

**UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL**

**ESCOLA DE ADMINISTRAÇÃO**

**DEPARTAMENTO DE CIÊNCIAS ADMINISTRATIVAS**

**PABLO CRISTINI GUEDES**

**Uma proposta para o problema de escalonamento de veículos sob o paradigma  
de queda de demanda**

**Porto Alegre**

**2018**

**PABLO CRISTINI GUEDES**

**Uma proposta para o problema de escalonamento de veículos sob o paradigma  
de queda de demanda**

Trabalho de conclusão de curso de graduação apresentado ao Departamento de Ciências Administrativas da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, como requisito parcial para a obtenção do grau de Bacharel em Administração.

Orientador: Denis Borenstein

**Porto Alegre**

**2018**

## AGRADECIMENTOS

Este trabalho simboliza o fim de uma jornada de muito sacrifício, preocupação, medo, alegria, conquistas, confrontos e resignação. Deus fez com que fosse necessária essa jornada para que fosse possível eu alcançar o meu sonho de se tornar professor universitário de uma federal. Essa é mais uma etapa da jornada que iniciei em 2008 lecionando pré-cálculo. Ele só é possível graças a ajuda de muitas pessoas.

Agradeço a minha família, à minha amada esposa Marina Delanni Vitória Guedes. Obrigado amor por estar ao meu lado, me incentivar sempre e fazer com que eu nunca desistisse.

Aos meus pais, Anisio Costa Guedes e Simone Teresinha Guedes, por tudo que fizeste por mim.

Ao professor Denis Borenstein que me acompanhou nessa jornada e me orientou agora em todos os níveis acadêmicos (graduação, mestrado e doutorado). Esse trabalho é fruto da nossa pesquisa em conjunto. Obrigado, principalmente, pela ajuda nos momentos em que cheguei a achar que não ia ser possível defender esse trabalho.

Aos amigos da 329, meu “lar” na EA que me auxiliaram e me acompanharam nessa jornada excêntrica que eu vivi. Aos colegas Lucas Casagrande, Guillermo Cruz, Guilherme Bucco e Leonardo Sant’Anna. E aos demais que passaram pela sala e se divertiram com a minha situação.

Aos professores do curso de Administração, Luciano Ferreira, João Luiz Becker, Denise Lindstrom Bandeira, Marcelo Brutti Righi e Takeyoshi Imasato por todo auxílio e conversas e aos demais professores que tive a oportunidade de aprender sobre a Administração.

Enfim agradeço a todos que de alguma forma contribuíram para esse trabalho.

Um Abraço!

“O sucesso é ir de fracasso em fracasso sem perder entusiasmo.”

**Winston Churchill**

## RESUMO

Este trabalho apresenta dois modelos diferentes para o problema de escalonamento de ônibus em sistemas de trânsito, considerando a perda de passageiros. Esta pesquisa é motivada pela perda considerável na demanda por transporte de ônibus no Brasil nas últimas décadas. O principal objetivo dos modelos é permitir que os operadores de trânsito ajustem a frota dada a perda de passageiros. Ao agrupar as viagens dentro de pequenos intervalos de tempo no horário, o pico de demanda das viagens agrupadas é ajustado à frota, definindo uma atribuição de menor custo para uma demanda decrescente de passageiros. Dois diferentes agrupamentos foram criados, abordagens sequenciais e combinatórias, formuladas como modelos inteiros de programação linear. Devido à complexidade da última abordagem, um algoritmo baseado em geração de colunas foi projetado. Nós os comparamos entre si e com a solução do problema tradicional de programação de veículos, usando dados reais de uma empresa de transporte no sul do Brasil e grandes instâncias geradas aleatoriamente, considerando diferentes perfis de demanda e intervalos de viagem de agrupamento aceitáveis. Os resultados dos modelos permitiram economia no escalonamento de veículos, mantendo bons níveis de serviço aos passageiros. Os modelos provaram apoiar a tomada de decisão no planejamento do transporte público, considerando diferentes cenários operacionais.

**Palavras-chave: Planejamento do Transporte Público, Redução no número de passageiros, Pesquisa Operacional, Geração de Colunas**

## **ABSTRACT**

This research work presents two different models for the bus scheduling problem in transit systems, considering loss in ridership. This research is motivated by the considerable loss in the demand for bus transport in Brazil in the last decades. The main objective of the models is to allow transit operators to adjust the fleet given loss of passengers. By grouping trips within small time intervals in the timetabling, the peak demand of the grouped trips is adjusted to the fleet, defining a lower cost assignment for a fallen demand of passengers. Two different groupings were devised, sequential and combinatorial approaches, formulated as integer linear programming models. Due to the complexity of the latter approach, a column generation based algorithm has been designed. We compared them with each other and with the solution of the traditional vehicle scheduling problem, using real world data from a transportation company in southern Brazil and large random generated instances, considering different demand profiles and acceptable grouping trip intervals. The results of models allowed savings in the vehicle scheduling, while keeping good service levels to passengers. The models proved to support decision making in the planning of public transport, considering different operational scenarios.

**Keywords: Public transport planning, Vehicle scheduling, Loss in ridership, Operations research, Column generation.**

## LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 - Evolução do índice de passageiros por quilômetro no transporte de ônibus urbano (Retirado de NTU, 2018) .....	5
Figura 2 - Agrupamento Sequencial de Viagens no VAP-SGT .....	16
Figura 3 - Agrupamento Combinatório de Viagens no VAP-CGT .....	18
Figura 4 - Definição dos intervalos $k$ e $k'$ , com $\Delta t=1$ minuto.....	21

## LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Possíveis combinações de arcos de serviço no intervalo com índice $k' = 1$ .....	21
Tabela 2 - Comparação das Soluções dos Métodos Desenvolvidos para 1000 viagens .....	26
Tabela 3 - Comparação das Soluções dos Métodos Desenvolvidos para 2000 viagens .....	27
Tabela 4 - Comparação das Soluções dos Métodos Desenvolvidos para 3000 viagens .....	28



## SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO .....	3
1.1	JUSTIFICATIVA .....	6
1.2	OBJETIVOS .....	7
1.2.1	GERAL .....	7
1.2.2	ESPECÍFICOS .....	7
2	REFERENCIAL TEÓRICO.....	7
3	METODOLOGIA .....	12
3.1	DEFINIÇÃO DO PROBLEMA .....	12
3.2	MODELAGEM .....	13
3.2.1	<i>Vehicle Assigment Problem (VAP)</i> .....	13
3.2.2	<i>Vehicle Assigment Problem com Alteração Sequencial de Horários (VAP-SGT)</i> .....	15
3.2.3	<i>Vehicle Assigment Problem com Alteração Combinatória de Horários (VAP-SGT)</i> .....	17
3.3	MÉTODO DE SOLUÇÃO .....	20
3.3.1	Problema Mestre .....	20
3.3.2	<i>Pricing</i> .....	23
4	ANÁLISE DE RESULTADOS .....	25
5	CONCLUSÕES .....	30
	REFERÊNCIAS.....	32

## 1 INTRODUÇÃO

O projeto da rede de transporte público urbano (UTNDP, do inglês *urban public transportation network design*) é atualmente um tópico muito relevante na área de transporte e operações. Uma mobilidade urbana adequada é uma condição essencial para a sustentabilidade de cidades médias a grandes em todo o mundo. O UTNDP é um problema altamente complexo (FARAHANI ET AL., 2013) que é, em geral, dividido em cinco etapas interdependentes (DESAULNIERS E HICKMAN, 2007), como segue:

- Projeto da Rede de Trânsito (TND, do inglês *Transit Network Design*);
- Definições de Frequência (FS, do inglês *Frequency Settings*);
- Definição da Tabela Horária (TNT, do inglês *Transit Network Timetabling*);
- Problema de Escalonamento de Veículos (VSP, do inglês *Vehicle Scheduling Problem*);
- Problema do Escalonamento do Motorista (DSP, do inglês *Driver Scheduling Problem*); e Problema de Definições de Jornadas dos Motoristas (DRP, do inglês, *Driver Rostering Problem*).

Este trabalho focou-se no VSP no contexto da perda significativa de demanda (passageiros) que está ocorrendo em várias cidades brasileiras e do mundo.

Os ônibus são responsáveis por 86,8% do transporte público no Brasil (OLIVEIRA ET AL., 2013). De acordo com a Associação Nacional de Transportes Urbanos (NTU), baseado em uma pesquisa de 2011, a frota de ônibus é composta de 107.000 veículos, e responsável pelo transporte de mais de 40 milhões de passageiros diariamente. A grande maioria dos 1.800 operadores do sistema de trânsito de ônibus são de propriedade privada, com um tamanho médio aproximado de 150 ônibus, e com uma média de três tipos de veículos diferentes (TECHNIBUS, 2011).

O sistema é basicamente mantido pela tarifa dos passageiros, com muitos poucos incentivos dos governos locais. Os municípios são responsáveis por definir as tarifas (preços), com base em vários fatores, incluindo custos de operador, nível de isenções, e monitorar/controlar a qualidade do sistema, principalmente em termos de frequência e condições operacionais do veículo.

Embora os números citados sejam impressionantes, o transporte público no Brasil tem sofrido uma grave crise devido a uma crescente perda de passageiros no últimas

décadas. Pesquisa realizada pelo NUT mostrou que o transporte de ônibus perdeu cerca de 37,6% dos seus passageiros pagantes no período 1994-2016. Em 2016, três milhões de pessoas por dia pararam de usar ônibus, de acordo com a mesma associação, correspondendo a toda a demanda diária transportada na cidade do Rio de Janeiro. Essa perda de demanda pode ser consequência das dificuldades do sistema de transporte público para garantir uma boa posição no mercado. O governo federal tem concedido fortes incentivos fiscais ao setor automotivo e indústrias de motocicletas. De 1990 a 2011, as vendas de carros aumentaram 150%, enquanto as motos aumentam mais de 300% (NTU, 2009).

