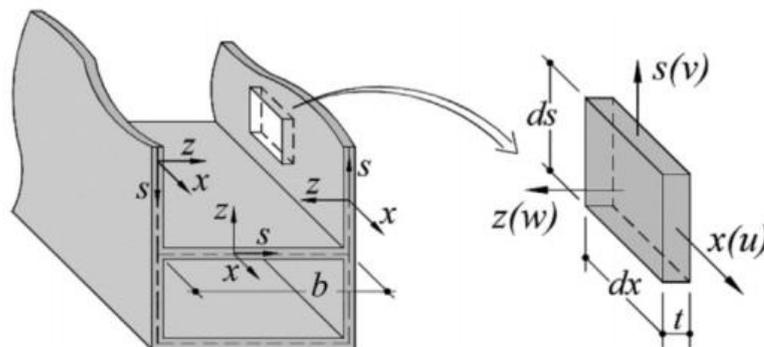


Figura 2.6 - Elemento de viga baseado na Teoria de Viga Generalizada  
(Fonte: BEBIANO et al, 2018)

De modo geral, a GBT emprega um número reduzido de nós e graus de liberdade em comparação ao MEF. Além disso, em termos de condições de contorno e carregamento, a GBT é mais versátil que o MFF.

O *software* GBTUL desenvolvido por Bebiano *et al.* (2018) emprega a GBT. O GBTUL permite a determinação das cargas e modos críticos de flambagem de perfis formados a frio sujeitos a carregamentos normais, de flexão ou uma combinação dos mesmos sob diferentes condições de contorno. A entrada de dados é similar a do CUFSM. A Figura 2.7 ilustra esse processo.

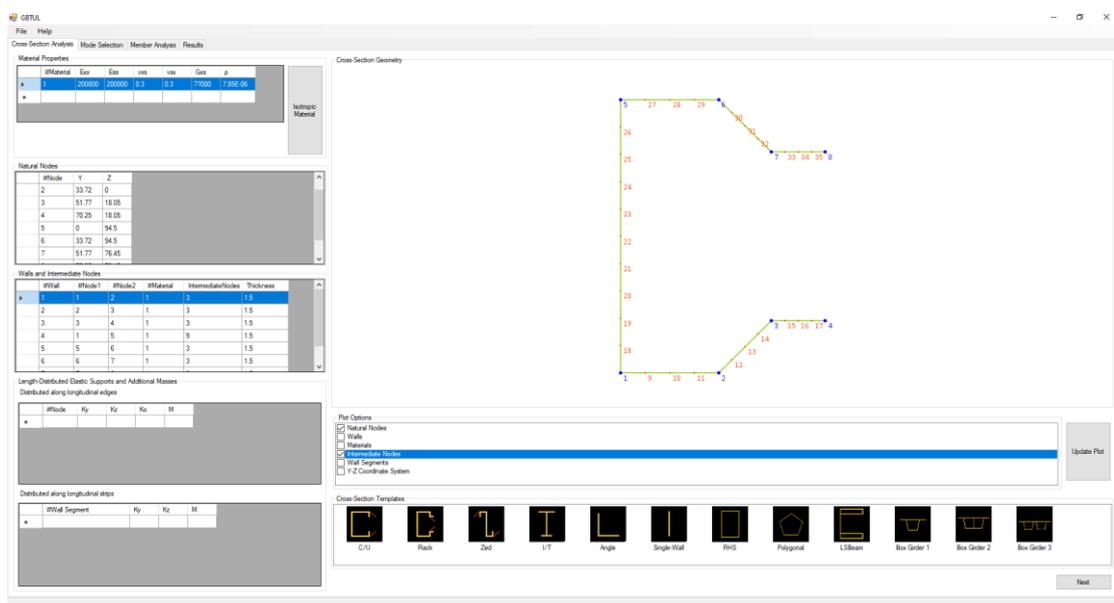


Figura 2.7 - Entrada de dados de seção transversal *rack* pelo GBTUL

Do mesmo modo que o MFF, a GBT não permite a análise de perfis com furos diretamente, o que apenas pode ser feito empregando-se o Método dos Elementos Finitos.

## 2.3 DIMENSIONAMENTO DE PERFIS FORMADOS A FRIO

De modo geral os métodos mais comumente empregados para o dimensionamento de perfis formados a frio são os da Largura Efetiva, Seção Efetiva e da Resistência Direta.

### 2.3.1 Método da Largura Efetiva

Segundo Yu, Laboube e Chen (2020), o Método da Largura Efetiva (MLE) considera a flambagem local de componentes de aço formados a frio, reduzindo a largura do elemento submetido a uma distribuição de tensão não uniforme para uma largura efetiva sob distribuição uniforme de tensões. Com isso, as propriedades efetivas da seção transversal, que são calculadas

com base nas porções efetivas da seção transversal, são adotadas para a determinação de resistência.

Embora o MLE seja o mais antigo dos métodos normalizados, o mesmo pode ser eficiente se for previamente programado. O MLE está presente nas normas NBR 14762 (ABNT,2010), AISI S100 (2016), *Eurocode 3* Parte 1-3 (CEN, 2006a) e AS/NZS 4600 (AS, 2018). No entanto, este método não é indicado para o dimensionamento de perfis do tipo *rack*. Isso se deve à dificuldade em se analisar a flambagem distorcional e o efeito dos furos ao longo do comprimento do perfil. Cabe destacar que a NBR 14762 (ABNT, 2010) não contém um procedimento de dimensionamento associado à flambagem distorcional. Neste aspecto, a norma brasileira limita-se a apresentar relações geométricas que delimitam a necessidade de se fazer essa verificação.

### 2.3.2 Método da Seção Efetiva

O Método da Seção Efetiva (MSE) é apresentado exclusivamente na NBR 14762 (2010) e está limitado aos tipos de seções transversais previstos nesta norma (seções cantoneira, U, C e Z), além das delimitações entre os parâmetros geométricos das seções transversais consideradas. A principal vantagem do MSE é considerar a seção transversal agindo em conjunto, o que evita procedimentos iterativos de cálculo. De modo simplificado pode-se ampliar os tipos de seções transversais consideradas a partir de uma aplicação sucessiva do MFF, o que é particularmente interessante se for aplicado o CUFSM e considerado o caso convencional da curva de assinatura. No entanto o mesmo não se aplica na análise de perfis do tipo *rack*.

### 2.3.3 Método da Resistência Direta

O Método da Resistência Direta (MRD) encontra-se presente nas normas NBR 14762 (ABNT, 2010), AISI S100 (2016), *Eurocode 3* Parte 1-3 (CEN, 2006a) e na AS/NZS 4600 (2018), podendo existir pequenas diferenças nas formas de apresentar as correspondentes equações. O MRD apresenta várias vantagens em relação ao MLE, das quais destacam-se:

- a) não necessidade de um procedimento iterativo;
- b) permitir avaliar a flambagem local e distorcional, considerando o equilíbrio e a compatibilidade entre os elementos que formam a seção transversal;

- c) permitir avaliar a interação entre as flambagens local e global;
- d) permitir considerar o uso de resultados experimentais.

No caso da flambagem local, o MLE utiliza uma abordagem mais conservadora, pois considera cada elemento que compõe a seção transversal de modo isolado, mas com as restrições estabelecidas em norma.

O MRD se torna um procedimento de dimensionamento bastante efetivo se combinado com uma análise de estabilidade elástica feita a partir do Método das Faixas Finitas. Adotando o *software* CUFSM, se forem consideradas as condições de rótula e empenamento livre nos extremos do perfil, pode-se, a partir de uma curva de assinatura semelhante a figura 2.5, determinar as cargas críticas de flambagem elástica local e distorcional. A carga crítica de flambagem elástica global, por outro lado, pode ser obtida diretamente pela curva de resultados do CUFSM ou através das expressões analíticas que constam em norma. Esse último procedimento, embora mais trabalhoso, pode ser preferível já que as expressões analíticas são consolidadas na curva de assinatura. Além disso, o anexo C da NBR 14762 (ABNT, 2010) afirma que os valores obtidos pelas expressões da subseção 9.7.2 da referida norma conduzem a resultados exatos. Por outro lado, Smith e Moen (2014) afirmam que para uma seção transversal de paredes finas, uma análise pelo MFF é mais precisa do que as equações clássicas tal como apresentadas em Timoshenko e Gere (2009). Sobre a precisão da carga elástica de flambagem global, Ádány e Visy (2012) apresentam um estudo extensivo no qual avaliam as diferenças nos resultados envolvendo soluções analíticas e numéricas.

Com objetivo de ilustrar a formulação do MRD para o caso de barras submetidas à compressão centrada, é apresentada na sequência a formulação que consta no Anexo C da NBR 14762. O procedimento consiste em se determinar as cargas de resistência nominal relativas às flambagens global ( $N_{c,Re}$ ), local ( $N_{c,Rl}$ ) e distorcional ( $N_{c,Rd}$ ). Para o cálculo de  $N_{c,Re}$ , deve-se definir o índice de esbelteza,  $\lambda_0$ , como:

$$\lambda_0 = \sqrt{\frac{P_y}{N_e}} \quad (2.4)$$

sendo  $P_y$  a força de escoamento da seção transversal bruta e  $N_e$ , a carga crítica de flambagem elástica global. Logo o cálculo de  $N_{c,Re}$  é dado por:

$$\text{Se } \lambda_0 \leq 1,5; N_{c,Re} = (0,658^{\lambda_0^2}) P_y \quad (2.5)$$

$$\text{Se } \lambda_0 > 1,5; N_{c,Re} = \left( \frac{0,877}{\lambda_0} \right) P_y \quad (2.6)$$

Sendo que as equações (2.5) e (2.6) correspondem as flambagens não elástica e elástica respectivamente.

Para o cálculo de  $N_{c,Rl}$  se define o índice de esbeltez  $\lambda_l$  como:

$$\lambda_l = \sqrt{\frac{N_{c,Re}}{N_l}} \quad (2.7)$$

Sendo  $N_l$  a carga crítica elástica de flambagem local. Já  $N_{c,Rl}$  é determinado por:

$$\text{Se } \lambda_l \leq 0,776; N_{c,Rl} = N_{c,Re} \quad (2.8)$$

$$\text{Se } \lambda_l > 0,776; N_{c,Rl} = \left( 1 - \frac{0,15}{\lambda_l^{0,8}} \right) \frac{N_{c,Re}}{\lambda_l^{0,8}} \quad (2.9)$$

Para o cálculo de  $N_{c,Rd}$  se define o índice de esbeltez  $\lambda_d$  como:

$$\lambda_d = \sqrt{\frac{P_y}{N_d}} \quad (2.10)$$

Sendo  $N_d$  a carga crítica elástica de flambagem distorcional. Logo  $N_{c,Rd}$  é determinado por:

$$\text{Se } \lambda_d \leq 0,561; N_{c,Rd} = P_y \quad (2.11)$$

$$\text{Se } \lambda_d > 0,561; N_{c,Rd} = \left( 1 - \frac{0,25}{\lambda_d^{1,2}} \right) \frac{P_y}{\lambda_d^{1,2}} \quad (2.12)$$

A resistência nominal de compressão,  $N_c$ , corresponde ao menor valor entre  $N_{c,Rl}$  e  $N_{c,Rd}$ . Considerando o dimensionamento de perfis *racks* sem furos, O MRD é o único método apresentado na NBR 14762 (ABNT, 2010) que pode ser empregado. Considerando o caso de perfis *racks* com furos, o MRD pode ser adaptado como proposto por Smith e Moen (2014).

## 2.4 ENSAIOS EXPERIMENTAIS COMPLEMENTARES

Os ensaios experimentais tem como principal finalidade assistir o dimensionamento de perfis formados a frio através da determinação de propriedades efetivas da seção transversal. Para barras sujeitas à compressão centrada, deve-se avaliar o comportamento mecânico de colunas curtas.

A NBR 14762 (ABNT, 2010) apresenta o dimensionamento assistido por ensaios experimentais para perfis sólidos com seções transversais de formatos irregulares ou não convencionais, as quais não são contempladas pelos métodos da seção 2.3. Para estes casos, adota-se a seção 11 da referida norma.

Em colunas do tipo rack contendo perfurações segue-se as prescrições da norma EPP correspondente. O RMI (ANSI, 2019), por exemplo, adota para ensaio as recomendações da AISI S902 (AISI, 2017). Já a EN 15512 (CEN, 2009) contém especificações próprias a esse respeito no item A.2.1. No Brasil, a NBR 15524-2 (ABNT, 2007) estabelece os padrões do corpo de prova a ser ensaiado, conforme ilustrado na figura 2.8.

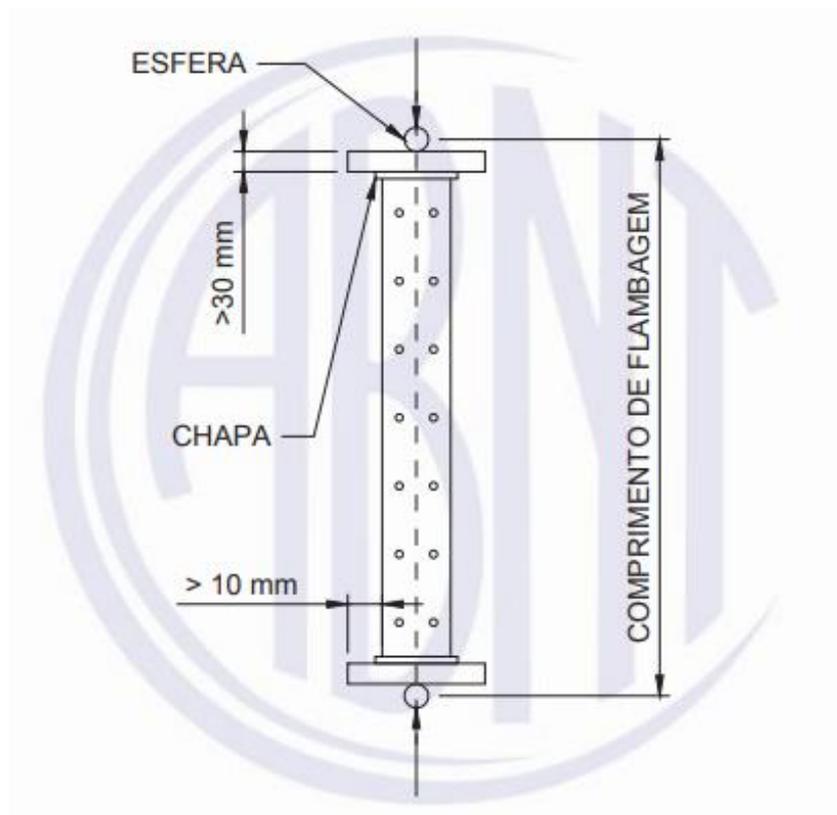


Figura 2.8- Amostra de ensaio de coluna curta  
(Fonte:ABNT, 2007)

As principais delimitações estabelecidas para o corpo de prova (cp) pela NBR 15524-2 (ABNT, 2007) são:

- a) o comprimento do cp deve ser maior que três vezes a largura do perfil;
- b) o comprimento cp deve incluir no mínimo cinco passos de perfuração;
- c) o comprimento do cp não pode exceder 20 vezes o menor raio de giração.

O objetivo principal deste ensaio é determinar a área efetiva da seção transversal do perfil ( $A_{eff}$ ). Para tal se deve determinar um fator de redução  $Q$ , que considera o efeito das perfurações. O cálculo desse coeficiente está relacionado com a norma empregada. A NBR 15524-2 (ABNT, 2007) o define como:

$$Q_{NBR} = \frac{P_u}{A_{net, min} \cdot f_y} \quad (2.13)$$

Sendo  $P_u$  a carga de falha do corpo de prova corrigida de acordo com o número de ensaios efetuados,  $f_y$ , a tensão de escoamento do material do perfil e  $A_{net, min}$  é a área líquida de uma seção transversal com maior quantidade de perfurações. A área,  $A_{eff}$ , é determinada pela equação (2.14) em que  $A_g$  é a área bruta da seção transversal.

$$A_{eff}^{NBR} = Q_{NBR} \cdot A_g \quad (2.14)$$

A EN 15512 (CEN, 2009), apresenta no item A.2.1.5, o cálculo da área efetiva de acordo com a expressão (2.15).

$$A_{eff}^{EN} = \frac{P_u}{f_y} \quad (2.15)$$

Pelo RMI (ANSI, 2019), define-se também um fator  $Q$  pela equação (2.13). Já a área efetiva  $A_{eff}^{RMI}$  é definida pela equação (2.18), na qual  $f_n$  é a tensão de flambagem nominal obtida a partir da expressão (2.17), utilizando o índice de esbeltez,  $\bar{\lambda}_c$ , da equação (2.16).

$$\bar{\lambda}_c = \sqrt{\frac{f_y}{F_{cre}}} \quad (2.16)$$

$$\begin{cases} f_n = (0,658^{\bar{\lambda}_c^2}) f_y & \text{para } \bar{\lambda}_c \leq 1,5; \\ f_n = \left( \frac{0,877}{\bar{\lambda}_c} \right) f_y & \text{para } \bar{\lambda}_c > 1,5; \end{cases} \quad (2.17)$$

$$A_{\text{eff}}^{\text{RMI}} = \left[ 1 - (1 - Q) \left( \frac{f_n}{f_y} \right)^Q \right] \cdot A_{\text{net,min}} \quad (2.18)$$

Para se avaliar a influência da flambagem distorcional, tanto a NBR 15524-2 (ABNT, 2007) quanto a EN 15512 (CEN, 2009) recomendam a verificação do valor da área  $A_{\text{eff}}$  do ensaio de coluna curta, indicando os seguintes procedimentos:

- a) ensaio de coluna, considerando carga centrada, em um cp com aproximadamente 1 m de comprimento. A NBR 15524-2 utiliza a tensão de falha do cp,  $\sigma_{db}$ . Já a EN 15512 considera a carga de falha característica do ensaio distorcional,  $N_{db}$ ;
- b) calcular a tensão  $\sigma_b$  (NBR 15524-2) ou resistência à compressão nominal,  $N_b$  (EN 15512) considerando a flambagem por flexo-torção para a área  $A_{\text{eff}}$  do ensaio de coluna curta da figura 2.8. A flambagem distorcional não deve ser considerada. Para este cálculo, o comprimento de flambagem à flexão utilizado deve ser igual à distância entre centros de contraentamento dos elementos. Já o comprimento de flambagem à flexo-torção deve ser a metade do comprimento da coluna da amostra ensaiada;
- c) Determinar o valor de  $\varepsilon = \sigma_{db}/\sigma_b$  ou  $\varepsilon = N_{db}/N_b$ . Caso  $\varepsilon \geq 1$  nenhum ajuste na área é necessário;
- d) Caso  $\varepsilon < 1$ , o valor de  $A_{\text{eff}}$  deve ser reduzido para um novo valor de modo que  $\sigma_b$  seja igual a  $\sigma_{db}$  e  $\varepsilon = 1$ .

Deste modo, as normas brasileiras e europeia para EPP incorporam ao valor da área  $A_{\text{eff}}$  os efeitos das flambagens local e distorcional, o que possibilita simplificar o dimensionamento do perfil.

Considerando o RMI (ANSI, 2019), Bernuzzi (2015) afirma que a norma norte-americana utiliza unicamente o resultado do ensaio de coluna curta para determinar a  $A_{\text{eff}}^{\text{RMI}}$ . A flambagem

distorcional neste caso, conforme o manual do RMI (ANSI, 2019), deve ser avaliada por ensaios normatizados e um processo estruturado, mas não são apresentados maiores detalhes a esse respeito.

## 2.5 DIMENSIONAMENTO DE PERFIS DO TIPO RACK

O dimensionamento de perfis do tipo *rack* varia de acordo com a presença ou não de perfurações ao longo do perfil. No contexto nacional, a NBR 15524-2 (ABNT, 2007) indica que perfis sem furos devem ser dimensionados segundo a NBR 14762 (ABNT, 2010). Para perfis com furos se deve aplicar o procedimento apresentado na NBR 15524-2 (ABNT, 2007). Na sequência são apresentados os principais procedimentos normativos que podem ser aplicados, bem como abordagens alternativas desenvolvidos por pesquisadores deste tema.

### 2.5.1 Dimensionamento segundo a NBR 15524-2

A NBR 15524-2 apresenta um processo de dimensionamento à compressão de perfis do tipo *rack* que emprega os resultados obtidos nos ensaios de coluna curta e de flambagem distorcional indicados na seção 10 desta norma. O procedimento varia conforme a presença de flambagem global predominante no perfil. Para perfis do tipo *rack* sujeitos à flambagem global, se adota o seguinte procedimento:

1. Cálculo do fator  $Q$  pela equação (2.13), utilizando as prescrições da seção 10 da norma. Cálculo da área efetiva,  $A_{eff}$  pela equação (2.14);
2. Correção da  $A_{eff}$  considerando a flambagem distorcional;
3. Cálculo da carga crítica de flambagem elástica global por flexão,  $N_{cr,b}$ , utilizando as propriedades da seção transversal bruta;
4. Cálculo do fator  $\bar{\lambda}$ , dado pela equação (2.19):

$$\bar{\lambda} = \sqrt{\frac{A_{eff} \cdot f_y}{N_{cr,b}}} \quad (2.19)$$

5. Cálculo do fator  $\phi$ , sendo  $\alpha = 0,34$  para seções do tipo *rack*:

$$\phi = 0,5 \cdot [1 + \alpha(\bar{\lambda} - 0,2) + \bar{\lambda}^2] \quad (2.20)$$

6. Cálculo do fator  $\chi$ :

$$\chi = \frac{1}{\varphi + \sqrt{\varphi^2 - \bar{\lambda}^2}} \text{ com } \chi \leq 1 \quad (2.21)$$

7. Cálculo da força nominal de resistência à compressão,  $N_b$  pela equação (2.22).

$$N_b = \chi A_{eff} f_y \quad (2.22)$$

8. Cálculo da carga crítica elástica global, considerando as flambagens por torção,  $N_{cr,t}$  e flexo-torção,  $N_{cr,ft}$ , utilizando a seção 6.3.8 da norma e as propriedades da seção bruta;

9. Cálculo do fator  $\bar{\lambda}$ , utilizando  $N_{cr}$  do passo 8;

10. Cálculo do fator  $\varphi$  e  $\chi$ , considerando o  $\bar{\lambda}$  do passo 9;

11. Cálculo de  $N_b$  pela equação (2.22), considerando os valores dos passos 9 e 10;

12. A resistência à compressão,  $N_{b,Rd}$ , definida pela expressão (2.23), é determinada a partir do menor valor de  $N_b$  obtido pelos passos 7 e 11 (coeficiente de correção,  $\gamma_{M1} = 1$ ).

$$N_{b,Rd} = \frac{N_b}{\gamma_{M1}} \quad (2.23)$$

Para perfis com falha apenas por flambagem local ou distorcional, utiliza-se a  $A_{eff}$  do passo 2 diretamente na equação (2.24).

$$N_{b,Rd} = \frac{A_{eff} f_y}{\gamma_{M1}} \quad (2.24)$$

### 2.5.2 Dimensionamento segundo a EN 15512 (2009)

O dimensionamento à compressão de seções *racks* pela EN 15512 (CEN, 2009) utiliza uma abordagem semelhante à NBR 15524-2. No entanto, a EN 15512 solicita uma verificação no valor de  $\bar{\lambda}$ , determinado pela equação (2.19), para o comprimento do corpo de prova utilizado no ensaio de coluna curta. Caso  $\bar{\lambda} > 0,2$ , o item A.2.1.5 da EN 15512 indica o seguinte processo iterativo para correção no valor de  $A_{eff}$ :

- a) Cálculo da área efetiva,  $A_{eff}$ , pela equação (2.15), sendo  $P_u$  obtido do ensaio de coluna curta conforme prescrições do anexo A da norma;

- b) Determinar as cargas nominais de resistência,  $N_b$ , pela equação (2.22) para os casos de flexão e flexo-torção, utilizando  $A_{eff}$  da alínea a;
- c) determinar o valor de  $N_{b,Rd}$  pela expressão (2.23), considerando o menor dos valores calculados na alínea b;
- d) repetir os procedimentos das alíneas b e c, ajustando  $A_{eff}$  a cada iteração, até que

$$N_{b,Rd} = P_u / \gamma_M .$$

Uma vez determinado o novo valor da área  $A_{eff}$ , segue-se o seguinte procedimento para perfis sujeitos à flambagem global:

1. Correção da  $A_{eff}$ , considerando flambagem distorcional;
2. Cálculo da carga crítica elástica global mínima de flexão,  $N_{cr,b}$ , utilizando as propriedades da seção transversal bruta;
3. Cálculo do fator  $\bar{\lambda}$  conforme equação (2.19);
4. Cálculo do fator  $\varphi$  conforme equação (2.20);
5. Cálculo do fator  $\chi$  conforme equação (2.21);
6. Cálculo da força nominal de resistência à compressão,  $N_b$ , pela equação (2.22);
7. Cálculo da carga crítica de flambagem elástica global, considerando torção,  $N_{cr,t}$  e flexo-torção,  $N_{cr,ft}$ , utilizando a seção 9.7.5 da referida norma para as propriedades da seção bruta;
8. Cálculo do fator  $\bar{\lambda}$  pela expressão (2.19), utilizando  $N_{cr,t}$  ou  $N_{cr,ft}$  no lugar de  $N_{cr,b}$ ;
9. Cálculo do fator  $\varphi$  e  $\chi$ , considerando o  $\bar{\lambda}$  do passo 8;
10. Cálculo de  $N_b$  pela equação (2.22), considerando os valores dos passos 8 e 9;
11. A resistência à compressão,  $N_{b,Rd}$ , é dada pela expressão (2.23), e determinada a partir do menor valor de  $N_b$  obtido pelos passos 6 e 10 e considerando o ponderador  $\gamma_{M1} = 1$ .

Para perfis contendo unicamente flambagem local e distorcional, utiliza-se o valor da  $A_{eff}$  do passo 1 diretamente na equação (2.24).

### 2.5.3 Dimensionamento segundo a EN 15512 (2020)

A EN 15512 (CEN, 2020), a partir da última atualização da norma, apresentou modificações no dimensionamento de colunas do sistema porta-paletes. Destaca-se as seguintes modificações:

- módulo do coeficiente de segurança utilizado no dimensionamento,  $\gamma_M = 1,10$ ;
- o comprimento utilizado para ensaio distorcional é determinado por meio de análise de estabilidade elástica adotando as prescrições do anexo F;
- o fator  $\alpha$  da equação (2.20) é determinado pelo *Eurocode* parte 1-3 (CEN, 2006a) a partir da correspondente curva de flambagem da tabela E.1 do anexo E;
- o dimensionamento das colunas perfuradas não utiliza mais as propriedades geométricas da seção transversal bruta.

Sobre a alínea d, a EN 15512 (CEN, 2020), manteve as expressões (2.19) a (2.24) já apresentadas na versão anterior da norma. O dimensionamento, entretanto, pode fazer uso das propriedades da seção transversal líquida (com furos) ou equivalente. Neste último caso, deve-se empregar uma espessura fictícia  $t_i$  para a largura de furo,  $w_i$ , ambas ilustradas na figura 2.9.

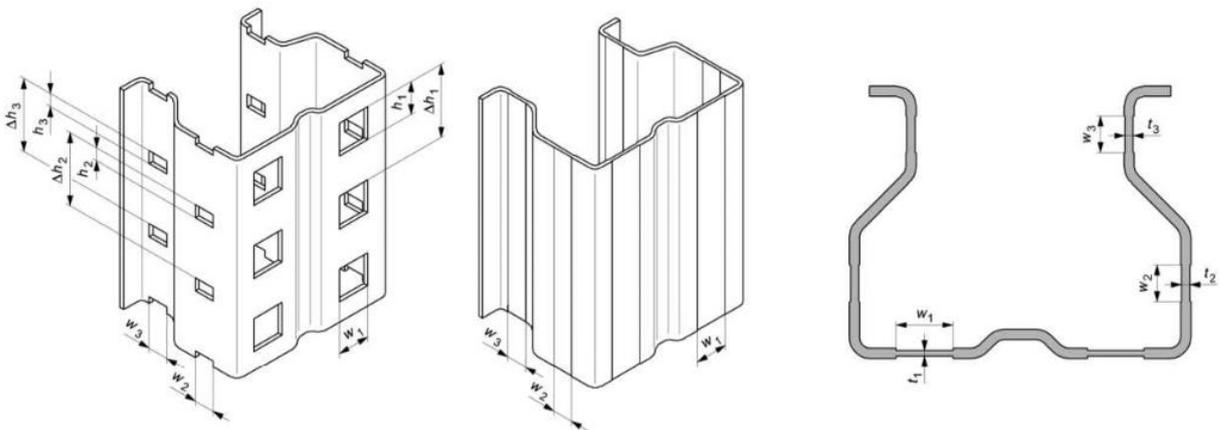


Figura 2.9 - Seção transversal equivalente  
(Fonte: adaptado de CEN, 2020)

O valor de  $t_i$  é obtido empregando-se a equação (2.26), sendo  $\xi_i$  definido pela equação (2.25).

$$\xi_i = \frac{\Delta h_i - h_i}{2w_i} \leq 1,5 \quad (2.25)$$

$$t_i = t \frac{\Delta h_i - h_i - \xi_i w_i}{\Delta h_i} \quad (2.26)$$

Uma vez determinadas as propriedades geométricas da seção transversal equivalente da figura 2.9, adotam-se estes valores no procedimento já apresentado no item 2.5.2.

#### 2.5.4 Dimensionamento segundo o RMI

O *Rack Manufacturers Institute* (ANSI, 2019) recomenda o uso das equações do AISI S100 (AISI, 2016) para perfis com alma cheia, adotando-se  $A_{eff}$  determinada diretamente no ensaio de coluna curta. Segue o dimensionamento à compressão pelo RMI:

1. Cálculo do fator  $Q$  pela equação (2.13), atendendo às prescrições do AISI S902 (AISI, 2017);
2. Cálculo da tensão de flambagem elástica global,  $F_{cre}$ , determinadas segundo a seção E.2 do AISI S100 utilizando as propriedades geométricas da seção bruta;
3. Cálculo de  $\bar{\lambda}_c$  pela equação (2.16);
4. Cálculo da tensão de flambagem nominal,  $f_n$ , pela expressão (2.17);
5. Cálculo da área efetiva,  $A_{eff}$  pela equação (2.18);
6. Cálculo do  $P_n$ , pela expressão (2.27), sendo  $\phi_c$ , o fator de segurança:

$$P_n = \phi_c A_{eff} F_n \quad (2.27)$$

#### 2.5.5 Método de Casafont *et al.* (2013)

O procedimento proposto por Casafont *et al.* (2013) consiste em estimar as cargas críticas de flambagem elástica correspondentes ao perfil com furos e aplicar as curvas de dimensionamento usuais (para perfil sem furos) do MRD apresentado na AISI S100 (AISI, 2016). A análise de estabilidade elástica deve ser feita empregando-se o MFF sendo que as faixas com furos devem ter as suas espessuras reduzidas. O procedimento não aplica tensão de compressão nas faixas finitas contendo furos. Segundo os autores isso é feito para não produzir ou ampliar modos de flambagem localizados que não correspondem aos obtidos num modelo de elementos finitos equivalente. A figura 2.10 ilustra um modelo em faixas finitas de um perfil com furos, sendo que  $s$  representa a tensão aplicada como referência no CUFMS. Cabe destacar que  $s = 0$  nas

faixas com furos e  $s=1$  nas demais faixas (este código indica que o CUFSM deve calcular automaticamente o valor da tensão a ser aplicada nessa faixa).

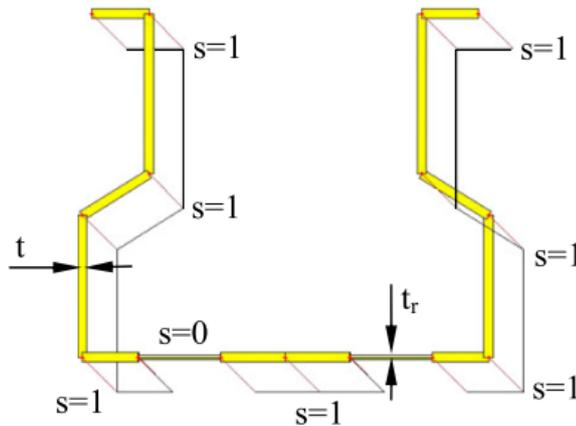


Figura 2.10 - Seção transversal modelada no CUFSM  
(Fonte: Casafont *et al.*, 2013)

A carga de flambagem  $P$  deve ser obtida pela equação (2.28).

$$P = A_{net} \cdot Load\ factor_{CUFSM} \cdot \sigma \quad (2.28)$$

Em que  $A_{net}$  é a área líquida da seção transversal do perfil, obtida ao se passar um plano de corte pela coluna que seja perpendicular ao eixo longitudinal ao longo do perfil;  $load\ factor_{CUFSM}$  é o fator de carga determinado pelo CUFSM e  $\sigma$  é a tensão de referência aplicada.

Casafont *et al.* (2013) consideram um valor diferente de espessura reduzida,  $t_r$ , para cada tipo de modo de flambagem. Para flambagem local tem-se:

$$t_{rL} = 0,61 \cdot t \cdot \frac{L_{np} \cdot B_{np}}{L \cdot H} + 0,18 \cdot t \cdot \frac{B_p}{L_p} + 0,11 \quad (2.29)$$

Sendo que as variáveis estão ilustradas na figura 2.11 e devem ser informadas em milímetros.

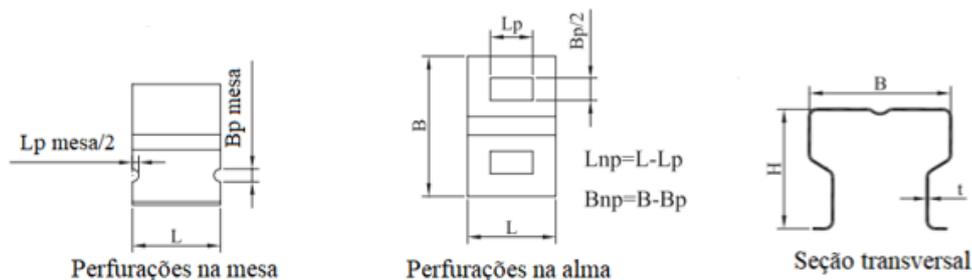


Figura 2.11- Parâmetros geométricos principais da coluna  
(Fonte: adaptado de CASAFONT *et al.*, 2013)

Para flambagem distorcional tem-se:

$$t_{rD} = 0,9 \cdot t \cdot \left( \frac{L_{np}}{L} \right)^{1/3} \quad (2.30)$$

Para flambagem global utiliza-se a equação (2.31):

$$t_{rG} = 0,7 \cdot t \cdot \left( \frac{L_{np}}{L} \right) \quad (2.31)$$

O procedimento proposto pelos autores foi verificado em duas etapas. A primeira etapa consistiu em calibrar os modelos em faixas finitas, usando o CUFSM, com os resultados obtidos por modelos equivalentes em elementos finitos. A segunda etapa consistiu em verificar os resultados obtidos aplicando as reduções de espessuras indicadas. Para tal foram comparadas as estimativas das cargas críticas de flambagem elástica e os resultados finais obtidos aplicando o MRD. Segundo Casafont *et al.* (2013), as faixas de valores empregados para o estudo paramétrico, que estão apresentados na tabela 2.1, podem ser adotadas como valores limites para o modelo proposto.

Tabela 2.1 – Limites de aplicação do modelo espessura reduzida

Parâmetros	Limites	Parâmetros	Limites
$B/t$	24 a 88	$L_{np}/L$	0,33 a 0,62
$H/t$	26 a 83	$B_{np}/L$	0,51 a 0,90
$H/B$	0,48 a 1,87	$B_p \text{ mesa}/H$	< 0,33
$L$	50 a 75 mm	$L_p \text{ mesa}/L$	< 0,35
$B_p/L_p$	$\leq 1,6$	$(B_p \text{ mesa} \cdot L_p \text{ mesa})/(H \cdot L)$	< 0,042

Fonte: adaptado de Casafont *et al.* (2013)

Uma vez determinadas as cargas críticas de flambagem elástica global,  $P_{cre}$ , distorcional,  $P_{crd}$  e local,  $P_{crl}$ , emprega-se o *Direct Strength Method* (DSM) da AISI S100 (AISI, 2016) para perfis sem furos, cujas equações estão apresentadas na tabela 2.2. A 1ª, 2ª e 3ª, colunas apresentam as equações do DSM correspondentes aos modos de flambagem global, distorcional e local, respectivamente. Cabe destacar que o valor da força de escoamento,  $P_y$ , a ser utilizado no DSM refere-se à seção transversal líquida mínima com furos, ou seja,  $P_y = f_y \cdot A_{net, \min}$ .

Considerando o MRD segundo a NBR 14762 (ABNT, 2010), nota-se que as expressões (2.4) a (2.6) são as mesmas apresentadas na 1ª coluna. Após algumas operações algébricas, observa-se que as expressões (2.10) a (2.12) e (2.7) a (2.9), são as mesmas que constam respectivamente na 2ª e 3ª colunas da tabela 2.2. Aplicada a formulação apresentada nessa tabela, a resistência nominal,  $N_c$ , é o menor valor calculado entre a carga nominal local,  $N_{c,RI}$ , e distorcional,  $N_{c,Rd}$ . Cabe destacar que a simbologia das variáveis empregadas, por simplificação, segue a mesma notação da NBR 14762 (ABNT, 2010).

Tabela 2.2: Equações do *DSM* segundo a AISI S100

Flambagem Global	Flambagem Distorcional	Flambagem Local
$\lambda_0 = \sqrt{P_y / N_e}$	$\lambda_d = \sqrt{P_y / N_d}$	$\lambda_\ell = \sqrt{N_{c,Re} / N_\ell}$
$\lambda_0 \leq 1,5$	$\lambda_d \leq 0,561$	$\lambda_\ell \leq 0,776$
$N_{c,Re} = \left(0,658^{\lambda_0^2}\right) \cdot P_y$	$N_{c,Rd} = P_y$	$N_{c,RI} = N_{c,Re}$
$\lambda_0 > 1,5$	$\lambda_d > 0,561$	$\lambda_\ell > 0,776$
$N_{c,Re} = \left(\frac{0,877}{\lambda_c^2}\right) \cdot P_y$	$N_{c,Rd} = \left[1 - 0,25 \cdot \left(\frac{N_d}{P_y}\right)^{0,6}\right] \cdot \left[\left(\frac{N_d}{P_y}\right)^{0,6}\right] P_y$	$N_{c,RI} = \left[1 - 0,15 \cdot \left(\frac{N_\ell}{N_{c,Re}}\right)^{0,4}\right] \cdot \left[\left(\frac{N_\ell}{N_{c,Re}}\right)^{0,4}\right] N_{c,Re}$

Fonte: adaptado de Casafont *et al.* (2013)

### 2.5.6 Método de Smith e Moen (2014)

O procedimento de Smith e Moen (2014) considera soluções aproximadas, empregando o MFF, para o problema da estabilidade elástica. Com isso são obtidas estimativas para as cargas críticas de flambagem elástica correspondentes aos modos de flambagem global, local e distorcional. A seguir essas cargas são empregadas usando as expressões da tabela 2.2 para perfis sem furos.

Segundo os autores, o padrão de furos usual num perfil *rack* sempre causa uma redução na carga crítica de flambagem elástica global. Para o caso da flambagem global, os autores propõem o uso de propriedades médias obtidas a partir de uma média ponderada, que adota como pesos de ponderação o comprimento total do perfil não perfurado  $L_{np}$  e o comprimento total dos furos  $L_p$ . Por exemplo, o valor médio do momento estático de 2ª ordem é calculado como:

$$I_{avg} = \frac{I_g L_{np} + I_{net} L_p}{L} \quad (2.32)$$

Sendo  $L$  é o comprimento total do perfil ( $L = L_{np} + L_p$ ),  $I_g$  e  $I_{net}$  são os momentos estáticos de 2ª ordem das seções transversais bruta e líquida, respectivamente. Considerando que os furos tenham um tamanho padrão, tem-se  $L_p = n_l L_h$ , em que  $n_l$  é o número de perfurações longitudinais e  $L_h$  é o comprimento da perfuração. Para o cálculo das propriedades das seções transversais bruta e líquida, os autores recomendam empregar o CUFSM. No caso da seção transversal líquida, deve ser considerada espessura nula ( $t = 0$ ) nas faixas que apresentam furos.

A carga crítica de flambagem global elástica à flexão da seção sem furos,  $N_{ex/ey}$ , pode ser obtida por uma análise pelo MFF ou utilizando a expressão (2.33). Logo a carga crítica de flambagem global elástica à flexão de um perfil com furos,  $N_{ex/ey,p}$ , é determinada pela equação (2.34).

$$N_{ex/ey} = \frac{\pi^2 EI_g}{L} \quad (2.33)$$

$$N_{ex/ey,p} = N_{ex/ey} \cdot \frac{I_{avg}}{I_g} \quad (2.34)$$

Para o caso de perfis com furos, a carga crítica de flambagem por torção,  $N_{ez,p}$ , ou flexo-torção,  $N_{exz,p}$ , são definidas pelas expressões (2.35) e (2.36), empregando as propriedades calculadas a partir de uma média ponderada, similar ao ilustrado pela equação (2.32). No entanto, para a constante de empenamento por torção  $C_w$  é necessário verificar o número de furos na direção transversal ( $n_t$ ). Caso  $n_t = 1$  adota-se  $C_w = C_{w,net}$ . Caso  $n_t > 1$  adota-se  $C_w = C_{w,avg}$ , em que  $C_{w,net}$  e  $C_{w,avg}$ , representam respectivamente as constantes de empenamento por torção da seção líquida e seu valor médio.

$$N_{ez,p} = \frac{1}{r_{0,avg}^2} \left[ GJ_{avg} + \frac{\pi^2 EC_w}{L_t^2} \right] \quad (2.35)$$

$$N_{exz,p} = \frac{\left[ (N_{ex,p} + N_{et,p}) - \sqrt{(N_{ex,p} + N_{et,p})^2 - 4 N_{ex,p} \cdot N_{et,p} \cdot \left[ 1 - \left( \frac{x_{0,avg}}{r_{0,avg}} \right)^2 \right]} \right]}{2 \left[ 1 - \left( \frac{x_{0,avg}}{r_{0,avg}} \right)^2 \right]} \quad (2.36)$$

Sendo  $x_{0,avg}$ , a distância média do centroide até o centro de corte,  $r_{0,avg} = \sqrt{r_{x,avg}^2 + r_{y,avg}^2 + x_{0,avg}^2}$ , com  $r_{x,avg}$  e  $r_{y,avg}$  representando os raios de giração médios dos eixos principais da seção *rack*;  $G$  é o módulo de elasticidade transversal do material;  $J_{avg}$  é o valor médio da constante de *St. Venant*;  $L_t$  é o comprimento de flambagem equivalente à torção e  $N_{ex,p}$  é a carga crítica de flambagem global à flexão em torno do eixo de simetria pela equação (2.34).

De forma simplificada, a carga crítica de flambagem global de um perfil perfurado pode ser estimada a partir do seguinte procedimento:

1. Cálculo das propriedades geométricas da seção transversal sem furos;
2. Cálculo das propriedades geométricas de uma seção transversal líquida;
3. Cálculo das propriedades geométricas médias da seção transversal, de forma similar ao apresentado pela equação (2.32);
4. Cálculo das cargas de flambagem elástica global à flexão, torção e flexo-torção pelas expressões (2.34), (2.35) e (2.36).

A carga crítica de flambagem global de um perfil perfurado será a menor entre as determinadas no passo anterior.

A carga crítica de flambagem local considerada por Smith e Moen (2014) corresponde ao menor entre os valores da carga de flambagem local do perfil perfurado,  $P_{cl,tr}$  e da flambagem na região dos furos,  $P_{cl,h}$ . Estes valores são determinados considerando a análise de estabilidade padrão do CUFSM e uma tensão de referência correspondente a uma carga de compressão unitária. O valor de  $P_{cl,tr}$  emprega a espessura  $t_{rL}$  definida na expressão (2.35) para uma seção transversal sem furos. Segundo estes autores, esta espessura deve ser aplicada aos elementos enrijecidos da seção e que contenham perfurações. A definição dos termos da expressão (2.35) é ilustrada pela figura 2.11.

$$t_{r,L} = t \left[ 1 - \frac{n_t n_t (L_h d_h + \mu d_h \alpha + \mu L_h \beta + \alpha \beta)}{Lb} \right]^{1/2} \quad (2.37)$$

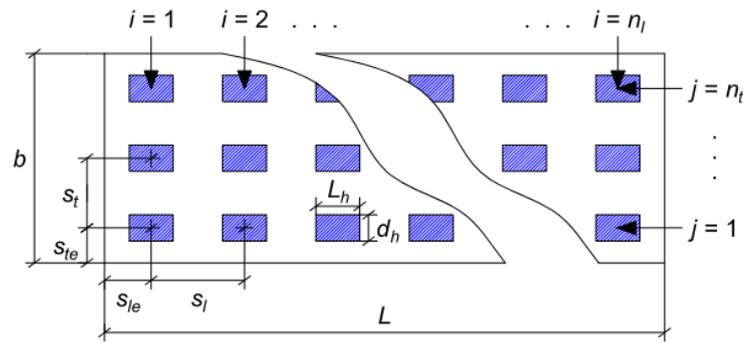


Figura 2.12- Parâmetros geométricos da coluna perfurada  
(adaptado de Smith e Moen (2014))

Em que  $\alpha = \left(\frac{b}{\pi}\right) \text{sen}\left(\frac{\pi L_h}{b}\right)$  e  $\beta = \left(\frac{b}{\pi}\right) \text{sen}\left(\frac{\pi d_h}{b}\right)$ . O valor de  $P_{cl,tr}$  corresponde ao ponto mínimo da faixa de flambagem local da curva de assinatura no CUFSM.

O efeito da flambagem entre furos é avaliado, considerando a seção transversal com espessura nominal e contendo maior área de perfurações, conforme ilustrado na figura 2.12. Neste caso,  $P_{crl,h}$  representa o menor resultado da curva de assinatura para um comprimento de semi-onda,  $L_{crl,h}$ , até altura do furo  $L_h$ , ou seja,  $L_{crl,h} \leq L_h$ .

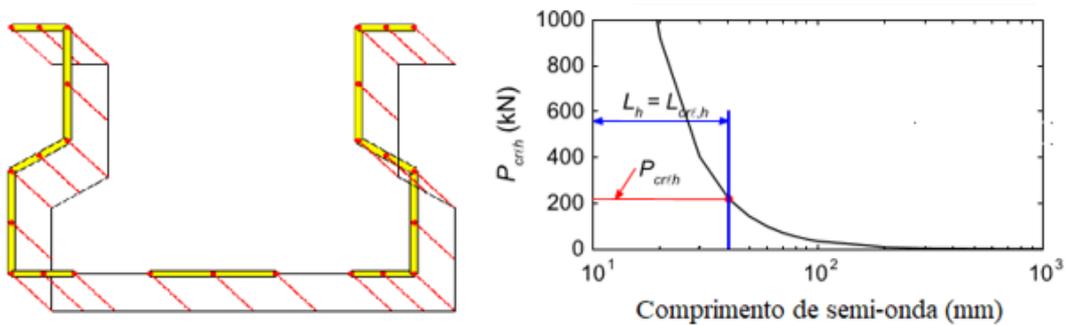


Figura 2.13 - Determinação de  $P_{crl,h}$   
(Fonte: adaptado de Smith e Moen, 2014)

Para a flambagem distorcional, a carga crítica,  $P_{crl,d}$  é obtida a partir da análise de estabilidade elástica empregando o CUFSM. Para essa análise, os elementos que representam a alma do perfil devem ter a espessura reduzida ( $t_{rD}$ ) de acordo com a equação (2.40).

$$A_{w,g} = Lb_w \quad (2.38)$$

$$A_{w,net} = A_{w,g} - n_t n_l L_h d_h \quad (2.39)$$

$$t_{rD} = t \left( \frac{A_{w,net}}{A_{w,g}} \right)^{1/3} \quad (2.40)$$

Em que  $b_w$  representa a largura da alma e as demais dimensões são representadas na figura 2.12. Smith e Moen (2014), entretanto, ressaltam que o comprimento de semi-onda crítico da flambagem distorcional do perfil perfurado,  $L_{crd,p}$ , não deve ultrapassar o correspondente a um perfil maciço,  $L_{crd,np}$ , ou seja,  $L_{crd,p} \leq L_{crd,np}$ .

Uma vez definidas as cargas críticas de flambagem elásticas, realiza-se o dimensionamento utilizando as equações apresentadas na tabela 2.2.

### 2.5.7 Abordagem Geral segundo AISI S100

A AISI S100 (AISI, 2016) contém uma abordagem para considerar a presença de furos em perfis formados frio. Embora se trate de um procedimento geral, *a priori*, se pode inferir que o mesmo é mais próprio para perfis com furos discretos. Efetivamente, a AISI S100 recomenda, para o caso das colunas de estruturas porta-paletes, aplicar as especificações do RMI.

O procedimento proposto consiste em adaptar as equações do DSM a fim de considerar a perda de capacidade em função dos furos. Para flambagem local, por exemplo, a capacidade da seção é limitada à força de escoamento de uma seção líquida,  $P_{ynet}$ . Já para a flambagem distorcional se considera uma transição de  $P_{ynet}$ , a partir de um regime inelástico, para a flambagem elástica. A inclinação da reta que governa esta transição vale  $P_{ynet}/P_y$ , e foi derivada com base nas tendências observadas por Moen e Schafer (2009).

Segundo a AISI S100 (2016), a presença de furos reduz a capacidade resistente de um perfil de chapa dobrada. A influência dos furos na resistência do perfil pode ser contrária à experiência intuitiva e difícil de prever com base numa avaliação de Engenharia. Portanto, a influência dos furos, mesmo que pequenos, deve ser avaliada para componentes sujeitos à compressão ou à flexão. Algumas observações consolidadas sobre este tópico estão resumidas a seguir:

- a) furos retangulares ou alongados normalmente reduzem a resistência à flambagem local mais do que furos quadrados e circulares;
- b) perfurações na alma sempre diminuem a resistência à deformação por distorção;
- c) furos sempre reduzem a resistência à flambagem global;

- d) quanto mais furos ao longo de um perfil, maior a redução na resistência;
- e) padrões de furos, como aqueles tipicamente presentes em perfis *racks* usados em porta-paletes, podem reduzir a resistência mais que furos discretos;
- f) considerar enrijecer a parede de um perfil com furos aumenta mais a resistência à flambagem local do que as resistências às flambagens distorcional e global.

A AISI S100 (AISII, 2016) indica que não é necessário verificar a influência dos furos quando as condições abaixo são satisfeitas:

- a) Quando  $\sum(L_h/L) \leq 0,10$ ;
- b) Quando  $(d_h/L_h) \geq 0,25$ , sendo  $d_h$  a largura do furo;
- c) Quando  $(A_{net}/A_g) \geq 0,95$ .

Para o dimensionamento de perfis com furos pode-se adotar cargas de flambagem elásticas extraídas de uma análise de estabilidade de um modelo em elementos finitos de casca, pelas soluções como de Casafont *et al.* (2013) e Moen e Smith (2014) ou aplicar métodos analíticos aproximados do apêndice 2 da AISI S100 (AISII, 2016). Uma vez obtidas estas cargas, aplica-se o seguinte formulário:

1. Cálculo de  $P_{ne}$  ( $N_{c,Re}$  pela tabela 2.2), utilizando a carga crítica de flambagem elástica obtida para o perfil perfurado;
2. Cálculo de  $P_{nl}$  ( $N_{c,RI}$  pela tabela 2.2). O valor de  $P_{nl}$  determinado é limitado a força de escoamento da seção mínima,  $P_{y,net} = A_{net,min} \cdot f_y$ , de modo que  $P_{nl} \leq P_{y,net}$ ;
3. Cálculo do  $\lambda_d$  pela equação (2.41), em que  $N_{d,p}$  é a carga crítica elástica de flambagem distorcional do perfil com furos;

$$\lambda_d = \sqrt{\frac{P_y}{N_{d,p}}} \quad (2.41)$$

4. Cálculo de  $\lambda_{d_1}$  e  $\lambda_{d_2}$  pelas equações (2.42) e (2.43);

$$\lambda_{d1} = 0,561 \cdot \left( \frac{P_{ynet}}{P_y} \right) \quad (2.42)$$

$$\lambda_{d2} = 0,561 \cdot \left[ 14 \cdot \left( \frac{P_y}{P_{ynet}} \right)^{0,4} - 13 \right] \quad (2.43)$$

5. Cálculo de  $P_{d2}$  pela expressão (2.44);

$$P_{d2} = P_y \cdot \left[ 1 - 0,25 \left( \frac{1}{\lambda_{d2}} \right)^{1,2} \right] \left( \frac{1}{\lambda_{d2}} \right)^{1,2} \quad (2.44)$$

6. Cálculo de  $P_{nd}$  pela expressão (2.45);

$$\left\{ \begin{array}{l} P_{nd} = P_{ynet} \text{ para } \lambda_d \leq \lambda_{d1} \\ P_{nd} = P_{ynet} - \left( \frac{P_{ynet} - P_{d2}}{\lambda_{d2} - \lambda_{d1}} \right) \cdot (\lambda_d - \lambda_{d1}) \text{ para } \lambda_{d1} < \lambda_d \leq \lambda_{d2} \\ P_{nd} = \left[ 1 - 0,25 \cdot \left( \frac{P_{crd,p}}{P_y} \right)^{0,6} \right] \cdot \left[ \left( \frac{P_{crd,p}}{P_y} \right)^{0,6} \right] P_y \text{ para } \lambda_d > \lambda_{d2} \end{array} \right. \quad (2.45)$$

7. A resistência nominal,  $P_n$ , é a menor carga entre as obtidas nos passos 2 e 6.

### 3 MODELAGEM NUMÉRICA

Conforme apresentado no capítulo 2, o MFF e a GBT possuem limitações para modelar perfis com furos, logo neste trabalho se adota um modelo numérico baseado no Método dos Elementos Finitos. O modelo numérico é desenvolvido no *software* Ansys, disponível no CEMACOM/PPGEC, empregando-se a linguagem APDL. Na sequência são apresentados alguns aspectos sobre o modelo numérico.

#### 3.1 DEFINIÇÃO DOS ELEMENTOS FINITOS

Perfis de chapa dobrada a frio são usualmente modelados com elementos de casca plana os quais contém 6 graus de liberdade (gl) por nó (3 translações e 3 rotações). Embora o uso de elementos sólidos, com 3 gl por nó, também seja possível, o mesmo não se justifica em função da pequena espessura de parede deste tipo de perfil.

Os elementos de casca disponíveis no Ansys, com uso mais recorrente, são o SHELL181 contendo 4 nós e o SHELL281 com 8 nós. Neste trabalho o perfil é modelado com elemento SHELL181, cuja geometria padrão está ilustrada na figura 3.1. Este elemento costuma ser adotado em trabalhos acadêmicos envolvendo perfis formados a frio, tal como em Almeida (2007) e Souza (2013).

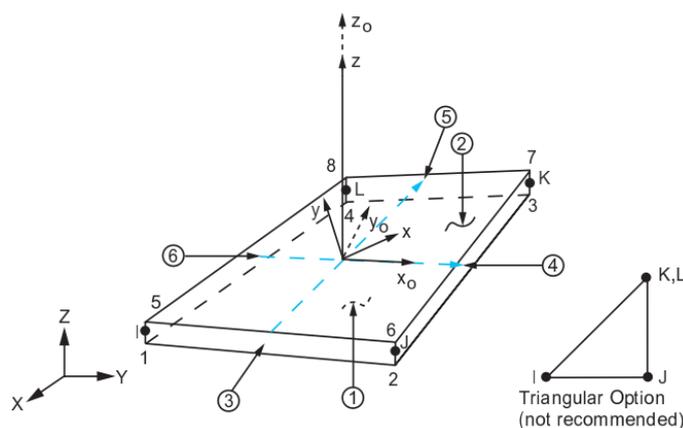


Figura 3.1- Geometria do elemento SHELL181  
(Fonte: ANSYS, 2020)

O elemento SHELL181 é adequado para o modelamento de cascas finas a moderadamente espessas, já que usa a teoria de deformação por corte de 1ª ordem. Este elemento pode ser empregado em problemas lineares e não lineares, mesmo com grandes deformações e rotações.

Para tal considera tensões e deformações verdadeiras no lugar das tensões e deformações de engenharia. Portanto quando se emprega este elemento é importante verificar o nível das deformações envolvidas. Para pequenas deformações a diferença entre os valores nominais e os verdadeiros é irrelevante. Caso as deformações sejam significativas é necessário que os parâmetros das curvas constitutivas sejam definidos em tensões e deformações verdadeiras.

Quando se emprega o SHELL181 para modelar um perfil de aço, se adota a opção que considera as rigidezes de membrana e de flexão. A espessura do elemento é representada pelo uso de camadas. Neste trabalho, empregou-se uma única camada com 5 pontos de integração ao longo da espessura. Cabe destacar que este elemento dispõe de dois sistemas de integração: reduzida e completa. *A priori* a integração reduzida proporciona um processamento mais rápido. No entanto é necessário avaliar os resultados obtidos na solução de um problema de autovalores e autovetores. No capítulo 4 é apresentado um estudo de malha no qual se avalia ambas alternativas.

Como os modelos numéricos usualmente representam condições de ensaio experimental, é comum se representar duas chapas de aço que são soldadas nas extremidades do perfil. Segundo Almeida (2007), o perfil de chapa dobrada e as chapas podem ser modelados integralmente em elementos de casca, conforme ilustrado na figura 3.2; integralmente com elementos sólidos ou de forma mista, quando o perfil é modelado em elementos de casca e as chapas em elementos sólidos.

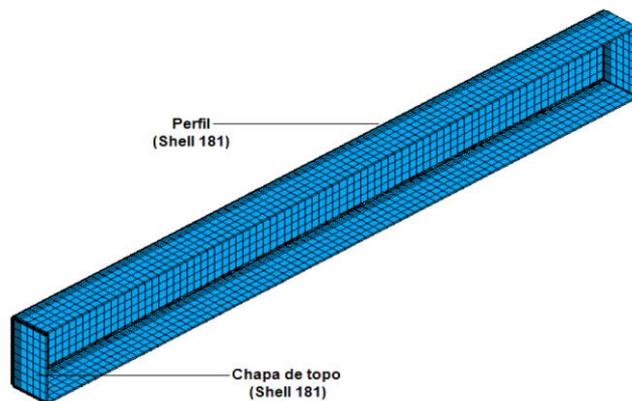


Figura 3.2 - Modelo integralmente com elementos de casca  
(fonte: ALMEIDA, 2007)

A representação da chapa de extremidade no modelo, adotada por alguns autores, facilita a aplicação dos carregamentos e aplica condições de contorno locais restringindo a flambagem local e o empenamento. Essas chapas costumam ser modeladas com elementos sólidos, já que

nos experimentos se empregam chapas espessas da ordem 31 mm. Uma possível razão para esta escolha é o fato destes elementos avaliarem melhor as tensões de cisalhamento. Por outro lado, como se está interessado apenas nos resultados referentes ao perfil, basta representar adequadamente a rigidez das chapas e isso os elementos de casca cumprem. Considerando o emprego de elementos sólidos, é usual considerar o elemento SOLID185, cuja geometria está ilustrada na figura 3.3.

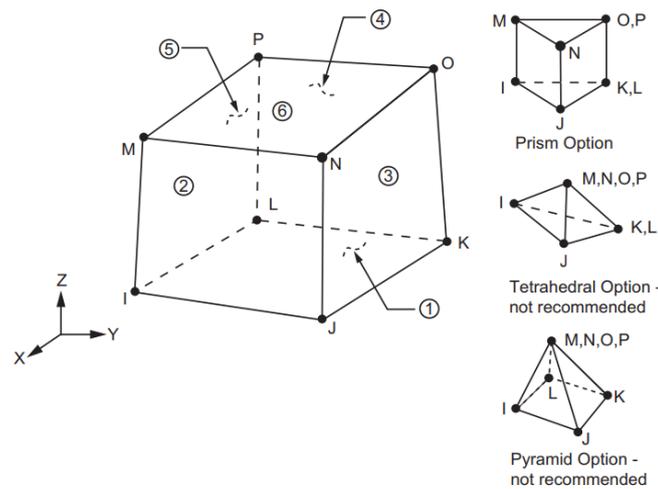


Figura 3.3 - Geometria do elemento SOLID185  
(fonte: ANSYS, 2020)

A ligação das chapas de extremidade com o perfil pode ser representada de diferentes formas conforme o objetivo dos autores. Quando se trata de chapas reais empregadas num experimento, a melhor forma de representar a solda é considerar o uso de nós coincidentes na interface perfil-chapa. Outra opção é utilizar elementos finitos de contato na interface entre perfil e chapas como feito por Oliveira (2000). No entanto este procedimento torna o problema altamente não linear e pode resultar em um tempo de processamento mais elevado para realizar uma análise. Também é necessário observar que esse tipo de restrição não é considerada na solução de um problema de autovalores e autovetores. Por fim a ligação entre perfil e chapa de extremidade também pode ser feita por equações de acoplamento do tipo MPC (*Multi Point Constraint*).

