

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL  
ESCOLA DE ENGENHARIA  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

**LUAN GARCIA RODRIGUES**

**ESTUDO E METODOLOGIA PARA  
MEDIÇÃO DA RESISTÊNCIA DE  
ATERRAMENTO CONSIDERANDO  
ESPAÇAMENTOS REDUZIDOS E  
SOLOS NÃO HOMOGÊNEOS**

Porto Alegre  
2022

**LUAN GARCIA RODRIGUES**

**ESTUDO E METODOLOGIA PARA  
MEDIÇÃO DA RESISTÊNCIA DE  
ATERRAMENTO CONSIDERANDO  
ESPAÇAMENTOS REDUZIDOS E  
SOLOS NÃO HOMOGÊNEOS**

Dissertação de mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal do Rio Grande do Sul como parte dos requisitos para a obtenção do título de Mestre em Engenharia Elétrica.  
Área de concentração: Energia

**ORIENTADOR: Prof. Dr. Daniel da Silva Gazzana**

Porto Alegre  
2022

**LUAN GARCIA RODRIGUES**

**ESTUDO E METODOLOGIA PARA  
MEDIÇÃO DA RESISTÊNCIA DE  
ATERRAMENTO CONSIDERANDO  
ESPAÇAMENTOS REDUZIDOS E  
SOLOS NÃO HOMOGÊNEOS**

Esta dissertação foi julgada adequada para a obtenção do título de Mestre em Engenharia Elétrica e aprovada em sua forma final pelo Orientador e pela Banca Examinadora.

Orientador: \_\_\_\_\_

Prof. Dr. Daniel da Silva Gazzana, UFRGS

Doutor pela Universidade Federal do Rio Grande do Sul –  
Porto Alegre, Brasil

Banca Examinadora:

Prof. Dr. Alexandre Piantini, USP – São Paulo

Doutor pela Universidade de São Paulo – São Paulo, Brasil

Prof. Dr. Vilson Luiz Coelho, SATC - Criciúma

Doutor pela Universidade Federal de Santa Catarina – Florianópolis, Brasil

Prof. Dr. Roberto Chouhy Leborgne, UFRGS – Porto Alegre

Doutor pela Chalmers University of Technology – Gothenburg, Suécia

Coordenador do PPGEE: \_\_\_\_\_

Prof. Dr. Sérgio Haffner

Porto Alegre, março de 2022.

## **DEDICATÓRIA**

Dedico este trabalho à minha mãe Marivone Garcia Rodrigues (*in memoriam*), ao meu pai José Carlos Freitas Rodrigues e ao meu irmão Carlos Roberto Garcia Rodrigues, por todo amor e companheirismo. Sem vocês eu não seria nada.

## **AGRADECIMENTOS**

Agradeço ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, PPGEE, pela oportunidade de realização de trabalhos em minha área de pesquisa.

À CAPES, pela provisão da bolsa de mestrado.

Ao professor Daniel da Silva Gazzana, não só pela orientação, mas por toda ajuda prestada ao longo do trabalho.

Ao professor Marcos Telló, pela orientação extraoficial e pela contribuição sobre o trabalho realizado.

Aos demais professores que contribuíram com minha formação durante esse período e à Miriam Rosek, pelo trabalho realizado junto ao PPGEE.

Aos colegas do PPGEE, pelo auxílio e pela parceria durante as atividades desenvolvidas no curso.

E agradeço a todos os meus amigos que se fizeram presentes nesse período tão difícil e que, certamente, tornaram a vida mais fácil.

## RESUMO

Este trabalho apresenta um modelo matemático aplicado junto a um modelo de otimização para resolver o problema da estimativa da resistência de aterramento em áreas de espaçamento reduzido e solos não homogêneos. Dentro do contexto de medições com espaçamentos reduzidos, a topologia do solo exerce um papel relevante na interpretação dos dados obtidos experimentalmente, pois conforme o solo é modelado, a resistência própria da malha e as resistências mútuas dos dispositivos de medição se modificam ao longo do espaço de busca. A função objetivo do modelo de otimização é a minimização do erro absoluto percentual médio entre os dados de medição experimental e os respectivos dados obtidos por meio do modelo matemático proposto. Neste trabalho, o modelo apresentado é aplicado a quatro diferentes malhas inseridas em diferentes composições de solo junto as suas medições experimentais. Os resultados numéricos obtidos evidenciam a relevância da consideração do modelo do solo não homogêneo dentro do problema de estimativa da resistência de aterramento em espaçamentos reduzidos.

**Palavras-chave:** Sistemas de Aterramento Elétrico, Medições em Baixa Frequência, Modelos de Solo Não Homogêneos, Medições em Espaçamentos Reduzidos.

## **ABSTRACT**

This work presents a mathematical model applied with an optimization model to solve the earthing resistance estimation problem in reduced spacing areas and non-homogeneous soils. Within the context of measurements with reduced spacing, the topology of the soil plays a relevant role in the interpretation of the data obtained experimentally, because as the soil is modelled, the grid resistance and the mutual resistances of the measuring devices change throughout the search space. The objective function of the optimization model is the minimization of the mean percentage absolute error between the experimental measurement data and the respective data obtained through the proposed mathematical model. In this work, the model presented is applied to four different meshes inserted in different soil compositions together with their experimental measurements. The numerical results obtained show the relevance of considering the inhomogeneous soil model within the problem of estimating the earthing resistance in reduced spacing.

**Keywords: Grounding Systems, Low Frequency Measurements, Non-homogeneous soils, Short distance measurements.**

## LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura nº 1 -	Posicionamento dos equipamentos de medição no MQP . . . .	21
Figura nº 2 -	MQP sem influência de acoplamento entre os eletrodos de medição . . . . .	22
Figura nº 3 -	MQP com influência de acoplamento entre os eletrodos de medição . . . . .	22
Figura nº 4 -	Vista plana da medição MQP sobre a mesma linha . . . . .	23
Figura nº 5 -	Efeito do acoplamento dos condutores . . . . .	23
Figura nº 6 -	Medição da resistividade do solo pelo método de Wenner em função do tempo e da chuva . . . . .	25
Figura nº 7 -	Resistência de aterramento em função do tempo e da chuva . .	25
Figura nº 8 -	Aterramento de subestação conectada ao sistema elétrico . . .	26
Figura nº 9 -	Medição de resistência de aterramento com estruturas metálicas enterradas na região de medição . . . . .	27
Figura nº 10 -	Passos da metodologia de análise da malha de aterramento . .	28
Figura nº 11 -	Aproximação semiesférica da corrente de dispersão . . . . .	32
Figura nº 12 -	Semiesfera em solo estratificado em duas camadas horizontais	33
Figura nº 13 -	Malha de aterramento sem retículas horizontais . . . . .	35
Figura nº 14 -	Malha de aterramento reticulada . . . . .	36
Figura nº 15 -	Fluxograma de execução do algoritmo de otimização . . . . .	40
Figura nº 16 -	Esquemático do algoritmo de otimização por enxame de partículas . . . . .	42
Figura nº 17 -	Geometria da Malha de Morais (2021) . . . . .	45
Figura nº 18 -	Geometria da Malha UFSC/GEMCO . . . . .	48
Figura nº 19 -	Geometria da Malha UFSC/GEMCO . . . . .	49
Figura nº 20 -	Posicionamento do eletrodo de potencial em solo estratificado em duas camadas horizontais . . . . .	51
Figura nº 21 -	Valor da função objetivo obtido para o Caso 1 . . . . .	54
Figura nº 22 -	Valores obtidos pelo modelo matemático versus o valor obtido experimental para o Caso 1 . . . . .	54
Figura nº 23 -	Valor da função objetivo obtido para o Caso 2 . . . . .	56
Figura nº 24 -	Valores obtidos pelo modelo matemático versus o valor obtido experimental para o Caso 2 . . . . .	56
Figura nº 25 -	Valores da função objetivo obtido para o Caso 3 . . . . .	58
Figura nº 26 -	Valores obtidos pelo modelo matemático versus o valor obtido experimental para o Caso 3 com eletrodo de corrente a 0,75 vezes a maior diagonal da malha de aterramento . . . . .	59

Figura nº 27 -	Valores obtidos pelo modelo matemático versus o valor obtido experimental para o Caso 3 com eletrodo de corrente a 5 vezes a maior diagonal da malha de aterramento . . . . .	59
Figura nº 28 -	Valores da função objetivo obtido para o Caso 4 . . . . .	60
Figura nº 29 -	Valores obtidos pelo modelo matemático versus o valor obtido experimental para o Caso 4 com eletrodo de corrente à 0,75 vezes a maior diagonal da malha de aterramento . . . . .	61
Figura nº 30 -	Valores obtidos pelo modelo matemático versus o valor obtido experimental para o Caso 4 com eletrodo de corrente à 5 vezes a maior diagonal da malha de aterramento . . . . .	61

## LISTA DE TABELAS

Tabela nº 1 -	Dimensão da malha de aterramento . . . . .	36
Tabela nº 2 -	Configuração do solo . . . . .	37
Tabela nº 3 -	Resultados obtidos com a formulação matemática e com o CDEGS - Parte 1 . . . . .	37
Tabela nº 4 -	Resultados obtidos com a formulação matemática e com o CDEGS - Parte 2 . . . . .	38
Tabela nº 5 -	Solo estratificado por Morais (2021) . . . . .	45
Tabela nº 6 -	Valores de resistência obtidos por Morais (2021) . . . . .	46
Tabela nº 7 -	Solo estratificado por Costa (2016) . . . . .	46
Tabela nº 8 -	Valores de resistência obtidos por Costa (2016) . . . . .	47
Tabela nº 9 -	Solo estratificado por Schmoeller (2018) . . . . .	48
Tabela nº 10 -	Valores de resistência obtidos por Schmoeller (2018) . . . . .	49
Tabela nº 11 -	Valores de resistência obtidos por Schmoeller (2018) . . . . .	50
Tabela nº 12 -	Comparação no projeto das malhas de aterramento . . . . .	52
Tabela nº 13 -	Comparação no projeto das malhas de aterramento . . . . .	53
Tabela nº 14 -	Modelo de solo encontrado para cada restrição do Caso 1 . . . . .	55
Tabela nº 15 -	Valores de resistência e o respectivo desvio em relação ao resultado da referência para cada restrição do Caso 1 . . . . .	55
Tabela nº 16 -	Modelo de solo encontrado para cada restrição do Caso 2 . . . . .	57
Tabela nº 17 -	Valores de resistência e o respectivo desvio em relação ao resultado da referência para cada restrição do Caso 2 . . . . .	57
Tabela nº 18 -	Valores de resistência e o respectivo desvio em relação ao valor corrigido para cada restrição do Caso 2 . . . . .	57
Tabela nº 19 -	Modelo de solo obtido para R4 com as medições para o eletrodo de corrente distante 5 vezes a maior diagonal . . . . .	58
Tabela nº 20 -	Tabela comparativa entre o resultado obtido pela referência e os resultados obtidos pelo autor para todos os espaçamentos . . . . .	60
Tabela nº 21 -	Tabela comparativa entre o resultado obtido pela referência e os resultados obtidos pelo autor para todos os espaçamentos . . . . .	62
Tabela nº 22 -	Resultados Obtidos no Caso 1 . . . . .	68
Tabela nº 23 -	Resultados Obtidos no Caso 2 . . . . .	69
Tabela nº 24 -	Resultados Obtidos no Caso 3 - $d_c = 0,75 \times$ Diagonal . . . . .	70
Tabela nº 25 -	Resultados Obtidos no Caso 3 - $d_c = 1 \times$ Diagonal . . . . .	71
Tabela nº 26 -	Resultados Obtidos no Caso 3 - $d_c = 2 \times$ Diagonal . . . . .	71
Tabela nº 27 -	Resultados Obtidos no Caso 3 - $d_c = 3 \times$ Diagonal . . . . .	72
Tabela nº 28 -	Resultados Obtidos no Caso 3 - $d_c = 4 \times$ Diagonal . . . . .	72
Tabela nº 29 -	Resultados Obtidos no Caso 3 - $d_c = 5 \times$ Diagonal . . . . .	73

Tabela nº 30 -	Resultados Obtidos no Caso 4 - $d_c = 0,75$ x Diagonal . . . . .	74
Tabela nº 31 -	Resultados Obtidos no Caso 4 - $d_c = 1$ x Diagonal . . . . .	75
Tabela nº 32 -	Resultados Obtidos no Caso 4 - $d_c = 2$ x Diagonal . . . . .	75
Tabela nº 33 -	Resultados Obtidos no Caso 4 - $d_c = 3$ x Diagonal . . . . .	76
Tabela nº 34 -	Resultados Obtidos no Caso 4 - $d_c = 4$ x Diagonal . . . . .	76
Tabela nº 35 -	Resultados Obtidos no Caso 4 - $d_c = 5$ x Diagonal . . . . .	77

## LISTA DE ABREVIATURAS

ABNT	Associação Brasileira de Normas Técnicas
CDEGS	<i>Current Distribution, Electromagnetic Fields, Grounding and Soil Structure Analysis</i>
CEM	Compatibilidade Eletromagnética
EAPM	Erro Absoluto Percentual Médio
FOPM	<i>Fall of Potential Method</i>
IEEE	<i>Institute of Electrical and Electronics Engineers</i>
MMQ	Método dos Mínimos Quadrados
MQP	Método da Queda de Potencial
NBR	Norma Brasileira
PRED	<i>Polynomial Regression from Database Method</i>
SE	Subestação de Energia
STD	<i>Standard</i>

## LISTA DE SÍMBOLOS

$A$	Comprimento lateral do condutor ( $m$ )
$B$	Comprimento lateral do condutor ( $m$ )
$C$	Profundidade da malha enterrada em relação ao solo ( $m$ )
$D$	Comprimento das hastes da malha ( $m$ )
$d_p$	Distância do eletrodo de potencial em relação a malha ( $m$ )
$d_c$	Distância do eletrodo de corrente em relação a malha ( $m$ )
$E$	Campo elétrico ( $\frac{V}{m}$ )
$F$	Valor da maior diagonal da malha de aterramento ( $m$ )
$K$	Coefficiente de reflexão entre a primeira e segunda camada do solo
$J$	Densidade de corrente ( $\frac{A}{m^2}$ )
$J_1$	Densidade de corrente na primeira camada ( $\frac{A}{m^2}$ )
$J_2$	Densidade de corrente na segunda camada ( $\frac{A}{m^2}$ )
$h_1$	Espessura da primeira camada ( $m$ )
$h_{1MIN}$	Espessura mínima da primeira camada ( $m$ )
$h_{1MAX}$	Espessura máxima da primeira camada ( $m$ )
$n$	Número de imagens
$N$	Número de medições
$r$	Raio da semiesfera equivalente ( $m$ )
$R$	Resistência elétrica ( $\Omega$ )
$R_{calc}$	Resistência calculada ( $\Omega$ )
$R_{med}$	Resistência medida ( $\Omega$ )
$R_{EQ}$	Resistência equivalente da malha de aterramento ( $\Omega$ )
$R_G$	Resistência da semiesfera ( $\Omega$ )
$R_{GP}$	Resistência mútua entre a malha de aterramento e o eletrodo de potencial ( $\Omega$ )
$R_{GC}$	Resistência mútua entre a malha de aterramento e o eletrodo de corrente ( $\Omega$ )

$R_{CP}$	Resistência mútua entre o eletrodo de potencial e o eletrodo de corrente ( $\Omega$ )
$S$	Área total ocupada pela semiesfera ( $m^2$ )
$S_1$	Área ocupada pela semiesfera na primeira camada do solo ( $m^2$ )
$S_2$	Área ocupada pela semiesfera na segunda camada do solo ( $m^2$ )
$V$	Potencial elétrico ( $V$ )
$V_{r_{eletrodo}}$	Potencial elétrico na extremidade da semiesfera ( $V$ )
$V_{r_x}$	Potencial elétrico a uma distância qualquer ( $V$ )
$x$	Distância em relação a um ponto de referência ( $m$ )
$X$	Comprimento da malha no eixo X ( $m$ )
$X_i$	Espaço entre condutores no eixo X ( $m$ )
$Y$	Comprimento da malha no eixo Y ( $m$ )
$Y_i$	Espaço entre condutores no eixo Y ( $m$ )
$Z$	Comprimento das hastes verticais no eixo Z ( $m$ )
$Z_{EQ}$	Impedância equivalente da malha de aterramento ( $\Omega$ )
$Z_G$	Impedância da malha de aterramento ( $\Omega$ )
$\rho_a$	Resistividade aparente ( $\Omega.m$ )
$\rho_1$	Resistividade da primeira camada ( $\Omega.m$ )
$\rho_{1_{MIN}}$	Resistividade mínima da primeira camada ( $\Omega.m$ )
$\rho_{1_{MAX}}$	Resistividade máxima da primeira camada ( $\Omega.m$ )
$\rho_2$	Resistividade da segunda camada ( $\Omega.m$ )
$\rho_{2_{MIN}}$	Resistividade mínima da segunda camada ( $\Omega.m$ )
$\rho_{2_{MAX}}$	Resistividade máxima da segunda camada ( $\Omega.m$ )
$\beta$	Resistência equivalente entre a malha e a resistência mútua do eletrodo de corrente ( $\Omega$ )
$\varphi$	Constante relacionada a resistividade do solo ( $\Omega$ )
$\Delta V$	Diferença de potencial entre dois pontos ( $V$ )

# SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO</b>	16
1.1	Justificativa	17
1.2	Objetivos	18
1.3	Estrutura do Trabalho	18
<b>2</b>	<b>REVISÃO BIBLIOGRÁFICA</b>	20
2.1	Método da Queda de Potencial (MQP)	20
2.1.1	Efeitos dos dispositivos de medição sobre a própria medição	21
2.1.2	Efeitos do solo sobre a medição	24
2.1.3	Outros efeitos que podem ser considerados sobre a medição	26
2.2	Modelos Matemáticos para solução do Método da Queda de Potencial	27
2.2.1	Modelo matemático baseado em medições de campo	28
2.3	Considerações finais do capítulo 2	29
<b>3</b>	<b>METODOLOGIA</b>	31
3.1	Fundamentos Básicos	31
3.2	Avaliação numérica das expressões analíticas	35
3.3	Modelo de Otimização	38
3.4	Método de Otimização	39
3.4.1	Pré-Inicialização e Inicialização do algoritmo de otimização	40
3.4.2	Geração da população inicial	41
3.4.3	Avaliação das partículas	41
3.4.4	Interação das partículas	41
3.4.5	Critério de parada	42
3.5	Considerações finais do capítulo 3	42
<b>4</b>	<b>ESTUDO DE CASO E RESULTADOS</b>	44
4.1	Descrição dos sistemas de aterramento	44
4.1.1	Estudo de Caso 1	45
4.1.2	Estudo de Caso 2	46
4.1.3	Estudo de Caso 3	47
4.1.4	Estudo de Caso 4	49
4.2	Discussões Preliminares sobre os Estudos de Caso	50
4.3	Resultados	52
4.3.1	Avaliação do projeto dos estudos de caso x CDEGS	52
4.3.2	Avaliação dos resultados obtidos pela metodologia proposta	52
4.4	Considerações finais do capítulo 4	62

<b>5 CONCLUSÃO</b> . . . . .	63
<b>5.1 Trabalhos Futuros</b> . . . . .	63
<b>REFERÊNCIAS</b> . . . . .	65
<b>APÊNDICE A RESULTADOS OBTIDOS NO CASO 1</b> . . . . .	68
<b>APÊNDICE B RESULTADOS OBTIDOS NO CASO 2</b> . . . . .	69
<b>APÊNDICE C RESULTADOS OBTIDOS NO CASO 3</b> . . . . .	70
<b>APÊNDICE D RESULTADOS OBTIDOS NO CASO 4</b> . . . . .	74

# 1 INTRODUÇÃO

Um sistema de aterramento elétrico consiste na interligação de partes metálicas de dispositivos elétricos à terra com a finalidade de fornecer caminhos para dispersão da corrente de falta e descargas atmosféricas, além de atuar como um ponto de referência de potencial zero para garantir a operação segura do sistema de energia elétrica, equipamentos e operadores (HE; ZENG; ZHANG, 2012). Dentro de uma filosofia de compatibilidade eletromagnética (CEM), para um bom desempenho desse sistema, é necessário conhecer, sobretudo, as características e a configuração geométrica dos eletrodos que o compõem, os dispositivos enterrados, assim como a estrutura do solo presente no local (TELLÓ, 2007). Adicionalmente, conhecer a performance dos condutores de aterramento frente a um determinado tipo de solo é essencial para o desenvolvimento de um projeto adequado de malha de terra, segura e eletricamente eficiente, quesito este requerido junto a práticas de comissionamento do sistema. (KINDERMANN; CAMPAGNOLO, 1992; VISACRO FILHO, 2002).

As normas nacionais e internacionais, ABNT NBR 15749:2009, NBR 15751:2013, IEEE STD 80-2015 e IEEE STD 81-2012, estabelecem diretrizes sobre projeto e comissionamento de sistemas de aterramento, a fim de evitar condições de risco para operadores de subestações de energia (SE) e para o sistema elétrico.

Entre as abordagens utilizadas para o comissionamento dos sistemas de aterramento e, em especial, para a estimativa de sua resistência elétrica, estão métodos consolidados na literatura, como o Método da Queda de Potencial (MQP), ou do inglês, *Fall of Potential Method* (FoPM). O MQP consiste na injeção de uma corrente de teste na malha de aterramento com um eletrodo auxiliar de corrente, estabelecendo o caminho à fonte, e um eletrodo auxiliar de potencial que é posicionado em diversos espaçamentos distantes da malha de teste com o objetivo de estabelecer valores de diferença de potencial para estimar a resistência real da malha (TAGG, 1964). Essa abordagem possui uma série de restrições que, ao serem violadas, podem interferir na estimativa do valor da resistência da malha, como, por exemplo:

- i. o espaçamento entre a malha de terra e o eletrodo auxiliar de corrente precisam ter um distanciamento mínimo, a fim de evitar acoplamento entre eletrodos e, consequentemente, dificultar a obtenção de uma região de patamar, condição que permite estimar a resistência real do sistema de aterramento (HE; ZENG; ZHANG, 2012);
- ii. os condutores que conectam os eletrodos também não podem ser colocados próximos uns aos outros, pois o acoplamento entre eles pode representar um acréscimo significativo no valor da resistência durante a medição (MA; DAWALIBI, 1999);

- iii. a estrutura do solo pode influenciar no posicionamento ideal do eletrodo de potencial (DAWALIBI; MUKHEDKAR, 1974, 1979);
- iv. o acúmulo de chuvas também é um fator que modifica a resistividade do solo e, como efeito, o valor da resistência de aterramento (ANDROVITSANEAS et al., 2015; COELHO et al., 2015);
- v. condições de sazonalidade podem interferir nas medições (KIZHLO; KANBERGS, 2012; UNDE; KUSHARE, 2013);
- vi. a presença de dispositivos metálicos enterrados na região de medição também tem seu efeito refletido no valor de resistência obtido (COLELLA et al., 2019).