Mais recentemente, serviços adicionais, como o compartilhamento de carona entre pares, o crescimento do mercado de aplicativos de transporte privado, ações como o aluguel de bicicletas, podem ter ocasionado essa realidade. Agravando a situação, os municípios estão encontrando dificuldades para garantir a exclusividade nas concessões de transporte público, com vários operadores clandestinos emergentes, dirigindo pequenos veículos, às vezes sem segurança, mas com extrema flexibilidade.

Ao mesmo tempo, como o sistema é quase autossustentável pelos passageiros pagantes, as tarifas aumentaram em taxas sem precedentes, devido à perda de passageiros. Como resultado, um ciclo vicioso está ocorrendo, com o sistema perdendo passageiros todos os dias, tornando-se caro e lento devido ao aumento do transporte privado. Apesar de alguns ônibus de transporte rápido (BRTs) e linhas exclusivas de ônibus de corredor foram implementadas em algumas cidades, elas são insuficientes para lidar com essa crise. A figura 1 mostra o principal índice para a produtividade no transporte público com base em ônibus, o índice de passageiros por quilômetro (IPK).

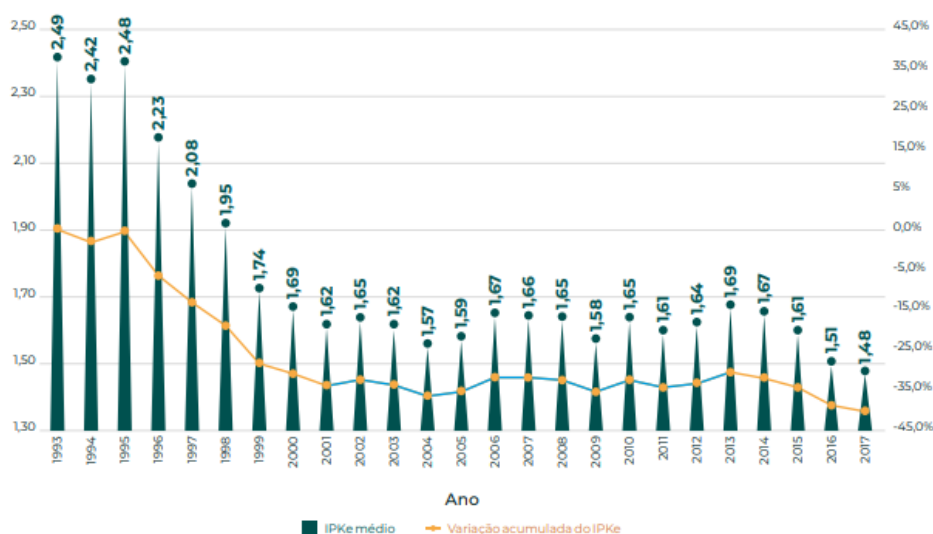


Figura 1 - Evolução do índice de passageiros por quilômetro no transporte de ônibus urbano (Retirado de NTU, 2018)

O comportamento do índice reflete claramente a crise. Várias políticas prioritárias para o transporte público estão sendo estudadas pelo governo e pela sociedade civil para melhorar a mobilidade urbana, já que o transporte público é o mais eficiente maneira de oferecer melhor qualidade de vida para as populações urbanas e para um crescimento dos espaços urbanos. No entanto, eles exigirão altos investimentos, levando muito tempo para implementar, e resolverá apenas parte de todo o problema.

Enquanto isso, os operadores de ônibus estão sofrendo desequilíbrios financeiros, já que os custos operacionais (como diesel, mão-de-obra) aumentam em uma taxa maior as tarifas devido a pressões políticas. Em várias cidades do Brasil, a operadora está parando de operar. Em 2017, quase 10% dos operadores de ônibus associado a NTU deixou de operar. Alguns outros operadores de ônibus estão reduzindo drasticamente a renovação e manutenção, tornando o sistema ainda pior. Em resumo, o sistema de transporte público está em sérios problemas no Brasil. A situação exige uma gestão urgente e melhor do sistema, em que os reguladores e operadores podem estabelecer um compromisso entre o nível de serviço e custos, dado a perda de demanda.

Comparado com o VSP clássico, o nosso problema aumenta os graus de liberdade para decisões de planejamento e, portanto, apresenta uma maior complexidade ao utilizar frota heterogênea. O escalonamento de tais informações não

é apenas intimamente ligado ao interesse econômico das empresas de ônibus, mas a qualidade da viagem dos passageiros e o trânsito de toda a cidade. Uma viagem feita por um ônibus articulado pode atender a demanda de duas viagens consecutivas feita por ônibus menores, sem danificar o nível de serviço para os passageiros.

Quando se considera heterogêneo, os agrupamentos das viagens se tornam úteis no escalonamento de veículos. Se o intervalo entre o início das viagens agrupadas é pequeno, os impactos na qualidade do serviço aos passageiros podem ser minimizados. A ideia é agrupar as viagens no horário atual (inicial) do sistema de transporte público, a fim de adaptá-lo às características dos padrões de demanda programados e novos padrões de demanda.

Desta forma, o problema de pesquisa desse trabalho consistiu em propor e avaliar novas abordagens para resolver o VSP, considerando perda de demanda.

## 1.1 JUSTIFICATIVA

Através desse estudo, espera-se identificar os impactos do modelo proposto, criando alternativas para as empresas melhorarem o serviço prestado à comunidade. Partindo da nova matriz de custos gerada pelo ambiente de queda de demanda. Espera-se que a alteração desse panorama irá: i) evitar a falência dessas empresas; ii) melhorar o serviço aos usuários e iii) permitir a redução da tarifa. A perspectiva que, a partir da melhora no serviço prestado, o cenário de queda de demanda se altere, pois gerará maior confiança no sistema público de transporte. Essa confiança no sistema gerará maior uso, melhorando os retornos aos agentes econômicos e, principalmente, a sociedade.

O modelo proposto auxiliará na tomada de decisão tanto dos consórcios quanto aos reguladores. Visto que, ele atuará no dilema custo *versus* qualidade do serviço. A população anseia por ônibus de melhor qualidade, com baixos intervalos entre viagens e a um baixo custo. Enquanto que a empresa prestadora de serviço, seja ela pública ou privada, deseja prestar o serviço de forma que seja economicamente possível.

Esse trabalho se justifica exatamente por identificar essa necessidade de auxiliar na viabilidade do modelo de transporte público atual, apresentando um modelo prescritivo para solucionar o problema encontrado. Esse modelo deverá ser

economicamente viável e sustentável. Permitindo a mudança de rumo do transporte público que se encontra em uma espiral negativa. Menor qualidade do serviço → menor demanda → menor rentabilidade → menor investimento → Menor qualidade do serviço. A nossa proposta é apresentar uma modelo parcial que mitigue o problema de escalonamento de veículos no ambiente de queda de demanda e, dessa forma, seja possível estabilizar economicamente, e com isso permitir uma melhoria no sistema como um todo, que gerará externalidades positivas aos usuários.

## 1.2 OBJETIVOS

### 1.2.1 GERAL

Propor um modelo de programação linear inteira para o problema de escalonamento de veículos com frota heterogênea efetuando ajustes na tabela horária em um contexto de queda de demanda.

### 1.2.2 ESPECÍFICOS

- Analisar a realidade atual do transporte urbano de passageiros de ônibus.
- Verificar as abordagens já propostas na literatura sobre o problema.
- Propor um modelo de programação linear inteira para o problema apresentado.
- Propor abordagens de otimização e *retiming* para o problema apresentado.
- Apresentar alternativas de decisão para os gestores públicos e privados para a solução do problema encontrado.

## 2 REFERENCIAL TEÓRICO

Embora existam algumas abordagens na literatura que podem ser utilizadas para ajustar o redimensionamento, usando deslocamentos de viagens (*trip shifting*) (DESFONTAINES E DESAULNIERS, 2018), integrando TNT com o VSP (GUIHAIRE E HAO, 2010), não abordam questões importantes relacionadas com a especificidade do nosso caso, como frota heterogênea e pico de demanda. Em resumo, pode-se

verificar uma lacuna de modelos e sistemas que promovam uma colaboração entre as autoridades locais e os operadores para promover um desenvolvimento urbano robusto e sustentável (GUIHAIRE E HAO, 2008).

A queda do número de usuários de ônibus é um problema relativamente novo. O declínio no número de passageiros tornou-se consistente desde meados dos anos 2000 em vários países americanos (WASHINGTON POST, 2018) e as cidades brasileiras (ATP, 2018). Devido a sua novidade, o problema tem recebido muito pouca atenção na literatura da UTNDP e VSP. Nesta seção, revisamos os métodos e técnicas desenvolvidos na literatura. Recomenda-se Bunte e Kliwer (2009) e Ibarra-Rojas et al. (2015) para revisões mais detalhadas do VSP e suas diversas variantes.

Alguns estudos integram o TNT e o VSP, sendo uma maneira possível de lidar com a perda de passageiros. Van den Heuvel et al. (2008) empregaram a rede tempo-espaço (do inglês, *time-space network* – TSN) para integrar a tabela horária e o escalonamento de veículos com múltiplas garagens (MDVSP), usando um procedimento sequencial baseado na combinação de programação matemática e metaheurísticas. Guihaire e Hao (2008) consideraram o problema integrado no sentido de minimizar o tempo total de espera dos passageiros nos terminais. Eles propuseram uma heurística de busca local iterada para resolver o problema. Os experimentos foram conduzidos em uma rede de tráfego urbano na França.