A escolha dos elementos empregados num modelo numérico também está associada aos parâmetros de interesse que se deseja avaliar. Neste contexto, considerando-se o estudo de perfis formados a frio, é necessário avaliar os modos de instabilidade elástica e suas correspondentes cargas de flambagem críticas. Esta tarefa é facilitada quando são empregados elementos de casca para modelar o perfil de aço.

### 3.2 O MODELO EM ELEMENTOS FINITOS

Neste item é apresentado o modelo proposto para representar o comportamento de uma coluna de um sistema porta-paletes. O modelo considera uma carga submetida à compressão simples sobre um perfil com e sem furos.

A seção transversal adotada neste trabalho é baseada no catálogo da empresa MECALUX (MECALUX, 2022), que apresenta informações limitadas sobre cada seção transversal, tais como a largura e profundidade da seção. Neste contexto foi escolhido o modelo com 81 mm de largura e 69 mm de profundidade. As demais cotas da seção transversal foram arbitradas com base em outros artigos. A figura 3.4 ilustra a seção transversal adotada e a correspondente linha média.

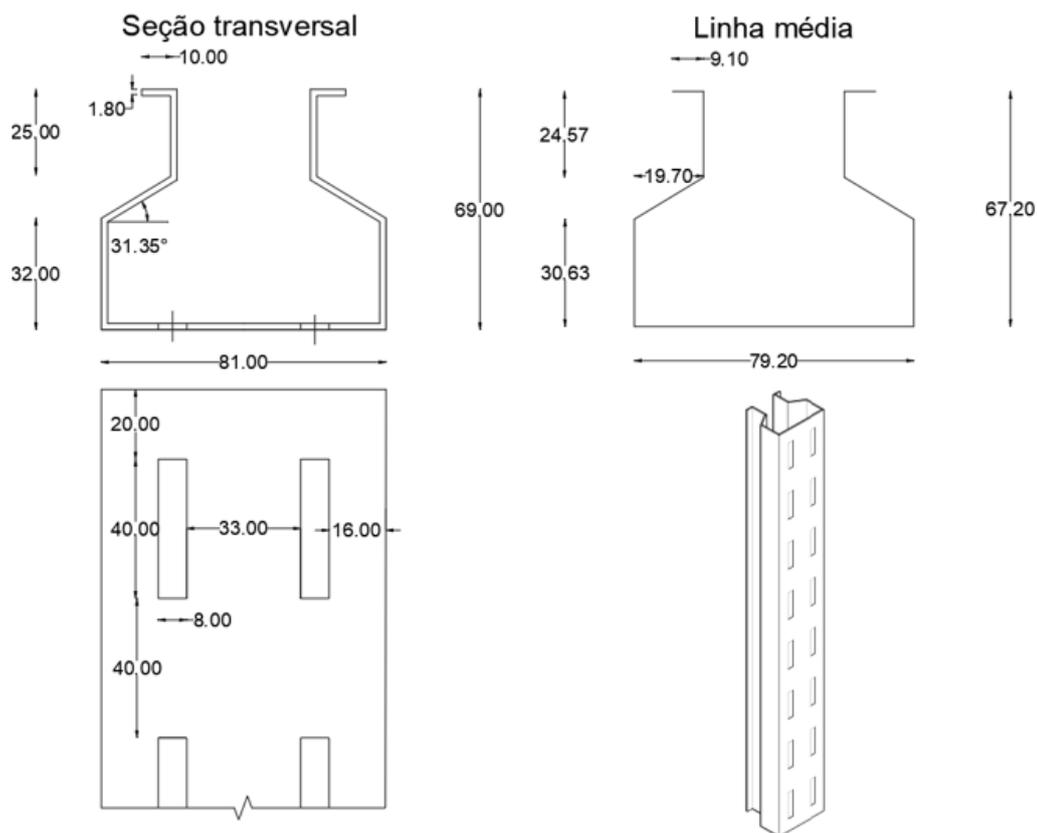


Figura 3.4 - Seção transversal proposta (mm)

Foram adotados furos retangulares (8 x 40) mm localizados na alma da seção transversal. Os furos nas mesas são desprezados, já que segundo Casafont *et al.* (2013), furos nesta região não contribuem para uma perda significativa na rigidez do perfil. As distâncias verticais entre furos e de um furo até a borda foram definidas de modo similar ao adotado por Souza (2013), Faria

(2016) e Neiva *et al.* (2018), ou seja, igual a altura do furo (40 mm) e metade deste valor (20 mm). Assim como estes autores, neste trabalho, a dimensão transversal dos furos equivale a aproximadamente 10% da largura da alma (81 mm) e os raios de dobramento não foram considerados. Considerando a relação das áreas da seção transversal líquida e bruta,  $A_{net} / A_g$  obtém-se um valor de 0,93.

A aplicação dos carregamentos e das restrições no modelo é realizada por duas chapas soldadas aos extremos do perfil. A geometria destas chapas está ilustrada na Figura 3.5. Estas cotas estão de acordo com as especificações da figura 2.8.

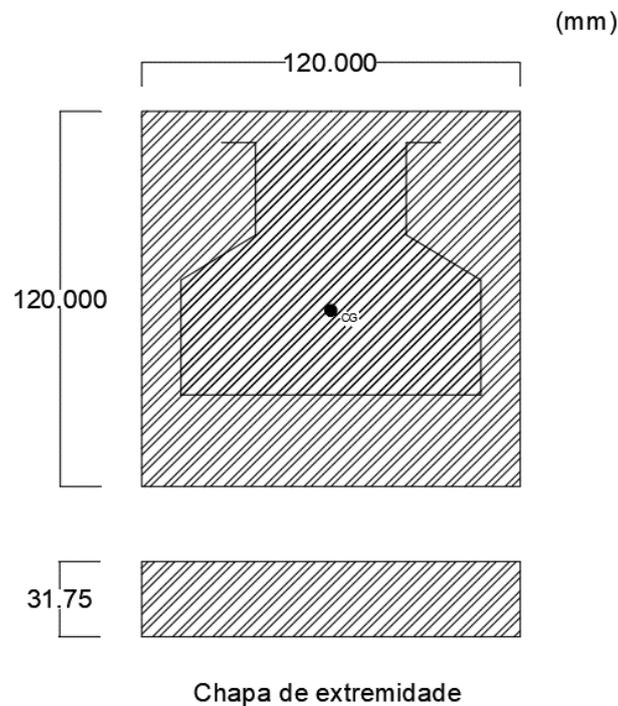


Figura 3.5 - Dimensões das chapas de extremidade

A geração do modelo numérico é realizada por meio de um *script* em linguagem APDL cujas etapas são apresentadas na figura 3.6.

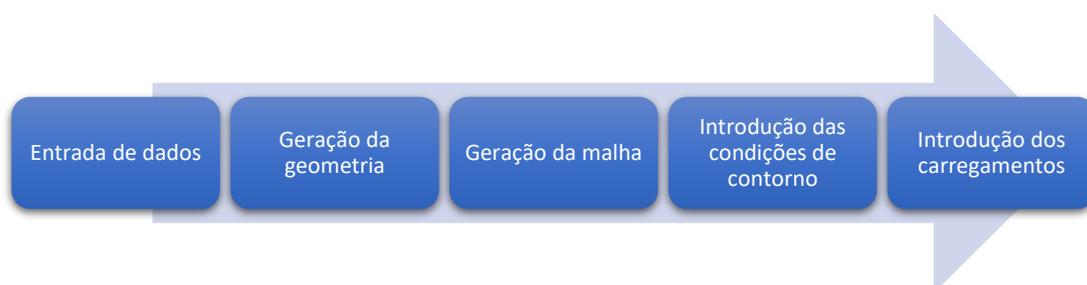


Figura 3.6 - Etapas de construção do modelo em elementos finitos

Os dados principais para a geração da geometria do perfil são as cotas da linha média da seção transversal (ver figura 3.4). De modo sucinto, a partir das coordenadas dos pontos que definem a linha média são gerados *keypoints*, que são ligados por linhas retas. Posteriormente, se aplica uma extrusão nessa geometria ao longo do eixo longitudinal, gerando o desenho do perfil ilustrado na Figura 3.7-a. Existindo furos no perfil, as áreas dos mesmos são desenhadas sobre o perfil maciço e descontadas deste através de operação booleana (comando de subtração de áreas).

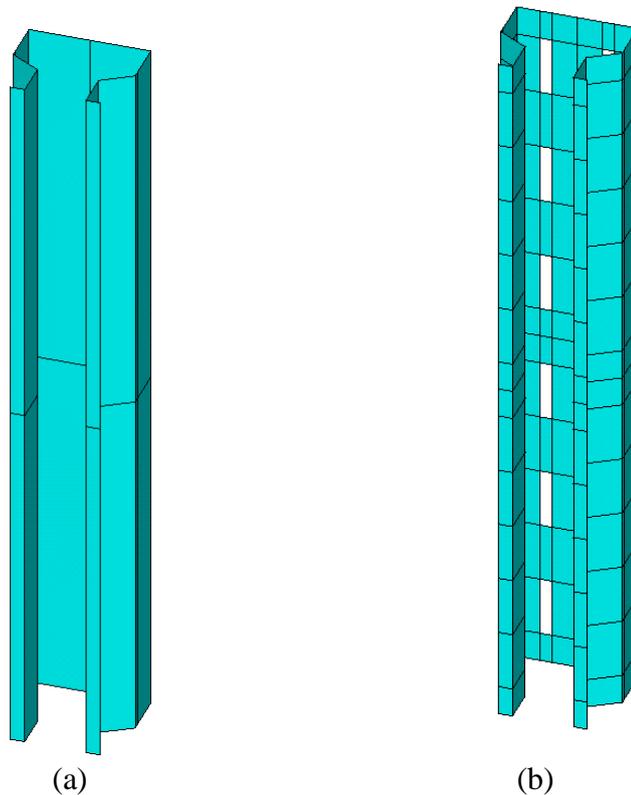


Figura 3.7 - Modelo geométrico do perfil (a) sem furos (b) com furos

As chapas de extremidade são geradas a partir de áreas definidas nas extremidades do perfil já modelado. Estas chapas são divididas em várias áreas de modo que se tenha uma linha coincidente com a linha média do perfil. Deste modo se pode garantir que a ligação entre o perfil e a chapa vai se dar por nós coincidentes. Este procedimento é vantajoso por evitar o uso de elementos de contato e também evitar o uso de outros recursos do Ansys para representar esta ligação. A fim de simplificar a aplicação das condições de contorno, se fez coincidir o centroide das chapas de extremidade com o centroide da seção transversal média calculada para o perfil. Caso as chapas de extremidade sejam modeladas com elementos sólidos, é gerado um volume pela extrusão das áreas anteriores. Cabe destacar que, quando se modela estas chapas com elementos de casca, o comprimento do perfil considerado sofre um prolongamento

de metade da espessura da chapa em cada extremidade, uma vez que se considera o plano médio da chapa de extremidade como a área modelada.

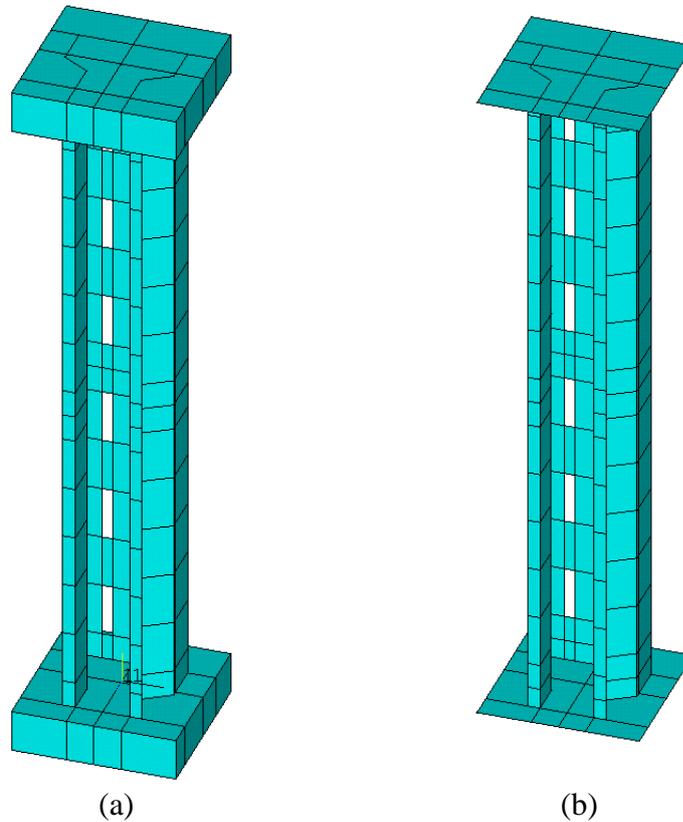


Figura 3.8 - Perfil perfurado com chapas de extremidade modeladas por: (a) volumes (b) áreas

O Ansys dispõe de dois métodos para geração de uma malha de elementos finitos: malha estruturada (*mapped mesh*) ou malha livre (*free mesh*). A princípio uma malha mapeada proporciona um melhor controle sobre a distribuição dos elementos e também melhores resultados. No entanto, este recurso exige que as geometrias, áreas e volumes, sejam simples tais como um retângulo ou um hexaedro linear. Caso esta condição não se cumpra, é gerada uma malha livre, no qual o tamanho e forma dos elementos são desconhecidos. Uma alternativa é a setorização das áreas na geração da geometria conforme ilustrado na figura 3.8. Este procedimento é adotado na região próxima aos furos, onde inicialmente apenas a malha livre poderia ser empregada. Neste trabalho foi adotada uma malha estruturada para modelar o perfil. Para as chapas de extremidade se considerou um modelo em que as chapas são modeladas com elementos SOLID185 e outro modelo em que as chapas são modeladas com o SHELL181. Em ambos modelos se adotou a opção de malha livre, já que as chapas têm função secundária, não sendo de interesse para a análise propriamente dita. A figura 3.9 ilustra as malhas em elementos

finitos que foram geradas se considerando um elemento de casca com tamanho padrão de 5 mm.

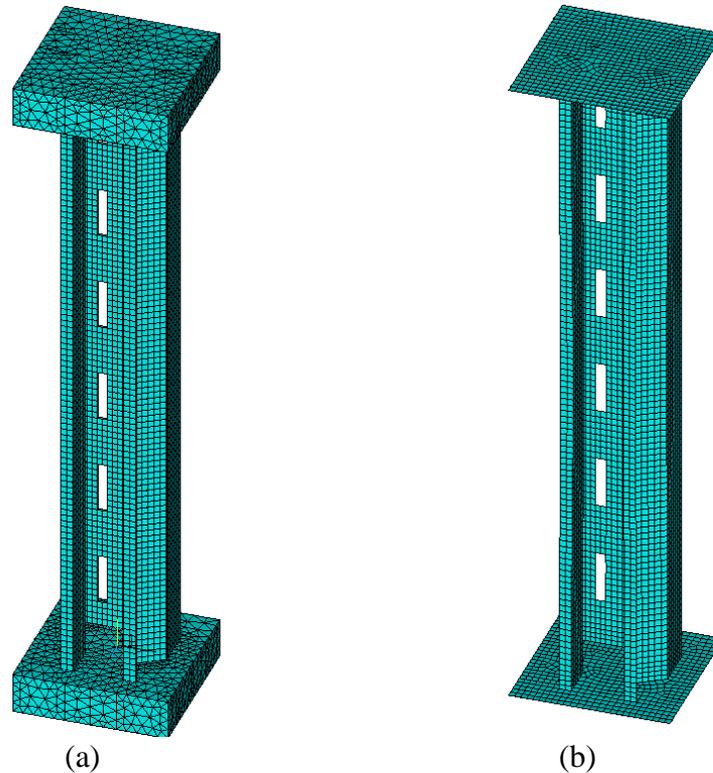


Figura 3.9 - Modelo em elementos finitos com a chapa de extremidade em (a) elementos sólidos (b) elementos de casca

Ao modelar as chapas de extremidade se tem uma condição coerente com a dos ensaios, que gera uma restrição local correspondente à flambagem local, flambagem distorcional e empenamento. Estas restrições são obtidas ao se adotar nós do perfil coincidentes com os nós da chapa.

As condições de contorno foram aplicadas aos nós das chapas de extremidade contendo as coordenadas do centroide da seção transversal. O nó da chapa inferior teve restringidos os deslocamentos (UX, UY e UZ). O nó da chapa superior teve restringidos os deslocamento UX e UZ.

Para se evitar movimentos de corpo rígido nos modelos, uma restrição à torção é introduzida em cada chapa. Para as placas de extremidade modeladas com elementos de casca, aplica-se uma restrição RY no centroide da placa. Nas placas de extremidade modeladas com elemento sólido, restringe-se dois nós pertencentes ao eixo de simetria da placa a um mesmo

deslocamento no plano (UX ou UZ). As condições de contorno apresentadas são ilustradas na figura 3.10.

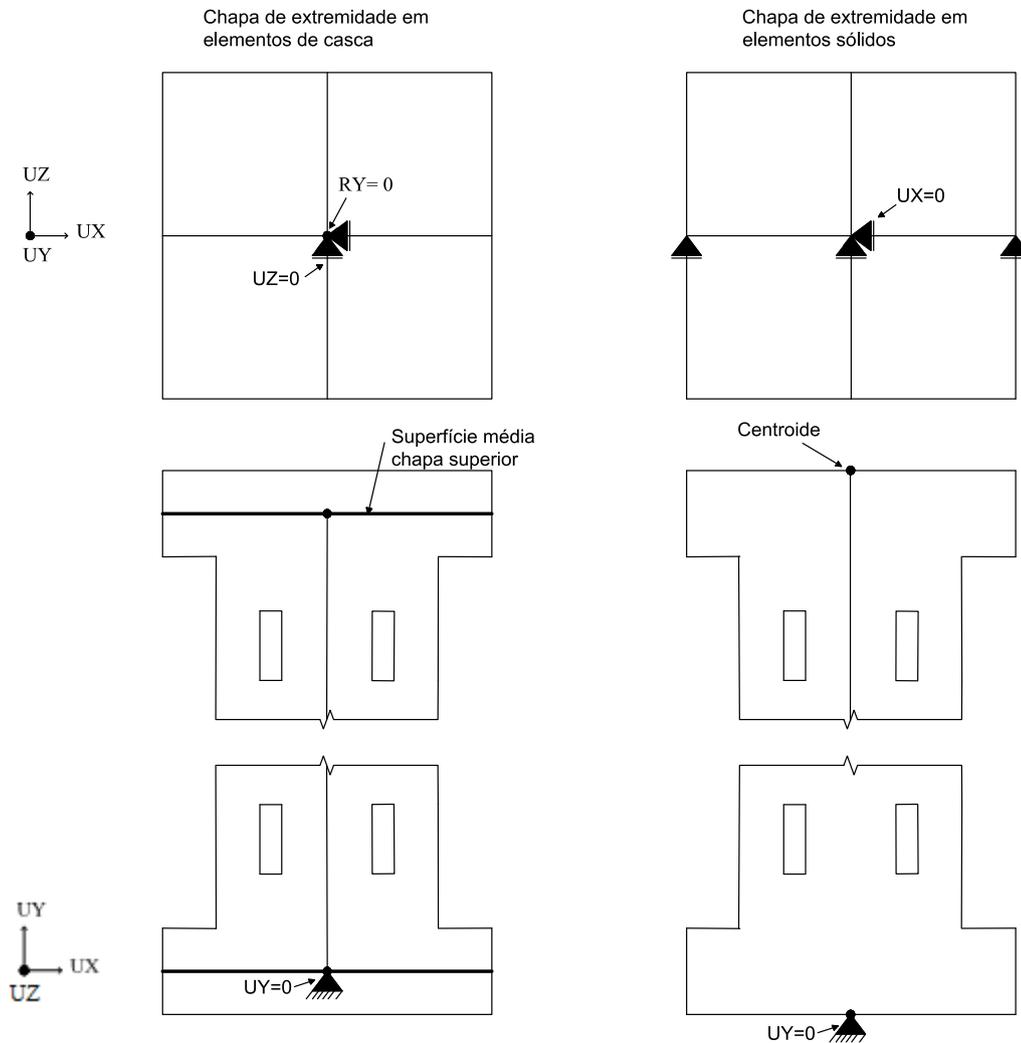


Figura 3.10 - Condições de contorno aplicadas aos modelos

### 3.3 PROCEDIMENTO DE ANÁLISE

O *script* elaborado apresenta duas opções básicas de análise: solução de um problema de autovalores e autovetores e análise não linear. No primeiro caso são fornecidos as cargas de flambagem elásticas e os correspondentes modos de instabilidade de uma estrutura. No Ansys este tipo de análise é denominada de *Eigen-Buckling*. Esta análise é importante já que a partir dos resultados da mesma são definidas as imperfeições geométricas iniciais, que são fundamentais para uma análise não linear. Para a análise de *Eigen-Buckling*, o *script* considera os seguintes passos:

- a) Na etapa de geração da geometria é utilizado um modelo constitutivo isotrópico linear para o aço. É necessário informar o módulo de elasticidade do material  $E$  (205000 MPa) e o coeficiente de Poisson  $\nu$  (0,3). Os valores adotados para estas variáveis, que estão indicados entre parênteses, estão de acordo com a tabela 2 da NBR 15524-2 (ABNT, 2007);
- b) Aplicar uma carga de referência unitária (1 N) no centroide da chapa superior e executar uma análise estática com a opção PSTRES ativa. Esse procedimento assegura a criação da matriz geométrica  $\mathbf{K}_G$ ;
- c) Executar a análise de *Eigen-Buckling* para um número de autovetores informados em uma variável do *script*. Esses autovetores são expandidos e são determinados pelo método dos subspaços;
- d) O primeiro autovalor, que representa a carga crítica de flambagem elástica, é salvo em uma variável.

A seleção dos autovetores utilizados para compor as imperfeições geométricas iniciais dos modos de flambagem local e distorcional ocorre de modo manual a partir da análise prévia. Para representar o modo global foi gerada uma imperfeição geométrica por flexão em torno do eixo de menor inércia da seção transversal a partir de uma análise estática isolada. Os critérios e os processos empregados são apresentados com mais detalhes no capítulo 5. Após concluída esta etapa, se inicia a análise não linear. Nesta etapa, o *script* considera os seguintes passos:

- a) Definição do modelo constitutivo. No caso de uma análise não linear geométrica se considera o aço como isotrópico linear. Quando se considera a não-linearidade do material, podem ser considerados para o aço do perfil, curvas de tensão x deformação do tipo bi ou trilinear. O aço das chapas de extremidade é considerado como isotrópico linear;
- b) Aplicar uma carga concentrada de referência, no centroide da chapa superior. Essa carga é definida como a carga crítica de flambagem elástica da análise de estabilidade linear multiplicada por um ponderador 3;
- c) Aplicar as imperfeições geométricas iniciais utilizando o comando UPGEOM para flambagem local e distorcional. Este comando é executado de modo

acumulativo considerando os autovetores normalizados e seu respectivo ponderador;

- d) O *solver* adotado como padrão é o método do *arc-length* considerando 100 subpassos e comprimentos de arco variando de 1 a 5 mm. O critério de parada é definido por um deslocamento limite de um nó localizado à meia altura do perfil e no centro da alma da seção transversal;
- e) As trajetórias de carga são salvas e armazenadas para os pontos da seção transversal intermediária dos perfis analisados, considerando os 6 graus de liberdade.

Em função do grande número de análises não lineares executadas e da necessidade de atualizar o mesmo *script* com diferentes parâmetros, foi elaborado um *script* de controle que armazena as configurações das análises, carrega as coordenadas dos pontos de interesse e realiza a transição entre as análises executadas. A figura 3.11 apresenta um fluxograma da interação entre os *scripts*.

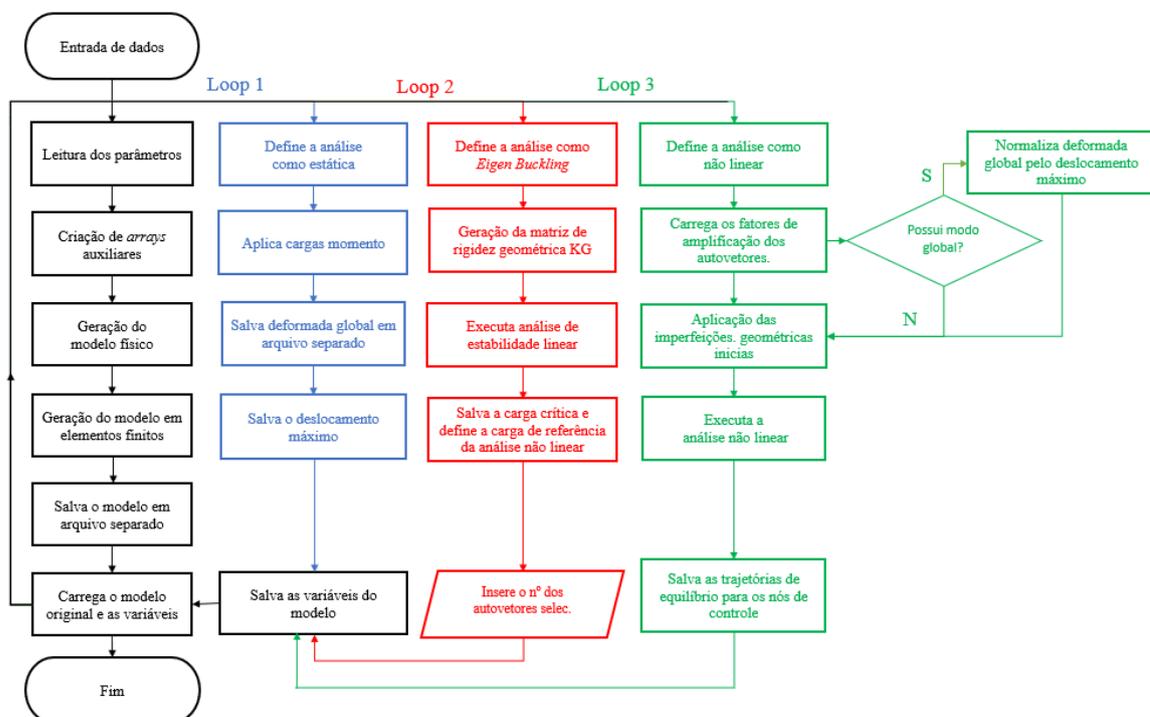


Figura 3.11 - Processo de análise *script* de controle

O *script* da figura 3.11 realiza três tipos de análise representadas pelas cores azul, verde e vermelho. Antecedendo estas análises, um arquivo contendo a geometria indeformada do

modelo em elementos finitos e as condições de contorno apresentadas é gerado. O valor das variáveis também é salvo e atualizado ao final de cada etapa. Esses arquivos são então carregados conjuntamente ao início de cada análise após a limpeza da análise anterior.

No *loop 1*, indicado em azul, é realizado a geração da deformada de imperfeição geométrica inicial do modo global de flexão. Esse procedimento é realizado considerando uma análise estática linear. Os detalhes à respeito deste processo são apresentados no capítulo 5. Nesta etapa, armazena-se também o deslocamento máximo no centro do perfil, utilizado posteriormente para a normalização do autovetor.

Na segunda etapa (*loop 2*), representada em vermelho, realiza-se a análise de estabilidade linear quando são selecionados os autovetores representativos das flambagens local e distorcional.

A terceira etapa (*loop 3*), ilustrada em verde, realiza a análise não linear do modelo, quando os fatores de amplificação são aplicados aos autovetores provenientes das etapas anteriores. As imperfeições geométricas iniciais são então aplicadas de modo cumulativo à geometria indeformada considerando os diferentes fatores de amplificação que se deseja estudar. Após o término da análise não linear, as trajetórias de força por deslocamento dos pontos de interesse são armazenadas em um arquivo. Cabe destacar que o *loop 3* é repetido indefinidamente até que todas as combinações de fatores de imperfeições geométricas iniciais desejadas sejam processadas.

### 3.4 MÉTODOS DE ANÁLISE

Nesta seção são apresentados os processos de análise presentes no Ansys e realizados pelo *script* principal.

#### 3.4.1 Análise de Estabilidade Linear

De acordo com o manual do Ansys (ANSYS, 2020), o primeiro passo para realizar uma análise de estabilidade linear consiste em montar previamente a matriz de rigidez geométrica  $\mathbf{K}_G$  que consta na equação (2.1). Para tal deve ser realizada uma análise estática base com uma carga de referência com a opção PSTRES ligada. É importante destacar que a carga de referência deve ter a mesma forma do carregamento a ser aplicado na estrutura. No caso de um perfil submetido à compressão centrada, por exemplo, o formato do carregamento de referência pode ser uniformemente distribuído, o que corresponde a uma tensão unitária em toda seção transversal

do perfil. Além disso, como se trata de uma análise linear, o modelo constitutivo de material empregado deve ser necessariamente elástico.

Para a resolução do problema de autovalores e autovetores, o Ansys dispõe de dois algoritmos: o método de *Lanczos* e o método de iteração por subespaços. Para maiores detalhes sobre estes métodos recomenda-se a leitura de Bathe (2014). É importante destacar, que os autovalores resultantes dessa análise, representam multiplicadores sobre a carga de referência aplicada ao modelo na análise estática base. Por este motivo, se costuma utilizar um valor unitário como carregamento de referência do modelo.

Segundo Benincá (2019, p. 98): “*os modos de flambagem, por sua vez, definem apenas o formato da deformada, e não a sua magnitude: por padrão, o Ansys normaliza estes modos, de forma que o seu deslocamento máximo tenha valor unitário ...*”. Por outro lado, os autovalores são únicos e uma vez calculado um autovalor, basta se multiplicar o mesmo pela carga base para se obter a respectiva carga de flambagem elástica. Nesse contexto, o menor autovalor vai corresponder a carga crítica de flambagem elástica. Esta carga serve como parâmetro para avaliar o nível de carregamento a ser aplicado em uma posterior análise não-linear.

Os autovetores obtidos na análise de estabilidade linear podem ser usados para gerar um conjunto de imperfeições geométricas iniciais do perfil, que são essenciais nas posteriores análises não lineares. Como estas irregularidades geométricas podem variar, costuma-se em análises dessa natureza, avaliar vários autovetores (modos de instabilidade).

### 3.4.2 Análise Não Linear

Nesta seção são apresentadas informações referentes à análise não linear empregada no trabalho.

As condições de contorno e carregamento (discreto ou distribuído) consideradas na análise não linear, *a priori*, devem ser as mesmas da análise de *Eigen-Buckling*. Neste contexto, a diferença entre as análises ocorre no valor da carga aplicada que, na análise não linear, está baseada na carga crítica de flambagem elástica multiplicada por um fator. Esta recomendação também é utilizada por Benincá (2019), o qual recomenda atribuir um valor elevado para a carga da análise não linear.

A presença de imperfeições geométricas iniciais na geometria do perfil interfere na resistência do mesmo, o que pode ser explicado ao se considerar que deformações não previstas podem induzir tensões adicionais ou afetar a distribuição das mesmas. Para se considerar esse efeito é usual empregar modos de instabilidade obtidos na análise de *Eigen-Buckling*. A introdução das imperfeições deve ser realizada antes da análise não linear, o que é feito através do comando UPGEOM. Neste comando se deve informar o número correspondente à deformada do carregamento aplicado junto a um fator de amplificação, obtido por medição experimental ou por recomendação de norma ou por recomendação de outros autores.

No entanto, em análises do tipo ANLGM, isto é, que consideram a não-linearidade do material e da geometria, necessita-se de dados adicionais que dependem se o modelo adotado é bilinear ou trilinear. As principais informações adicionais podem ser a tensão de escoamento, a tensão de ruptura e o módulo de elasticidade tangente, além das correspondentes deformações limites.

No Ansys os usuais passos de carga, que são associados com uma análise não linear, são denominados de subpassos. Cabe destacar que o termo passo de carga se refere à aplicação de um carregamento, como por exemplo, carga permanente. O número de subpassos adotados numa análise pode ser definido pelo usuário. O gerenciamento automático do número de subpassos é realizado quando a opção *Automatic Load Stepping* está ativa. Dessa forma, o *software* altera dinamicamente essa quantidade de subpassos à medida que o processo iterativo encontra ou não convergência. Deve-se destacar que esta opção está disponível apenas para o método de solução de *Newton-Raphson*.

Sobre este aspecto, a resolução do sistema de equações pode ser efetuada pelos métodos de *Newton-Raphson* (comum ou completo) ou pelo método do *arc-length*. As formulações destes métodos podem ser consultadas no manual teórico do Ansys (ANSYS, 2020) ou em livros, tal como BATHE (2014). Para análises envolvendo perfis formados a frio, ambos métodos são válidos, sendo a escolha do método de acordo com a informação de interesse. Para se avaliar o comportamento até a carga de falha da estrutura, o método de *Newton-Raphson* é indicado. Para comportamentos pós-carga de pico, por exemplo, o *arc-length* é preferível, já que reproduz de forma mais completa a trajetória de equilíbrio das estruturas simuladas.

### 3.5 VALIDAÇÃO DO MODELO

A fim de validar o modelo numérico, nesta seção são apresentados trabalhos anteriores que utilizaram definições semelhantes às propostas neste trabalho.

Souza (2013) avaliou a compressão em perfis com e sem aberturas utilizando uma seção *rack* comercial. Para tal empregou o *software* Ansys, sendo que o perfil foi modelado com elementos de casca do tipo SHELL181 de acordo com a figura 3.12. O carregamento foi aplicado sob forma de força distribuída em ambas as extremidades do perfil conforme ilustrado na figura 3.12. Todos os nós das seções de extremidade tiveram os deslocamentos nas direções UX e UY restringidos. Para impedir o empenamento, nestes mesmos nós, as rotações foram acopladas de modo que a distorção das seções fosse impedida. Um nó à meia altura do perfil é restringido ao deslocamento UZ.

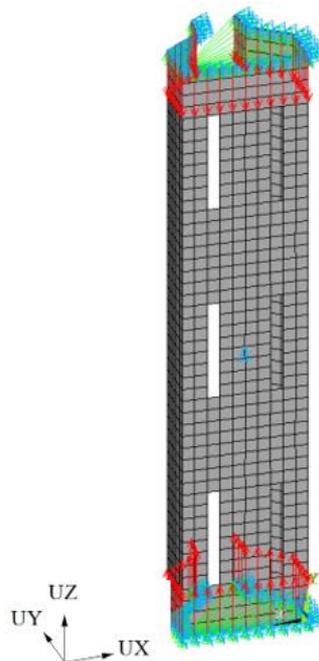


Figura 3.12 - Modelo em elementos finitos de casca  
(Fonte: adaptado de Souza (2013))

Souza (2013) adotou uma malha de elementos com 8 mm de lado, o que representa 10% da largura da alma da seção transversal considerada pelo autor. A figura 3.13 compara os resultados experimentais (linhas com preenchimento sólido e precedidos pela sigla LL) e numéricos (linhas tracejadas e precedidos pela sigla EF) correspondentes à série CC-F60 (coluna curta com altura do furo equivalente a 60% da dimensão da alma) para os pontos indicados nas figuras de referência.

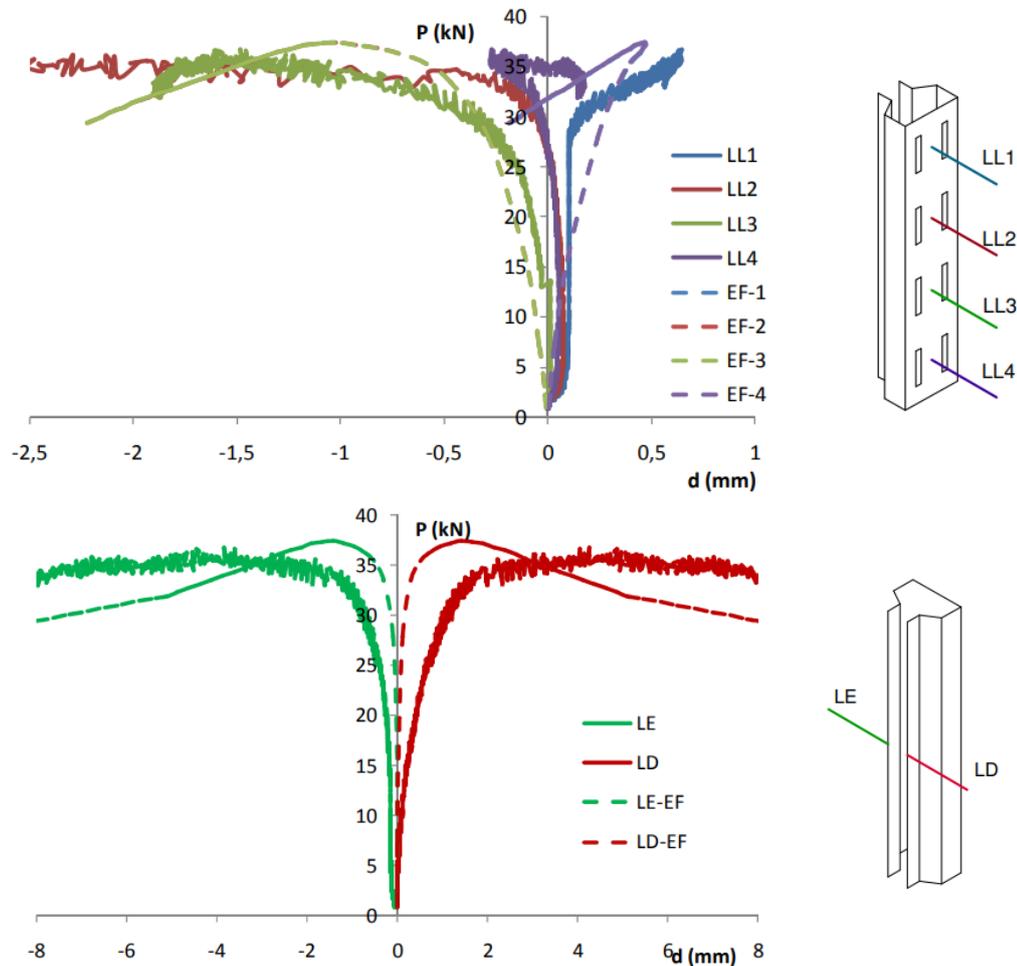


Figura 3.13 - Verificações realizadas para o modelo CC-F60

Obs: as curvas com preenchimento sólido e tracejado se referem respectivamente aos resultados experimentais e numéricos pelo MEF

(Fonte: adaptado de Souza (2013))

Neiva *et al.* (2018) admitiram definições de elementos de casca semelhantes às de Souza (2013) para o perfil, mas utilizando chapas de extremidade modeladas em elementos do tipo SOLID45 no *software* Ansys.

No modelo empregado por estes autores, a ligação entre os elementos de casca e sólidos é realizada pelo acoplamento das translações UX e UY nos nós da interface (figura 3.14 -b). Para garantir uma condição rotulada, os deslocamentos UX e UY nos nós extremos das chapas são impedidos (figura 3.14 -c). Um nó no plano médio tem o deslocamento UZ restrito para evitar movimentos de corpo rígido. Um segundo tipo de acoplamento é aplicado aos nós das placas de apoio de modo que o deslocamento na direção UZ fosse uniforme (figura 3.14-d). Um carregamento distribuído foi aplicado às chapas de extremidade (figura 3.14-e).

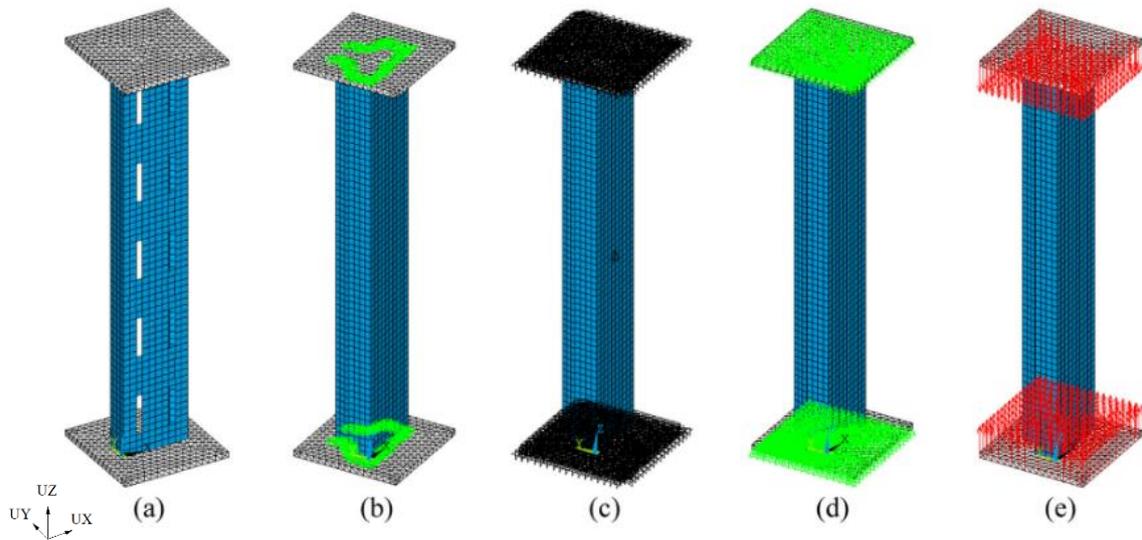


Figura 3.14 - Modelo em elementos finitos com chapas de extremidade

(a) modelo numérico (b) acoplamento da interface perfil-chapa (c) restrições UX e UY nas chapas (d) acoplamento de UZ nos nós de extremidade da chapa (e) carregamento distribuído sobre as chapas

(Fonte: adaptado de Neiva *et al.* (2018))

A figura 3.15 apresenta os deslocamentos na direção dos transdutores representados nas figuras de referência. O protótipo SUH60P2 refere-se ao cp de 564 mm e furos de altura igual a 60% da dimensão da alma da seção transversal empregada. Nesta representação, as linhas com preenchimento sólido e tracejado referem-se respectivamente aos resultados do ensaio experimental e numérico realizados pelos autores.

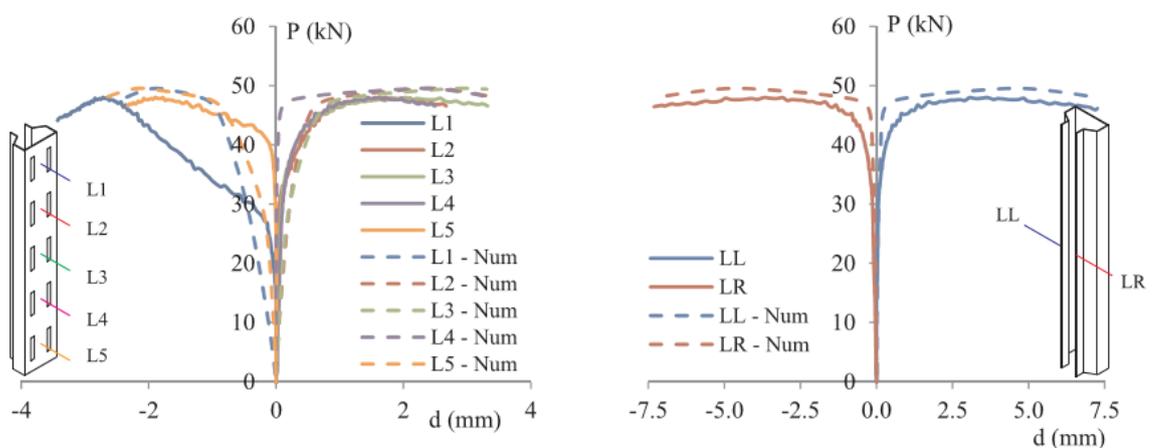


Figura 3.15 - Comparação teórico-experimental do protótipo SUH60P2

(Fonte: NEIVA *et al.* (2018))

A seção transversal, ilustrada na figura 3.16, e as condições de contorno empregadas neste trabalho são semelhantes às adotadas por Pastor *et al.* (2014). Estes autores empregaram o *software* Ansys para realizar as análises numéricas, sendo o perfil modelado com elementos

SHELL181 com 5 mm de lado e opção de integração reduzida e as chapas de extremidades utilizadas, modeladas com elementos sólidos. A ligação entre o perfil e chapas de extremidade foi realizada por condições de acoplamento adicionais dos graus de liberdade de translação, já que os nós da interface do perfil com a chapa não são coincidentes.

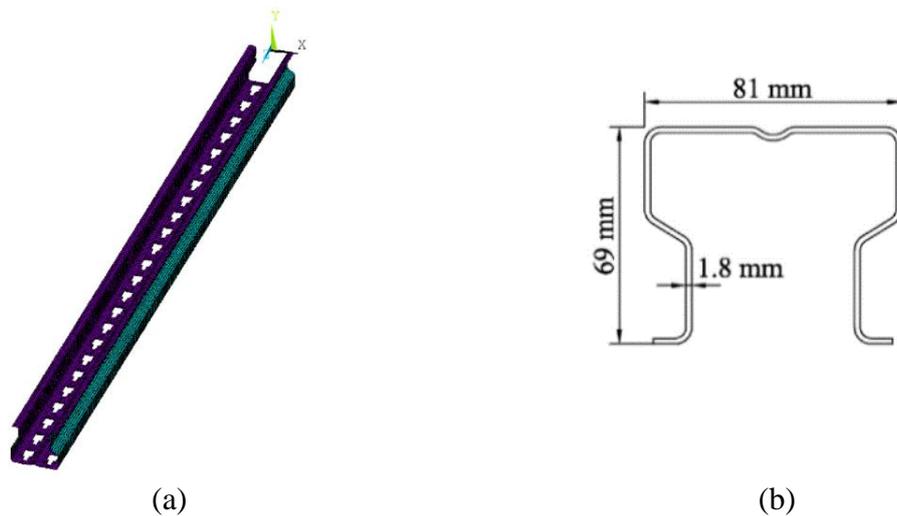


Figura 3.16: Perfil em elementos finitos de casca  
(a) modelo numérico do perfil (b) seção transversal  
(Fonte: adaptado de Pastor *et al.* (2014))

A figura 3.17 contém o resultado da validação do modelo elaborado por Pastor. *et al.* (2014).

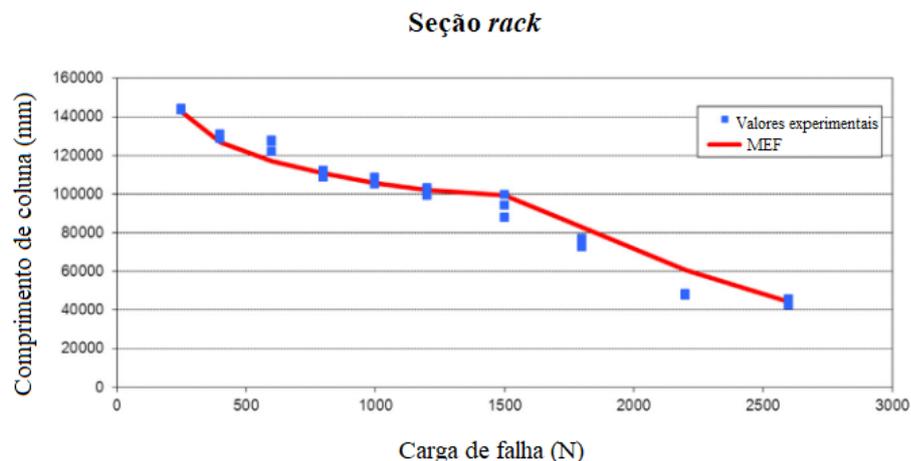


Figura 3.17- Validação modelo em elementos finitos de perfil perfurado  
(Fonte: adaptado de Pastor *et al.* (2014))

Como se observa, para uma seção transversal semelhante a considerada neste trabalho, com mesmas condições de carregamento e restrição, obtém-se uma boa aproximação com valores experimentais, o que ratifica o modelo adotado neste trabalho. Cabe destacar que no capítulo 4 é apresentado um estudo de influência de malha para os modelos propostos.

## 4 ESTUDO DE MALHA

Este capítulo apresenta um estudo sobre a influência da malha nos resultados obtidos com as análises. As malhas consideradas foram baseadas em trabalhos anteriores. Souza (2013) recomenda o uso de elemento de casca com lado da ordem de 10% da largura da alma do perfil, ou seja, 8,1 mm para o caso em estudo. Já Grigoletti (2008) empregou elementos de casca com 10 mm de lado. Deve-se salientar que, *a priori*, essas recomendações correspondem a perfis maciços. No caso de perfis perfurados, é necessário avaliar a qualidade da malha, já que é esperado na região dos furos um maior gradiente de tensão. Por conta disso, Pastor *et al.* (2014) empregaram elementos de casca com 5 mm de lado. Portanto, neste estudo se definiu por avaliar malhas com elementos de casca com lado de 5, 10 e 15 mm. De forma complementar, também foram avaliadas o uso da integração completa (IC) ou integração reduzida (IR).

Considerando o modelo do perfil com as chapas de extremidade, cabe destacar que a solução usual consiste em modelar as mesmas com elementos sólidos. No entanto, um problema de acoplamento parcial é gerado entre os elementos sólidos e os elementos de casca. Isso ocorre, pois os primeiros possuem 3 graus de liberdade por nó (3 translações) ao passo que os segundos apresentam 6 graus de liberdade por nó (3 translações e 3 rotações). Dessa forma, uma investigação sobre os elementos a se adotar nas chapas é justificável. Para este estudo foram avaliados dois modelos: o primeiro utilizando integralmente elementos de casca e um segundo modelo, misto, sendo o perfil modelado por elementos de casca (SHELL181) e as chapas de extremidade são modeladas por elementos sólidos (SOLID185) com 10 mm de lado.

Nos tópicos que seguem, são apresentadas as diferentes hipóteses ou premissas avaliadas para a melhor configuração de malha.

### 4.1 CARGA CRÍTICA

O uso do valor da carga crítica, obtida por uma análise de estabilidade, como parâmetro para definir uma malha é difundido na literatura. Esse procedimento é encontrado nos trabalhos de Souza (2013) e Faria (2016).

Em termos gerais, essa análise consiste em comparar o módulo e a forma modal da primeira carga de flambagem elástica a partir de um modelo em elementos finitos com os resultados

fornecidos por *softwares* como GBTUL ou CUFSM, considerando condições de contorno e carregamento semelhantes. Alternativamente, pode-se determinar de forma analítica este mesmo valor segundo os procedimentos recomendados em normas de perfis formados a frio.

Neste estudo a carga crítica de flambagem elástica foi determinada de acordo com a NBR 14762 (ABNT, 2010). Para tal foi considerado um perfil com  $L=1600$  mm e duas chapas de extremidade com espessura de 31,75 mm, totalizando 1663,5 mm para o conjunto. A escolha da altura se justifica pela presença de flambagem global predominante, verificada no Ansys para um perfil sem furos com carga centrada no topo.

Para simplificar a notação, denomina-se o modelo integralmente em casca como modelo 1 e o modelo misto como modelo 2. A tabela 4.1 apresenta os valores de carga crítica encontrados para ambos os casos.

Tabela 4.1– Cargas críticas de flambagem elástica

Modelo	Refinamento SHELL181 (mm)	Sem furos		Com furos	
		IC*	IR**	IC*	IR**
		(kN)	(kN)	(kN)	(kN)
1	5	170,214	169,648	160,223	159,441
	10	170,339	168,319	160,906	158,541
	15	170,466	167,222	161,125	157,880
2	5	171,799	171,218	161,762	160,977
	10	171,972	169,980	162,509	160,152
	15	172,100	168,904	162,711	159,495

\* IC: Integração Completa; \*\*IR: Integração Reduzida

Numa primeira análise, independente do modelo 1 ou 2, do tipo de integração e da malha considerada, as cargas críticas obtidas variam de 167,22 kN a 172,1 kN para o perfil sem furos, o que corresponde a uma diferença relativa de 2,83%, assumindo a opção com IC como referência. Já para o caso do perfil com furos estes valores variam de 157,88 kN a 162,71 kN, o que corresponde a uma diferença relativa de 2,97%.

No entanto, deve-se destacar que a forma como se modelam as chapas de extremidade interfere nos resultados apresentados. No modelo 2 a espessura é modelada diretamente na geometria. Isso possibilita que a carga de referência de compressão da análise de estabilidade linear seja aplicada na face externa da chapa superior, o que condiz com o procedimento experimental. Por outro lado, o modelo 1 representa a chapa por sua superfície média. Como essas chapas são empregadas para facilitar a aplicação das restrições e carregamentos, as tensões tangenciais

provenientes da espessura da mesma são irrelevantes para o estudo. Por conta disso, a espessura nominal padrão é incorporada na formulação dos elementos de casca. Dessa forma, a carga de referência no modelo 1 foi considerada na superfície média da chapa de extremidade, o que exige o prolongamento do comprimento do perfil, como ilustrado na figura 4.1.

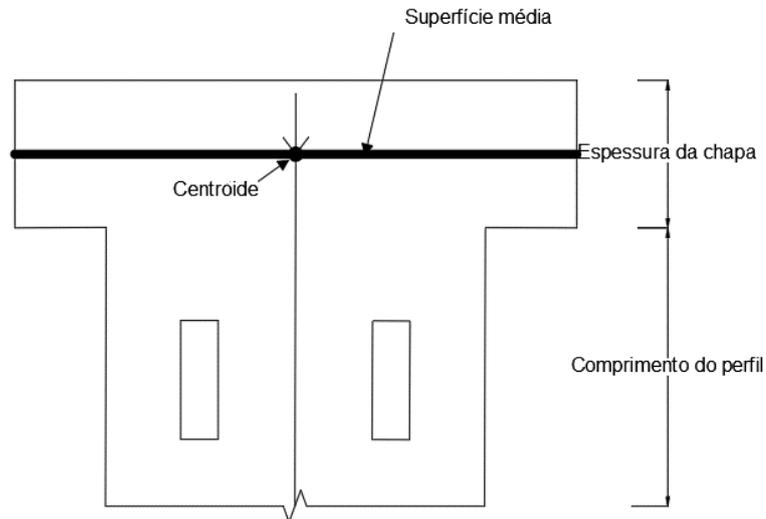


Figura 4.1- Representação da chapa superior no modelo em casca

O Ansys permite adotar diferentes posições para os elementos finitos que representam a placa, o que é feito através do comando *offset*. A figura 4.2 apresenta as configurações alternativas que consideram os elementos posicionados na superfície inferior ou superior da placa. A tabela 4.2 apresenta os resultados de carga de flambagem elástica quando se aplica a carga em diferentes superfícies. As diferenças relativas apresentadas têm como referência as cargas de flambagem elástica da malha de 5 mm do modelo 2 considerando integração completa (IC).

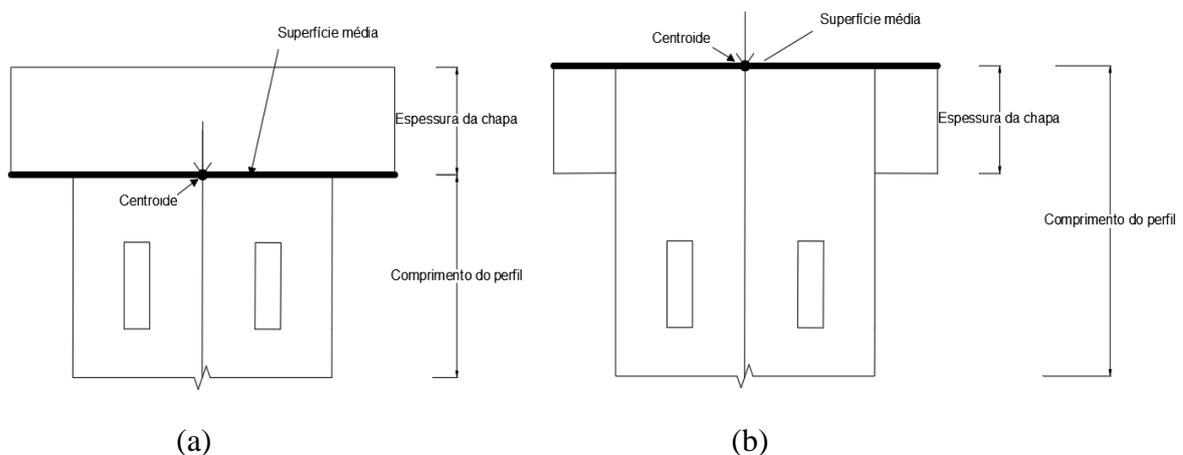


Figura 4.2 - Aplicação da carga no modelo em casca na superfície média  
(a) inferior (b) superior

Tabela 4.2 – Valor de carga crítica de acordo com a configuração do elemento SHELL181

Posição de origem da espessura SHELL181 nas chapas	Carga de referência (kN)	IC* (kN)	IR** (kN)	Diferença Relativa IC* (%)	Diferença Relativa IR* (%)
Plano inferior	171,799	175,610	175,008	2,22	1,87
Plano superior		165,029	164,445	3,94	4,28
Plano médio		170,214	169,648	0,92	1,25

\* IC: Integração Completa; \*\*IR: Integração Reduzida

Observa-se que a opção de espessura usando uma superfície no plano médio das chapas de extremidade apresentaram as menores diferenças relativas com valores de 0,92% e 1,25%. Por conta disso, manteve-se essa opção para o modelo 1.

Complementando a análise da tabela 4.1, adotou-se o resultado da malha de 5 mm como valor de referência e calculou-se a diferença relativa que está apresentada na tabela 4.3.

Tabela 4.3 – Diferenças relativas das cargas críticas com relação à malha de 5 mm

Modelo	Refinamento	Sem furos		Com furos	
	SHELL181 (mm)	IC* (%)	IR** (%)	IC (%)	IR (%)
1	5	-	-	-	-
	10	0,07	0,78	0,43	0,56
	15	0,15	1,43	0,56	0,98
2	5	-	-	-	-
	10	0,10	0,72	0,46	0,51
	15	0,18	1,35	0,59	0,92

\* IC: Integração Completa; \*\*IR: Integração Reduzida

Em ambos os modelos, as diferenças relativas são inferiores a 1,43% e se reduzem à medida que a malha é refinada.

Os resultados da tabela 4.1 também podem ser analisados de acordo com a diferença relativa associada ao método de integração adotado, conforme apresentado na tabela 4.4. Neste caso, os valores resultantes da integração completa são tomados como referência.

Tabela 4.4 – Diferenças relativas das cargas críticas com relação à opção de integração completa

Modelo	Refinamento	Sem furos		Com furos	
	SHELL181 (mm)	IC* (%)	IR** (%)	IC (%)	IR** (%)
1	5	-	0,33	-	0,49
	10	-	1,19	-	1,47
	15	-	1,90	-	2,01
2	5	-	0,34	-	0,49
	10	-	1,16	-	1,45
	15	-	1,86	-	1,98

\* IC: Integração Completa; \*\*IR: Integração Reduzida

Nota-se que, para as malhas apresentadas em ambos os modelos, a diferença associada às opções de integração é inferior a 2,01%. Isso sugere que a integração reduzida é a opção mais indicada, especialmente em malhas com refinamento de 5 mm.

Por fim, para avaliar a capacidade dos modelos em estimar a carga de falha do perfil, se usa como parâmetro de referência fixo a carga crítica de flambagem elástica determinada conforme a NBR 14762 (ABNT, 2010). O quadro 4.1 apresenta o cálculo analítico para  $L=1663,5$  mm, que indica a flambagem global por flexo-torção como crítica.

Quadro 4.1- Cálculo da carga crítica de Flambagem Global

<p>Dados:</p> <p><math>I_{min} = 26,19 \text{ cm}^4; I_{max} = 37,84 \text{ cm}^4; J = 0,049 \text{ cm}^4</math></p> <p><math>E = 20500 \text{ kN} / \text{cm}^2; G = 7885 \text{ kN} / \text{cm}^2; \nu = 0,3</math></p> <p><math>L = 166,35 \text{ cm}; A = 4,57 \text{ cm}^2; C_w = 624,72 \text{ cm}^6</math></p> <p><math>r_0 = 7,14 \text{ cm}; K_x = K_y = 1; K_t = 0,5</math></p> $N_{ex} = \frac{\pi^2 \cdot 20500 \cdot 37,84}{166,35^2} = 299,11 \text{ kN} \quad N_{ey} = \frac{\pi^2 \cdot 20500 \cdot 26,19}{166,35^2} = 207,03 \text{ kN}$ $N_{ez} = \frac{1}{7,14^2} \cdot \left[ \frac{\pi^2 \cdot 20500 \cdot 624,72}{(0,5 \cdot 166,35)^2} + 7885 \cdot 0,049 \right] = 365,79 \text{ N}$ $N_{exz} = \frac{(299,11 + 365,79)}{2,0,274} \cdot \left[ 1 - \sqrt{1 - \frac{4 \cdot (299,11) \cdot (365,79) \cdot 0,274}{(299,11 + 365,79)^2}} \right] = 169,87 \text{ kN}$
--

A tabela 4.5 apresenta as diferenças relativas à carga especificada por norma, 169,87 kN (ver quadro 4.1), considerando as diferentes malhas e procedimentos de integração.