Mesmo considerando todas as questões expostas, de elevada pertinência para um processo de medição fidedigno, o MQP continua sendo um procedimento amplamente empregado, sendo que novas metodologias vêm sendo desenvolvidas com o objetivo de contornar as limitações existentes.

Dentre os desafios práticos envolvidos, pesquisas teórico-experimentais recentes buscam a aplicação do MQP em regiões urbanas, tendo em conta áreas reduzidas. Esse problema mostra sua relevância junto a malhas de SEs presentes em regiões onde o espaço disponível para a disposição dos instrumentos de medida é bastante limitado. Novas metodologias vêm sendo desenvolvidas a partir de soluções matemáticas para contornar o problema do espaço e a inexistência da região de patamar, premissa do método, para a estimativa da resistência real, como é o caso de Raizer *et al.* (2015; 2017) e Telló *et al.* (2020a).

Nesse contexto, para lidar com os desafios práticos decorrentes do não atendimento dos critérios necessários para o uso do MQP, assim como considerar a variabilidade da resistividade do solo em função de sazonalidades, faz-se necessário o desenvolvimento de uma metodologia que permita estimar a resistência de aterramento em espaçamentos reduzidos juntamente com a consideração adequada do solo, incluindo suas não homogeneidades.

## 1.1 Justificativa

Ainda que a área de medição de sistemas de aterramento em baixa frequência já tenha sido amplamente estudada no passado, percebe-se que os temas relacionados a essa área de pesquisa não estão esgotados, tendo em vista as limitações existentes na implementação do MQP e na correta interpretação de seus resultados. Assim, é relevante o aprofundamento por metodologias que auxiliem a tomada de decisão sobre resultados obtidos no meio prático.

Atualmente, existem diversas pesquisas que relacionam o estudo do solo a sistemas de aterramento e proteção, evidenciando a flutuação de suas características elétricas mediante condições ambientais e sazonais. Isso representa uma alteração no valor da resistência de aterramento que, se não considerado de maneira apropriada, pode estabelecer uma não conformidade entre projeto e comissionamento.

O estudo que será apresentado neste trabalho não tem como objetivo uma prospecção da variação do solo sobre diferentes condições, porém, o entendimento do seu impacto dentro de sistemas de aterramento se faz relevante. Dessa forma, a motivação se relaciona com a consideração das não homogeneidades do solo dentro do modelo que estabelece

a estimativa da resistência de aterramento, tendo em vista que sua correta consideração permite não apenas identificar se o modelo de solo utilizado durante o projeto é aderente aos resultados experimentais, com o também é um fator que permite ajustar as condições de acoplamento entre eletrodos e a correta interpretação dos resultados em espaçamentos reduzidos.

## 1.2 Objetivos

O objetivo geral deste trabalho é propor a implementação de um modelo de solução matemática para a estimativa da resistência de aterramento, atentando para os espaçamentos reduzidos e para as variações de resistividade do solo. A abordagem deste trabalho é uma extensão daquela apresentada por Telló *et al.* (2020a). Para alcançar o objetivo geral do trabalho, põem-se os seguintes objetivos específicos:

- i. modificar a formulação matemática proposta por Telló *et al.* (2020a) para a consideração das não homogeneidades do solo dentro do modelo equivalente da malha e dos eletrodos auxiliares;
- ii. implementar a metodologia a partir de dados de medições experimentais como forma de estabelecer a relevância da consideração das não homogeneidades dentro do modelo proposto, haja vista os diferentes tipos de solo;
- iii. validar os resultados, por meio de simulações numéricas, com o uso do *software Current Distribution, Electromagnetic Fields, Grounding and Soil Structure Analysis* (CDEGS).

Como contribuição ao estado da arte, destacam-se os principais avanços científicos conferidos a este trabalho:

- i. a consideração de não homogeneidades do solo junto ao modelo matemático existente;
- ii. a implementação de um modelo de otimização heurística para obtenção da estimativa da resistência de aterramento;
- iii. o aumento do espaço de busca pela solução ótima ao considerar um conjunto maior de variáveis associadas à função objetivo se comparado ao caso apresentado por Telló *et al.* (2020a);
- iv. a verificação se o modelo de resistividade do solo utilizado, como base de projeto, satisfaz as restrições durante a implementação do modelo de otimização junto às medições de resistência pelo MQP.

## 1.3 Estrutura do Trabalho

Este trabalho está estruturado em cinco capítulos. Dando segmento a sua contextualização, no capítulo 2, inicia-se a revisão do estado da arte, apontando trabalhos que se relacionam à obtenção da resistência de aterramento. Apresenta-se o modelo utilizado para realizar a medição, os principais fatores que interferem no uso dessa metodologia e o que vem sendo feito nos últimos anos para contornar esse tipo de problema.

No capítulo 3, é proposta uma nova metodologia para a estimativa da resistência de aterramento a partir do uso do MQP e da consideração de solos não homogêneos dentro da formulação matemática aplicada a um modelo de otimização heurística. Uma avaliação preliminar do modelo matemático é realizada através do *software* CDEGS.

O capítulo 4 é dedicado à apresentação dos estudos de caso utilizados para a validação da metodologia proposta, bem como a discussão dos resultados obtidos com a sua aplicação. Inicialmente, os dados experimentais que pautam esta pesquisa são confrontados com simulação numérica no *software* CDEGS. Em um segundo momento, são expostos os resultados obtidos, por meio da metodologia proposta, juntamente aos dados experimentais relacionados nos estudos de caso. Esses resultados são analisados e amplamente debatidos.

Por fim, no capítulo 5, são apresentadas as conclusões deste trabalho, assim como sugestões para trabalhos futuros.

## 2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

O comissionamento das malhas de terra é uma atividade que se relaciona com a avaliação das condições do sistema de aterramento, confrontando o que foi estabelecido previamente na etapa de projeto em contraponto com as modificações físicas que possam surgir ao longo da vida útil desse sistema.

A verificação periódica das condições da malha é essencial, pois o sistema de aterramento pode estar suscetível a: danos decorrentes de faltas e descargas atmosféricas; própria deterioração do material utilizado na sua construção; modificações estruturais do projeto inicial, entre outros. Todas essas condições podem modificar o valor da resistência da malha de terra e, conseqüentemente, alterar os valores dos gradientes de tensões de toque e passo. Esta situação, eventualmente, pode estabelecer insegurança à malha. Logo, o comissionamento permite avaliar ações preventivas e corretivas que possam ser tomadas sobre o sistema de forma a mantê-lo confiável e seguro pelo maior tempo possível (HE; ZENG; ZHANG, 2012).

Este capítulo dedica-se a apresentar a fundamentação teórica, amparada em trabalhos relevantes, a qual serviu como base para o desenvolvimento desta pesquisa. Inicialmente, aspectos pertinentes ao comissionamento do sistema de aterramento, por meio do método da queda de potencial (MQP), são discutidos. Em seguida, o MQP é exposto, como foco nos fatores que influenciam a sua utilização. Finalizando, é feita uma avaliação sobre o panorama atual do estado da arte relacionado ao estudo.

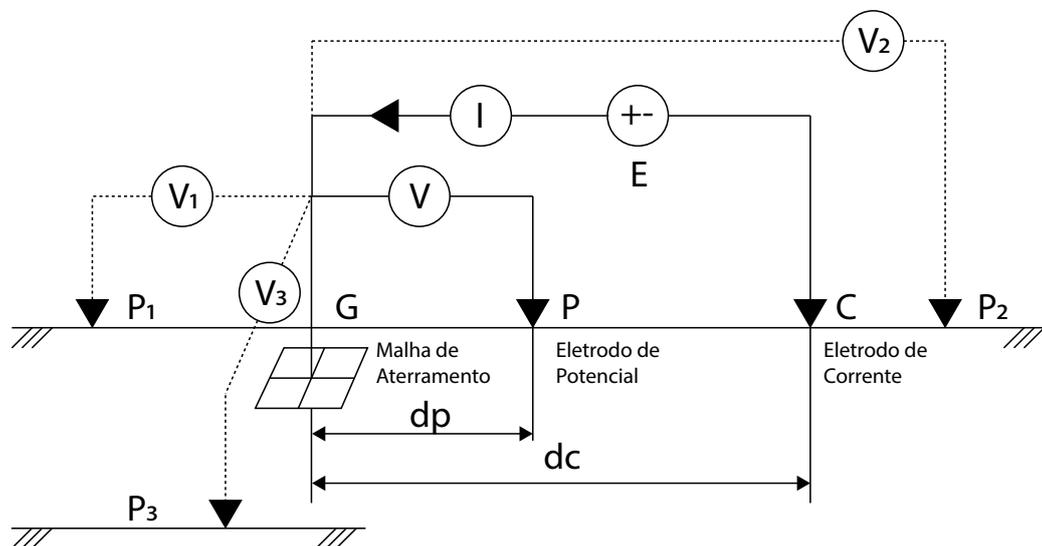
### 2.1 Método da Queda de Potencial (MQP)

O MQP é uma das principais técnicas experimentais para estimar a resistência da malha de terra (HE; ZENG; ZHANG, 2012). Com o objetivo de estabelecer a relação entre corrente e tensão, um eletrodo de corrente e um eletrodo de potencial são posicionados em diferentes regiões em relação ao sistema aterrado (sob medição). Normalmente, o eletrodo de corrente é colocado em uma posição fixa em relação à malha sob teste e o eletrodo de potencial varia sua posição entre a malha e o eletrodo de corrente com o objetivo de quantificar a diferença de potencial do sistema em diferentes espaços. Obtém-se o valor da resistência (ou impedância) real da malha.

Sendo assim, dentro dessa metodologia, os instrumentos podem ocupar diferentes posições entre si de forma a contornar alguma limitação existente no meio prático (MA; DAWALIBI, 2002). Contudo, a forma convencional do método, a qual será considerada neste trabalho, adota o posicionamento dos instrumentos no formato colinear, em que tanto o eletrodo de potencial quanto o eletrodo de corrente estão posicionados na mesma linha de referência em relação à malha sob teste. Na Figura nº 1, é possível ver algumas configurações típicas para o posicionamento dos instrumentos em relação ao sistema,

sendo que cada arranjo tem benefícios e restrições (HE; ZENG; ZHANG, 2012).

Figura nº 1 - Posicionamento dos equipamentos de medição no MQP



Fonte: Imagem adaptada do livro (HE; ZENG; ZHANG, 2012)

### 2.1.1 Efeitos dos dispositivos de medição sobre a própria medição

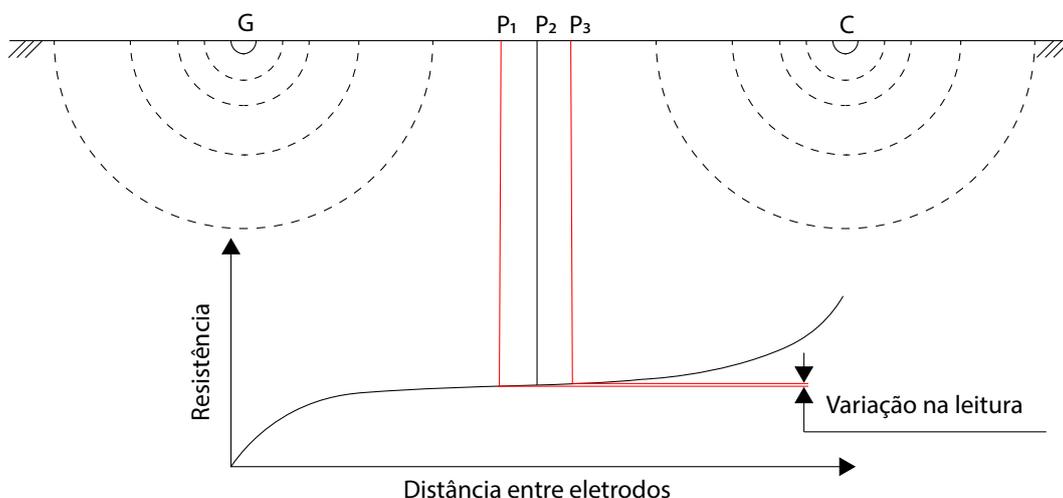
Apesar do MQP ser um método de fácil implementação, ele é suscetível a uma série de interferências sobre seus resultados. Um dos primeiros fenômenos de interferência observados no uso do método é o acoplamento entre os eletrodos de teste quando as distâncias entre os dispositivos são menores que a distância mínima exigida para o estabelecimento da região de patamar (TAGG, 1970).

A região de patamar é classificada como uma zona dentro do espaço de medição onde o eletrodo de potencial não sofre interferência de acoplamento com a malha de terra ou com o eletrodo de corrente, de modo que a mudança no posicionamento do eletrodo de potencial não gera uma variação significativa na leitura do valor de resistência medido pelo instrumento de teste.

Na Figura nº 2, é apresentada uma representação ilustrativa da curva de medição da resistência de aterramento em condições ideais a partir do método da queda de potencial, onde não existe acoplamento magnético entre a malha de aterramento e os eletrodos, assim como não existe acoplamento entre os próprios eletrodos de medição. Percebe-se que, ao realizar as medições de diferença de potencial em  $P_1$ ,  $P_2$  e  $P_3$ , o valor obtido de resistência não se modifica de maneira significativa. Essa baixa variação presume que essa região pode ser considerada como região de patamar.

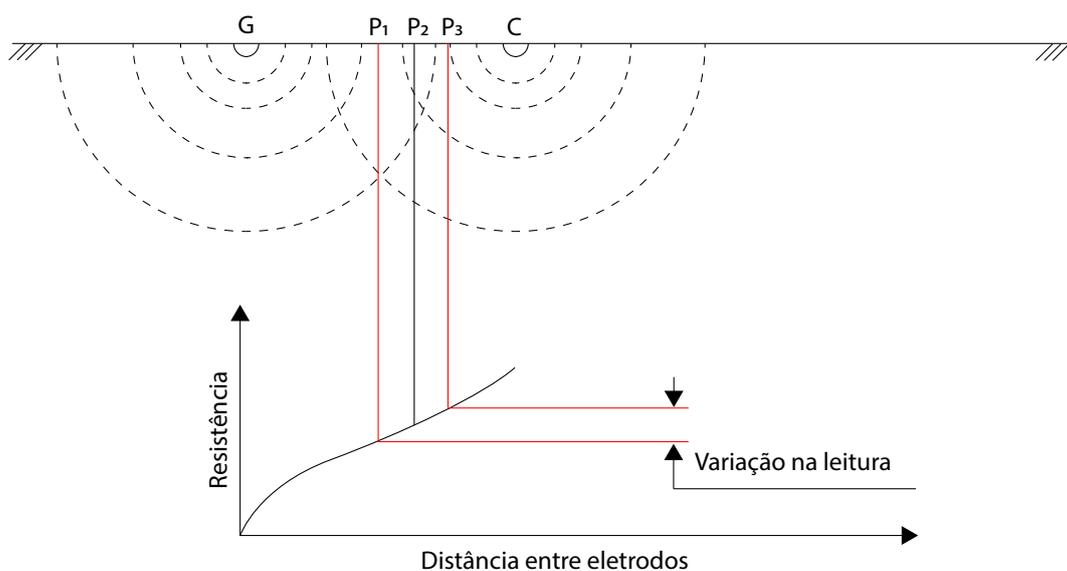
Na Figura nº 3, tem-se a condição evidenciada por Tagg (1970), onde o espaçamento reduzido para o posicionamento dos instrumentos de medida em relação à malha de terra resulta em acoplamento magnético entre os dispositivos. Nessa condição, entende-se que, para os mesmos espaçamentos  $P_1$ ,  $P_2$  e  $P_3$ , a variação na leitura da resistência de aterramento é bastante significativa. Dessa maneira, estabelecer o posicionamento correto do eletrodo de potencial ou estimar a resistência real do sistema de aterramento é uma tarefa que exige mais do responsável técnico.

Figura n° 2 - MQP sem influência de acoplamento entre os eletrodos de medição



Fonte: Elaborado pelo autor

Figura n° 3 - MQP com influência de acoplamento entre os eletrodos de medição



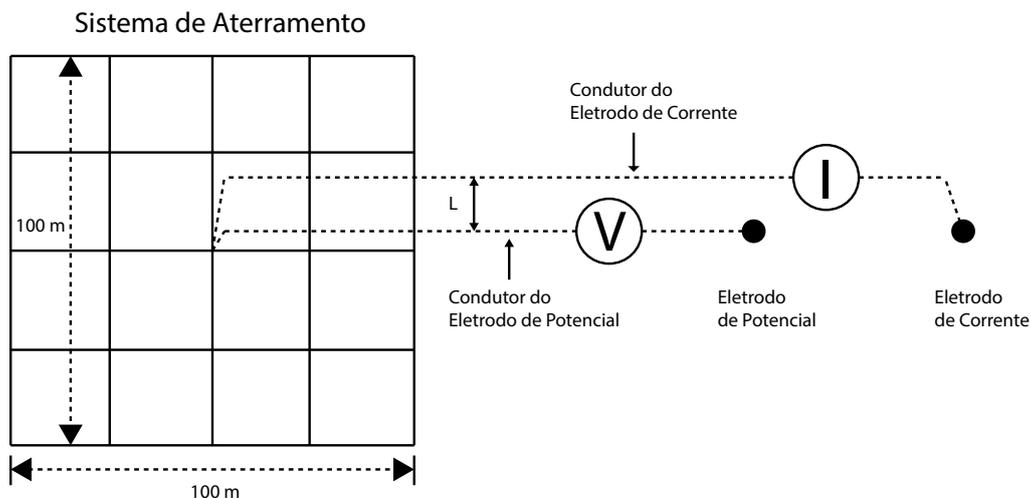
Fonte: Elaborado pelo autor

Outro fator de interferência entre os dispositivos de medição é o acoplamento indutivo gerado pelos próprios condutores que conectam os eletrodos auxiliares ao instrumento de medida. Esse tipo de situação é recorrente em condições nas quais as hastes são posicionadas na mesma linha e a resistência de aterramento da malha é baixa o suficiente para que o acoplamento indutivo incremente o valor da resistência lida (MA; DAWALIBI, 1999).

A Figura n° 4 apresenta uma vista superficial de como os instrumentos e condutores são comumente dispostos durante o processo de medição da resistência de terra.

Na Figura n° 5, expõe-se a observação dos possíveis efeitos de acoplamento indutivo entre os condutores que conectam os eletrodos de teste. O efeito no acréscimo da resistência de aterramento, em virtude desse acoplamento, depende do espaçamento entre os

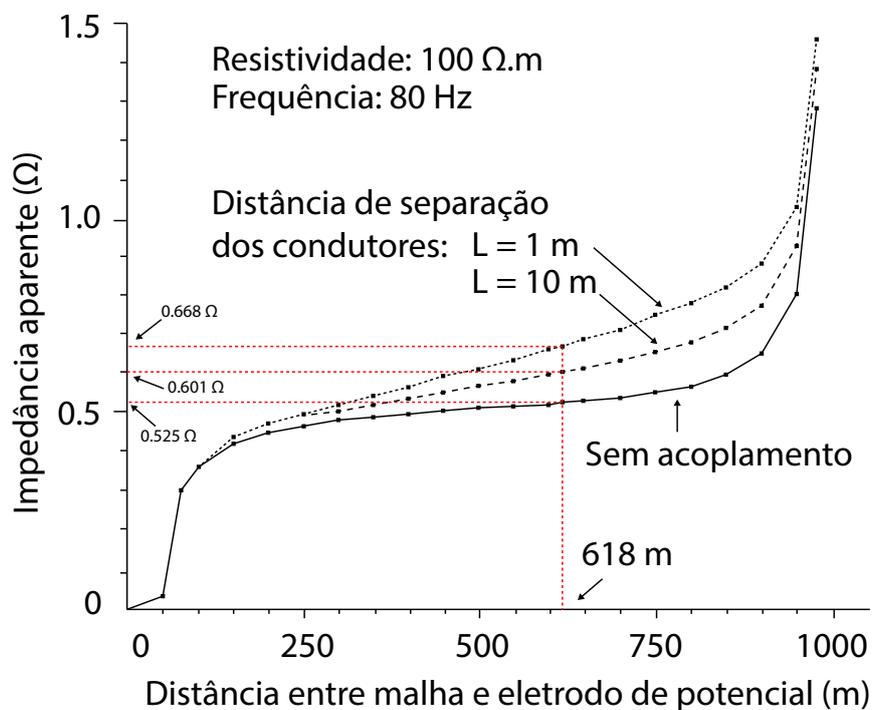
Figura nº 4 - Vista plana da medição MQP sobre a mesma linha



Fonte: Imagem adaptada de (MA; DAWALIBI, 1999)

cabos, da frequência de operação, do tamanho da malha de aterramento e das características do solo. Dessa forma quanto menor for a resistência da malha de aterramento, mais suscetível a mesma é em relação a interferências eletromagnéticas (MA; DAWALIBI, 1999).

Figura nº 5 - Efeito do acoplamento dos condutores



Fonte: Imagem adaptada de (MA; DAWALIBI, 1999)

### 2.1.2 Efeitos do solo sobre a medição

Outra condição que interfere no desempenho da medição, a partir do uso do MQP, é o solo no qual a malha está inserida. Sabe-se que a caracterização correta do solo exerce um papel crítico no projeto e dimensionamento de um sistema de aterramento. Essa mesma caracterização é fundamental para a realização da estimativa da resistência de aterramento do sistema e, conseqüentemente, para a validação do projeto (VISACRO FILHO, 2002; KINDERMANN; CAMPAGNOLO, 1992).

Dentro do MQP, aproximar o solo por uma resistividade aparente e adotá-lo como um meio homogêneo permite simplificar alguns fundamentos matemáticos que possibilitam estimar o posicionamento do eletrodo de potencial com certa simplicidade, como é o caso da regra dos 61,8%. Essa regra estabelece que um solo pode ser aproximado por um modelo de solo homogêneo devido as suas características físicas ou pelo espaçamento entre a malha e o eletrodo de corrente. O posicionamento do eletrodo de potencial que retornará o valor da resistência real da malha será de 61,8% da posição relativa entre a malha e o eletrodo de corrente (DAWALIBI; MUKHEDKAR, 1974).

Contudo, realizar essa aproximação é uma ação delicada de ser tomada, pois só é possível realizá-la sob condições bastante específicas. Em Dawalibi e Mukhedkar (1974, 1979), é feita uma análise dos efeitos do solo no posicionamento do eletrodo de potencial para sistemas de aterramento simples e de grande porte. A norma IEEE STD 81-2012 fundamenta-se nestes estudos para determinar a correção no posicionamento do eletrodo de potencial que retorna à resistência real. Dessa forma, aproximar o solo por meio de uma resistividade aparente nem sempre é uma boa decisão, principalmente para o estabelecimento do posicionamento do eletrodo de potencial, já que essa aproximação pode levar a resultados com erros que não serão necessariamente a favor da segurança (MA; DAWALIBI; RUAN, 2000).

Porém, o solo não é um sistema imutável, uma vez que ao longo do tempo, seus parâmetros de resistividade variam em função de uma série de fatores como: composição química; umidade; concentração de sais dissolvidos; compactidade; granularidade; temperatura, estrutura geológica e outros (VISACRO FILHO, 2002; COELHO et al., 2015).