Ceder (2011) resolveu a frota heterogênea e a integração da tabela horária com base na *Déficit Function Theory* (DFT). O problema é formulado como um problema de rede de fluxo de custos, visando alocar a quantidade mínima de veículos para um determinado horário. Uma heurística é desenvolvida incorporando componentes da DFT e testada com dois pequenos exemplos. Recentemente, Ceder et al. (2013) desenvolveram uma metodologia multiobjetivo para criar horários de ônibus considerando vários tamanhos de veículos, com dois objetivos simultâneos: primeiro, minimizar o tempo de espera dos passageiros nas estações e, segundo minimizar o número de passageiros para cada ônibus. No entanto, o modelo só pode ser aplicado a linhas expressas, não considerando linhas interconectadas ou um conjunto de linhas.

No entanto, os estudos citados acima têm sido criticados na literatura, uma vez que realizaram a chamada integração sequencial (Ibarra-Rojas et al., 2014), na qual um subproblema é resolvido, levando-se em consideração as características do outro

subproblema. Como essa abordagem pode levar a soluções abaixo do ideal, uma integração completa, na qual os subproblemas são resolvidos simultaneamente, foi adotada por alguns pesquisadores. Guihaire e Hao (2010) expandiram seu estudo anterior (GUIHAIRE E HAO, 2008) introduzindo um objetivo adicional de minimizar o tempo de viagens vazias. A heurística proposta anteriormente também é aplicada para alterar o cronograma de acordo com a programação do veículo. Essa nova abordagem de integração completa resultou em uma redução de 17,15% no número de veículos necessários, se comparado à abordagem sequencial. No entanto, para resolver o problema integrado, esses autores consideram a frota homogênea e com capacidade ilimitada.

Petersen et al. (2013) introduziu o escalonamento simultâneo de veículos e o problema do serviço de passageiros, que busca simultaneamente otimizar os custos operacionais e a qualidade do serviço prestado aos passageiros. O problema é modelado como um modelo de programação inteira e resolvido usando metaheurísticas de busca em vizinhança. Um aplicativo para a região metropolitana de Copenhague é apresentado, onde as linhas expressas de ônibus complementam as linhas de trem. Apenas os horários das linhas de ônibus são ajustados. Embora este estudo apresente uma formulação muito interessante do problema definido, ele é focado na integração de modais distintos.

Mesa et al. (2014) apresentou uma formulação de p-mediana para o escalonamento de horários orientado ao cliente para um corredor de transporte público com problema de duas linhas, resolvendo-o usando uma técnica de *clustering*. Ibarra-Rojas e Rios-Solis (2011) analisaram o planejamento da rede de ônibus de Monterrey, no México, e propuseram uma formulação biobjetiva para resolver os problemas de maximizar o número de sincronizações de ônibus, evitando agrupamentos na rede e minimizando o número de veículos, considerando um tipo de veículo. Ibarra-Rojas e Rios-Solis (2012) aplicaram uma heurística de busca local para resolver o problema.

As instâncias geradas aleatoriamente com, aproximadamente, 200 viagens foram testadas e analisadas por um especialista em transporte, sendo consideradas de boa qualidade (quanto ao número de sincronizações). Mais recentemente, Ibarra-Rojas et al. (2014) desenvolveu uma formulação biobjetiva para a integração de horários e problemas de programação de veículos para analisar o trade-off entre os custos



operacionais e o nível de serviço dos sistemas de trânsito. Soluções foram fornecidas para instâncias inspiradas na rede de trânsito de Monterrey, no México, com até cinquenta linhas e cinco nós de sincronização.

Embora o método da solução capture os aspectos multicritério e a heterogeneidade da rede de trânsito do planejamento urbano, a capacidade dos veículos não foi considerada. Laporte et al. (2017) e Liu e Ceder (2017) integraram passageiros no problema, mas, para lidar com a complexidade, foram feitas várias suposições fortes, restringindo sua aplicação a aplicações do mundo real.

No geral, embora os estudos de pesquisa que integram o TNT e o VSP apresentem algumas ideias e metodologias interessantes, eles não podem ser aplicados diretamente ao VSP com perda de passageiros, pois consideram capacidade ilimitada dos veículos ou negligência na demanda das viagens, principais aspectos envolvidos em nosso contexto VSP. Outra maneira de abordar o problema é resolver o VSP com flexibilidade no horário de partida das viagens na grade horária. Desaulniers et al. (1998) e Hadjar e Soumis (2009) introduziram as janelas de tempo (TW) no VSP, onde um tempo de partida da viagem pode ser escolhido por um intervalo em torno de uma hora de início prescrita na grade horária. Ambos os estudos usaram a geração de colunas para resolver as formulações desenvolvidas, obtendo tempos de CPU muito grandes, mesmo para instâncias pequenas. Kliewer et al. (2006) apresentou um modelo linear inteiro aplicando TW ao MDVSP para reduzir a quantidade total de veículos programados. A inclusão do TW permite mudar algumas viagens alguns minutos para trás ou para frente, o que leva a um aumento substancial do tamanho da rede.

Em uma publicação posterior, Kliewer et al. (2012) expandiram seu trabalho anterior, integrando janelas de tempo aos problemas de escalonamento de veículos e tripulação. Devido ao tamanho da rede e à complexidade do problema, duas heurísticas foram desenvolvidas para determinar um subconjunto de viagens críticas e eliminar arcos de TW desinteressantes, reduzindo drasticamente o número de variáveis. Uma combinação de relaxamento Lagrangiano e geração de colunas foi empregada para resolver o problema integrado. Considerando as instâncias disponíveis na literatura, foram encontradas economias significativas no número de veículos.

Schmid e Ehmke (2015) apresentaram um roteamento de veículos com formulação de TW para a grade horária integrada e VSP com tempos de partida balanceados, considerando frota homogênea. Devido à complexidade da formulação, os autores desenvolveram uma estrutura metaheurística híbrida, decompondo o problema em um componente de programação e balanceamento. Os autores aplicaram sua abordagem em duas linhas com maior frequência de viagem e três linhas com menor frequência de viagem em uma rede de transporte público rural na Alemanha. Dados os altos tempos de CPU obtidos para esses pequenos problemas, não está claro se o método desenvolvido pode ser aplicado diretamente a instâncias mais genéricas do mundo real, o que pode envolver milhares de viagens e centenas de veículos.

Mais recentemente, Desfontaines e Desaulniers (2018) modelaram e resolveram o MDVSP com deslocamento de viagem, em que a qualidade geral da programação é controlada por alguns critérios, como segue: número de viagens deslocadas, o avanço entre as viagens consecutivas de uma linha, e a qualidade de algumas conexões de passageiros. Dado o grande tamanho da rede de escalonamento subjacente, os autores desenvolveram uma heurística de duas fases, onde a primeira fase encontra programações de veículos adequadas (usando uma heurística de geração de colunas), enquanto a segunda fase otimiza as programações da primeira fase para gerar uma grade horária. No entanto, a literatura de *trip shifting* reduz os custos aumentando a compatibilidade de viagens entre as viagens, independentemente do nível de demanda. Embora isso possa ser de alguma ajuda, aumentando o número de viagens em uma rota de ônibus, em cenários de perda de demanda, os recursos continuariam funcionando com baixa utilização de sua capacidade.

Neste trabalho, o VSP com queda no número de passageiros em ônibus é especificamente abordado. Para resolver o problema, desenvolveremos uma abordagem diferente, baseada no agrupamento de viagens na grade de horários, equilibrando a demanda com a heterogeneidade da frota e, ao mesmo tempo, controlando o nível de serviço oferecido aos passageiros. A abordagem permite encontrar um bom compromisso entre custos e serviço aos passageiros, considerando diferentes níveis aceitáveis de passageiros, sem um redesenho completo do sistema de trânsito (extremamente caro para os municípios).

### 3 METODOLOGIA

Esta seção tem como objetivo apresentar a metodologia utilizada no desenvolvimento do presente estudo. Para o desenvolvimento deste TCC, adotou-se a metodologia de Pesquisa Operacional baseada nas premissas de Arenales et al. (2015).

#### 3.1 DEFINIÇÃO DO PROBLEMA

Para caracterizar que o VSP abordado neste trabalho considera a frota heterogênea, rotulamos nosso problema como o problema de atribuição de veículos (VAP), em analogia com o problema de alocação de frota no processo de planejamento de linhas aéreas (Hane et al., 1995). O VAP pode ser definido da seguinte forma. Dado um conjunto de viagens de serviço com horários iniciais e demanda de passageiros conhecida, tempos de viagem conhecidos entre todos os pares de locais e conjuntos conhecidos de veículos de diferentes tipos, encontre um cronograma viável de custo mínimo na qual (i) viagens de serviço podem ser agrupadas se a demanda total é compatível com a capacidade de, pelo menos, um dos tipos de veículo, e o ajuste manterá um nível aceitável de serviço aos passageiros. Nesse agrupamento, as viagens de serviço podem ser agrupadas ou inalteradas, mas sua demanda é sempre atendida; (ii) cada viagem é atribuída a um único veículo; (iii) a capacidade de cada veículo não pode ser excedida; e (iv) cada veículo executa uma sequência compatível de viagens. Duas viagens  $i$  e  $j$  são compatíveis se puderem ser atribuídas ao mesmo veículo.

Seguindo Huisman et al. (2005), assumimos que há informações disponíveis de possíveis cenários para lidar com a suposição de que a demanda de pico é conhecida de antemão. Por exemplo, um cenário de férias provavelmente terá necessidades diferentes de um dia de trabalho regular, portanto as demandas correspondentes também serão diferentes.

## 3.2 MODELAGEM

Para atingir o propósito deste TCC o problema apresentado na seção 3.1 foi modelado utilizando uma rede tempo-espaço, conforme Kliewer et al. (2002). Cada viagem ocorre em uma rede de transporte determinada por um conjunto de nós e arestas. Cada nó representa uma posição no tempo e no espaço e está vinculado a uma viagem. Já cada arco representa um deslocamento nessa rede de transporte seja no tempo ou no espaço. A escolha pela rede tempo-espaço se deu, pois, segundo Steinzen et al. (2010), a rede tempo-espaço apresentou melhores resultados do que a rede de conexão. A escolha pelo método de geração de colunas ocorreu por se tratar de um método otimizador bastante utilizado na literatura e que de acordo com Pepin et al. (2009) apresentou bons resultados para o problema de escalonamento de veículos.