Tabela 4.5 – Diferenças relativas para cargas críticas de flambagem elástica em relação à solução analítica

Refinamento SHELL181	Modelo 1		Modelo 2	
	Sem furos		Sem furos	
	IC* (%)	IR** (%)	IC* (%)	IR** (%)
5	0,20	0,13	1,14	0,79
10	0,27	0,91	1,24	0,06
15	0,35	1,56	1,31	0,57

\* IC: Integração Completa; \*\*IR: Integração Reduzida

As diferenças relativas são inferiores a 1,56%. Destaca-se que o modelo 2 com malha de 10 mm e integração reduzida apresenta um erro de 0,06% em relação à solução analítica.

## 4.2 AVALIAÇÃO DA MALHA PELO ERRO EM TENSÕES

Para a análise de erro em tensões se considerou uma análise estática linear. O valor da carga adotada foi de 40 kN, o que corresponde a tensão na seção transversal bruta de 87,5 MPa.

### 4.2.1 Energia do Erro Estrutural

Considerando a teoria dos Elementos Finitos, a equação (4.1) fornece a energia de deformação  $U_i$  que deve ser integrada no volume  $V$  de um elemento. Nesta expressão,  $\sigma$  é o campo de tensões e  $[D]$  é a matriz constitutiva do material.

$$U_i = \frac{1}{2} \int \{\sigma\}^T \cdot [D]^{-1} \cdot \{\sigma\} dV \quad (4.1)$$

Uma forma do Ansys avaliar o erro dos resultados em termos de tensões é através da representação da *Structural Error Energy* (energia do erro estrutural). Este erro está associado à diferença  $\Delta\sigma$  entre a média das tensões  $\sigma_m$  e a tensão nodal segundo cada elemento que converge ao nó considerado,  $\sigma_n^j$ . O valor de  $\sigma_m$  é determinado pela média aritmética das tensões dos  $N_e$  elementos conectados ao nó  $n$  da malha empregada. Este cálculo, conforme o manual do Ansys (ANSYS,2020), é realizado pelas equações (4.2) a (4.4).

$$e_i = \frac{1}{2} \int \{\Delta\sigma\}^T \cdot [D]^{-1} \cdot \{\Delta\sigma\} dV \quad (4.2)$$

$$\{\Delta\sigma\} = \{\sigma_m\} - \{\sigma_n^j\} \quad (4.3)$$

$$\sigma_m = \frac{\sum_{i=1}^{N_e^n} \sigma_n^i}{N_e^n} \quad (4.4)$$

Neste estudo, duas situações foram investigadas para o cálculo do erro: considerando todos os elementos do modelo e àqueles relativos apenas ao perfil. Essa simplificação é justificada, pois as chapas de extremidade atuam basicamente como mecanismo de controle do empenamento da distorção, além de facilitar a aplicação da carga. Logo, o erro produzido em elementos que modelam as chapas de extremidade poderia ser desprezado, visto que os resultados de interesse estão no perfil *rack*. A tabela 4.6 apresenta o valor máximo da energia do erro estrutural das malhas consideradas.

Tabela 4.6 – Valor máximo da energia do erro estrutural

Modelo	Refinamento do Elemento	Perfil sem furos				Perfil com furos			
	SHELL181 (Perfil) (mm)	Integração Completa (IC)		Integração Reduzida (IR)		Integração Completa (IC)		Integração Reduzida (IR)	
		e* (%)	e** (%)	e* (%)	e** (%)	e* (%)	e** (%)	e* (%)	e** (%)
1	5	0,025	1,102	0,018	1,113	0,083	1,170	0,146	1,181
	10	0,068	5,278	0,042	5,136	0,200	5,350	0,242	5,188
	15	0,107	7,672	0,066	7,717	0,234	6,503	0,356	6,475
2	5	0,023	15,878	0,014	15,878	0,087	22,089	0,153	22,088
	10	0,044	16,966	0,024	16,966	0,2	21,584	0,245	21,584
	15	0,065	16,948	0,037	16,948	0,247	20,872	0,35	20,871

\*: Relativo apenas aos elementos do perfil \*\*: Relativo a todos os elementos do modelo

É importante destacar que este resultado serve mais como um avaliador qualitativo, já que o usual é se analisar a distribuição desta energia na malha. De modo geral, a *structural error energy* considerando apenas a região do perfil é bastante semelhante em ambos os modelos, ou seja, aparentemente os resultados obtidos no perfil são indiferentes ao modo como as chapas de extremidade são modeladas.

#### 4.2.2 Erro global

A partir do erro  $e_i$  e da energia de deformação  $U_i$ , obtidos para cada elemento, pode-se obter o erro global  $E_G$  pela equação (4.5) para um número  $N$  de elementos selecionados. Como se pode notar, o erro global é normalizado em função da energia de deformação associada com o problema.

$$E_G = 100 \left( \frac{\sum_{i=1}^N e_i}{\sum_{i=1}^N U_i + \sum_{i=1}^N e_i} \right)^{1/2} \quad (4.5)$$

A tabela 4.7 apresenta os erros globais calculados. Os valores foram organizados se admitindo apenas os elementos finitos do perfil ou do modelo completo.

Tabela 4.7 – Erro global pela análise de tensões dos modelos

Modelo	Refinamento do Elemento SHELL181 (Perfil) (mm)	Perfil sem furos				Perfil com furos			
		Integração Completa (IC)		Integração Reduzida (IR)		Integração Completa (IC)		Integração Reduzida (IR)	
		E* (%)	E** (%)						
1	5	0,926	11,046	1,057	11,051	4,966	11,602	6,191	12,127
	10	1,29	15,609	1,44	15,644	6,486	16,399	7,215	16,674
	15	1,574	17,101	1,636	17,173	7,079	17,492	7,768	17,784
2	5	0,772	20,191	0,817	20,184	4,993	19,876	6,218	20,152
	10	0,978	20,583	1,059	20,582	6,500	20,698	7,220	20,886
	15	1,169	21,032	1,177	21,027	7,071	20,812	7,758	21,001

\*: Relativo apenas aos elementos do perfil \*\* Relativo a todos os elementos do modelo

Considerando unicamente o perfil *rack* sem furos, o erro global se adotando IC ou IR é inferior a 1,57% ou 1,64%, respectivamente. Para o mesmo caso, considerando o perfil com furos, tem-se erro inferior a 7,1% para IC e a 7,8% para IR.

Considerando também os resultados das chapas de extremidade, o modelo 1 para o perfil sem furos apresentou erro global máximo inferior a 17,20%. Já o modelo 1, considerando o perfil com furos, o maior erro global é inferior a 17,8%. Quando se emprega o modelo 2, o maior erro global obtido é inferior a 21%, no caso do perfil sem furos, e inferior a 21%, em perfis perfurados, independente do esquema de integração adotado.

### 4.3 AVALIAÇÃO DO ERRO PELA ANÁLISE NÃO LINEAR

Para avaliar o erro, em uma análise não linear, é necessário calcular a carga última e comparar a mesma com um valor experimental. Na ausência deste dado, pode-se recorrer, de forma

limitada, ao cálculo especificado em norma. Cabe destacar que o objetivo deste item é avaliar a variação dos resultados em função da malha empregada.

Para esta verificação foram adotados os parâmetros definidos na seção 3.4 para análise não linear. O modelo constitutivo considerado está ilustrado na figura 4.3 para um aço ASTM A572 grau 50 com tensão de escoamento de 345 MPa e tensão de ruptura de 450 MPa. A carga de referência empregada corresponde à carga crítica de flambagem elástica, extraída da análise de estabilidade linear e multiplicada por 1,5 (este fator de majoração pode ser ajustado conforme necessidade). Uma imperfeição geométrica inicial simplificada foi considerada como o 1º modo de instabilidade ponderado por um fator de amplificação de  $L/1000$ .

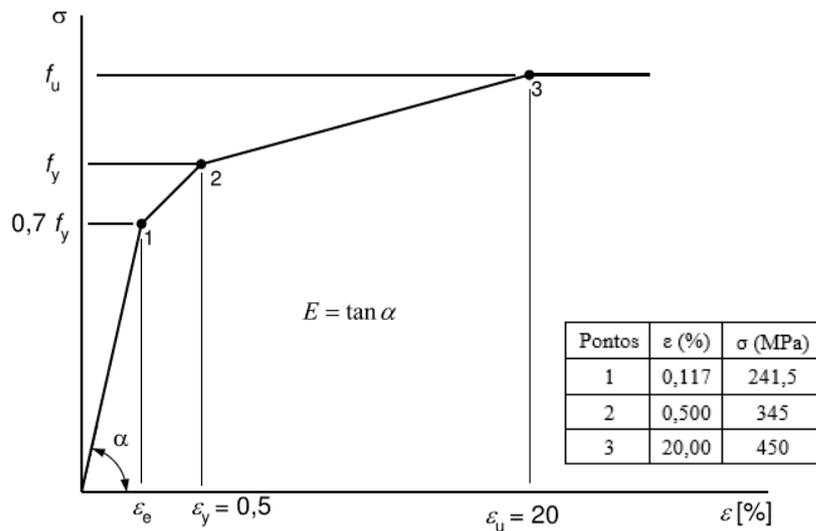


Figura 4.3 – Diagrama trilinear com pontos considerados  
(Fonte: adaptado de WEIMER, 2017)

A tabela 4.8 apresenta as cargas últimas obtidas pelos modelos testados.

Tabela 4.8 – Carga última obtidas pelos modelos

Modelo	Refinamento (mm)	Perfil sem Furos		Perfil com furos	
	SHELL181	IC* (kN)	IR** (kN)	IC* (kN)	IR** (kN)
1	5	95,986	95,925	88,422	88,253
	10	95,982	95,727	88,621	88,146
	15	95,950	95,575	88,681	88,167
2	5	96,383	96,506	88,848	88,677
	10	96,394	96,686	89,117	88,371
	15	97,372	96,254	89,061	88,450

\* IC: Integração Completa; \*\*IR: Integração Reduzida

As figuras 4.4 e 4.5, de forma complementar, ilustram as trajetórias de carga x deslocamento dos modelos respectivamente para os casos sem e com furos.

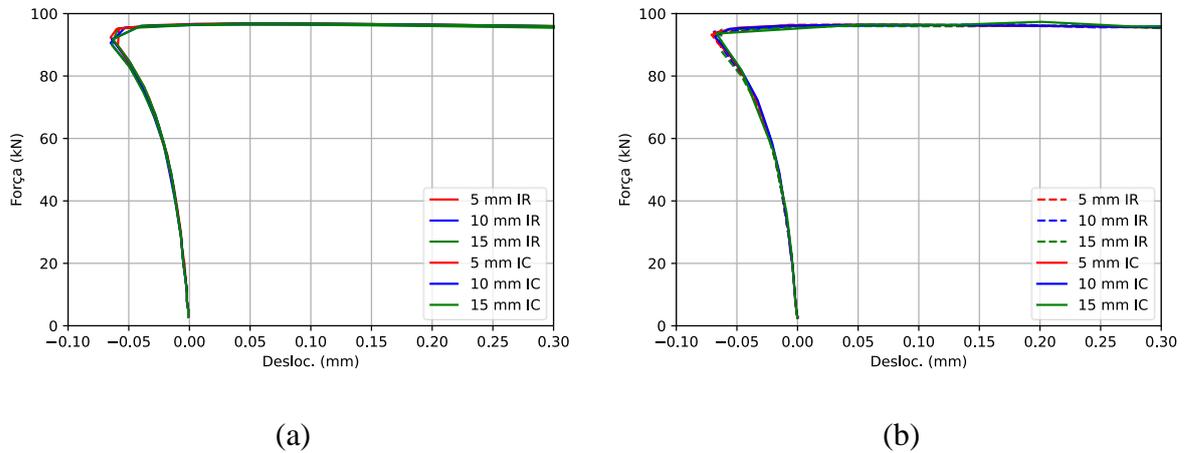


Figura 4.4 - Força x deslocamento do perfil sem furos para  
(a) modelo 1 (b) modelo 2

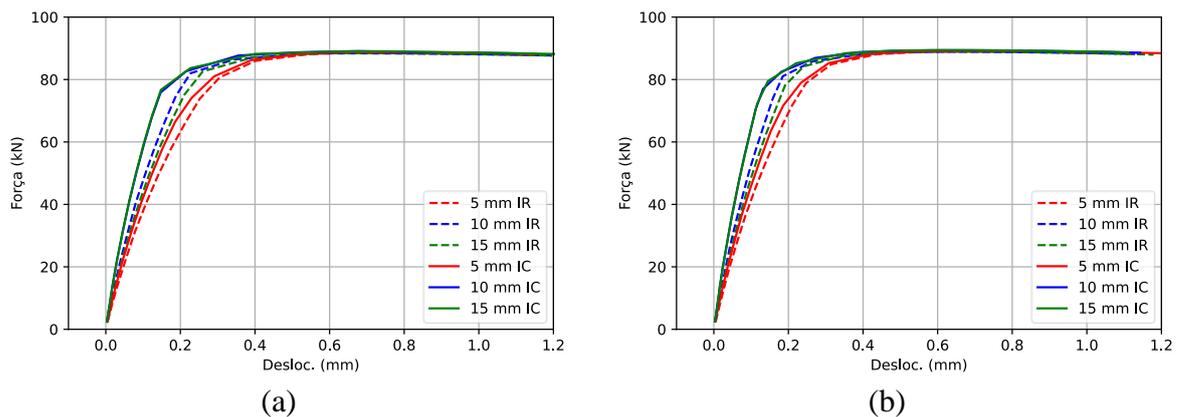


Figura 4.5 - Força x deslocamento do perfil com furos para  
(a) modelo 1 (b) modelo 2

Para o cálculo do erro relativo, se adotou a carga de referência da malha de 5 mm conforme a tabela 4.9. Já a tabela 4.10 avalia o erro relativo entre as opções de integração completa e reduzida, adotando a primeira opção como referência.

Tabela 4.9 – Erro relativo da carga última com relação à malha de 5 mm

Modelo	Refinamento (mm)	Perfil sem Furos		Perfil com furos	
	SHELL181	IC (%)	IR (%)	IC (%)	IR (%)
1	5	-	-	-	-
	10	0,004	0,21	0,23	0,12
	15	0,04	0,36	0,29	0,10
2	5	-	-	-	-
	10	0,01	0,19	0,30	0,35
	15	1,03	0,26	0,24	0,26

Tabela 4.10 – Erro relativo da carga última em relação à opção de integração completa

Modelo	Refinamento (mm)	Perfil sem Furos		Perfil com furos	
		SHELL181	IC* (%)	IR** (%)	IC* (%)
1	5	-	0,06	-	0,19
	10	-	0,27	-	0,54
	15	-	0,39	-	0,58
2	5	-	0,13	-	0,19
	10	-	0,30	-	0,84
	15	-	1,15	-	0,69

\* IC: Integração Completa, \*\*IR: Integração Reduzida

Conforme a tabela 4.9, os erros relativos entre os resultados de carga última são inferiores a 1%. Já conforme a tabela 4.10, os erros relativos são inferiores a 1,15%. No caso da malha de 5 mm, a diferença entre os valores de IC e IR é inferior a 0,2%, evidenciando a escolha da segunda opção para esta malha.

Por fim, os valores da tabela 4.8 são comparados com uma estimativa analítica, que pode ser determinada, para perfis sem furos, pela aplicação MRD da NBR 14762 (ABNT, 2010). A carga de flambagem global elástica considerada é a mesma do quadro 4.1. As cargas críticas de flambagem local e distorcional foram extraídas da análise de estabilidade linear realizada pelo *software* CUFSM. Com isso a carga nominal obtida vale 106,92 kN. A tabela 4.11 apresenta a diferença relativa a este valor em perfis sem furos.

Tabela 4.11 – Diferença relativa referente à carga última

Refinamento (mm)	Modelo 1		Modelo 2	
	Sem Furos		Sem Furos	
SHELL181	IC* (%)	IR** (%)	IC* (%)	IR** (%)
5	10,23	10,28	9,86	9,74
10	10,23	10,47	9,84	9,57
15	10,26	10,61	8,93	9,98

\* IC: Integração Completa, \*\*IR: Integração Reduzida

De modo geral, a diferença relativa é inferior a 10,61%, o que pode ser considerado razoável.

#### 4.4 NÚMERO DE GRAUS DE LIBERDADE

Outro critério para escolher uma malha é avaliar o número de graus de liberdade no sistema. Devido à diferença de formulação entre os elementos de casca e sólidos, o número de graus de

liberdade dos modelos é diferente. As tabelas 4.12 e 4.13 contém respectivamente o número de nós e elementos utilizados nos modelos.

Tabela 4.12 – Número de nós dos modelos

Modelo	Malha (mm)	Perfil	Chapas	Nós coincidentes	Total
1	5	17655	1425	110	18970
	10	4991	438	62	5367
	15	2484	257	46	2695
2	5	17655	3203	110	20748
	10	4991	2702	62	7631
	15	2507	2599	46	5060

Tabela 4.13 – Número de elementos dos modelos

Modelo	Malha (mm)	Perfil	Chapas	Total
1	5	17280	1325	18605
	10	4800	384	5184
	15	2354	223	2577
2	5	17280	13746	31026
	10	4800	11449	16249
	15	2376	11017	13393

Pela análise das tabelas 4.12 e 4.13, o modelo 1 possui uma quantidade inferior de nós e elementos na região das chapas. No entanto, como o número de graus de liberdade dos elementos em casca é superior, uma análise envolvendo a quantidade de graus de liberdade dos modelos é interessante.

Tabela 4.14 – Número de graus de liberdade do modelo

Modelo	Malha (mm)	Perfil	Chapas	Total
1	5	105930	7890	113820
	10	29946	2256	32202
	15	14904	1266	16170
2	5	105930	9279	115209
	10	29946	7920	37866
	15	15042	7659	22701

Conforme a tabela 4.14, o número de graus de liberdade total dos modelos é semelhante para as malhas de 5 e 10 mm, o que representa uma equivalência dos modelos neste aspecto.

## 4.5 TEMPO DE PROCESSAMENTO

O tempo demandado por uma análise é importante na escolha de uma malha, já que esta pesquisa vai requerer um número significativo de simulações. Os tempos apresentados na tabela 4.15 foram medidos em segundos considerando o tempo de início da análise não linear até o encerramento da mesma ao atingir o deslocamento limite estabelecido. Este tempo é dependente do *hardware* adotado. Para esta medição, foi considerado uma configuração de 8 GB de memória RAM e 4 núcleos físicos operando a 3,3 GHz.

Tabela 4.15 – Tempo (s) de processamento na análise não linear

Modelo	Refinamento (mm)	Perfil sem Furos		Perfil com furos	
		IC* (s)	IR** (s)	IC* (s)	IR** (s)
1	5	1087	336	861	480
	10	84	59	90	62
	15	46	24	43	30
2	5	850	310	600	393
	10	98	42	70	64
	15	30	29	57	55

\* IC: Integração Completa \*\*IR: Integração Reduzida

A julgar pela tabela 4.15, o modelo 2 possui uma pequena vantagem sobre o modelo de casca para malhas com 5mm.

## 4.6 ESCOLHA DA MALHA

Como se observa pela tabela 4.15, ambos modelos apresentam tempos de solução semelhantes com uma vantagem do modelo 2. Este resultado é condizente com Neiva *et al.* (2018) que optaram pelo uso do modelo misto, considerado segundo esses autores, a melhor relação custo/benefício para o modelo. No entanto, é necessário levar em conta que para o modelo 1 o refinamento das chapas foi modificado e mantido semelhante ao do perfil. Este procedimento foi necessário para manter a regularidade da malha na interface chapa-perfil. Já no modelo 2 apenas os elementos do perfil foram modificados. Essa consideração implica em um tempo de execução maior do modelo 1 para o refinamento de 5 mm.

Um ponto relevante na escolha do modelo é a compatibilidade entre os graus de liberdade dos nós da interface perfil/chapas. O modelo 1, por apresentar todos os nós com 6 gl, permite um perfeito acoplamento nesta região. O modelo 2, apesar de ter nós coincidentes, não transmite

rotações nessa interface, já que o elemento sólido apresenta apenas gl de translação. Para um estudo envolvendo apenas cargas de compressão, este fato pode não ser preponderante, já o mesmo não pode ser dito quando ocorre flexão.

O erro global e a *structural error energy* no perfil, em ambos os modelos, foram bastante semelhantes. No caso de se considerar a presença das chapas, o modelo integralmente em casca conduziu aos menores erros considerando todos os elementos.

Com relação às diferenças relativas de carga crítica, pela tabela 4.5, a malha de 10 mm com IR conduziu em ambos os modelos a um erro inferior a 1%. Esta malha também apresentou um bom comportamento nas trajetórias de equilíbrio da análise não linear com curvas próximas à malha de 5 mm. Em perfis perfurados entretanto, de acordo com a tabela 4.3, a opção com IC se mostrou mais eficiente. Apesar disso, o valor de carga encontrado para estes dois últimos refinamentos foi bastante próximo com ambas as opções de integração.

Finalmente, considerando os aspectos avaliados, o modelo 1, integralmente em casca, com refinamento de 5 mm, espessura da chapa no plano médio e integração reduzida foi o escolhido para o estudo das imperfeições geométricas iniciais, pois é o que conduz a um melhor equilíbrio nas relações tempo de processamento, erro de malha e valor de carga crítica linear elástica.

## 5 ANÁLISE NÃO LINEAR GEOMÉTRICA ELÁSTICA

Neste capítulo é apresentada a análise não linear geométrica do perfil *rack* ilustrado na figura 3.4. As irregularidades geométricas iniciais são geradas pela combinação dos modos de instabilidade normalizados, devidamente ponderados.

### 5.1 CONSIDERAÇÕES DO ESTUDO

A definição dos comprimentos dos perfis a serem simulados é feita a partir da figura 5.1. Nesta figura são apresentadas as cargas críticas elásticas,  $P_{crit}$ , obtidas pela análise de estabilidade elástica no Ansys para o modelo escolhido no capítulo 4 e as condições de restrição e carregamento adotadas no capítulo 3 para diferentes comprimentos de perfis com e sem perfurações.

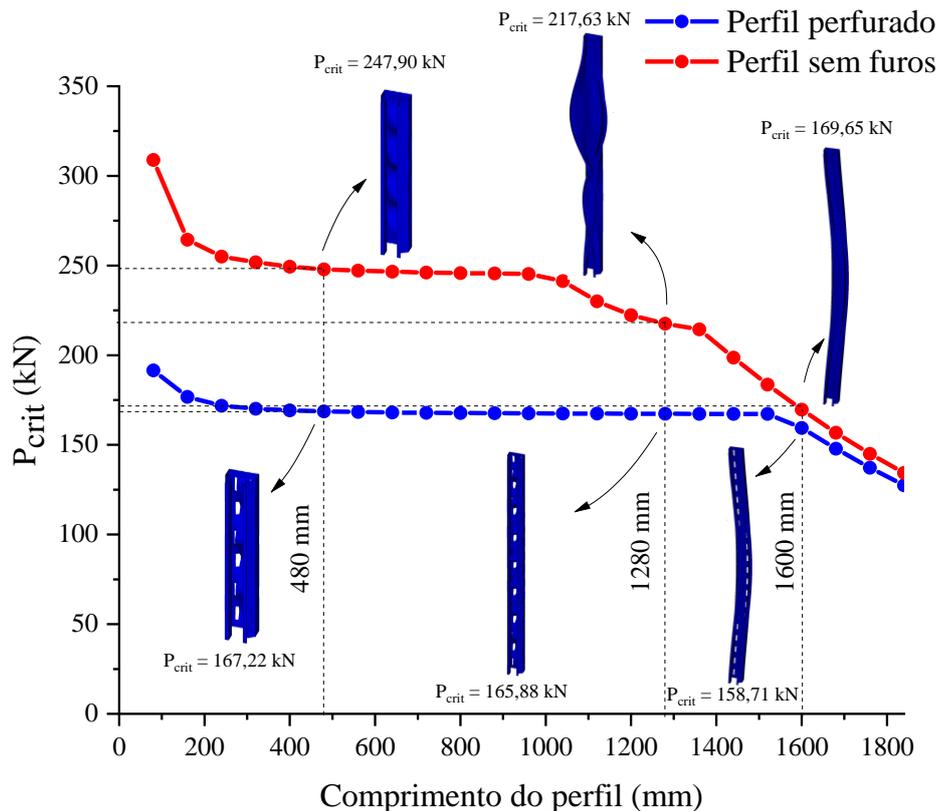


Figura 5.1 – Carga crítica elástica X Comprimento do perfil

Como demonstrado na figura 5.1, a presença de furos reduz o valor da carga crítica nas faixas de comprimentos onde a flambagem local e distorcional são predominantes. Em comprimentos próximos a 1600 mm, regime pertencente à flambagem global, no entanto, essa influência torna-se pouco significativa.

Um fato a se destacar é a ocorrência da flambagem local em grande parte da curva em perfis com furos. Há um nítido patamar onde ocorre a flambagem local entre os comprimentos de perfil de 200 a 1500 mm. Do ponto de vista prático, é comum o uso de enrijecedores na alma do perfil, o que aumenta a resistência à flambagem local e torna o modo distorcional crítico.

Considerando os fatores apresentados, para avaliar a influência das imperfeições geométricas na seção transversal proposta definiu-se 3 comprimentos característicos: 480, 1280 e 1600 mm.

O primeiro comprimento de 480 mm apresenta carga crítica associada com instabilidade local na alma. O segundo comprimento de 1280 mm encontra-se na faixa representada pela flambagem distorcional no perfil sólido e flambagem local no perfil perfurado. Por fim, o comprimento de 1600 mm, possui como característica a predominância do modo global nas curvas do perfil sólido ou perfurado.

O comportamento dos perfis foi investigado mediante 3 pontos de interesse ilustrados na figura 5.2: nó 1, localizado no centro da alma e influenciado pelo modo local, nó 2, no vértice da alma da seção transversal para averiguar o efeito da flambagem global e nó 4, pertencente ao enrijecedor inclinado, e suscetível à flambagem distorcional. Neste estudo, foi considerada uma seção transversal avaliada na metade do perfil ( $L/2$ ), onde no geral encontram-se os maiores deslocamentos e é menos suscetível ao efeito das condições de contorno do modelo.

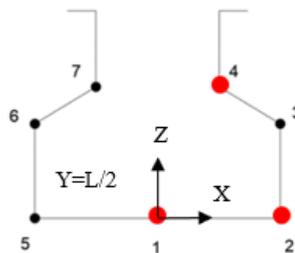


Figura 5.2 – Pontos com deslocamento analisado

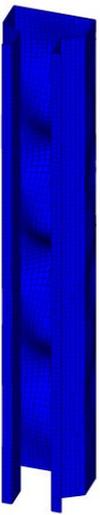
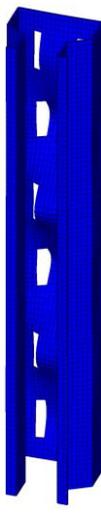
Para as análises não lineares geométricas adotou-se um modelo constitutivo do tipo isotrópico elástico linear. Logo é necessário informar unicamente o módulo de elasticidade do material,  $E$  (205000 MPa), e o coeficiente de Poisson,  $\nu$  (0,3), ambos já definidos no capítulo 3.

A inclusão das imperfeições geométricas ocorre pela aplicação de fatores de amplificação nos autovetores normalizados e extraídos de uma análise de estabilidade elástica linear. Por padrão, o Ansys normaliza os autovetores pelo maior deslocamento nas direções X,Y,Z. Para os modos cujos deslocamentos são predominantes em uma dada direção (modos locais e globais), essa

normalização é adequada. No entanto, para os modos que apresentem deslocamentos relevantes em mais de uma direção, o que costuma ocorrer em modos distorcionais, essa normalização deve ser avaliada. Por conta disso, realizou-se uma correção na normalização do Ansys, para considerar nos autovetores um deslocamento global máximo unitário.

Segundo o apêndice 2 da versão comentada da AISI S100 (AISII, 2016), a categorização das soluções de flambagem determinadas numericamente em modos locais, distorcionais e globais, muitas vezes requer julgamento do engenheiro. Sendo assim, um modelo de elementos finitos de casca típico pode exigir avaliação visual de até 100 modos para encontrar os modos de flambagem fundamentais. Isso ocorre, pois estes modos costumam aparecer acoplados, o que dificulta o esforço de identificação. Neste sentido, não há uma opção equivalente à curva de assinatura obtida pelo Método das Faixas Finitas. Por conta disso, selecionou-se, através de inspeção visual, autovetores representativos dos modos de flambagem local e distorcional que são ilustrados nos quadros 5.1, 5.2 e 5.3 para as alturas de 480, 1280 e 1600 mm, respectivamente.

Quadro 5.1 – Modos de flambagem considerados - perfil 480 mm

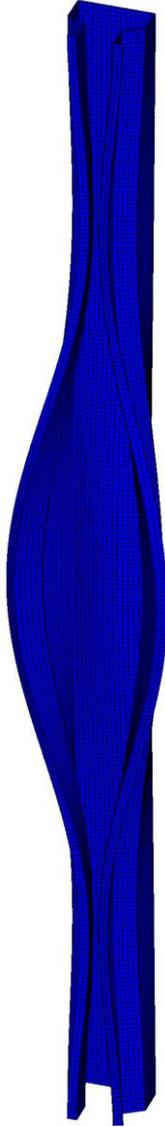
Perfil	Sólido		Perfurado	
	Local	Distorcional	Local	Distorcional
Flambagem				
Deformadas				
Carga elástica (kN)	247,894	380,871	167,216	353,663

As deformadas de flambagem local escolhidas apresentam comprimentos de semi-onda semelhantes. A medição deste valor é realizada diretamente na malha estruturada empregada no perfil e, no caso do perfil sem furos, é coerente com o comprimento de semi-onda (60 mm)

correspondente à carga de flambagem local crítica, segundo uma análise de estabilidade linear pelo MFF. Além disso, os modos locais apresentados, em todos os casos, estão associados aos menores valores de carga elástica para a flambagem local.

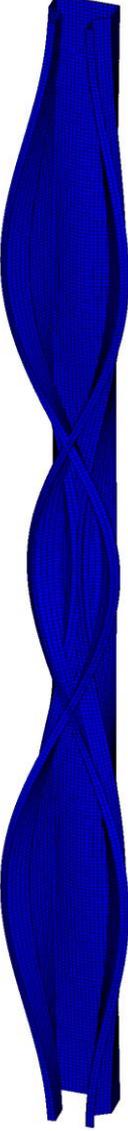
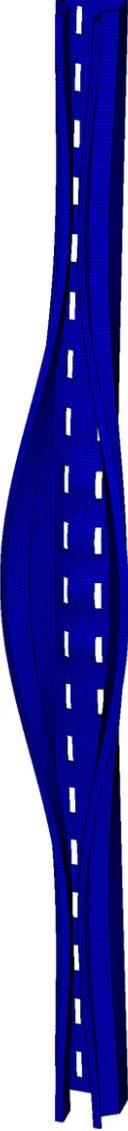
Os modos distorcionais, por outro lado, foram selecionados visando um comportamento simétrico de fechamento ou abertura na seção intermediária ( $L/2$ ), a qual é menos suscetível ao efeito das condições de contorno. Uma vez atendidas estas condições, o modo representativo distorcional é aquele com menor resultado de carga elástica associado.

Quadro 5.2 - Modos de flambagem considerados - perfil 1280 mm

Perfil	Sólido		Perfurado	
	Local	Distorcional	Local	Distorcional
Flambagem				
Deformadas				
Carga elástica (kN)	244,856	235,502	165,876	190,276

Cabe destacar as semelhanças entre as cargas elásticas do modo local, uma vez que apresentam comprimentos de semi-onda para os comprimentos analisados. Por outro lado, como os modos distorcionais foram selecionados visando uma distorção na seção transversal ( $L/2$ ), as cargas elásticas correspondentes a esses autovetores podem, por vezes, não serem as mais críticas, quando se considera uma análise de estabilidade linear padrão pelo Ansys. Destaca-se, entretanto, que, para composição das irregularidades geométricas iniciais, o interesse maior está na forma dos autovetores selecionados.

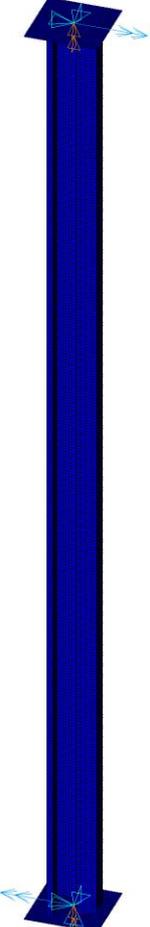
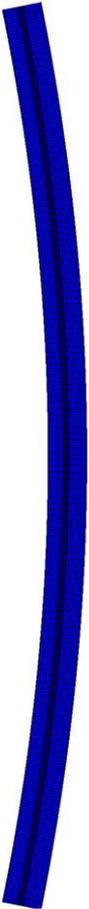
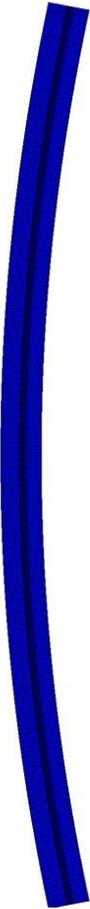
Quadro 5.3 - Modos de flambagem considerados - perfil 1600 mm

Perfil	Sólido		Perfurado	
	Local	Distorcional	Local	Distorcional
Flambagem				
Deformadas				
Carga elástica (kN)	244,641	208,524	165,771	169,186

Ainda sobre os modos distorcionais, foi considerado que as deformadas são aplicadas ao modelo com sentido de fechamento da seção transversal. Por conta disso, visando uma equivalência com os demais casos, multiplicaram-se os autovetores distorcionais do perfil sólido de 1280 mm e perfil perfurado de 1600 mm, por um fator de -1 antes de aplicar qualquer ponderador de imperfeição geométrica distorcional. Dessa forma, o tipo de distorção (abertura ou fechamento da seção transversal) fica vinculado ao módulo do ponderador utilizado.

Considerando o perfil com 480 mm, não é possível obter um modo de flambagem global a partir da análise de autovalores e autovetores. Já para os comprimentos de 1280 e 1600 mm, os modos globais com menor carga de flambagem correspondem à flexo-torção. Como se busca obter um modo global de flexão, adotou-se um procedimento alternativo para gerar o mesmo, cujo resultado está apresentado no quadro 5.4.

Quadro 5.4 - Autovetores utilizados para o modo global

Geração do modo global de flexão	Deformadas	
	$G > 0$	$G < 0$
		

O procedimento empregado consiste em aplicar uma carga-momento em cada nó de extremidade, contendo o centroide e em torno do eixo de menor inércia do perfil. Em seguida uma análise estática linear é realizada considerando as mesmas restrições já adotadas. A escolha do módulo dos momentos é arbitrária já que a deformada representativa é normalizada pelo maior deslocamento no centro do perfil. Com isto se obtém uma deformada equivalente à da flambagem global por flexão como representado no quadro 5.4. Deve-se destacar que o fator de amplificação do modo global com sinal positivo ( $G > 0$ ) representa a compressão dos enrijecedores e  $G < 0$  representa a compressão da alma.

Os módulos dos ponderadores de amplificação foram definidos segundo as recomendações sugeridas por Pastor *et al.* (2014). Estes autores realizaram um amplo estudo, no qual foram avaliados os principais fatores empregados nas referências técnicas e científicas para representar o efeito das imperfeições geométricas para as flambagens local, distorcional ou global, os quais são apresentados na tabela 5.1.

Tabela 5.1 - Ponderadores testados por Pastor *et al.* (2014)

Flambagem Local ou Distorcional		Flambagem Global	
0,1t	0,5t	L/7500	L/750
0,15t	f/50	L/2000	L/500
w/200	0,94t	L/1500	-
0,006w	t	L/1250	-
0,34t	1,5t	L/1000	-

As dimensões da tabela 5.1 devem ser informadas em mm, sendo:  $t$ , a espessura de chapa;  $w$ , a alma da seção transversal;  $f$ , a profundidade da seção transversal e  $L$ , o comprimento nominal do perfil.

Para a composição das combinações utilizadas como imperfeições geométricas foram selecionados dois conjuntos distintos de valores relativos a flambagens locais e distorcionais. Um primeiro par de valores assumido como limite superior (admitindo ambos os sinais no módulo) de acordo com as recomendações do *Eurocode 3* Parte 1-5 (CEN, 2006b) e um segundo par conforme especificações de Schafer e Peköz (1998), além do ponderador nulo, necessário para desprezar o efeito de um autovetor na imperfeição geométrica a ser incorporada.

Visando limitar o número de casos simulados, para o modo global, adotou-se um conjunto de valores único, além do valor 0. A escolha do ponderador L/500, sendo L o comprimento da

barra, é fundamentada por ensaios experimentais realizados por Pastor *et al.* (2014) que é apresentado como maior multiplicador em flambagens globais e sugerido para colunas de almas cheias. Além disso, este valor está de acordo com a tolerância sugerida pela tabela 11 da NBR 15524-2 (ABNT,2007) para estruturas porta-paletes de corredores largos ou estreitos (classe III). A tabela 5.2 contém os valores de multiplicadores incorporados no estudo.

Tabela 5.2 – Valores de imperfeição geométricas considerados

Modo	Ponderador	Referência	L (mm)		
			480	1280	1600
Local	$\pm 0,14t^*$	Schafer e Peköz (1998)	$\pm 0,252$	$\pm 0,252$	$\pm 0,252$
	$\pm w^{**}/200$	Eurocode 3 Parte 1-5	$\pm 0,405$	$\pm 0,405$	$\pm 0,405$
	0	-	0	0	0
Distorcional	$\pm 0,64t$	Schafer e Peköz (1998)	$\pm 1,15$	$\pm 1,15$	$\pm 1,15$
	$+f^{***}/50$	Eurocode 3 Parte 1-5	$\pm 1,38$	$\pm 1,38$	$\pm 1,38$
	0	-	0	0	0
Global	$\pm L/500$	Pastor <i>et al</i> (2014)	$\pm 0,96$	$\pm 2,56$	$\pm 3,20$
	0	-	0	0	0

\* $t = 1,8$  mm, \*\*  $w = 81$  mm, \*\*\* $f = 69$  mm

Um fato que merece destaque é a aplicação dos ponderadores. O anexo C do *Eurocode 3* Parte 1-5 (CEN, 2006b) recomenda para as combinações de imperfeições a escolha de um modo principal, cujo multiplicador de amplificação é aplicado integralmente. Para os demais autovetores, os respectivos fatores aplicados devem ser minorados em 70%. A recomendação apesar de plausível em termos de dimensionamento, é questionável em colunas *racks* perfuradas, pois há uma forte interação entre os modos de falha nestes casos. A aplicação de um redutor poderia suprimir este efeito, o que não é interessante, já que se busca uma distinção clara dos comportamentos mecânicos do perfil. Logo se adotou a interação indicada na figura 5.3 na qual as combinações utilizam valores integrais nos ponderadores locais (L), distorcionais (D) e globais (G) considerados nas combinações.

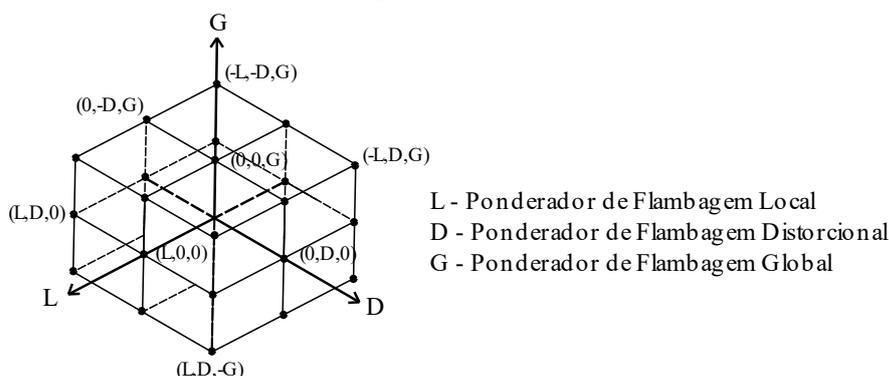


Figura 5.3 – Interação dos ponderadores de amplificação

Considerando as premissas anteriores foram realizadas 148 simulações por comprimento de perfil. Os resultados deste estudo são apresentados na sequência.

## 5.2 ANÁLISE DOS RESULTADOS

Os gráficos de cada comprimento foram organizados entre perfis com ou sem furos. No eixo das ordenadas, os valores de carga de falha,  $P$ , são normalizados pela carga crítica de flambagem elástica,  $P_{crit}$ , obtida pela análise de estabilidade elástica. No eixo das abscissas, é apresentado o deslocamento no ponto de interesse. As curvas foram agrupadas em função da semelhança nos padrões de comportamento e das combinações de multiplicadores adotados. Além disso, as combinações em cada grupo são apresentadas em ordem decrescente de carga máxima.

Para facilitar a referência aos grupos, uma classificação LDG (Local, Distorcional, Global) foi proposta. Nesta nomenclatura cada letra representa um modo de flambagem e é precedida pelo sinal dos multiplicadores de flambagem,  $F$ , ou do fator “0”. O quadro 5.5 apresenta o significado dos códigos adotados.

Quadro 5.5 – Códigos de classificação dos grupos

Sigla	Significado	Sigla	Significado
+ F	$F > 0$	+0F	$F \geq 0$
- F	$F < 0$	-0F	$F \leq 0$
0	$F = 0$	F	F contendo todos os sinais
$\pm$ F	$F < 0$ e $F > 0$	-	-

\*F: tipo de flambagem (L, D ou G)

De acordo com o quadro 5.5, por exemplo, um grupo com código (L;+0D;+G), é composto por ponderadores  $L \leq 0$  e  $L > 0$ , ponderadores  $D \geq 0$  e ponderadores  $G > 0$ .

### 5.2.1 Perfil 480 mm

A figura 5.4 apresenta as curvas carga-deslocamento correspondentes ao perfil sólido de 480 mm. No eixo das abscissas estão representados os deslocamentos  $U_z$  correspondentes ao nó 1. Em cada grupo apresentado as curvas estão ordenadas de forma decrescente em função da relação  $P/P_{crit}$ , ou seja, a primeira curva de cima para baixo corresponde aos maiores valores e vice-versa.

Para o perfil sólido de 480 mm, os casos mais críticos apresentaram  $U_z < 0$ . O arranjo com assinatura (L; +D, +0G) merece destaque. Neste grupo percebe-se que os casos com  $G=0$  resultam em curvas menos críticas e o efeito distorcional é dominante. A curva com menor relação  $P/P_{crit}$  identificada foi a combinação (0; 1,38; 0,96).

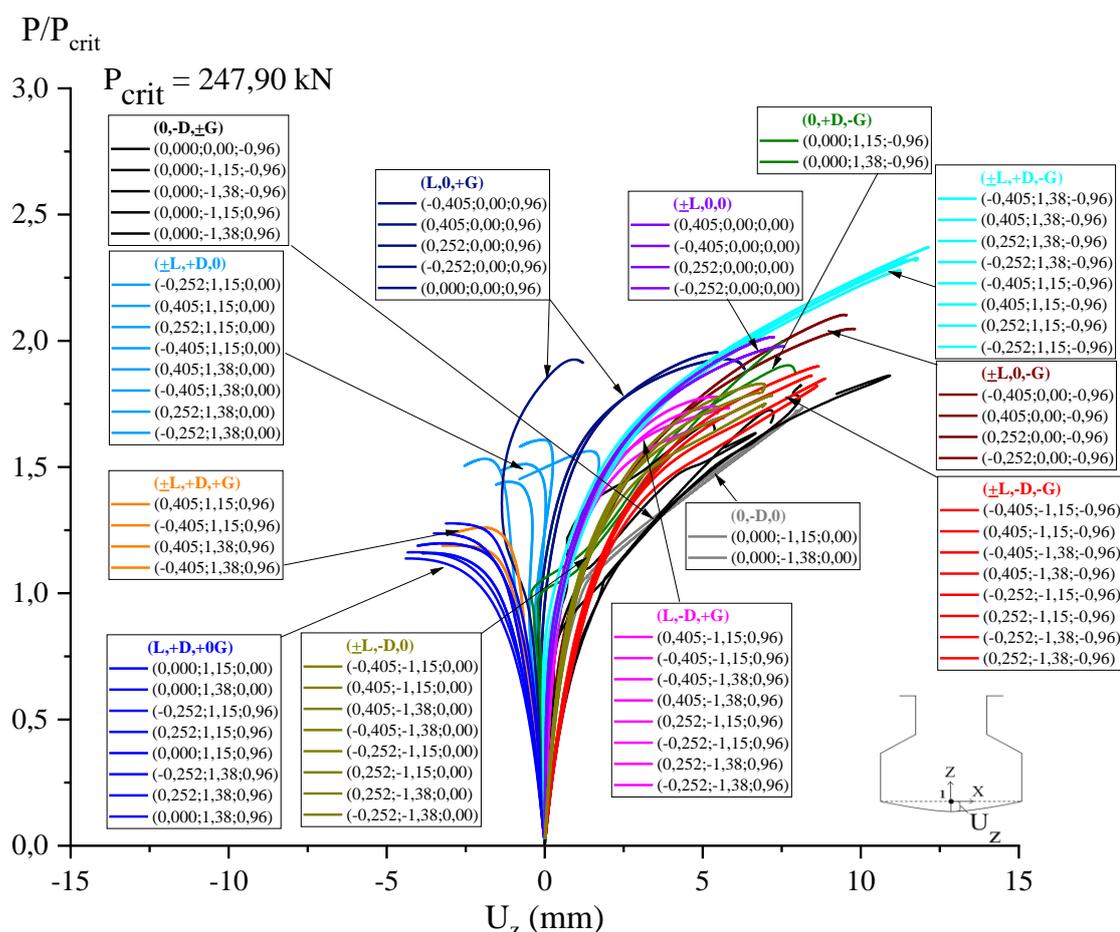


Figura 5.4 –  $P/P_{crit}$  X Desloc.: nó 1, perfil sólido,  $L=480 \text{ mm}$

Ainda no grupo (L; +D; +0G), verifica-se que o modo local não é dominante. Neste conjunto, as curvas cujo ponderador  $L=\pm 0,252$  ou  $L=0$ , estão associadas aos menores valores de  $P/P_{crit}$ . Essa tendência também é identificada, por exemplo, em grupos com assinatura ( $\pm L$ ;-D;0), ( $\pm L$ ;0;0), ( $\pm L$ ,0,-G) e (L;0;+G). Nota-se que a combinação com fatores L de módulo mais elevado geram curvas com menor  $P/P_{crit}$ , quando se consideram os mesmos ponderadores D e G.

O grupo com maior  $P/P_{crit}$  apresenta assinatura ( $\pm L$ ,+D,-G). Como o ponderador  $G < 0$  comprime a alma e fator  $D > 0$  está associado à distorção por fechamento da seção transversal,

produzindo tração na alma, os efeitos das irregularidades se compensam, o que contribui para que a carga de falha seja mais elevada.

Considerando que o modo distorcional é dominante, as curvas carga-deslocamento  $U_x$  do nó 4, ilustradas na figura 5.5, representam melhor o comportamento do perfil. Neste caso, o grupo (L;+D; +0G) apresentou os menores valores de  $P/P_{crit}$ .

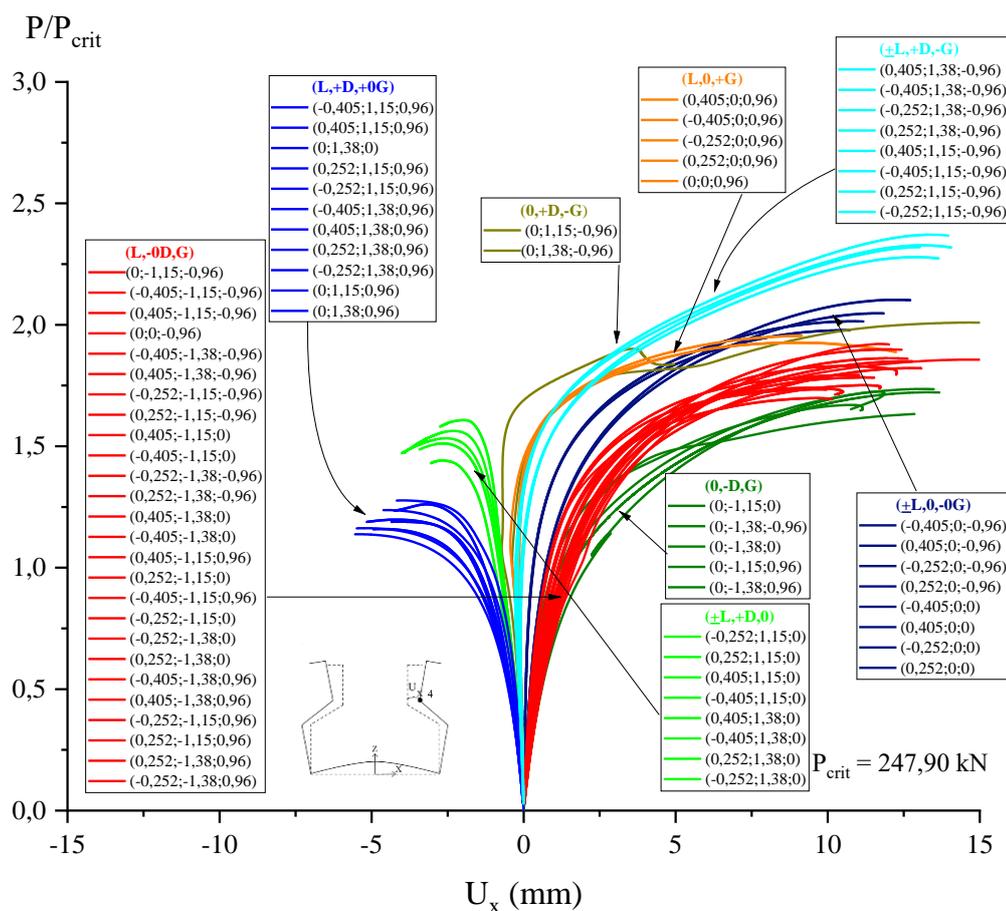


Figura 5.5 –  $P/P_{crit}$  X Desloc.: nó 4, perfil sólido,  $L= 480$  mm

Observando as curvas com  $U_x > 0$  da figura 5.5, destaca-se o conjunto (0; -D; G). Neste grupo as curvas com  $G=0,96$  apresentaram menor relação  $P/P_{crit}$ , sendo a combinação (0; -1,38; 0,96) a mais crítica deste conjunto ( $P/P_{crit}=1,63$ ).

Ainda segundo a figura 5.5, o conjunto de curvas com assinatura (L;-0D; G) e com  $U_x > 0$  apresenta uma contribuição dos três modos de flambagem. Percebe-se neste grupo que as curvas com L menor são mais críticas, confirmando que o modo local aumenta o módulo da carga  $P$ . A curva que apresenta o menor valor de  $P/P_{crit}$  deste grupo é (-0,252; -1,38; 0,96) ( $P/P_{crit}=1,69$ ).

A figura 5.6 apresenta as curvas carga-deslocamento correspondentes ao nó 1 do perfil perfurado de 480 mm. Destaca-se nesta figura o grupo com assinatura (0; +D, +G) em  $U_z < 0$ . As combinações (0;1,38;0,96) e (0; 1,15; 0,96) apresentaram relações  $P/P_{crit}$  próximas, com menor valor para esta última. A presença do modo local aumenta o valor de carga  $P$ , assim como a presença do modo global reduz este resultado nas curvas. O modo dominante identificado é o distorcional.

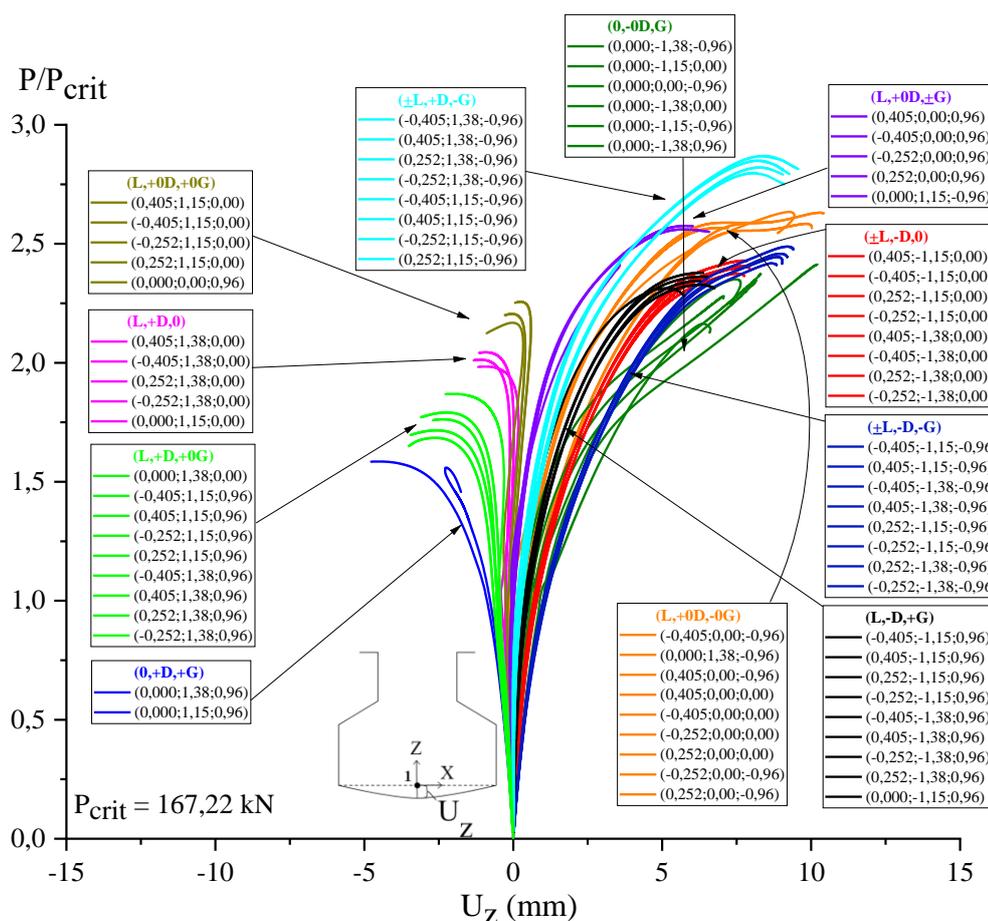


Figura 5.6 –  $P/P_{crit}$  X Desloc.: nó 1, perfil perfurado,  $L = 480$  mm

Observando os grupos (L;-D;+G) e ( $\pm$ L; -D; -G), percebe-se que, quando o modo global de flexão comprime a alma ( $G < 0$ ), obtêm-se maiores relações  $P/P_{crit}$ . Quando se consideram as combinações (0,252;-1,38;-0,96) e (0,252;-1,38;0,96) pertencentes a estes agrupamentos, a diferença relativa máxima entre as cargas de falha é inferior a 4%.

O grupo (0; -0D; G) indica uma interação distorcional-global como crítica. Há uma predominância do modo distorcional de abertura da seção para multiplicadores  $D < 0$ . O caso mais crítico neste sentido é representado pela combinação (0; -1,38; 0,96). ( $P/P_{crit} = 2,28$ ).

A dominância do comportamento distorcional também é evidenciada pelas curvas carga-deslocamento apresentadas na figura 5.7, relativas ao nó 4. No grupo (L;-D,G), os ponderadores locais menores tornam menor a relação  $P/P_{crit}$ . Essa mesma relação, no entanto, é maior em combinações em que  $G < 0$ .

Cabe destacar o efeito das imperfeições locais, entre as combinações (0,252;1,38;0,96) e (0; 1,38; 0,96) e das imperfeições distorcionais entre as combinações (0; -1,38; 0,96) e (0,-1,15,-0,96). A diferença máxima entre as cargas de falha de ambos os casos é de 6,33%.

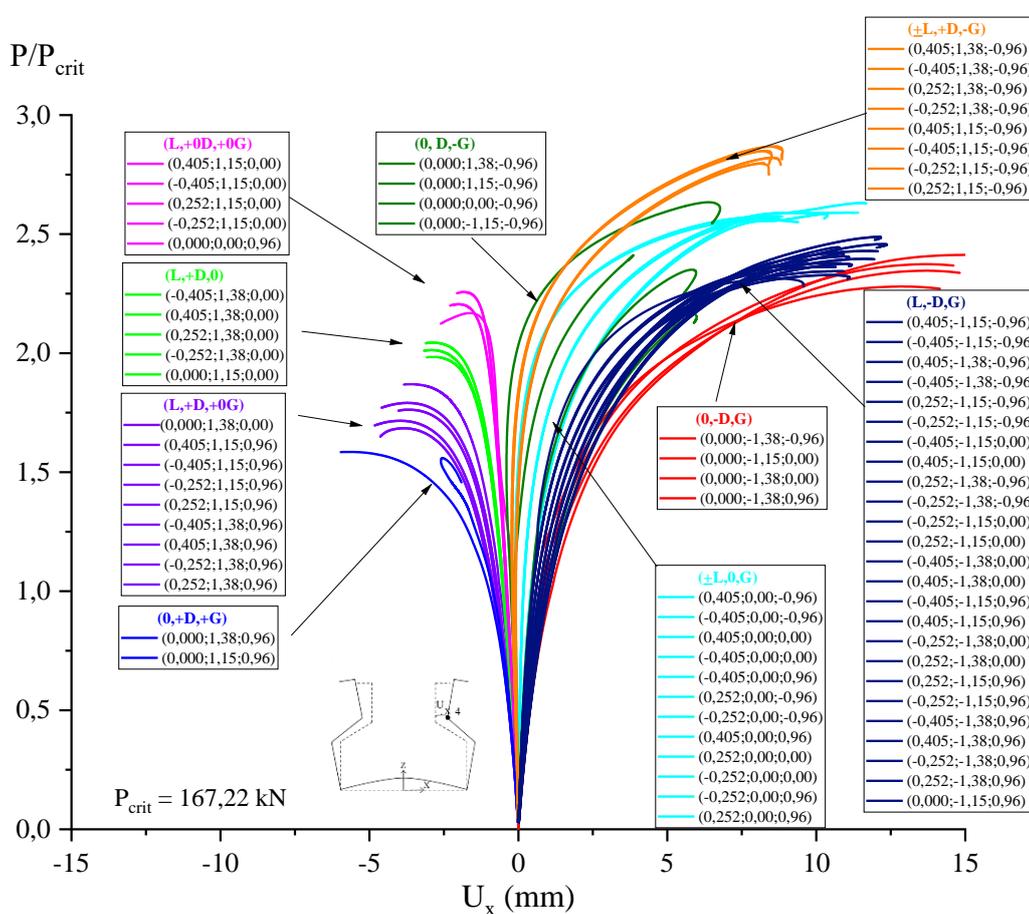


Figura 5.7 –  $P/P_{crit}$  X Desloc.: nó 4, perfil perfurado,  $L = 480$  mm.

A figura 5.8 apresenta as curvas carga-deslocamento correspondentes ao nó 2 para o perfil sólido e perfurado de comprimento 480 mm. Esse ponto é crucial para avaliação de instabilidades globais na estrutura. No perfil de 480 mm, no entanto, por se tratar de um comprimento curto, os deslocamentos são pequenos face aos gráficos anteriores, indicando uma pequena influência da flambagem global neste comprimento, como esperado. Por este motivo, os mesmos são apresentados de modo simplificado.