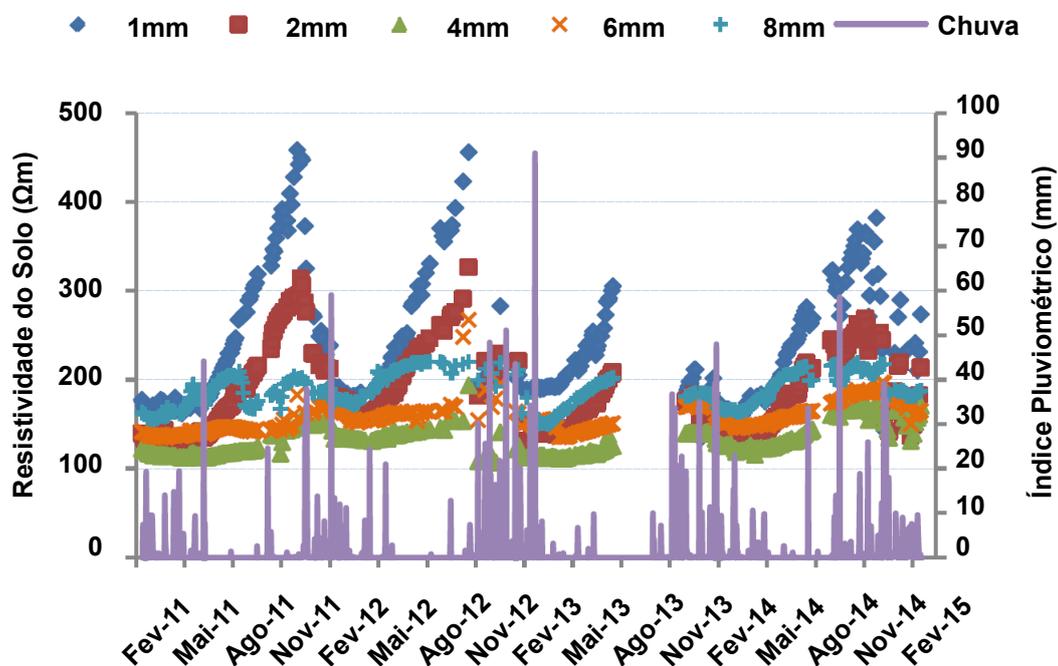
Dentre esses diversos fatores, a composição do solo é fortemente influenciada pelos índices pluviométricos: a chuva acumulada na região do sistema de aterramento pode ser suficiente para a não conformidade entre o valor da resistência projetada e o valor medido experimentalmente. Nessa perspectiva, as condições de solo seco são as mais indicadas para balizar um projeto e realizar medições. Segundo a IEEE STD 80-2015, tal característica conduz ao estabelecimento de modelos de estratificação do solo a favor da segurança, visto que a resistividade de um solo seco é superior ao mesmo tipo de composição com umidade. Quando a condição de solo seco em ambas as etapas não é respeitada, desvios significativos podem ocorrer entre os valores de projeto e comissionamento (ANDROVITSANEAS et al., 2015; BOULAS et al., 2016; THOMAS, 2017).

Na Figura nº 6, pode-se observar a variação da resistividade do solo ao longo do tempo e é possível perceber que a chuva representa um modificador sensível na resistividade das camadas mais superficiais do solo em relação às mais profundas.

Corroborando com a variação da resistividade do solo em função do tempo e da chuva, na Figura nº 7 é possível observar a variação da resistência de aterramento de três hastes de teste, determinada com base em medições realizadas em diferentes períodos de tempo, levando em consideração o acúmulo de chuva na região do sistema. Analisando essas figuras, evidencia-se que se as medições de resistividade e resistência não ocorrerem no mesmo espaço de tempo, o desvio entre o valor de projeto e o valor medido pode ser

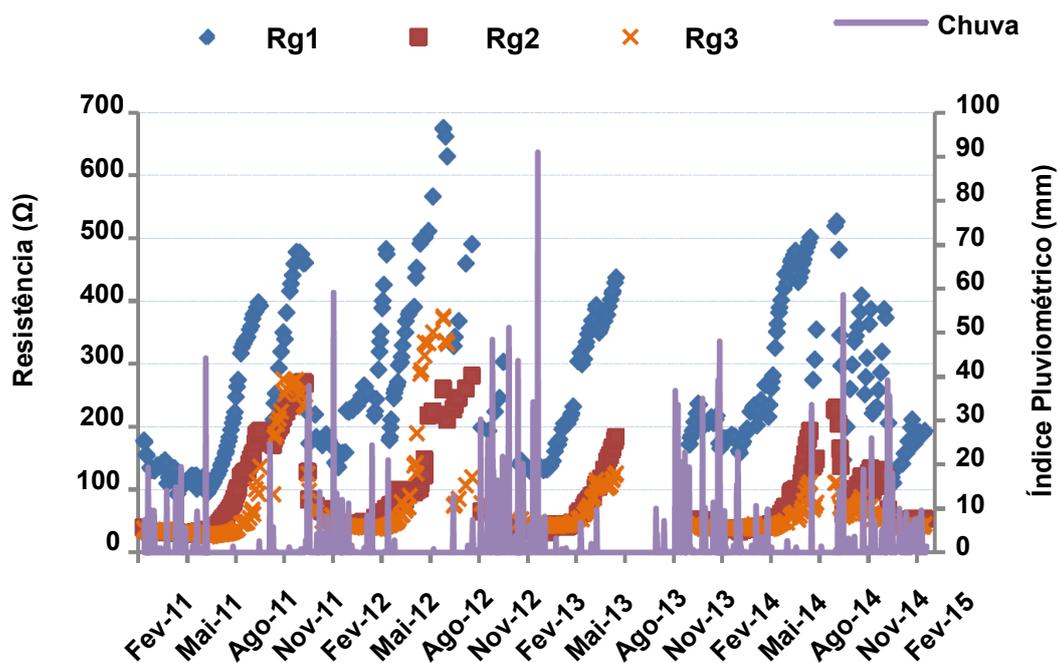
suficientemente grande para gerar más interpretações sobre as condições do sistema.

Figura nº 6 - Medição da resistividade do solo pelo método de Wenner em função do tempo e da chuva



Fonte: Imagem adaptada de (ANDROVITSANEAS et al., 2015)

Figura nº 7 - Resistência de aterramento em função do tempo e da chuva



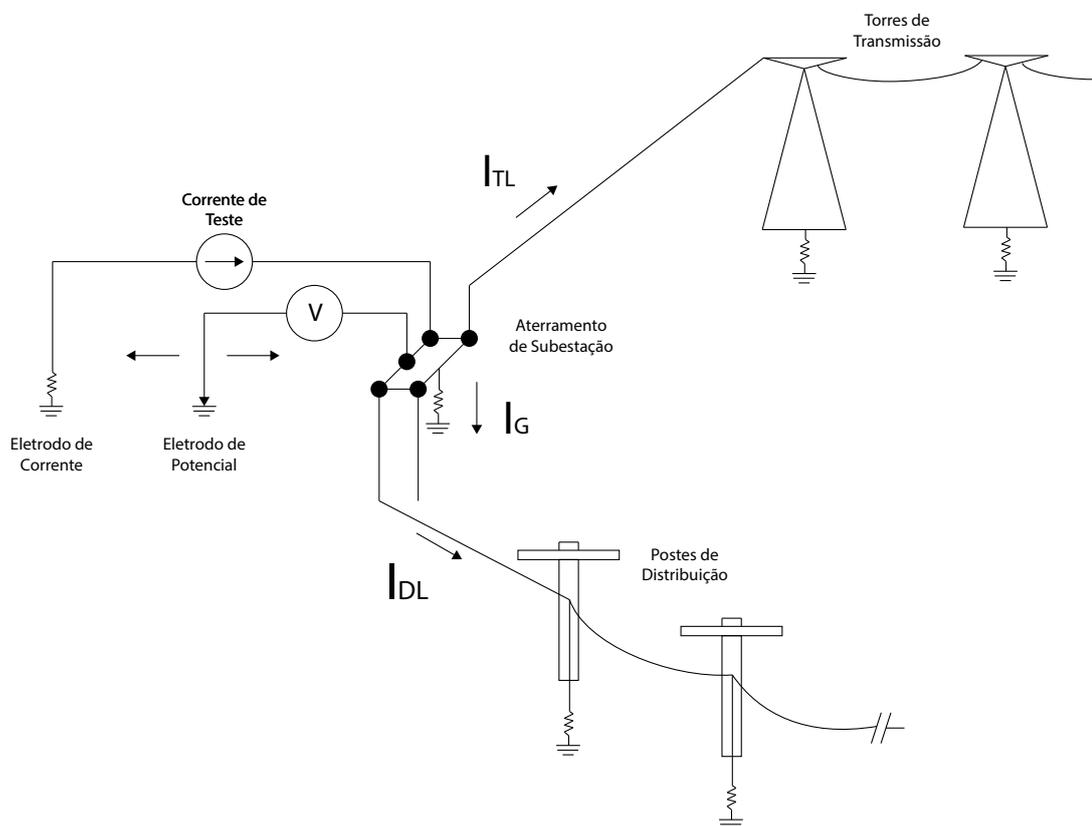
Fonte: Imagem adaptada de (ANDROVITSANEAS et al., 2015)

### 2.1.3 Outros efeitos que podem ser considerados sobre a medição

Se o sistema de aterramento estiver conectado a outro subsistema adjacente conforme ilustra a Figura nº 8, onde, por exemplo, uma subestação está com os cabos de cobertura conectados, a corrente de teste injetada na malha terá uma parcela que derivará para os cabos de cobertura e, como resultado, o que passará a ser observado na medição não será mais a resistência da malha da subestação, mas sim a resistência equivalente do sistema. Esse tipo de condição é importante de ser monitorado para análises dos efeitos das tensões de toque e passo do sistema (ZENG et al., 2005).

Logo, conseguir diferenciar a parcela de corrente que deriva para o sistema daquela que vai diretamente para a malha de aterramento é essencial em testes com subestações conectadas (CHOI et al., 2007).

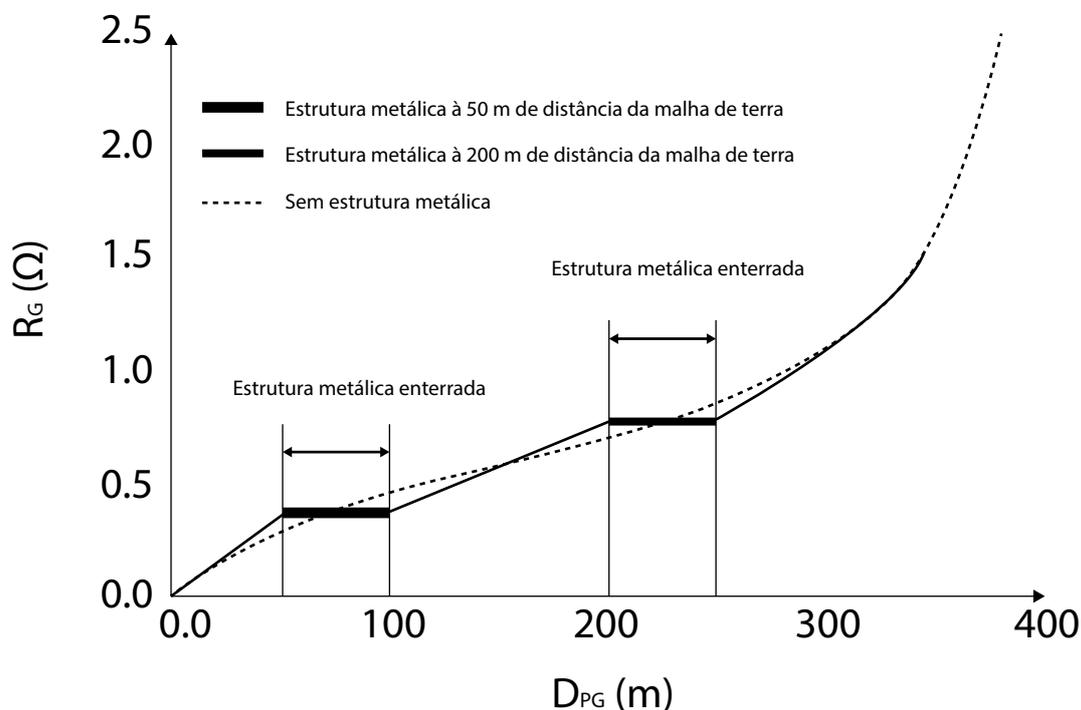
Figura nº 8 - Aterramento de subestação conectada ao sistema elétrico



Fonte: Imagem adaptada de (CHOI et al., 2007)

Porém, além da derivação de corrente proveniente da conexão dos sistemas, outro efeito, mais difícil de ser analisado, é a dispersão da corrente no solo devido a estruturas metálicas enterradas na região de medição. Nessa condição, com base na aplicação do MQP, a dispersão do fluxo de corrente vai modificar o valor da diferença de potencial lida pelo eletrodo auxiliar e poderá gerar falsas regiões de patamar conforme a Figura nº 9. Essa condição irá resultar em uma má interpretação dos valores obtidos (HE; ZENG; ZHANG, 2012; COLELLA et al., 2019).

Figura nº 9 - Medição de resistência de aterramento com estruturas metálicas enterradas na região de medição



Fonte: Imagem adaptada de (HE; ZENG; ZHANG, 2012)

## 2.2 Modelos Matemáticos para solução do Método da Queda de Potencial

Atualmente, não existe uma diretriz que oriente para a resolução da maior parte dos problemas evidenciados na seção anterior. Nesse contexto, pesquisadores vêm explorando alternativas na resolução de problemas que a norma IEEE STD 81-2012 não estabelece uma medida de correção consolidada.

Nas últimas décadas, surgiram as primeiras pesquisas a respeito do comissionamento do sistema de aterramento com espaçamentos reduzidos (PARISE; LUCHERONI, 2008), assim como foram idealizados os primeiros modelos, estabelecendo estudos com sistemas de aterramento conectados (CHOI et al., 2007).

No que se refere à medição em espaçamentos reduzidos, Raizer *et al.* (2015) propuseram uma contribuição sobre o trabalho de Tagg (1970), sob o nome de Tagg Estendido. A metodologia visa a uma aproximação matemática para casos extremos que não são observados a partir da técnica original de George Tagg. A validação do trabalho partiu de implementações experimentais em malhas de teste em ambiente controlado, livre de interferências externas. Mais tarde, Raizer *et al.* (2017) apresentaram uma nova contribuição ao tema para medição da resistência de terra, tensões de toque e tensões de passo em subestações urbanas. O método *Polynomial Regression from Database Method* (PRED) foi desenvolvido com o objetivo de estimar o posicionamento correto dos eletrodos para a medição da resistência em distâncias reduzidas. Para a validação dessa nova abordagem, o autor utiliza as mesmas malhas de teste apresentadas no seu trabalho de 2015.

Alcántara (2018; 2019) apresenta em seus trabalhos contribuições para o posiciona-

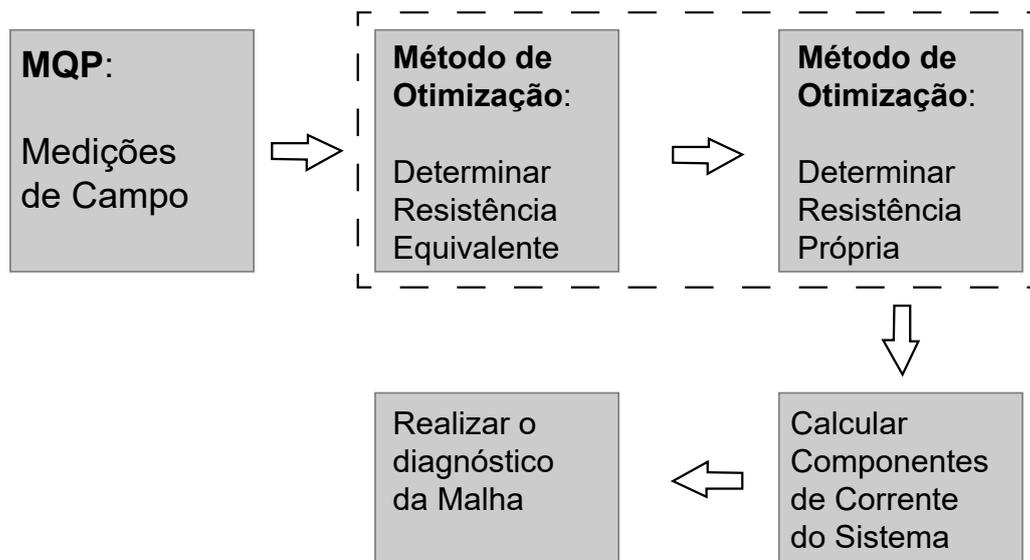
mento do eletrodo de potencial, a partir do uso do MQP, para malhas que possam ter sua geometria aproximada no modelo semiesférico. O trabalho tem o enfoque estritamente computacional, porém evidencia o efeito do solo no posicionamento dos eletrodos para diferentes espaçamentos.

### 2.2.1 Modelo matemático baseado em medições de campo

Telló *et al.* (2020a) apresentaram um modelo matemático que tem como objetivo, a partir das medições de campo, conseguir estimar a resistência (ou impedância) equivalente do sistema de aterramento de uma subestação, considerando que ela se encontre conectada ao sistema de potência, onde, em outras palavras, os cabos de cobertura das linhas de transmissão e distribuição estão conectados ao sistema de aterramento da subestação.

A metodologia proposta, conforme a Figura nº 10, visa conseguir determinar qual é a corrente que circula na malha de aterramento da subestação daquela que percorre os cabos de cobertura, sendo que, a partir dessa determinação, torna-se possível estimar com um maior grau de fidedignidade os parâmetros de tensões de toque e passo, contribuindo para uma análise mais precisa da segurança da malha de aterramento.

Figura nº 10 - Passos da metodologia de análise da malha de aterramento



Fonte: Imagem adaptada de (TELLÓ et al., 2020a)

Dessa forma, para tornar essa análise possível, a partir das medições de campo, é necessário primeiramente analisar qual é o valor de resistência ou impedância equivalente ( $R_{EQ}$  ou  $Z_{EQ}$ ) que satisfaz as medições de campo, para que, em um segundo estágio, seja possível determinar qual é a resistência ou impedância própria da malha ( $R_G$  ou  $Z_G$ ).

Para realizar a primeira etapa do processo de otimização e determinar a  $R_{EQ}$  ou  $Z_{EQ}$ , foi proposto um modelo matemático que compara o resultado teórico com resultados obtidos em campo pela função objetivo que minimiza o erro do Método dos Mínimos Quadrados (MMQ):

$$\min(MMQ) = \min \sum_{i=1}^k \left[ \frac{R(x_{i,medido}) - R(x_{i,calculado})}{R(x_{i,medido})} \right]^2 \quad (2.1)$$

Onde  $R(x_{i,medido})$  é o valor da resistência medida em campo em um dado espaço,  $R(x_{i,calculado})$  é o valor da resistência calculada pela Equação 2.2, que leva em conta não apenas a resistência própria da malha como a contribuição das resistências mútuas dos eletrodos de medição, por fim, a variável  $k$  representa o número de medições realizados.

$$R(x_{i,calculado}) = \frac{\rho_a}{2\pi r} \left[ 1 - \frac{r}{d_c - r} \right] - \frac{\rho_a}{2\pi \left( \frac{1}{d_p} - \frac{1}{d_c - d_p} \right)^{-1}} \quad (2.2)$$

Sendo que  $\rho_a$  é a resistividade aparente do solo onde a malha está inserida,  $r$  é o raio equivalente da malha semiesférica,  $d_c$  é a distância entre o eletrodo de corrente e a malha,  $d_p$  é a distância entre o eletrodo de potencial e a malha de aterramento.

A equação 2.2 pode também ser reescrita da seguinte forma:

$$R(x_{i,calculado}) = \beta - \varphi \left( \frac{1}{d_p} - \frac{1}{d_c - d_p} \right) \quad (2.3)$$

Onde  $\beta$  representa a combinação entre o valor da resistência de aterramento e a resistência mútua entre a malha e o eletrodo de corrente,  $\varphi$  é uma constante que se relaciona com a resistividade aparente do solo.

O modelo de Telló *et al.* (2020a) também está sujeito a restrições, uma vez que delimita o espaço de busca pela solução ótima que atende o problema de otimização, elas estão expressas nas Equações 2.4a, 2.4b e 2.4c

$$0 \leq \beta \leq R(x_k) \quad (2.4a)$$

$$0.5 \leq \varphi \leq 500 \quad (2.4b)$$

$$R(x_1) \leq \beta + \frac{\varphi}{(d_c - r)} \leq R(x_k) \quad (2.4c)$$

A partir da solução desse modelo de otimização, é possível inserir os valores obtidos em uma nova etapa de solução onde o objetivo será encontrar qual é o valor de resistência ou impedância da malha de aterramento e, assim, conseguir diferenciar qual é a parcela de corrente que circula da malha e qual é a parte que deriva para os cabos de cobertura.

Os próximos estágios envolvendo o trabalho de Telló *et al.* (2020a) não são apropriadamente explorados nesta dissertação; portanto, não serão aqui descritos.

## 2.3 Considerações finais do capítulo 2

Conforme foi possível acompanhar ao longo deste capítulo, muitos fatores influenciam de maneira direta ou indireta a obtenção dos resultados a partir da implementação do método da queda de potencial. Algumas condições estão diretamente relacionadas à implementação prática através da disposição dos eletrodos e condutores, enquanto outros critérios possuem uma abordagem subjetiva, como é o caso da interpretação do solo, derivação da corrente no sistema ou mesmo a presença de dispositivos metálicos enterrados na região de teste, pois não é possível atestar de maneira imediata o impacto dessas condições sobre as medições.

É importante ressaltar neste capítulo que, apesar do tema que se relaciona à medição em baixa frequência ter sido muito explorado no passado, ele ainda não está esgotado. Muitos autores ainda buscam por metodologias que permitam preencher lacunas existentes na utilização do MQP. De forma geral, as pesquisas recentes começam a evidenciar o grande impacto que o solo exerce não apenas no projeto como também no momento

do comissionamento da malha. Assim, novos estudos como os de Telló *et al.* (2020b), começam a dar forma a essa perspectiva de consideração do solo dentro desse tipo de análise.

### 3 METODOLOGIA

De acordo com o Capítulo 2, muitos desafios surgem a partir da implementação do Método da Queda de Potencial (MQP). Contornar problemas inerentes à técnica é um relevante ponto de investigação, uma vez que aspectos práticos da sua utilização não foram amplamente validados para dadas situações de interesse.

Dessa forma, quando é necessário implementar o MQP para condições de espaçamentos reduzidos e com solos não homogêneos, o desenvolvimento de uma metodologia que considere ambos os quesitos pode conferir um grande diferencial ao método. Assim, a metodologia que será apresentada neste capítulo se baseia na representação matemática da resistência de aterramento a partir da aproximação da malha de terra em um modelo semi-esférico, levando em consideração as resistências mútuas entre a malha e os eletrodos que compõem o sistema de medição. Como ferramenta da solução do modelo matemático, um modelo de otimização heurística, baseado em enxame de partículas, foi adotado.