Foram desenvolvidas três abordagens distintas: VAP, VAP com Alteração Sequencial de Horários (VAP-SGT) e o VAP com Alteração de Horário Combinatória (VAP-CGT), descritos nas seções 3.2.1, 3.2.2 e 3.2.3, respectivamente.

O VAP-SGT modifica o horário assumindo um agrupamento sequencial das viagens, enquanto o VAP-CGT aplica um agrupamento combinatório das viagens. Dadas as diferentes capacidades dos veículos, os modelos (i) permitem escolher o tipo de veículo mais apropriado para cada viagem; (ii) reajustar a frota/horário após a perda de passageiros; e (iii) minimizar custos operacionais.

### 3.2.1 *Vehicle Assignment Problem (VAP)*

O VAP foi formulado baseado no trabalho de Visentini (2014), limitando que apenas um veículo realiza um arco de serviço. Essa propriedade nos permite considerar implicitamente a demanda no modelo matemático. A opção por restringir o número de veículos por viagem está de acordo com as práticas de programação aplicadas na maioria das empresas de transporte público. Baseado em uma rede tempo-espaço (TSN), o VAP pode ser formulado da seguinte forma:

$$\min \sum_{(i,j) \in A} \sum_{f \in F_{ij}} c_{ijf} x_{ijf} \quad (1)$$

s.t.

$$\sum_{f \in F_{ij}} x_{ijf} = 1 \quad \forall (i,j) \in A^{se} \quad (2)$$

$$\sum_{(i,j) \in A: \exists f \in F_{ij}} x_{ijf} - \sum_{(j,l) \in A: \exists f \in F_{jl}} x_{jlf} = 0 \quad \forall j \in N, \forall f \in F \quad (3)$$

$$x_{ijf} \in \{0, 1\} \quad \forall (i,j) \in A^{se}, \forall f \in F_{ij} \quad (4)$$

A variável de decisão  $x_{ijk}$  denota a garagem que atende o arco do ponto  $i$  até o ponto  $j$ , sendo  $i$  e  $j$  nós na rede tempo-espço. A função objetivo (1) minimiza os custos totais. A restrição (2) garante que cada tarefa é executada exatamente uma vez por um veículo. A restrição (3) é a restrição de conservação de fluxo. Finalmente, o requisito de integralidade das variáveis é fornecido por (4).

É fácil mostrar que o VAP é NP-difícil: quando a frota heterogênea é considerada, construímos uma camada de rede para cada tipo de veículo. A sobreposição de redes por tipo de veículo permite que uma viagem de serviço esteja em várias camadas e, portanto, essas camadas não podem ser resolvidas independentemente. Portanto, este modelo é equivalente ao VSP com múltiplas garagens (MDVSP, do inglês *Multi-Depot Vehicle Scheduling Problem*), considerando uma formulação de tipo de fluxo *multicommodity*. Bertossi et al. (1987) mostram que o MDVAP é NP-difícil. Embora a VAP seja difícil de resolver, exigindo um grande número de variáveis de decisão, é possível reduzir esse número aplicando os procedimentos de redução desenvolvidos por Kliewer et al. (2006) e van den Heuvel et al. (2008). Por uma questão de economia, nos referimos a esses dois artigos para uma descrição detalhada do processo de redução. Esses procedimentos reduzem o número de arcos de *deadhead* no TSN, permitindo que o modelo seja resolvido por um solver de programação linear inteira mista (MILP) para instâncias envolvendo um grande número de viagens.

### 3.2.2 *Vehicle Assignment Problem com Alteração Sequencial de Horários (VAP-SGT)*

Para agrupar as viagens no VAP-SCT, baseado em Visentini (2014), definimos intervalos sequenciais com duração de  $t$  minutos. Este intervalo de tempo é de cerca de alguns minutos para garantir a qualidade do serviço aos passageiros. O objetivo dessa abordagem é realocar a demanda de um conjunto de viagens entre diferentes tipos de veículos e, possivelmente, eliminar as viagens redundantes de serviço da grade horária. A demanda de arcos de serviço redundantes é transferida para outro arco de serviço no mesmo intervalo  $k$ . As viagens dentro de um intervalo de tempo  $k \in K$  devem ter as mesmas estações de partida e destino. Além disso, esse processo de agregação só ocorre se um tipo de veículo disponível tiver capacidade suficiente para executar a demanda agregada.

Para identificar quais viagens podem ser agrupadas dentro de cada intervalo de tempo  $k \in K$ , as viagens são consideradas em sequência, desde o horário de partida da primeira viagem de serviço do horizonte de planejamento até o horário de partida da última viagem. O algoritmo 1 descreve a rotina de geração de intervalos  $k \in K$  de um TSN. As viagens de serviço no TSN são ordenadas pelo horário de partida em cada estação. Seja o horário de partida da primeira viagem de serviço do horizonte de planejamento a partir das estações e o horário de partida da última viagem de serviço nas estações. Seja  $A_k^{se}$  o conjunto de arcos de serviço pertencentes ao intervalo  $k \in K$ . Os conjuntos  $A_k^{se}$  são mutuamente exclusivos no VAP-SGT. A Fig. 2 ilustra o processo de agrupamento das viagens no VAP-SGT com  $t = 4$  min, para a estação de partida A e a estação de chegada B.

---

**Algorithm 1** Routine for the generation of time intervals in VAP-SGT
 

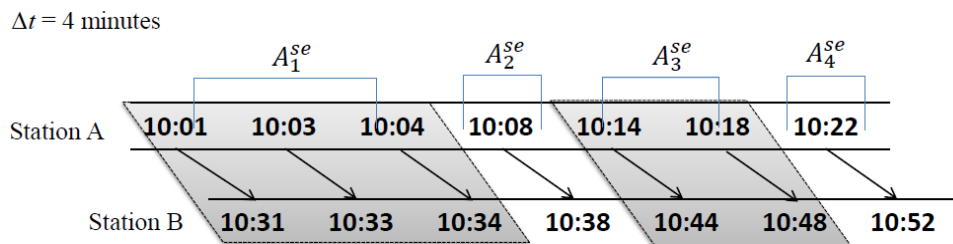
---

```

1:  $k \leftarrow 1$ 
2: for all  $s \in S$  do
3:   for all  $w \in S \setminus \{s\}$  do
4:      $A_k^{se} \leftarrow \emptyset$ 
5:      $t \leftarrow t_{0s}$ 
6:     while  $t < t_{Es}$  do
7:        $A_k^{se} \leftarrow$  all service trips in  $A^{se}$  with departure times in interval  $[t, t + \Delta t)$ , and
          $s$  and  $w$  as departure and arrival stations, respectively
8:       if  $A_k^{se} \neq \emptyset$  then
9:          $k \leftarrow k + 1$ 
10:      end if
11:       $t \leftarrow$  departure time ( $> t + \Delta t$ ) of the next service trip with  $s$  and  $w$  as
         departure and arrival stations, respectively
12:    end while
13:  end for
14: end for

```

---



**Figura 2 - Agrupamento Sequencial de Viagens no VAP-SGT**

Usando a mesma notação matemática e definições como no modelo VAP, e introduzindo parâmetros adicionais  $p_f$  como a capacidade do tipo de veículo  $f \in F$ , e  $P_k$  como a demanda total do intervalo  $k \in K$ , o VAP-SGT pode ser formulado como segue:

Model VAP-SGT:

$$\min \sum_{(i,j) \in A} \sum_{f \in F} c_{ijf} x_{ijf} \quad (5)$$

st

$$\sum_{(i,j) \in A} x_{ijf} - \sum_{(j,l) \in A} x_{jlf} = 0 \quad \forall j \in N, \forall f \in F \quad (6)$$

$$\sum_{(i,j) \in A_k^{se}} \sum_{f \in F} p_f x_{ijf} \geq P_k \quad \forall k \in K \quad (7)$$

$$\sum_{f \in F} x_{ijf} \leq 1 \quad \forall (i,j) \in A^{se} \quad (8)$$

$$x_{ijf} \in \mathbb{N} \quad \forall (i,j) \in A, \forall f \in F \quad (9)$$

A função objetivo (5) minimiza os custos totais do veículo. As restrições (6) garantem as propriedades de fluxo da rede, enquanto a restrição (7) assegura que a capacidade dos veículos que executarão as viagens de serviço no intervalo  $k$  é maior que a demanda total do intervalo. As restrições (8) garantem que todas as viagens sejam operadas exatamente uma vez para um único tipo de veículo. Restrições (8) e restrições (9) asseguram que a variável  $x_{ijf}$  é binária. O modelo VAP-SGT pode ser polinomialmente reduzido a partir do VAP, quando  $\Delta t = 0$ . Como o VAP é NP-hard, o modelo VAP-SGT também é NP-hard. Entretanto, nossos resultados computacionais revelaram que o uso do TSN com as reduções desenvolvidas por Kliwer et al. (2006), o modelo VAP-SGT pode ser resolvido para otimalidade por um poderoso solucionador de MILP.

### 3.2.3 *Vehicle Assignment Problem com Alteração Combinatória de Horários (VAP-SGT)*

A fim de ampliar o escopo do modelo VAP-SGT, um novo modelo foi elaborado, permitindo um agrupamento combinatório de viagens de serviço em um dado intervalo de tempo  $k \in K$ , rotulado como VAP-CGT. Como consequência, as viagens de serviço podem ser melhor distribuídas no horário. Neste caso, os conjuntos  $A_k^{se}$  não são mutuamente exclusivos.