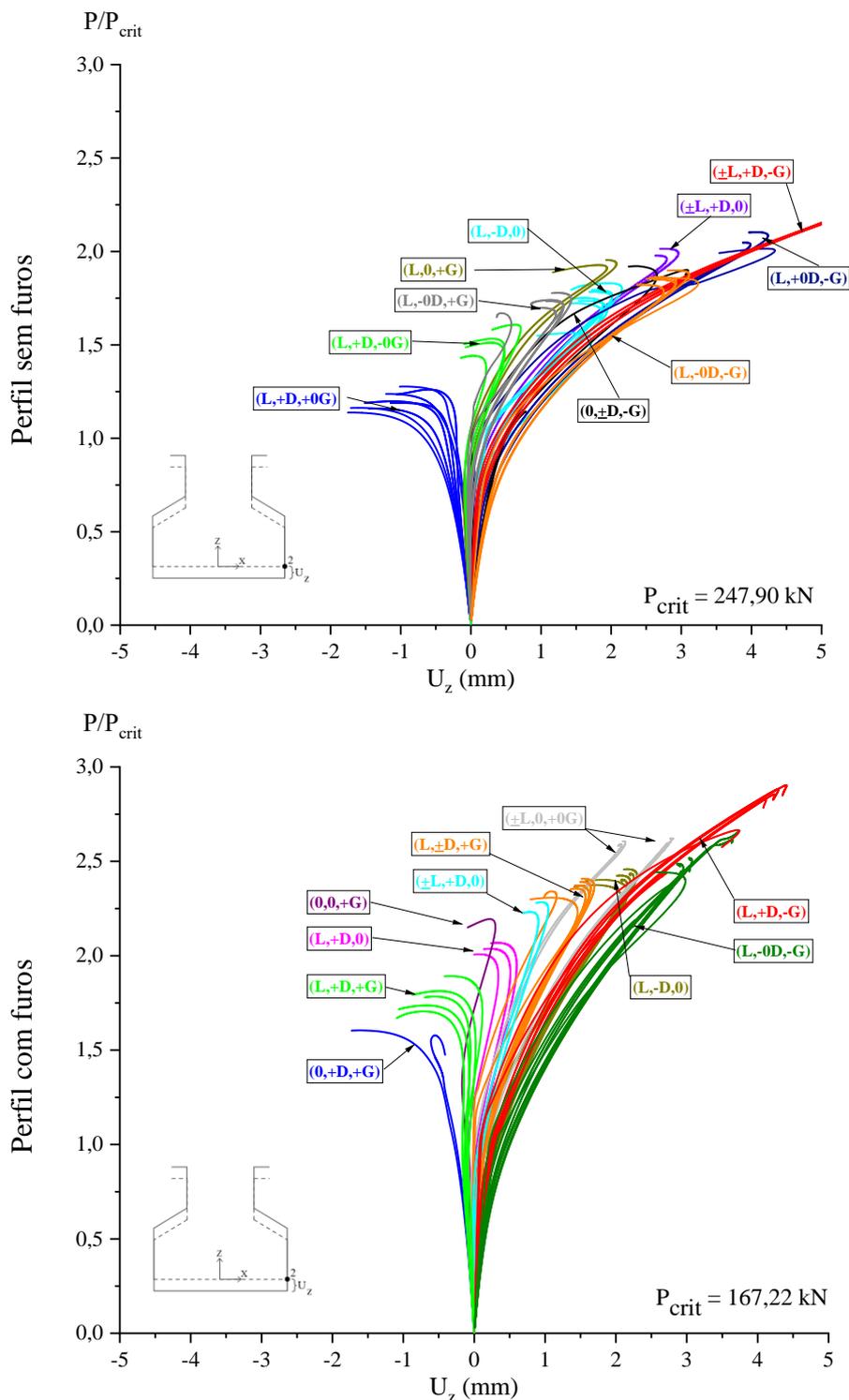
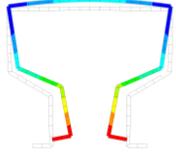
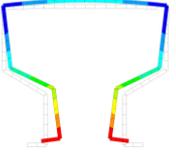
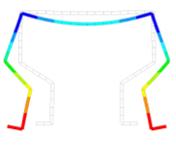
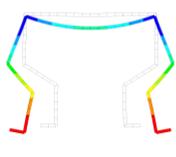
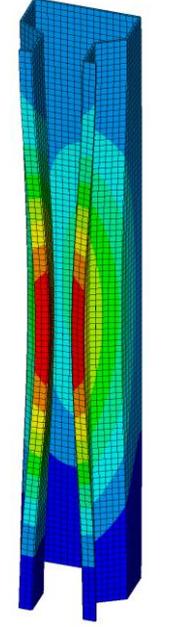
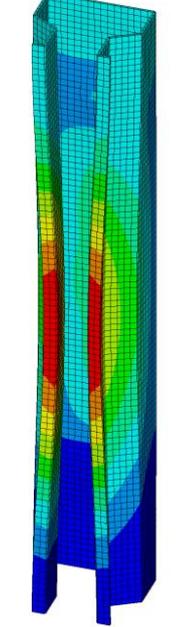
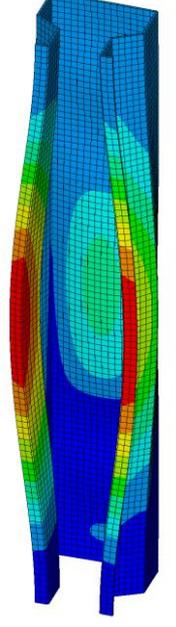
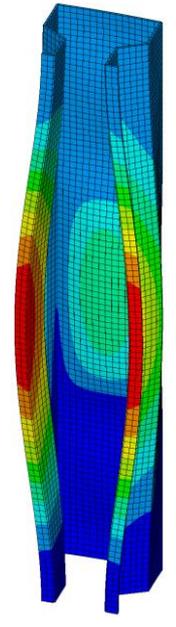


Figura 5.8 –  $P/P_{crit}$  X Desloc.: nó 2,  $L=480$  mm

O quadro 5.6 contém as deformadas do perfil de 480 mm sem furos para os grupos com menores relações  $P/P_{crit}$  da figura 5.5 nas direções  $U_x < 0$  e  $U_x > 0$ . As combinações limite inferior e superior indicadas no quadro 5.6, referem-se respectivamente às curvas com menor e maior  $P/P_{crit}$  no interior de um mesmo agrupamento. Os demais grupos da figura 5.5, por não

demonstram ser dominantes e apresentarem um comportamento semelhante ou intermediário entre os extremos que se busca identificar, não serão apresentados.

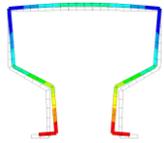
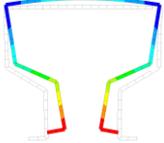
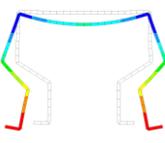
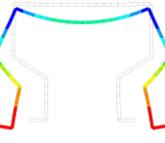
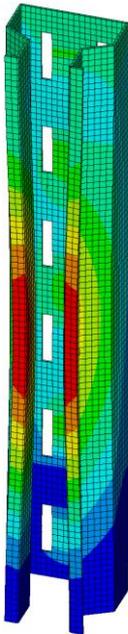
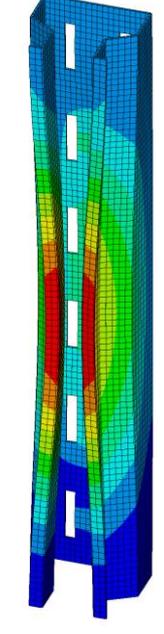
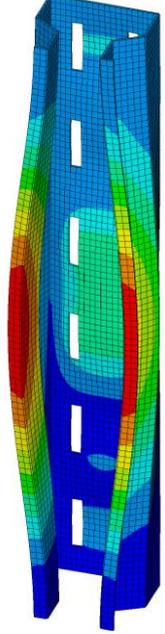
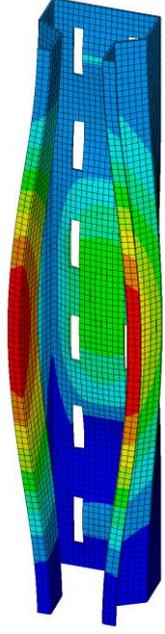
Quadro 5.6 – Deformadas de falha, perfil sem furos, L=480 mm

Grupo	(L,+D,+0G)		(0,-D,G)	
Limite	Inferior	Superior	Inferior	Superior
Seção (L/2)				
Deformada de falha				
Caso	(0; 1,38; 0,96)	(0; 1,15; 0)	(0; -1,38; 0,96)	(0; -1,15; 0)

De modo geral, pode-se dizer que combinações com ponderador  $D > 0$ , representando o fechamento da seção, ampliam a compressão nos enrijecedores de borda, o que gera curvas mais críticas, mesmo que combinadas com os modos locais e globais. Nas combinações com ponderadores  $D < 0$ , a compressão ocorre na região da alma, o que conduz a uma carga de falha um pouco mais elevada.

Dessa forma, percebe-se uma clara predominância do modo distorcional em ambos mecanismos de falha do perfil. As diferenças entre os extremos acabam não sendo relevantes, o que indica uma uniformidade de comportamento dentro dos grupos. Estes comportamentos são identificados também no quadro 5.7, o qual contém as deformadas dos grupos mais relevantes segundo a figura 5.7 para o caso do perfil perfurado.

Quadro 5.7 – Deformadas de falha, perfil com furos, L=480 mm

Grupo	(0,+D,+G)		(0,-D,G)	
Limite	Inferior	Superior	Inferior	Superior
Seção (L/2)				
Deformada de falha				
Caso	(0; 1,15; 0,96)	(0;1,38;0,96)	(0; -1,38; 0,96)	(0; -1,38; -0,96)

Considerando os casos observados, a tabela 5.3 apresenta as combinações que resultaram nos conjuntos com menores valores para  $P/P_{crit}$  ou por serem mais representativos. Em cada conjunto são apresentados o limite inferior e o limite superior dos grupos selecionados para o perfil de 480 mm.

Tabela 5.3 – Combinações para ANLGM, L= 480 mm

Perfil	Grupos (Nó 4)	Limite inferior		Limite superior	
		Comb.	$P/P_{crit}$	Comb.	$P/P_{crit}$
Sem furos ( $P_{crit} = 247,90$ kN)	(L,+D,+0G)	(0,1,38,0,96)	1,14	(0;1,15;0)	1,28
	(±L,+D,0)	(-0,252;1,38;0)	1,44	(-0,252;1,15;0)	1,61
	(0,-D,G)	(0;-1,38;0,96)	1,63	(0;-1,15;0)	1,74
	(±L,+D,-G)	(-0,252;1,15;-0,96)	2,28	(0,405;1,38;-0,96)	2,37
Com furos ( $P_{crit} = 167,22$ kN)	(0,+D,+G)	(0;1,15;0,96)	1,56	(0;1,38;0,96)	1,59
	(L,+D,+0G)	(0,252;1,38;0,96)	1,68	(0;1,38;0)	1,87
	(0,-D,G)	(0;-1,38;0,96)	2,28	(0;-1,38;-0,96)	2,41
	(L,-D, G)	(0;-1,15;0,96)	2,31	(0,405;-1,15;-0,96)	2,49

Analisando os casos críticos apresentados percebe-se uma considerável reserva pós-flambagem elástica no perfil de 480 mm, já que os valores obtidos nos grupos da tabela 5.3 para  $P/P_{crit}$  variam entre 1,14 a 2,49 vezes o módulo da carga crítica de flambagem elástica correspondente. De modo geral, em ambos os casos, percebe-se um comportamento mais crítico sem o modo local incluso, ou seja, o modo local provoca um aumento na carga de falha.

Sob um aspecto geral, a presença de furos não impactou nas combinações mais críticas. As combinações com relação  $P/P_{crit}$  mínimo correspondem à mesma combinação (0; 1,38; 0,96), caracterizada pela falha por efeito de abertura da seção transversal. A presença de instabilidades globais nestes casos contribui meramente como agravante do efeito distorcional dominante.

### 5.2.2 Perfil 1280 mm

Para este comprimento de coluna se percebe uma maior influência do modo global que, em conjunto com o modo distorcional dominante faz com que o grupo com assinatura (L,+D,+G) representado na figura 5.9 seja mais crítico, lembrando que  $G>0$  corresponde à compressão nos enrijecedores. A curva (0;1,38;2,56) apresentou a menor relação  $P/P_{crit}$  (0,631).

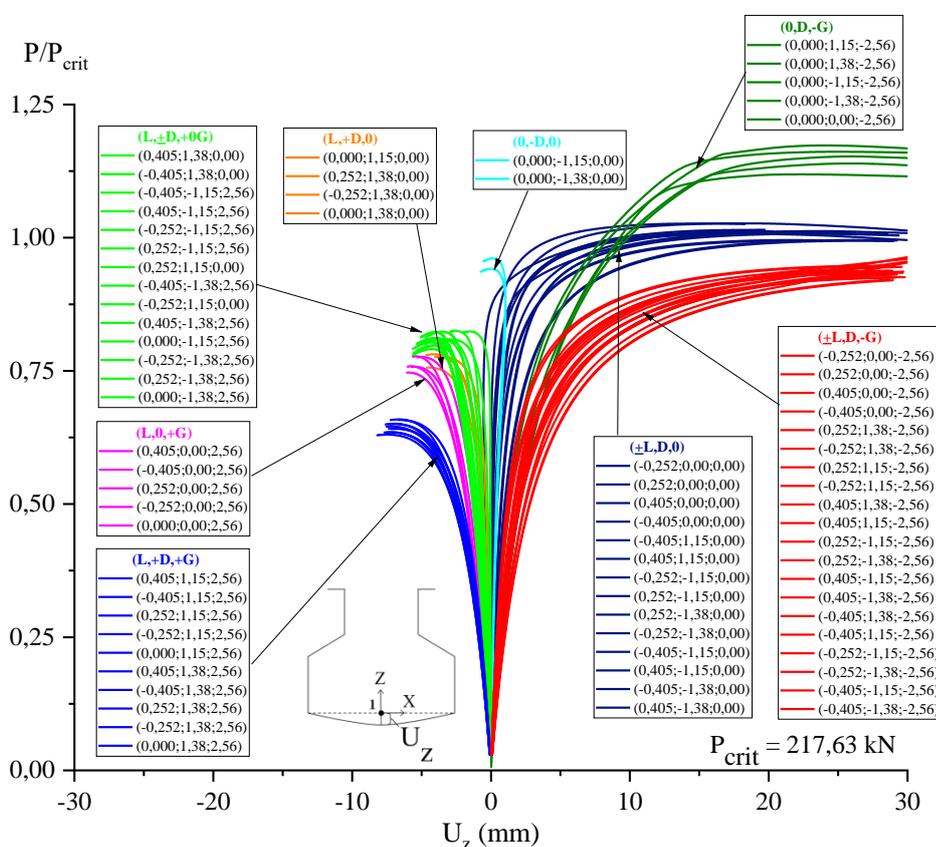


Figura 5.9 –  $P/P_{crit}$  X Desloc.: nó 1, perfil sólido, L= 1280 mm

Um fato que merece destaque é o efeito dos multiplicadores locais. No conjunto (L,+D,+G), as curvas com os maiores módulos de L apresentam maiores valores de  $P/P_{crit}$ . No grupo ( $\pm$ L,D,-G), entretanto, o inverso ocorre, o que leva a pensar que há uma compensação dos efeitos das irregularidades no comportamento da seção transversal quando se utilizam fatores de imperfeição geométricas relacionados à flambagem local em conjunto com ponderador  $D > 0$ .

Um segundo grupo identificado como (L,0,+G) é caracterizado por ponderadores D nulos e demonstra o efeito da falta do modo distorcional na composição das irregularidades geométricas iniciais. Neste conjunto, a combinação puramente global (0;0;2,56) apresenta o menor valor para  $P/P_{crit}$  (0,747).

O conjunto ( $\pm$ L,D,-G) é caracterizado por apresentar multiplicadores  $G < 0$ , cuja flexão provoca compressão na alma da seção transversal. A combinação (-0,405;-1,38;-2,56) é a mais crítica ( $P/P_{crit} = 0,92$ ) indicando que os maiores ponderadores da tabela 5.2 com sinal negativo geraram os casos com menor  $P/P_{crit}$  neste grupo.

O grupo ( $\pm$ L,D,0) é composto por combinações puramente locais ou do tipo local-distorcional, sendo estas últimas com menor relação  $P/P_{crit}$ . Entre as curvas deste conjunto, destaca-se o caso (0,405;-1,38;0) com  $P/P_{crit} = 0,994$ .

De modo geral, as combinações cujo ponderador D têm sinal contrário ao ponderador G apresentam maior carga de falha. Isso deve-se ao sentido da flexão que não é favorável ao da distorção (abertura ou fechamento da seção transversal). Além disso, ao se observar a figura 5.9, os ponderadores G provocam uma clara separação no eixo  $U_z$ , ou seja,  $G < 0$  ocorre quando  $U_z > 0$  e vice-versa.

A figura 5.10 apresenta as curvas de carga-deslocamento  $U_x$  do nó 4. Os deslocamentos são menores em módulo em comparação aos encontrados no ponto 1, o que representa, claramente, que as amplitudes dos mesmos são maiores nos modos locais do que os correspondentes distorcionais. Além disso, os modos locais e distorcionais passam a não ser suficientes para distinguir o comportamento típico entre os grupos. Cabe destacar que os grupos com melhor distribuição das curvas no nó 4 revelam a predominância do modo distorcional.

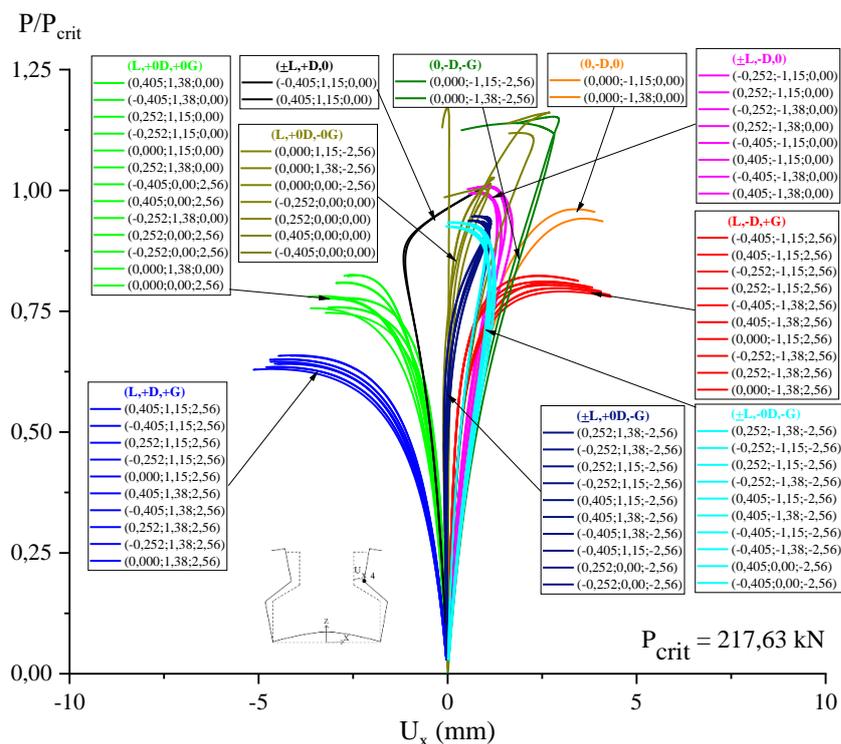


Figura 5.10 –  $P/P_{crit}$  X Desloc.: nó 4, perfil sólido,  $L= 1280$  mm

No caso do perfil perfurado de 1280 mm, o grupo  $(L,+D,+G)$ , ilustrado na figura 5.11, permanece sendo o mais crítico e a combinação  $(0; 1,38; 2,56)$  conduziu a um menor valor de  $P/P_{crit}$  (0,726).

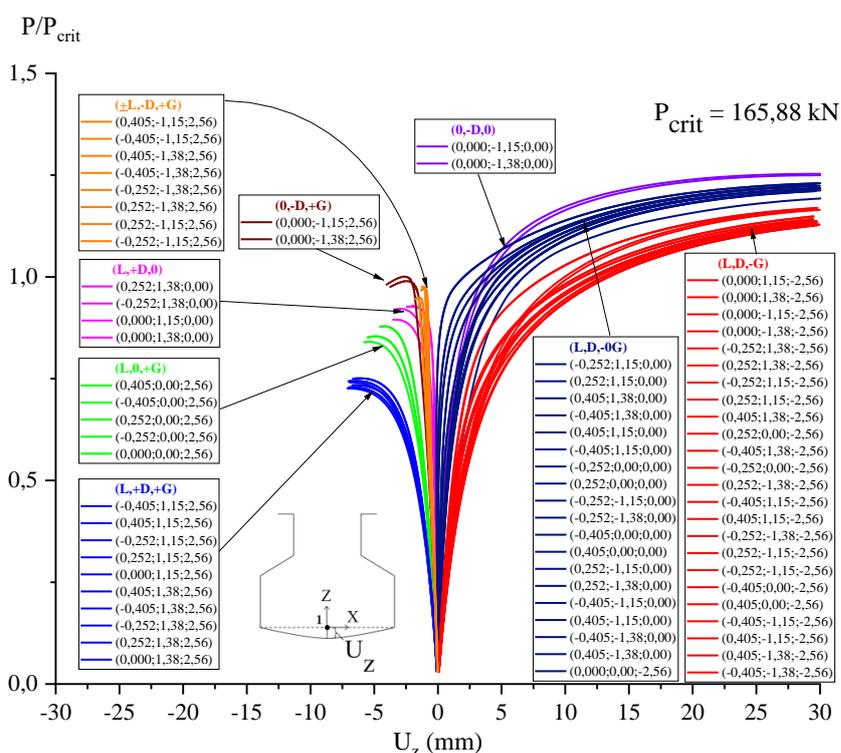


Figura 5.11 –  $P/P_{crit}$  X Desloc.: nó 1, perfil perfurado,  $L= 1280$  mm

O conjunto com assinatura (L,0,+G) difere de (L,+D,+G) pela ausência de imperfeições associadas ao modo distorcional. A combinação crítica neste caso é (0; 0; 2,56) com  $P/P_{crit} = 0,84$ . No grupo (L,+D,0), não há imperfeições do modo global e o caso crítico refere-se à combinação (0;1,38;0), ou seja, corresponde apenas ao modo distorcional com  $P/P_{crit} = 0,89$ .

Quando  $U_z > 0$ , a combinação (-0,405;-1,38;-2,56) pertencente ao grupo (L,D,-G) contém a menor relação  $P/P_{crit}$  (1,13). Nesta combinação, há um efeito de instabilidade local junto a uma flexão que comprime a alma da seção transversal, o que representa uma condição mais estável do que quando ocorre compressão nos enrijecedores ( $G = +2,56$ ). De modo semelhante, a combinação (-0,405;-1,38;0) pertencente ao grupo de curvas (L,D,-0G) reproduz esse mesmo resultado, mas com um valor de  $P/P_{crit}$  (1,21) devido ao ponderador  $G=0$ .

O conjunto (0,-D,0), por outro lado, contém as curvas com maior carga  $P$ . A combinação (0; -1,15; 0) apresentou a maior relação  $P/P_{crit}$  (1,25).

A figura 5.12 apresenta as curvas carga-deslocamento  $U_x$  do nó 4. Nesta representação, os agrupamentos das curvas no geral permanecem em função do modo distorcional, ou seja, combinações com ponderadores  $D < 0$  em  $U_x > 0$  e vice-versa.

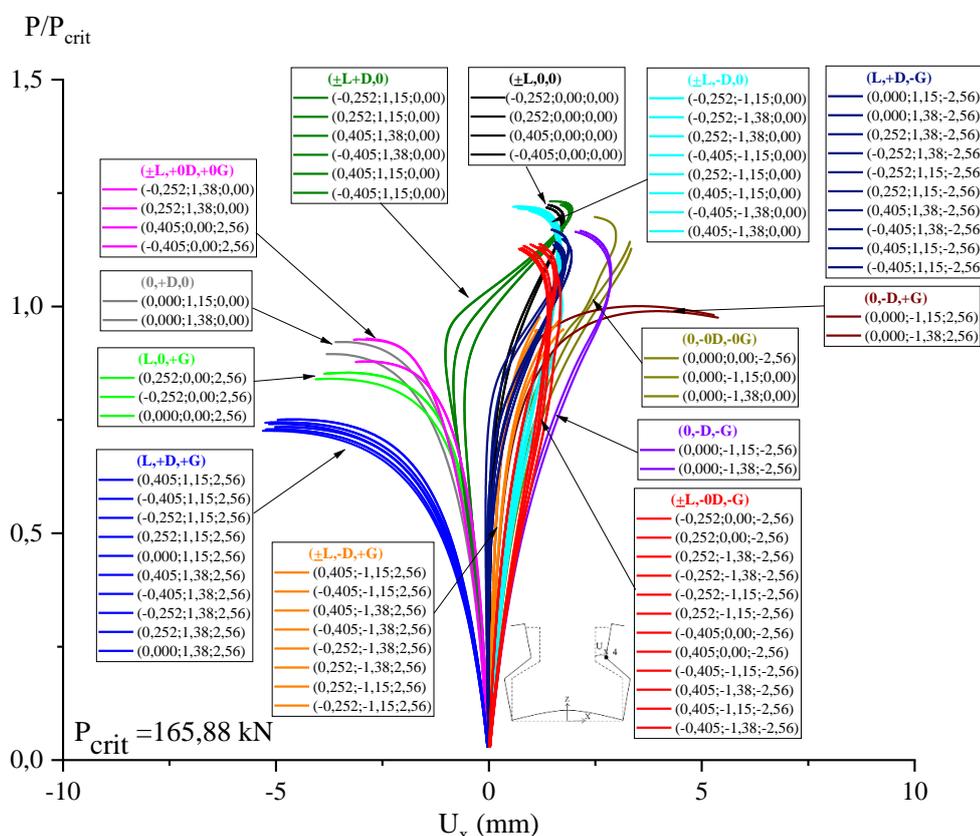


Figura 5.12 –  $P/P_{crit}$  X Desloc.: nó 4, perfil perfurado,  $L = 1280$  mm

Percebe-se que os agrupamentos demonstram novamente deslocamentos menores em comparação ao gráfico da figura 5.11, contendo o deslocamento na alma. Além disso, a combinação (0;1,38;2,56) é confirmada como a que apresenta a menor relação  $P/P_{crit}$ .

Observando as relações de carga-deslocamento para o nó 2, ilustrados pela figura 5.13, é possível verificar uma ocorrência significativa do modo global de flexão e uma distinção de comportamentos quando a compressão ocorre na alma ( $G < 0$ ) ou nos enrijecedores ( $G > 0$ ). Desta forma, as imperfeições de flexão influenciam mais fortemente os diferentes comportamentos. As imperfeições distorcionais neste caso, influenciam no processo, mas não são dominantes.

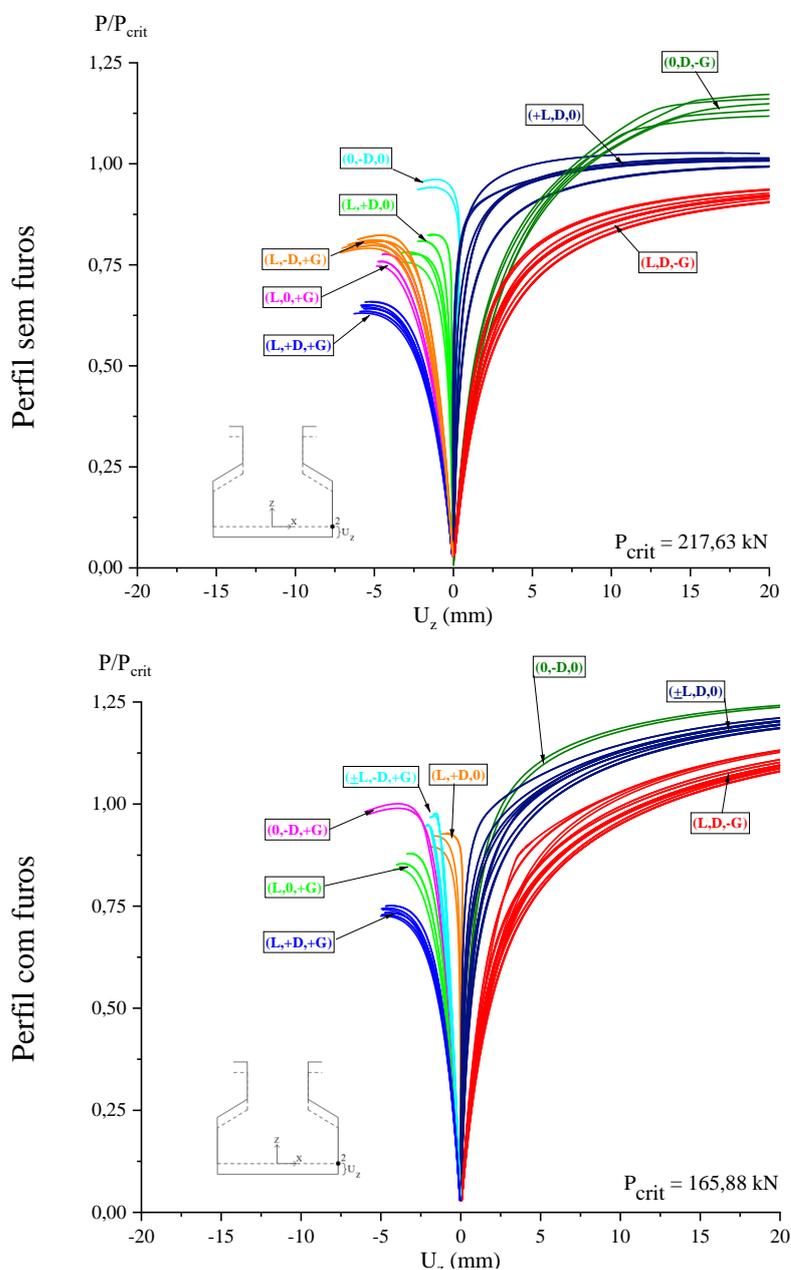
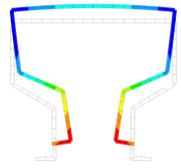
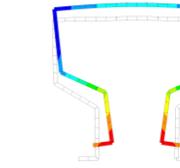
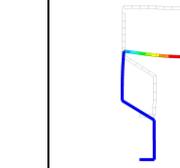
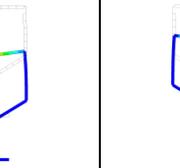
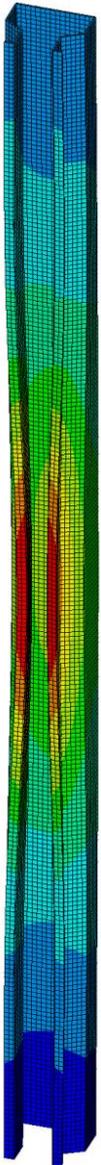
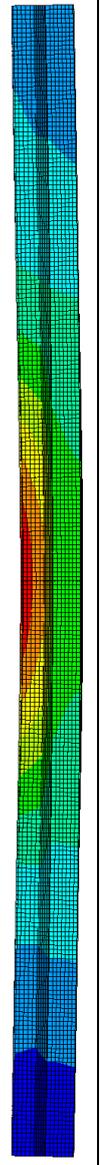
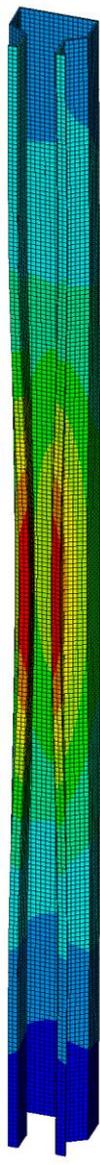
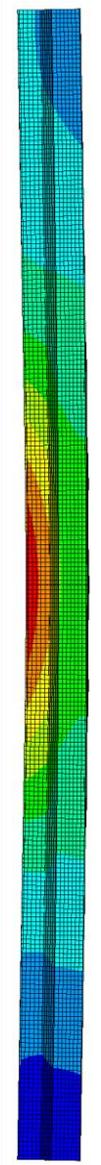
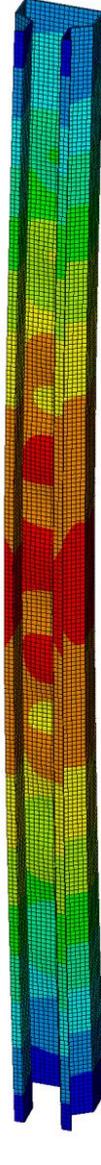
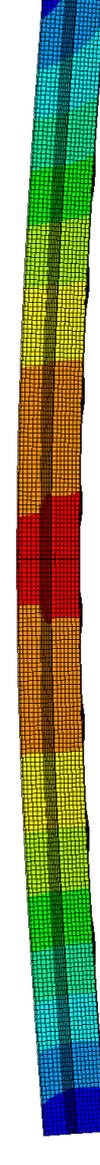


Figura 5.13 –  $P/P_{crit}$  X Desloc: nó 2,  $L = 1280$  mm

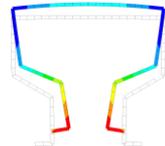
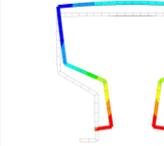
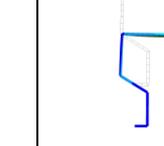
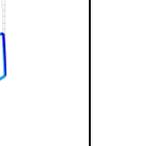
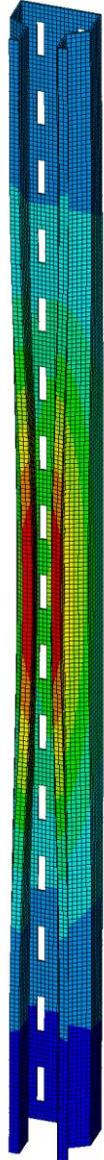
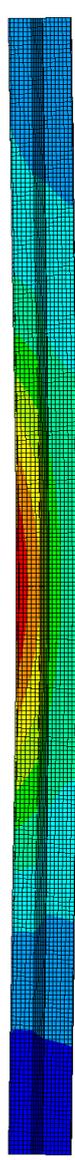
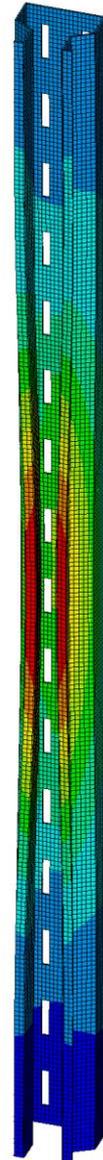
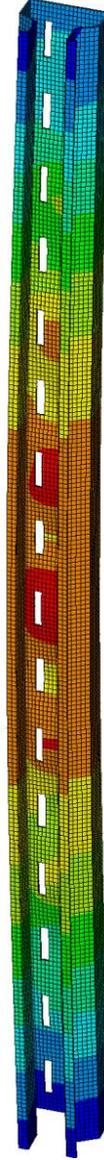
Os quadros 5.8 e 5.9 ilustram as combinações cujas deformadas apresentam comportamentos críticos de falha. Essas curvas referem-se aos grupos com menores relações  $P/P_{crit}$ , considerando as direções  $U_z > 0$  e  $U_z < 0$  das figuras 5.9 (perfil sólido) e 5.11 (perfil perfurado).

Quadro 5.8 – Deformadas de falha, perfil sem furos, L= 1280 mm

Grupo	(L,+D,+0G)				(+L,D,-G)			
Caso	(0;1,38;2,56)*		(0,405;1,15;2,56)**		(-0,405;-1,38;-2,56)*		(-0,252;0,00;-2,56)**	
Seção (L/2)								
Vista	Isométrica	Lateral	Isométrica	Lateral	Isométrica	Lateral	Isométrica	Lateral
Deformada de falha								

\*limite inferior do grupo \*\*limite superior do grupo

Quadro 5.9 – Deformadas de falha, perfil com furos,  $L = 1280$  mm

Grupo	(L,+D,+G)				(L,D,-G)			
Caso	(0;1,38;2,56)*		(-0,405;1,15;2,56)**		(-0,405;-1,38;-2,56)*		(0;1,15;-2,56)**	
Seção (L/2)								
Vista	Isométrica	Lateral	Isométrica	Lateral	Isométrica	Lateral	Isométrica	Lateral
Deformada de falha								

\*limite inferior do grupo \*\*limite superior do grupo

O primeiro comportamento é observado nas combinações com fatores  $D > 0$ , as quais estão relacionadas com fechamento da seção transversal e que conduzem a menores  $P/P_{crit}$ . O modo local, nestes casos, ameniza o efeito da distorção, o que se deduz pelas combinações mais

críticas, quando o fator  $L$  é nulo. Por outro lado, a presença de uma imperfeição geométrica global ( $G=+2,56$ ), torna o resultado mais crítico, o que se soma ao efeito do ponderador distorcional  $D>0$ .

Um segundo comportamento ocorre quando  $D<0$ . Nestes casos, os modos locais impactaram diretamente no comportamento da peça. Esse efeito pode ou não ser amplificado pela presença de furos. Sabe-se da literatura, que a interação entre as flambagens local e global é influente, haja visto que a verificação da mesma é indicada pelo dimensionamento do MRD proposto pela NBR 14762 (ABNT, 2010).

A tabela 5.4 apresenta os grupos de combinações mais representativos e com menor relação  $P/P_{crit}$ , considerando um comportamento semelhante entre as curvas.

Tabela 5.4 – Combinações para ANLGM,  $L= 1280$  mm

Perfil	Grupos (Nó 1)	Limite inferior		Limite superior	
		Comb.	$P/P_{crit}$	Comb.	$P/P_{crit}$
Sem furos ( $P_{crit} = 217,63$ kN)	(L,+D,+0G)	(0;1,38;2,56)	0,63	(0,405;1,15;2,56)	0,66
	(L,0,+G)	(0;0;2,56)	0,75	(0,405;0;2,56)	0,78
	( $\pm$ L,D,-G)	(-0,405;-1,38;-2,56)	0,92	(-0,252;0;-2,56)	0,96
	( $\pm$ L,D,0)	(0,405;-1,38;0,00)	0,99	(-0,252;0;0)	1,03
Com furos ( $P_{crit} = 165,88$ kN)	(L,+D,+G)	(0; 1,38; 2,56)	0,73	(-0,405;1,15;2,56)	0,75
	(L,0,+G)	(0;0;2,56)	0,84	(0,405;0;2,56)	0,88
	(L,D,-G)	(-0,405;-1,38;-2,56)	1,13	(0;1,15;-2,56)	1,17
	(L,D,-0G)	(0;0;-2,56)	1,19	(-0,252;1,15;0)	1,23

### 5.2.3 Perfil 1600 mm

A coluna sem furos com 1600 mm, de acordo com a figura 5.14, apresentou a combinação (0;1,38;3,20), pertencente ao grupo (L, $\pm$ D,+G) como crítica ( $P/P_{crit} = 0,649$ ). Esse comportamento já havia sido evidenciado no comprimento anterior, quando a ausência do modo local produziu o caso com menor carga de falha.

Os grupos (L,0,+G) e (L, $\pm$ D,0) possuem como característica respectivamente a ausência do ponderador  $D$  e  $G$ , o que gera maiores valores de  $P/P_{crit}$ . No interior destes agrupamentos, destacam-se as combinações (0;0;3,20) no primeiro grupo e (0;1,38;0) no grupo (L, $\pm$ D,0), que representam limites inferiores em termos de carga  $P$ .

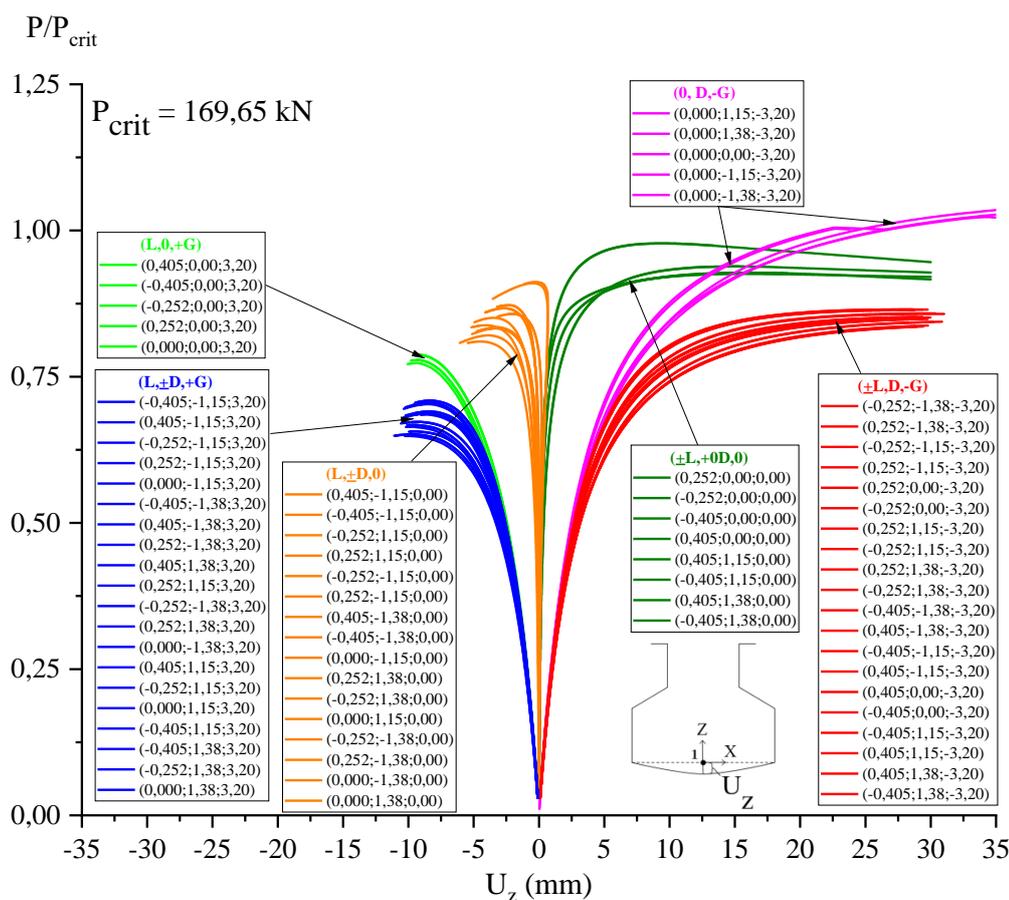


Figura 5.14 –  $P/P_{crit}$  X Desloc.: nó 1, perfil sólido,  $L=1600$  mm.

Ainda sobre o efeito do ponderador  $G$  nulo, os maiores valores de carga última ocorrem justamente nos arranjos  $(\pm L, +0D, 0)$  e  $(L, \pm D, 0)$  que apresentam respectivamente como limites superiores as combinações  $(0,252;0;0)$  e  $(0,405;-1,15;0)$ .

Entre os grupos com fator  $G < 0$ , a combinação  $(-0,405;1,38;-3,20)$  pertencente a  $(\pm L, D, -G)$  foi a mais crítica ( $P/P_{crit} = 0,835$ ). Neste grupo, observa-se ainda que os ponderadores  $D > 0$  (fechamento da seção transversal) produzem curvas com menores valores de  $P/P_{crit}$ . Esse fato será explicado com mais detalhes durante a apresentação das deformadas, quando se identifica uma pequena influência do modo distorcional.

A figura 5.15 apresenta as curvas carga-deslocamento correspondentes ao nó 4 da seção transversal. Cabe destacar que, diferente da figura 5.14, quando o ponderador  $G$  influencia na formação dos grupos de curvas, na figura 5.15, se observa um agrupamento pelo sinal do fator  $D$ , ou seja, combinações com fator  $D > 0$  encontram-se em  $U_x < 0$  e vice-versa. Considerando-se essas diferenças, destacam-se as combinações:  $(0;1,38;3,20)$  com  $P/P_{crit} = 0,648$  e  $(0;-1,38;3,20)$  com  $P/P_{crit} = 0,685$ .

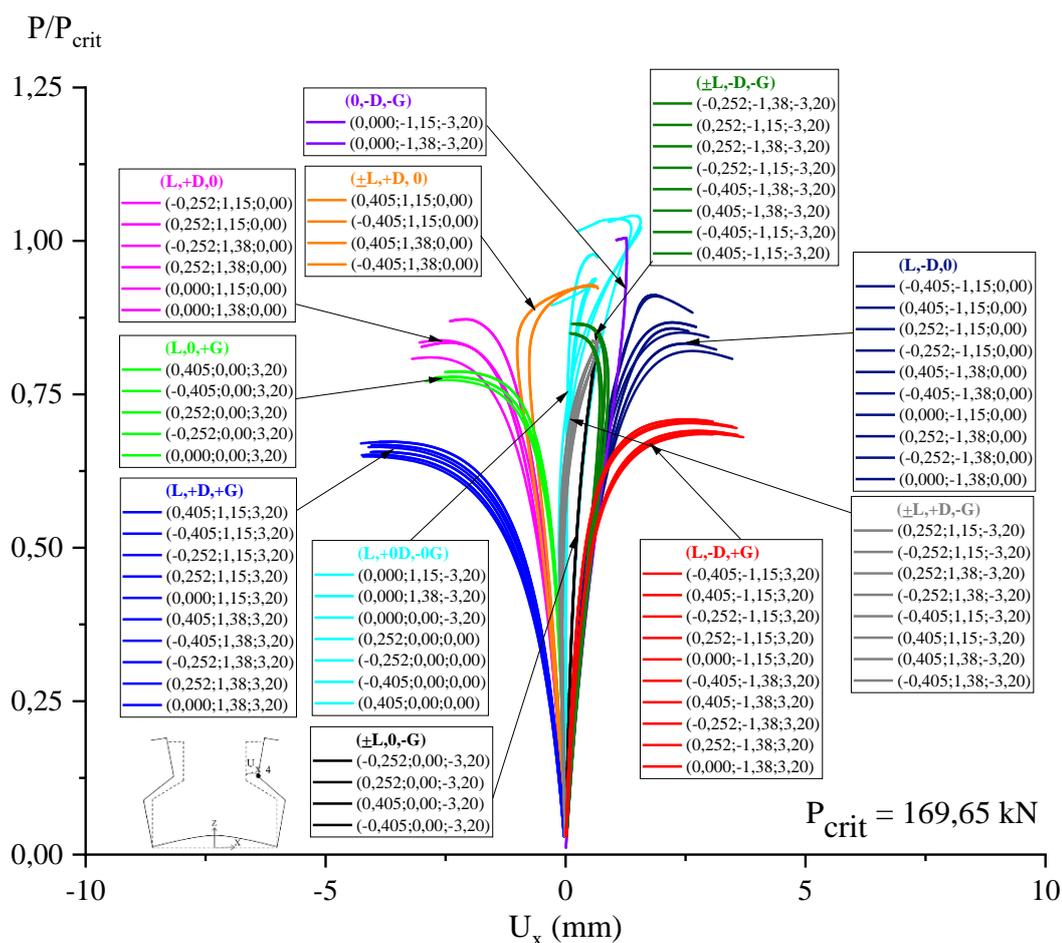


Figura 5.15 –  $P/P_{crit}$  X Desloc.: nó 4, perfil sólido,  $L=1600$  mm.

Este fato leva a crer que o ponderador D influencia, mas é o sinal da excentricidade G que determina o nível da carga crítica atingido. Pela representação da figura 5.14, as curvas (0;1,38;3,20) e (0;-1,38;3,20) pertencem ao mesmo grupo, (L,+D,+G).

Deve-se destacar que a literatura já demonstrou que perfis do tipo *rack* com comprimentos longos apresentam flambagem global por flexo-torção como crítica. O que se observa, no entanto, é que a deformada correspondente à menor relação  $P/P_{crit}$  não necessariamente corresponde à deformada do primeiro autovetor extraído em uma análise de estabilidade elástica linear. Neste aspecto, as imperfeições geométricas consideradas e as condições de contorno são muito mais influentes.

Para o perfil perfurado de 1600 mm, o agrupamento (L,+D,+G) ilustrado na figura 5.16, produziu as menores relações  $P/P_{crit}$ . Este mesmo conjunto é caracterizado pela presença de ponderadores distorcionais e globais positivos. Destaca-se a curva (0; 1,38; 3,2), a qual apresentou a menor relação  $P/P_{crit}$  (0,631).

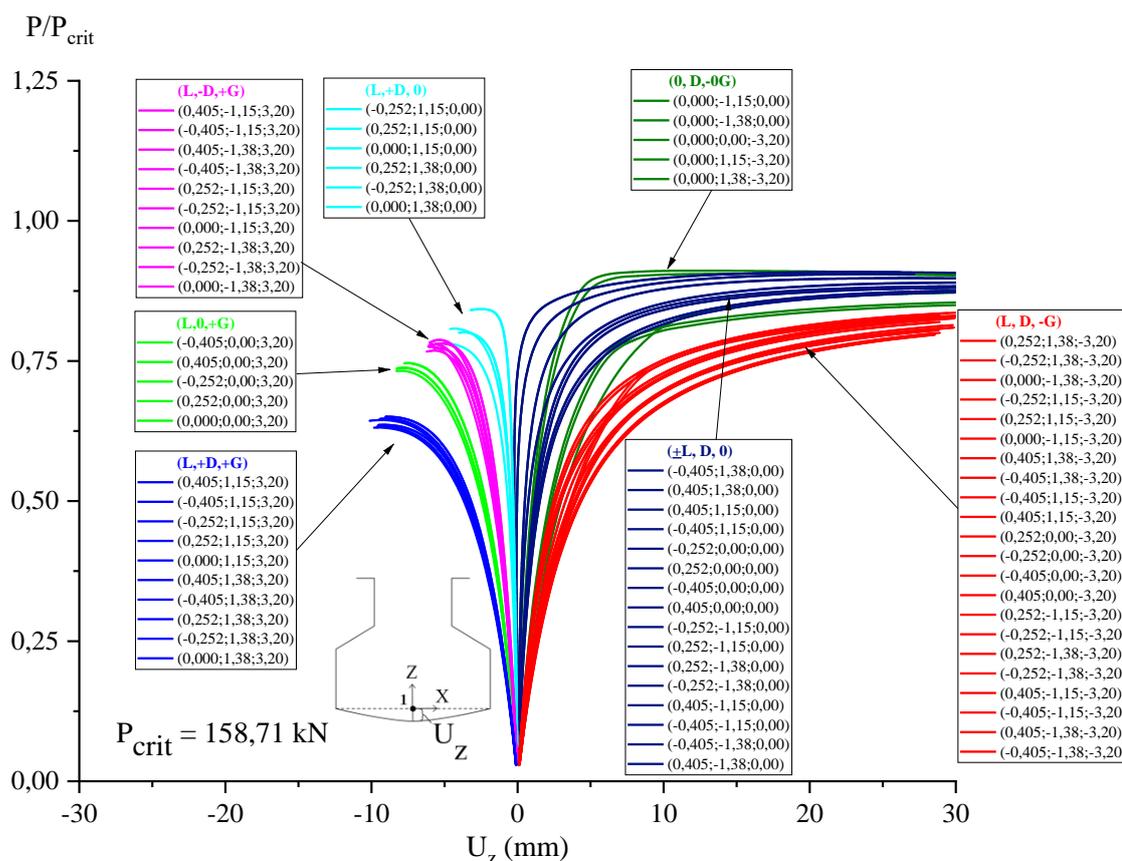


Figura 5.16 –  $P/P_{crit}$  X Desloc.: nó 1, perfil perfurado,  $L=1600 \text{ mm}$ .

Considerando as curvas com  $U_z > 0$ , o conjunto (L,D,-G) é composto por ponderadores  $G < 0$  que comprimem a alma e favorecem a abertura da seção transversal. Neste agrupamento, a curva (0,405;-1,38;-3,20) apresentou a menor relação  $P/P_{crit}$  (0,797). Observa-se também que o sinal negativo do ponderador D influenciou o comportamento de falha.

A combinação (0,405;-1,38;0) do grupo ( $\pm L,D,0$ ) mostra semelhança à curva anterior, mas com relação  $P/P_{crit}$  (0,874) mais elevada devido à ausência do modo global.

As combinações puramente global (0;0;3,20) com  $P/P_{crit} = 0,73$  e a puramente distorcional (0;1,38;0) com  $P/P_{crit} = 0,78$ , pertencentes respectivamente aos grupos (L,0,+G) e (L,+D,0) merecem destaque. A presença do modo local nas demais curvas destes agrupamentos ameniza os efeitos do modo distorcional e global.

O mecanismo de falha mais crítico observado ocorre por fechamento da seção. Este comportamento também é identificado pelo nó 4, cujos resultados estão apresentados na figura 5.17, pelo grupo (L,+D,+G). Os multiplicadores  $G < 0$  atenuam essa tendência, visto que estão associados à compressão da alma da seção transversal.

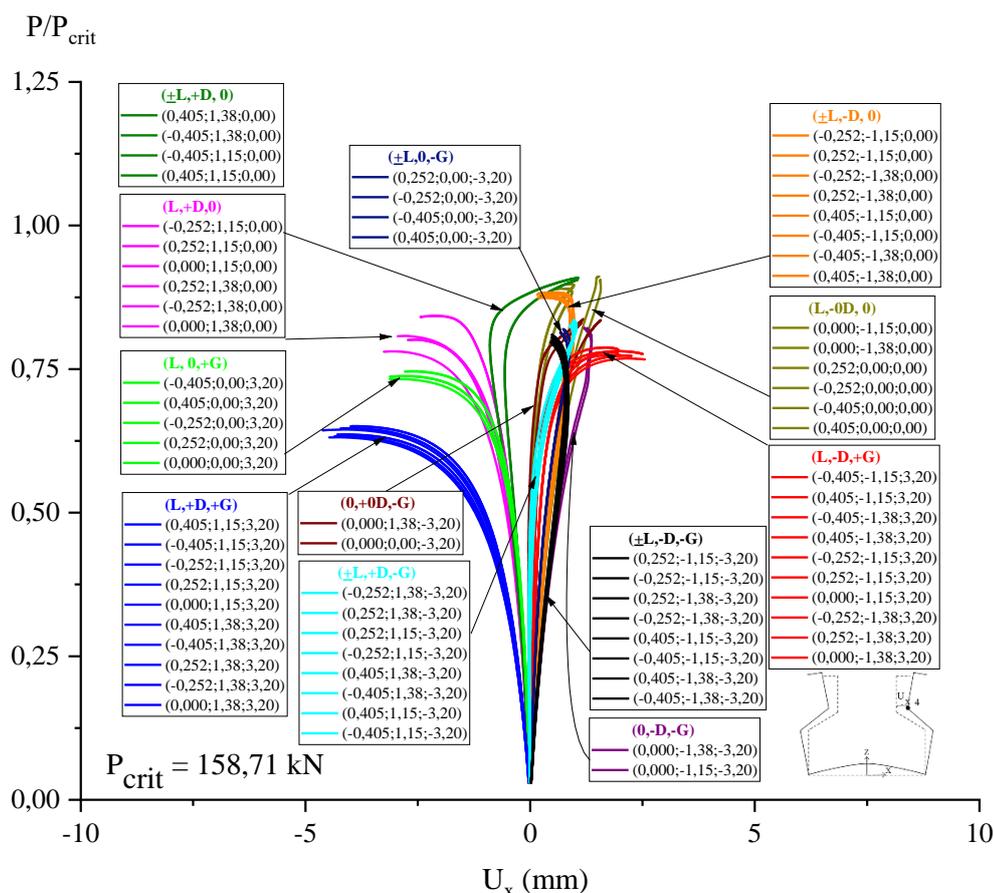


Figura 5.17 –  $P/P_{crit}$  X Desloc.: nó 4, perfil perfurado,  $L=1600 \text{ mm}$ .

Segundo a figura 5.17, destacam-se as combinações  $(0;1,38;3,2)$  e  $(0;-1,38;3,2)$  correspondentes respectivamente aos grupos  $(L,+D,+G)$  e  $(L,-D,+G)$ . Essa mesma curva,  $(0;-1,38;3,2)$ , pertence ao grupo  $(L,-D,+G)$  da figura 5.16 e apresenta um valor de  $P/P_{crit} = 0,768$ .

Para os demais grupos da figura 5.17, as combinações com fator de amplificação  $D$  nulo, localizam-se próximas à origem do gráfico. Além disso, combinações do tipo local-distorcional também situam-se mais próximas a  $U_x = 0$  em comparação àquelas contendo  $L=0$ , o que confirma a ideia de que o efeito dos modos locais e distorcionais se compensam.

Considerando-se os resultados relativos ao nó 2, foram identificados agrupamentos e combinações críticas semelhantes às correspondentes no nó 1 nos casos com e sem furos. Esse fato, evidencia que a flambagem global tem uma parcela significativa no comportamento deste comprimento de coluna. A figura 5.19 apresenta de modo simplificado os deslocamentos encontrados.

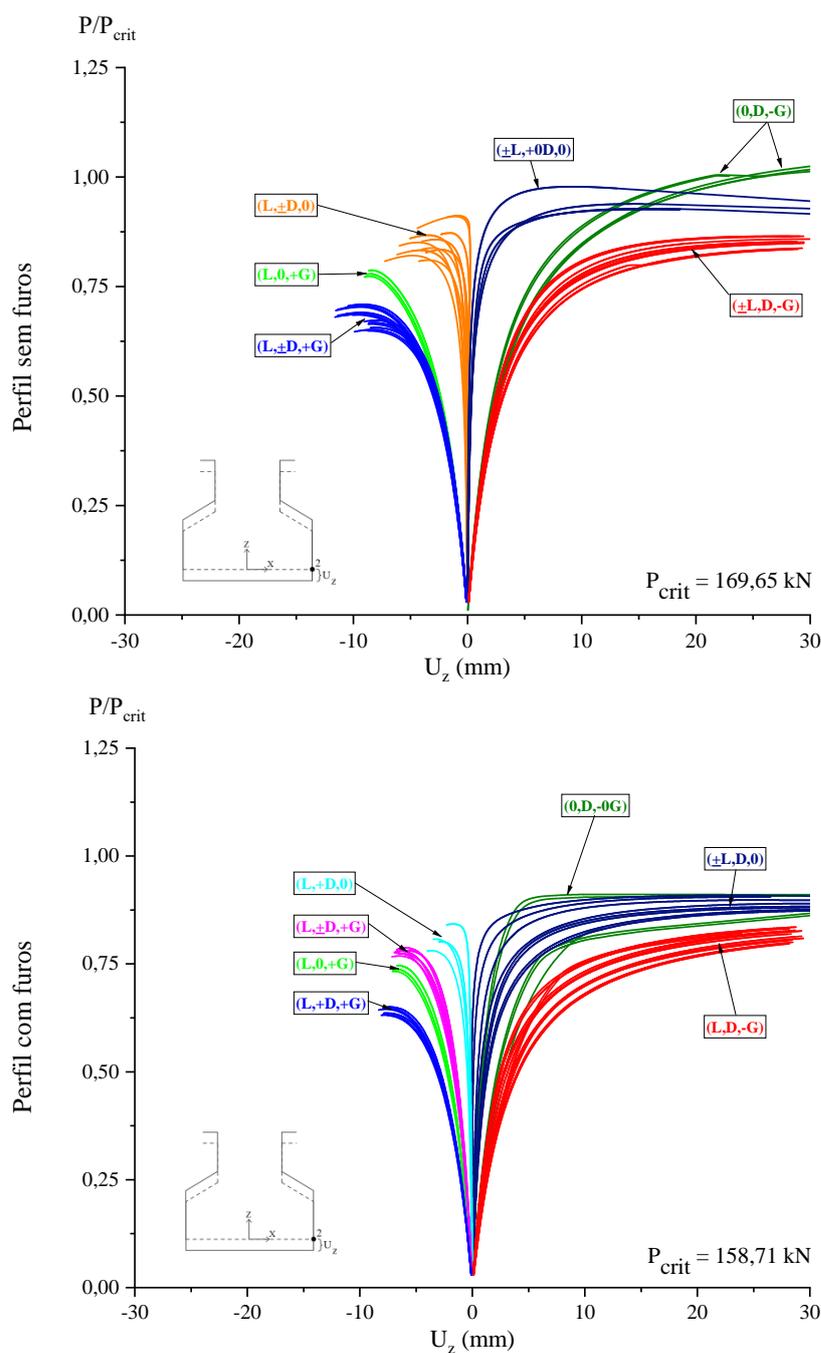


Figura 5.18 –  $P/P_{crit}$  X Desloc.: nó 2,  $L=1600 \text{ mm}$

Numa análise entre perfis com ou sem furos, identificou-se uma influência nula do modo local ( $L=0$ ) para o perfil sem furos na combinação mais crítica (0;1,38;3,20). Uma maior influência do ponderador  $L$  é verificada, entretanto, quando a falha da seção é acompanhada de compressão na alma ( $G<0$ ) pela imperfeição do modo global de flexão, conforme ilustrado pelos quadros 5.10 e 5.11. Nestes quadros são apresentadas as deformadas das curvas limite superior e inferior dos grupos com menores relações  $P/P_{crit}$ , considerando as direções  $U_z<0$  e  $U_z>0$  das figuras 5.14 (perfil sólido) e 5.16 (perfil perfurado).

Quadro 5.10 – Deformadas de falha perfil sem furos, L=1600 mm

Grupo	(L,+D,+G)				(+L,D,-G)			
Curva	(0;1,38;3,20)*		(-0,405;-1,15;3,20)**		(-0,405;1,38;-2,56)*		(-0,252;-1,38;-3,20)**	
Seção (L/2)								
Vista	Isométrica	Lateral	Isométrica	Lateral	Isométrica	Lateral	Isométrica	Lateral
Deformada de falha								

\*limite inferior do grupo \*\*limite superior do grupo

Quadro 5.11 – Deformadas de falha perfil com furos, L=1600 mm

Grupo	(L,+D,+G)				(L,D,-G)			
Caso	(0;1,38;3,20)*		(0,405;1,15;3,20)**		(-0,405;-1,38;-2,56)*		(0,252;1,38;-3,20)**	
Seção (L/2)								
Vista	Isométrica	Lateral	Isométrica	Lateral	Isométrica	Lateral	Isométrica	Lateral
Deformada de falha								

\*limite inferior do grupo \*\*limite superior do grupo

De modo geral, se pode concluir que o modo global influencia na relação  $P/P_{crit}$  das curvas, sendo o ponderador +3,20 associado às combinações com menores valores obtidos para esta relação. Pela análise das deformadas, nota-se que o modo de flexão é bastante evidente. Apesar disso há uma influência do modo distorcional no fechamento da seção, o que caracteriza uma interação distorcional-global. Este fato também é evidenciado ao se observar as trajetórias de equilíbrio das figuras 5.14 e 5.16, indicando alguma interação (pequena) entre os modos distorcional e global.