#### 3.1 Fundamentos Básicos

A metodologia consiste na aproximação da geometria do sistema de aterramento em um formato semiesférico, conforme a Figura nº 11. Essa aproximação leva em conta o formato típico da dispersão da corrente no solo que se irradia em todas as direções (HE; ZENG; ZHANG, 2012; VISACRO FILHO, 2002).

Nesse sentido, ao aproximar o sistema de aterramento em um equivalente semiesférico, pode-se estimar a resistência de aterramento para um meio homogêneo através da dedução matemática que se inicia na densidade de corrente:

$$J(x) = \frac{I}{S} = \frac{I}{2\pi x^2} \quad (3.1)$$

Onde  $J(x)$  representa a densidade de corrente em  $\frac{A}{m^2}$ ,  $I$  é a injeção da corrente na malha e  $x$  é a distância em relação ao centro da semiesfera equivalente.

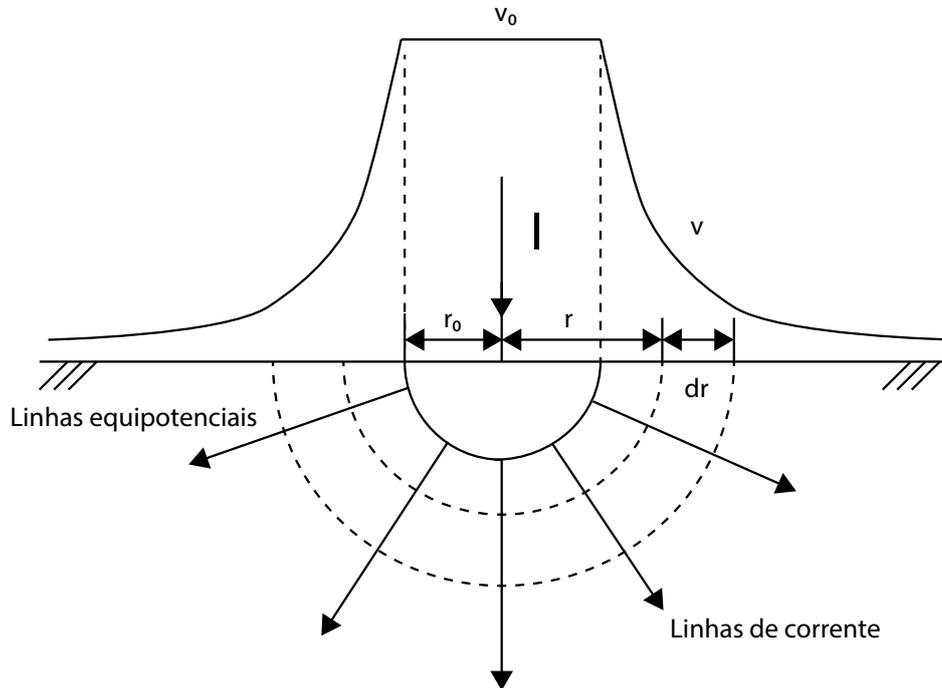
Dessa forma, o campo elétrico no solo pode ser calculado a qualquer distância do centro da semiesfera por:

$$E(x) = \rho_a J(x) = \frac{\rho_a I}{2\pi x^2} \quad (3.2)$$

Sendo que  $E(x)$  é o campo elétrico em  $\frac{V}{m}$ ,  $\rho_a$  é a resistividade aparente do meio de propagação em  $\Omega.m$

Já a diferença de potencial entre a extremidade da semiesfera e uma distância qualquer pode ser calculada por:

Figura nº 11 - Aproximação semiesférica da corrente de dispersão



Fonte: Imagem adaptada de (HE; ZENG; ZHANG, 2012)

$$\Delta V = V_{r_x} - V_{r_{eletrodo}} = - \int_{r_{eletrodo}}^{r_x} E(x) dx = - \int_{r_{eletrodo}}^{r_x} \frac{\rho_a I}{2\pi x^2} dx \quad (3.3)$$

onde  $\Delta V$  é a diferença de potencial entre dois pontos de medição,  $V_{r_{eletrodo}}$  é o potencial na extremidade da semiesfera equivalente,  $V_{r_x}$  é o potencial a uma distância qualquer do eletrodo, todas as variáveis são dadas em  $V$ .

Sendo a distância de  $V_{r_x}$  suficientemente longe para considerar  $x = \infty$ , a diferença de potencial pode ser calculada por:

$$\Delta V = -\frac{\rho_a I}{2\pi} \left[ \frac{1}{x} \right]_r^{\infty} = -\frac{\rho_a I}{2\pi} \left[ \frac{1}{\infty} - \frac{1}{r} \right] = \frac{\rho_a I}{2\pi r} \quad (3.4)$$

Consequentemente a resistência da semiesfera equivalente ( $R_G$ ) é calculada por:

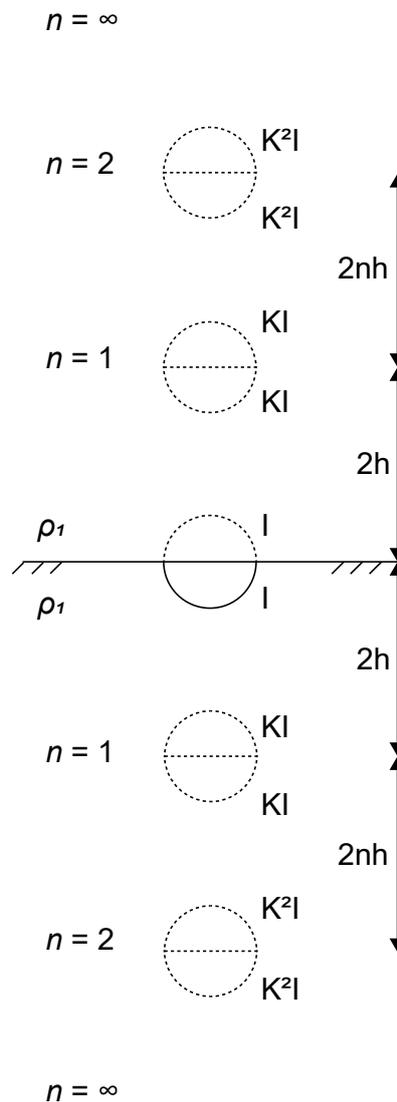
$$\frac{\Delta V}{I} = \frac{\rho_a}{2\pi r} = R_G \quad (3.5)$$

Considerando as não homogeneidades do solo em um modelo estratificado em duas camadas horizontais e o sistema de aterramento sendo aproximado em um equivalente semiesférico, na Figura nº 12, tem-se a representação gráfica do sistema e os efeitos das imagens sobre o mesmo.

De acordo com Tagg (1964), He, Zeng e Zhang (2012), e Mitolo (2020), a resistência do equivalente semiesférico com raio inferior à espessura da primeira camada pode ser expressa por:

$$R_G = \frac{\rho_1}{2\pi r} \left[ 1 + 2r \sum_{n=1}^{\infty} \frac{K^n}{2nh_1} \right] \quad (3.6)$$

Figura nº 12 - Semiesfera em solo estratificado em duas camadas horizontais



Fonte: Imagem adaptada de (MITOLO, 2020)

$$K = \frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_2 + \rho_1} \quad (3.7)$$

Sendo:  $\rho_1$  é a resistividade da primeira camada,  $\rho_2$  a resistividade da segunda camada,  $K$  o coeficiente de reflexão entre as camadas do solo e  $h_1$  a espessura da primeira camada.

Porém, ainda pode existir a condição que o raio equivalente da semiesfera é maior que a espessura da primeira camada. Nessa condição, a semiesfera ocuparia um espaço na primeira e na segunda camada, ainda que fisicamente a malha possa estar contida apenas na primeira camada do solo. Desse modo, é necessário reescrever a Equação 3.6 de forma a considerar essa nova condição.

Uma proposição para essa condição é feita primeiramente por uma aproximação onde a densidade de corrente é inversamente proporcional à resistividade de cada camada conforme a Equação 3.8 e é vista em Tagg (1964), permitindo escrever a equação da corrente total como a soma do produto da densidade de corrente pela área ocupada em cada camada

do solo.

$$J_1\rho_1 = J_2\rho_2 \quad (3.8)$$

$$J_1S_1 + J_2S_2 = I \quad (3.9)$$

Onde  $J_1$  é a densidade de corrente propagada na primeira camada do solo ( $\frac{A}{m^2}$ ),  $J_2$  é a densidade de corrente propagada na segunda camada do solo ( $\frac{A}{m^2}$ ),  $S_1$  é a área ocupada pela semiesfera na primeira camada do solo ( $m^2$ ) e  $S_2$  é a área ocupada pela semiesfera na segunda camada do solo ( $m^2$ ).

Para conseguir determinar a densidade de corrente em cada camada do solo, é preciso determinar a área ocupada pela semiesfera em cada uma dessas camadas. A área superficial da semiesfera é calculada por:

$$S = 2\pi r^2 \quad (3.10)$$

A área ocupada pela segunda camada pode ser calculada a partir de uma calota semi-esférica:

$$S_2 = 2\pi r(r - h_1) \quad (3.11)$$

Conseqüentemente a área ocupada na primeira camada do modelo do solo pode ser expressa por:

$$S_1 = S - S_2 \quad (3.12)$$

Dessa forma, a densidade de corrente na primeira camada e na segunda camada pode ser reescrita pelas Equações 3.13 e 3.14.

$$J_1 = \frac{\rho_2 I S}{\rho_1 S_2 + \rho_2 S_1} \quad (3.13)$$

$$J_2 = \frac{\rho_1 I S}{\rho_1 S_2 + \rho_2 S_1} \quad (3.14)$$

E a resistência própria da semiesfera ocupando um espaço na primeira e na segunda camada passa a ser:

$$R_G = \frac{\rho_1 \rho_2 S}{\rho_1 S_2 + \rho_2 S_1} \left( \frac{1}{2\pi r} \right) \quad (3.15)$$

Se forem considerados os efeitos das imagens no solo para essa representação, a resistência do modelo semiesférico equivalente passa a ser:

$$R_G = \frac{\rho_1 \rho_2 S}{\rho_1 S_2 + \rho_2 S_1} \left( \frac{1}{2\pi r} \right) \left[ 1 + 2r \sum_{n=1}^{\infty} \frac{K^n}{2n(r + h_1)} \right] \quad (3.16)$$

Para determinar a resistência mútua das hastas auxiliares de teste, Tagg (1964) já deduziu a expressão que leva à Equação 3.17:

$$V(x) = \frac{I\rho_1}{2\pi} \left[ \frac{1}{x} + 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{K^n}{\sqrt{x^2 + (2nh_1)^2}} \right] \quad (3.17)$$

Onde  $x$  é a distância entre o ponto de injeção de corrente e o ponto de medição da elevação de potencial no solo. Se toda corrente  $I$  é a corrente injetada na malha, a expressão da resistência mútua pode ser descrita por:

$$R(x) = \frac{\rho_1}{2\pi} \left[ \frac{1}{x} + 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{K^n}{\sqrt{x^2 + (2nh_1)^2}} \right] \quad (3.18)$$

De acordo com He, Zeng e Zhang (2012), a expressão matemática da resistência de aterramento para o uso do método da queda de potencial pode ser descrita por:

$$R_{calc} = R_G - R_{GP} - R_{GC} + R_{CP} \quad (3.19)$$

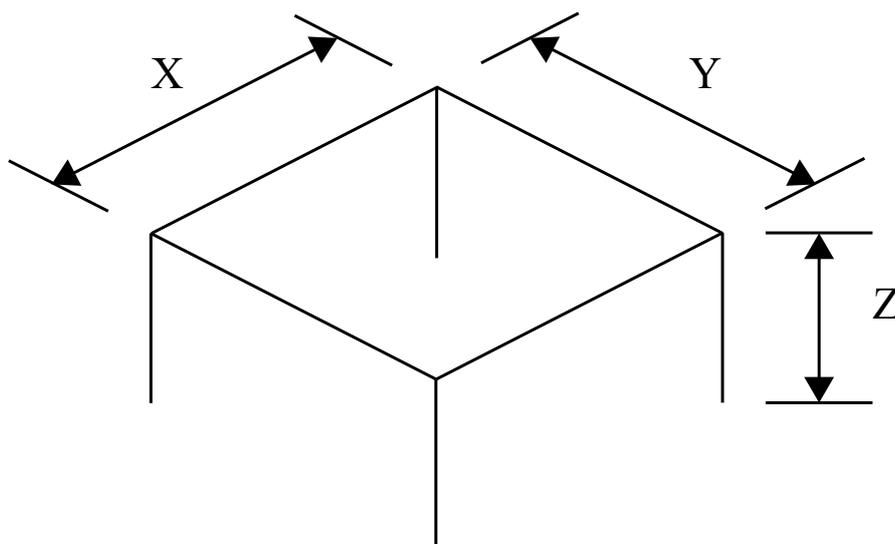
Onde  $R_G$  é a resistência própria da malha de aterramento ( $\Omega$ ), podendo ser (3.5), (3.6) ou (3.16), e  $R_{GP}$  é a resistência mútua entre a malha de aterramento e o eletrodo de potencial ( $\Omega$ ),  $R_{GC}$  é a resistência mútua entre a malha de aterramento e o eletrodo de corrente ( $\Omega$ ) e  $R_{CP}$  é a resistência mútua entre o eletrodo de potencial e o eletrodo de corrente ( $\Omega$ ) calculadas pela expressão (3.18).

### 3.2 Avaliação numérica das expressões analíticas

Aproximar uma malha de uma geometria singular em um equivalente semiesférico presume diferenças no valor da resistência obtida. Neste subitem, serão avaliadas, a partir do uso do CDEGS, as diferenças encontradas para condições onde a malha tenha uma variação na sua estrutura física, assim como para variações do solo, seguindo a mesma linha trabalhada em Rodrigues *et al.* (2021).

Para essa avaliação das diferenças, foram montadas malhas no CDEGS conforme as Figuras nº 13 e 14.

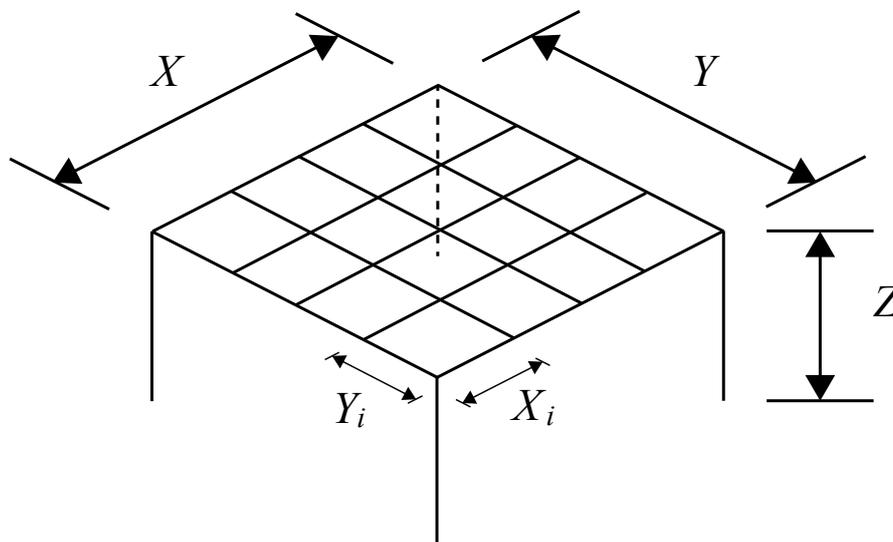
Figura nº 13 - Malha de aterramento sem retículas horizontais



Fonte: Elaborado pelo Autor

Além da geometria da malha, é necessário avaliar as dimensões que a malha terá assim como a composição do solo onde ela vai estar inserida. As dimensões dessas malhas

Figura nº 14 - Malha de aterramento reticulada



Fonte: Elaborado pelo Autor

são apresentadas conforme a Tabela nº 1, onde a malha utilizada nessa avaliação terá dimensões de 8x8m e hastes verticais que podem possuir 1 ou 2 metros de comprimento de acordo com cada malha. É importante notar que duas malhas só possuem condutores em sua periferia, enquanto outras duas possuem seu interior com maior número de condutores.

Já os tipos de solo analisados são descritos na Tabela nº 2, em que serão utilizados valores entre 100 e 900  $\Omega.m$  em diferentes combinações e espessuras do solo.

Tabela nº 1 - Dimensão da malha de aterramento

Malha	Dimensões				
	X (m)	$X_i$ (m)	Y (m)	$Y_i$ (m)	Z (m)
1	8	-	8	-	1
2	8	2	8	2	1
3	8	-	8	-	2
4	8	2	8	2	2

Nesse sentido, foram realizadas 48 simulações e os resultados gerais são referenciados nas Tabelas nº 3 e 4. De modo geral, é possível observar as diferenças ao realizar a aproximação semiesférica para diferentes tipos de malhas e solos.

Ainda que essa aproximação seja bastante empregada na literatura, alguns resultados são razoavelmente distantes do que se espera, como é possível ver na Tabela nº 3, Desse modo, apesar de ser bastante conveniente para a maior parte dos casos, faz-se necessária uma boa dose de cautela ao utilizar aproximação semiesférica, tendo em vista as diferenças que podem ocorrer na sua implementação.

Tabela nº 2 - Configuração do solo

Solo	Modelo do Solo		
	$\rho_1(\Omega.m)$	$\rho_2(\Omega.m)$	$h_1(m)$
1	100	300	2
2	100	600	2
3	100	900	2
4	900	100	2
5	900	300	2
6	900	600	2
7	100	300	4
8	100	600	4
9	100	900	4
10	900	100	4
11	900	300	4
12	900	600	4

Tabela nº 3 - Resultados obtidos com a formulação matemática e com o CDEGS - Parte 1

Nº Teste	Malha	Solo	Resultados		
			Aproximação Semiesférica	CDEGS	Diferença (%)
1	1	1	10,06	9,55	5%
2	2	1	10,06	8,87	13%
3	3	1	10,06	9,29	8%
4	4	1	10,06	8,70	16%
5	1	2	12,95	12,93	0%
6	2	2	12,95	12,34	5%
7	3	2	12,95	12,75	2%
8	4	2	12,95	12,25	6%
9	1	3	14,71	15,3	-4%
10	2	3	14,71	14,75	0%
11	3	3	14,71	15,08	-2%
12	4	3	14,71	14,60	1%
13	1	4	12,83	30,17	-57%
14	2	4	12,83	20,53	-38%
15	3	4	12,83	17,85	-28%
16	4	4	12,83	14,42	-11%
17	1	5	28,91	36,66	-21%
18	2	5	28,91	27,67	4%
19	3	5	28,91	30,11	-4%
20	4	5	28,91	24,42	18%
21	1	6	44,16	45,33	-3%
22	2	6	44,16	37,06	19%
23	3	6	44,16	40,97	8%
24	4	6	44,16	34,75	27%

Tabela nº 4 - Resultados obtidos com a formulação matemática e com o CDEGS - Parte 2

Nº Teste	Malha	Solo	Resultados		
			Aproximação Semiesférica	CDEGS	Diferença (%)
25	1	7	8,86	8,17	8%
26	2	7	8,86	7,39	20%
27	3	7	8,86	7,78	14%
28	4	7	8,86	7,17	24%
29	1	8	11,09	10,17	9%
30	2	8	11,09	9,42	18%
31	3	8	11,09	9,77	13%
32	4	8	11,09	9,19	21%
33	1	9	12,51	11,48	9%
34	2	9	12,51	10,75	16%
35	3	9	12,51	11,08	13%
36	4	9	12,51	10,52	19%
37	1	10	33,91	36,96	-8%
38	2	10	33,91	28,35	20%
39	3	10	33,91	33,57	1%
40	4	10	33,91	26,66	27%
41	1	11	40,45	47,42	-15%
42	2	11	40,45	33,41	21%
43	3	11	40,45	33,57	20%
44	4	11	40,45	31,67	28%
45	1	12	48,44	47,80	1%
46	2	12	48,44	39,82	22%
47	3	12	48,44	38,30	26%
48	4	12	48,44	38,02	27%

### 3.3 Modelo de Otimização

A função objetivo da modelagem matemática é escrita pela minimização da expressão da soma do Erro Absoluto Percentual Médio (EAPM), tomando como base os valores experimentais medidos pelo método da queda de potencial e os valores calculados pelas expressões do Capítulo 3.1.

$$\min(EAPM) = \left[ \frac{1}{N} \sum_x \sqrt{\left( \frac{R_{med}(d_p) - R_{calc}(\rho_1, \rho_2, h_1, d_p, d_c)}{R_{med}(d_p)} \right)^2} \right] \cdot 100\% \quad (3.20)$$

Sendo:  $d_p$  é a distância do eletrodo de potencial ( $m$ );  $d_c$  é a distância do eletrodo de corrente ( $m$ );  $N$  é o número de medições realizadas;  $\rho_1$  resistividade da primeira camada ( $\Omega.m$ );  $\rho_2$  resistividade da segunda camada ( $\Omega.m$ );  $h_1$  espessura da primeira camada ( $m$ ).

Como  $R_{calc}(\rho_1, \rho_2, h_1, d_p, d_c)$  depende dos parâmetros de resistividade do solo, e o solo é um meio mutável como foi visto no Capítulo 2, restrições para excursão de valores de resistividade para a primeira e segunda camada, assim como espessura da primeira camada precisam ser atribuídas de forma a garantir uma representação física para o problema matemático. Desse modo:

$$\rho_{1_{MIN}} \leq \rho_1 \leq \rho_{1_{MAX}} \quad (3.21a)$$

$$\rho_{2_{MIN}} \leq \rho_2 \leq \rho_{2_{MAX}} \quad (3.21b)$$

$$h_{1_{MIN}} \leq h_1 \leq h_{1_{MAX}} \quad (3.21c)$$

Sendo:  $\rho_{1_{MIN}}$  é o valor mínimo admissível para a resistividade da primeira camada ( $\Omega.m$ );  $\rho_{1_{MAX}}$  é o valor máximo admissível para a resistividade da primeira camada ( $\Omega.m$ );  $\rho_{2_{MIN}}$  é o valor mínimo admissível para a resistividade da segunda camada ( $\Omega.m$ );  $\rho_{2_{MAX}}$  é o valor máximo admissível para a resistividade da segunda camada ( $\Omega.m$ );  $h_{1_{MIN}}$  é o valor mínimo admissível para a espessura da primeira camada ( $m$ );  $h_{1_{MAX}}$  é o valor máximo admissível para a espessura da primeira camada ( $m$ );

O modelo de otimização também precisa atender algumas condições básicas:

$$d_c > r \quad (3.22a)$$

$$r < d_p < d_c \quad (3.22b)$$

$$\rho_1, \rho_2, h_1, d_p, d_c \in \mathbb{R}_+^* \quad (3.22c)$$

Onde resumidamente o eletrodo de corrente tem que ser colocado a uma distância superior à periferia da malha de aterramento, o eletrodo de potencial tem que ser colocado entre a malha e o eletrodo de corrente, e todas as variáveis precisam pertencer ao conjunto dos reais positivos não nulos.