Uma pequena modificação no Algoritmo 1 permite definir intervalos de tempo  $k$  e definir  $A^{se_k}$  para o VAP-CGT. É necessário substituir a linha (11) pela seguinte instrução:  $t \leftarrow$  tempo de partida da próxima viagem de serviço com  $s$  e  $w$  como estações de partida e chegada, respectivamente. Como exemplo, a Fig. 3 apresenta as combinações possíveis de viagens para intervalos de tempo -  $\Delta t = 4$  minutos no VAP-CGT. A viagem que sai às 10h04, por exemplo, pode pertencer a qualquer um dos conjuntos  $A^{se_1}$ ,  $A^{se_2}$  ou  $A^{se_3}$ . Um intervalo  $A^{se_k}$  pode ser eliminado quando está contido dentro de outro intervalo  $k^*$ , por exemplo,  $A^{se_k} \subset A^{se_{k^*}}$ ,  $k, k^* \in K$ . Intervalo  $A^{se_w}$  na Fig. 3 pode ser eliminado, pois é um subconjunto de  $A^{se_1}$ .

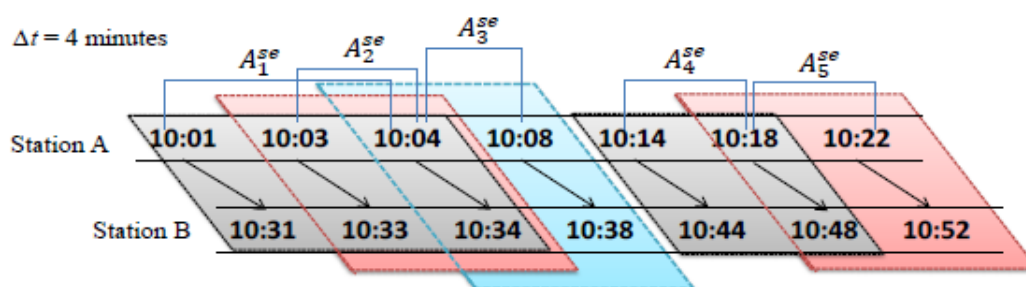


Figura 3 - Agrupamento Combinatório de Viagens no VAP-CGT

A formulação matemática do VAP-CGT adiciona duas novas variáveis. Seja  $y_{ijfk}$  uma variável de decisão binária, com  $y_{ijfk} = 1$  se o tipo de veículo  $f \in F$  for designado para trip de serviço  $(i;j) \in A^{se_k}$  e  $y_{ijfk} = 0$  caso contrário. Temos  $w_{ijfk}$  outra variável de decisão binária, com  $w_{ijfk} = 1$  se a demanda de viagem de serviço  $(i;j) \in A^{se_k}$  é satisfeita no intervalo de tempo  $k \in K$ , e  $w_{ijfk} = 0$  caso contrário.  $w_{ijfk}$  variável só é necessário quando  $|A^{se_k}| > 1$ . O VAP-CGT com uma garagem é formulado da seguinte forma:

$$\min \sum_{k \in K} \sum_{(i,j) \in A_k^{se}} \sum_{f \in F} c_{ijf} y_{ijfk} + \sum_{(i,j) \in A \setminus A_k^{se}} \sum_{f \in F} c_{ijf} x_{ijf} \quad (10)$$

s. t.

$$\sum_{k \in K} \sum_{(i,j) \in A_k^{se}} y_{ijfk} - \sum_{k \in K} \sum_{(j,l) \in A_k^{se}} y_{jlfk} + \sum_{(i,j) \in A \setminus A_k^{se}} x_{ijf} - \sum_{(j,l) \in A \setminus A_k^{se}} x_{jlf} = 0 \quad \forall j \in N, \forall f \in F \quad (11)$$

$$\sum_{(i,j) \in A_k^{se}} \sum_{f \in F} p_f y_{ijfk} \geq \sum_{(i,j) \in A_k^{se}} P_{ij} w_{ijk} \quad \forall k \in K \quad (12)$$

$$\sum_{k \in K} w_{ijk} = 1 \quad \forall (i,j) \in A^{se} \quad (13)$$

$$\sum_{f \in F} y_{ijfk} \leq w_{ijk} \quad \forall k \in K, \forall (i,j) \in A_k^{se} \quad (14)$$

$$y_{ijfk} \in \{0, 1\} \quad \forall k \in K, \forall (i,j) \in A_k^{se}, \forall f \in F \quad (15)$$

$$w_{ijk} \in \{0, 1\} \quad \forall k \in K, \forall (i,j) \in A_k^{se} \quad (16)$$

$$x_{ijf} \in \mathbb{N} \quad \forall (i,j) \in A \setminus A^{se}, \forall f \in F \quad (17)$$

A função objetiva (10) minimiza o custo total dos veículos. Restrições (11) asseguram a conservação do fluxo da rede; restrições (12) asseguram que a demanda de cada intervalo  $k \in K$  seja atendida. As restrições (13), a demanda por um arco de serviço deve compor a demanda de um, e apenas um, intervalo  $k \in K$ ; restrições (14) asseguram que a demanda de um arco de serviço é contabilizada no mesmo intervalo  $k \in K$  ao qual tal arco pertence. As restrições (13) e (14) são complementares e garantem que, se um arco de serviço for eliminado do horário, sua demanda será contabilizada no intervalo  $k \in K$  ao qual ele pertence. Restrições (15), (16) e (17) referem-se ao domínio das variáveis de decisão. O modelo VAP-SGT é um caso especial do modelo VAP-CGT, no qual define  $A^{se}_k$ ;  $k \in K$  são mutuamente exclusivos, descartando a necessidade de variáveis  $y_{ijk}$  e  $w_{ijk}$ . Como um VAP-SGT, o modelo VAP-CGT também é NP-difícil. Em experimentos computacionais preliminares, a formulação do VAP-CGT mostrou-se difícil de ser resolvida por um solver comercial de MILP para instâncias com mais de 800 trips, aplicando-se inclusive as rotinas de redução descritas por Kliewer et al. (2006) e van den Heuvel et al. (2008), devido ao número excessivo de variáveis. Para superar essa limitação, um algoritmo de geração de coluna (CG) foi desenvolvido.

### 3.3 MÉTODO DE SOLUÇÃO

Nesta seção, propomos um algoritmo de geração de colunas para resolver o modelo VAP-CGT. O modelo é decomposto em dois problemas interligados, o mestre e os problemas de precificação, descritos nas próximas duas seções, respectivamente.

#### 3.3.1 Problema Mestre

A principal dificuldade em resolver o VAP-CGT reside na forma como os intervalos são gerados, permitindo que um arco de serviço esteja em mais de um intervalo  $k \in K$ . Há uma necessidade de ampliar a definição de intervalos e considerar explicitamente na formulação do problema mestre os intervalos com arcos de serviços comuns, chamados neste documento como intervalos de interseção,  $k' \in K$ .

Para explicar a estrutura desses intervalos, a Fig. 4 ilustra uma rede com três estações, seis viagens de serviço e um único tipo de veículo com capacidade suficiente para atender à demanda de qualquer combinação (ou padrão) de viagens. Com  $\Delta t = 1$  minuto, as viagens 1, 2 e 3, com 1 min de distância uma da outra, estão sujeitas a agrupamento, sendo as viagens 1 e 2 agrupadas no intervalo  $k = 1$  e as viagens 2 e 3 em intervalo  $k = 2$ . A viagem 2 está presente em ambos os intervalos. Se apenas intervalos  $k$  fossem levados em consideração na formulação, uma sobrecarga de demanda poderia ocorrer no arco pertencente a dois intervalos diferentes, ele representaria a viagem 2 na Fig. 4. Esses intervalos se tornam parte de intervalos de interseção maiores,  $k' \in K$ . Particularmente na Fig. 4,  $k' = 1$  refere-se a um intervalo cruzado contendo intervalos  $k = 1$  e  $k = 2$ . Seria possível agrupar ambas as viagens 1 ou 3 com a viagem 2 neste intervalo de interseção.

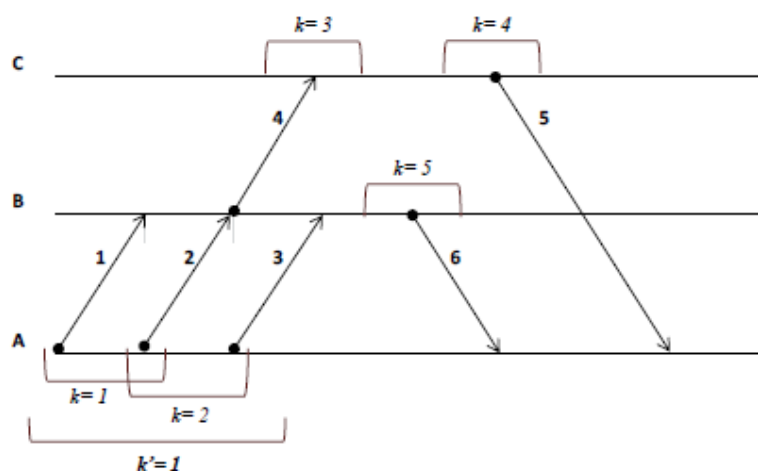


Figura 4 - Definição dos intervalos  $k$  e  $K$ , com  $\Delta t=1$  minuto

Como o problema é resolvido usando intervalos de intersecção  $k' \in K$ , definimos o conjunto  $Q_{k'}$  compreendendo todas as combinações possíveis de arcos de serviço viáveis contidos no intervalo  $k' \in K$ , e  $q$  representando a combinação de índice de arcos no intervalo  $k'$ . A Tabela 1 resume as combinações possíveis de arcos no intervalo  $k'=1$  para Fig. 4. Analisando os intervalos  $k=1$  e  $k=2$  para  $\Delta t=1$  minuto, seis combinações diferentes de arcos no intervalo  $k'=1$  são possíveis. Por exemplo, em combinação  $q=1$ , os arcos 1 e 2 são alocados no intervalo  $k=1$  e o arco 3 em  $k=2$ . Para  $q=2$ , os arcos 2 e 3 são alocados no intervalo  $k=2$ ; e para  $q=3$ , os arcos 1 e 2 são mostrados no intervalo  $k=1$ . Combinações de  $q=3$  a  $q=6$  indicam a possibilidade de agrupamento de viagens. Note que neste exemplo, há apenas um tipo de veículo; quando vários tipos são aplicados, o número de combinações aumenta substancialmente.