Por outro lado, pelas combinações (-0,405; 1,38; -3,20) e (0,405; -1,38; -3,20), o modo distorcional pouco influencia, sendo o modo global dominante. Sendo assim, a tabela 5.5 apresenta os conjuntos que geram os menores valores de  $P/P_{crit}$  ou cujos comportamentos foram considerados mais característicos.

Tabela 5.5 – Combinações para ANLGM, L= 1600 mm

Perfil	Grupos (Nó 1)	Limite inferior		Limite superior	
		Comb.	$P/P_{crit}$	Comb.	$P/P_{crit}$
Sem furos ( $P_{crit} = 169,65$ kN)	(L,+D,+G)	(0; 1,38; 3,20)	0,65	(-0,405;-1,15;3,20)	0,71
	(L,0,+G)	(0; 0; 3,20)	0,77	(0,405;0;3,20)	0,79
	(+L,D,-G)	(-0,405;1,38;-3,20)	0,84	(-0,252;-1,38;-3,20)	0,86
	(+L,+0D,0)	(-0,405;1,38;0)	0,93	(0,252;0;0)	0,98
Com furos ( $P_{crit} = 158,71$ kN)	(L,+D,+G)	(0; 1,38; 3,20)	0,63	(0,405;1,15;3,20)	0,65
	(L,0,+G)	(0;0;3,20)	0,73	(-0,405;0,00;3,20)	0,75
	(L,-D,+G)	(0;-1,38;3,20)	0,77	(0,405;-1,15;3,20)	0,79
	(L,D,-G)	(-0,405;-1,38;-3,20)	0,80	(0,252;1,38;-3,20)	0,83
	(+L, D, 0)	(0,405;-1,38;0,00)	0,87	(-0,405;1,38;0,00)	0,91

#### 5.2.4 Observações gerais

A análise dos comprimentos de 480, 1280 e 1600 mm apresentou em comum a presença do modo distorcional como mecanismo de falha preponderante. Independentemente da existência de furos, as curvas com menor relação  $P/P_{crit}$  estão relacionadas ao fator com módulo 1,38 para o modo distorcional, o qual segue a recomendação do Eurocode 3 Parte 1-5 (CEN, 2006b).

Para os perfis estudados, o modo global produziu efeitos mais significativos para a redução da capacidade resistente quando comprimidos os enrijecedores de borda, já que os efeitos passam a se somar com os efeitos provocados pelas imperfeições associadas ao modo distorcional, o que sugere atenção a este tipo de interação. Esse efeito é identificado, por exemplo, em

combinações com fatores de amplificação,  $D$  e  $G$ , são positivos, os quais conduzem a valores menores de  $P/P_{crit}$ . Essa interação distorcional-global também é observada pela análise complementar apresentada no apêndice A para o perfil de 1840 mm, considerando a curva mais crítica (0;1,38;3,68). Para as combinações com  $D < 0$  e  $G < 0$  nos perfis de 1280 e 1600 mm, entretanto, o mecanismo de falha ocorre por uma interação local-global. Já para o perfil de 480 mm, o ponderador  $G$  não contribui de modo significativo, havendo predominância do modo distorcional.

Apesar disso, os casos com maior relação  $P/P_{crit}$  foram justamente as combinações puramente local ou do tipo local-global. Destacam-se também aquelas curvas cujos fatores  $D$  e  $G$  contém sinais alternados, que em função da compensação dos seus efeitos, geralmente conduzem a casos com maior carga  $P$ .

Os deslocamentos no nó 4 foram mais significativos no comportamento do perfil de 480 mm. Para os demais comprimentos, os deslocamentos da mesa (nó 4) são menores face aos encontrados para os demais nós de controle. Nos comprimentos de 1280 e 1600 mm, os deslocamentos correspondentes ao nó 1 e 2 foram os mais significativos no comportamento do perfil.

Com relação aos deslocamentos correspondentes às cargas de falha, percebe-se que os maiores valores em ordem de grandeza ocorrem quando a falha se dá pela abertura da seção transversal. Em contrapartida, os menores valores de deslocamento no ponto crítico no geral estão associados a combinações com menor relação  $P/P_{crit}$ .

Por fim, a reserva de resistência de flambagem elástica, representada pelo quociente  $P/P_{crit}$  é maior em perfis curtos, como é de se esperar e, de modo geral, em perfis perfurados, pois o valor de carga de flambagem crítica elástica nestes comprimentos é menor. Com comprimentos maiores, a relação  $P/P_{crit}$  naturalmente se reduz. No caso de perfis de 1600 mm essa razão é próxima a 1, em contraste a valores de 2,5 até 3 no comprimento de 480 mm. Deve-se considerar, entretanto, que a relação aqui apresentada não considera o efeito da plastificação da seção e, portanto, é apresentada meramente de forma qualitativa.

## 6 ANÁLISE NÃO LINEAR GEOMÉTRICA COM PLASTICIDADE

No capítulo 5 foi apresentado um estudo sobre a influência das imperfeições geométricas iniciais na curva carga por deslocamento considerando apenas a não linearidade geométrica. Deste estudo foram estabelecidas as combinações mais representativas que são analisadas neste capítulo, se considerando também a não linearidade do material.

### 6.1 CONSIDERAÇÕES DO ESTUDO

Neste estudo, para avaliar o efeito das interações entre os modos de flambagens local, distorcional e global em um regime plástico, foram selecionadas as combinações para os comprimentos de perfis exibidas nas tabelas 5.3, 5.4 e 5.5.

Para considerar a não linearidade do material é adotado um modelo bilinear do tipo elasto-plástico perfeito. Logo é necessário informar unicamente a tensão de escoamento do aço,  $f_y$ , e o módulo de elasticidade tangente,  $E_t$ . No caso do modelo elasto-plástico perfeito,  $E_t = 0$ . Para o trecho elástico, se adotam os valores de  $E$  (205000 MPa) e  $\nu$  (0,3) já mencionados no capítulo 3. As placas de apoio, utilizadas para aplicação das condições de contorno e carregamento, permaneceram com um modelo constitutivo elástico linear.

Com o objetivo de compreender a influência da tensão de escoamento nos resultados da análise não linear geométrica, foram considerados 3 valores para  $f_y$ : 180, 345 e 600 MPa. A tensão de escoamento de 180 MPa corresponde aos aços do tipo SAE1008 ou SAE1010, considerados aços não estruturais e que representa o limite inferior deste estudo. A tensão de 345 MPa corresponde ao aço do tipo ASTM A572 grau 50, sendo este um aço recomendado pela NBR 8800 (ABNT, 2008). Finalmente a tensão de 600 MPa foi escolhida como limite superior, já que não é usual resistências ao escoamento superiores a este patamar.

Dessa forma, três conjuntos de curvas foram geradas para cada comprimento estudado. Nestas análises, se considerou o deslocamento  $U_z$  da seção transversal intermediária dos perfis em função da força  $P$  correspondente. O nó 1, apresentado na figura 5.2, próximo às aberturas foi considerado como referência. De modo geral, este nó foi mais representativo nas análises do capítulo 5.

Em modelos considerando plasticidade deve-se avaliar a forma como as tensões e deformações são computadas. Para fins de Engenharia é comum utilizar os valores de tensão nominal,  $\sigma$ , e a deformação nominal,  $\varepsilon$ . O elemento de casca SHELL181 considera em sua formulação as medidas de tensão e deformação verdadeiras. Neste caso, a tensão,  $\sigma_v$ , e a deformação,  $\varepsilon_v$ , verdadeiras podem ser determinadas:

$$\varepsilon_v = \ln(1 + \varepsilon) \quad (6.1)$$

$$\sigma_v = \sigma(1 + \varepsilon) \quad (6.2)$$

Caso o valor de  $\varepsilon$  seja suficientemente pequeno, os erros em relação ao valor de  $\varepsilon_v$  e entre as tensões  $\sigma$  e  $\sigma_v$  costumam ser desprezados. Neste caso, pode-se utilizar as medidas convencionais de Engenharia nos pontos do diagrama de tensão e deformação do material. Caso a diferença seja relevante, estes pontos devem ser recalculados utilizando as equações (6.1) e (6.2).

Com o objetivo de verificar a hipótese de pequenas deformações do modelo numérico, selecionou-se a combinação (0;1,38;2,56) da tabela 5.4. A tabela 6.1 contém as tensões e deformações máximas verdadeiras calculadas pelo Ansys e correspondentes valores nas medidas usuais de Engenharia obtidos a partir das equações (6.1) e (6.2) para um aço elasto-plástico perfeito com  $f_y = 345$  MPa.

Tabela 6.1– Diferenças entre deformação e tensão de Engenharia X deformação e tensão verdadeiras

Perfil 1280 mm	$\varepsilon_{ANSYS}$	$\sigma_{ANSYS}$ (MPa)	$\varepsilon_{ENG}$	$\sigma_{ENG}$ (MPa)	Erro $\varepsilon$ (%)	Erro $\sigma$ (%)
Sem furos	0,005349	345	0,005363	343,16	0,268	0,54
Com furos	0,003709	345	0,003716	343,72	0,185	0,37

Como se observa, o erro entre a deformação e a deformação de Engenharia é inferior a 0,27%. Quando se comparam a tensão verdadeira e a tensão de Engenharia, o erro obtido é inferior a 0,54 %. Deste modo, não é necessário considerar um ajuste nos valores de tensão e deformação do modelo constitutivo do aço empregado ao modelo numérico.

## 6.2 ANÁLISE DOS PERFIS

Nesta seção são apresentados os resultados obtidos na análise não linear com plasticidade considerando as combinações apresentadas nas tabelas 5.3, 5.4 e 5.5. Os resultados foram agrupados conforme as tensões de escoamento. A figura 6.1 apresenta os resultados correspondentes às combinações de limite-inferior da tabela 5.3 para o caso sem furos do perfil de 480 mm. Em uma mesma tensão, os maiores e menores valores de carga última nas trajetórias de equilíbrio foram denominados respectivamente como  $P_{max}$  e  $P_{min}$ . A representação da seção transversal ilustra o deslocamento  $U_z$ .

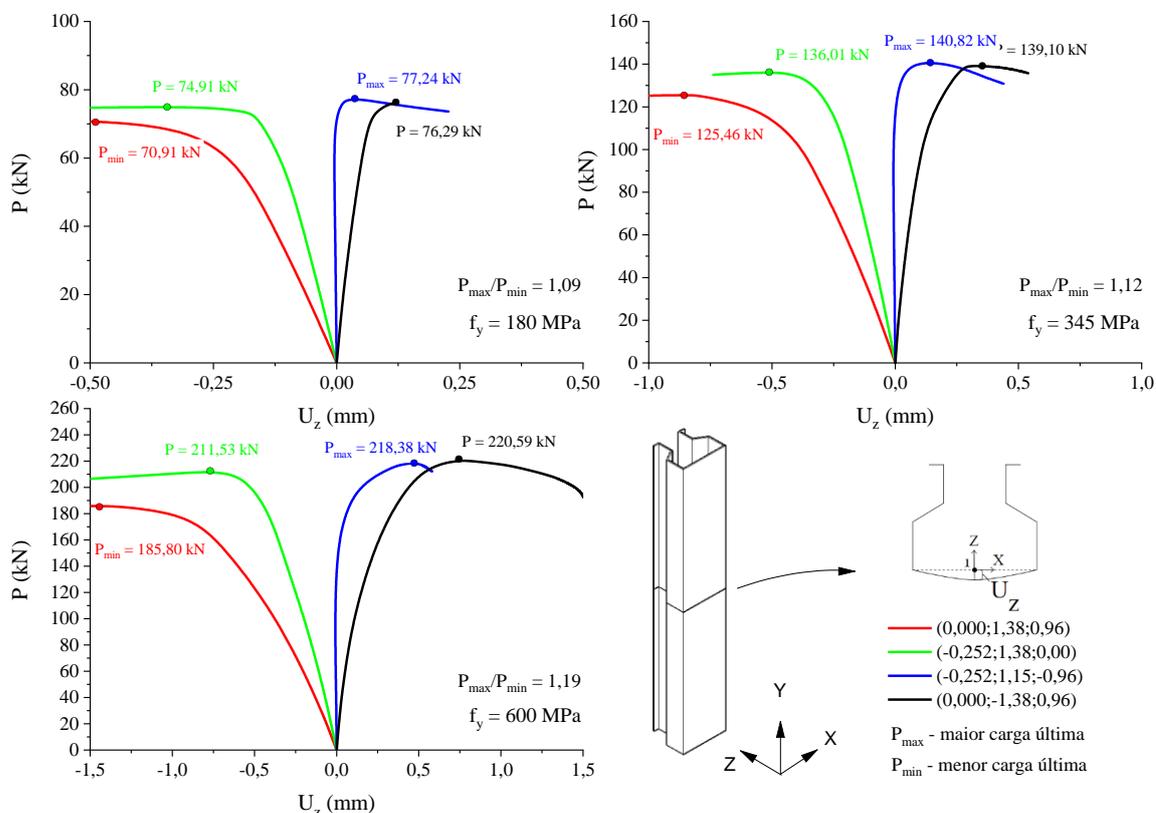


Figura 6.1 – Força x Desloc.  $U_z$  para perfil de 480 mm sem furos

Apesar da consideração do comportamento não linear do material, a combinação (0;1,38;0,96) apresentou menor valor da carga última,  $P_{min}$ , para todas as tensões de escoamento consideradas.

De modo geral, há uma semelhança no comportamento das curvas. Os valores máximos das cargas de pico ocorrem em  $f_y = 600$  MPa. A maior relação entre as cargas de pico,  $P_{max}/P_{min}$  é de 1,19. Considerando os resultados desta relação, obtém-se uma diferença relativa de até

8,40% entre  $f_y = 180$  MPa e  $f_y = 600$  MPa, sendo o valor de  $P_{max}/P_{min}$  da maior tensão, assumido como referência.

Quando se analisam as curvas da tabela 5.3 para o perfil perfurado, a combinação distorcional-global também foi mais crítica no comprimento de 480 mm, conforme a figura 6.2.

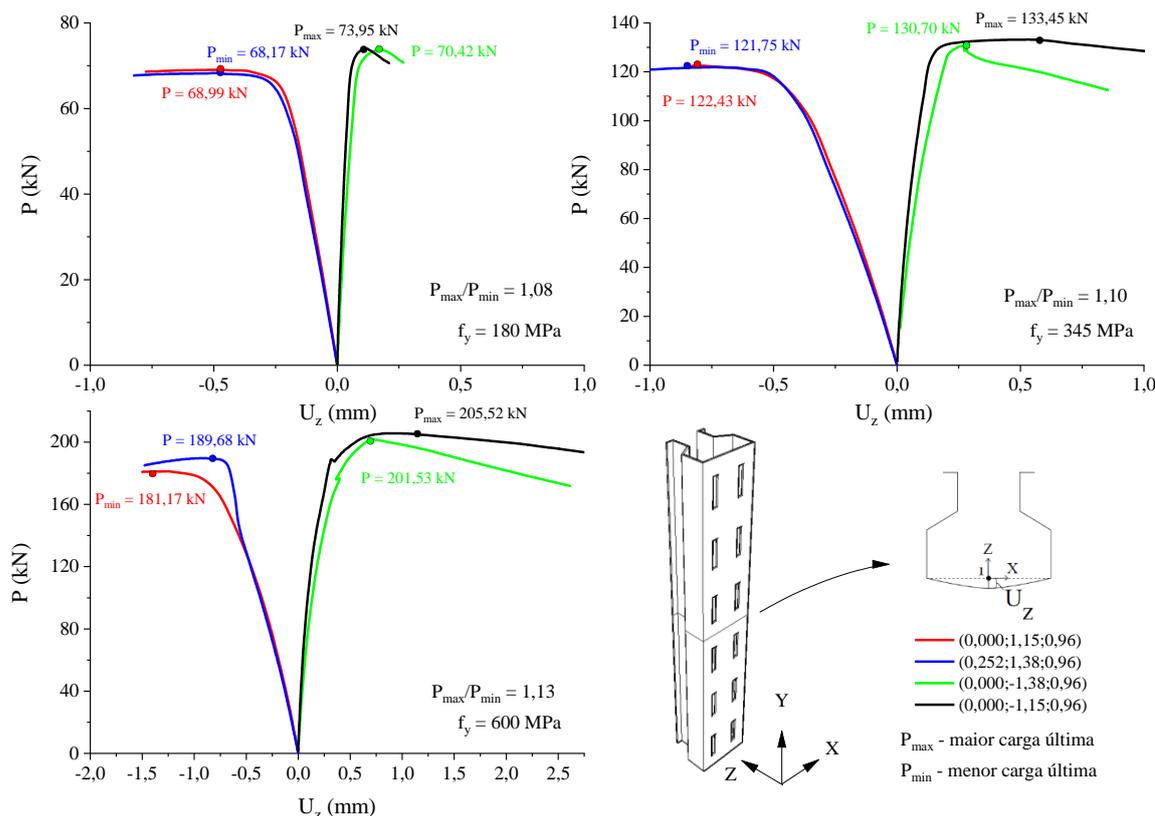


Figura 6.2 – Força x Desloc.  $U_z$  para perfil de 480 mm com furos

Como se observa, há uma proximidade entre as combinações (0,252;1,38;0,96) e (0;1,15;0,96). A maior diferença relativa entre as curvas é de 4,69% e ocorre em  $f_y = 600$  MPa, quando o efeito da tensão de escoamento do aço mais elevada se mostra mais evidente.

Considerando  $U_z > 0$ , há uma semelhança no comportamento das combinações (0;-1,38;0,96) e (0;-1,15;0,96), representadas respectivamente pelas cores verde e preto, em  $f_y = 180$  MPa. Considerando os resultados de carga última nas tensões avaliadas, há uma diferença relativa máxima de 2,11% em  $f_y = 345$  MPa. A relação  $P_{max}/P_{min}$  teve uma pequena variação entre as tensões de escoamento com o maior valor em  $f_y = 600$  MPa (1,13).

De acordo com as figuras 6.1 e 6.2, de modo geral, o modo distorcional demonstrou ser dominante, haja visto a disposição das curvas no gráfico conforme o sinal do ponderador D, ou seja, combinações com  $D > 0$  na direção  $U_z < 0$  e vice-versa.

Para o comprimento de 1280 mm, a figura 6.3 apresenta as curvas correspondentes às combinações apresentadas na tabela 5.4 para o caso sem furos.

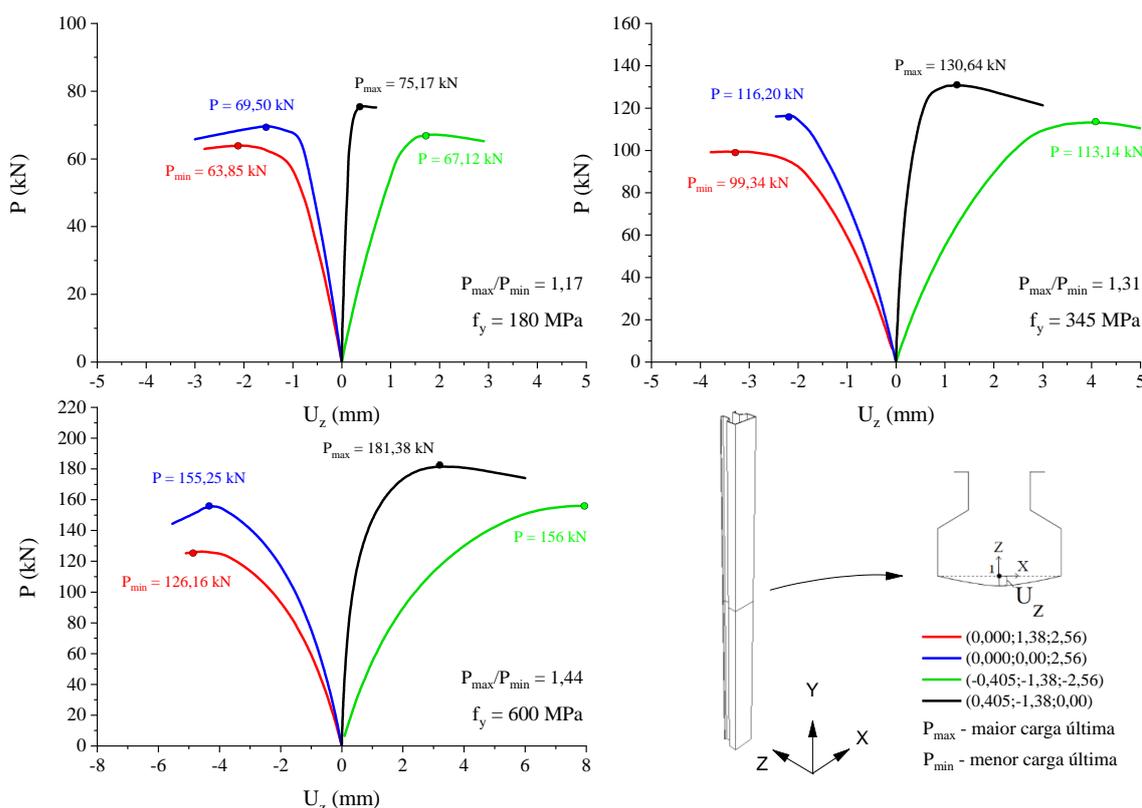


Figura 6.3 – Força x Desloc.  $U_z$  para perfil de 1280 mm sem furos

A combinação (0;1,38;2,56) na figura 6.3 apresentou os menores valores para  $P_{min}$  em todas as tensões de escoamento. Percebe-se que a disposição das curvas se manteve semelhante nos materiais avaliados. Neste sentido, não é esperado que a consideração da não linearidade do material altere isso.

No entanto, não se pode dizer que o material não influencia, já que a magnitude das cargas de falha é distinta. Além disso, os resultados das relações  $P_{max}/P_{min}$  demonstram uma variedade nos valores de  $P$ , ilustrados na figura 6.3. Essa variedade tende a se acentuar à medida em que se aumenta a tensão de escoamento do aço. No caso em questão, considerando as tensões de 180 e 600 MPa, obteve-se uma diferença relativa de 18,75%, tomando  $P_{max}/P_{min} = 1,44$  como referência.

Segundo a figura 6.4, entretanto, que se refere ao perfil perfurado de 1280 mm, há uma modificação das combinações com menor carga última ao longo das tensões de estudo.

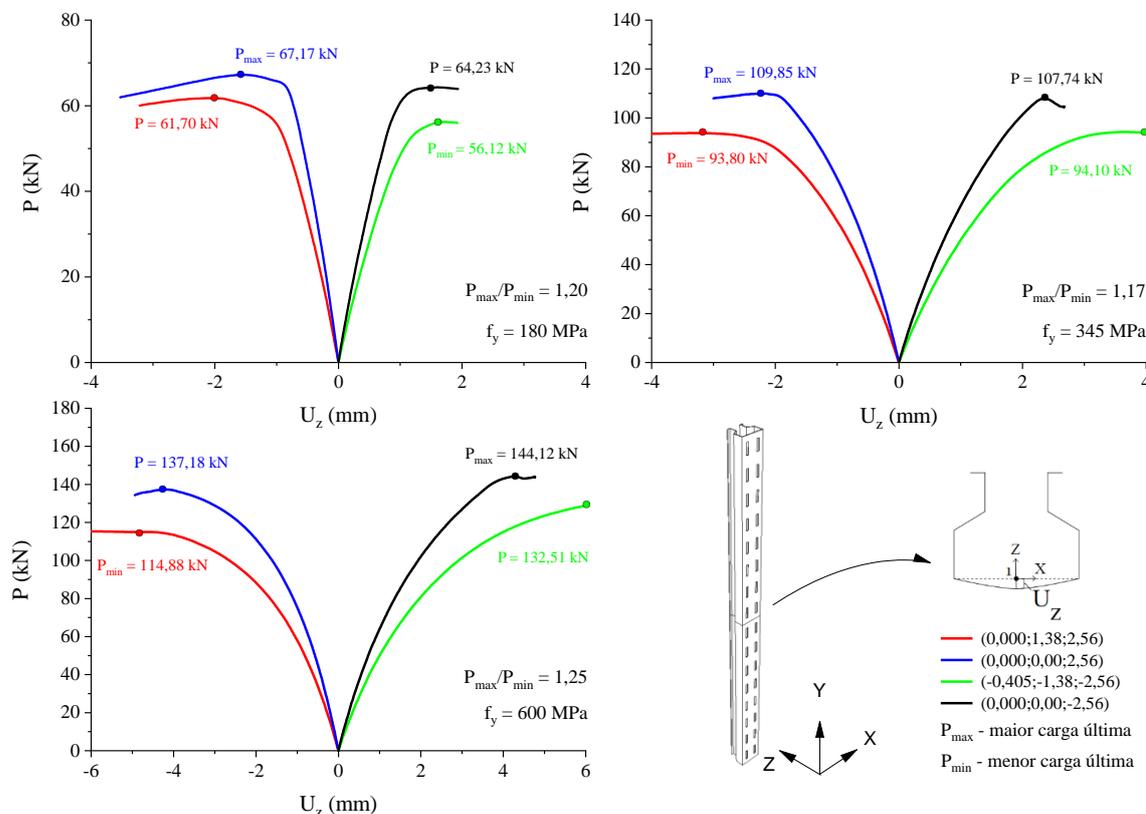


Figura 6.4 – Força x Desloc.  $U_z$  para perfil de 1280 mm com furos

Como se observa, a curva correspondente à  $P_{min}$  refere-se à combinação (-0,405;-1,38;-2,56) em  $f_y = 180$  MPa. Em  $f_y = 345$  MPa, a combinação (0;1,38;2,56) torna-se mais crítica. Nesta tensão, a diferença relativa entre os resultados de carga última entre as curvas (0;1,38;2,56) e (-0,405;-1,38;-2,56) é inferior a 0,5%. Em  $f_y = 600$  MPa, essa mesma diferença corresponde a 15,35%, assumindo em ambos os casos o valor de  $P_{min}$  de cada tensão do estudo como referência.

Outro fato de destaque é a mudança da combinação associada à  $P_{max}$ . Até  $f_y = 345$  MPa,  $P_{max}$  ocorre na curva (0;0;2,56). Na tensão de 345 MPa, a maior diferença relativa entre os resultados de  $P$  das curvas (0;0;2,56) e (0;0;-2,56) é inferior a 1,92%. Em  $f_y = 600$  MPa, essa diferença corresponde a 4,81%, assumindo em ambos os casos o valor de  $P_{max}$  correspondente a cada tensão do estudo como referência.

Considerando as relações  $P_{max}/P_{min}$ , obtém-se um menor valor em  $f_y = 345$  MPa. Apesar disso, a diferença em relação a  $P_{max}/P_{min} = 1,20$  em  $f_y = 180$  MPa é inferior a 3%, o que representa uma pouca variabilidade entre os valores de  $P$  apresentados nas trajetórias.

Para o perfil de 1600 mm, a figura 6.5 ilustra o comportamento das combinações da tabela 5.5 para o caso sem furos.

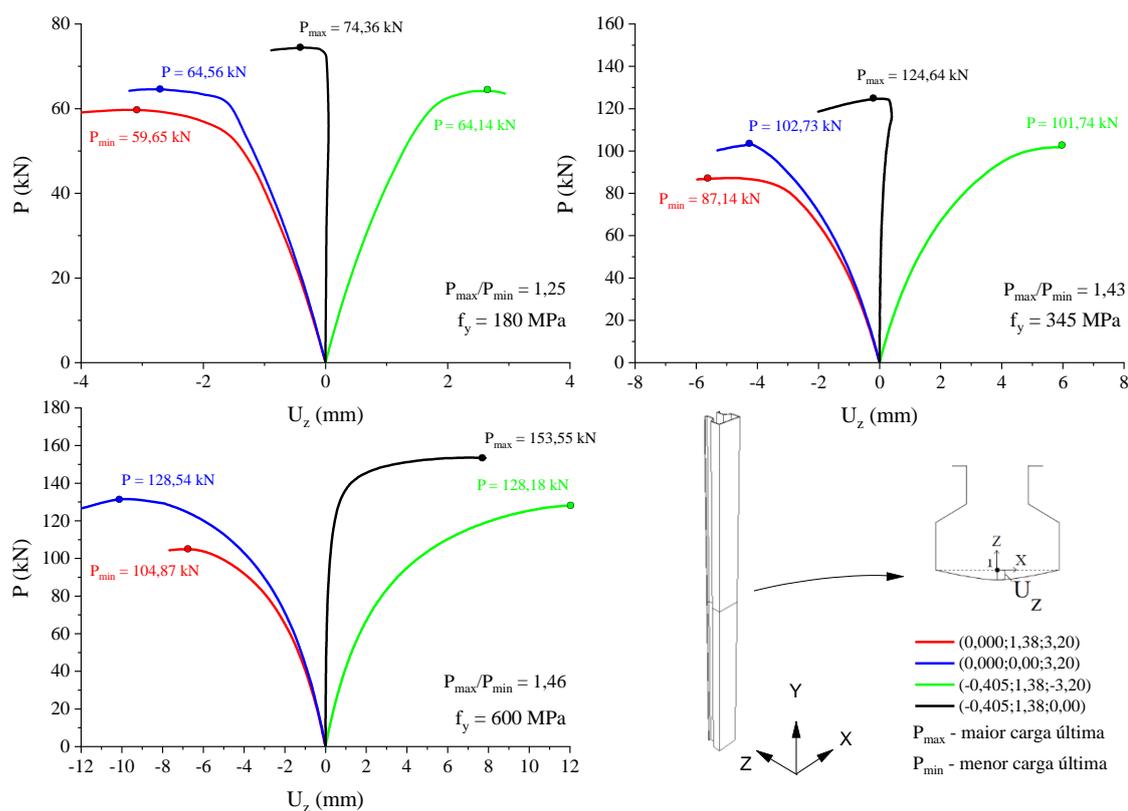


Figura 6.5 – Força x Desloc.  $U_z$  para perfil sólido de 1600 mm

De acordo com a figura 6.5, as combinações (0;1,38;3,20) e (-0,405;1,38;-3,20) apresentaram menores valores de pico para a carga  $P$ . Em todas as tensões analisadas, o valor de  $P_{min}$  apresentado está associado à curva (0;1,38;3,20). De forma semelhante, o valor de  $P_{max}$  está relacionado à combinação local-distorcional (-0,405;1,38;0), representada pela cor preta.

Ainda com relação à curva (-0,405;1,38;0), percebe-se, quando se consideram as tensões de 180 e 345 MPa, que a carga máxima das curvas ocorre em deslocamentos  $U_z$  próximos a zero. Quando  $f_y = 600$  MPa, há uma mudança de trajetória e esse ponto de máximo ocorre em  $U_z > 0$ .

A fim de melhor compreender esse comportamento, avalia-se o efeito do material através das tensões equivalentes de *von Mises*. A figura 6.6 apresenta a distribuição de tensões para seção transversal ( $L/2$ ) para as cargas últimas nas tensões de estudo.

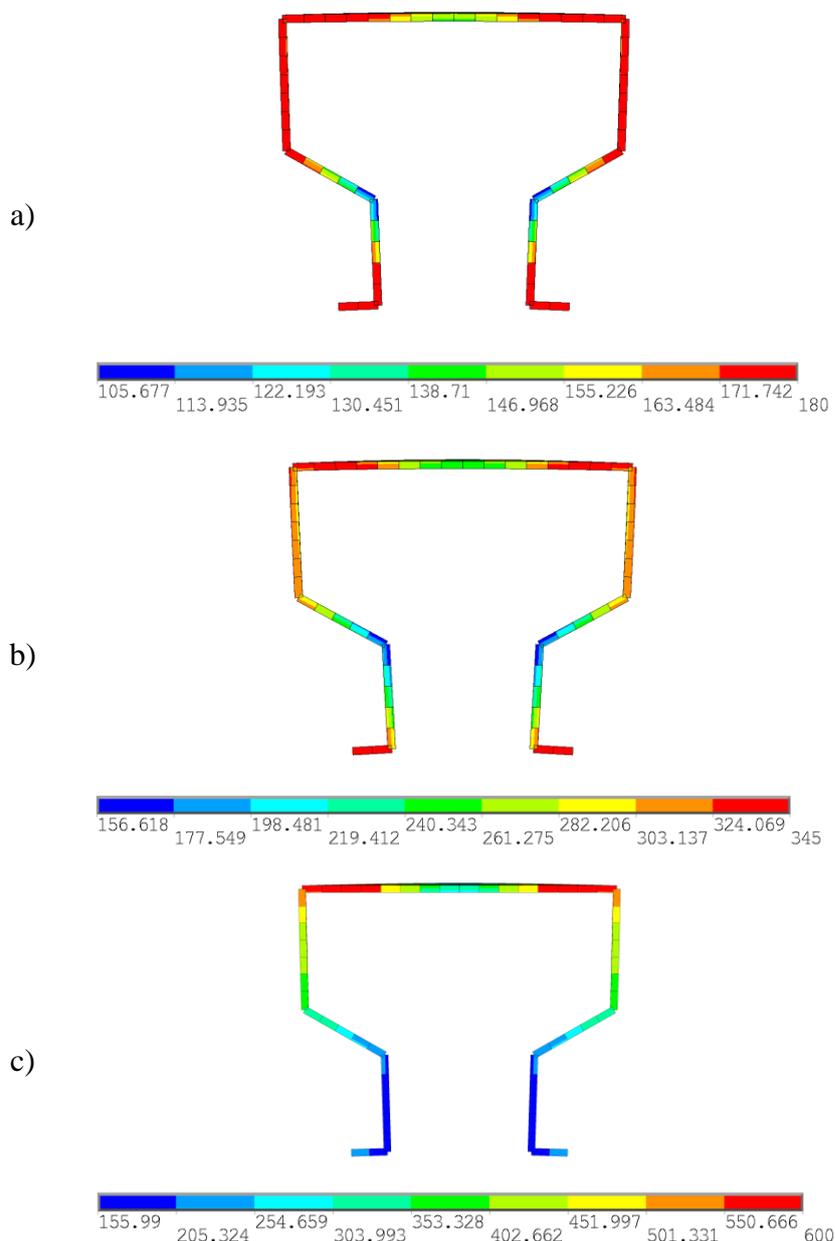


Figura 6.6 – Tensão de *von Mises* (MPa) para combinação (-0,405;1,38;0) para tensão (a) 180 MPa (b) 345 MPa (c) 600 MPa

Os elementos das seções transversais da figura 6.6 representados na cor vermelha correspondem ao valor das tensões de escoamento estudadas. Considerando os elementos da seção transversal ( $L/2$ ), as tensões de 180 e 345 MPa obtiveram respectivamente uma plastificação de 66,66% e 18,51%. No caso de  $f_y=600$  MPa, essa plastificação é limitada a 14,18% nos elementos

pertencentes aos vértices da alma com tensão máxima, indicando a dominância do regime elástico. Além disso, há uma proximidade nos resultados das relações  $P_{max}/P_{min}$  da figura 6.5 correspondentes às tensões de 345 e 600 MPa com uma diferença relativa máxima entre os mesmos de 2,10%.

Admitindo-se que o modo de imperfeição geométrica inicial do tipo global costuma ser predominante em comprimentos desta magnitude, pode-se dizer que o mesmo exerce uma influência significativa na trajetória de equilíbrio da curva. Na sua ausência ( $G=0$ ), o comportamento é influenciado pela interação dos modos locais e distorcionais, os quais podem ser influenciados pelo material empregado, o que justificaria a mudança de trajetória.

A figura 6.7 ilustra o comportamento das curvas de limite-inferior da tabela 5.5 para o perfil perfurado com comprimento de 1600 mm.

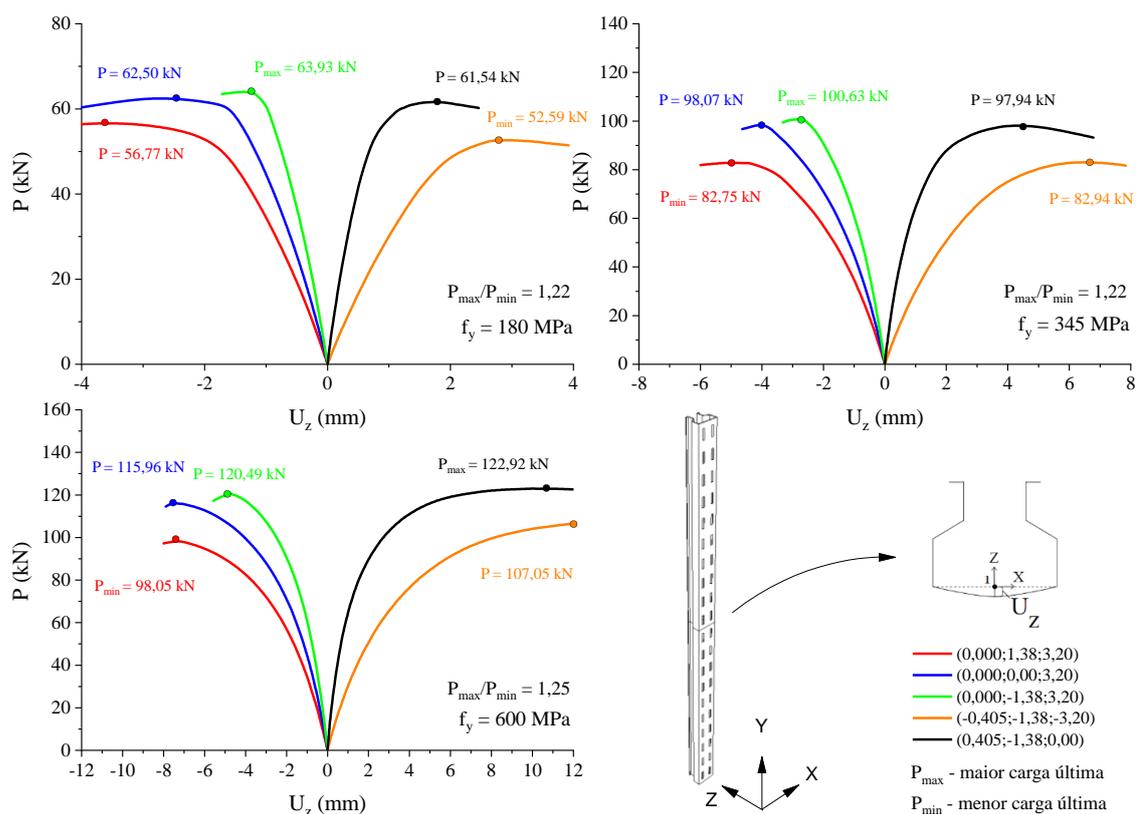


Figura 6.7 – Força x Desloc.  $U_z$  para perfil perfurado de 1600 mm

As combinações (0;1,38;3,2) e (-0,405;-1,38;-3,2) conduziram aos menores valores de carga de falha. A maior diferença relativa entre estas curvas ocorre em  $f_y=600$  MPa e é de 9,17% considerando resultado de  $P_{min}$  como referência.

A curva (0;-1,38;3,2) apresenta os maiores carregamentos nas trajetórias até  $f_y = 345$  MPa. Quando  $f_y = 600$  MPa, a carga-pico da combinação (0,405;-1,38;0) corresponde ao valor de  $P_{max}$  pela figura 6.7. As relações  $P_{max}/P_{min}$  se mantiveram com uma variação máxima desta relação inferior a 2,5% entre as tensões de 180 e 600 MPa, indicando uma menor variabilidade dos resultados máximos de carregamento entre as curvas para as diferentes tensões de estudo.

Ao contrário do caso sem furos, não foram identificadas mudanças de trajetória nas curvas com a alteração da tensão de escoamento do aço.

Analisando os comprimentos desta seção, nota-se que as combinações do tipo (0;1,38;+G), sendo G, o fator correspondente à tabela 5.2, estão relacionadas aos menores resultados de carga última  $P$ , apesar da alteração no valor de  $f_y$ . As combinações do tipo ( $\pm 0,405, \pm 1,38, -G$ ) também merecem destaque, já que estão associadas aos menores valores de carga última, especialmente em perfis com perfurações.

De modo geral, a razão,  $P_{max}/P_{min}$ , apresenta resultados menores em perfis com comprimento de 480 mm. Entre perfis com e sem furos, os maiores resultados desta relação são obtidos nestes últimos. Além disso, a variação de  $P_{max}/P_{min}$  entre as tensões de 180 e 600 MPa, no geral, é menor em perfis perfurados, sendo a menor diferença relativa observada no perfil perfurado de 1600 mm (2,4%). Portanto, pode-se afirmar que as combinações analisadas de perfis perfurados apresentaram menor variabilidade entre os resultados de carga última.

### 6.3 ANÁLISE DOS CASOS EXTREMOS

Nesta seção é apresentado um estudo envolvendo o efeito da não linearidade do material e as diferenças existentes entre os valores de carga de falha no interior de um mesmo grupo de curvas. Para esta análise são também avaliadas as combinações de limite superior, ou seja, curvas cujas cargas de falha obtiveram módulo superior segundo a análise não linear geométrica do capítulo 5 e pertencem a um mesmo feixe de curvas das combinações já apresentadas na seção 6.2. Essas curvas são apresentadas pelas tabelas 5.3, 5.4 e 5.5, de acordo com os comprimentos de estudo.

#### 6.3.1 Perfil 480 mm

Para o perfil de 480 mm, a figura 6.8 apresenta as trajetórias de equilíbrio observadas nas combinações da tabela 5.3 para o perfil sem furos, sendo os grupos organizados por cor. Em

cada grupo ou família, as combinações limite inferior são representadas por linhas com preenchimento sólido. Já as curvas de limite-superior são representadas por linhas tracejadas.

A tabela 6.2, de forma complementar, apresenta os valores de carga-pico e as diferenças relativas obtidas no interior de um mesmo agrupamento por tensão de escoamento, admitindo o resultado do limite inferior de cada grupo como referência.

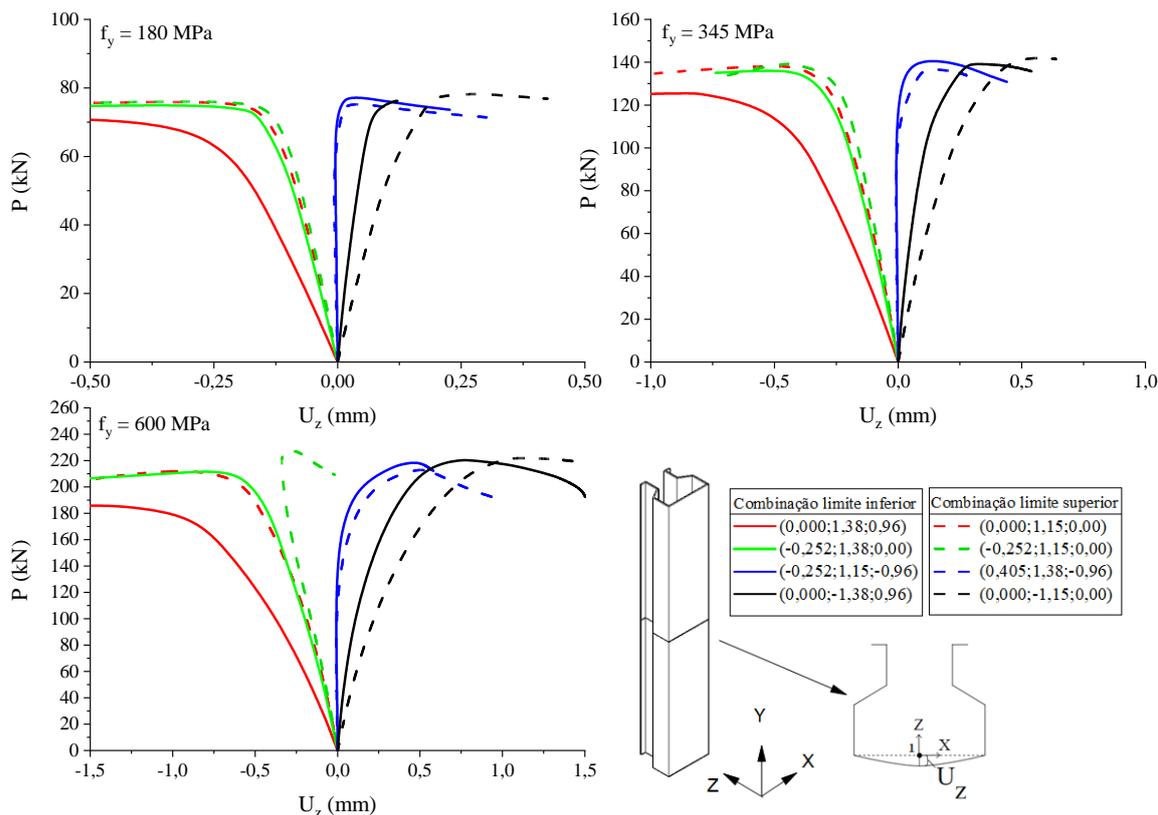


Figura 6.8 – Força x Desloc.  $U_z$  para perfil sem furos de 480 mm

Tabela 6.2 – Diferenças relativas nos grupos,  $L= 480$  mm, perfil sem furos

Grupo	Limite	Combinação	Carga última (kN)			Diferença relativa (%)		
			180 MPa	345 MPa	600 MPa	180 MPa	345 MPa	600 MPa
Vermelho	Inferior	(0;1,38;0,96)	70,92	125,46	185,80	7,00	9,79	14,04
	Superior	(0;1,15;0)	75,88	137,74	211,89			
Verde	Inferior	(-0,252;1,38;0)	74,91	136,01	211,53	1,47	2,34	7,51
	Superior	(-0,252;1,15;0)	76,01	139,19	227,41			
Azul	Inferior	(-0,252;1,15;-0,96)	77,25	140,81	218,38	2,54	2,80	2,29
	Superior	(0,405;1,38;-0,96)	75,34	136,98	213,50			
Preto	Inferior	(0;-1,38;0,96)	76,29	139,10	220,59	2,53	2,00	0,67
	Superior	(0;-1,15;0)	78,22	141,87	222,07			

Pela figura 6.8, as curvas do grupo vermelho mantiveram comportamento semelhante, com a curva (0;1,15;0) apresentando uma carga última superior ( $P = 75,88$  kN) em comparação à combinação (0;1,38;0,96) ( $P = 70,92$  kN).

A combinação (-0,252;1,15;0), representada na cor verde tracejada, apresentou uma mudança de trajetória  $f_y = 600$  MPa. Ao analisar o caso, no entanto, observa-se que esse comportamento se deve ao efeito do material, já que, nesta tensão a falha da seção transversal, costuma ocorrer com a maior parte dos elementos no regime elástico, tal como apresentado na figura 6.6.

O efeito da plasticidade também é observado nas combinações do grupo em azul. Neste caso, os fatores de amplificação locais e distorcionais utilizados na combinação (0,405;1,38;-0,96) apresentam módulo superior ( $L = 0,405$  e  $D = 1,38$ ) aos correspondentes na curva (-0,252;1,15;-0,96). Considerando os dados da tabela 6.2, obtém-se uma diferença relativa máxima de 2,80%.

De acordo com a tabela 6.2, a maior diferença observada é de 14,04% entre as curvas e ocorre em  $f_y = 600$  MPa no grupo vermelho, cujo limite inferior é a combinação (0;1,38;0,96).

A tabela 6.3, por outro lado, apresenta as diferenças relativas calculadas considerando os casos que fornecem a menor e maior carga  $P$  da tabela 6.2 para uma mesma tensão de escoamento.

Tabela 6.3 – Diferenças relativas entre as curvas,  $L = 480$  mm, perfil sem furos

Tensão (MPa)	Limite superior		Limite inferior		Diferença (%)
	Comb.	P (kN)	Comb.	P (kN)	
180	(0;-1,15;0)	78,22	(0;1,38;0,96)	70,92	10,31
345	(0;-1,15;0)	141,87	(0;1,38;0,96)	125,46	13,09
600	(-0,252;1,15;0)	227,41	(0;1,38;0,96)	185,80	22,39

Considerando os resultados da tabela 6.3, a diferença máxima foi 22,39% em  $f_y = 600$  MPa, entre as curvas (-0,252;1,15;0) e (0;1,38;0,96), assumindo o resultado desta última como carga de referência.

Considerando as combinações da tabela 5.3 para o perfil de 480 mm perfurado, a figura 6.9 ilustra o comportamento observado.

A tabela 6.4 apresenta os resultados de carga máxima nas combinações, bem como a diferença relativa entre os mesmos no interior de um mesmo agrupamento.

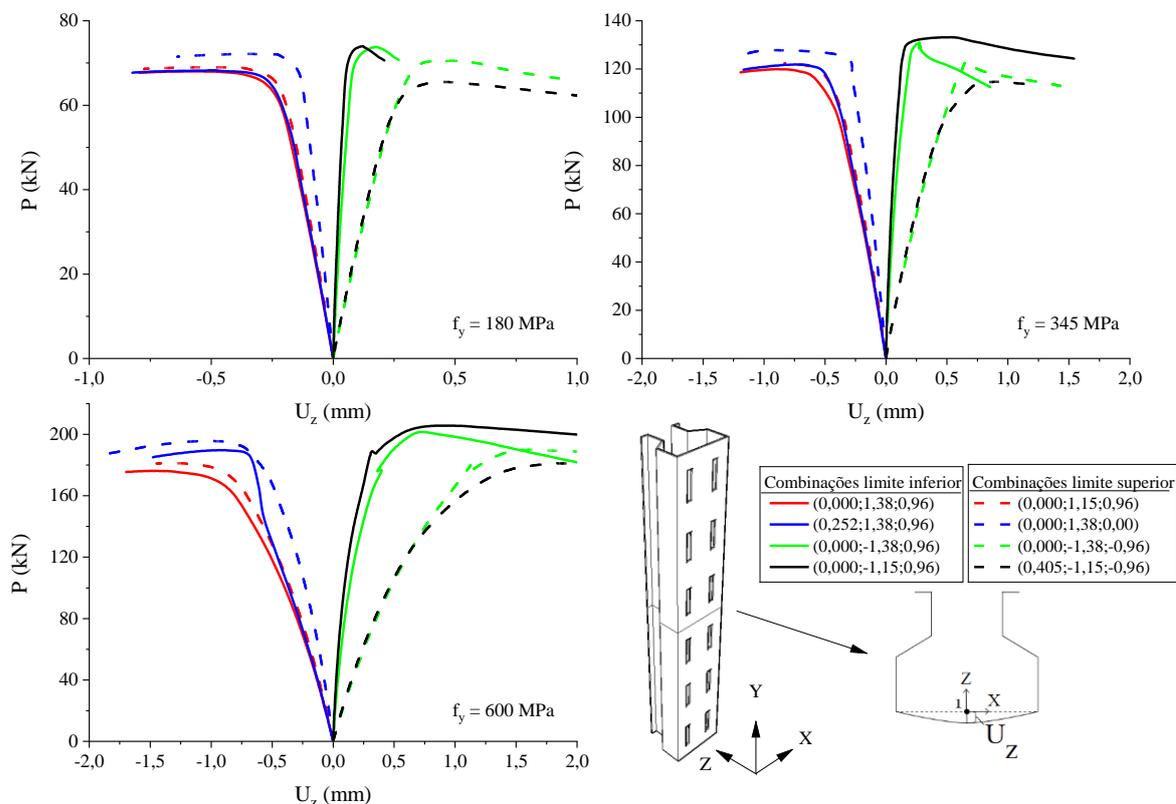


Figura 6.9 – Força x Desloc.  $U_z$  para perfil perfurado de 480 mm

Tabela 6.4 – Diferenças relativas nos grupos,  $L= 480$  mm, perfil com furos

Grupo	Limite	Combinacão	Carga última (kN)			Diferença relativa (%)		
			180 MPa	345 MPa	600 MPa	180 MPa	345 MPa	600 MPa
Vermelho	Inferior	(0;1,15;0,96)	68,99	122,43	181,17	1,53	2,16	2,89
	Superior	(0;1,38;0,96)	67,96	119,84	176,09			
Azul	Inferior	(0,252;1,38;0,96)	68,17	121,75	189,68	5,75	6,15	3,13
	Superior	(0;1,38;0)	72,09	129,23	195,62			
Verde	Inferior	(0;-1,38;0,96)	73,74	130,70	201,53	4,69	5,09	6,09
	Superior	(0;-1,38;-0,96)	70,43	124,37	189,96			
Preto	Inferior	(0;-1,15;0,96)	73,95	133,46	205,52	13,01	16,39	13,51
	Superior	(0,405;-1,15;-0,96)	65,43	114,66	181,06			

Os grupos azul e vermelho da figura 6.9 apresentaram comportamento semelhante para um mesmo valor de tensão de escoamento.

Foi identificada que as combinações de limite superior possuem comportamento diferenciado em relação às correspondentes combinações de limite inferior nos grupos verde e preto. Nestes casos, as cargas da tabela 6.4 são inferiores nas combinações de limite superior dos grupos em

comparação às correspondentes do limite inferior segundo a análise não linear geométrica do capítulo 5.

No caso do grupo verde, a diferença entre as combinações-limites (0;-1,38;0,96) e (0;-1,38;-0,96), ocorre no sinal do fator de amplificação da flambagem global. Considerando-se que  $D < 0$  está associado à distorção por abertura da seção transversal, o uso de um ponderador  $G < 0$  sobre um modo de flexão global, favorece este movimento, provocando compressão na alma. Neste grupo, a maior diferença relativa ocorre em  $f_y = 600$  MPa e é de 6,09%.

No grupo em preto, as diferenças existentes entre as combinações (0;-1,15;0,96) e (0,405;-1,15;-0,96) estão no sinal do fator  $G$  e a presença de uma imperfeição local em umas das curvas. O primeiro aspecto já foi comentado na análise da figura 6.6. Por outro lado, a presença de  $L = +0,405$  está associada às menores cargas de falha nas curvas e é observado no perfil sem furos, o que reforça a ligação entre os modos locais e a influência do material. Neste grupo, a maior diferença relativa para uma mesma tensão é de 16,39% quando  $f_y = 345$  MPa.

A tabela 6.5 apresenta a diferença relativa considerando os resultados de carga da tabela 6.4 para uma mesma tensão de escoamento.

Tabela 6.5 – Diferenças relativas entre as curvas,  $L = 480$  mm, perfil com furos

Tensão (MPa)	Limite superior		Limite inferior		Diferença (%)
	Comb.	P (kN)	Comb.	P (kN)	
180	(0;-1,15;0,96)	73,95	(0,405;-1,15;-0,96)	65,43	13,01
345	(0;-1,15;0,96)	133,46	(0,405;-1,15;-0,96)	114,66	16,39
600	(0;-1,15;0,96)	205,52	(0,000;1,38;0,96)	176,09	16,71

Segundo a tabela 6.5, a maior diferença ocorre em  $f_y = 600$  MPa com valor de 16,71%.

### 6.3.2 Perfil 1280 mm

A figura 6.10 ilustra os grupos apresentados na tabela 5.4 para o perfil de 1280 mm sem furos. Nota-se que o desenvolvimento das curvas de linhas sólida e tracejada, em termos de deslocamento  $U_z$  positivo ou negativo, se mantém, independente da tensão de escoamento do material.

A tabela 6.6 apresenta os resultados de carga máxima nas combinações, bem como a diferença relativa entre os mesmos no interior de um mesmo agrupamento.

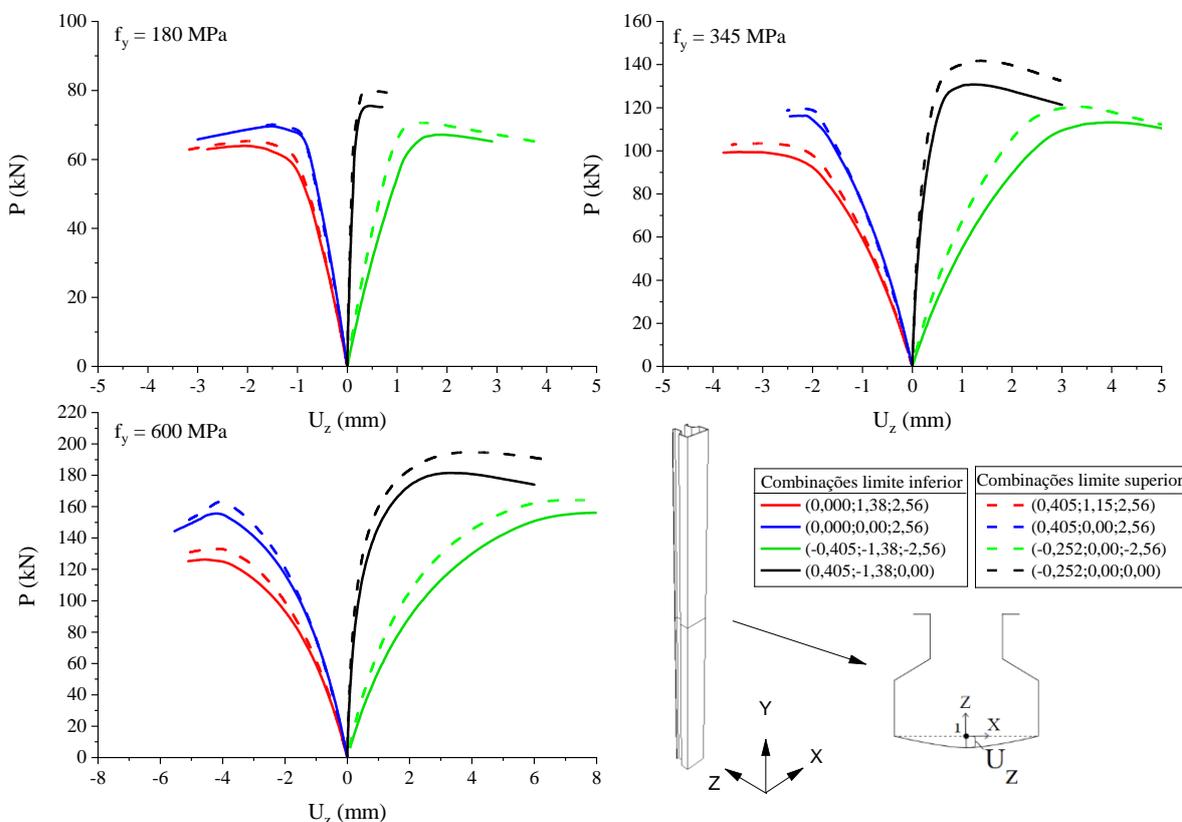


Figura 6.10 – Força x Deslocamento para perfil sólido de 1280 mm

Tabela 6.6 – Diferenças relativas nos grupos, L= 1280 mm, perfil sem furos

Grupo	Limite	Combinaçã	Carga última (kN)			Diferença relativa (%)		
			180 MPa	345 MPa	600 MPa	180 MPa	345 MPa	600 MPa
Vermelho	Inferior	(0;1,38;2,56)	63,85	99,34	126,16	2,22	4,12	5,37
	Superior	(0,405;1,15;2,56)	65,27	103,44	132,94			
Azul	Inferior	(0;0;2,56)	69,50	116,20	155,25	0,81	2,77	4,95
	Superior	(0,405;0;2,56)	70,07	119,42	162,93			
Verde	Inferior	(-0,405;-1,38;-2,56)	67,12	113,14	156,01	5,13	6,39	5,20
	Superior	(-0,252;0;-2,56)	70,57	120,37	164,12			
Preto	Inferior	(0,405;-1,38;0)	75,17	130,64	181,38	6,01	8,43	7,32
	Superior	(-0,252;0;0)	79,69	141,65	194,66			

O grupo azul apresenta a menor variação de valores entre as combinações limite superior e inferior, com diferenças máximas de 0,81% quando  $f_y = 180$  MPa, 2,77% quando  $f_y = 345$  MPa e 4,95% quando  $f_y = 600$  MPa.

As curvas dos grupos verde e preto apresentam uma variação mais significativa, sendo superior a 5%, conforme tabela 6.6. A maior diferença relativa observada neste caso é de 8,43% entre as combinações do grupo preto para a tensão de escoamento 345 MPa. As diferenças apresentadas pela tabela 6.7 consideram os maiores e menores resultados da tabela 6.6 para um mesmo material.

Tabela 6.7 – Diferenças relativas entre as curvas, L= 1280 mm, perfil sem furos

Tensão (MPa)	Limite superior		Limite inferior		Diferença (%)
	Comb.	P (kN)	Comb.	P (kN)	
180	(-0,252;0;0)	79,69	(0;1,38;2,56)	63,85	24,79
345	(-0,252;0;0)	141,65	(0;1,38;2,56)	99,34	42,59
600	(-0,252;0;0)	194,66	(0;1,38;2,56)	126,16	54,29

Pelos dados apresentados, a maior variação entre cargas últimas é de 54,29% e ocorre em  $f_y = 600$  MPa.