### 3.4 Método de Otimização

O método heurístico, baseado em enxame de partículas, é uma ferramenta que auxilia na obtenção de bons resultados dentro de um espaço de busca. Esse tipo de técnica se desenvolve a partir de um algoritmo evolutivo e social, no qual as partículas possuem individualmente informações sobre o sistema a ser analisado e ao compartilhar essas informações entre si, possibilitam iterativamente percorrer o espaço de busca à procura de soluções candidatas melhores que as existentes da iteração anterior (VOIT, 2010).

É possível estabelecer algumas vantagens na utilização desse método frente a outros existentes na literatura (VOIT, 2010):

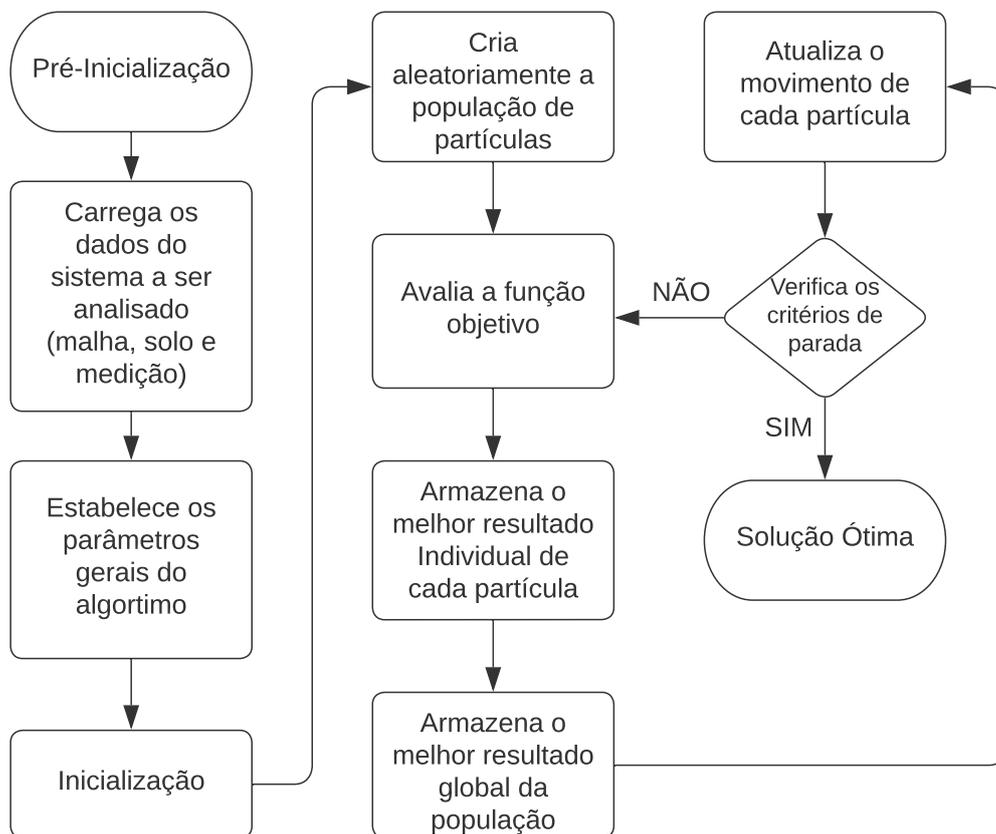
- i. é considerada a capacidade de percorrer o espaço de busca com inicializações aleatórias, o que permite contornar alguns problemas de condição inicial existentes dentro de métodos exatos;
- ii. a forma que a população é construída e se desenvolve permite percorrer o espaço de busca com mais efetividade se comparada a outros algoritmos evolutivos;
- iii. poucas modificações dentro do modelo clássico do enxame de partículas precisam ser realizadas para solucionar diferentes problemas de engenharia.

Dentro do método, cada partícula armazena um conjunto de informações que contribuem para a solução do modelo de otimização proposto. Essas soluções retornam funções de adaptação que permitem às partículas quantificarem e qualificarem quais são as melhores soluções para uma dada iteração do método. Logo, cada partícula armazena a melhor solução encontrada por ela própria e, assim, como a melhor solução encontrada pelo conjunto. Isso permite que na próxima iteração toda a população se movimente em direção

a boas soluções do problema dentro do espaço de busca e possibilite encontrar soluções novas tão boas quanto as anteriores.

O esquema utilizado na construção de um algoritmo baseado em enxame de partículas é apresentado na Figura nº 15. A seguir, cada um dos blocos do fluxograma será discutido.

Figura nº 15 - Fluxograma de execução do algoritmo de otimização



Fonte: Elaborado pelo Autor

### 3.4.1 Pré-Inicialização e Inicialização do algoritmo de otimização

A inicialização do algoritmo depende de alguns fatores. Primeiramente, é necessária a disponibilidade dos dados geometria da malha de aterramento, dos dados de medição de resistividade do solo e dos valores obtidos pela medição de resistência pelo MQP.

A partir dos dados de geometria da malha, tomando como base sua área ocupada no solo, a malha é convertida em um modelo equivalente semiesférico. Na sequência, os dados de resistividade do solo podem ser obtidos por medições pelo método de Wenner ou Schlumberger (HE; ZENG; ZHANG, 2012). Posteriormente, tais informações são usadas para estimação do modelo de solo estratificado em duas camadas horizontais. Por fim, as medições da resistência de aterramento pelo método da queda de potencial são armazenadas em uma matriz  $2 \times N$ , onde a primeira linha representa os espaços de medição do eletrodo de potencial, e a segunda linha são os valores de resistência obtidos em cada espaço.

Na sequência, estabelecem-se os limites das restrições do modelo de otimização, o número de partículas, a quantidade máxima de iterações admissíveis na simulação, assim

como critérios de parada para a função de adaptação e a velocidade máxima de excursão das partículas.

Para a metodologia proposta, foram definidos os seguintes parâmetros:

- i. 500 partículas irão compor a população do modelo de otimização;
- ii. 200 iterações representarão o critério final de parada do algoritmo;
- iii. Caso alguma partícula tenha parâmetros que minimizem a função objetivo expressa pela Equação 3.20 em valores inferiores a 1%, será admitido que essa partícula carregue a solução ótima do modelo;
- iv. A velocidade máxima de excursão de cada variável da partícula é de 0,5% o valor máximo da restrição que representa o atributo;
- v. As restrições vão variar de acordo com critérios que serão expostos no capítulo seguinte.

### 3.4.2 Geração da população inicial

As partículas, analogamente à codificação por algoritmo genético, representam indivíduos dentro de uma população (VOIT, 2010). O conjunto inicial é gerado de maneira aleatória, respeitando apenas os limites de excursão dos atributos representados pelas variáveis  $\rho_1$ ,  $\rho_2$  e  $h_1$ , ou seja, a população vai ter uma diversificação nos valores dos atributos de acordo com a capacidade de excursão pelas próprias restrições.

Uma grande vantagem na escolha do enxame de partículas em relação à geração da população inicial, é que mesmo se as partículas armazenarem atributos muito ruins do ponto de vista da função de adaptação (geralmente representada pela própria função objetivo), podem seguir excursionando à procura de valores melhores com maior independência. Enquanto isso, outros algoritmos evolutivos precisam de etapas de pré-seleção para seus indivíduos não correrem o risco de ter uma população que não é capaz de encontrar boas soluções.

### 3.4.3 Avaliação das partículas

Dentro da área dos algoritmos evolutivos, avaliar o desempenho dos indivíduos que compõe a sua população é essencial para obtenção de melhores resultados para um dado problema. No que se refere aos algoritmos de inteligência de enxames, isso é ainda mais essencial, pois esses resultados são compartilhados entre as partículas na obtenção de novas soluções. Essa avaliação pode ser feita de diferentes formas, porém, a mais comum é comparar o desempenho de cada partícula a partir da função objetivo.

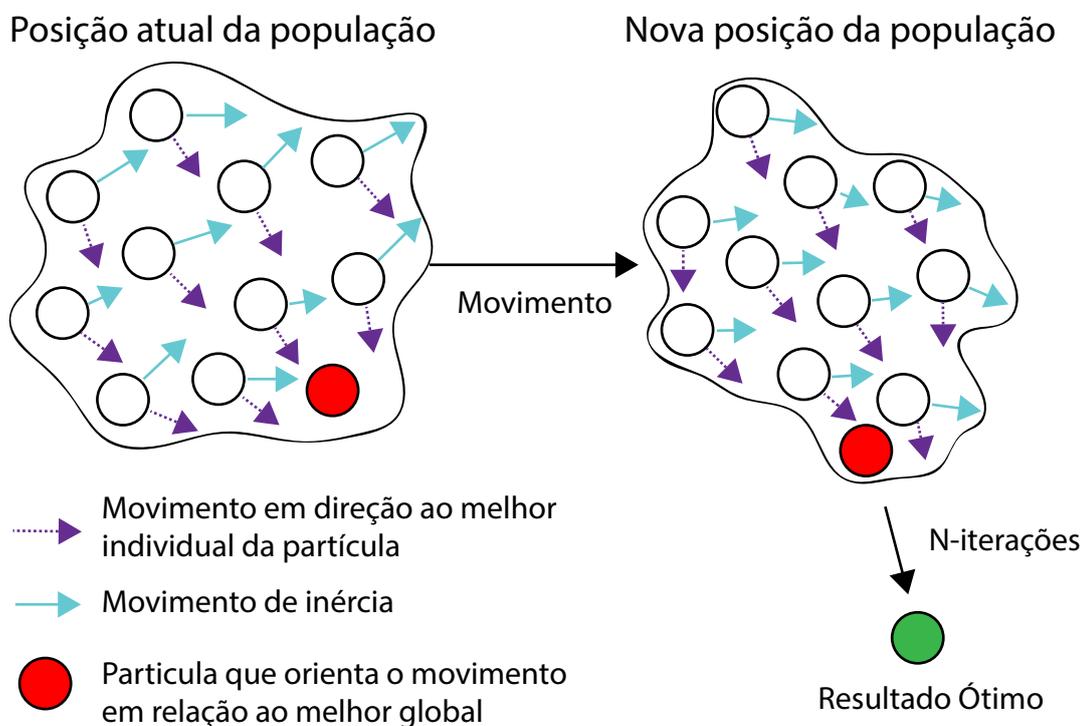
A avaliação das partículas dentro do modelo de otimização proposto consiste em analisar o resultado obtido por meio da função objetivo exposta na Equação 3.20 que considera a minimização do erro entre os valores obtidos experimentalmente e os resultados provenientes da expressão matemática que remete ao MQP.

### 3.4.4 Interação das partículas

As partículas, dentro do processo de otimização por inteligência de enxames, são capazes de armazenar seus próprios resultados e compartilhar com as demais de forma que seja possível estabelecer qual indivíduo apresentou o melhor resultado conforme ilustra a Figura nº 16. Essa dinâmica, dentro do algoritmo de otimização, permite que cada

componente direcione uma parcela do seu movimento de acordo com a obtenção desses resultados, assim como permite direcionar uma parcela em relação aos seus próprios resultados, e uma terceira contribuição é dada em relação à própria inércia da partícula.

Figura nº 16 - Esquemático do algoritmo de otimização por enxame de partículas



Fonte: Imagem adaptada de (CHEN et al., 2020)

### 3.4.5 Critério de parada

O critério de parada é o mecanismo que indica ao algoritmo que chegou em uma condição suficientemente boa para a solução do problema ou indica que a quantidade de iterações já passou do valor admissível na busca por uma solução ótima. É importante reforçar que o modelo de otimização heurística não garante que a solução encontrada será a melhor resposta possível para o espaço de busca existente, mas um modelo bem construído garante que sempre será possível chegar em boas soluções para o problema proposto.

Dito isso, uma vez que um critério de parada é atingido, é escolhida a partícula que apresenta o melhor resultado para a função objetivo, e esse valor é convertido nos dados pertinentes para a análise final.

## 3.5 Considerações finais do capítulo 3

Ao longo deste capítulo, foi apresentado o método que aproxima a malha de aterramento em um equivalente semiesférico para ser empregado juntamente com as medições de campo no objetivo de encontrar soluções para o problema que relaciona a estimativa da resistência de aterramento em solos não homogêneos e espaçamentos reduzidos.

Dessa forma, primeiramente é apresentada a expressão matemática que aproxima a malha de aterramento em um equivalente semiesférico imerso a solos homogêneos e não homogêneos, assim como a formulação matemática para as hastes de medição. Na sequência, é feita uma avaliação do modelo matemático ao comparar seu resultado com valores provenientes de um *software* comercial de projeto (CDEGS), evidenciando as diferenças ao adotar uma abordagem de aproximação semiesférica. Por fim, é apresentado o método e modelo de otimização utilizado para acelerar a obtenção do resultado ótimo que minimize a função objetivo do problema.

## 4 ESTUDO DE CASO E RESULTADOS

Este capítulo tem como objetivo apresentar os resultados obtidos por meio da metodologia proposta no Capítulo 3 e de analisar sua potencialidade para a estimativa da resistência de aterramento, considerando solos não homogêneos e medições realizadas em espaçamentos reduzidos.

Para a aplicação da metodologia, foram utilizados dados provenientes de simulação e, fundamentalmente, de medições experimentais advindos de diversos trabalhos na área de aterramento. A seleção dos estudos de caso fundamentou-se na completa disponibilidade dos dados de geometria da malha de aterramento, medições de resistividade e da obtenção dos valores de resistência a partir do método da queda de potencial (MQP). Esses dados são apresentados e analisados no item 4.1.

Em função da constatação de que alguns resultados de referência não estavam aderentes aos seus próprios dados de projeto, no item 4.2 é feita uma breve discussão sobre as possibilidades de interferência nos valores apresentados.

Na sequência, no item 4.3, são apresentados os resultados da metodologia proposta a partir dos dados fornecidos no item 4.1, sendo estes:

- i. os valores obtidos pela função objetivo que descreve o modelo de otimização utilizado para solução da metodologia;
- ii. a reconstrução gráfica dos valores medidos experimentalmente a partir dos valores calculados pelo modelo de otimização;
- iii. a estimativa da resistividade do solo que o modelo fornece;
- iv. a estimativa de resistência de aterramento de acordo com os espaçamentos dos dispositivos de medição.

Por fim, na subseção 4.4, é feita uma discussão geral sobre os resultados obtidos neste trabalho.

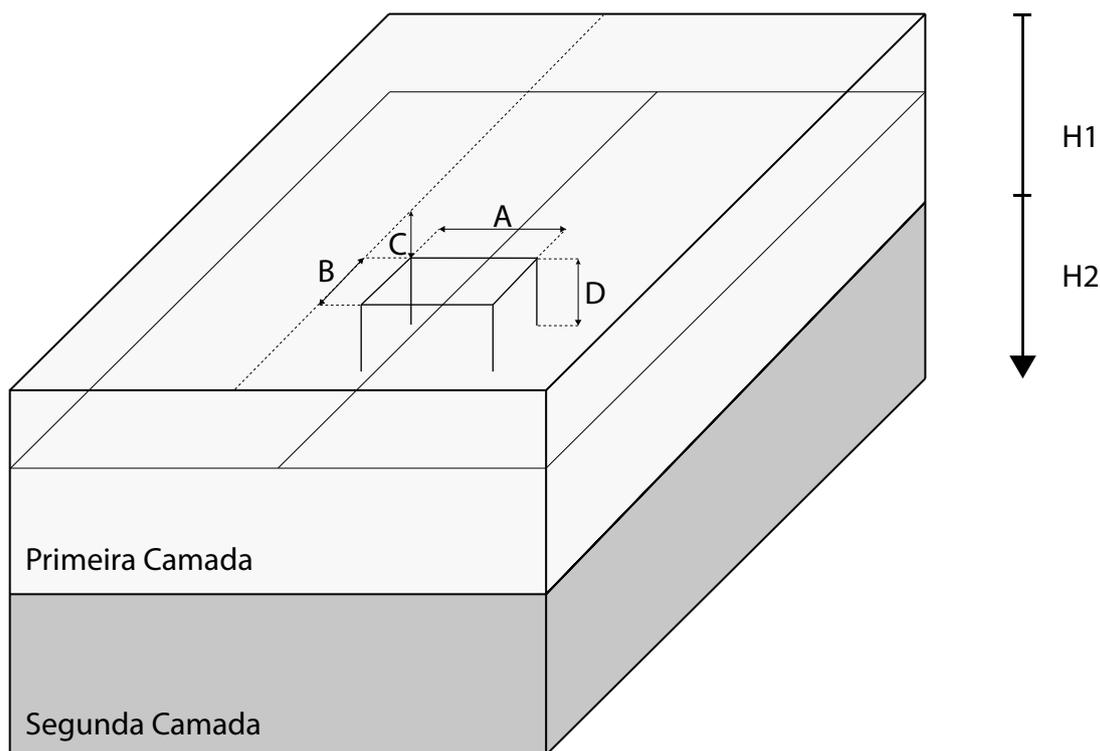
### 4.1 Descrição dos sistemas de aterramento

O modelo proposto, neste trabalho, busca estimar a resistência de aterramento de malhas presentes em solos não homogêneos a partir do conhecimento de três dados essenciais: a geometria da malha; o modelo de resistividade do solo e a resistência medida pelo MQP.

#### 4.1.1 Estudo de Caso 1

Morais (2021) apresenta a construção de uma malha de aterramento experimental com geometria quadrada, sendo composta por cabos condutores de cobre nu de  $25\text{mm}^2$  conectados por solda exotérmica. A malha tem  $3\text{m} \times 3\text{m}$  (A x B) de área. Na extremidade de cada vértice, é inserida uma haste vertical de  $1,5\text{m}$  com  $5/8''$  de diâmetro (D) e é enterrada a uma profundidade de  $0,5\text{m}$  (C), conforme Figura nº 17.

Figura nº 17 - Geometria da Malha de Morais (2021)



Fonte: Elaborado pelo Autor

A medição da resistividade do solo foi realizada em novembro de 2019, mês classificado pelo autor como seco e com uma baixa umidade do solo. Porém, não foram apresentados dados que confirmassem essa condição. A Tabela nº 5 apresenta o modelo de solo estratificado pelo autor.

Tabela nº 5 - Solo estratificado por Morais (2021)

Data	$\rho_1$ ( $\Omega.m$ )	$h_1$ (m)	$\rho_2$ ( $\Omega.m$ )
11/2019	1100	7,48	347,37

Foi utilizada pelo autor, a fórmula de Nahman para análise preliminar do valor da resistência da malha de aterramento, estimada em  $118,9 \Omega$ .

O MQP foi utilizado para obtenção do valor da resistência da malha de aterramento com o eletrodo de corrente fixado a 40 metros de distância (aproximadamente 9 vezes a maior diagonal da malha), sendo esse espaçamento suficiente para atender a norma IEEE

STD 81-2012. No entanto, a medição experimental ocorreu em fevereiro de 2020, que é considerado pelo autor, um mês úmido e com maior concentração de chuvas. Também se destaca que não foram realizadas medições que atestassem as condições do solo. Na Tabela nº 6, são apresentados os valores de resistência.

Considerando o espaço de tempo entre a medição da resistividade (novembro de 2019) e a obtenção do valor da resistência (fevereiro de 2020), esse distanciamento entre as medições pode ser suficiente para que o solo altere suas características. De forma geral, o solo então pode passar a ser uma fonte de erro entre o valor de projeto e o valor experimental.

No referido trabalho, a resistência de patamar é estimada seguindo a linha de tendência nas medições que refere-se ao valor médio entre  $\frac{d_p}{d_c}$  35% a 45% e assim estimado o valor de 84,06  $\Omega$ .

Tabela nº 6 - Valores de resistência obtidos por Morais (2021)

$\frac{d_p}{d_c}$ (%)	Resistência Medida ( $\Omega$ )	$\frac{d_p}{d_c}$ (%)	Resistência Medida ( $\Omega$ )
5%	56,8	55%	87,3
10%	64,6	60%	88,3
15%	73,4	65%	89,5
20%	78,5	70%	91,1
25%	80,5	75%	93,1
30%	82	80%	95,6
35%	83,1	85%	100
40%	84,2	90%	108,6
45%	84,9	95%	129,3
50%	86		

#### 4.1.2 Estudo de Caso 2

Costa (2016) apresenta a construção de uma malha de aterramento experimental com geometria quadrada, utilizando 11 metros de cabo de cobre nu de seção  $35mm^2$ . As dimensões da malha são 2,4m x 2,4m (A x B), com 4 hastes verticais postas em seus vértices de dimensão 2,4m (D) e 3/8" de diâmetro. A malha foi enterrada a 0,3m da superfície do solo, seguindo a mesma geometria apresentada na Figura nº 17.

A medição da resistividade ocorreu em 5 direções diferentes dentro de uma área de 15m x 30m, utilizando o seu valor médio para fazer a estratificação do solo em duas camadas. No trabalho, é mencionado que o solo estava seco e com pelo menos 7 dias sem chuva na região. O modelo de solo apresentado está descrito na Tabela nº 7.

Tabela nº 7 - Solo estratificado por Costa (2016)

Data	$\rho_1$ ( $\Omega.m$ )	$h_1$ (m)	$\rho_2$ ( $\Omega.m$ )
Sem informação	43,18	6,66	2373,70

Para esse estudo de caso, foi utilizado o software TecAt Plus 5.2® para uma análise preliminar do valor da resistência de aterramento da malha, obtendo o valor de 6,47  $\Omega$ .

O método da queda de potencial foi utilizado para obtenção do valor da resistência da malha de aterramento com o eletrodo de corrente fixado a 20,4 metros de distância (aproximadamente 5 vezes a maior diagonal da malha), sendo essa distância suficiente para atender a norma IEEE STD 81-2012. Os resultados obtidos para a resistência de aterramento são apresentadas conforme a Tabela nº 8. No entanto, a medição experimental ocorreu em um período chuvoso, sendo que entre a última incidência de chuva e a medição passaram-se 4 dias. É reportado que o solo aparentava estar seco. Entretanto, não foi realizada nenhuma medição que confirmasse tal afirmação.

Tabela nº 8 - Valores de resistência obtidos por Costa (2016)

$\frac{d_p}{d_c}$ (%)	Resistência Medida ( $\Omega$ )	$\frac{d_p}{d_c}$ (%)	Resistência Medida ( $\Omega$ )
7%	2,99	56%	6,08
12%	4,19	61%	6,05
17%	4,52	66%	6,23
22%	4,7	71%	6,4
26%	5,1	75%	6,65
31%	5,31	80%	7,02
36%	5,48	85%	7,32
41%	5,75	90%	8,32
46%	5,89	95%	18,75
51%	6,02		

O autor estima a resistência de patamar, seguindo a linha de tendência do gráfico, utilizando o valor médio entre  $\frac{d_p}{d_c}$  41% e 71%, retornando a ele 6  $\Omega$ . Destaca-se que tal procedimento não condiz exatamente com o recomendado pela IEEE STD 81-2012, já que o eletrodo de potencial que retornaria à resistência real, de acordo com a correção do posicionamento, em virtude da composição do solo, estaria próximo à região de  $\frac{d_p}{d_c}$  de 90%.