Tabela 1 - Possíveis combinações de arcos de serviço no intervalo com índice  $k'=1$

Arcos em $k=1$	Arcos em $k=2$	Arcos usados	$q$
1,2	3	1,2,3	1
1	2,3	1,2,3	2
1	3	1,3	3
2	3	2,3	4
1	3	1,3	5
1	2	1,2	6

Nós agora introduzimos a formulação matemática do problema principal. Seja  $A^{se_u}$  o conjunto de intervalos unitários, isto é, intervalos compostos por apenas um arco de serviço. Seja  $A' = A^{se_u} \cup A^{wait} \cup A^{dh} \cup A^{pin} \cup A^{pout}$ , o conjunto de viagens que foram ou não podem ser agregado. Novos parâmetros são necessários para formular o problema principal. Seja  $a_{ijfk'q}$ , o conjunto do parâmetro binário, com  $a_{ijfk'q} = 1$  se o arco  $(i,j) \in A^{se_{k'}}$  for atribuído a um veículo  $f \in F$  na combinação  $q \in Q_{k'}$  e  $a_{ijfk'q} = 0$  caso contrário. Defina  $P$  como penalidade para viagens agrupadas. Esse problema tem duas variáveis de decisão. A variável  $x_{ijf}$  já foi definida. Seja  $\lambda_{k'q}$  uma variável binária de decisão, com  $\lambda_{k'q} = 1$  se uma combinação de arcos  $q$  no intervalo  $k' \in K'$  for escolhida, e  $\lambda_{k'q} = 0$  caso contrário. O custo correspondente de  $\lambda_{k'q}$  é  $c_{k'q}$ , significando a soma de todos os custos dos arcos de serviço que foram efetivamente realizados na  $q$ -ésima combinação, excluindo o custo das viagens modificadas.

Com base nessas novas variáveis e parâmetros, o problema principal pode ser formulado da seguinte maneira:

$$\min \sum_{k' \in K'} \sum_{q \in Q_{k'}} (\tilde{c}_{k'q} + P) \lambda_{k'q} + \sum_{(i,j) \in A'} \sum_{f \in F} c_{ijf} x_{ijf} \quad (18)$$

s.t.

$$\sum_{(i,j) \in A} \sum_{f \in F} x_{ijf} - \sum_{(j,l) \in A} \sum_{f \in F} x_{jlf} = 0 \quad \forall j \in N \quad (19)$$

$$\sum_{f \in F: p_f \geq P_{ij}} x_{ijf} = 1 \quad \forall (i,j) \in A_u^{se} \quad (20)$$

$$x_{ijf} - \sum_{q \in Q_{k'}: (i,j) \in A_{k'}^{se}} a_{ijfk'q} \lambda_{k'q} = 0 \quad \forall (i,j) \in A^{se}, \forall f \in F \quad (21)$$

$$\sum_{q \in Q_{k'}} \lambda_{k'q} \leq 1 \quad \forall k' \in K' \quad (22)$$

$$x_{ijf} \in \{0, 1\} \quad \forall (i,j) \in A^{se}, \forall f \in F \quad (23)$$

$$\lambda_{k'q} \in \{0, 1\} \quad \forall k' \in K', \forall q \in Q_{k'} \quad (24)$$

A função objetivo (18) minimiza o custo total de programação de veículos, considerando separadamente os custos dos arcos de serviço em intervalos de interseção e os custos de todos os arcos remanescentes na rede. Restrições (19) referem-se às propriedades de fluxo da rede. Restrições (20) asseguram que todos

os arcos de serviço devem ser servidos por um único veículo. Restrições (21) indicam que um arco de serviço  $(i;j)$  pode estar em apenas uma combinação. Restrições (22) asseguram que no máximo apenas uma combinação de arcos é escolhida entre as inúmeras possibilidades no conjunto  $Q_{k'}$ . Finalmente, as restrições (23) e (24) definem o domínio das variáveis  $x_{ijf}$  e  $\lambda_{k'q}$ , respectivamente.

Dada a cardinalidade extremamente grande do conjunto  $Q_{k'}$ , torna-se impraticável enumerar todas as possíveis combinações possíveis de arcos de serviço alocadas em intervalos interseccionados. Para superar este problema, decidimos criar um RMP (Problema Mestre Restrito, do inglês *Restricted Master Problem*), que considera apenas um subconjunto de variáveis  $\lambda_{k'q}$ ,  $q \in Q'_{k'} \subset Q_{k'}$ , onde o conjunto  $Q'_{k'}$  indica as combinações de arcos no intervalo  $k'$  que podem ser incluídos na solução do problema mestre. Para acelerar o processo de solução, um relaxamento linear do RMP é resolvido em cada iteração do procedimento CG. O problema originado é denominado Problema Mestre Restrito Relaxado (PRRM), obtido a partir do relaxamento das restrições de integralidade (23) e (24). Embora não seja garantido que a solução ótima resultante do RRMP seja integral, esta solução é um limite inferior muito bom para a solução do modelo VAP-CGT.

### 3.3.2 Pricing

Seja as variáveis duais  $\pi_{ijf}$  e  $\theta_{k'}$  correspondente as restrições (21) e (22), respectivamente. O custo reduzido de cada combinação  $q \in Q_{k'}$ ,  $k' \in K'$  é

$$-\theta_{k'} + \sum_{(i,j) \in A_{k':k \in K_{k'}}^{se}} \sum_{f \in F} (c_{ijf} - \pi_{ijf}) y_{ijf}$$

Onde  $K_{k'} = \{k \in K \mid k' \text{ contém } k\}$ . O subproblema de precificação consiste em encontrar uma combinação de arcos de serviço que minimize os custos envolvidos, respeitando a demanda de cada viagem de serviço no intervalo  $k'$  e a capacidade dos veículos. Cada solução com um custo reduzido negativo no subproblema  $k' \in K'$  irá gerar uma nova coluna no problema mestre, correspondendo a uma variável  $\lambda_{k'q}$ ,

aumentando o tamanho do conjunto  $Q'_k$ . O problema de precificação pode ser formulado da seguinte forma:

$$\min -\theta_{k'} + \sum_{(i,j) \in A_{k:k \in K_{k'}}^{se}} \sum_{f \in F} (c_{ijf} - \pi_{ijf}) y_{ijfk} \quad (25)$$

s.t.

$$\sum_{(i,j) \in A_{k:k \in K_{k'}}^{se}} \sum_{f \in F} p_f y_{ijfk} \geq \sum_{(i,j) \in A_{k:k \in K_{k'}}^{se}} P_{ij} w_{ijk} \quad (26)$$

$$\sum_{k \in K_{k'}} w_{ijk} = 1 \quad \forall (i, j) \in A_{k'}^{se} \quad (27)$$

$$\sum_{f \in F} y_{ijfk} \leq w_{ijk} \quad \forall k \in K_{k'}, \forall (i, j) \in A_{k'}^{se} \quad (28)$$

$$y_{ijfk} \in \{0, 1\} \quad \forall k \in K_{k'}, \forall (i, j) \in A_{k'}^{se}, \forall f \in F \quad (29)$$

$$w_{ijk} \in \{0, 1\} \quad \forall k \in K_{k'}, \forall (i, j) \in A_{k'}^{se} \quad (30)$$

Restrições (26) - (30) subsidiam a escolha de combinações de arcos de serviço que devem ser usados nos intervalos de interseção. Tais restrições são similares àquelas no modelo VAP-CGT, considerando intervalos  $k \in K_{k'}$ , sem levar em consideração as restrições de fluxo. As restrições (19) são resolvidas no RRMP, garantindo a sinergia entre o RRMP e os problemas de precificação. Ainda, nesta formulação, as capacidades do veículo são explicitamente consideradas, garantindo que as colunas inseridas no RRMP possibilitem a alocação apropriada de veículos para cada intervalo considerado. Quando os problemas de preços são resolvidos, tentamos gerar várias colunas cada vez que os custos reduzidos são negativos. O algoritmo 2 descreve a abordagem desenvolvida do CG.

---

**Algorithm 2** Column Generation for the VAP-CGT
 

---

- Step 1 (Initial Solution).** Add to RRMP an initial set of columns  $\Omega$ , where  $a_{ijfk'0} \leftarrow 1$  if vehicle  $f$  is the one with the least capacity to support the demand of service arc  $(i, j)$ , and  $a_{ijfk'0} \leftarrow 0$  otherwise.
- Step 2 (Relaxed Restricted Master Problem).** Solve the current RRMP (18)–(24) and let  $\pi_{ijf}$  and  $\theta_{k'}$  correspond to the optimal dual variables.
- Step 3 (Pricing Subproblem).** For all  $k' \in K'$  solve a pricing subproblem with  $\pi_{ijf}$  e  $\theta_{k'}$  as dual variables, generating new columns  $\Omega'$  with negative reduced costs. If  $|\Omega'| = 0$  go to Step 5; otherwise go to Step 4.
- Step 4 (RRMP Updating).** Add new columns to RRMP:  $\Omega \leftarrow \Omega \cup \Omega'$ . Update set  $Q'_{k'}$  and binary parameters  $a_{ijfk'q}$  based on new set  $\Omega$  and go to step 2.
- Step 5 (Integer Solution).** If decision variables respect the integral condition, STOP. Otherwise, employ the heuristic strategy suggested by Furini et al. (2012). Solve model (18) – (24) with an MILP solver using the columns in  $\Omega$ .
- 

#### 4 ANÁLISE DE RESULTADOS

Para a verificação do modelo foram geradas instâncias aleatórias, visto que a literatura não possui instâncias específicas para esse problema, devido a ser recente a pesquisa. Os experimentos computacionais foram desenvolvidos para analisar o impacto da calibragem dos parâmetros e capacidade computacional do método. Os experimentos foram feitos em uma máquina Intel® Core™ i7-3632QM com 2,2 GHz, 8 GB de memória rodando em uma plataforma Linux Ubuntu 64bits. Utilizou-se o solver Cplex 12.7 e a linguagem de desenvolvimento C++.