A figura 6.11 ilustra as combinações correspondentes apresentadas na tabela 5.4 para o perfil perfurado de 1280 mm,. As diferenças entre os valores de carga máxima nos grupos está representada na tabela 6.8.

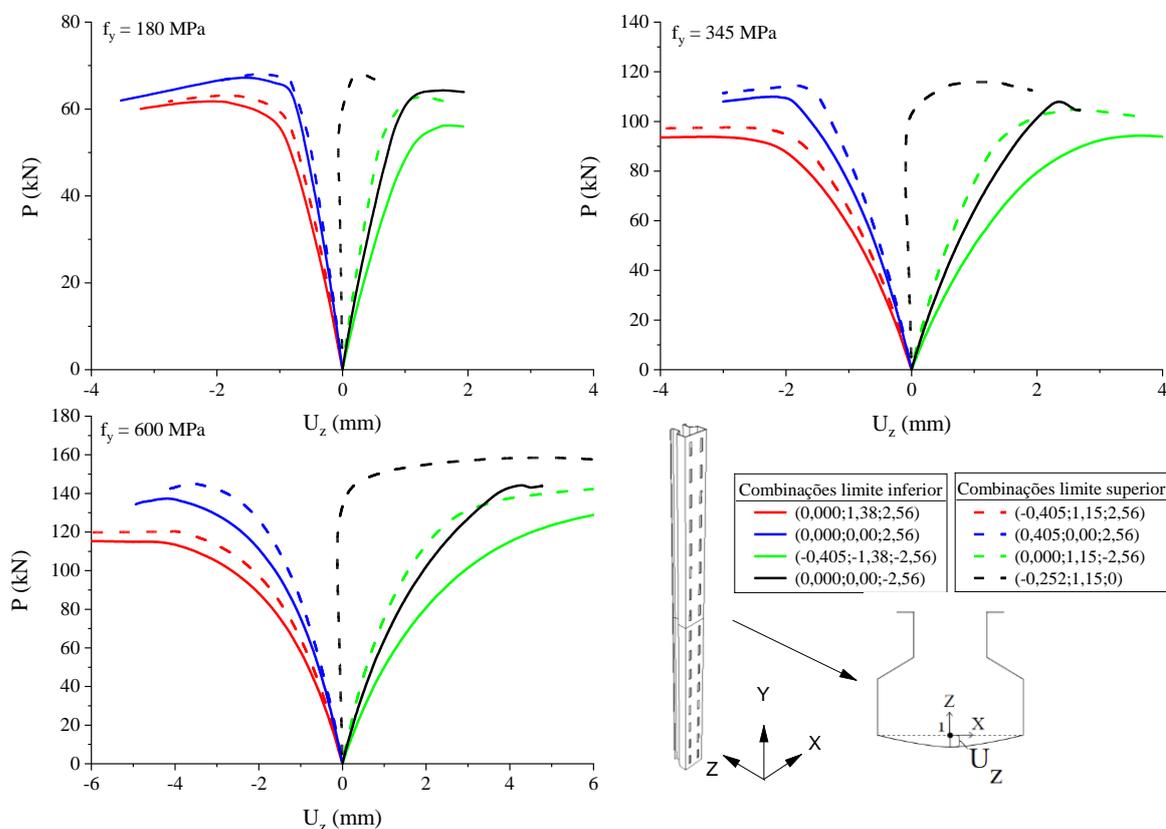


Figura 6.11 – Força x Desloc.  $U_z$  para perfil perfurado de 1280 mm

Tabela 6.8 – Diferenças relativas nos grupos, L= 1280 mm, perfil com furos

Grupo	Limite	Combinação	Carga última (kN)			Diferença relativa (%)		
			180 MPa	345 MPa	600 MPa	180 MPa	345 MPa	600 MPa
Vermelho	Inferior	(0;1,38;2,56)	61,70	93,81	114,88	2,24	4,06	4,64
	Superior	(-0,405;1,15;2,56)	63,08	97,61	120,21			
Azul	Inferior	(0;0;2,56)	67,17	109,86	137,18	1,18	4,10	5,66
	Superior	(0,405;0;2,56)	67,96	114,37	144,95			
Verde	Inferior	(-0,405;-1,38;-2,56)	56,12	94,11	132,51	11,70	11,27	7,64
	Superior	(0;1,15;-2,56)	62,69	104,71	142,64			
Preto	Inferior	(0;0;-2,56)	64,23	107,75	144,12	5,59	7,33	10,00
	Superior	(-0,252;1,15;0)	67,82	115,64	158,51			

A maior diferença observada na tabela 6.8 é de 11,70% no grupo verde quando  $f_y = 180$  MPa. Considerando as cargas últimas da tabela 6.8, numa mesma tensão, obtém-se as diferenças relativas máximas da tabela 6.9, os quais utilizam o resultado da combinação limite inferior como referência.

Tabela 6.9 – Diferenças relativas máximas, L= 1280 mm, perfil com furos

Tensão (MPa)	Limite superior		Limite inferior		Diferença (%)
	Comb.	P (kN)	Comb.	P (kN)	
180	(0,405;0;2,56)	67,96	(-0,405;-1,38;-2,56)	56,12	21,09
345	(-0,252;1,15;0)	115,64	(0;1,38;2,56)	93,81	23,27
600	(-0,252;1,15;0)	158,51	(0;1,38;2,56)	114,88	37,98

Analisando os dados, a diferença máxima da tabela 6.9 foi de 37,98% entre as combinações (-0,252;1,15;0) e (0;1,38;2,56) em  $f_y = 600$  MPa. Cabe destacar que, para o perfil com furos de 480 mm, a maior diferença relativa observada ocorre em  $f_y = 345$  MPa.

### 6.3.3 Perfil 1600 mm

A figura 6.12 ilustra os grupos da tabela 5.5 correspondentes ao perfil sem furos de 1600 mm. As cargas últimas obtidas em cada curva e as variações destes valores no interior de cada grupo são exibidos na tabela 6.10 conforme as tensões de escoamento do estudo.

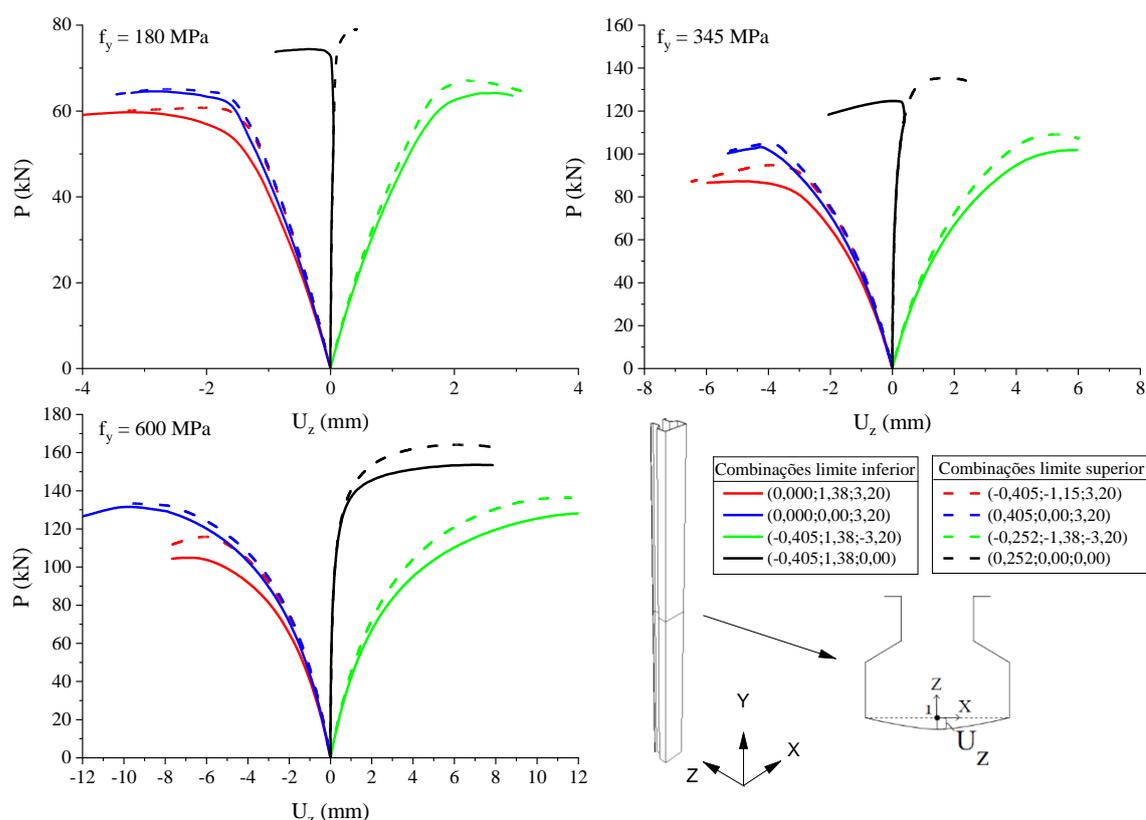


Figura 6.12 – Força x Desloc.  $U_z$  para perfil sólido de 1600 mm

Tabela 6.10 – Diferenças relativas nos grupos,  $L=1600$  mm, perfil sem furos

Grupo	Limite	Combinação	Carga última (kN)			Diferença relativa (%)		
			180 MPa	345 MPa	600 MPa	180 MPa	345 MPa	600 MPa
Vermelho	Inferior	(0;1,38;3,20)	59,65	87,14	104,87	1,82	8,72	10,34
	Superior	(-0,405;-1,15;3,20)	60,74	94,74	115,71			
Azul	Inferior	(0;0;3,20)	64,56	102,73	128,54	0,81	1,95	1,96
	Superior	(0,405;0;3,20)	65,09	104,73	131,06			
Verde	Inferior	(-0,405;1,38;-3,20)	64,14	101,74	128,18	4,49	7,09	6,39
	Superior	(-0,252;-1,38;-3,20)	67,02	108,96	136,37			
Preto	Inferior	(-0,405;1,38;0)	74,36	124,64	153,55	6,30	8,39	6,81
	Superior	(0,252;0;0)	79,04	135,10	164,00			

Observando-se os resultados para o perfil sem furos de 1600 mm, não houveram mudanças na direção das trajetórias das curvas limite-superiores em função do material. A única alteração neste aspecto ocorre na combinação (0,405;1,38;0), já explicada pela figura 6.5 da seção 6.2. Deve-se destacar que as combinações do grupo preto não incluem imperfeições geométricas iniciais do modo global, o que *a priori* se deveria considerar num perfil com 1600mm.

As curvas limite-inferior, representadas com preenchimento sólido na figura 6.12, apresentaram em seus correspondentes grupos os menores valores de carga última. Nas tensões do estudo, o menor resultado de carga última está associado à combinação (0;1,38;3,20) no grupo vermelho, no qual também ocorre a maior variação de 10,34% quando  $f_y = 600$  MPa.

Considerando os resultados das cargas últimas da tabela 6.10 para um mesmo material, a tabela 6.11 apresenta as maiores diferenças relativas observadas.

Tabela 6.11 – Diferenças relativas máximas,  $L= 1600$  mm, perfil sem furos

Tensão (MPa)	Limite superior		Limite inferior		Diferença (%)
	Comb.	P (kN)	Comb.	P (kN)	
180	(0,252;0;0)	79,04	(0;1,38;3,20)	59,65	32,50
345	(0,252;0;0)	135,10	(0;1,38;3,20)	87,14	55,04
600	(0,252;0;0)	164,00	(0;1,38;3,20)	104,87	56,39

Pelos dados apresentados, há uma diferença relativa máxima de 56,39% entre as curvas (0,252;0;0) e (0;1,38;3,20) em  $f_y= 600$  MPa.

No que diz respeito ao perfil perfurado de 1600 mm, a figura 6.13 ilustra as curvas de resposta correspondentes a combinações com furos da tabela 5.5.

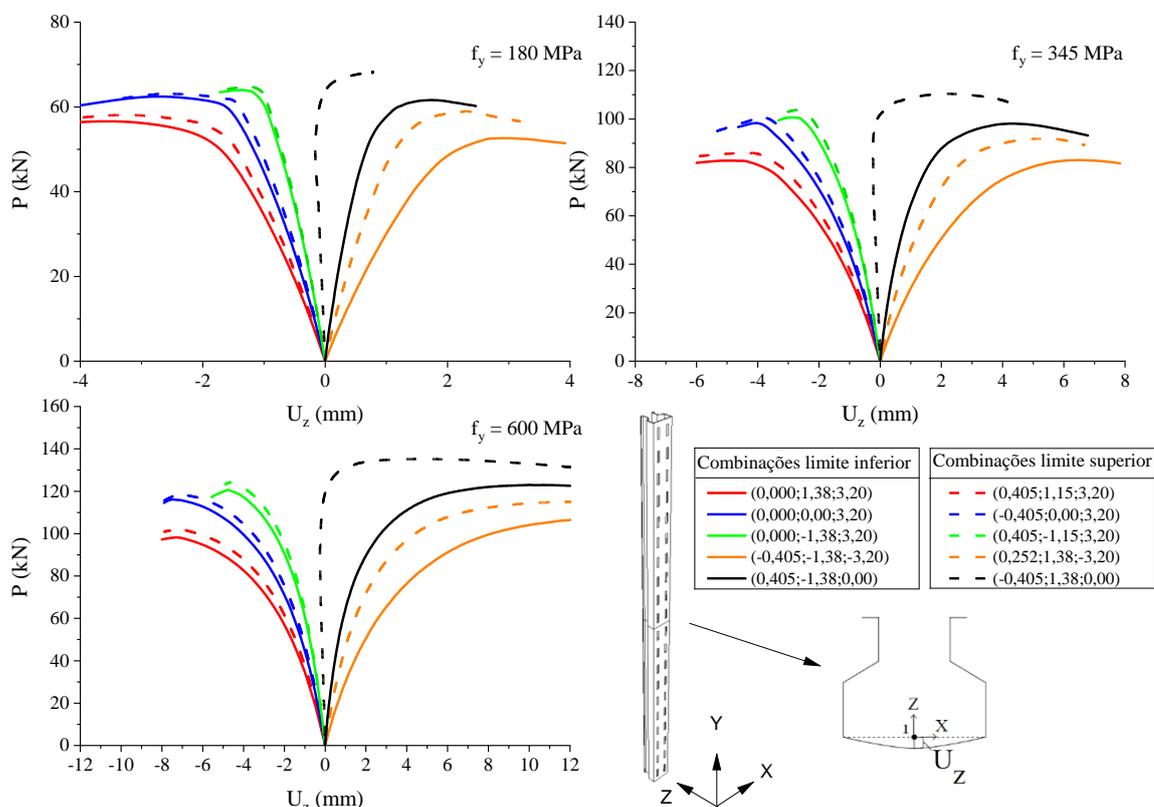


Figura 6.13 – Força x Desloc.  $U_z$  para perfil perfurado de 1600 mm

O perfil perfurado de 1600 mm não apresentou modificações no posicionamento das curvas em relação ao obtido nas análises não lineares geométricas do capítulo 5. Os menores valores de carga-pico ocorreram nos limites inferiores dos grupos vermelho e preto. A tabela 6.12 exibe os resultados das cargas últimas dos conjuntos da figura 6.13 com as diferenças relativas no interior de cada grupo.

Tabela 6.12 – Diferenças relativas nos grupos, L= 1600 mm, perfil com furos

Grupo	Limite	Combinação	Carga última (kN)			Diferença relativa (%)		
			180 MPa	345 MPa	600 MPa	180 MPa	345 MPa	600 MPa
Vermelho	Inferior	(0;1,38;3,20)	56,78	82,76	98,05	2,24	3,86	3,66
	Superior	(0,405;1,15;3,20)	58,05	85,95	101,64			
Azul	Inferior	(0;0;3,20)	62,50	98,07	115,96	0,90	2,45	2,08
	Superior	(-0,405;0;3,20)	63,06	100,47	118,38			
Verde	Inferior	(0;-1,38;3,20)	63,93	100,63	120,49	1,16	2,98	3,02
	Superior	(0,405;-1,15;3,20)	64,67	103,63	124,13			
Laranja	Inferior	(-0,405;-1,38;-3,20)	52,59	82,94	99,36	11,84	10,74	12,50
	Superior	(0,252;1,38;-3,20)	58,82	91,84	111,79			
Preto	Inferior	(0,405;-1,38;0)	61,55	97,94	121,50	10,95	12,66	11,29
	Superior	(-0,405;1,38;0)	68,28	110,34	135,22			

Como se observa, a maior diferença relativa de 12,66 % ocorre em  $f_y = 345$  MPa no grupo preto caracterizado pela ausência de imperfeições geométricas iniciais do modo global. Quando se consideram os maiores e menores resultados de carga última da tabela 6.12 em cada tensão de escoamento, a maior diferença é de 37,90% quando em  $f_y = 345$  MPa, conforme tabela 6.13.

Tabela 6.13 – Diferenças relativas máximas, L= 1600 mm, perfil com furos

Tensão (MPa)	Limite superior		Limite inferior		Diferença (%)
	Comb.	P (kN)	Comb.	P (kN)	
180	(-0,405;1,38;0)	68,28	(-0,405;-1,38;-3,20)	52,59	29,84
345	(-0,405;1,38;0)	110,34	(0;1,38;3,20)	82,76	33,33
600	(-0,405;1,38;0)	135,22	(0;1,38;3,20)	98,05	37,90

#### 6.3.4 Variação dos resultados

A tabela 6.14 exibe um resumo dos grupos com as maiores variações de carga. Deve-se destacar que estes resultados utilizam as cargas-pico obtidas nas trajetórias das curvas para as diferentes tensões de escoamento nos comprimentos de estudo.

Tabela 6.14 – Diferenças relativas máximas de carga última nos grupos

Tensão (MPa)	Comprimento (mm)	Perfil sem furos		Perfil com furos	
		Grupo	Diferença (%)	Grupo	Diferença (%)
180	480	Vermelho	7,00	Preto	13,01
	1280	Preto	6,01	Verde	11,70
	1600	Preto	6,30	Laranja	11,84
345	480	Vermelho	9,79	Preto	16,39
	1280	Preto	8,43	Verde	11,27
	1600	Vermelho	8,72	Preto	12,66
600	480	Vermelho	14,04	Preto	13,51
	1280	Preto	7,32	Preto	10,00
	1600	Vermelho	10,34	Laranja	12,50

De acordo com os resultados, as maiores diferenças em uma mesma família de curvas ocorrem no grupo vermelho para o comprimento de 480 mm. No caso do perfil sem furos, essa diferença é de 14,04 % quando  $f_y = 345$  MPa. Para o perfil perfurado, a diferença máxima ocorre quando  $f_y = 600$  MPa e corresponde a 16,39%.

Quando se comparam as cargas-pico de todas as curvas pertencentes a um mesmo caso e tensão de escoamento, a tabela 6.15 resume as diferenças máximas relativas apresentadas pelas tabelas 6.5, 6.9 e 6.13 para perfis perfurados e pelas tabelas 6.3, 6.7, 6.11 para perfis sólidos.

Tabela 6.15 – Diferenças relativas máximas de carga última em perfis sólidos e perfurados

Tensão (MPa)	Comprimento (mm)	Diferença relativa (%)	
		Perfil sólido	Perfil perfurado
180	480	10,31	13,01
	1280	24,79	21,09
	1600	32,50	29,84
345	480	13,09	16,39
	1280	42,59	23,27
	1600	55,04	33,33
600	480	22,39	16,71
	1280	54,29	37,98
	1600	56,39	37,90

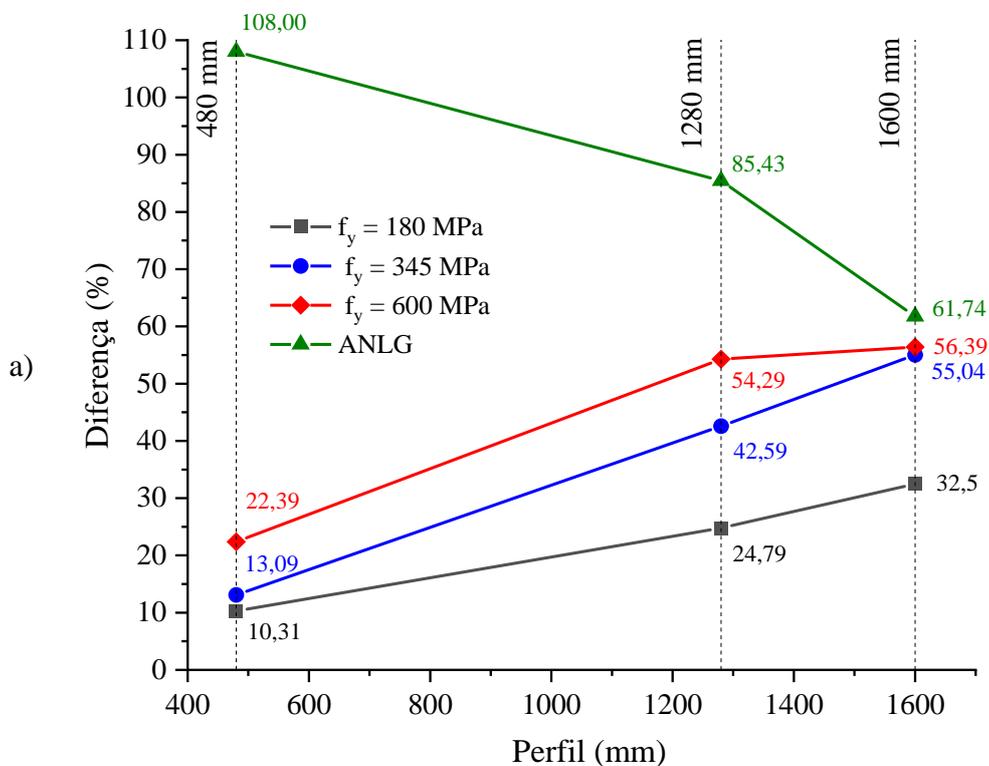
Analisando os dados apresentados, as maiores diferenças relativas observadas são de 56,39% para o perfil sem furos e de 37,98% para o perfil perfurado.

Afim de melhor compreender a influência do material, selecionou-se do capítulo 5 as combinações que correspondem à maior e menor carga de falha nos casos com e sem furos, de modo a obter as maiores diferenças relativas. Essas combinações são representadas na tabela 6.16. A carga da combinação limite inferior é adotada como referência.

Tabela 6.16 – Diferenças relativas máximas de carga pela ANLG

Perfil	Comprimento (mm)	Combinação Limite superior	Carga última (kN)	Combinação Limite inferior	Carga última (kN)	Diferença (%)
Sem furos	480	(-0,405;1,38;-0,96)	587,82	(0;1,38;0,96)	282,61	108,00
	1280	(0;1,15;-2,56)	254,63	(0;1,38;2,56)	137,32	85,43
	1600	(0;-1,15;-3,20)	178,35	(0;1,38;3,20)	110,27	61,74
Com furos	480	(-0,405;1,38;-0,96)	474,41	(0;1,15;0,96)	260,86	81,86
	1280	(0;-1,15;0)	207,89	(0;1,38;2,56)	121,09	71,68
	1600	(0;-1,15;0)	142,51	(0;1,38;3,20)	99,99	42,52

Pela tabela 6.16, as maiores diferenças relativas na análise não linear geométrica ocorreram para o perfil de 480 mm. A figura 6.14 ilustra os resultados já apresentados pelas tabelas 6.15 e 6.16.



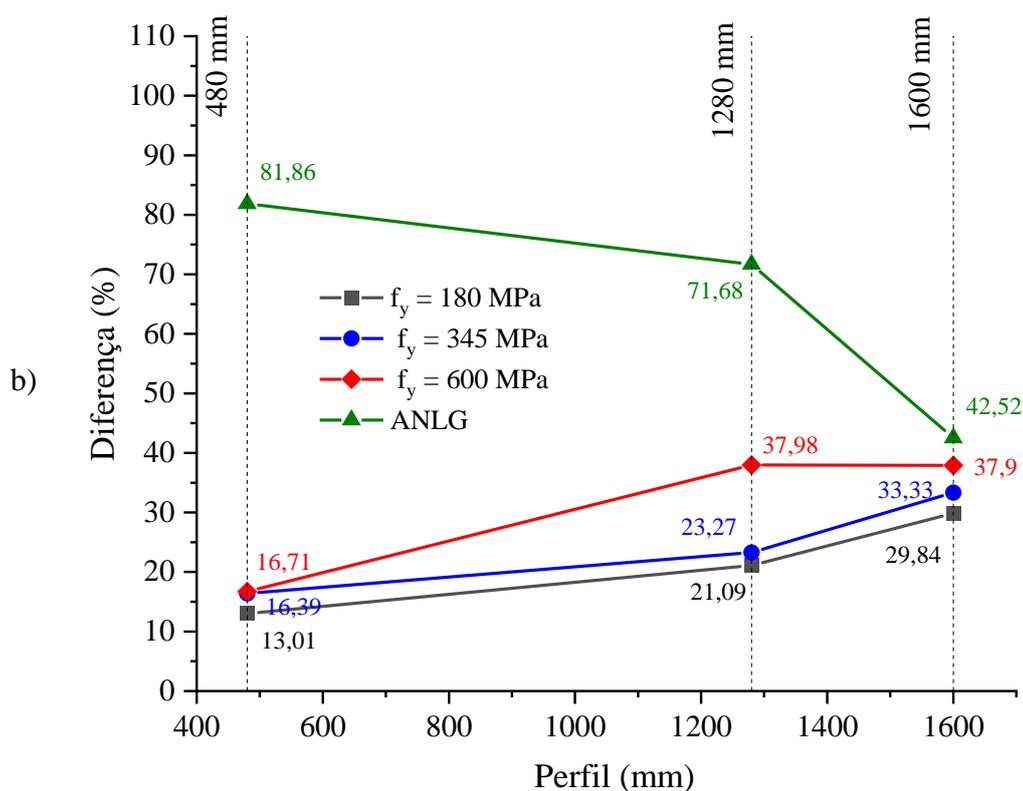


Figura 6.14 – Diferenças relativas de carga para perfis  
(a)sólidos (b) perfurados

Como se observa, conforme o comprimento de perfil aumenta, as diferenças relativas máximas num mesmo comprimento se aproximam. No perfil de 1600 mm, por exemplo, as diferenças são próximas, indicando que o material é menos influente à medida que o modo global se torna dominante.

A inclusão de não linearidade do material para a coluna de 480 mm, entretanto, reduziu significativamente as variações de carga em comparação aos resultados da análise não linear geométrica deste comprimento. O perfil de 1280 mm apresentou um comportamento intermediário entre os demais casos analisados.

### 6.3.5 Valores médios das combinações

Uma análise interessante se refere aos valores médios das combinações estudadas. As curvas da figura 6.15-a são construídas a partir dos valores médios de carga última. Para uma mesma tensão e comprimento de perfil, essas médias são determinadas considerando os resultados das combinações da seção 6.3 do caso sem furos. As curvas da figura 6.15-b, de forma semelhante,

apresentam cargas últimas médias, dessa vez considerando os resultados das combinações de perfis perfurados com mesmo comprimento de perfil e material.

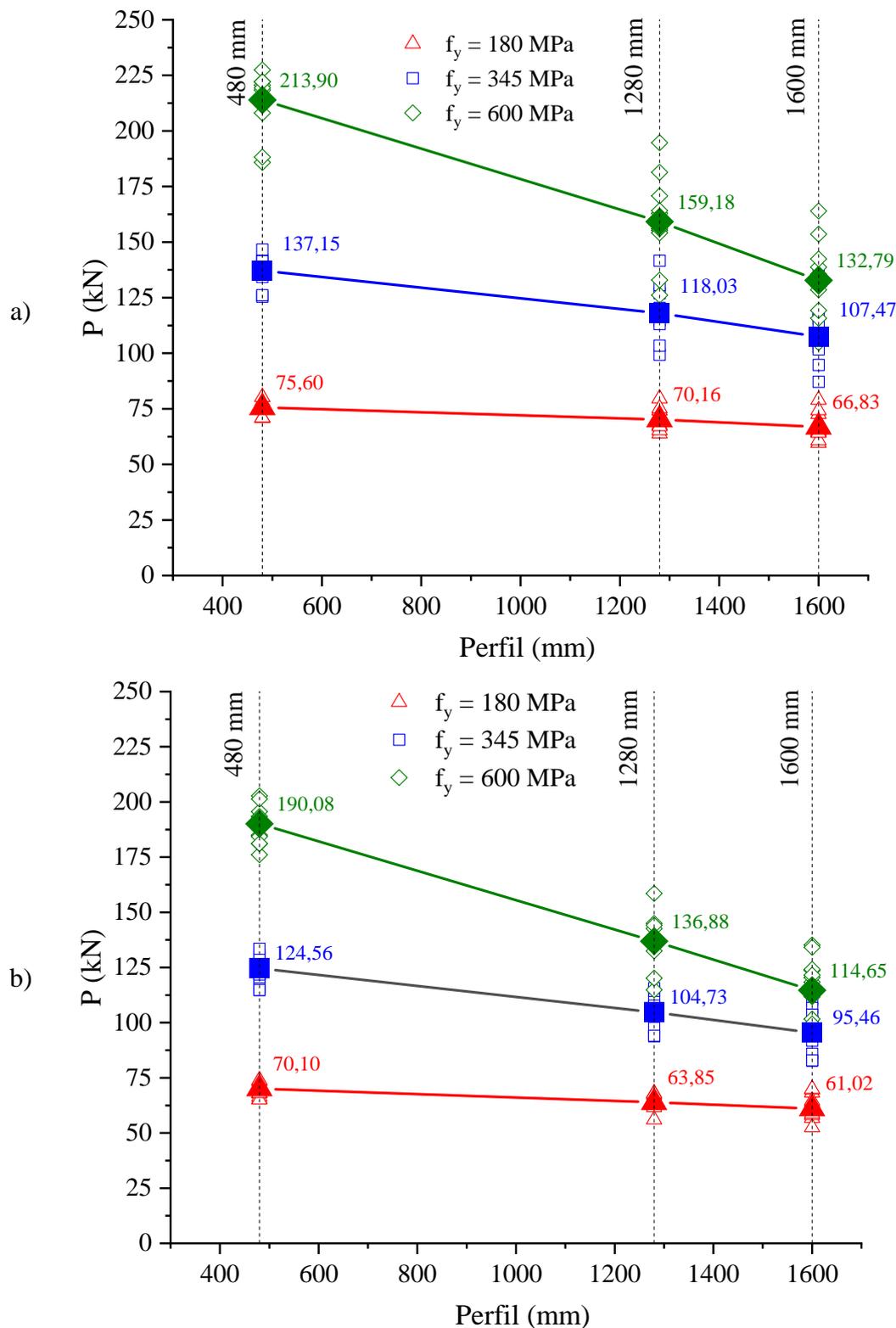


Figura 6.15 – Valores médios de carga última em perfis

(a) sem furos (b) com furos

De modo geral, os maiores valores ocorrem como esperado nos perfis de 480 mm e se reduzem no comprimento de 1600 mm. Esse comportamento, já identificado no estudo de variação dos resultados de carga, é condizente com o observado sobre o efeito do material.

#### 6.4 INFLUÊNCIA DAS PERFURAÇÕES

Uma verificação interessante refere-se à redução da carga máxima devido aos furos apresentada pela tabela 6.17. Considerando que a combinação do tipo distorcional (0;1,38;+G), em que G é dado pela tabela 5.2, apresentou nas seções 6.2 e 6.3 os menores valores de carga última em grande número de casos, adotou-se essa combinação como referência para esta análise.

Tabela 6.17 – Redução máxima da carga de falha devido aos furos

fy (MPa)	Perfil (mm)	Combinação	Perfil sem furos (kN) (Referência)	Perfil com furos (kN)	Diferença (%)	Diferença média (%)
180	480	(0;1,38;0,96)	70,92	67,96	4,17	4,12
	1280	(0;1,38;2,56)	63,85	61,70	3,37	
	1600	(0;1,38;3,20)	59,65	56,78	4,81	
345	480	(0;1,38;0,96)	125,46	119,84	4,48	5,02
	1280	(0;1,38;2,56)	99,34	93,81	5,57	
	1600	(0;1,38;3,20)	87,14	82,76	5,03	
600	480	(0;1,38;0,96)	185,80	176,09	5,23	6,89
	1280	(0;1,38;2,56)	126,16	114,88	8,94	
	1600	(0;1,38;3,20)	104,87	98,05	6,50	

A última coluna da tabela 6.17 representa o valor médio das diferenças conforme a tensão de escoamento. A maior diferença média foi de 6,89% para  $f_y = 600$  MPa. Deve-se destacar que, apesar de considerarem os mesmos ponderadores de amplificação, as diferenças relativas apresentadas são influenciadas pelos autovetores utilizados para compor as deformações geométricas iniciais, assim como o acoplamento existente entre as diferentes instabilidades no modelo.

#### 6.5 MODELO TRILINEAR

As análises anteriores consideraram um modelo constitutivo do tipo elasto-plástico perfeito para o aço. No entanto o comportamento típico de um aço contém trechos característicos onde ocorre o endurecimento do material, os quais podem influir na previsão de carga de falha nas

combinações mais críticas. Outro aspecto que pode ser importante é a consideração do efeito de tensões residuais. Neste sentido, é usual considerar um tramo elástico reduzido, ou seja, o início do regime plástico se dá com uma tensão menor que a tensão de escoamento nominal do material,  $f_y$ . Estas questões podem ser relevantes quando se busca comparar simulações numéricas com resultados experimentais. Para avaliar estes efeitos, é empregado o modelo constitutivo trilinear já apresentado pela figura 4.3, o qual tem como característica, o início do regime plástico a partir tensão de proporcionalidade,  $f_p$ , ou seja, em uma tensão que corresponde a 70% da  $f_y$ .

Nas análises apresentadas, adotou-se as especificações do aço ASTM A572 grau 50, com  $f_y = 345$  MPa e tensão de ruptura,  $f_u$ , de 450 MPa, que representa um material usualmente empregado em perfis formados a frio. A tabela 6.18 apresentada as curvas consideradas, as quais estão relacionadas às maiores diferenças relativas da tabela 6.15 para  $f_y = 345$  MPa.

Tabela 6.18 – Combinações utilizadas para análise trilinear

Perfil (mm)	Sem furos		Com furos	
	Curvas de máximo	Curvas de mínimo	Curvas de máximo	Curvas de mínimo
480	(0;-1,15;0)	(0;1,38;0,96)	(0;-1,15;0,96)	(0,405;-1,15;-0,96)
1280	(-0,252;0;0)	(0;1,38;2,56)	(-0,252;1,15;0)	(0;1,38;2,56)
1600	(0,252;0;0)	(0;1,38;3,20)	(-0,405;1,38;0)	(0;1,38;3,20)

A figura 6.16 ilustra os resultados encontrados considerando os dados para o perfil de 480 mm.

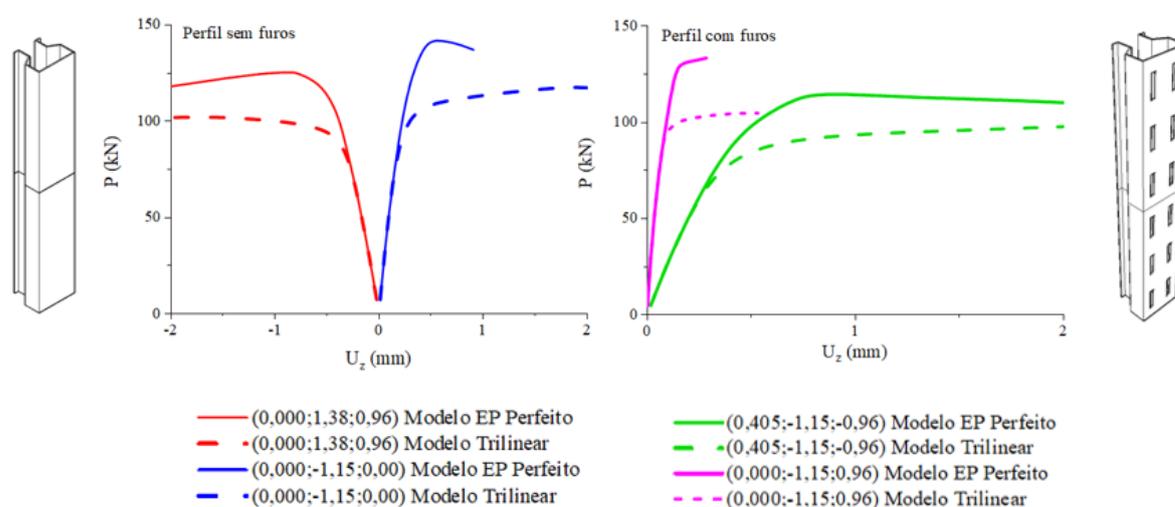


Figura 6.16 – Modelos constitutivos do aço testados no perfil 480 mm

De acordo com a figura 6.16, o modelo trilinear produziu resultados mais conservativos de carga última. Esse comportamento está associado à inclusão de tensões residuais no segundo

tramo do diagrama trilinear (ver figura 4.3), o que faz com que o início do regime plástico ocorra a partir de  $f_p = 241,5$  MPa. No caso do modelo elasto-plástico perfeito, a plastificação tem início em  $f_y = 345$  MPa. Essa característica também é observada nas figuras 6.17 e 6.18, as quais ilustram respectivamente as combinações para os perfis de 1280 e 1600 mm.

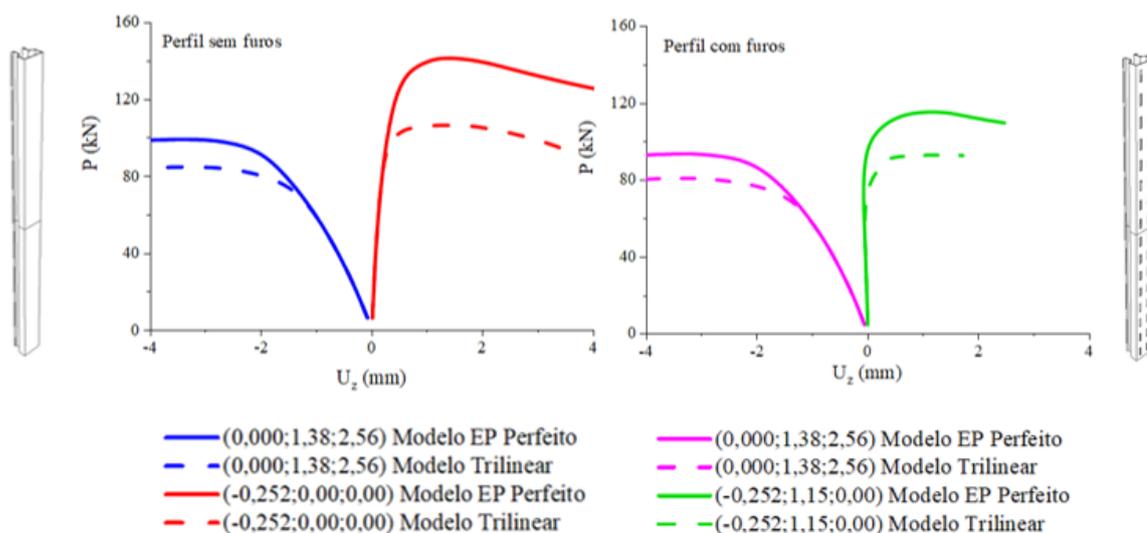


Figura 6.17 – Modelos constitutivos do aço testados no perfil 1280 mm

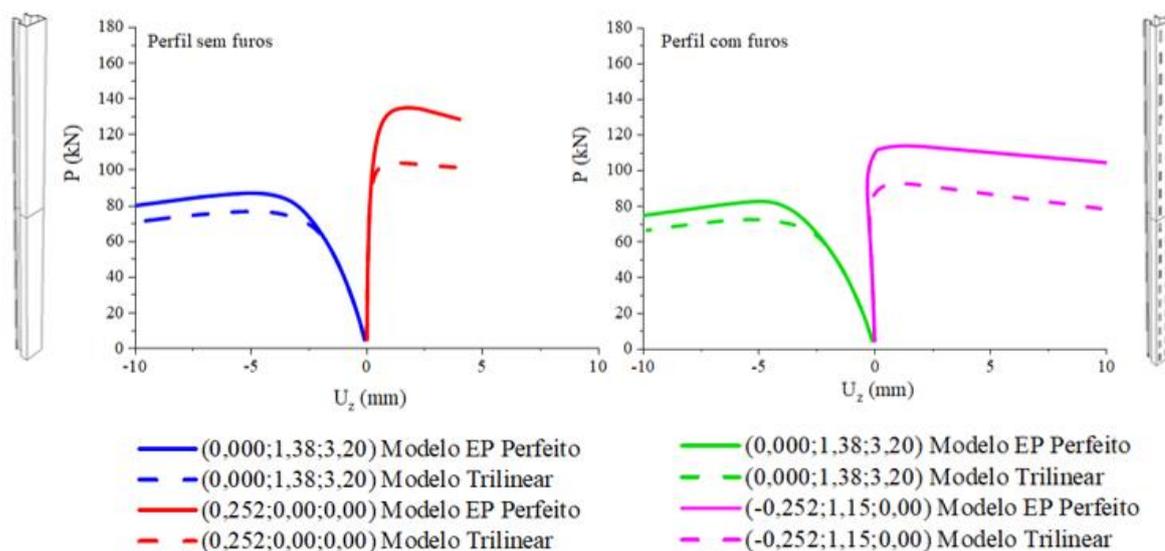


Figura 6.18 – Modelos constitutivos do aço testados no perfil 1600 mm

Considerando as ilustrações, os comprimentos de 1280 mm e 1600 mm apresentaram uma proporcionalidade no aspecto das curvas entre os modelos constitutivos elasto-plástico perfeito e trilinear. Quando se comparam as curvas da análise não linear geométrica do capítulo 5, percebe-se que o efeito do material modificou a trajetória da combinação  $(-0,252;1,15;0)$  do perfil perfurado de 1600 mm (ver figura 5.16).

Considerando as cargas últimas das curvas das figuras 6.16 a 6.18, a tabela 6.19 contém as diferenças relativas entre os modelos constitutivos do aço elasto-plástico perfeito e trilinear.

Tabela 6.19 – Diferenças entre modelos constitutivos com plasticidade

Perfil (mm)	Perfil sem furos				Perfil com furos			
	Combinação	Carga última (kN)		Diferença máxima (%)	Combinação	Modelo EP Perfeito	Modelo Trilinear	Diferença máxima (%)
		Modelo EP Perfeito	Modelo Trilinear					
480	(0;1,38;0,96)	125,46	102,16	22,81	(0;-1,15;0,96)	133,46	104,83	27,30
	(0;-1,15;0)	141,87	117,76	20,47	(0,405;-1,15;-0,96)	114,66	99,27	15,51
1280	(0;1,38;2,56)	99,34	85,06	16,79	(0;1,38;2,56)	93,81	81,11	15,65
	(-0,252;0;0)	141,65	106,73	32,72	(-0,252;1,15;0)	115,64	93,11	24,20
1600	(0;1,38;3,20)	87,14	76,93	13,27	(0;1,38;3,20)	82,76	72,72	13,80
	(0,252;0;0)	135,10	104,44	29,36	(-0,252;1,15;0)	113,89	93,09	22,35

Pela tabela 6.19, as diferenças entre os modelos ficaram limitadas a 32,72% em perfis sem furos e 27,30% em perfis com furos, ou seja, uma diferença relativa da ordem de 30% entre os resultados de carga última considerando os modelos elasto-plástico perfeito e trilinear.

## 6.6 ANÁLISE GERAL DOS COMPRIMENTOS

A análise dos comprimentos de estudo revelou que as combinações mais críticas estão, no geral, associadas às combinações (0,+1,38,+G), nos perfis sem furos, e ( $\pm 0,405$ ;  $\pm 1,38$ ;-G), nos perfis perfurados.

A presença de fatores de imperfeições geométricas iniciais para flambagem local produziu curvas com menores valores de carga-pico em análises contendo não linearidade geométrica e do material. Esse efeito é observado quando  $L = \pm 0,405$ , em  $f_y = 180$  MPa e  $f_y = 345$  MPa, e está relacionado à plastificação da seção transversal que, no caso dos perfis com furos, contribui para uma concentração de tensões. Quando  $f_y = 600$  MPa a carga máxima costuma ocorrer com partes da seção em regime elástico, e neste caso o fator L se torna menos influente. Nesta mesma tensão, também são observados, para os comprimentos de 1280 e 1600 mm, um comportamento semelhante ao identificado na análise não linear geométrica.

Um estudo sobre a variação dos valores máximos de carga das combinações foi apresentado na seção 6.3.4. Pela tabela 6.14, a maior diferença no interior de uma mesma família de curvas foi

de 14,04%, para perfis sem furos e 16,39%, para perfis com furos. Quando se consideram os resultados da tabela 6.15, essas diferenças foram respectivamente de 56,39% e 37,98% para os casos sem e com perfurações.

Na seção 6.4, a influência dos furos foi avaliada apenas para a combinação crítica (0;+1,38;+G), observada como crítica na maior parte dos casos da seção 6.2 e 6.3. A redução ficou limitada a 6,89%. Este resultado, segundo a tabela 6.17, representa um valor médio por tensão de escoamento avaliando os comprimentos de perfis estudados e a relação constitutiva do aço empregada.

Um estudo envolvendo o modelo constitutivo trilinear foi apresentado na seção 6.5. Nas combinações analisadas, obteve-se resultados mais conservativos em relação ao modelo elasto-plástico perfeito. As maiores diferenças relativas foram da ordem de 30% nos casos analisados e se devem à inclusão de tensões residuais do material, já que no modelo constitutivo trilinear a plastificação ocorre a partir da tensão de proporcionalidade.

Portanto, é possível concluir, com base nos resultados obtidos, que, para a seção transversal estudada, as imperfeições geométricas iniciais exercem influência no mecanismo de falha dos perfis, por distorção de abertura da seção, no caso de (0,+1,38,+G) ou interação local-distorcional-global pelo grupo ( $\pm 0,405$ ;  $\pm 1,38$ ; -G). Entretanto, como as cargas de falha observadas estão associadas ao atingimento da tensão de escoamento, deve-se considerar o efeito do modelo constitutivo do aço.

## 7 PROCEDIMENTOS DE CÁLCULO

Neste capítulo são aplicados os métodos de dimensionamento apresentados no capítulo 2. Para o desenvolvimento dos cálculos são considerados os dados da tabela 7.1 contendo as propriedades geométricas da linha média da figura 3.4, utilizando o *software* CUFSM. Para o material são considerados os valores de  $E = 20500 \text{ kN/cm}^2$ ,  $\nu = 0,3$  e  $G = 7885 \text{ kN/cm}^2$  já apresentados no capítulo 3 e  $f_y = 345 \text{ MPa}$  ( $34,5 \text{ kN/cm}^2$ ).

Tabela 7.1 – Propriedades geométricas da seção transversal de estudo

Propriedade	Valor	Propriedade	Valor
$I_{min}$ (cm <sup>4</sup> )	26,19	$C_w$ (cm <sup>6</sup> )	624,72
$I_{max}$ (cm <sup>4</sup> )	37,84	$y_0$ (cm)	0
$J$ (cm <sup>4</sup> )	0,049	$x_0$ (cm)	6,08
$A$ (cm <sup>2</sup> )	4,57	$r_0$ (cm)	7,14

O dimensionamento utilizando normas de EPP ajustáveis considera a carga de ruptura do ensaio de corpo de prova de coluna curta. No caso da NBR 15524-2 (ABNT, 2007) e EN 15512 (CEN, 2009) é empregado um ensaio adicional para se avaliar a flambagem distorcional. Neste trabalho, estes valores foram obtidos por solução numérica considerando um modelo em elementos finitos para perfis de 400 mm (coluna curta) e 960 mm (ensaio de flambagem distorcional). Estes valores foram definidos de modo a atender as especificações normativas e também atender o padrão do perfil gerado pelo tamanho das aberturas. A tabela 7.2 contém as cargas de falha destes comprimentos quando se considera os modelos constitutivos elasto-plástico perfeito e trilinear do capítulo 6. O processo de obtenção destas cargas de falha e as considerações adotadas encontram-se no apêndice B deste trabalho.

Tabela 7.2 – Cargas de falha dos corpos de prova simulados

Comprimento perfil (mm)	Modelo constitutivo do aço	
	Elasto-plástico perfeito	Trilinear
400	114,18 kN	97,86 kN
960	93,12 kN	82,43 kN

Com o objetivo de esclarecer a aplicação dos métodos de dimensionamento são apresentados os procedimentos de cálculos admitindo-se o perfil de comprimento 1280 mm. As condições de contorno e carregamento empregadas são as mesmas já apresentadas no capítulo 3. Para o

exemplo de cálculo, o comprimento de flambagem considerando as placas de aplicação de carga equivale a:

$$L = 1280 + 2.31,75 = 1343,5 \text{ mm} = 134,5 \text{ cm}$$

Nas seções que seguem são demonstrados os procedimentos de cálculo. Cabe destacar que todos os procedimentos apresentados se referem aos perfis perfurados, à exceção do dimensionamento da NBR 14762 (ABNT, 2010), que aplicado aos perfis sem furos.

## 7.1 VERIFICAÇÃO DE PERFIS SEM FUROS

O procedimento apresentado na sequência deve ser aplicado apenas em perfis sem furos. O Método da Resistência Direta da NBR 14762 (ABNT, 2010) exige avaliar as cargas de flambagem elástica do tipo local, distorcional e global. A carga crítica de flambagem elástica global,  $N_e$ , é a menor valor considerando as flambagens por flexão em torno do eixo com menor momento de área de segunda ordem ( $N_{ey}$ ), torção e flexo-torção ( $N_{ez}$ ) e flexo-torção ( $N_{exz}$ ). Cabe lembrar que, de acordo com a NBR 15524-2 (ABNT, 2007), se adota  $k_t = 0,5$  para o perfil, quando há restrição ao empenamento e à torção nas duas extremidades.

Flambagem Global por Flexão

$$N_{ex} = \frac{\pi^2 \cdot 20500 \cdot 37,84}{(1.134,35)^2} = 424,22 \text{ kN}; N_{ey} = \frac{\pi^2 \cdot 20500 \cdot 26,19}{(1.134,35)^2} = 293,63 \text{ kN}$$

Flambagem Global por Torção

$$N_{ez} = \frac{1}{7,14^2} \cdot \left[ \frac{\pi^2 \cdot 20500 \cdot 624,72}{(0,5 \cdot 134,35)^2} + 7885 \cdot 0,049 \right] = 556,72 \text{ kN}$$

Flambagem Global por Flexo-torção

$$N_{exz} = \frac{(424,22 + 556,72)}{2 \cdot 0,274} \cdot \left[ 1 - \sqrt{1 - \frac{4 \cdot (424,22) \cdot (556,72) \cdot 0,274}{(424,22 + 556,72)^2}} \right] = 259,64 \text{ kN}$$

$$N_e = 259,64 \text{ kN}$$

Para análise de estabilidade são usados os *softwares* CUFSM ou GBTUL para obter as cargas de flambagem elásticas conforme figura 7.1. Cabe destacar que as condições de contorno empregadas neste trabalho não correspondem às utilizadas pela análise padrão nestes programas. Como a carga de flambagem local,  $N_l$ , é pouco influenciada pelas condições de restrição aplicadas, esta pode ser extraída diretamente da análise de estabilidade elástica padrão. Para a carga de flambagem distorcional,  $N_d$ , isto não é possível. Neste caso, deve-se modelar as

mesmas condições de contorno empregadas no modelo em elementos finitos afim de se obter o valor correto de  $N_d$ .

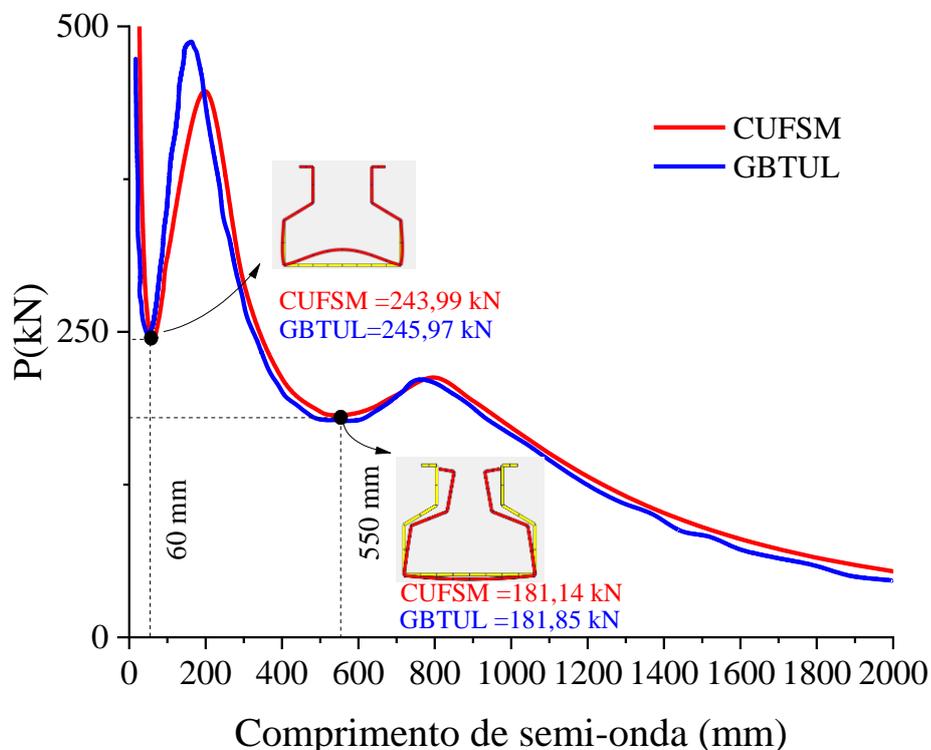


Figura 7.1 – Curva de assinatura segundo o CUFSM e GBTUL

Considerando a carga crítica de flambagem local obtida pelo CUFSM como referência, a diferença relativa da carga obtida pelo GBTUL é de 0,87%. Como o CUFSM é um *software* de aplicação mais simples, se adota o valor 243,99 kN como a carga de flambagem elástica local.

O CUFSM não permite modelar as mesmas as condições de vinculação apresentadas no capítulo 3. Já o GBTUL possibilita representar o modelo nas opções gerais do programa conforme ilustrado na figura 7.2.

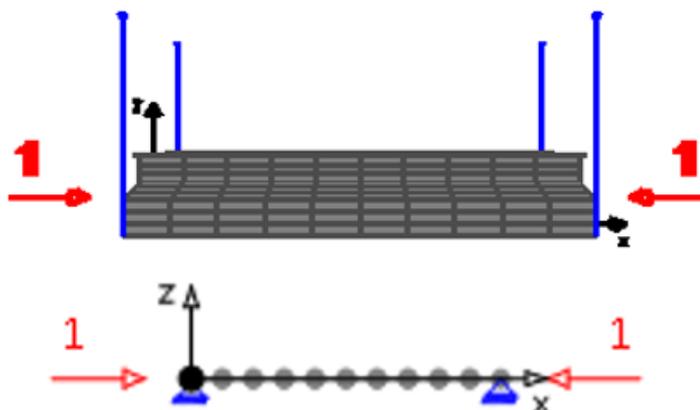


Figura 7.2 – Modelo numérico no GBTUL com opções gerais

A figura 7.3 apresenta a carga de flambagem crítica elástica para o perfil 1280 mm. Como se trata de uma solução numérica, a deformada do perfil é uma composição dos diferentes modos de flambagem.

<b>Participação modal (%) dos principais modos GBT</b>	
P5 (modo distorcional simétrico) = 95,97	P3 (modo global de translação) = 2,27
P7 (modo local) = 1,66	Outros = 0,12

<b>Carga de flambagem = 193,01 kN</b>
---------------------------------------



Figura 7.3 – Solução numérica do GBTUL para perfil de 1280 mm

O modo dominante P5 corresponde a uma deformada do tipo distorcional simétrica e apresenta uma participação de 95,97%. Logo, pode-se admitir,  $N_d = 193,01 \text{ kN}$ , para este comprimento.

Uma alternativa ao GBTUL é empregar o procedimento proposto por Moen (2008), ou seja, empregando a curva de assinatura padrão do CUFSM da figura 7.1, determina-se a carga crítica de flambagem elástica distorcional,  $N_d$ , e o correspondente comprimento de semi-onda,  $L_{crd}$ . Em seguida emprega-se a equação (2.2) para determinar a mesma carga para uma condição engastada.

$$N_{d(CUFMS)} = 181,14 \text{ kN}$$

$$L_{crd} = 55 \text{ cm}$$

$$N_d = \left( 1 + 0,5 \left( \frac{55}{134,35} \right)^2 \right) \cdot 181,14 = 196,32 \text{ kN}$$

Apesar de não reproduzir literalmente as condições de contorno do modelo numérico em elementos finitos, a ausência de esforços de cisalhamento empregados na análise de estabilidade elástica ao longo da coluna faz com que as reações momento existentes em torno dos eixos no plano da seção transversal sejam nulas. Considerando o resultado calculado pelo GTBUL, a diferença relativa é de 1,71%. Numa aplicação prática é mais simples empregar o CUFSM em conjunto com a equação (2.2). Por este motivo foi adotado  $N_d = 196,32 \text{ kN}$ . A tabela 7.3 contém as cargas de flambagem elástica calculadas.

Tabela 7.3 – Cargas de flambagem elásticas

Flambagem	Carga (kN)
Local	243,99 (CUFSM)
Distorcional	196,32 (equação 2.2)
Global	259,64 (cálculo analítico)

Aplicando-se o MRD, conforme as equações (2.5) a (2.12), tem-se:

Flambagem global

$$P_y = 4,57 \cdot 34,5 = 157,70 \text{ kN}$$

$$\lambda_0 = \sqrt{\frac{157,70}{259,64}} = 0,779 \leq 1,5$$

$$N_{c,Re} = \left( 0,658^{0,779^2} \right) \cdot 157,70 = 122,30 \text{ kN}$$

Flambagem local

$$\lambda_l = \sqrt{\frac{122,29}{243,99}} = 0,708 \leq 0,776$$

$$N_{c,RI} = 122,30 \text{ kN}$$

Flambagem distorcional

$$\lambda_d = \sqrt{\frac{157,70}{196,32}} = 0,896 > 0,561$$

$$N_{c,Rd} = \left( 1 - \frac{0,25}{0,896^{1,2}} \right) \frac{157,70}{0,896^{1,2}} = 128,57 \text{ kN}$$

$$N_c = 122,30 \text{ kN}$$

Dessa forma, a carga nominal de resistência à compressão vale  $N_c = 122,30$  kN (não foram aplicados os ponderadores de segurança para que este resultado possa ser comparado com o obtido aplicando-se elementos finitos).

Como mencionado, é importante lembrar que este procedimento pode ser aplicado apenas para os casos envolvendo perfil sem furos.