### 4.1.3 Estudo de Caso 3

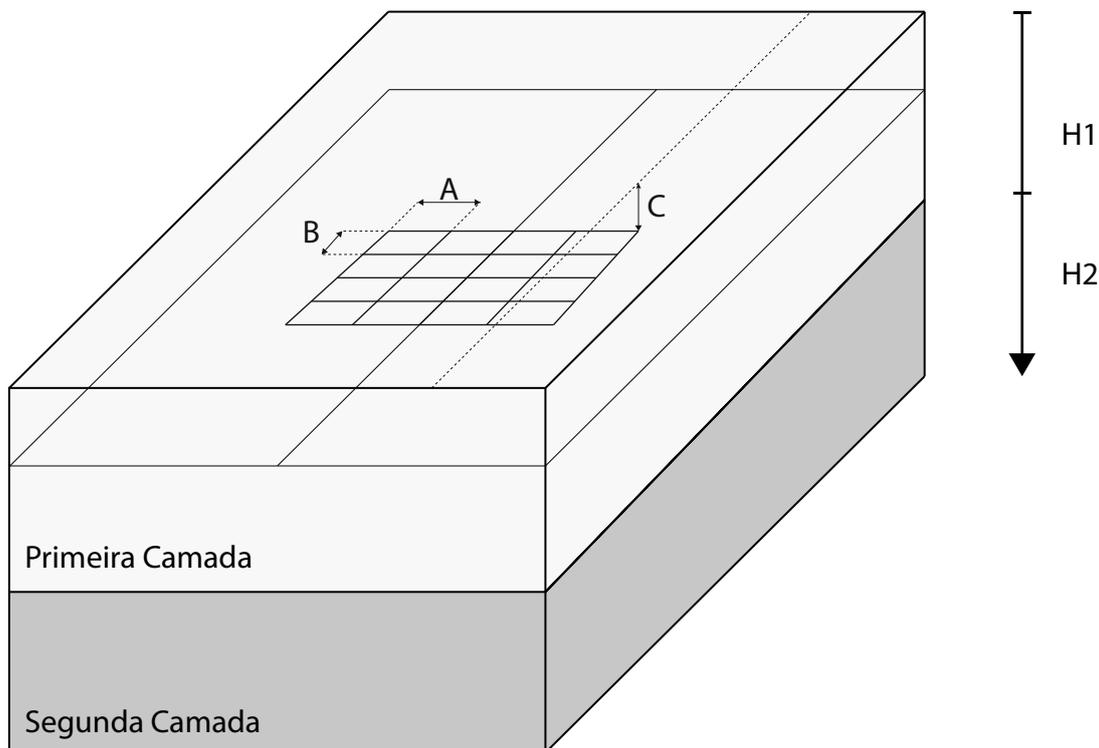
Schmoeller (2018) apresenta a construção de uma malha de aterramento experimental composta por cabos condutores de cobre nu de  $95mm^2$  conectados por conectores de compressão. A geometria desse sistema é horizontal, sem hastes verticais, com dimensões de 10m x 10m e reticulada em 2,5m x 2,5m (A x B) que subdividem a malha. Por fim, ela é enterrada a uma profundidade de 0,5m da superfície (C), conforme Figura nº 18.

A etapa da medição de resistividade do solo foi realizada em duas datas diferentes, 06 de janeiro de 2018 e 18 de agosto de 2018. As condições climáticas foram distintas, como é citado em seu trabalho. São apresentados dados de temperatura ambiente e a chuva acumulada no mês. Os modelos resultantes do solo estratificado em duas camadas horizontais são dados conforme a Tabela nº 9.

Essa diferença entre as medições e os modelos resultantes do solo são parâmetros significativos, pois permitem avaliar como a composição do solo pode se alterar de acordo com a sazonalidade, apesar de esses parâmetros não terem sido abordados de maneira detalhada no trabalho.

No que se refere ao projeto da malha de aterramento, são utilizadas como ferramenta de estimativa de resistência da malha, a fórmula de Sverak e simulação numérica com o

Figura nº 18 - Geometria da Malha UFSC/GEMCO



Fonte: Elaborado pelo Autor

Tabela nº 9 - Solo estratificado por Schmoeller (2018)

Data	$\rho_1$ ( $\Omega.m$ )	$h_1$ (m)	$\rho_2$ ( $\Omega.m$ )
06/01/2018	1096,6	15,3	23,8
18/08/2018	608,4	5,6	15,8

software Ansys Maxwell 3D. Os valores obtidos por ambas as abordagens são, respectivamente, 53,94  $\Omega$  e 41,94  $\Omega$ . Esses valores partem do modelo do solo obtido pela medição em janeiro de 2018.

Para a validação experimental, foi realizada a medição da resistência a partir do MQP. O autor utiliza diversos espaçamentos entre a malha e o eletrodo de corrente. O menor espaçamento utilizado é 0,75 vezes o valor da maior diagonal da malha ( $F = 14,14$  m), e o maior espaçamento é 5 vezes o valor da maior diagonal. A obtenção dos valores de resistência a partir do eletrodo de potencial se dá na região entre 10% a 90% do posicionamento do eletrodo de corrente, conforme dados da Tabela nº 10.

A resistência de patamar foi estimada com o eletrodo de corrente na condição mais distante da malha (5 vezes a maior diagonal), e o eletrodo de potencial foi colocado a 62% desse valor, sendo obtidos então 14,32  $\Omega$  como valor de referência. Observa-se que o valor obtido é inferior ao valor projetado, o que torna questionável se o modelo do solo é aderente às medições de resistência realizadas.

Tabela nº 10 - Valores de resistência obtidos por Schmoeller (2018)

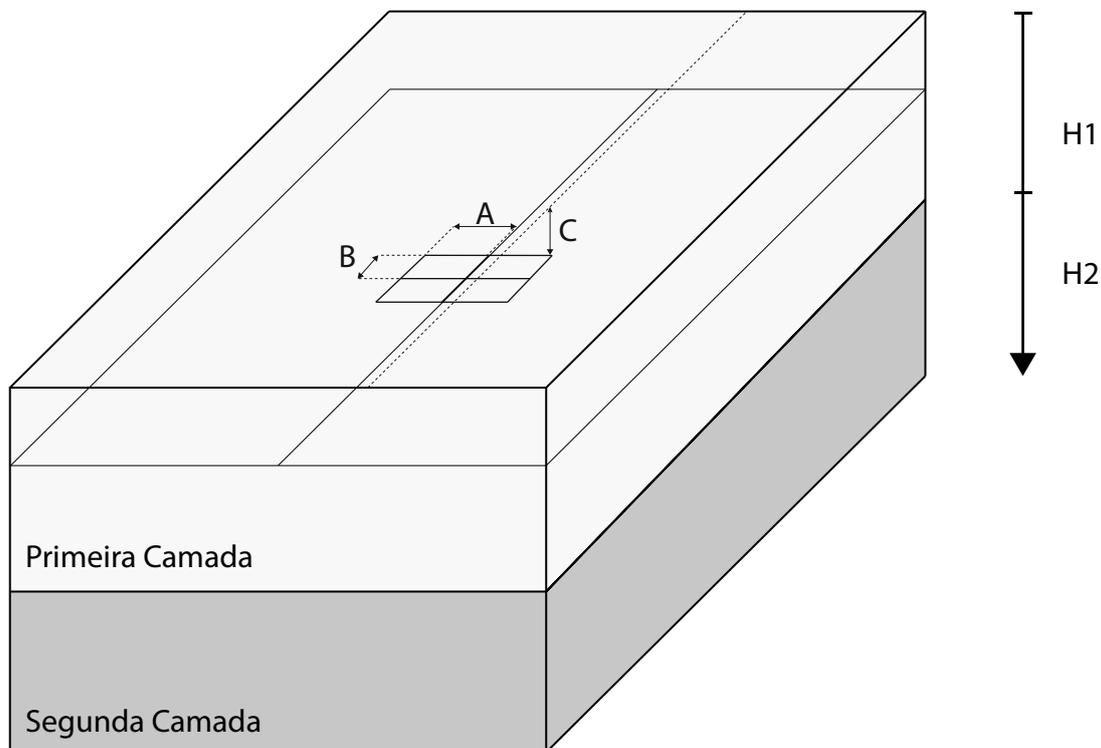
$\frac{d_p}{d_c}$ (%)	Resistência Medida ( $\Omega$ )					
	$d_c = 0,75 \cdot F$	$d_c = 1 \cdot F$	$d_c = 2 \cdot F$	$d_c = 3 \cdot F$	$d_c = 4 \cdot F$	$d_c = 5 \cdot F$
10%	8,7	9,4	10,8	11,6	12	12,3
20%	11,1	11,5	12,2	12,6	12,9	13,2
30%	12,5	12,6	13	13,2	13,4	13,5
40%	13,6	13,7	13,7	13,7	13,8	14
50%	14,9	14,7	14,6	14,2	14,1	14,1
60%	16,6	16,1	15,4	15	14,5	14,2
70%	19,4	18,1	17,5	16,2	15,2	14,7
80%	24	21,7	21,1	18,4	17,6	16,5
90%	36,2	29,8	29,5	25,5	25,9	23,8

#### 4.1.4 Estudo de Caso 4

Schmoeller (2018) também construiu uma segunda malha, similar à proposta no item 4.1.3, porém com dimensões de 5m x 5m. Essa malha também possui retículas em 2,5m x 2,5m (A x B), enterrada a uma profundidade de 0,5m da superfície (C), conforme ilustra a Figura nº 19.

A malha foi construída na mesma região da malha anterior, portanto, seguem valendo os valores de resistividade utilizado pelo autor e apresentados na Tabela nº 9.

Figura nº 19 - Geometria da Malha UFSC/GEMCO



Fonte: Elaborado pelo Autor

Para esse estudo de caso, novamente, a fórmula de Sverak e o *software* Ansys Maxwell 3D foram utilizados. Em uma análise preliminar do valor da resistência de aterramento da malha, foram obtidos, respectivamente, 119,01  $\Omega$  e 81,47  $\Omega$ . Os dados de entrada também foram provenientes das medições realizadas em janeiro de 2018.

A validação experimental seguiu as mesmas premissas do Capítulo 4.1.3 em relação ao menor e ao maior espaçamento para inserção do eletrodo de corrente, assim como eletrodo de potencial também percorreu regiões entre 10% e 90% da distância entre a malha e o eletrodo de corrente. Salienta-se que a maior diagonal da malha para esse caso é a metade do valor do estudo de caso anterior ( $F = 7,07$  m). Então, as disposições dos instrumentos também são reduzidas à metade da distância. Na Tabela nº 11, são apresentados, resumidamente, os valores obtidos pelo autor.

Tabela nº 11 - Valores de resistência obtidos por Schmoeller (2018)

$\frac{d_p}{d_c}$ (%)	Resistência Medida ( $\Omega$ )					
	$d_c = 0,75 * F$	$d_c = 1 * F$	$d_c = 2 * F$	$d_c = 3 * F$	$d_c = 4 * F$	$d_c = 5 * F$
10%	24,8	25,3	31	35,9	39,6	42,2
20%	35,7	35,8	41,4	45,8	49	51,2
30%	44,9	44,2	47,9	51,8	54,1	55,5
40%	53,3	51,2	53,2	56,1	57	57,6
50%	62	58,2	58,3	59,4	59,3	59,5
60%	71,1	66	63,5	63,1	61,9	60,7
70%	84,7	76,2	69,4	68,4	64,9	64
80%	102	92,4	78,8	77,3	72,1	68,3
90%	132,7	116,5	98,6	88,5	86,8	85,2

A resistência de patamar foi estimada com o eletrodo de corrente na condição mais distante da malha (5 vezes a diagonal) e o eletrodo de potencial foi colocado a 62% desse valor, sendo obtido então 61,36  $\Omega$ . Novamente, esse valor é inferior ao valor de projeto.

## 4.2 Discussões Preliminares sobre os Estudos de Caso

Neste item, será realizada uma discussão sobre alguns parâmetros que envolvem os trabalhos supracitados a respeito da resistividade do solo e sobre o estabelecimento da resistência de patamar.

Inicialmente, vale ressaltar que os estudos de caso apresentados foram escolhidos por serem computacionalmente reprodutíveis, isto é, a partir das informações apresentadas nos trabalhos, é possível aplicar um modelo de estratificação do solo e chegar em resultados semelhantes, assim como simular as malhas e obter respostas aproximadas para a resistência de aterramento, o que traz confiabilidade aos estudos aqui realizados.

Para alguns dos trabalhos apresentados neste capítulo, pode-se observar uma clara diferença entre o valor obtido por simulação e o valor medido experimentalmente, e isso pode levar a uma série de interpretações, sendo que algumas delas já foram realizadas pelas próprias referências.

No Capítulo 2, foram apresentados os parâmetros que modificam a resistividade do solo; logo, o solo é um elemento dentro do sistema que se altera ao longo do tempo e precisa ser aferido à medida que se necessita conhecer seus parâmetros para uma dada atividade. Contextualizando, as principais condições que levam à mudança da resistividade

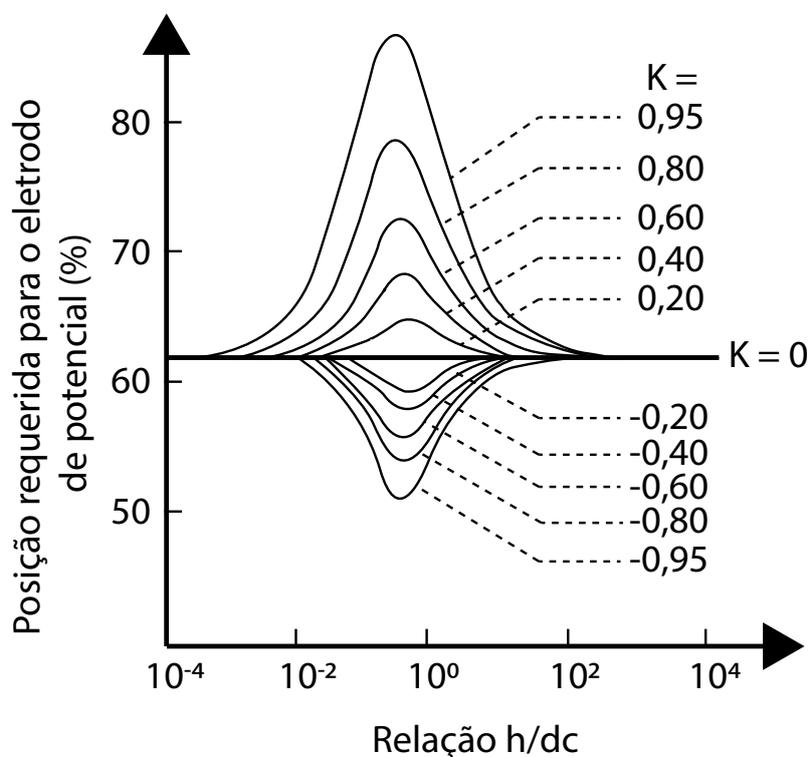
são: a umidade, a temperatura; a salinidade e o acúmulo de chuvas (VISACRO FILHO, 2002).

Para os estudos de caso 1 e 2, os autores citam as diferenças de data entre a estratificação do solo e a medição da resistência, então se torna plausível uma mudança na composição do solo e, conseqüentemente, também se torna admissível a diferença entre o valor simulado (valor de projeto) e o valor medido.

Por outro lado, nos estudos de caso 3 e 4, o autor cita que, no mês de janeiro, na região de Florianópolis, foi previsto um acúmulo de chuva de 300mm, não sendo documentado de maneira contundente como a chuva possa ter impactado nos experimentos. Porém, é possível presumir que existiu uma interferência devido à elevada diferença entre o valor da resistência estimada por simulação computacional (valor de projeto) e à resistência de patamar obtida pelo MQP.

O segundo ponto que precisa ser levantado diz respeito à metodologia de determinação da resistência de patamar. Em alguns casos, as recomendações da norma IEEE STD 81-2012 foram seguidas, e em outros foi adotada a média de pontos dentro de uma dada região. Contudo, a norma que segue a recomendação de Dawalibi e Mukhedkar (1974) mostra que, para sistemas de aterramento de pequenas dimensões, o posicionamento do eletrodo de potencial precisa ser corrigido pelo efeito do solo, conforme ilustra a Figura nº 20.

Figura nº 20 - Posicionamento do eletrodo de potencial em solo estratificado em duas camadas horizontais



Fonte: Imagem adaptada de IEEE STD 81-2012

Ou seja, se o posicionamento do eletrodo de corrente não estiver a uma distância suficientemente grande em relação à espessura da primeira camada do solo, o eletrodo de potencial precisa ser corrigido para valores que podem se alternar, aproximadamente,

entre 50% da posição do eletrodo de corrente até quase 90% da posição. Por conseguinte, a aplicação da regra dos 61,8% sem utilizar um critério lógico pode remeter a um erro na determinação da resistência de aterramento da malha aferida.

Sendo assim, essas questões são importantes de serem citadas previamente, pois a diferença de valores entre projeto e experimento podem estar diretamente associadas às variações de resistividade do solo, assim como a resistência de patamar pode não ter sido a melhora a ser atribuída.

### 4.3 Resultados

Neste subcapítulo, serão apresentados os resultados numéricos obtidos a partir do modelo matemático proposto. Para tal, foi utilizado, como ferramenta de solução, um modelo de otimização heurística, enxame de partículas, o qual foi detalhado no Capítulo 3. Também, os resultados serão confrontados com os apresentados na subseção 4.1.

#### 4.3.1 Avaliação do projeto dos estudos de caso x CDEGS

Como forma de confrontar os valores das resistências de aterramento (valor de projeto) apresentados na seção 4.1, os quais se baseiam na geometria da malha e na estratificação do solo, nesta seção, serão apresentados os resultados obtidos por simulação numérica pelo *software* CDEGS. Tais resultados estão sumarizados na Tabela nº 12.

Tabela nº 12 - Comparação no projeto das malhas de aterramento

Estudo de Caso	Resistência ( $\Omega$ )		Diferença (%)
	Valor de projeto	Simulação CDEGS	
1	118,9	111,3	-6%
2	6,47	8,06	25%
3	41,94	39,31	-6%
4	81,47	84,17	3%

A partir da Tabela nº 12, percebe-se que a diferença associada entre os projetos e a simulação numérica aqui realizada fica entre -6% a 25%, tomando como referência o valor de projeto. Essa diferença advém das diferentes metodologias e *software* utilizados nos estudos de caso. Contudo, observa-se que os valores obtidos pelo CDEGS estão suficientemente próximos ou a favor da segurança (valor superior ao resultado da referência), de forma a validar os dados de projeto dos respectivos trabalhos de referência.

#### 4.3.2 Avaliação dos resultados obtidos pela metodologia proposta

Na metodologia proposta, a forma como se define as restrições para a resistividade do solo são essenciais na busca por uma solução ótima. Tomando como referência os valores das medições realizadas em campo apresentadas em 4.1, o modelo de otimização tem como objetivo reconstruir a curva de medição a partir de uma formulação analítica e, assim, estimar a resistência de aterramento.

Se os dados de medição de campo levarem a um valor de resistência significativamente diferente do valor projetado, pode-se presumir que a resistividade do solo no momento da medição da resistência de aterramento difere do valor obtido durante o momento da estratificação do solo.

Dessa forma, para analisar as questões que envolvem a resistividade, é proposta uma análise de sensibilidade sobre parâmetros de restrição, isto é, o modelo de otimização vai ser aplicado com restrições que vão poder variar de tal forma que se obtenha o valor que minimize a função objetivo e melhor reconstrua a curva experimental. Na Tabela nº 13, são apresentados os 4 modelos de restrição utilizados neste trabalho para avaliação da metodologia.

Pode-se presumir que a metodologia proposta vai permitir validar os valores de resistividade extraídos pelas referências ou propor um novo modelo de solo que melhor represente os dados de medição pelo método da queda de potencial.

Tabela nº 13 - Comparação no projeto das malhas de aterramento

Restrição	Variáveis		
	$\rho_1 (\Omega.m)$	$\rho_2 (\Omega.m)$	$h_1 (m)$
R1	$\rho_1 \pm 10\% \rho_1$	$\rho_2 \pm 10\% \rho_2$	$h_1 \pm 10\% h_1$
R2	$\rho_1 \pm 25\% \rho_1$	$\rho_2 \pm 25\% \rho_2$	$h_1 \pm 25\% h_1$
R3	$\rho_1 \pm 50\% \rho_1$	$\rho_2 \pm 50\% \rho_2$	$h_1 \pm 50\% h_1$
R4	$\rho_1 \pm 75\% \rho_1$	$\rho_2 \pm 75\% \rho_2$	$h_1 \pm 75\% h_1$

Analisando as restrições da Tabela nº 13 pontua-se as seguintes constatações:

- i. bons resultados pela adoção da restrição R1 validam os dados de solo dos trabalhos de referência;
- ii. bons resultados em R2 e R3 presumem que existe um desvio em relação ao modelo do solo estratificado usado como parâmetro das restrições;
- iii. bons resultados para a restrição R4 possuem um apelo estritamente matemático, já que a solução pode ser configurada por um solo totalmente diferente daquele aferido pelas referências.

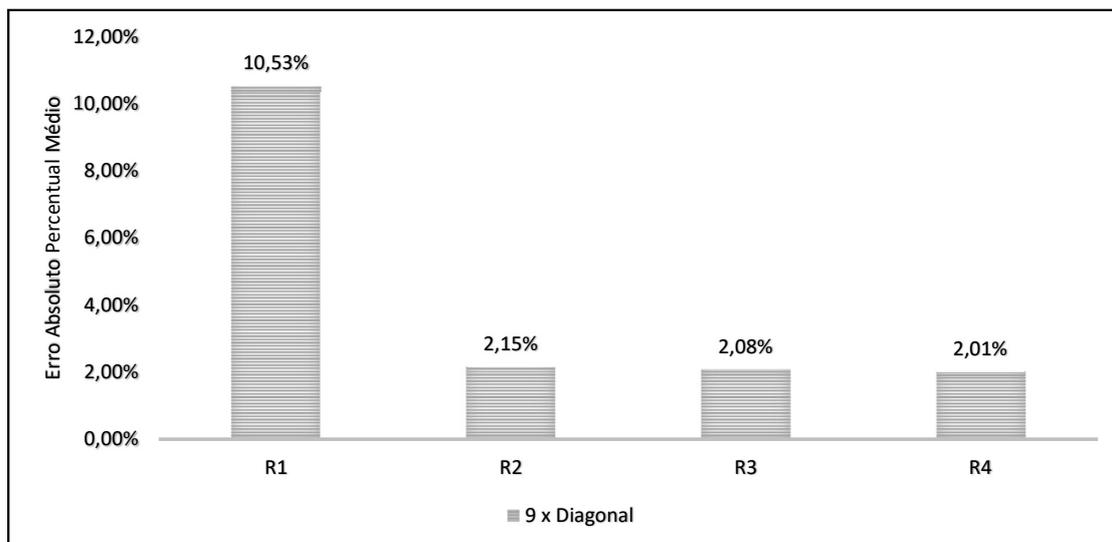
#### 4.3.2.1 Estudo de Caso 1

No estudo de Caso 1, o eletrodo de corrente é colocado em apenas uma única posição, distante 9 vezes a maior diagonal da malha. Nesse caso, não é possível observar como a metodologia proposta se comporta frente a medições em espaçamentos reduzidos, mas permite analisar preliminarmente sua resposta em relação a condições ideais de medição.