Os primeiros experimentos computacionais visam comparar os resultados dos modelos desenvolvidos, considerando diferentes números de viagens, intervalos de agrupamento, níveis de demanda de pico e incentivos de agrupamento. Para os testes computacionais, utilizamos instâncias geradas aleatoriamente com número de viagens variando de 1000 a 3000. Consideramos 10 estações em todos os experimentos, que é um número razoável baseado em informações públicas de ônibus. Um gerador de instâncias aleatórias baseado em Guedes e Borenstein (2015) foi aplicado para possibilitar a experimentação dos modelos em instâncias com diferentes configurações. O gerador utilizou dados obtidos de empresas de transporte público no Brasil, para emular as seguintes informações: (i) a demanda máxima de





		70%	5508320	4,52	0	1	51	52	30
		100%	6426660	23,88	9	13	30	52	51
VAP-CGT	5	85%	5687920	8,69	1	11	39	51	51
		70%	5402840	4,06	0	1	50	51	51
		100%	6426510	38,44	9	13	30	52	69
VAP-CGT	7	85%	5687860	13,31	1	11	39	51	69
		70%	5402840	7,64	0	1	50	51	69
		100%	6346100	12,03	10	11	30	51	20
VAP-CG	3	85%	5402920	12,06	0	12	39	51	21
		70%	5375170	8,88	0	0	51	51	22
		100%	6070800	22,03	9	12	28	49	37
VAP-CG	5	85%	5385560	17,59	0	11	38	49	37
		70%	5153130	9,32	0	0	49	49	39
		100%	6033750	22,81	9	11	29	49	56
VAP-CG	7	85%	5368510	20,33	0	11	38	49	57
		70%	5135520	10,48	0	0	49	49	59

Tabela 3 - Comparação das Soluções dos Métodos Desenvolvidos para 2000 viagens

Instância	Método	Delta	% Demanda	Solução	Tempo	# Veículos				#TS
						A	B	C	Total	
2000	VAP	0	100%	12271000	24,86	19	15	66	100	0
			85%	10992700	10,09	0	21	79	100	0
			70%	10549500	8,29	0	0	100	100	0
	VAP-SGT	3	100%	11805600	95,83	21	16	57	94	121
			85%	10602300	71,33	3	22	69	94	121
			70%	9917320	28,75	2	3	87	92	121
	VAP-SGT	5	100%	11437100	3785,15	22	15	53	90	197
			85%	10307200	135,15	5	21	64	90	197
			70%	9506600	49,11	3	5	79	87	197
	VAP-SGT	7	100%	11226000	28883,80	22	15	51	88	249
			85%	10096700	252,74	5	21	62	88	249
			70%	9296020	75,02	3	5	77	85	249
	VAP-CG	3	100%	10505700	273,53	16	17	53	86	101

			85%	9386370	63,52	0	20	66	86	110
			70%	8966410	28,90	0	0	86	86	112
			100%	9586200	470,17	15	15	50	80	144
VAP-CG	5		85%	8561560	126,72	0	19	61	80	165
			70%	8162450	237,81	0	0	80	80	171
			100%	9066240	1000,24	15	13	49	76	170
VAP-CG	7		85%	8067180	192,78	0	19	58	77	201
			70%	7669150	256,44	0	0	77	77	209

Tabela 4 - Comparação das Soluções dos Métodos Desenvolvidos para 3000 viagens

Instância	Modelo	Delta	% Demanda	Solução	Tempo	# Veículos			Total	#TS
						A	B	C		
3000	VAP	0	100%	17131400	48,93	22	30	89	141	0
			85%	15443100	32,87	0	27	114	141	0
			70%	14873400	18,09	0	0	141	141	0
	VAP-SGT	3	100%	15972000	580,81	20	27	85	132	257
			85%	14431600	251,03	8	21	98	127	257
			70%	13651000	160,32	8	4	111	123	257
	VAP-SGT	5	100%	15381700	2994,24	20	24	83	127	396
			85%	14019500	924,19	11	21	89	121	396
			70%	13185500	214,02	8	7	103	118	396
	VAP-SGT	7	100%	-	-	-	-	-	-	-
			85%	13629500	64356,60	10	21	87	118	501
			70%	12711300	708,40	7	8	99	114	501
	VAP-CG	3	100%	13068200	1200,23	20	21	68	109	162
			85%	11620400	544,76	0	23	86	109	176
			70%	11138700	79,31	0	0	109	109	179
	VAP-CG	5	100%	11389800	5400,37	19	18	61	98	191
			85%	10025500	1200,25	0	21	77	97	219
			70%	9578020	1092,53	0	0	98	98	227
VAP-CG	7	100%	9876802	9000,00	16	19	54	89	189	
		85%	8670920	5400,30	0	20	69	89	233	

70%	8240620	3601,23	0	0	88	88	243
-----	---------	---------	---	---	----	----	-----

---

Os resultados apresentados nas Tabelas 2 a 4 indicaram economia no número de veículos e custos totais de programação, aplicando VAP-SGT e VAP-CG em comparação com os mesmos valores obtidos pelo VAP tradicional. Como esperado, os métodos desenvolvidos apresentaram melhores resultados em termos de economia de  $\Delta t$ , o número de viagens e a perda de passageiros aumentou. A combinação entre  $\Delta t$  e o nível de demanda teve um impacto significativo no tamanho e na distribuição da frota. Fixando o número de viagens e  $\Delta t$ , os níveis de demanda tiveram pouco impacto no número total de veículos, mas um efeito significativo na distribuição da frota. Ambos os modelos usaram uma estratégia de sempre usar veículos mais baratos como forma de diminuir os custos. Embora o modelo VAP-SGT sempre agrupasse mais viagens que o VAP-CG, o VAP-CG obteve soluções de menor custo para todas as instâncias e situações testadas. Parece que o VAP-CG foi capaz de realizar simultaneamente um melhor agrupamento de viagens e uso da fonte heterogênea para obter economia do que o VAP-SGT, consequência do agrupamento dinâmico do primeiro em contraste com a abordagem de “pré-processamento” dos últimos modelos. A VAP-CG também capturou melhor os diferentes níveis de demanda do que o VAP-SGT em termos de tamanho e distribuição da frota.

Todas as abordagens desenvolvidas reduziram o número necessário de veículos para atender a menores níveis de demanda em comparação com o VAP. Em média, foram obtidas reduções de cerca de 13,09% e 19,50% para o VAP-SCT e VAPCG, respectivamente. Os custos de programação seguiram as reduções no número de veículos. A redução média nas soluções finais foi de 10,97% e 20,59% para as duas abordagens, respectivamente. O VAP-SGT e o VAP-CG agruparam em média 8,07% e 7,00% das viagens originais, respectivamente. Parece que o redimensionamento da frota e o dimensionamento tiveram um papel mais relevante do que o número de viagens agrupadas na economia de custos.

O tempo de CPU para os métodos desenvolvidos é altamente dependente do tamanho do problema, do valor do  $\Delta t$  e do nível de demanda considerado. O tempo de CPU aumentou quando os valores do nível de demanda diminuíram e o  $\Delta t$  aumentou. Parece que o número de tipos de veículos possíveis que podem realizar

uma viagem acelera a convergência do CG, quando o número de viagens e  $\Delta t$  é fixo. Todos os métodos foram bastante eficientes para 1000 viagens, resolvendo todas as instâncias testadas em menos de 44s. À medida que o número de viagens aumentou, o número combinatório de combinações de arco diminuiu a eficiência dos métodos. O modelo VAP-SGT exigiu, em média, tempos de CPU de aproximadamente 17,07s, 3708,54s e 8773,70s para solucionar as instâncias com 1000, 2000 e 3000 viagens, respectivamente. O VAPCG exigiu, em média, 15,06, 294,46 e 3057,66 para resolver os mesmos casos. No entanto, o modelo VAP-SCT foi mais eficiente para instâncias com baixo nível de demanda (70%) para 2000 e 3000 viagens, e para instâncias com nível de demanda acima de 85% para 3.000 viagens. Acreditamos que este comportamento pode ser consequência da condição de parada do método heurístico aplicado para obter soluções integrais no VAP-CG. As lacunas exigidas eram muito apertadas, justificando a melhor qualidade da solução do VAP-CG em comparação com o VAP-SCT para esses casos específicos. Experiências adicionais com diferentes lacunas ou métodos integrais (como arredondamento) podem melhorar o desempenho do CG para instâncias maiores com baixo nível de demanda.

Em suma, as instâncias resolvidas com o método VAP-CG obtiveram um número consideravelmente menor de veículos e melhores soluções do que as encontradas pelos modelos VAP-SGT, com número significativamente menor de rupturas no horário inicial. O VAP-CG obteve, além da economia de veículos, um melhor aproveitamento da rede, menos espera nas estações pelos passageiros, menos viagens de deadhead e menos retornos ao depósito ao longo do dia, considerando tanto o  $\Delta t$  quanto os diferentes níveis de demanda de passageiros. Além disso, esse método exigia tempos médios de CPU melhores para resolver as instâncias testadas. No entanto, o VAP-SCT pode ser considerado como uma boa alternativa de solução para casos muito grandes que sofram perda significativa de passageiros em situações em que a eficiência é o principal critério.