## 7.2 DIMENSIONAMENTO SEGUNDO NBR 15524-2

Considerando a carga de falha do perfil de coluna curta de 400 mm,  $P_u$ , determinam-se os valores de  $Q$  pela equação (2.13) e da  $A_{eff}$  pela equação (2.14).

$$P_u = 114,18 \text{ kN}$$

$$A_{net} = 4,57 - 2.0,8.0,18 = 4,28 \text{ cm}^2$$

$$Q = \frac{114,18}{4,28.34,5} = 0,773$$

$$A_{eff} = 0,773.4,57 = 3,53 \text{ cm}^2$$

O efeito da flambagem distorcional é representado pela tensão nominal,  $\sigma_{db}$ , a partir da carga de falha do perfil de 960 mm,  $P_{u,d}$ . A NBR 15524-2 (ABNT, 2007) utiliza o valor da tensão de flambagem distorcional determinada no ensaio. Neste trabalho, para determinar essa tensão, considerou-se a carga de falha e área efetiva determinadas pelo ensaio de coluna curta.

$$P_{u,d} = 93,12 \text{ kN}$$

$$A_{eff} = 3,53 \text{ cm}^2$$

$$\sigma_{db} = \frac{93,12}{3,53} = 26,38 \text{ kN} / \text{cm}^2 = 263,80 \text{ MPa}$$

Em seguida deve-se determinar a tensão  $\sigma_b$  a partir do valor de  $N_b$  da equação (2.22) e da  $A_{eff}$  para o caso de flambagem global por flexo-torção. Se faz necessário, portanto, o cálculo da carga crítica de flambagem elástica por flexo-torção,  $N_{ex}$ .

$$L = 960 + 2.31,75 = 1023,50 \text{ mm} = 102,35 \text{ cm}$$

$$N_{ex} = \frac{\pi^2 \cdot 20500 \cdot 37,84}{(1.102,35)^2} = 730,96 \text{ kN}; N_{ey} = \frac{\pi^2 \cdot 20500 \cdot 26,19}{(1.102,35)^2} = 505,94 \text{ kN}$$

$$N_{ez} = \frac{1}{7,14^2} \cdot \left[ \frac{\pi^2 \cdot 20500 \cdot 624,72}{(0,5 \cdot 102,35)^2} + 7885 \cdot 0,049 \right] = 953,74 \text{ kN}$$

$$N_{exz} = \frac{(730,96 + 953,74)}{2 \cdot 0,274} \cdot \left[ 1 - \sqrt{1 - \frac{4 \cdot (730,96) \cdot (953,74) \cdot 0,274}{(730,96 + 953,74)^2}} \right] = 446,28 \text{ kN}$$

O cálculo de  $\sigma_b$  é dado por:

$$N_e = 446,28 \text{ kN}; \bar{\lambda} = \sqrt{\frac{3,53 \cdot 34,5}{446,28}} = 0,522$$

$$\varphi = 0,5 \cdot [1 + 0,34(0,522 - 0,2) + 0,522^2] = 0,691; \chi = \frac{1}{0,691 + \sqrt{0,691^2 - 0,522^2}} = 0,874$$

$$\sigma_b = 0,874 \cdot 345 = 301,53 \text{ MPa}$$

O valor de  $\varepsilon$  é obtido por:

$$\varepsilon = \frac{263,80}{301,53} = 0,875 < 1$$

Como  $\varepsilon < 1$ , se deve modificar a  $A_{eff}$  e repetir o cálculo de  $\sigma_b$  até que  $\varepsilon = 1$ . Após algumas iterações, obtém-se  $A_{eff} = 3,03 \text{ cm}^2$ . Esse valor é comprovado pelo cálculo de  $\varepsilon$ :

$$\bar{\lambda} = \sqrt{\frac{3,03 \cdot 34,5}{446,28}} = 0,483$$

$$\varphi = 0,5 \cdot [1 + 0,34(0,483 - 0,2) + 0,483^2] = 0,665; \chi = \frac{1}{0,665 + \sqrt{0,665^2 - 0,483^2}} = 0,891$$

$$\sigma_b = 0,891 \cdot 345 = 307,40 \text{ MPa}; \sigma_{ab} = \frac{93,12}{3,03} = 30,73 \text{ kN/cm}^2 = 307,30 \text{ MPa}$$

$$\varepsilon = \frac{307,3}{307,4} = 0,999 \approx 1$$

Na etapa seguinte emprega-se o procedimento apresentado na seção 2.5.1 para o perfil de 1280 mm. As cargas de flambagem elásticas globais deste comprimento são as do perfil sem furos apresentadas na seção 7.1. Considerando a carga  $N_{ey}$ , o valor de  $N_{b,f}$  corresponde:

$$\bar{\lambda} = \sqrt{\frac{3,03 \cdot 34,5}{293,63}} = 0,597$$

$$\varphi = 0,5 \cdot [1 + 0,34(0,597 - 0,2) + 0,597^2] = 0,745; \quad \chi = \frac{1}{0,745 + \sqrt{0,745^2 - 0,597^2}} = 0,839$$

$$N_{b,f} = 0,839 \cdot 34,5 \cdot 3,03 = 87,68 \text{ kN}$$

Considerando os valores de  $N_{et}$ , e  $N_{exy}$  o valor de  $N_{b,ft}$  é dado por:

$$\bar{\lambda} = \sqrt{\frac{3,03 \cdot 34,5}{259,64}} = 0,634$$

$$\varphi = 0,5 \cdot [1 + 0,34(0,634 - 0,2) + 0,634^2] = 0,775; \quad \chi = \frac{1}{0,775 + \sqrt{0,775^2 - 0,634^2}} = 0,819$$

$$N_{b,ft} = 0,819 \cdot 34,5 \cdot 3,03 = 85,63 \text{ kN}$$

A resistência nominal  $N_b$  é o menor valor entre  $N_{b,f}$  e  $N_{b,ft}$ , ou seja,  $N_b = 85,63 \text{ kN}$ .

### 7.3 DIMENSIONAMENTO SEGUNDO EN 15512 (2009)

O dimensionamento pela EN 15512 (CEN, 2009) utiliza o valor da carga de falha da tabela 7.2.

A área  $A_{eff}$  é definida pela equação (2.15).

$$P_u = 114,18 \text{ kN}$$

$$A_{eff} = \frac{114,18}{34,5} = 3,31 \text{ cm}^2$$

O item A.2.1.5 da EN 15512 (CEN, 2009) recomenda verificar o valor de  $\bar{\lambda}$  do corpo de prova utilizado no ensaio de coluna. Como trata-se de um perfil curto, utiliza-se a esbeltez da carga elástica de flambagem global da amostra em torno do eixo de momento de área mínimo.

$$L = 400 + 2 \cdot 31,75 = 463,5 \text{ mm} = 46,35 \text{ cm}$$

$$N_{ey} = 2467,04 \text{ kN}$$

$$\bar{\lambda} = \sqrt{\frac{3,31 \cdot 34,5}{2467,04}} = 0,21 > 0,2$$

Como  $\bar{\lambda} > 0,2$ , deve-se corrigir o valor da  $A_{eff}$  de modo que  $N_{b,Rd} = P_u / \gamma_M$ , em que  $\gamma_M = 1$  de acordo com a EN 15512 (CEN, 2009). Para  $A_{eff} = 3,31 \text{ cm}^2$ , obtém-se:

$$\bar{\lambda} = 0,21; \varphi = 0,5 \cdot [1 + 0,34(0,21 - 0,2) + 0,21^2] = 0,52; \chi = \frac{1}{0,52 + \sqrt{0,52^2 - 0,21^2}} = 1$$

$$N_{b,Rd} = \frac{1 \cdot 34,5 \cdot 3,31}{1} = 113,78 \text{ kN} < 114,18 \text{ kN}$$

Iterando algumas vezes, encontra-se o valor de  $A_{eff} = 3,34 \text{ cm}^2$ , como se observa:

$$\bar{\lambda} = \sqrt{\frac{3,34 \cdot 34,5}{2467,04}} = 0,22$$

$$\varphi = 0,5 \cdot [1 + 0,34(0,22 - 0,2) + 0,22^2] = 0,53; \chi = \frac{1}{0,53 + \sqrt{0,53^2 - 0,22^2}} = 0,993$$

$$N_b = 0,993 \cdot 34,5 \cdot 3,33 = 114,08 \text{ kN}; N_b \approx P_u$$

Para avaliar o efeito da flambagem distorcional, a EN 15512 (CEN, 2009) permite utilizar o valor característico de falha do ensaio distorcional como  $N_{db,Rd}$ .

$$N_{db,Rd} = P_{u,d} = 93,12 \text{ kN}$$

As cargas de flambagens globais por flexão em torno do eixo de momento de inércia de área mínimo ou flexo-torção para um perfil de 960 mm foram apresentadas na seção 7.2. O cálculo de  $N_b$  equivale a:

Flambagem por flexão em torno do eixo com menor momento de inércia de área

$$\bar{\lambda} = \sqrt{\frac{3,34 \cdot 34,5}{505,94}} = 0,477$$

$$\varphi = 0,5 \cdot [1 + 0,34(0,477 - 0,2) + 0,477^2] = 0,66; \chi = \frac{1}{0,66 + \sqrt{0,66^2 - 0,477^2}} = 0,894$$

$$N_{b,f} = 0,894 \cdot 34,5 \cdot 3,34 = 102,85 \text{ kN}$$

Flambagem global por flexo-torção

$$\bar{\lambda} = \sqrt{\frac{3,34 \cdot 34,5}{446,28}} = 0,508$$

$$\varphi = 0,5 \cdot [1 + 0,34(0,508 - 0,2) + 0,508^2] = 0,68; \chi = \frac{1}{0,68 + \sqrt{0,68^2 - 0,508^2}} = 0,881$$

$$N_{b,Rd} = N_{b,ft} = 0,881 \cdot 34,5 \cdot 3,34 = 101,29 \text{ kN}$$

O valor de  $\varepsilon$  é obtido por:

$$\varepsilon = \frac{93,12}{101,29} = 0,92 < 1$$

Como  $\varepsilon < 1$ , é necessário modificar a  $A_{eff}$  para considerar o efeito da flambagem distorcional, de modo que  $\varepsilon = 1$ . Após algumas iterações, chega-se ao valor de  $A_{eff} = 3,03 \text{ cm}^2$ :

Flambagem global por flexo-torção

$$\bar{\lambda} = \sqrt{\frac{3,03 \cdot 34,5}{446,28}} = 0,484$$

$$\varphi = 0,5 \cdot [1 + 0,34(0,484 - 0,2) + 0,484^2] = 0,665; \quad \chi = \frac{1}{0,665 + \sqrt{0,665^2 - 0,484^2}} = 0,891$$

$$N_b = 0,891 \cdot 34,5 \cdot 3,03 = 93,14 \text{ kN}$$

$$\varepsilon = \frac{93,12}{93,14} = 0,999 \approx 1$$

Para a etapa seguinte emprega-se o procedimento exibido na seção 2.5.2 para o perfil de 1280 mm. As cargas de flambagem elásticas globais deste comprimento foram apresentadas na seção 7.1. Considerando a carga crítica de flambagem global à flexão, o valor de  $N_{b,f}$  e  $N_{b,ft}$  corresponde a:

Carga nominal de resistência à compressão com flexão  
em torno do eixo de momento de inércia de área mínimo

$$\bar{\lambda} = 0,597; \quad \varphi = 0,745; \quad \chi = 0,839$$

$$N_{b,f} = 0,839 \cdot 34,5 \cdot 3,03 = 87,69 \text{ kN}$$

Carga nominal de resistência à compressão com flexo-torção

$$\bar{\lambda} = 0,635; \quad \varphi = 0,775; \quad \chi = 0,819$$

$$N_{b,ft} = 0,819 \cdot 34,5 \cdot 3,03 = 85,67 \text{ kN}$$

Considerando os valores, a resistência nominal  $N_b$  é assumida como o menor entre  $N_{b,f}$  e  $N_{b,ft}$ , ou seja,  $N_b = 85,67 \text{ kN}$ .

#### 7.4 DIMENSIONAMENTO SEGUNDO EN 15512 (2020)

A EN 15512 (CEN, 2020), considera o uso das propriedades efetivas de uma seção transversal contendo uma espessura fictícia,  $t_r$ , calculada para cada furo na seção transversal. De acordo com as equações (2.25) e (2.26), para o exemplo de cálculo, essa espessura  $t_r$  equivale a:

$$t = 1,8 \text{ mm}; \Delta h = 80 \text{ mm}; h = 40 \text{ mm}; w = 8 \text{ mm}$$

$$\xi = \frac{\Delta h - h}{2w} = \frac{80 - 40}{2 \cdot 8} = 2,5; \xi_{\text{lim}} = 1,5; \xi \geq \xi_{\text{lim}} \quad (2.8)$$

$$t_r = t \frac{\Delta h - h - \xi w}{\Delta h} = 1,8 \cdot \frac{80 - 40 - 2,5 \cdot 8}{80} = 0,45 \text{ mm}$$

Como se observa, o valor calculado para  $\xi$  excede o limite de 1,5. Considerando que se trata da edição mais atual da EN 15512 (CEN, 2020), apesar de não atender a este critério de limitação do formulário, se decidiu por aplicar o procedimento desta norma.

Utilizando o valor de  $t_r$  nos furos, obtém-se as propriedades efetivas da seção transversal que estão apresentadas na tabela 7.4.

Tabela 7.4 – Propriedades efetivas da seção transversal

Propriedade	Valor	Propriedade	Valor
$A \text{ (cm}^2\text{)}$	4,36	$x_s \text{ (cm)}$	3,59
$I_{\text{min}} \text{ (cm}^4\text{)}$	24,69	$r_{\text{min}} \text{ (cm)}$	2,38
$I_{\text{max}} \text{ (cm}^4\text{)}$	36,92	$r_{\text{max}} \text{ (cm)}$	2,91
$J \text{ (cm}^4\text{)}$	0,046	$x_0 \text{ (cm)}$	6,29
$C_w \text{ (cm}^6\text{)}$	613,16	$y_0 \text{ (cm)}$	0
$x_{CG} \text{ (cm)}$	2,71	$r_0 \text{ (cm)}$	7,33

A seguir inicia-se o dimensionamento pela EN 15512 (CEN, 2020). O valor da área  $A_{\text{eff}}$  a se considerar inicialmente é definido pela equação (2.15).

$$P_u = 114,18 \text{ kN}; A_{\text{eff}} = \frac{114,18}{34,5} = 3,31 \text{ cm}^2$$

A EN 15512 recomenda verificar o valor de  $\bar{\lambda}$  do corpo de prova utilizado no ensaio de coluna curta. Considerando um comprimento curto, para fins de verificação, foi utilizada a carga

elástica de flambagem global em torno do eixo com momento de inércia de área mínimo da amostra, determinado para as propriedades geométricas efetivas da tabela 7.4.

$$L = 400 + 2.31,75 = 463,5 \text{ mm} = 46,35 \text{ cm}; N_{ey} = 2325 \text{ kN}$$

$$\bar{\lambda} = \sqrt{\frac{3,31.34,5}{2325}} = 0,22 > 0,2$$

Como  $\bar{\lambda} > 0,2$ , deve-se corrigir o valor da  $A_{eff}$ . A EN 15512 (CEN, 2020) estabelece iterar o valor da área até que se cumpram as seguintes condições:

- a)  $R_k = \chi_{\min} A_{eff} f_y$ , sendo  $R_k$ , a carga característica de ruptura do ensaio de coluna curta e  $\chi_{\min}$ , o menor entre os valores de  $\chi$  associados às cargas  $N_{b,f}$  e  $N_{b,ft}$ ;
- b)  $N_{b,Rd\min} = R_k / \gamma_M$ , sendo  $\gamma_M = 1,1$ .

O dimensionamento realizado não considera o uso de ponderadores. O ponderador  $\gamma_M$  apresentado é utilizado unicamente para a correção da  $A_{eff}$  do ensaio de coluna curta. No caso das normas NBR 15524-2 (ABNT, 2007) e EN 15512 (CEN, 2009), este valor correspondente a  $\gamma_M = 1,0$ . Considerando inicialmente o valor de  $R_k = P_u = 114,18 \text{ kN}$ , obtém-se:

Flambagem por flexão em torno do eixo com menor momento de inércia de área

$$\bar{\lambda} = \sqrt{\frac{3,31.34,5}{2325}} = 0,22$$

$$\varphi = 0,5 \cdot [1 + 0,34(0,22 - 0,2) + 0,22^2] = 0,53; \chi = \frac{1}{0,53 + \sqrt{0,53^2 - 0,22^2}} = 0,99$$

$$N_{b,f} = 0,99.34,5.3,31 = 113,05 \text{ kN}$$

Flambagem global por flexo-torção

$$\bar{\lambda} = \sqrt{\frac{3,31.34,5}{2066,96}} = 0,235$$

$$\varphi = 0,5 \cdot [1 + 0,34(0,235 - 0,2) + 0,235^2] = 0,534; \chi = \frac{1}{0,534 + \sqrt{0,534^2 - 0,235^2}} = 0,988$$

$$N_{b,ft} = 0,988.34,5.3,31 = 112,82 \text{ kN}; N_{b,Rd\min} = \frac{N_{b,ft}}{\gamma_M} = \frac{112,82}{1,1} = 102,56 \text{ kN}$$

Considerando o valor de  $R_k$  inicial e  $\chi_{\min} = 0,988$ , realiza-se a verificação:

$$N_{b,Rd\min} = \frac{R_k}{\gamma_m} \rightarrow 102,56 = \frac{114,18}{1,1} \rightarrow 102,56 \text{ kN} \neq 103,8 \text{ kN}$$

Logo, deve-se arbitrar um novo valor de  $A_{\text{eff}}$  de modo a manter a igualdade. Após algumas iterações, obtém-se que o valor de  $A_{\text{eff}} = 3,35 \text{ cm}^2$ , como se observa:

Flambagem por flexão em torno do eixo com menor momento de inércia de área

$$\bar{\lambda} = 0,22; \varphi = 0,53; \chi = 0,99; N_{b,f} = 0,99 \cdot 34,5 \cdot 3,35 = 114,42 \text{ kN}$$

Flambagem global por flexo-torção

$$\bar{\lambda} = 0,237; \varphi = 0,534; \chi = 0,987; N_{b,ft} = 0,987 \cdot 34,5 \cdot 3,35 = 114,07 \text{ kN}$$

$$\chi_{\min} = 0,987; N_{b,Rd} = \frac{N_{b,ft}}{\gamma_M} = \frac{114,07}{1,1} = 103,70 \text{ kN}$$

$$R_k = \chi_{\min} A_{\text{eff}} f_y = 0,987 \cdot 3,35 \cdot 34,5 = 114,07 \text{ kN}$$

$$N_{b,Rd\min} = \frac{R_k}{\gamma_m} \rightarrow 103,7 = \frac{114,07}{1,1} \rightarrow 103,7 \text{ kN} = 103,7 \text{ kN}$$

A EN 15512 (CEN, 2020) apresenta no anexo F recomendações para se determinar o comprimento de ensaio em perfis perfurados no qual a flambagem distorcional é crítica. Para fins de simplificação, adota-se o comprimento de perfil de 960 mm e a carga de falha correspondente, já utilizado pelas demais normas. Cabe destacar que a versão mais atualizada da EN 15512 não menciona um procedimento explícito para determinar  $N_{db,Rd}$ , como apresentado em sua versão anterior. Considerando o procedimento indicado para verificação à compressão de uma seção transversal, o valor de  $N_{db,Rd}$  foi obtido como:

$$P_{u,d} = 93,12 \text{ kN}$$

$$N_{c,Rd} = \frac{A_{\text{eff}} f_y}{\gamma_M} = \frac{\left( \frac{P_{u,d}}{f_y} \right) f_y}{\gamma_M} = \frac{P_{u,d}}{\gamma_M} = \frac{93,12}{1,1} = 84,65 \text{ kN}$$

As cargas de flambagens globais elásticas por flexão em torno do eixo de momento de inércia de área mínimo ou flexo-torção para um perfil de 960 mm com as propriedades efetivas da tabela 7.4 são apresentadas a seguir.

$$N_{ex} = 713,21 \text{ kN}; N_{ey} = 476,81 \text{ kN}; N_{et} = 887,06 \text{ kN}; N_{exz} = 425,03 \text{ kN}$$

De modo semelhante à seção 7.3, deve-se determinar os valores de  $N_{b,f}$  e  $N_{b,ft}$  para a área efetiva de 3,35 cm<sup>2</sup>.

Flambagem por flexão em torno do eixo com menor momento de inércia de área

$$\bar{\lambda} = \sqrt{\frac{3,35 \cdot 34,5}{476,81}} = 0,493$$

$$\varphi = 0,5 \cdot [1 + 0,34(0,493 - 0,2) + 0,493^2] = 0,671; \chi = \frac{1}{0,671 + \sqrt{0,671^2 - 0,493^2}} = 0,887$$

$$N_{b,f} = 0,887 \cdot 34,5 \cdot 3,35 = 102,51 \text{ kN}$$

Flambagem global por flexo-torção

$$\bar{\lambda} = \sqrt{\frac{3,35 \cdot 34,5}{425,03}} = 0,522$$

$$\varphi = 0,5 \cdot [1 + 0,34(0,522 - 0,2) + 0,522^2] = 0,691; \chi = \frac{1}{0,691 + \sqrt{0,691^2 - 0,522^2}} = 0,874$$

$$N_{b,ft} = 0,874 \cdot 34,5 \cdot 3,35 = 101,01 \text{ kN}$$

$$N_{b,\min} = 101,01 \text{ kN}; N_{b,Rd} = \frac{101,01}{1,1} = 91,82 \text{ kN}$$

O valor de  $\varepsilon$  é obtido por:

$$\varepsilon = \frac{84,65}{91,82} = 0,92 < 1$$

Como  $\varepsilon < 1$ , é necessário modificar a  $A_{eff}$  para considerar o efeito da flambagem distorcional, de modo que  $\varepsilon = 1$ . Após algumas iterações, chega-se ao valor de  $A_{eff} = 3,05 \text{ cm}^2$ :

Flambagem global por flexo-torção

$$\bar{\lambda} = 0,498; \varphi = 0,674; \chi = 0,885; N_{b,ft} = 0,885 \cdot 34,5 \cdot 3,05 = 93,12 \text{ kN};$$

$$N_{b,Rd} = \frac{93,12}{1,1} = 84,65 \text{ kN}; N_{db,Rd} = 84,65 \text{ kN}$$

$$\varepsilon = \frac{84,65}{84,65} = 1$$

Para a etapa seguinte emprega-se o procedimento exibido na seção 2.5.2 para o perfil de 1280 mm. As cargas de flambagem elásticas globais deste comprimento são apresentadas de modo

simplificado. Considerando as cargas críticas de flambagem global, os valores de  $N_{b,f}$  e  $N_{b,ft}$  correspondem a:

$$N_{ey} = 276,72 \text{ kN}; \bar{\lambda} = 0,617; \varphi = 0,761; \chi = 0,829; N_{b,f} = 0,829 \cdot 34,5 \cdot 3,05 = 87,23 \text{ kN}$$

$$N_{exz} = 247,26 \text{ kN}; \bar{\lambda} = 0,652; \varphi = 0,790; \chi = 0,810; N_{b,ft} = 0,810 \cdot 34,5 \cdot 3,05 = 85,23 \text{ kN}$$

A resistência nominal  $N_b$  é assumida como o menor entre  $N_{b,f}$  e  $N_{b,ft}$ , ou seja,  $N_b = 85,23 \text{ kN}$ .

## 7.5 DIMENSIONAMENTO SEGUNDO RMI

No dimensionamento pela *Rack Manufactures Institute* (ANSI, 2019) deve-se determinar o fator Q pela equação (2.13).

$$P_u = 114,18 \text{ kN}; A_{net,min} = 4,28 \text{ cm}^2; Q = \frac{P_u}{A_{net,min} \cdot f_y} = \frac{114,18}{4,28 \cdot 34,5} = 0,773$$

Na etapa seguinte, determina-se  $\lambda_c$  da equação (2.16) para o comprimento do perfil. A tensão de flambagem global elástica adotada,  $F_{cre}$ , é calculada pelo item E.2 da AISI S100 (AISII,2016).

$$F_{ef,x} = \frac{3,14^2 \cdot 20500}{\left(\frac{1,134,35}{2,877}\right)^2} = 92,81 \text{ kN} / \text{cm}^2; F_{ef,y} = \frac{3,14^2 \cdot 20500}{\left(\frac{1,134,35}{2,394}\right)^2} = 64,24 \text{ kN} / \text{cm}^2$$

$$F_{e,t} = \frac{1}{4,577,14^2} \cdot \left[ \frac{\pi^2 \cdot 20500 \cdot 624,72}{(0,5 \cdot 1,134,35)^2} + 7885,0,049 \right] = 121,79 \text{ kN} / \text{cm}^2$$

$$F_{e,ft} = \frac{1}{2,0,274} \left[ (92,81 + 121,79) - \sqrt{(92,81 + 121,79)^2 - 4,0,274 \cdot 92,81 \cdot 121,79} \right] = 56,80 \text{ kN} / \text{cm}^2$$

$$F_{cre} = F_{e,ft} = 568 \text{ MPa}; \bar{\lambda}_c = \sqrt{\frac{f_y}{F_{cre}}} = \sqrt{\frac{345}{568}} = 0,779$$

A área  $A_{eff}$  da equação (2.18) é calculada através da tensão nominal de flambagem,  $f_n$ :

$$\bar{\lambda}_c = 0,779 < 1,5 \rightarrow f_n = \left(0,658^{0,779^2}\right) \cdot 34,5 = 26,76 \text{ kN/cm}^2$$

$$A_{eff} = \left[ 1 - (1 - 0,773) \left(\frac{267,56}{345}\right)^{0,773} \right] \cdot 4,28 = 3,48 \text{ cm}^2$$

A resistência nominal da coluna,  $P_n$ , é determinada pela equação (2.27), considerando um fator de segurança  $\phi_c = 1$ .

$$P_n = 1.3,48.26,76 = 93,12 \text{ kN}$$

O RMI (ANSI, 2019) não apresenta um procedimento explícito para considerar o efeito da flambagem distorcional, recomendando a execução de ensaios normatizados. Neste sentido assume-se o valor da carga de ruptura da tabela 7.2 como resistência a este efeito.

$$P_{nd} = P_{u,d} = 93,12 \text{ kN}$$

A capacidade resistente corresponde ao menor valor entre as cargas  $P_n$  e  $P_{nd}$ , logo a capacidade resistente é 93,12 kN.

## 7.6 DIMENSIONAMENTO PELO MÉTODO DE CASAFONT

Para o dimensionamento segundo o método de Casafont *et al.* (2013), deve-se verificar se as delimitações do formulário, apresentadas na tabela 2.1, são satisfeitas. A tabela 7.5 contém os parâmetros para as dimensões comerciais da seção transversal da figura 3.4. A tabela 7.6 utiliza esses dados para determinar as relações do perfil de 1280 mm.

Tabela 7.5 – Dados utilizados no método de Casafont

Parâmetro	Valor (mm)	Parâmetro	Valor (mm)
$t$	1,80	$B$	81,00
$L$	80,00	$B_{np}$	65,00
$L_{np}$	40,00	$B_p$	16,00
$L_p$	40,00	$H$	69,00

Tabela 7.6 – Verificação da aplicação do Método de Casafont (2013)

Parâmetro	Valor	Limite	Parâmetro	Valor	Limite
$B/t$	45,00	24 a 88	$L_{np}/L$	0,50	0,33 a 0,62
$H/t$	38,33	26 a 83	$B_{np}/L$	0,81	0,51 a 0,90
$H/B$	0,85	0,48 a 1,87	$B_{p, mesa}/H$	0,00	< 0,33
$L$	80,00 mm	50 a 75 mm	$L_{p, mesa}/L$	0,00	< 0,35
$B_p/L_p$	0,40	$\leq 1,6$	$(B_{p, mesa} \cdot L_{p, mesa})/(H \cdot L)$	0,00	< 0,042

Segundo a tabela 7.6, todos os parâmetros estão dentro dos intervalos de aplicação do método, à exceção do espaçamento entre centros de furos,  $L$ , que excedeu em 5 mm o limite superior de 75 mm. Como trata-se de uma pequena diferença, se resolveu pela aplicação do método.

A figura 7.4 contém a seção transversal do trabalho modelada no *software* CUFSM, utilizando espessuras reduzidas nos elementos dos furos.

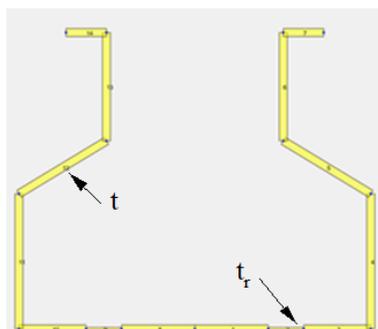


Figura 7.4 – Seção transversal com espessura reduzida no CUFSM

As espessuras reduzidas são definidas a partir das equações (2.29), (2.30) e (2.31) respectivamente para as flambagens local, distorcional e global através dos dados da tabela 7.5. Para cada uma destas espessuras, adotadas nos furos, é realizada uma análise padrão no CUFSM, considerando uma tensão unitária unicamente nos elementos com espessura nominal e é extraído o menor *Load factor* correspondente ao tipo de flambagem associada à espessura  $t_r$  empregada, conforme figura 7.5.

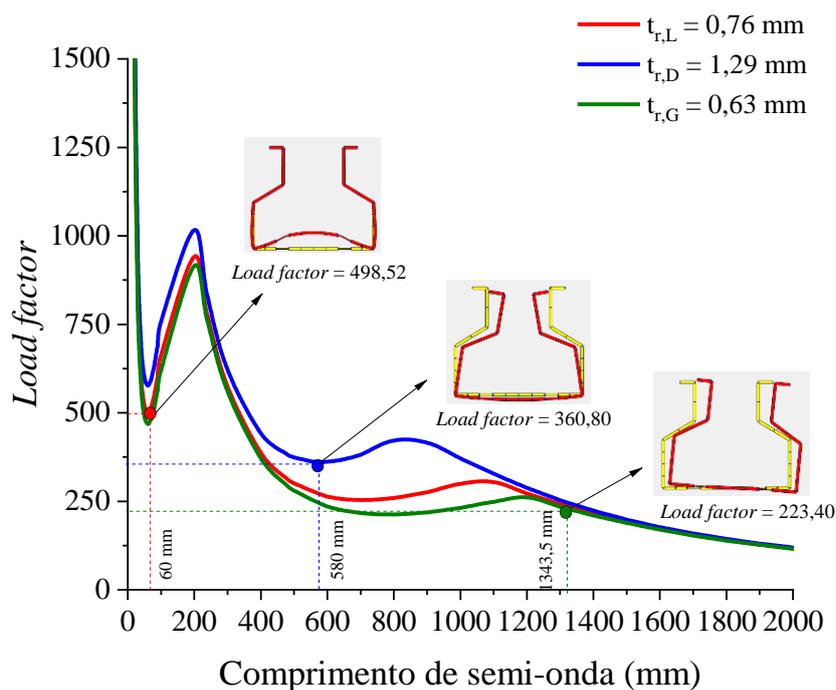


Figura 7.5 – Seção transversal com espessura reduzida no CUFSM

Considerando os dados da figura 7.5, a tabela 7.7 apresenta na última coluna as cargas de flambagem elásticas. Essas cargas são determinadas pela aplicação da equação (2.28).

Tabela 7.7 – Aplicação do Método de Casafont para perfil de 1280 mm

Flambagem	Espessura ( $t_r$ ) no furo (mm)	$L_{cr}$ (mm)	Load factor	$A_{net}$ (mm <sup>2</sup> )	$\sigma_{ref}$ (N/mm <sup>2</sup> )	$N_{cr}$ (kN)
Local	0,76	60	498,52	428,9	1	213,51
Distorcional	1,29	580	360,80			154,52
Global	0,63	1343,5	223,40			95,68

Como o procedimento recomendado por Casafont *et al.* (2013) utiliza os resultados da análise de estabilidade padrão do CUFSM, faz-se necessário aplicar uma correção aos valores de carga de flambagem elástica dos tipos distorcional e global.

Para a carga distorcional, tal como apresentado na seção 7.1, aplica-se a equação (2.2) a fim de estimar o valor de  $N_d$  para uma condição engastada.

$$N_{d(CUFSM)} = 154,52 \text{ kN (tabela 7.7); } L_{crd} = 58 \text{ cm}$$

$$N_d = \left( 1 + 0,5 \left( \frac{58}{134,35} \right)^2 \right) \cdot 154,52 = 168,92 \text{ kN}$$

A carga de flambagem global é determinada analiticamente pelas propriedades geométricas da tabela 7.8. Essas propriedades referem-se a uma seção transversal tal como a figura 7.4, com espessura de 0,63 mm na região dos furos.

Tabela 7.8 – Propriedades geométricas da seção transversal com  $t_G$  nos furos

Propriedade	Valor	Propriedade	Valor	Propriedade	Valor
$A$ (cm <sup>2</sup> )	4,38	$y_s$ (cm)	0,00	$y_{CG}$ (cm)	0,00
$I_{min}$ (cm <sup>4</sup> )	24,90	$x_s$ (cm)	-3,58	$x_{CG}$ (cm)	2,69
$I_{max}$ (cm <sup>4</sup> )	37,04	$r_{min}$ (cm)	2,38	$x_0$ (cm)	6,27
$J$ (cm <sup>4</sup> )	0,046	$r_{max}$ (cm)	2,91	$r_0$ (cm)	7,31
$C_w$	614,73	$y_0$ (cm)	0,00	-	-

A carga de flambagem global elástica,  $N_e$ , neste caso corresponde a:

$$N_{ex} = \frac{\pi^2 \cdot 20500 \cdot 37,04}{(1.134,35)^2} = 415,29 \text{ kN}; N_{ey} = \frac{\pi^2 \cdot 20500 \cdot 24,90}{(1.134,35)^2} = 279,07 \text{ kN}$$

$$N_{ez} = \frac{1}{7,31^2} \cdot \left[ \frac{\pi^2 \cdot 20500 \cdot 614,73}{(0,5 \cdot 134,35)^2} + 7885 \cdot 0,046 \right] = 522,69 \text{ kN}$$

$$N_{exz} = \frac{(415,29 + 522,69)}{2.0,264} \cdot \left[ 1 - \sqrt{1 - \frac{4 \cdot (415,29) \cdot (522,69) \cdot 0,264}{(415,29 + 522,69)^2}} \right] = 248,89 \text{ kN}$$

$$N_e = 248,89 \text{ kN}$$

Empregando-se as equações do *Direct Strength Method* do AISI S100 (AISI, 2016) da tabela 2.2, obtém-se a capacidade resistente nominal à compressão da coluna,  $N_c$ . Cabe destacar que pelo método de Casafont *et al.* (2013), o valor de  $P_y$  utiliza a área  $A_{net, min}$ .

Força de escoamento do perfil

$$P_y = f_y \cdot A_{net, min} = 34,5 \cdot 4,28 = 147,76 \text{ kN}$$

Flambagem Global

$$N_e = 248,89 \text{ kN}$$

$$\bar{\lambda}_c = \sqrt{\frac{147,76}{248,89}} = 0,770 \leq 1,5 \rightarrow N_{c, Re} = \left(0,658^{0,770^2}\right) \cdot 147,76 = 115,25 \text{ kN}$$

Flambagem Local

$$N_l = 213,51 \text{ kN}$$

$$\lambda_l = \sqrt{\frac{115,25}{213,51}} = 0,735 \leq 0,776 \rightarrow N_{c, Rl} = N_{c, Re} = 115,25 \text{ kN}$$

Flambagem Distorcional

$$N_d = 168,92 \text{ kN}$$

$$\lambda_d = \sqrt{\frac{147,76}{168,92}} = 0,935 > 0,561 \rightarrow N_{c, Rd} = \left[ 1 - 0,25 \cdot \left(\frac{168,92}{147,76}\right)^{0,6} \right] \cdot \left[ \left(\frac{168,92}{147,76}\right)^{0,6} \right] \cdot 147,76 = 116,74 \text{ kN}$$

$$N_c = 115,25 \text{ kN}$$

Portanto a capacidade resistente nominal da coluna é  $N_c = 115,25 \text{ kN}$ .

## 7.7 DIMENSIONAMENTO PELO MÉTODO DE SMITH E MOEN

O método de Smith e Moen (2014) também permite determinar as cargas de flambagem elásticas sem a necessidade de ensaios. A carga de flambagem global é calculada a partir das propriedades geométricas médias do perfil perfurado. Essas propriedades são determinadas tal

como apresentadas na equação (2.32). O momento de inércia de área,  $I_{y,avg}$ , por exemplo, para um perfil de 1280 mm equivale a:

$$L = 128 \text{ cm}; n_l = 16; L_h = 4 \text{ cm}; L_p = 16.40 = 64 \text{ cm}; L_{np} = 128 - 64 = 64 \text{ cm}$$

$$\text{Seção transversal bruta} \rightarrow I_y = 26,19 \text{ cm}^4; \text{Seção transversal líquida} \rightarrow I_{y,net} = 24,15 \text{ cm}^4$$

$$I_{y,avg} = \frac{26,19.64 + 24,15.64}{128} = 25,17 \text{ cm}^4$$

A tabela 7.9 apresenta as propriedades médias da seção transversal determinadas para o perfil perfurado.

Tabela 7.9 – Propriedades geométricas médias da seção transversal

Propriedade	Seção bruta	Seção líquida	Valor médio	Propriedade	Seção bruta	Seção líquida	Valor médio
$I_y \text{ (cm}^4\text{)}$	26,19	24,15	25,17	$x_s \text{ (cm)}$	-3,50	-3,62	-3,56
$I_x \text{ (cm}^4\text{)}$	37,84	36,62	37,23	$r_y \text{ (cm)}$	2,39	2,37	2,38
$J \text{ (cm}^4\text{)}$	0,049	0,046	0,048	$r_x \text{ (cm)}$	2,88	2,92	2,90
$C_w \text{ (cm}^6\text{)}$	624,72	609,17	616,93	$x_0 \text{ (cm)}$	6,08	6,37	6,23
$x_{CG} \text{ (cm)}$	2,58	2,75	2,66	$r_0 \text{ (cm)}$	7,14	7,40	7,28

A carga de flambagem global é determinada pelo procedimento analítico usual:

$$N_{ex} = \frac{\pi^2 \cdot 20500 \cdot 37,23}{(1.134,35)^2} = 417,35 \text{ kN}; N_{ey} = \frac{\pi^2 \cdot 20500 \cdot 25,17}{(1.134,35)^2} = 282,17 \text{ kN}$$

$$N_{ez} = \frac{1}{7,27^2} \cdot \left[ \frac{\pi^2 \cdot 20500 \cdot 616,93}{(0,5 \cdot 134,35)^2} + 7885 \cdot 0,048 \right] = 530,11 \text{ kN}$$

$$N_{e_{xz}} = \frac{(417,35 + 530,11)}{2,0,267} \cdot \left[ 1 - \sqrt{1 - \frac{4 \cdot (417,35) \cdot (530,11) \cdot 0,267}{(417,35 + 530,11)^2}} \right] = 251,28 \text{ kN}$$

$$N_e = 251,28 \text{ kN}$$

A carga de flambagem elástica local,  $N_l$ , é a menor entre as cargas  $P_{crl,tr}$  e  $P_{rl,h}$ . A primeira carga é obtida aplicando-se a espessura reduzida,  $t_{rL}$ , expressa pela equação (2.37) a todos os elementos que compõem a parede da alma da seção transversal.

Cálculo da espessura  $t_{r,L}$ :

$$L = 1280 \text{ mm}; t = 1,8 \text{ mm}; b = 81 \text{ mm}; L_h = 40 \text{ mm}; d_h = 8 \text{ mm}; n_l = 16; n_t = 2$$

$$m = \frac{L}{b} = \frac{1343,5}{81} = 16,58; \alpha = \frac{81}{\pi} \cdot \sin\left(\frac{40\pi}{81}\right) = 0,698; \beta = \frac{81}{\pi} \cdot \sin\left(\frac{8\pi}{81}\right) = 0,140$$

$$t_{r,L} = 1,8 \cdot \sqrt{1 - \frac{16,2 \cdot (40,8 + 0,3 \cdot 8,0 \cdot 698 + 0,3 \cdot 40,0 \cdot 140 + 0,698 \cdot 0,140)}{1280,81}} = 1,71 \text{ mm}$$

Aplicando-se uma carga de compressão unitária de 1 kN, a carga de flambagem local,  $P_{crL,tr}$ , de acordo com a figura 7.6-a vale 221,34 kN. A carga de  $P_{crL,h}$  é determinada modelando-se a seção líquida (com furos) com a espessura nominal de 1,8 mm, tal como na figura 7.6-b. De forma semelhante, esta seção é submetida a um carregamento unitário de compressão. O valor de  $P_{crL,h}$  corresponde a um comprimento de semi-onda,  $L_{crL}$ , de modo que  $L_{crL} \leq L_h$ , em que  $L_h = 40$  mm.

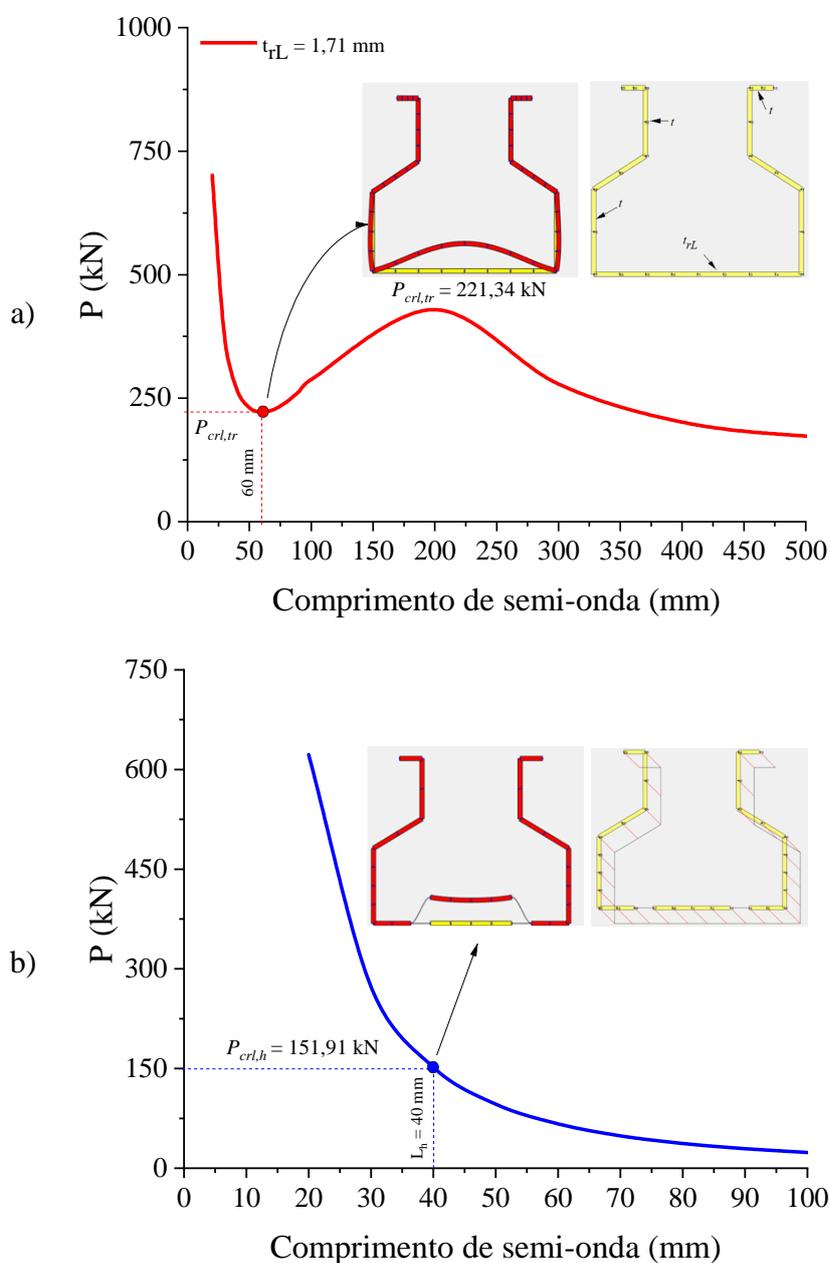


Figura 7.6 – Determinação da carga de flambagem local (a)  $P_{crL,tr}$  (b)  $P_{crL,h}$

Considerando-se os valores de  $P_{cr,h}$  e  $P_{cr,tr}$ , o valor de  $P_{cr}$  a se considerar é de 151,91 kN. A carga de flambagem elástica distorcional,  $P_{crd}$ , é obtida pelo CUFSM, aplicando a espessura  $t_{rD}$  determinada pela equação (2.40) sobre a parede da alma da seção transversal.

$$A_{w,g} = 81.1280 = 103680 \text{ mm}^2; A_{w,net} = 103680 - 2.16.40.8 = 93440 \text{ mm}^2$$

$$t_{rD} = 1,8 \cdot \left( \frac{93440}{103680} \right)^{1/3} = 1,74 \text{ mm}$$

Empregando-se o CUFSM, o valor mínimo de  $P_{crd,tr}$  é encontrado para um comprimento de semi-onda,  $L_{crd,p}$ , de 560 mm. Entretanto, como o comprimento de semi-onda do perfil sem furos,  $L_{crd,np}$  apresenta flambagem distorcional crítica em  $L_{crd,np} = 550$  mm, deve-se adotar a carga correspondente a este comprimento de semi-onda, como apresentado na figura 7.7, para o perfil com furos.

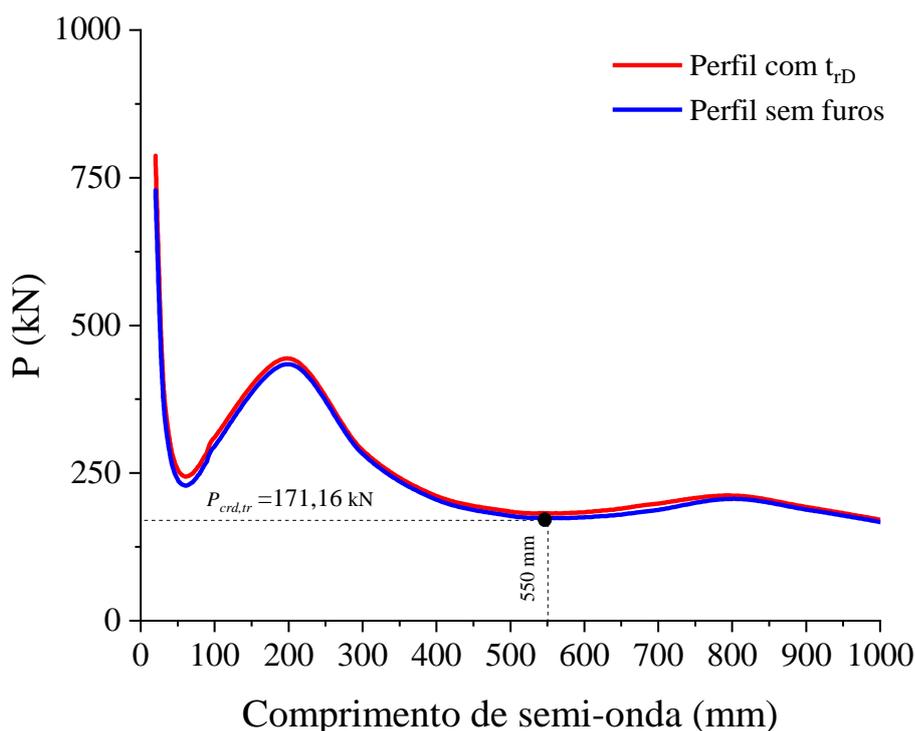


Figura 7.7 – Determinação da carga de flambagem distorcional  $P_{crd, tr}$

Dessa forma, o valor de  $P_{crd,tr} = 171,16$  kN pela curva de assinatura do CUFSM. Para considerar as condições de contorno do modelo numérico (ver capítulo 3), aplica-se a equação (2.2).

$$N_{d(CUFSM)} = 171,16 \text{ kN}; L_{crd} = 55 \text{ cm}; N_d = \left( 1 + 0,5 \left( \frac{55}{134,35} \right)^2 \right) \cdot 171,16 = 185,50 \text{ kN}$$

A tabela 7.10 contém as cargas de flambagem elásticas determinadas para o exemplo de cálculo.

Tabela 7.10 – Aplicação do Método de Smith e Moen (2014)

Flambagem	Valor adotado (kN)
Local	151,91
Distorcional	185,50
Global	251,28

Os valores de  $N_{cr}$  determinados são então empregados nas equações do DSM do AISI S100 (AISII, 2016) apresentadas na tabela 2.2. A carga nominal de resistência à compressão da coluna,  $N_c$  é dada por:

Força de escoamento do perfil

$$P_y = f_y \cdot A_{net} = 34,54 \cdot 28 = 147,63 \text{ kN}$$

Flambagem Global

$$N_e = 251,28 \text{ kN}; \bar{\lambda}_c = \sqrt{\frac{147,63}{251,28}} = 0,766$$

$$\bar{\lambda}_c = 0,766 \leq 1,5 \rightarrow N_{c,Re} = \left(0,658^{0,766^2}\right) \cdot 147,63 = 115,48 \text{ kN}$$

Flambagem Local

$$N_l = 151,91 \text{ kN}; \lambda_l = \sqrt{\frac{115,48}{151,91}} = 0,872$$

$$\lambda_l = 0,872 > 0,776 \rightarrow N_{c,RI} = \left[1 - 0,15 \cdot \left(\frac{151,91}{115,48}\right)^{0,4}\right] \cdot \left[\left(\frac{151,91}{115,48}\right)^{0,4}\right] \cdot 115,48 = 107,30 \text{ kN}$$

Flambagem Distorcional

$$N_d = 185,50 \text{ kN}; \lambda_d = \sqrt{\frac{147,63}{185,50}} = 0,892$$

$$\lambda_d = 0,911 > 0,561 \rightarrow N_{c,Rd} = \left[1 - 0,25 \cdot \left(\frac{185,50}{147,63}\right)^{0,6}\right] \cdot \left[\left(\frac{185,50}{147,63}\right)^{0,6}\right] \cdot 147,63 = 120,76 \text{ kN}$$

$$N_c = 107,30 \text{ kN}$$

A capacidade resistente nominal do perfil corresponde a  $N_c = 107,3 \text{ kN}$ .

## 7.8 DIMENSIONAMENTO SEGUNDO A AISI S100

Para o dimensionamento pela abordagem geral da AISI S100 (AISII, 2016) foram utilizadas as cargas de flambagem elástica apresentadas na seção 7.7 para perfis perfurados. O cálculo da

força nominal local pela AISI S100,  $P_{nl}$ , do perfil perfurado mantém a mesma formulação do DSM, mas limita a força de escoamento da seção líquida ao valor de  $P_{ynet}$ .

Força de esmagamento do perfil

$$P_y = f_y \cdot A_g = 34,5 \cdot 4,57 = 157,69 \text{ kN}$$

Flambagem Global

$$N_e = 251,98 \text{ kN}; \bar{\lambda}_c = \sqrt{\frac{157,69}{251,98}} = 0,792 \leq 1,5 \rightarrow P_{ne} = \left(0,658^{0,792^2}\right) \cdot 157,69 = 121,27 \text{ kN}$$

Flambagem Local

$$N_l = 151,91 \text{ kN}; \lambda_l = \sqrt{\frac{121,27}{151,91}} = 0,827$$

$$\lambda_l > 0,776 \rightarrow N_{c,Rl} = \left[1 - 0,15 \cdot \left(\frac{151,91}{121,27}\right)^{0,4}\right] \cdot \left[\left(\frac{151,91}{121,27}\right)^{0,4}\right] \cdot 121,27 = 111 \text{ kN}$$

$$P_{y,net} = f_y \cdot A_{net} = 34,5 \cdot 4,28 = 147,63 \text{ kN}; P_{nl} = 111 \text{ kN} \leq P_{y,net}$$

Para a flambagem distorcional, deve-se definir os parâmetros  $\lambda_d$ ,  $\lambda_{d1}$  e  $\lambda_{d2}$  pelas equações (2.41), (2.42) e (2.43) respectivamente.

$$\lambda_d = \sqrt{\frac{P_y}{N_d}} = \sqrt{\frac{157,69}{185,50}} = 0,922; \lambda_{d1} = 0,561 \cdot \left(\frac{P_{ynet}}{P_y}\right) = 0,561 \cdot \left(\frac{147,63}{157,69}\right) = 0,526$$

$$\lambda_{d2} = 0,561 \cdot \left[14 \cdot \left(\frac{P_y}{P_{ynet}}\right)^{0,4} - 13\right] = 0,561 \cdot \left[14 \cdot \left(\frac{157,69}{147,63}\right)^{0,4} - 13\right] = 0,768$$

Como o valor de  $\lambda_d > \lambda_{d2}$ , de acordo com a seção E.4.2 da AISI S100 (AISII,2016) a formulação simplificada para perfis perfurados não deve ser adotada. Neste caso, o valor da carga nominal,  $P_{nd}$ , é determinada a partir do procedimento convencional do DSM para flambagem distorcional de elementos não perfurados.

$$\lambda_d = 0,922 > 0,561 \rightarrow N_{c,Rd} = \left[1 - 0,25 \cdot \left(\frac{185,50}{157,69}\right)^{0,6}\right] \cdot \left[\left(\frac{185,50}{157,69}\right)^{0,6}\right] \cdot 157,69 = 138,61 \text{ kN}$$

Portanto a capacidade resistente nominal do perfil,  $P_n$ , vale 111 kN.

## 7.9 COMPARAÇÃO DOS RESULTADOS

Nesta seção são apresentados os resultados obtidos pela aplicação dos métodos já apresentados para os perfis considerados nesta pesquisa.

### 7.9.1 Perfis sem furos

Considerando a aplicação do método do MRD pela NBR 14762 (ABNT, 2010), a tabela 7.11 apresenta as cargas de resistência nominais determinadas de modo semelhante ao exemplo de cálculo da seção 7.1.

As diferenças relativas apresentadas têm como referência a média dos resultados numéricos correspondentes aos grupos mais críticos identificados no capítulo 6. Para isso, em cada grupo, foi realizada uma média aritmética simples entre os resultados de carga última dos limites superior e inferior destes conjuntos, considerando um material elasto-plástico perfeito e  $f_y = 345$  MPa nos comprimentos sem furos estudados.

Tabela 7.11 – Aplicação do MRD nos perfis sem furos em estudo

Perfil (mm)	MEF					Média (kN)	NBR 14762 (kN)	Diferença (%)
	Grupo crítico	Limite inferior		Limite superior				
		Combinação	P (kN)	Combinação	P (kN)			
480	Vermelho	(0,1,38;0,96)	125,46	(0,1,15;0)	137,74	131,60	140,77	6,97
1280	Vermelho	(0,1,38;2,56)	99,34	(0,405;1,15;2,56)	103,44	101,39	122,30	20,62
1600	Vermelho	(0,1,38;3,20)	87,13	(-0,405;-1,15;3,20)	94,74	90,93	106,92	17,58
480	Verde	(-0,252;1,38;0)	136,01	(-0,252;1,15;0)	139,19	137,6	140,77	2,30
1280	Verde	(-0,405;-1,38;-2,56)	113,13	(-0,252;0;-2,56)	120,37	116,75	122,30	4,75
1600	Verde	(-0,405;1,38;-3,20)	101,74	(-0,252;-1,38;-3,20)	108,95	105,34	106,92	1,50

O grupo mais crítico da tabela 7.11, em vermelho, apresentou uma diferença de até 20,62% com relação às capacidades de resistência nominais do MRD. No caso do grupo em verde, essa diferença foi inferior a 5%. Cabe destacar que a interação das flambagens distorcional-global não costuma ser considerada na aplicação padrão do MRD, a qual ocorre nos limites inferiores do grupo vermelho. Quando se consideram as combinações com interação dos fatores de

flambagem local e global, como o resultado da combinação  $(-0,252;0;-2,56)$ , por exemplo, obtém-se uma diferença relativa de 1,77%.

A figura 7.8 demonstra graficamente a aplicação do MRD para uma faixa de comprimentos calculados junto aos resultados obtidos pela aplicação do MEF no capítulo 6 para perfil sem furos.

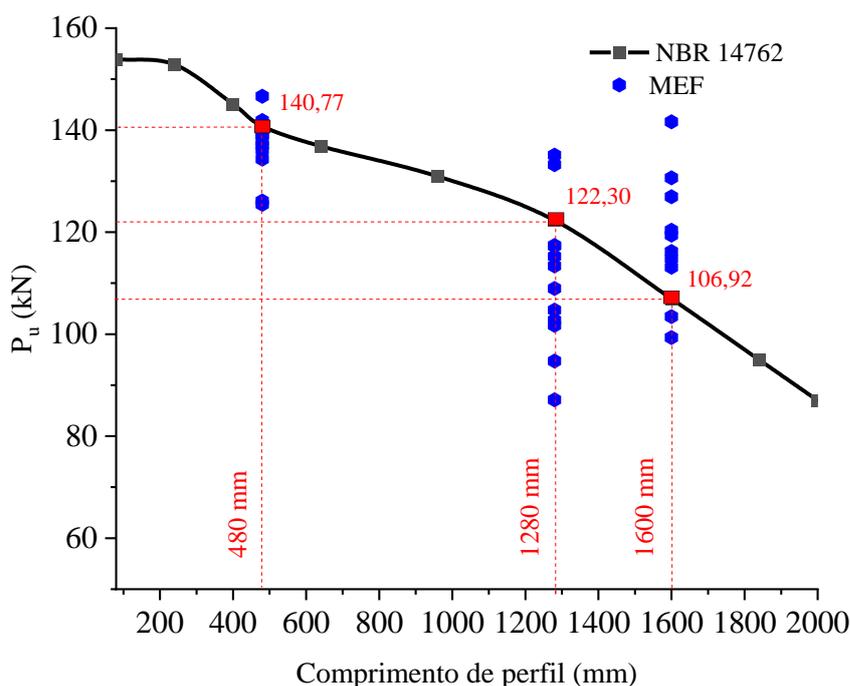


Figura 7.8 – Comparação MRD com resultados pelo MEF

Pela figura 7.8, os resultados pelo MRD da NBR 14762 (ABNT, 2010) encontram-se dentro da faixa de distribuição dos resultados numéricos para os comprimentos de estudo.

### 7.9.2 Perfis com furos

Nesta seção são apresentados os resultados de carga nominal obtidos ao se aplicar os métodos relacionados aos perfis perfurados do estudo. Para considerar o método dos elementos finitos, foi calculada a média das cargas últimas nas combinações correspondentes aos limites superior e inferior do grupo mais crítico, ou seja, o grupo com menor carga-pico na curva limite inferior com o modelo elasto-plástico perfeito e  $f_y = 345$  MPa. Esses resultados são apresentados na tabela 7.12. Como simplificação, para o modelo trilinear foram consideradas as mesmas combinações do modelo EP perfeito para os comprimentos com furos.

A tabela 7.12 também contém os resultados pelos métodos presentes em normas de EPP. A aplicação dos métodos normatizados foi realizada considerando duas hipóteses: um primeiro dimensionamento emprega as cargas dos ensaios simulados da tabela 7.2 conforme o modelo constitutivo do aço elasto-plástico perfeito e um segundo, adota para as mesmas, os valores correspondentes ao modelo trilinear do aço. A tabela 7.13 apresenta as diferenças relativas calculadas considerando como referência as médias pelo MEF na tabela 7.12.

Tabela 7.12 – Aplicação dos métodos de EPP nos perfis perfurados

Modelo	Perfil (mm)	MEF				NBR 15524-2 (kN)	EN 15512		RMI (kN)
		Grupo crítico	Carga última		Médias (kN)		2009 (kN)	2020 (kN)	
			P <sub>min</sub> (kN)	P <sub>max</sub> (kN)					
EP Perfeito	480	Preto	114,66	133,45	124,05	102,36	102,43	102,84	110,53
	1280	Vermelho	93,81	97,61	95,71	85,63	85,67	85,23	93,12
	1600	Vermelho	82,75	85,95	84,35	76,71	76,75	75,83	83,33
Trilinear	480	Preto	99,27	104,83	102,05	89,79	91,12	90,12	95,16
	1280	Vermelho	81,11	83,21	82,16	76,76	82,66	76,31	81,89
	1600	Vermelho	72,72	74,57	73,64	69,70	75,22	69,09	74,03

Tabela 7.13 – Diferenças relativas entre os métodos de EPP e o MEF

Modelo	Perfil (mm)	NBR 15524-2 (%)	EN 15512		RMI (%)
			2009 (%)	2020 (%)	
EP Perfeito	480	17,48	17,43	17,10	10,90
	1280	10,53	10,49	10,95	2,71
	1600	9,06	9,01	10,10	1,21
Trilinear	480	12,01	10,71	11,69	6,75
	1280	6,57	0,61	7,12	0,33
	1600	5,35	2,15	6,18	0,53

A maior diferença relativa entre os métodos da tabela 7.12 e o MEF é de 17,48% para a NBR 15524-2 (ABNT, 2007), considerando o modelo elasto-plástico perfeito do aço. Empregando o modelo trilinear a diferença relativa máxima é de 12% também pela NBR 15524-2. Deve-se considerar que uma correção estatística é empregada no apêndice B às cargas de ensaio da tabela 7.2, o que também contribui para as diferenças observadas. Por conta disso, o

dimensionamento pelas normas foi ajustado, utilizando-se o valor médio,  $V_m$  da tabela B.2 para as cargas de ensaio. Neste caso, obtém-se os dados da tabela 7.14.

Tabela 7.14 – Aplicação dos métodos de EPP com valores médios de ensaio

Modelo	Perfil (mm)	MEF Média (kN)	NBR 15524-2 (kN)	EN 15512		RMI (kN)	Dif. <sup>1</sup> (%)	Dif. <sup>2</sup> (%)	Dif. <sup>3</sup> (%)	Dif. <sup>4</sup> (%)
				2009 (kN)	2020 (kN)					
EP Perfeito	480	124,05	126,63	120,65	120,60	118,31	2,08	2,74	2,78	4,63
	1280	95,71	101,75	97,94	96,90	98,72	6,31	2,33	1,24	3,14
	1600	84,35	88,35	85,70	84,14	87,78	4,74	1,60	0,25	4,07
Trilinear	480	102,05	101,57	100,98	100,95	99,43	0,47	1,05	1,08	2,57
	1280	82,16	85,07	84,66	83,95	85,08	3,54	3,04	2,18	3,55
	1600	73,64	76,28	75,98	74,86	76,68	3,59	3,18	1,66	4,13

<sup>1</sup> entre MEF e NBR 15524-2; <sup>2</sup> entre MEF e EN 15512 (2009); <sup>3</sup> entre MEF e EN 15512 (2020); <sup>4</sup> entre MEF e RMI

Pelos dados apresentados, as maiores diferenças relativas do modelo EP perfeito ocorreram no comprimento de 1280 mm pela NBR 15524-2 (ABNT, 2007) (6,31%). No modelo trilinear a maior diferença é inferior a 4%. A figura 7.9 apresenta os resultados da tabela 7.14 para uma faixa de comprimentos de perfil.