Como mencionado no item 4.1.1, a referência deste estudo de caso cita que existe uma diferença de data entre a medição da resistividade e a implementação do MQP para obtenção da resistência de aterramento. Este aspecto é relevante, pois o perfil do solo pode mudar de acordo com as condições de sazonalidade. Na Figura nº 21, é possível observar que, embora a restrição possa excursionar por valores mais amplos, é possível encontrar melhores condições que minimizem a função objetivo.

Essa excursão das variáveis de resistividade por valores mais amplos em relação à medição de referência, permite ajustar o modelo na obtenção de um resultado representativo das medições conforme a Figura nº 22. Percebe-se que as restrições R2, R3 e R4 conduzem praticamente ao mesmo resultado, porém os parâmetros de solo se modificam expressivamente entre as soluções. Tal variação dos parâmetros do solo remete à seguinte constatação: quanto mais amplo o espaço de busca, mais soluções para o mesmo problema

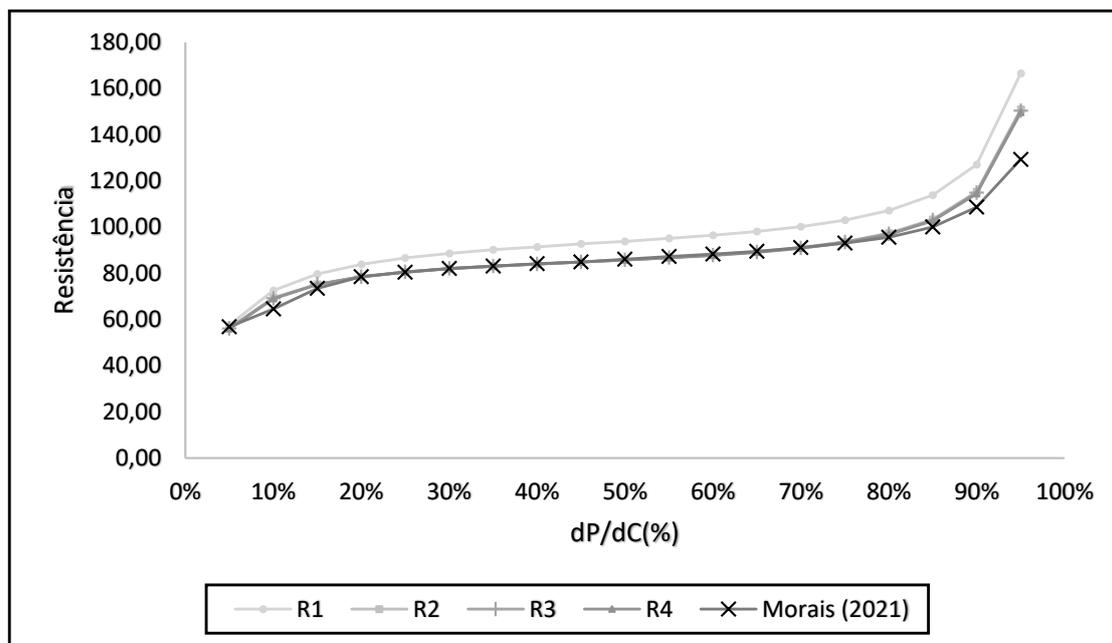
Figura nº 21 - Valor da função objetivo obtido para o Caso 1



Fonte: Elaborado pelo Autor

são encontradas. Desse modo, o modelo perde um pouco da representatividade física e torna-se um problema de solução matemática, algo que precisa ser analisado com cautela, porque os valores de resistividade e espessura encontrados podem não ser compatíveis com o solo da região de análise.

Figura nº 22 - Valores obtidos pelo modelo matemático versus o valor obtido experimental para o Caso 1



Fonte: Elaborado pelo Autor

Na Tabela nº 14, podem-se observar as diferenças entre os valores de resistividade do solo encontrados como solução que minimiza o erro entre o valor medido e o valor

calculado. Quanto maior é capacidade de excursão das variáveis, mais distante o problema pode estar sendo solucionado do ponto de vista físico.

Tabela nº 14 - Modelo de solo encontrado para cada restrição do Caso 1

Variáveis	Restrições			
	R1	R2	R3	R4
$\rho_1$ ( $\Omega.m$ )	990	895,14	889,38	882,99
$\rho_2$ ( $\Omega.m$ )	382,11	260,53	173,68	86,84
$h_1$ (m)	8,228	5,61	6,66	7,68

Na Tabela nº 15, pode-se observar qual é a resistência de aterramento estimada pelo modelo para cada uma das restrições, lembrando que o valor de referência é 84,06  $\Omega$ . Para R1, que é a solução com pior desempenho, percebe-se que a resistência encontrada possui um desvio de 12% em relação ao valor proposto pelo autor, enquanto para R2, R3 e R4 o desvio é de -1% a 1%.

Tabela nº 15 - Valores de resistência e o respectivo desvio em relação ao resultado da referência para cada restrição do Caso 1

Parâmetro	Restrições			
	R1	R2	R3	R4
Resistência ( $\Omega$ )	93,86	84,87	84,03	83,10
Desvio (%)	12%	1%	0%	-1%

Os valores numéricos referentes aos resultados da metodologia implementada no estudo de caso 1 estão presentes no Apêndice A.

#### 4.3.2.2 Estudo de Caso 2

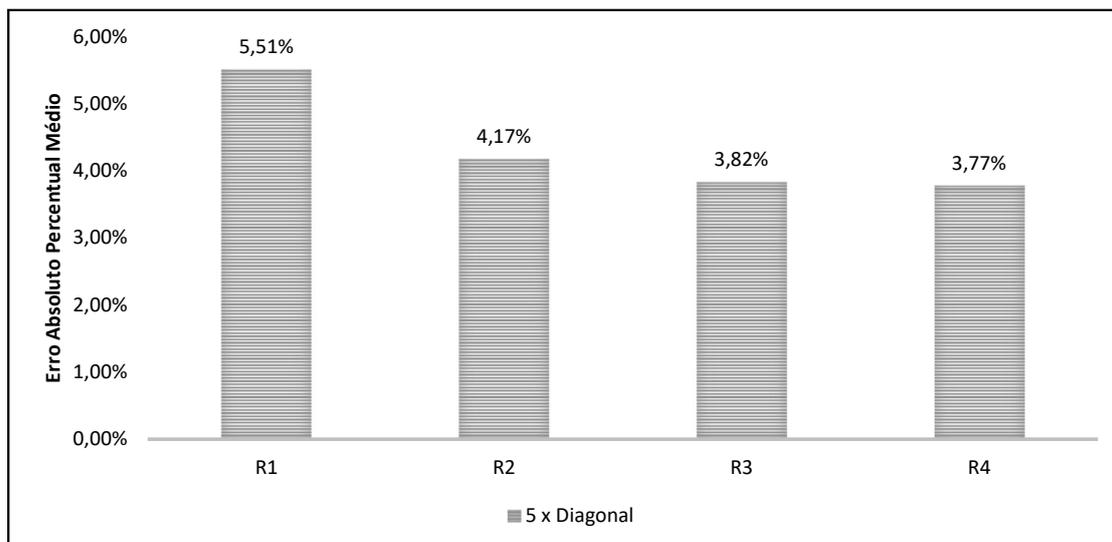
No estudo de caso 2, o eletrodo de corrente é colocado em apenas uma única posição, distante 5 vezes a maior diagonal da malha. Nesse caso, não é possível ver como a metodologia proposta se comporta frente a medições em espaçamentos reduzidos, mas permite fazer as mesmas observações do estudo de caso 1 e, assim, validar a metodologia para condições ideais.

A referência do estudo de caso 2 cita em 4.1.2 que as medições ocorreram em condições climáticas diferentes, sendo a medição de resistividade em um período seco, 7 dias sem chuva e a medição de resistência em um período de 4 dias sem chuva. Naturalmente, essas diferenças podem alterar a composição do solo e modificar o modelo de resistividade do mesmo.

Na Figura nº 23, é possível observar que, embora a restrição possa excursionar por valores maiores, são encontradas soluções melhores, porém a diferença entre a restrição R1 e R4 não é significativa, o que permite preliminarmente observar que o solo tem uma composição similar àquela proposta pelo autor.

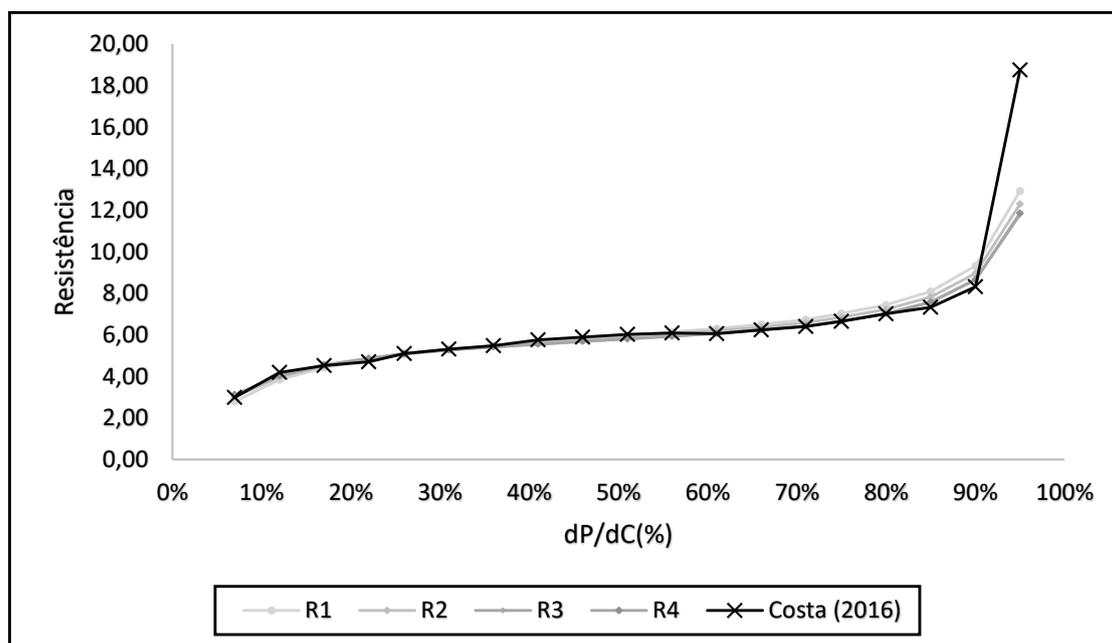
Na Figura nº 24, pode-se observar que a maior fonte de erro se encontra na última medição, remetendo ao maior desvio entre o valor medido e o valor calculado. Essa variação súbita da última medição não é reprodutível pelas equações utilizadas; no entanto, acaba

Figura n° 23 - Valor da função objetivo obtido para o Caso 2



Fonte: Elaborado pelo Autor

Figura n° 24 - Valores obtidos pelo modelo matemático versus o valor obtido experimental para o Caso 2



Fonte: Elaborado pelo Autor

não interferindo tanto nos resultados, já que não está na região de solução da resistência de patamar.

Conforme já mencionado, quando aumenta o espaço de busca por soluções com a modificação das restrições, o problema perde um pouco da representatividade física para se obter uma solução puramente matemática. Isso é possível de ser notado na Tabela n° 16, quando o valor da resistividade da segunda camada para a restrição R4 é quase o dobro do valor presumido pela referência e, ainda assim, é possível encontrar uma solução para

o problema.

Tabela nº 16 - Modelo de solo encontrado para cada restrição do Caso 2

Variáveis	Restrições			
	R1	R2	R3	R4
$\rho_1$ ( $\Omega.m$ )	44,65	41,38	39,15	39,75
$\rho_2$ ( $\Omega.m$ )	2136,33	1780,27	2014,19	4106,90
$h_1$ (m)	7,326	8,33	9,99	11,66

Na Tabela nº 17, pode-se notar que o desvio entre o resultado do modelo e o resultado do autor é expressivo. Essa diferença se dá pelo fato de o autor usar uma estimativa média de pontos entre 41% e 71% do eletrodo de potencial, o que remete a uma resistência de 6  $\Omega$ . Todavia, se o posicionamento do eletrodo para a estimativa da resistência de aterramento fosse corrigido conforme consta a norma IEEE STD 81-2012, o resultado seria de aproximadamente 8,32  $\Omega$ . De acordo com a Tabela nº 18, o desvio ficaria entre 4% e 12%.

Tabela nº 17 - Valores de resistência e o respectivo desvio em relação ao resultado da referência para cada restrição do Caso 2

Parâmetro	Restrições			
	R1	R2	R3	R4
Resistência ( $\Omega$ )	9,33	8,96	8,65	8,66
Desvio (%)	55%	49%	44%	44%

Tabela nº 18 - Valores de resistência e o respectivo desvio em relação ao valor corrigido para cada restrição do Caso 2

Parâmetro	Restrições			
	R1	R2	R3	R4
Resistência ( $\Omega$ )	9,33	8,96	8,65	8,66
Desvio (%)	12%	8%	4%	4%

Os valores numéricos referentes aos resultados da metodologia implementada no estudo de caso 2 estão presentes no Apêndice B.

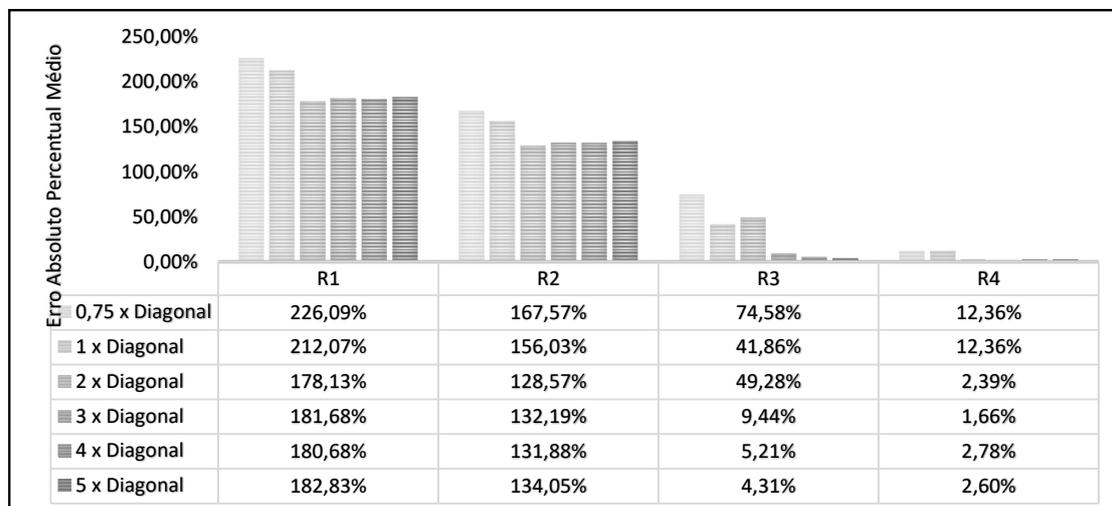
#### 4.3.2.3 Estudo de Caso 3

No estudo de caso 3, será possível verificar as condições da metodologia proposta para diferentes espaçamentos do eletrodo de corrente e, de forma geral, validar se é possível estimar a resistência de aterramento para dimensões reduzidas.

Na Figura nº 25, pode-se observar que, conforme a restrição possa excursionar por valores maiores, são encontradas condições que minimizam a função objetivo que se relaciona com soma do erro percentual absoluto médio. Em um primeiro momento, devido ao grande desvio de R1, R2 e R3, percebe-se que a resistividade estimada pelo modelo

da referência não é representativa ao solo no momento da medição de resistência, algo já esperado conforme visto anteriormente.

Figura n° 25 - Valores da função objetivo obtido para o Caso 3



Fonte: Elaborado pelo Autor

Apenas a restrição R4 apresenta desvios admissíveis às medições, onde o modelo de otimização converge para uma especificação de solo completamente diferente daquela proposta por Schmoeller (2018), conduzindo o problema apenas para uma solução matemática. Logo, o solo para esse estudo de caso pode ser tratado como um parâmetro quase desconhecido no momento da medição de resistência.

Nas Figuras n° 26 e 27, é possível observar a reconstrução gráfica por meio de cálculos dos modelos de otimização com as restrições, excursionando entre R1 a R4 para os casos onde o eletrodo de corrente é posto na menor distância em relação à malha (0,75 x F) e na maior distância em relação à malha (5 x F). Novamente, constata-se que apenas a implementação da restrição R4 reconstrói com boa precisão os valores medidos em campo.

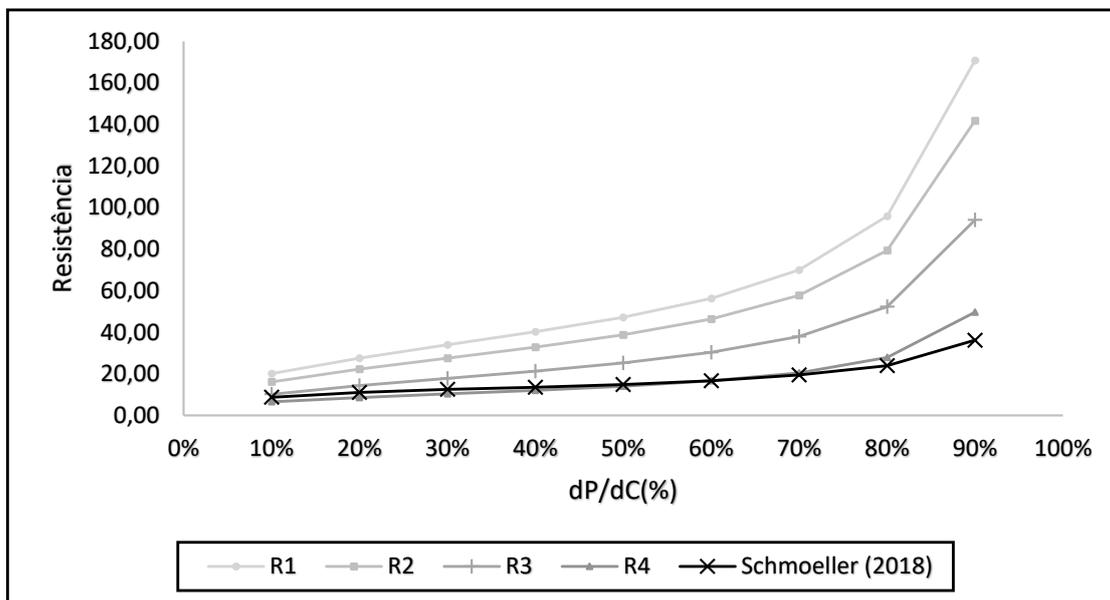
Utilizando a medição de resistência com o eletrodo de corrente distante 5 vezes a maior diagonal, região com o menor impacto de acoplamento magnético entre eletrodos, foi possível obter os parâmetros de solo conforme a Tabela n° 19, evidenciando a grande diferença entre o modelo de solo estratificado pela referência e o modelo encontrado pela solução da metodologia.

Tabela n° 19 - Modelo de solo obtido para R4 com as medições para o eletrodo de corrente distante 5 vezes a maior diagonal

Solo	Valor utilizado por Schmoeller (2018)	Valor Estimado com R4
$\rho_1$ ( $\Omega.m$ )	1096,6	361,41
$\rho_1$ ( $\Omega.m$ )	23,8	12,54
$h_1$ (m)	15,3	6,46
$K$	-0,96	-0,89

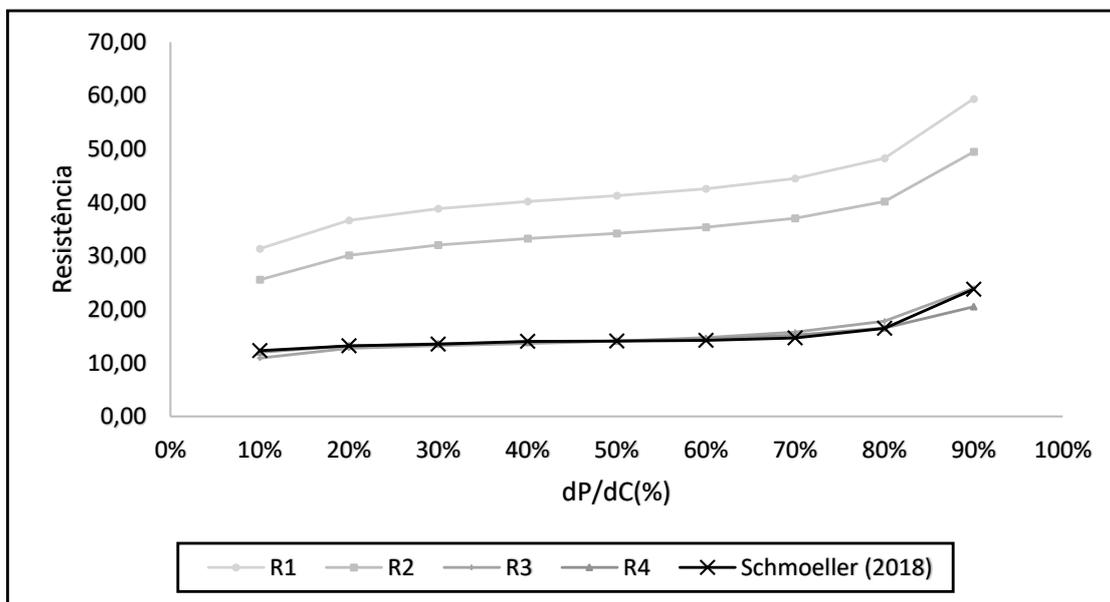
Na Tabela n° 20, pode-se comparar os resultados de estimativa de resistência de aterramento para todos os espaçamentos de 0,75 vezes até 5 vezes a maior diagonal, utilizando

Figura nº 26 - Valores obtidos pelo modelo matemático versus o valor obtido experimental para o Caso 3 com eletrodo de corrente a 0,75 vezes a maior diagonal da malha de aterramento



Fonte: Elaborado pelo Autor

Figura nº 27 - Valores obtidos pelo modelo matemático versus o valor obtido experimental para o Caso 3 com eletrodo de corrente a 5 vezes a maior diagonal da malha de aterramento



Fonte: Elaborado pelo Autor

como referência a resistência de aterramento proposta por Schmoeller (2018) e as respostas obtidas pela solução, utilizando a restrição R4.