## 5 CONCLUSÕES

Neste trabalho, propomos novos modelos de ILP que lidam com o problema de escalonamento de veículos com frota heterogênea, considerando uma perda significativa de demanda de passageiros. Esta pesquisa foi motivada pela significativa

perda de número de passageiros em ônibus observada no Brasil nas duas últimas décadas. Os modelos tentam agrupar as viagens que atendem às mesmas linhas, assegurando ao mesmo tempo que o nível de serviço aos passageiros seja mantido razoavelmente. Dado um intervalo de tempo que as viagens de serviço podem ser agrupadas, em geral alguns minutos, o modelo (VAP-SGT) usa uma abordagem sequencial para viagens de grupo, enquanto o modelo VAP-CGT emprega uma abordagem combinatória para viagens de serviço agregadas. utilizando diferentes tipos de veículos para atender a demanda das viagens agrupadas. Dada a complexidade da última formulação.

Desenvolvemos um algoritmo de geração de colunas (VAP-CG) para examinar o desempenho dos modelos e métodos de solução. A aplicação dos modelos VAP-SGT, VAP-CGT e VAP-CG resultou em economia no número de veículos por meio da agregação de viagens, aproveitando as diferentes capacidades e custos de uma frota heterogênea. A economia aumenta à medida que o número de viagens, o intervalo de tempo de agrupamento permitido e a perda de número de passageiros aumenta. Comparando os resultados obtidos nos experimentos computacionais, observou-se que o VAP-CG apresentou o melhor desempenho, oferecendo soluções com um melhor compromisso entre custos e qualidade do serviço, consequência do agrupamento dinâmico introduzido na abordagem do GC. Nos restantes métodos desenvolvidos, o agrupamento de viagens é pré-processado antes da solução por solucionadores comerciais de MILP. Os resultados obtidos mostram que os modelos desenvolvidos têm potencial ferramentas eficazes e eficientes para o planejamento do transporte urbano, permitindo que os gestores conduzam a análise de cenários para encontrar o melhor uso possível dos recursos, considerando os diferentes padrões de demanda. Os modelos de otimização também podem ser usados para apoiar a tomada de decisões estratégicas / táticas, como a renovação da frota para diferentes cenários de demanda.

Pesquisas futuras são direcionadas para o seguinte: (i) a expansão das capacidades de modelagem com a inclusão de restrições adicionais em nossas formulações, como a restrição do número de viagens que são remarcadas para um veículo; (ii) a integração do problema de programação da tripulação; e (iii) melhorar a eficiência do CG, como o uso de heurísticas para obter uma melhor solução inicial.

## REFERÊNCIAS

- ARENALES, M., MORABITO, R., ARMENTANO, V., & YANASSE, H. (2015). Pesquisa operacional: para cursos de engenharia. Elsevier Brasil.
- ATP (2018). Estudo da NTU revela perda diária de 3,6 milhões de passageiros no transporte público brasileiro. Disponível em: <http://www.atppoa.com.br/2018/08/09/estudo-da-ntu-revela-perda-diarica-de-36-milhoes-de-passageiros-no-transporte-publico-brasileiro/>. Acessado em: 4 out. 2018.
- BUNTE, S., KLIOWER, N. (2009). An Overview on vehicle scheduling models. *Journal of Public Transport* 1, 299-317.
- CEDER, A. (2011). Public-transport vehicle scheduling with multi vehicle type. *Transportation Research Part C: Emerging Technologies* 19, 485-497.
- CEDER, A., HASSOLD, S., DANO, B. (2013). Approaching even-load and even-headway transit timetables using different bus sizes. *Public Transport* 5, 193-217.
- DESAULNIERS, G., HICKMAN, M.D. (2007). Public transit. *Handbooks in Operations Research and Management Science* 14, 69-127.
- DESAULNIERS, G., LAVIGNE, J., SOUMIS, F. (1998). Multi-depot vehicle scheduling problems with time windows and waiting costs. *European Journal of Operational Research* 111, 479-494.
- DESFONTAINES, L., DESAULNIERS, G. (2018). Multiple depot vehicle scheduling with controlled trip shifting. *Transportation Research Part B: Methodological* 113, 34-53.
- FARAHANI, R. Z., MIANDOABCHI, E., SZETO, W. Y., & RASHIDI, H. (2013). A review of urban transportation network design problems. *European Journal of Operational Research*, 229(2), 281-302.

GUIHAIRE, V., HAO, J.K. (2008). Transit network design and scheduling: A global review. *Transportation Research Part A: Policy and Practice* 42, 1251-1273.

GUIHAIRE, V., HAO, J.K. (2010). Transit network timetabling and vehicle assignment for regulating authorities. *Computers & Industrial Engineering* 59, 16-23.

HADJAR, A., SOUMIS, F. (2009). Dynamic window reduction for the multiple depot vehicle scheduling problem with time windows. *Computers & Operations Research* 36, 2160-2172.

HANE, C., BARNHART, C., JOHNSON, E.L., MARSTEN, R.E., NEMHAUSER, G.L., SIGISMONDI, G., (1995). The fleet assignment problem: Solving a large-scale integer program. *Mathematical Programming* 70, 211-232.

IBARRA-ROJAS, O., DELGADO, F., GIESEN, R., MUÑOZ, J. (2015). Planning, operation, and control of bus transport systems: A literature review. *Transportation Research Part B: Methodological* 77, 38-75.

IBARRA-ROJAS, O., GIESEN, R., RIO-SOLIS, Y. (2014). An integrated approach for timetabling and vehicle scheduling problems to analyze the trade-off between level of service and operating costs of transit networks. *Transportation Research Part B* 70, 35-46.

IBARRA-ROJAS, O.J., RIOS-SOLIS, Y.A. (2011). Integrating synchronization bus timetabling and single-depot single-type vehicle scheduling, in: ORP3 meeting, Cádiz España, ORP3. pp. 1-4.

IBARRA-ROJAS, O.J., RIOS-SOLIS, Y.A. (2012). Synchronization of bus timetabling. *Transportation Research Part B: Methodological* 46, 599-614.

KLIEWER, N., AMBERG, B., AMBERG, B. (2012). Multiple depot vehicle and crew scheduling with time windows for scheduled trips. *Public Transport* 3, 213-244.



KLIEWER, N., BUNTE, S., SUHL, L. (2006a). Time windows for scheduled trips in multiple depot vehicle scheduling, in: Proceedings of the 11th EURO Working Group on Transportation, Technical University of Bari, Bari, Italy. pp. 340-346.

KLIEWER, N., MELLOULI, T., SUHL, L. (2002). A new-solution model for multidepot multi-vehicle-typ vehicle scheduling in (sub)urban public transport, in: 13th Mini-EURO Conference and the 9th meeting of the EURO working group on transportation, Technical University of Bari, Bari, Italy. pp. 604-609.

LAPORTE, G., ORTEGA, F.A., POZO, M.A., PUERTO, J. (2017). Multi-objective integration of timetables, vehicle schedules and user routings in a transit network. *Transportation Research Part B: Methodological* 98, 94-112.

LIU, T., CEDER, A.A. (2017). Integrated public transport timetable synchronization and vehicle scheduling with demand assignment: A bi-objective bi-level model using deficit function approach. *Transportation Research Procedia* 23, 341-361.

MESA, J., ORTEGA, F., POZO, M. (2014). Locating optimal timetables and vehicle schedules in a transit line. *Annals of Operations Research* 222, 439-455.

NTU (2009). Anuário 2017-2018. Associação Nacional dos Transportes Urbanos.

OLIVEIRA, A., FREITAS, M., OZORIO, A., FARIA, R., OLIVEIRA, F., DANTAS, A. (2013). Panorama da mobilidade urbana: diagnóstico e propostas para o transporte público por ônibus, in: Proceedings of the XIX Brazilian Congress in Transport and Traffic. Brasília, D.F., Brasil.

PEPIN, A., DESAULNIERS, G., HERTZ, A., HUISMAN, D. (2009). A comparison of five heuristics for the multiple depot vehicle scheduling problem. *Journal of Scheduling*, 12(1), 17–30.

SCHMID, V., EHMKE, J.F. (2015). Integrated timetabling and vehicle scheduling with balanced departure times. *OR Spectrum* 37, 903-928.

STEINZEN, I., GINTNER, V., SUHL, L., KLIEWER, N. (2010). A time-space network approach for the integrated vehicle- and crew-scheduling problem with multiple depots. *Transportation Science*, 44(3), 367–382.

TECHNIBUS (2011). Como as cidades se preparam para a copa. *Revista Technibus* 93, 90-115.

VAN DEN HEUVEL, A.P.R., VAN DEN AKKER, J.M., VAN KOOTEN NIEKERK, M.E. (2008). Integrating timetabling and vehicle scheduling in public bus transportation. Technical Report February. Department of Information and Computing Sciences, Utrecht University. The Netherlands.

VISENTINI, M. S. (2014). Novas abordagens para a resolução integrada dos problemas de geração da tabela de horários e de escalonamento de veículos com frota heterogênea. **Tese de Doutorado**. UFRGS

WASHINGTON POST (2018). Falling transit ridership poses an ‘emergency’ for cities, experts fear. Disponível em: [https://www.washingtonpost.com/local/trafficandcommuting/falling-transit-ridership-poses-an-emergency-for-cities-experts-fear/2018/03/20/ffb67c28-2865-11e8-874b-d517e912f125\\_story.html](https://www.washingtonpost.com/local/trafficandcommuting/falling-transit-ridership-poses-an-emergency-for-cities-experts-fear/2018/03/20/ffb67c28-2865-11e8-874b-d517e912f125_story.html). Acesso em: 14 out. 2018.