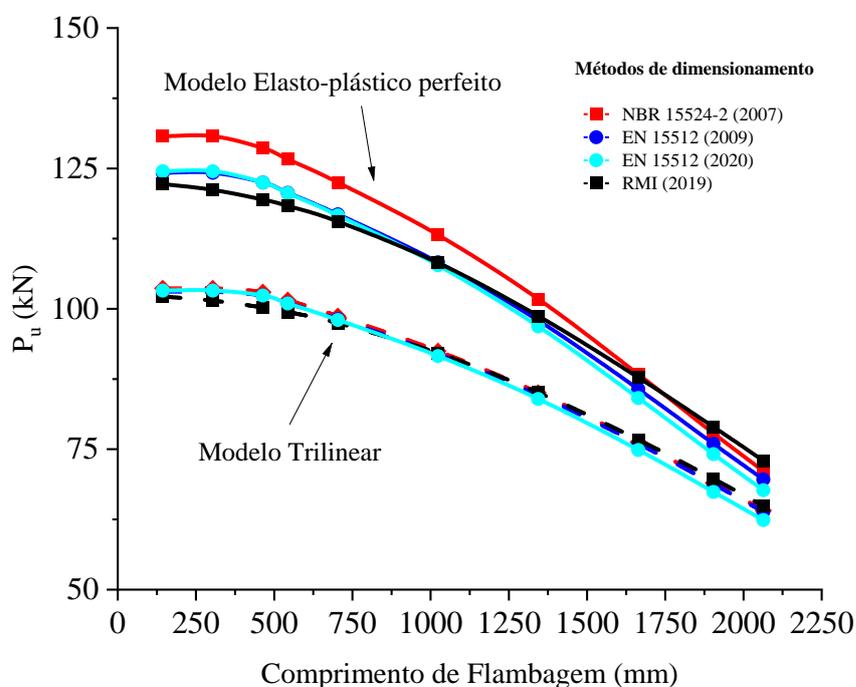


Figura 7.9 – Comparação entre os modelos constitutivos nos métodos normalizados

O modelo trilinear, tal como no capítulo 6, apresentou valores mais conservadores de capacidade resistente à compressão, apresentando as menores diferenças relativas entre os

resultados conforme tabela 7.14. No caso do modelo elasto-plástico perfeito, o método da NBR 15524-2 (ABNT, 2007) forneceu maiores estimativas de resistência, enquanto o RMI demonstrou ser mais conservador para comprimentos de flambagem abaixo de 750 mm. Em ambas as versões da EN 15512, os resultados foram bastante semelhantes.

A tabela 7.15 apresenta os resultados da tabela 7.14 empregando o modelo EP perfeito e os valores obtidos pela aplicação dos métodos alternativos do capítulo 2. Como o modelo trilinear costuma ser empregado em comparações envolvendo resultados experimentais, foram utilizados como referência os valores médios pelo MEF da tabela 7.14 com modelo EP perfeito.

Tabela 7.15 – Aplicação dos métodos alternativos nos perfis perfurados

Perfil (mm)	MEF (grupo crítico) (kN)	NBR 15524-2 (kN)	EN 15512		RMI (kN)	Método Casafont (kN)	Método Smith e Moen (kN)	Método AISI S100 (kN)
			(2009) (kN)	(2020) (kN)				
480	124,05	126,63	120,65	120,60	118,31	129,39	123,34	128,63
1280	95,71	101,75	97,94	96,90	98,72	115,25	107,30	111,00
1600	84,35	88,35	85,70	84,13	87,77	101,07	98,20	100,91

De acordo com o exemplo de cálculo da seção 7.8, a abordagem pela AISI S100 (AISI, 2016) foi calculada utilizando as cargas de flambagem elásticas pelo método de Smith e Moen (2014). Como o procedimento da AISI é geral e com foco em furos isolados, o mesmo não é adequado para esta comparação e, portanto, seus resultados foram desconsiderados.

A tabela 7.16 apresenta as diferenças relativas entre os métodos alternativos e os resultados médios da tabela 7.15 para o método dos elementos finitos.

Tabela 7.16 – Diferenças entre os métodos alternativos testados

Perfil (mm)	MEF (kN) (tabela 7.14)	Método de Casafont (%)	Método Smith e Moen (%)
480	124,05	4,30	0,57
1280	95,71	20,45	12,13
1600	84,35	19,82	16,42

Segundo a tabela 7.16, os métodos alternativos apresentaram uma diferença máxima relativa de até 20,45% em relação ao MEF. As maiores diferenças ocorreram no método de Casafont *et al.* (2013) para os comprimentos de perfil 1280 e 1600 mm.

Considerando que as médias pelo MEF da tabela 7.14 referem-se às cargas últimas nos grupos mais críticos, optou-se também por comparar com os valores médios da figura 6.15-b, a qual considera as cargas-pico de todas as combinações analisadas para  $f_y=345$  MPa no comprimento de perfil perfurado correspondente. Essas diferenças são então apresentadas pela tabela 7.17.

Tabela 7.17 – Diferenças relativas entre os métodos alternativos e o MEF

Perfil (mm)	MEF (kN) (figura 6.15-b)	Método Casafont (%)	Método Smith e Moen (%)
480	124,56	3,88	0,97
1280	104,73	10,04	2,45
1600	95,46	5,88	2,87

Percebe-se que as diferenças máximas permaneceram inferiores a 10,04% entre os métodos alternativos e os resultados médios da figura 6.15-b quando  $f_y=345$  MPa. A figura 7.10 ilustra a aplicação dos métodos da tabela 7.16 para uma faixa de comprimentos de flambagem.

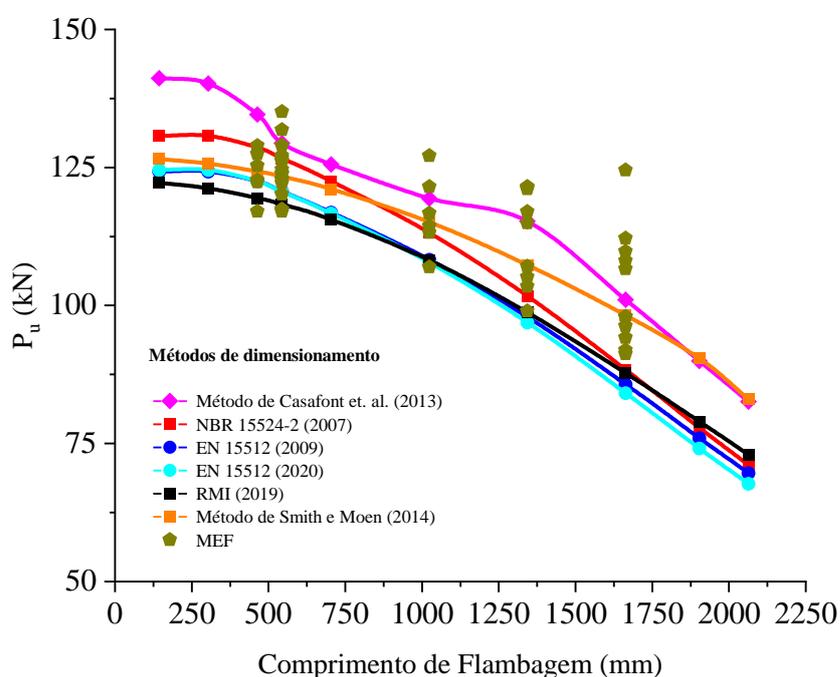


Figura 7.10 – Comparação entre os métodos para perfis perfurados

Ao se analisar a figura 7.10, o método de Casafont *et al.* (2013) conduz, no geral, a maiores cargas de resistência nominal para os comprimentos de flambagem. Os resultados pelo método de Smith e Moen (2014) são mais próximos aos métodos normatizados, principalmente em comprimentos de flambagem inferiores a 1000 mm. Quando comparados aos valores pelo MEF,

entretanto, ambos métodos alternativos apresentaram uma boa aproximação considerando um modelo constitutivo elasto-plástico perfeito do aço.

Uma abordagem usual é deixar os resultados em função da força de escoamento do perfil,  $P_y$ . Salienta-se, entretanto, que há uma diferença na área efetiva considerada por cada método. Pela NBR 15524-2 (ABNT, 2007), a EN 15512 (CEN, 2009) e a EN 15512 (CEN, 2020), a área efetiva é fixa e definida segundo os ensaios de coluna curta e de flambagem distorcional. No RMI (ANSI,2019), a área efetiva considera a tensão de flambagem global do comprimento e o fator Q. O método de Casafont *et al.* (2013) e Moen e Smith (2014) utilizam a área líquida,  $A_{net}$ , para determinar  $P_y$ . Afim de manter uma equivalência, a tabela 7.18 utiliza as áreas efetivas empregadas no dimensionamento das tabelas 7.14 e 7.15 para determinar os correspondentes fatores de normalização,  $P_y$ . Esses fatores são então empregados para normalizar os resultados da figura 7.10 para uma faixa de comprimentos de flambagem e são ilustrados pela figura 7.11.

Tabela 7.18 – Fatores de normalização  $P_y$  empregados

Fator	NBR 15524-2	EN 15512		RMI	Casafont <i>et al.</i> (2013)	Smith e Moen (2014)
		(2009)	(2020)			
$A_{eff}$ (cm <sup>2</sup> )	3,79	3,60	3,61	Conforme comp.	4,28	4,28
$P_y$ (kN)	130,75	124,20	124,54	Conforme comp.	147,66	147,66

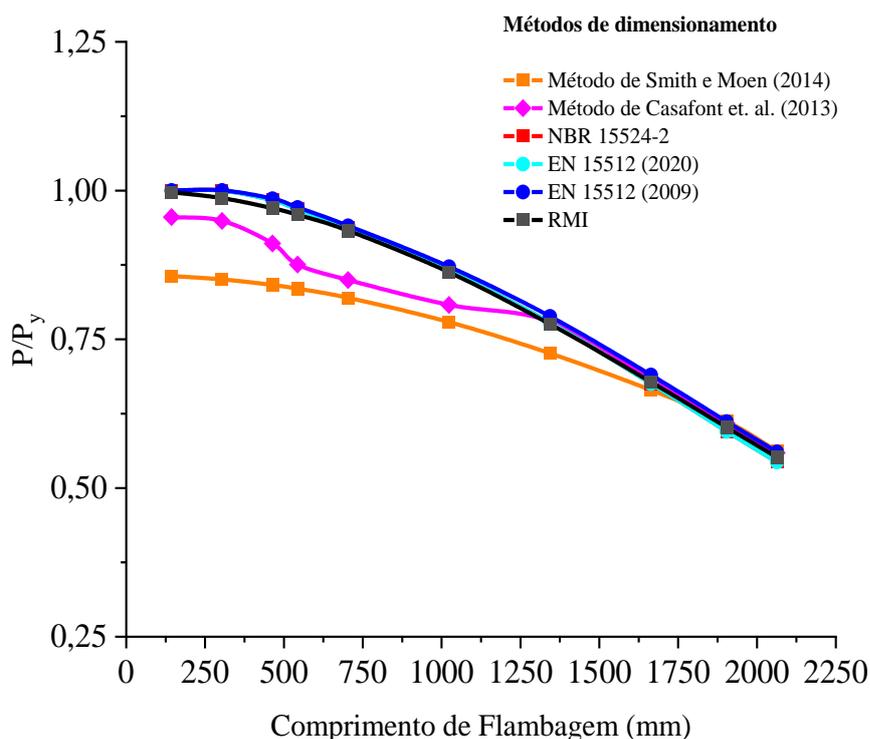


Figura 7.11 – Métodos para perfis perfurados normalizados

Quando se normalizam os métodos há uma semelhança entre as curvas de resposta dos métodos avaliados para EPP. O Método de Casafont apresentou uma oscilação entre os comprimentos de flambagem 250 mm a 1250 mm, onde a flambagem distorcional costuma ser dominante. Para comprimentos superiores a 1250 mm, entretanto, há uma semelhança entre o comportamento das curvas com os procedimentos das normas, já que a flambagem global passa a se tornar dominante e o efeito das perfurações é menos influente. O método de Smith e Moen (2014), apresentou as menores relações  $P/P_y$ . Além disso, a curva de resposta deste método apresenta um aspecto semelhante ao observado nos procedimentos calculados com valores de ensaios. De forma geral, pode-se dizer que os métodos alternativos apresentaram resultados coerentes, quando normalizados.

### 7.9.3 Estimativas de resistência para perfis com e sem furos

A figura 7.12 apresenta as capacidades de resistência nominal calculadas considerando a NBR 14762 (ABNT, 2010) da figura 7.8 e os resultados obtidos segundo a NBR 15524-2 (ABNT, 2007) na tabela 7.12. Além disso, são exibidos os maiores e menores resultados de carga última utilizando o MEF com modelo elasto-plástico perfeito do aço nos casos com e sem furos quando  $f_y = 345$  MPa. Esses resultados foram obtidos das análises do capítulo 6.

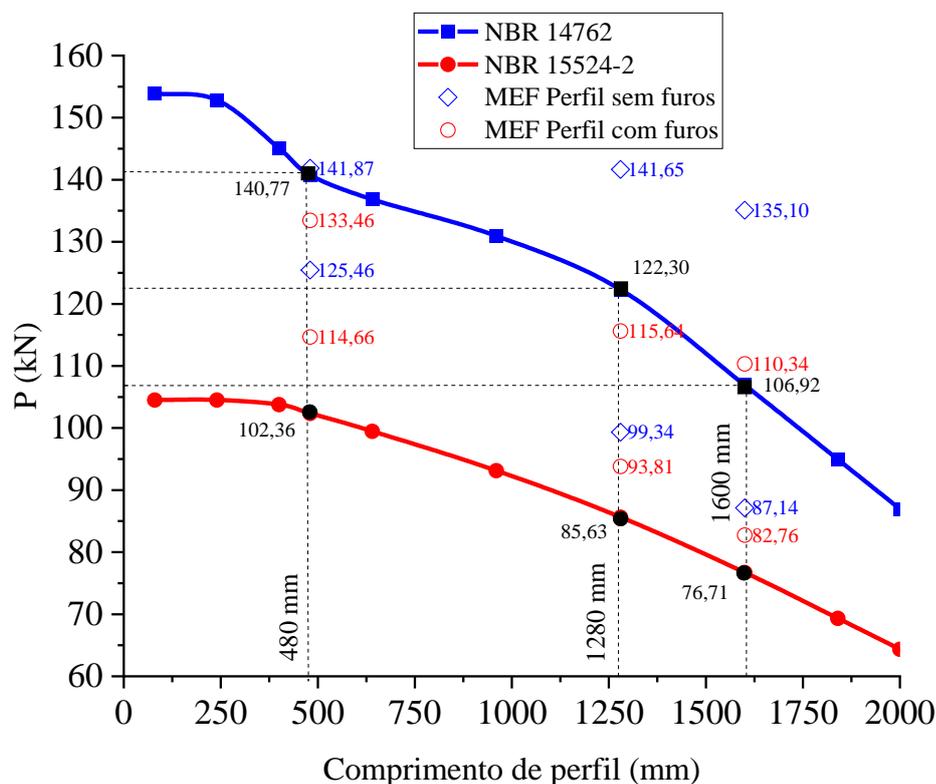


Figura 7.12 – Resistências nominais segundo a NBR 14762 e NBR 15524-2

De acordo com a figura 7.12, as resistências nominais pela NBR 14762 (ABNT, 2010) mantiveram-se entre os valores extremos para perfis sem furos. No caso de perfis perfurados, as resistências nominais pela NBR 15524-2 (ABNT, 2007) permaneceram abaixo dos valores correspondentes ao MEF.

A figura 7.13 ilustra as diferenças relativas entre as cargas últimas considerando perfis com e sem furos para um mesmo comprimento de perfil. A curva apresentada é determinada a partir das resistências nominais das normas brasileiras indicadas pela figura 7.12 em cada comprimento.

Para considerar essa mesma diferença entre as resultados das cargas últimas obtidos pelas simulações numéricas, foram avaliadas duas hipóteses: a diferença relativa entre os valores de carga última, considerando os maiores resultados dos perfis com e sem furos em um mesmo comprimento (ver figura 7.12) e a mesma diferença entre os menores resultados de simulação numérica em um mesmo comprimento, admitindo os casos com e sem perfurações. Em todas as comparações foram adotados os resultados correspondentes ao perfil sólido como referência.

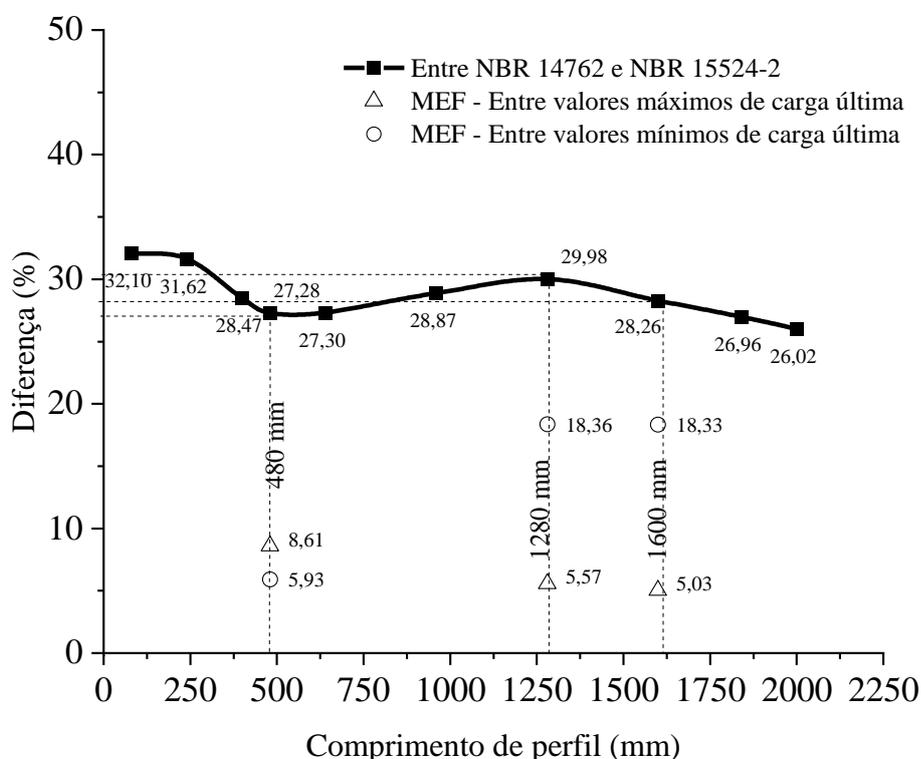


Figura 7.13 – Diferenças relativas entre as cargas de resistência nominal para perfis com e sem furos

Pela figura 7.13, considerando os resultados das diferenças relativas entre normas em cada comprimento, obtém-se uma média de 28,68% com um desvio padrão de 2%, o que indica uma pequena variedade com relação à média. Estes valores foram superiores às diferenças relativas da simulação numérica. Um fato que merece destaque é de que as diferenças relativas apresentadas não se referem unicamente à influência dos furos. Nestes valores também estão inclusos as diferentes relações de interações entre os modos de instabilidade, que podem não ser devidamente contempladas pelas formulações de dimensionamento presentes nas normas existentes.

Considerando a curva da figura 7.13, para comprimentos de perfil abaixo de 250 mm, quando a flambagem local é praticamente dominante, percebe-se que a diferença relativa é um pouco maior, já que os furos considerados são alongados e a extensão do perfil é reduzida. À medida que o comprimento se torna próximo a 500 mm, a flambagem distorcional torna-se mais influente e percebe-se uma redução nas diferenças. Deve-se destacar que o número de aberturas na alma também aumenta com o comprimento, o que justifica o aumento das diferenças entre os valores de carga até o comprimento de 1280 mm. Após este valor, entretanto, quando a flambagem global passa a se tornar predominante em ambos os casos, com e sem furos, a influência dos furos torna-se cada vez menor e menos perceptível na capacidade resistente. Este comportamento é esperado, já que a influência dos furos é mais recorrente em regimes com flambagem local e distorcional.

## 8 CONCLUSÕES FINAIS

A demanda pelo *e-commerce* cresce anualmente, aumentando também a necessidade por sistemas de armazenamento eficazes. Neste contexto, destaca-se o sistema porta-paletes. As colunas empregadas neste sistema têm como características serem compostas por perfis com seções do tipo *rack* e com perfurações ao longo do comprimento que facilitam o processo de montagem do porta-paletes. Os perfis empregados nos montantes apresentam pequena espessura de parede e, em função das dimensões usualmente empregadas, costumam apresentar a flambagem distorcional como dominante. Neste contexto, este trabalho abordou um estudo sobre o efeito das imperfeições geométricas iniciais na carga de falha de colunas submetidas à compressão centrada. Por meio deste estudo se procurou compreender o comportamento mecânico e a interação entre os modos de instabilidade associados.

Este trabalho apresentou uma revisão do estado da arte correspondente ao dimensionamento de perfis do tipo *rack*. Atualmente as normas vigentes para o dimensionamento de estruturas porta-paletes adaptáveis são a NBR 15524-2 (ABNT, 2007), no Brasil, o RMI (ANSI, 2019), nos Estados Unidos e EN 15512 (CEN, 2020), na Europa. De modo geral, estas normas se baseiam em resultados experimentais para determinar a área efetiva capaz de representar o efeito das flambagens local e distorcional. Como alternativa, diferentes autores estudam procedimentos capazes de simular o efeito das perfurações nas cargas críticas de flambagem elástica, como é o caso dos métodos de Casafont *et al.* (2013) e Smith e Moen (2014) que aplicam o método das faixas finitas, adotando espessuras reduzidas de parede.

A fim de se desenvolver este estudo, foi proposto um modelo numérico em elementos finitos empregando o *software* Ansys. As características do modelo proposto, tais como tipos de elementos empregados, condições de contorno e procedimento para gerar imperfeições iniciais, estão baseadas em trabalhos de outros autores tais como Souza (2013), Pastor *et al.* (2014) e Neiva *et al.* (2018). Para se avaliar o efeito da qualidade da malha de elementos finitos, um estudo abrangente resultou na recomendação de um modelo utilizando apenas elementos de casca com tamanho de elemento 5 mm e opção de integração reduzida. Estas recomendações também estão de acordo com o empregado por Pastor *et al.* (2014).

No capítulo 5, foram definidos os modos de flambagem utilizados para representar as imperfeições geométricas iniciais para os comprimentos característicos de perfil: 480, 1280 e

1600 mm. Um conjunto de combinações, considerando os modos de instabilidade representativos das flambagens local, distorcional e global com os correspondentes fatores de amplificação, foram empregados para gerar as imperfeições geométricas iniciais. A partir de um conjunto de análises elásticas com não linearidade geométrica, foram estabelecidas as combinações com menor relação  $P/P_{crit}$  ou com comportamentos característicos. Foi identificado que as menores relações  $P/P_{crit}$  ocorrem em combinações envolvendo interação das flambagens distorcional e global ou com os três modos de instabilidade (LDG) quando ocorre compressão na alma ( $G < 0$ ).

Para um conjunto de grupos de combinações selecionados a partir dos resultados da ANLG, foram realizadas análises considerando a não linearidade geométrica e do aço (ANLGM). As tensões de escoamento: 180, 345 e 600 Mpa foram consideradas. De modo geral, o efeito do material influenciou na magnitude das cargas de falha, podendo ser responsável pela mudança de trajetórias das curvas. Nestas análises, o efeito do modo de instabilidade local é influenciado ao se considerar a plasticidade do aço. Para a tensão de escoamento de 600 MPa, quando no instante de falha, se obtém a maior parte dos elementos da seção transversal no regime elástico. Nestes casos, a combinação do tipo distorcional-global apresentou menores resultados de carga última e um comportamento de curva que se assemelha ao observado em uma análise não linear geométrica com material elástico (ANLG). Entre os casos analisados, as combinações do tipo  $(0; +1,38; +G)$  e  $(\pm 0,405; \pm 1,38; -G)$  estão associadas às menores cargas últimas nos comprimentos estudados. Por este motivo, os grupos associados a estas combinações foram considerados críticos.

Os perfis característicos também foram analisados considerando os métodos de dimensionamento apresentados no capítulo 2. Nos casos dos perfis sem furos, o Método da Resistência Direta foi comparado aos resultados em elementos finitos considerando como referência uma média aritmética dos grupos mais críticos. As maiores diferenças relativas observadas nos grupos que apresentam na curva limite-inferior uma combinação envolvendo os modos distorcionais e globais, interação esta não contemplada pela formulação padrão do MRD. Portanto em situações de projeto, nota-se a necessidade de complementar a abordagem do MRD da NBR 14762 (ABNT, 2010). No caso dos perfis com furos, as resistências nominais determinadas segundo as normas de EPP apresentaram resultados semelhantes. Ao se comparar com os resultados das simulações numéricas, a maior diferença relativa obtida foi da ordem de 6% pela NBR 15524-2 (ABNT, 2007) para o perfil de 1280 mm, quando se utiliza durante o

dimensionamento os valores médios dos ensaios do anexo B. Foi identificada também uma diferença relativa média de 28,68% com desvio padrão de 2,00% entre as estimativas de resistência nominal à compressão pela NBR 14762 (ABNT, 2010) e pela NBR 15524-2.

Os métodos alternativos de Casafont *et al.* (2013) e Smith e Moen (2014) para o dimensionamento à compressão de colunas perfuradas também foram analisados. Pela figura 7.10, o método de Casafont *et al.* (2013) apresentou estimativas de resistência mais elevadas, enquanto o método de Smith e Moen exibiu uma proximidade maior com os métodos empregados nas normas de EPP. Estes métodos supõem uma condição padrão de extremo de barra do tipo rotulado para prever as cargas de flambagem elástica pelo CUFISM. No caso da flambagem local, este procedimento é aceito, já que as condições de vinculação não influenciam tanto neste valor. Para a flambagem distorcional, pode ser necessário realizar alguma correção nos resultados tal como feito neste trabalho utilizando a proposta de Moen (2008). Para o método de Casafont *et al.* (2013) uma correção adicional também foi empregada à carga crítica de flambagem global para se considerar as condições de contorno do modelo numérico.

Um modelo constitutivo de aço do tipo trilinear, usualmente empregado para simular ensaios experimentais foi avaliado. Observou-se que as falhas nos perfis ocorreram no segundo tramo deste diagrama, o que produziu menores resultados de carga última em comparação ao modelo elasto-plástico perfeito. Cabe destacar que o modelo trilinear apenas deve ser empregado quando se deseja considerar o efeito de tensões residuais.

Uma avaliação interessante diz respeito aos modos de falha. No perfil de 480 mm sem furos, a falha da combinação mais crítica ocorre por distorção da seção. Pela formulação do MRD, a carga nominal correspondente a este comprimento refere-se a  $N_{CR,dist}$ . Para os demais comprimentos de estudo a falha foi do tipo local-global pelo MRD. No modelo numérico dos perfis sólidos com 1280 e 1600 mm de comprimento, as combinações que consideram ponderadores das flambagens local e global produziram mecanismos de falha e cargas últimas próximas aos valores do MRD. Nos perfis perfurados, o modo de falha observado nas combinações mais críticas é uma interação das flambagens local e global. Nos métodos de dimensionamento que utilizam o DSM o valor de  $P_{nl}$  (que considera interação local-global) é utilizado nos comprimentos de estudo. A exceção ocorre no método de Casafont *et al.* (2013) em que a carga crítica de flambagem local utilizada, faz com que o valor de  $P_{nd}$  (referente à flambagem distorcional) seja mínimo para o perfil perfurado de 480 mm. Logo, apesar dos

diferentes modos de falha no modelo numérico em função da escolha dos ponderadores, há uma coerência, no geral, do resultado dos mecanismos de falha das combinações críticas com a resposta pelos métodos normatizados.

Considerando a combinação mais crítica (0;+f/50;+L/500), a redução da capacidade portante calculada pelos furos, de acordo com a tabela 6.17, apresentou uma diferença relativa máxima de 6,89% em  $f_y = 600$  MPa. Para  $f_y = 345$  MPa, a variação máxima foi de 5,02%. Cabe salientar que estes resultados se referem apenas à combinação distorcional-global.

Como sugestão, para pesquisas futuras, destaca-se:

- a) estender o estudo apresentado para um conjunto maior de seções transversais e espessuras, bem como diferentes *layouts* para as aberturas;
- b) avaliar a interação entre o esforço normal e os momentos para o caso de flexo-compressão;
- c) avaliar a influência dos furos, considerando modelos constitutivos do aço diferenciados e baseados em ensaios experimentais.

Finalmente, analisando os objetivos do trabalho propostos no capítulo 1, pode-se dizer que o efeito das imperfeições geométricas em perfis perfurados, considerando uma análise não linear com modelo elasto-plástico perfeito para o aço e os resultados dos comprimentos de estudo, foi identificado dentro de uma mesma família de curvas, uma diferença máxima de 14,04% para perfis sem furos e 16,39% para perfis perfurados segundo tabela 6.14. Quando se consideram todas as curvas para um dado caso e tensão, as maiores variações identificadas foram de 56,39% para perfis sem furos e 37,98% em perfis perfurados conforme tabela 6.15. Esses valores devem ser analisados com cautela, já que contemplam resultados de combinações que por vezes não são críticas ou usuais ao comprimento estudado. Considerando as premissas dos métodos apresentados e relacionados a perfis perfurados e visando um dimensionamento favorável à segurança, a utilização de combinações de imperfeições geométricas iniciais do tipo distorcional-global (0;+D;+G) ou local-distorcional-global ( $\pm L$ ;  $\pm D$ ; -G) deve ser avaliada em perfis perfurados do sistema porta-paletes sujeitos à compressão.

## REFERÊNCIAS

ABNT. **NBR 8800**: Projeto de estruturas de aço e de estruturas mistas de aço e concreto de edifícios. Rio de Janeiro, 2008.

ABNT. **NBR 15524-2**: Sistemas de armazenagem parte 2 - diretrizes para o uso de estruturas tipo porta-paletes seletivos. Rio de Janeiro, 2007.

ABNT. **NBR 14762**: Dimensionamento de estruturas de aço constituídas por perfis formados a frio. Rio de Janeiro, 2010.

ÁDÁNY, S.; VISY, D. Global buckling of thin-walled simply supported columns: Numerical studies. **Thin-Walled Structures**, v. 54, p. 82–93, 2012.

ÁGUIA SISTEMAS. Disponível em: <https://aguiasistemas.com/produtos>. Acesso: 18 de setembro de 2020.

ÁGUIA SISTEMAS. Disponível em: <https://aguiasistemas.com/produtos>. Acesso: 18 de abril de 2022.

AISC. **ANSI/AISC 360-16: Specification for Structural Steel Buildings**. Chicago, 2016.

AISI. **AISI S100-16w/S2-20: North American Specification for the Design of Cold-Formed Steel Structural Members**. Washington, DC, 2016.

AISI. **AISI S902: Test Standard for Determining the Effective Area of Cold-Formed Steel Compression Members North American Specification for the Design of Cold-Formed Steel Structural Members**. Washington, DC, 2017.

ALMEIDA, S. J. C. de. **Análise Numérica de Perfis de Aço Formados a Frio Comprimidos Considerando Imperfeições Geométricas Iniciais**. 2007, 206f. Dissertação (Mestrado em Engenharia) – Departamento de Engenharia de Estruturas, Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo, São Paulo.

ANSYS. ANSYS® Academic Research Mechanical, Release 2020 R2, User's Guide & Theory Guide, ANSYS, Inc., Canonsburg, PA (2020)

ANSI. **MH16.1**: Specification for the Design, Testing and Utilization of Industrial Steel Storage Racks. 2019. Rack Manufacturers Institute, Charlotte, NC.

AS. **AS/NSZ 4600**: Cold-formed steel structures. Sydney, 2018.

BATHE, K. J. Finite Element Procedures. 2. ed. Watertown: KJ Bathe, 2014. 1043 p.

BEBIANO, R., CAMOTIM, D.; GONÇALVES, R. GBTul 2.0 – A Second-Generation Code for the GBT-Based Buckling and Vibration Analysis of Thin-Walled Members. **Thin-Walled Structures**, vol. 124, março de 2018, p. 235–57. Disponível em: <https://doi.org/10.1016/j.tws.2017.12.002>.

BERNUZZI, C.; MAXENTI, F. European alternatives to design perforated thin-walled cold-formed beam-columns for steel storage systems. **Journal of Constructional Steel Research**, v. 110, p. 121–136, 2015. Disponível em: <https://doi.org/10.1016/j.jcsr.2015.02.021>.

BERNUZZI, C. European and United States approaches for steel storage pallet *rack* design: Part 1: Discussions and general comparisons. **Thin-Walled Structures**, v. 97, p. 308–320, 2015. Disponível em: <https://doi.org/10.1016/j.tws.2015.08.012>.

BERNUZZI, C.; DRASKOVIC, N.; SIMONCELLI, M. European and United States approaches for steel storage pallet *rack* design. Part 2: Practical applications. **Thin-Walled Structures**, v. 97, p. 321–341, 2015. Disponível em: <https://doi.org/10.1016/j.tws.2015.08.011>.

BENINCA, M. E. **Simulação numérica de vigas alveolares mistas de aço e concreto** : modelo parametrizado de elementos finitos. 2019, 206f. Dissertação (Mestrado em Engenharia) – Programa de Pós Graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre.

CAMPOS, S. R., **Estudo Teórico-Experimental de sistemas de armazenagem industrial tipo Drive-in**. 2003, 149f. Dissertação de Mestrado. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto.

CASAFONT, M.; PASTOR M. M.; ROURE F.; BONADA J.; PEKÖZ, T. Design of Steel Storage *Rack* Columns via the Direct Strength Method. **Journal of Structural Engineering**, vol. 139, no 5, maio de 2013, p. 669–79. ASCE. Disponível em: [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)ST.1943-541X.0000620](https://doi.org/10.1061/(ASCE)ST.1943-541X.0000620).

CEN. **EN 1993-1-3: Eurocode 3: Design of steel structures - Part 1-3: General rules - Supplementary rules for cold-formed members and sheeting**. Brussels, 2006a.

CEN. **EN 1993-1-5: Eurocode 3: Design of steel structures - Part 1-5: Plated structural elements**. Brussels, 2006b.

CEN. **EN 15512: Steel Static Storage Systems - Adjustable pallet *rack* systems - Principles for structural design**. Brussels, 2009.

CEN. **EN 15512: Steel Static Storage Systems - Adjustable pallet *rack* systems - Principles for structural design**. Brussels, 2020.

CHEUNG, Y. K., THAM, L. G. Finite Strip Method. **Bautechnik**, vol. 76, no 1, janeiro, 1999, p. 106–07. Disponível em: <https://doi.org/10.1002/bate.199900610>.

DAVIES, J. M.; LEACH, P.; TAYLOR, A. The design of perforated cold-formed steel sections subject to axial load and bending. **Thin-Walled Structures**, v. 29, n. 1–4, p. 141–157, 1997. Disponível em: [https://doi.org/10.1016/s0263-8231\(97\)00024-4](https://doi.org/10.1016/s0263-8231(97)00024-4).

FARIA, V. O. de. **Análise de Estabilidade de Perfis Formados a Frio com Perfurações**. 2016, 109f, Dissertação de Mestrado - Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto.

GODLEY, M.H.R. **Storage Racking In: Design of Cold Formed Steel Members**, Cap 11, p. 361-399. Amsterdam: Ed Rhodes. Elsevier Applied Science, 1991.

GRIGOLETTI, G. de C. **Otimização via algoritmos genéticos de perfis U formados a frio submetidos à compressão utilizando o Método da Resistência Direta**. 2008, 204f. Tese (Doutorado em Engenharia) - Programa de Pós Graduação em Engenharia Mecânica, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre.

HANCOCK, G. J.; KWON, Y. B.; STEFAN BERNARD, E. Strength design curves for thin-walled sections undergoing distortional buckling. 1994. **Journal of Constructional Steel Research**, Disponível em: doi:10.1016/0143-974x(94)90009-4.

HANCOCK, G.J.; MURRAY, T.M.; ELLIFRITT, D.S. **Cold-Formed Steel Structures to the AISI Specification**. 2001, Marcell-Dekker, New York, NY.

LI, Z.; SCHAFER B. W. Buckling Analysis of Cold-formed Steel Members with General Boundary Conditions Using CUFSM Conventional and Constrained Finite Strip Methods. **International Specialty Conference on Cold-Formed Steel Structures**, novembro de 2010, Disponível em: <https://scholarsmine.mst.edu/isccss/20iccfss/20iccfss-session1/2>.

MECALUX. Best Practices, nº 3, 3º Trimestre, 2016.

MECALUX. Catálogo de Soluções de armazenagem - Porta Paletes, 2022. Disponível em: <https://mecaluxbr.cdnwm.com/catalogos-de-solucoes-de-armazenagem/porta-paletes.1.3.pdf>.

MIRANDA, S. A. de. **Análise de ligações de sistemas de armazenagem industrial tipo porta-paletes**. 2011. 79 f. Dissertação de Mestrado - Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto.

MOEN, C. D. **Direct Strength Design for Cold-Formed Steel Members With Perforations**. 2008. 551f. Tese (Doutorado em Engenharia) - Johns Hopkins University, Baltimore, MD.

MOEN, C.D. ; SCHAFER B. W. Direct Strength Design for Cold-Formed Steel Members With Holes. Final Report, American Iron and Steel Institute, Washington, DC, 2009.

MOEN, C. D.; SCHAFER B. W. Experiments on Cold-Formed Steel Columns with Holes. **Thin-Walled Structures**, vol. 46, no 10, outubro de 2008, p. 1164–82. Disponível em: <https://doi.org/10.1016/j.tws.2008.01.021>.

MOEN, C. D., B. W. SCHAFER. Direct Strength Method for Design of Cold-Formed Steel Columns with Holes. **Journal of Structural Engineering**, vol. 137, no 5, maio de 2011, p. 559–70. Disponível em: <http://ascelibrary.org/doi/10.1061/%28ASCE%29ST.1943-541X.0000310>.

NEIVA, L. H. A., SARMANHO A. M. C; FARIA V. O.; SOUZA F. T.; STARLINO J. A. B. Numerical and Experimental Analysis of Perforated *Rack* Members under Compression. **Thin-Walled Structures**, vol. 130, setembro de 2018, p. 176–93. Disponível em: <https://doi.org/10.1016/j.tws.2018.05.024>.

OLIVEIRA, A. M., **Análise Teórico-Experimental de Sistemas Estruturais de Armazenamento (*Rack*'s)**. 2000 186f. Dissertação de Mestrado, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto.

PASTOR, M. M.; CASAFONT M.; BONADA J.; ROURE F. “Imperfection Amplitudes for Nonlinear Analysis of Open Thin-Walled Steel Cross-Sections Used in *Rack* Column Uprights”. **Thin-Walled Structures**, vol. 76, março de 2014, p. 28–41. Disponível em: <https://doi.org/10.1016/j.tws.2013.10.025>.

PEKÖZ, T.; KIYMAZ G.; CASAFONT M.; PASTOR M. M.; BONADA J. Design of perforated industrial storage *rack* columns for distortional buckling. *In*: 2012, **21st International Specialty Conference on Cold-Formed Steel Structures - Recent Research and Developments in Cold-Formed Steel Design and Construction**. p. 437–454. Disponível em: <https://scholarsmine.mst.edu/cgi/viewcontent.cgi?article=1848&context=iscss>.

REN C.; WANG B.; ZAO X. Numerical Predictions of Distortional-Global Buckling Interaction of Perforated *Rack* Uprights in Compression. **Thin-Walled Structures**, vol. 136, mar.2019, p. 292–301. Disponível em: <https://doi.org/10.1016/j.tws.2018.12.010>.

RHODES, J.; MACDONALD, M. **The effects of perforation length on the behaviour of perforated elements in compression** *International Specialty Conference on Cold-Formed Steel Structures: Recent Research and Developments in Cold-Formed Steel Design and Construction.*, 1996 Disponível em: <https://scholarsmine.mst.edu/iscss/13iccfss/13iccfss-session1/4>.

SALES A. E. C. A., **Análise da aplicação do método da resistência direta a perfis formados a frio com perfurações submetidos à compressão**. 2017. 83 f. Dissertação de Mestrado (Mestrado Profissional em Construção Metálica) - Escola de Minas, Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto.

SARAWIT, A. T.; PEKOZ, T. Notional load method for industrial steel storage *racks*. 2007. **Thin-Walled Structures**, vol. 44, 2007, p. 1280–86 Disponível em: <https://doi.org/10.1016/j.tws.2007.01.003>.

SCHAFER, B.W.; ÁDÁNY S. Buckling Analysis of Cold-Formed Steel Members using CUFSM: Conventional and Constrained Finite Strip Methods. **Proceedings of the Eighteenth International Specialty Conference on Cold-Formed Steel Structures**, Orlando, FL, 2006.

SCHAFER B. W., PEKÖZ T. Computational modeling of cold-formed steel characterising geometric imperfections and residual stresses. **J Constr Steel Res.** 1998;47(3):193–210. Disponível em: [https://doi.org/10.1016/S0143-974X\(98\)00007-8](https://doi.org/10.1016/S0143-974X(98)00007-8).

SILVA, A. C. C. **Dimensionamento à flambagem distorcional via MRD de colunas metálicas perfuradas em perfil rack**. 2017, 107f, Dissertação de Mestrado - Instituto Alberto Luiz Coimbra de Pós-Graduação e Pesquisa de Engenharia, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro.

SMITH, F. H., MOEN C. D. Finite Strip Elastic Buckling Solutions for Thin-Walled Metal Columns with Perforation Patterns. **Thin-Walled Structures**, vol. 79, junho de 2014, p. 187–201. Disponível em: <https://doi.org/10.1016/j.tws.2014.02.009>.

SOUZA, F. T. de. **Análise Teórico-Experimental de Sistemas Apertados com Elementos Perfurados em Perfis Formados a Frio - Racks**. 2005, 104f, Dissertação de Mestrado - Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto.

SOUZA, F. T. de. **Análise Teórico-Experimental da Estabilidade de colunas perfuradas em Perfis de aço formados a frio de seções tipo Rack**. 2013, 209f, Tese de Doutorado - Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto.

TIMOSHENKO, S.; GERE, J. M. **Theory of elastic stability**. 2. ed., Dover ed, Dover Publications, 2009.

WEIMER, B. F. **Avaliação da influência de furos na capacidade resistente de perfis usados no sistema construtivo Light Steel Framing**. 2017, 180f. Dissertação (Mestrado em Engenharia) – Programa de Pós Graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre.

YU, Wei-Wei; LABOULE, R. A.; CHEN, Helen. **Cold-Formed Steel Design**. 5. ed. Hoboken, New Jersey: Wiley, 2020. 528 p.

ZEINODDINI V.; SCHAFER B. W. Impact of corner radius on cold-formed steel member strength. **International Specialty Conference on Cold-Formed Steel Structures**. 1, 2010 Disponível em: <https://scholarsmine.mst.edu/isccss/20iccfss/20iccfss-session1/1>.

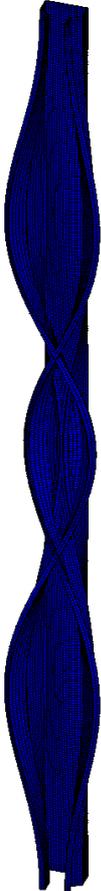
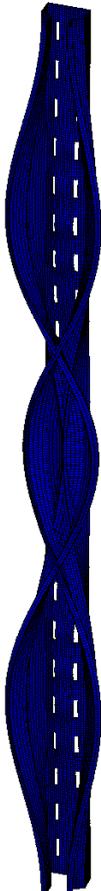
## **APÊNDICES**

## APÊNDICE A

Com o objetivo de ratificar o efeito da interação distorcional-global observada nas análises não lineares geométricas do capítulo 5, se realizou um estudo adicional para uma altura de coluna equivalente a 1840 mm. Este comprimento foi adotado pelo mesmo se encontrar fora da zona de transição entre as flambagens distorcional e global.

Os autovetores utilizados para a composição das imperfeições iniciais que estão associados com os modos de flambagem local e distorcional foram semelhantes aos encontrados no perfil de 1600 mm e estão apresentados no quadro A.1. Para o modo de instabilidade global se utilizou o mesmo procedimento apresentado no quadro 5.4.

Quadro A.1- Modos de flambagem local e distorcional - perfil 1840 mm

Perfil	Sólido		Perfurado	
Deformadas				
Carga elástica (kN)	244,545	199,194	165,726	162,092

Para o perfil de 1840 mm sem furos, foi selecionado apenas o nó 1 como representativo, o qual contém o centro da alma. A figura A.1 apresenta as curvas carga-deslocamento correspondentes. Observa-se que agrupamento das curvas ocorre de acordo com o ponderador  $G$ , ou seja, curvas com  $G > 0$  apresentam  $U_z < 0$  e curvas com  $G < 0$  apresentam  $U_z > 0$ . Destaca-se o conjunto de curvas  $(L, \pm D, +G)$ , no qual a combinação  $(0; 1,38; 3,68)$  apresenta  $P/P_{crit} = 0,70$ , que é o menor valor para esta relação, o que reforça a importância da interação entre os modos distorcional e global.

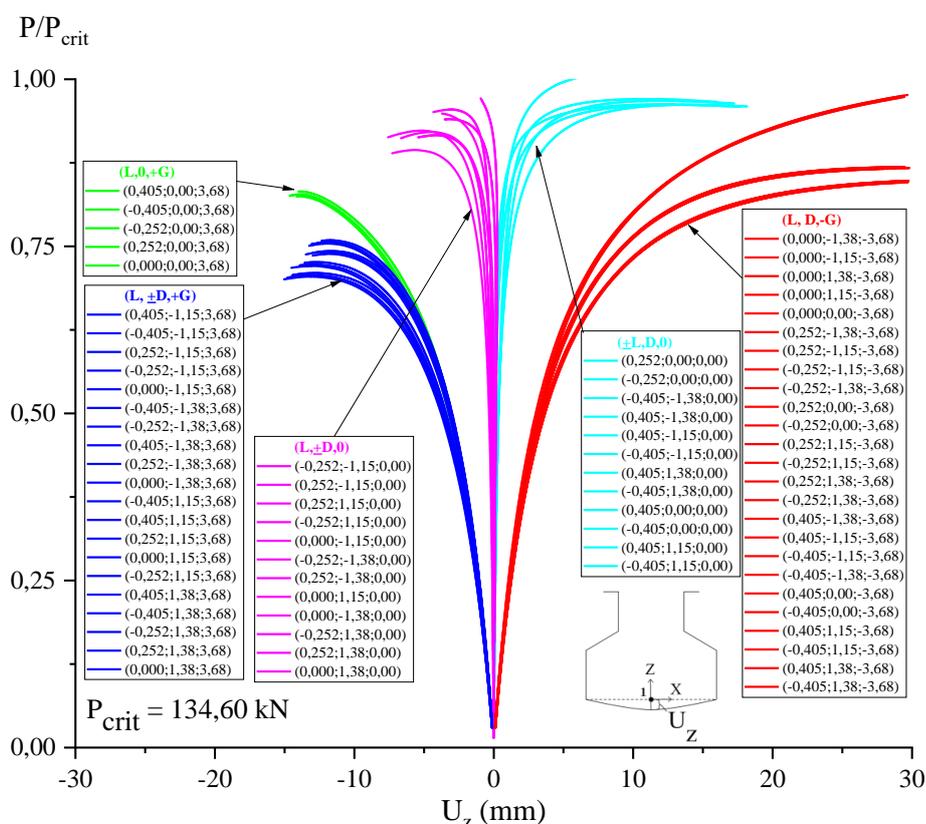


Figura A.1-  $P/P_{crit}$  X Desloc, nó 1, perfil sólido,  $L = 1840$  mm

O grupo  $(L, D, -G)$ , é caracterizado por apresentar a alma do perfil comprimida ( $G < 0$ ). A influência do modo local também se mostrou relevante, já que as curvas com  $L = \pm 0,405$  conduziram a casos com menor relação  $P/P_{crit}$  neste grupo. Já a instabilidade distorcional apresentou uma contribuição menos significativa. O que se observa é que ponderadores  $D > 0$ , relacionados a uma distorção por abertura da seção, produzem menores valores de  $P/P_{crit}$ .

Por fim, os grupos com assinatura como  $(L, \pm D, 0)$  e  $(\pm L, D, 0)$ , ambos sem o modo global ( $G = 0$ ), conduziram às maiores relações  $P/P_{crit}$ , como esperado, demonstrando que esses tipos de combinações não são adequados para gerar imperfeições iniciais para um perfil longo.

A figura A.2 apresenta as curvas carga-deslocamento para o perfil de 1840mm com furos. Nota-se uma semelhança de comportamento com o equivalente sem furos. Isso reforça que a influência dos furos em termos de carga máxima é menos significativa em comprimentos mais longos. O grupo (L,+D,+G) contém as curvas mais com menor  $P/P_{crit}$ . Novamente a combinação (0;1,38;3,68) é a mais crítica e o valor de  $P/P_{crit}$  corresponde a 0,66.

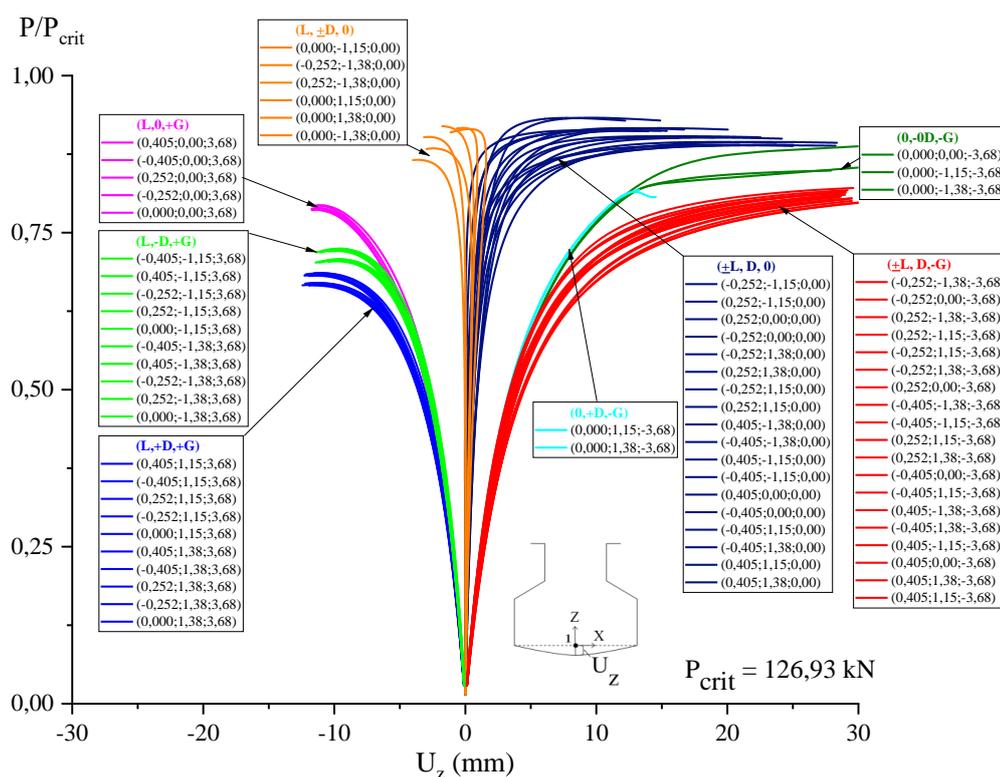


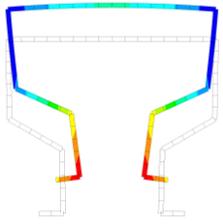
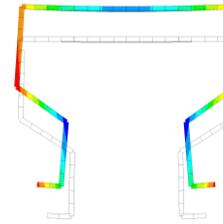
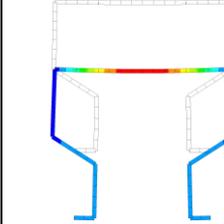
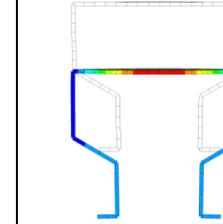
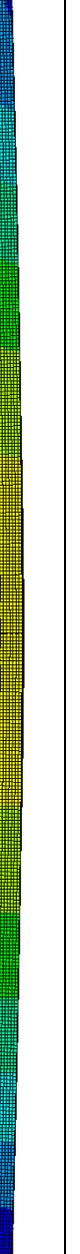
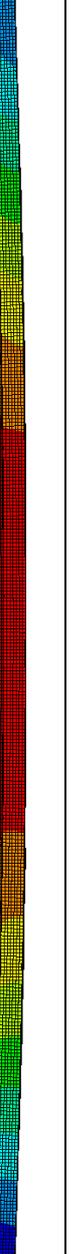
Figura A.2-  $P/P_{crit}$  X Desloc., nó 1, perfil perfurado,  $L=1840$  mm

Os grupos identificados como (L, $\pm$ D,0) e ( $\pm$ L,D,0) guardam semelhança com o comportamento observado no perfil sólido de mesmo comprimento. Como esperado as cargas  $P/P_{crit}$  apresentadas nestes grupos são mais elevadas indicando que não são combinações adequadas para perfis longos.

Quando  $U_z > 0$ , a perda de rigidez à flexão ocasionada pelos furos produziu um agrupamento levemente diferenciado. Apesar disso, o grupo ( $\pm$ L,D,-G) permanece sendo mais crítico. Neste conjunto, destaca-se a combinação (0,405;1,15;-3,68) que apresenta  $P/P_{crit} = 0,79$ .

Afim de estudar o comportamento nos pontos de falha, foram selecionados os grupos mais críticos, considerando o sinal do deslocamento  $U_z$ . Os quadros A.2 e A.3 apresentam respectivamente as deformadas correspondentes às combinações de limite superior e inferior destes conjuntos para perfil sólido e perfurado.

Quadro A.2 - Deformadas de falha perfil sem furos, L=1840 mm

Grupo	(L,+D,+G)				(L,D,-G)			
Limite	Inferior		Superior		Inferior		Superior	
Caso	(0;1,38;3,68)		(0,405;-1,15;3,68)		(-0,405;1,38;-3,68)		(0;-1,38;-3,68)	
Seção (L/2)								
Vista	Isométrica	Lateral	Isométrica	Lateral	Isométrica	Lateral	Isométrica	Lateral
Deformada de falha								

Quadro A.3 - Deformadas de falha perfil com furos, L=1840 mm

Grupo	(L,+D,+G)				( $\pm$ L,D,-G)			
Limite	Inferior		Superior		Inferior		Superior	
Caso	(0;1,38;3,68)		(0,405;1,15;3,68)		(0,405;1,15;-3,68)		(-0,252;-1,38;-3,68)	
Seção (L/2)								
Vista	Isométrica	Lateral	Isométrica	Lateral	Isométrica	Lateral	Isométrica	Lateral
Deformada de falha								

Para este comprimento as combinações do tipo distorcional-global representaram os casos com menor relação  $P/P_{crit}$ . Quando  $G=+3,68$  nota-se que a compressão nos enrijecedores de borda se soma ao efeito de fechamento da seção transversal (distorção) que também comprime esta mesma região.

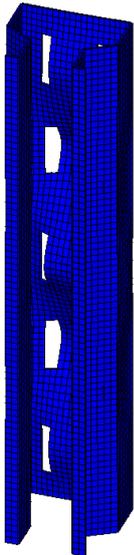
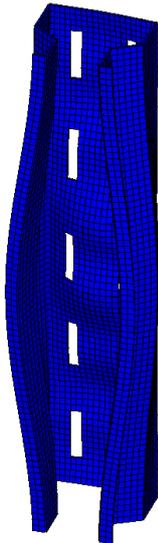
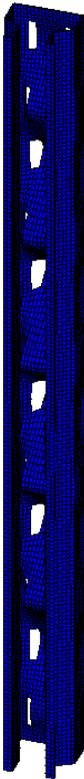
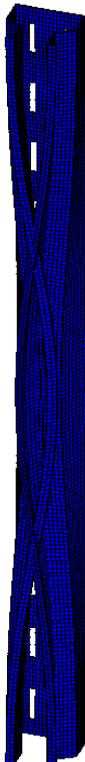
No caso das combinações com  $G=-3,68$ , o efeito do distorcional parece bastante suprimido. Esse comportamento, também identificado no perfil de 1600 mm, faz com que exista um alívio de tensão nos enrijecedores de borda, já que a tração ocasionada pela flexão equilibra a tensão de compressão gerada pela distorção de fechamento. Por outro lado, o modo local conduz às tensões de compressão que são amplificadas pelo efeito da flexão na região da alma do perfil. Este portanto acaba sendo o mecanismo de falha nestas combinações.

## APÊNDICE B

As normas adotadas para estruturas porta-paletes utilizam dimensionamento assistido por resultados de ensaios em elementos deste sistema. Neste contexto, são verificadas colunas curtas, atendendo as especificações presentes no capítulo 2, para avaliar a flambagem local. De forma complementar, a NBR 15524-2 (ABNT, 2007) e a EN 15512 (EN, 2009), recomendam um tamanho de coluna intermediário próximo a 1 m para considerar a flambagem distorcional. Neste trabalho, esses comprimentos correspondem aos perfis de 400 mm e 960 mm.

Para simular a situação de ensaio, foram selecionados visualmente autovetores representativos das flambagens local e distorcional, cujo formato fossem semelhantes aos já empregados para os comprimentos de estudo. O quadro B.1 ilustra essas deformadas, utilizadas para simular as imperfeições geométricas iniciais dos perfis do ensaio.

Quadro B.1 - Deformadas para o perfil de comprimento 400 e 960 mm

Perfil	400 mm		960 mm	
Flambagem	Local	Distorcional	Local	Distorcional
Deformadas				
Carga elástica (kN)	167,749	414,500	166,093	196,994

Cabe salientar que, no autovetor representativo da flambagem distorcional do perfil de 400 mm, é aplicado um ponderador de -1 antes do multiplicador de imperfeição distorcional. Desta forma, há uma coerência dos resultados e comportamentos de acordo com o sinal do ponderador aplicado. A imperfeição geométrica inicial do modo global é considerada tal como apresentada no quadro 5.4 para os comprimentos de perfil de 400 e 960 mm.

A fim de reproduzir de melhor reproduzir os resultados, foram considerados conjuntos de combinações representativas e mais críticas baseadas no capítulo 6 para os comprimentos de estudo. Essas combinações, apresentadas na tabela B.1 contém os resultados utilizando os modelos elasto-plástico perfeito e trilinear para o aço ASTM 572 com  $f_y=345$  MPa.

Tabela B.1– Combinações adotados para simular ensaios

Comprimento (mm)	Combinação	Carga de falha (kN) Modelo EP Perfeito	Carga de falha (kN) Modelo Trilinear
400	(0;1,38;0)	128,96	104,16
	(0;-1,38;0)	122,73	102,43
	(0,252;0;0)	121,98	104,43
	(0,252;1,15;0)	123,41	104,47
	(0;1,38;0,8)	122,41	99,89
	(0;-1,38;-0,8)	121,00	103,39
	(-0,405;-1,38;-0,8)	115,18	99,62
	(0,405;1,38;0,8)	124,13	100,61
960	(0;1,38;0)	127,14	98,39
	(0;-1,38;0)	119,76	96,20
	(0,252;0;0)	118,31	94,82
	(0,252;1,15;0)	120,75	96,78
	(0;1,38;1,92)	103,47	87,78
	(0;-1,38;-1,92)	108,97	90,08
	(-0,405;-1,38;-1,92)	102,97	86,80
	(0,405;1,38;1,92)	105,45	88,78

A NBR 15524-2 (ABNT, 2007) propõe um ajuste prévio nos resultados observados nos ensaios para considerar as diferentes espessuras e tensões de escoamento do perfil nas amostras. Para este trabalho, esta correção é desprezada, já que se admite materiais e espessuras como constantes. Neste sentido, aplica-se diretamente a correção estatística da seção 10.1.7.3 da NBR 15514-2 afim de se determinar o valor da carga característica de falha,  $V_k$ :

$$V_k = V_m - K_s \cdot s \quad (\text{B.1})$$

em que  $V_m$ , representa a média dos valores e  $s$  é o desvio padrão da amostra. O valor de  $K_s$  é apresentado na tabela 12 da seção 10 da referida norma e depende do número de amostras testadas. Para o exemplo de estudo, como foram utilizadas 8 combinações, adota-se  $K_s=2,19$ . A tabela B.2 contém os resultados encontrados pela aplicação da expressão em (B.1).

Tabela B.2– Cargas de ensaio características utilizadas

Comprimento (mm)	400		960	
	Elasto-plástico Perfeito	Trilinear	Elasto-plástico Perfeito	Trilinear
$V_m$	122,50	102,37	113,35	92,45
$s$	3,79	2,06	9,24	4,57
$K_s$	2,19			
$V_k$	114,18	97,86	93,12	82,43

Os valores obtidos para  $V_k$  também estão presentes na tabela 7.2 e são utilizados durante o dimensionamento das colunas que compõem o sistema porta-paletes.