Pelos resultados obtidos, percebe-se que o menor desvio absoluto é de 0% e o maior desvio é de 8,3% para o modelo proposto neste trabalho. Como não existe confiabilidade

Tabela nº 20 - Tabela comparativa entre o resultado obtido pela referência e os resultados obtidos pelo autor para todos os espaçamentos

$d_c$	Resistência Schmoeller (2018)	Resistência Obtida pelo Autor	Desvio (%)
0,75*F	-	14,32	0%
1*F	-	13,70	-4,5%
2*F	-	13,39	-6,9%
3*F	-	13,22	-8,3%
4*F	-	13,33	-7,4%
5*F	14,32	13,51	-6,0%

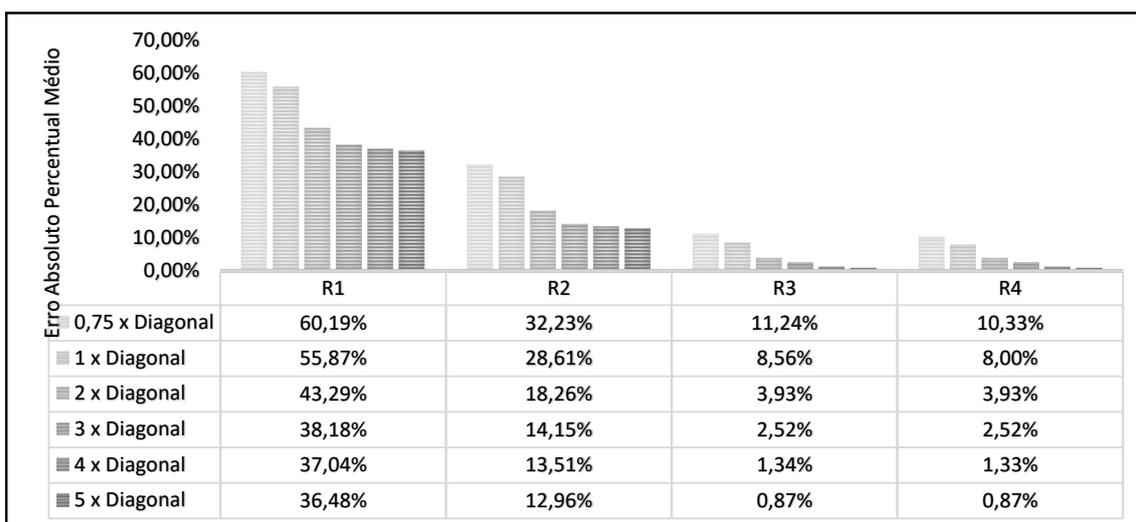
nos dados do solo, não é possível dizer qual seria o posicionamento correto para o eletrodo de potencial seguindo a norma IEEE STD 81-2012 e, eventualmente, propor alguma correção no posicionamento do eletrodo de potencial.

Os valores numéricos referentes aos resultados da metodologia implementada no estudo de caso 3 estão presentes no Apêndice C.

#### 4.3.2.4 Estudo de Caso 4

O estudo de caso 4 é balizado em dados do mesmo autor do estudo de caso 3, tão logo, alguns desafios são os mesmos, no que se refere à composição do solo para uso como parâmetro de restrição. Na Figura nº 28, é possível observar situações similares às previamente constatadas, onde apenas os modelos com restrição, excursionando por valores maiores, agora R3 e R4, satisfazem de maneira adequada a medição experimental.

Figura nº 28 - Valores da função objetivo obtido para o Caso 4

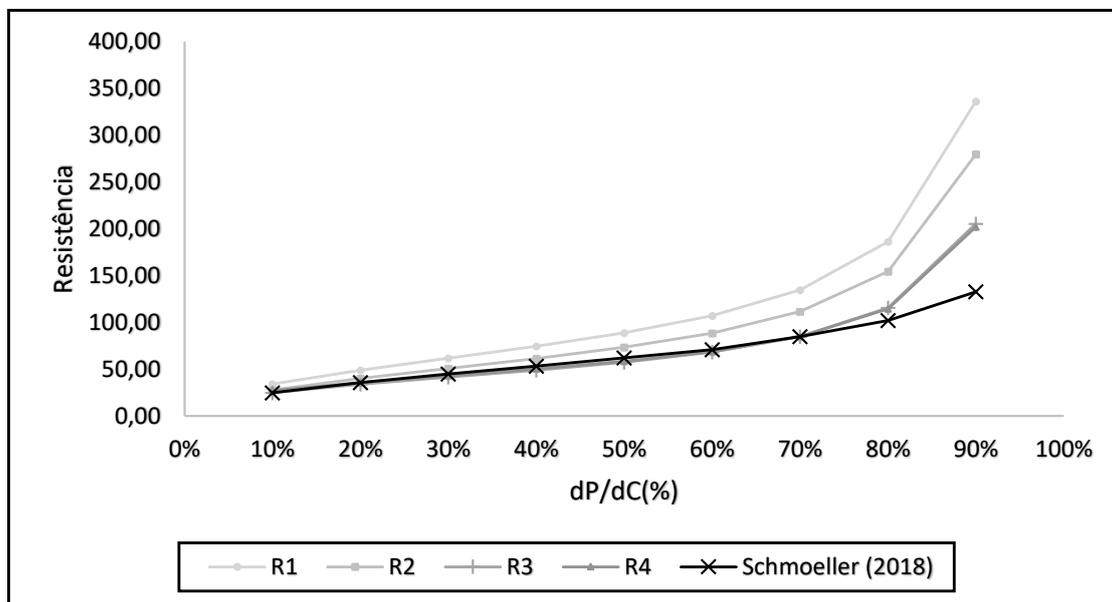


Fonte: Elaborado pelo Autor

Nas Figuras nº 29 e 30, verifica-se a reconstrução gráfica por meio de cálculos dos modelos de otimização com as restrições, excursionando entre R1 a R4 para os casos onde o eletrodo de corrente é posto na menor distância em relação à malha (0,75 x F) e na maior distância em relação à malha (5 x F). Novamente, é possível observar que apenas as implementações da restrição R3 e R4 reconstroem com boa precisão os valores medidos

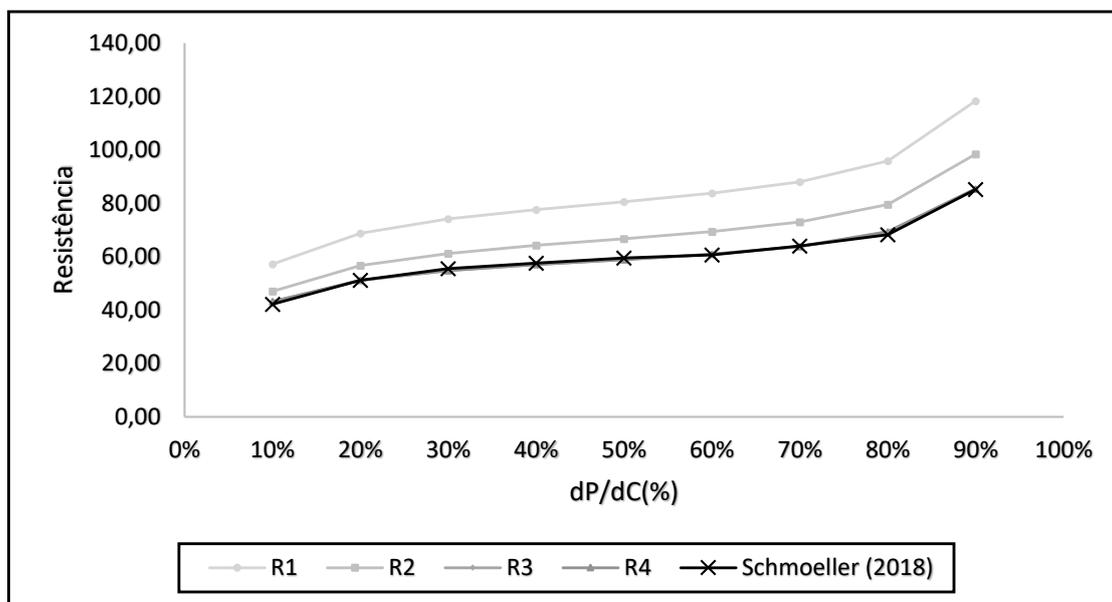
em campo.

Figura nº 29 - Valores obtidos pelo modelo matemático versus o valor obtido experimental para o Caso 4 com eletrodo de corrente à 0,75 vezes a maior diagonal da malha de aterramento



Fonte: Elaborado pelo Autor

Figura nº 30 - Valores obtidos pelo modelo matemático versus o valor obtido experimental para o Caso 4 com eletrodo de corrente à 5 vezes a maior diagonal da malha de aterramento



Fonte: Elaborado pelo Autor

Na Tabela nº 21, pode-se comparar os resultados de estimativa de resistência de aterramento para todos os espaçamentos de 0,75 vezes a maior diagonal até 5 vezes a maior

diagonal, utilizando como referência a resistência de aterramento proposta pelo autor. Pelos resultados obtidos, percebe-se que o menor desvio absoluto é de 0,1%, e o maior desvio é de 8,5% para o modelo proposto neste trabalho, o que são resultados bem admissíveis considerando espaçamentos inferiores aos previstos em norma.

Tabela nº 21 - Tabela comparativa entre o resultado obtido pela referência e os resultados obtidos pelo autor para todos os espaçamentos

$d_c$	Resistência Schmoeller (2018)	Resistência Obtida pelo Modelo	Desvio (%)
0,75*F	-	59,40	-3,3%
1*F	-	56,52	-8,5%
2*F	-	61,58	0,3%
3*F	-	62,78	2,2%
4*F	-	61,90	0,8%
5*F	61,36	61,29	-0,1%

Os valores numéricos referentes aos resultados da metodologia implementada no estudo de caso 4 estão presentes no Apêndice D.

#### 4.4 Considerações finais do capítulo 4

A partir dos resultados da seção 5.3, pode-se observar que o modelo proposto consegue estimar com boa precisão a resistência de aterramento para todos os estudos de caso apresentados, sejam essas soluções fidedignas fisicamente e/ou matematicamente. Desse modo, tal modelo pode ser uma alternativa a ser explorada quando as medições ocorrem em espaçamentos reduzidos.

Como todos os casos apresentados são desenvolvidos em solos não homogêneos, a resistência própria da malha, as resistências mútuas entre a malha e os dispositivos de medição, assim como a resistência mútua dos dispositivos entre si, dependem dos efeitos do solo, assim como dependem da sua respectiva posição no espaço. Logo, a metodologia proposta visa encontrar dentro de um espaço de soluções, as condições que melhor satisfaçam as particularidades do solo e de espaço dos instrumentos frente aos dados obtidos experimentalmente.

Contudo, é possível notar que a melhor solução física do problema é dependente do modelo de solo: se as condições do solo no momento da medição da resistividade e da resistência não forem as mesmas ou suficientemente semelhantes, só é possível obter respostas matemáticas para a solução da metodologia. Nessa circunstância, não é possível afirmar se a solução encontrada é válida para qualquer condição existente sem antes fazer uma análise extensiva da metodologia, ainda que dentro do escopo deste trabalho se tenha obtido um resultado satisfatório para todos os casos no que se refere à estimativa da resistência de aterramento.

## 5 CONCLUSÃO

Neste trabalho, foi apresentada uma nova metodologia para a solução do problema de estimativa de resistência de aterramento em espaçamentos reduzidos, considerando solos não homogêneos. Para tal, torna-se necessário o conhecimento da geometria e espaçamento da malha de aterramento, modelo de representação do solo estratificado em duas camadas e medições de resistência pelo método da queda de potencial (MQP).

De forma geral, essa nova metodologia tem como contribuição o aperfeiçoamento do estado da arte, o qual considera uma resistividade aparente para a determinação da resistência de aterramento e dos valores de resistência mútua, que acabam limitando o espaço de busca pela solução ótima pelo eletrodo de potencial.

Os principais avanços deste trabalho quando comparado ao trabalho utilizado como base neste estudo, foram: (i) a expansão na formulação matemática a qual substitui o solo por uma representação homogênea e resistividade aparente para um solo não homogêneo estratificado em duas camadas, (ii) modificação nas restrições que constituem o modelo de otimização para um modelo mais fidedigno ao solo e (iii) a capacidade de prover à solução encontrada, uma representação física do problema, visto que é possível, a partir do resultado, conferir se o modelo de solo é aderente ao modelo fornecido.

Nesse sentido, os resultados permitem concluir que a consideração das não homogeneidades do solo dentro do modelo de otimização permitem chegar a resultados aproximados ou a favor da segurança para todos os casos testados, incluindo os casos onde o espaçamento dos dispositivos de medição era inferior aos valores mínimos estabelecidos em norma.

Adicionalmente, todos os dados e resultados apresentados neste trabalho foram confrontados com simulações numéricas em software consagrado, o que afere confiabilidade ao estudo, validando tanto os resultados apresentados pelas referências quanto os obtidos dentro desta dissertação.

Por fim, o assunto aqui explorado não se esgota. As contribuições apresentadas poderão servir como base para trabalhos futuros, contornando as limitações das atuais técnicas de medição da resistência de aterramento.

### 5.1 Trabalhos Futuros

Com base nos estudos realizados e discussões feitas ao longo desta dissertação, destacam-se os seguintes temas que podem ser explorados em trabalhos futuros:

- desenvolver uma metodologia que permita estabelecer restrições factíveis para o modelo de solo estratificado em duas camadas;

- inserir incertezas ambientais e temporais dentro do modelo de otimização para compensar desvios entre a data de obtenção dos valores de resistividade e de resistência;
- realizar medições de sistemas de aterramento em escala, considerando efeitos ambientais;
- realizar medições de sistemas de aterramento de grande porte, conectados e desconectados do sistema elétrico;

## REFERÊNCIAS

ALCÁNTARA, F. R. An Approximated Procedure to Find the Correct Measurement Point in the Fall-of-Potential Method. **2018 IEEE PES Transmission Distribution Conference and Exhibition - Latin America (T D-LA)**, [S.l.], p.1–5, 2018.

ALCÁNTARA, F. R. Simulation of Measurements of Resistances of Grounding Systems by a Simple Hemispheric Model. **2019 IEEE XXVI International Conference on Electronics, Electrical Engineering and Computing (INTERCON)**, [S.l.], p.1–4, 2019.

ANDROVITSANEAS, V. *et al.* Ground resistance estimation using inductive machine learning. **19th Int. Symp. High Voltage Engineering**, [S.l.], 2015.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, NBR-15749: medição de resistência de aterramento e de potenciais na superfície do solo em sistemas de aterramento. [S.l.: s.n.], 2009.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, NBR-15751: sistemas de aterramento de subestações - requisitos. [S.l.: s.n.], 2013.

BOULAS, K. *et al.* Ground resistance estimation using genetic programming. **Proc. 5th Int. Symp. 27th National Conf. Operational Research, Athens, Greece**, [S.l.], p.66–71, 2016.

CHEN, Z. *et al.* The optimization of accuracy and efficiency for multistage precision grinding process with an improved particle swarm optimization algorithm. **International Journal of Advanced Robotic Systems**, [S.l.], v.17, n.1, 2020.

CHOI, J. *et al.* Evaluation of grounding performance of energized substation by ground current measurement. **Electric power systems research**, [S.l.], v.77, n.11, p.1490–1494, 2007.

COELHO, V. L. *et al.* The influence of seasonal soil moisture on the behavior of soil resistivity and power distribution grounding systems. **Electric power systems research**, [S.l.], v.118, p.76–82, 2015.

COLELLA, P. *et al.* Fall of Potential Measurement of the Earth Resistance in Urban Environments: accuracy evaluation. **IEEE Transactions on Industry Applications**, [S.l.], v.55, n.3, p.2337–2346, 2019.

- COSTA, M. P. **Malhas de aterramento: comparação entre implantada e simulação.** 2016. Monografia (Bacharelado em Engenharia Elétrica) — Universidade Federal de Campina Grande, 2016.
- DAWALIBI, F.; MUKHEDKAR, D. Ground Electrode Resistance Measurements in Non Uniform Soils. **IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems**, [S.l.], v.PAS-93, n.1, p.109–115, 1974.
- DAWALIBI, F.; MUKHEDKAR, D. Resistance Measurement of Large Grounding Systems. **IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems**, [S.l.], v.PAS-98, n.6, p.2348–2354, 1979.
- HE, J.; ZENG, R.; ZHANG, B. **Methodology and technology for power system grounding.** [S.l.]: John Wiley & Sons, 2012.
- IEEE Guide for Measuring Earth Resistivity, Ground Impedance, and Earth Surface Potentials of a Grounding System. [S.l.: s.n.], 2012.
- IEEE Guide for Safety in AC Substation Grounding. [S.l.: s.n.], 2015.
- KINDERMANN, G.; CAMPAGNOLO, J. M. **Aterramento elétrico.** [S.l.]: Sagra-DC Luzzatto, 1992.
- KIZHLO, M.; KANBERGS, A. Correlation analysis between grounding resistance and seasonal variations of upper soil resistivity of two-year period in Balozhi, Latvia. **International Symposium on Power Electronics Power Electronics, Electrical Drives, Automation and Motion**, [S.l.], p.890–893, 2012.
- MA, J.; DAWALIBI, F. Effects of inductive coupling between leads in ground impedance measurements using the fall-of-potential method. **IEEE Transmission and Distribution Conference**, [S.l.], v.1, p.266–271, 1999.
- MA, J.; DAWALIBI, F. Extended analysis of ground impedance measurement using the fall-of-potential method. **IEEE Transactions on Power Delivery**, [S.l.], v.17, n.4, p.881–885, 2002.
- MA, J.; DAWALIBI, F.; RUAN, W. Ground impedance measurement and interpretation in various soil structures. **2000 IEEE Power Engineering Society Winter Meeting. Conference Proceedings (Cat. No.00CH37077)**, [S.l.], v.3, p.2029–2034 vol.3, 2000.
- MITOLO, M. **Analysis of Grounding and Bonding Systems.** [S.l.]: CRC Press, 2020.
- MORAIS, F. S. **Análise comparativa teórico-experimental entre as principais topologias utilizadas em aterramentos elétricos.** 2021. Monografia (Bacharelado em Engenharia Elétrica) — Insitituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás, 2021.
- PARISE, G.; LUCHERONI, M. Measurements of Touch and Step Voltages Adopting Current Auxiliary Electrodes at Reduced Distance. **IEEE Transactions on Industry Applications**, [S.l.], v.44, n.6, p.1896–1901, 2008.
- RAIZER, A. *et al.* Contribution to Tagg’s methodology in the resistance measurement of earth-electrode systems at reduced distances. **2015 International Symposium on Lightning Protection (XIII SIPDA)**, [S.l.], p.109–115, 2015.

RAIZER, A. *et al.* A contribution to the study of ground grids impulse impedande, based on field measurements. **2017 International Symposium on Lightning Protection (XIV SIPDA)**, [S.l.], p.195–201, 2017.

RODRIGUES, L. G. *et al.* Grounding Grid Resistance Estimation in Non- Homogeneous Soils: a study focused on equivalent analytical models. **2021 IEEE International Conference on Environment and Electrical Engineering and 2021 IEEE Industrial and Commercial Power Systems Europe (EEEIC / I CPS Europe)**, [S.l.], p.1–5, 2021.

SCHMOELLER, T. **Análise de medições de resistência e impedância de impulso aplicadas a malhas de aterramento**. 2018. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) — Universidade Federal de Santa Catarina, 2018.

TAGG, G. Measurement of the resistance of physically large earth-electrode systems. **Proceedings of the Institution of Electrical Engineers**, [S.l.], v.117, n.11, p.2185–2190, 1970.

TAGG, G. F. **Earth resistance**. [S.l.]: George Newnes Limited, 1964.

TELLÓ, M. **Aterramento elétrico: impulsivo em baixa e alta frequências-com apresentação de casos**. [S.l.]: Edipucrs, 2007.

TELLÓ, M. *et al.* Substation Grounding Grid Diagnosis Applying Optimization Techniques Based on Measurements and Field Tests. **IEEE Transactions on Industry Applications**, [S.l.], v.56, n.2, p.1190–1196, 2020a.

TELLÓ, M. *et al.* Apparent Soil Resistivity Data Processing Using Optimization Method. **2020 IEEE International Conference on Environment and Electrical Engineering and 2020 IEEE Industrial and Commercial Power Systems Europe (EEEIC / I CPS Europe)**, [S.l.], p.1–6, 2020b.

THOMAS, C. Seasonal variation of soil resistivity and the correction factor. **8th Southern Africa Regional Conference**, [S.l.], 2017.

UNDE, M. G.; KUSHARE, B. E. Impact of seasonal variation of soil resistivity on safety of substation grounding system. **5th International Conference on Advances in Recent Technologies in Communication and Computing**, [S.l.], p.173–182, 2013.

VISACRO FILHO, S. **Aterramentos elétricos**. [S.l.]: Artliber, 2002.

VOIT, J. **Otimização por enxame de partículas com congregação passiva seletiva**. 2010. Tese (Doutorado em Engenharia Cível) — Universidade Federal do Rio de Janeiro, 2010.

ZENG, R. *et al.* Influence of overhead transmission line on grounding impedance measurement of substation. **IEEE transactions on power delivery**, [S.l.], v.20, n.2, p.1219–1225, 2005.

## APÊNDICE A RESULTADOS OBTIDOS NO CASO 1

Tabela nº 22 - Resultados Obtidos no Caso 1

Variável	Restrições			
	R1	R2	R3	R4
Função Objetivo	10,53%	2,15%	2,08%	2,01%
$\rho_1 (\Omega.m)$	990	895,1378	889,3743	882,99
$\rho_2 (\Omega.m)$	382,107	260,5275	173,685	86,84
$h_1 (m)$	8,228	5,61	6,66	7,68
$K$	-0,44	-0,55	-0,67	-0,82
Resistência Obtida ( $\Omega$ )	93,86	84,87	84,03	83,10
5%	57,62	56,38	56,09	55,88
10%	72,59	69,39	69,18	68,99
15%	79,73	75,27	75,18	75,05
20%	83,90	78,50	78,50	78,43
25%	86,64	80,51	80,57	80,54
30%	88,62	81,92	82,00	82,00
35%	90,17	83,02	83,10	83,10
40%	91,49	83,97	84,03	84,02
45%	92,69	84,87	84,90	84,87
$\frac{d_p}{d_c} (%)$ 50%	93,86	85,78	85,79	85,72
55%	95,10	86,79	86,75	86,66
60%	96,49	87,95	87,88	87,75
65%	98,13	89,36	89,25	89,09
70%	100,21	91,17	91,03	90,82
75%	103,00	93,65	93,46	93,22
80%	107,08	97,29	97,06	96,77
85%	113,77	103,31	103,02	102,66
90%	127,01	115,24	114,86	114,40
95%	166,49	150,92	150,29	149,55

## APÊNDICE B RESULTADOS OBTIDOS NO CASO 2

Tabela nº 23 - Resultados Obtidos no Caso 2

Variável	Restrições				
	R1	R2	R3	R4	
Função Objetivo	5,51%	4,17%	3,82%	3,77%	
$\rho_1$ ( $\Omega.m$ )	44,65189	41,38455	39,15445	39,75	
$\rho_2$ ( $\Omega.m$ )	2136,33	1780,275	2014,189	4106,90	
$h_1$ (m)	7,326	8,33	9,99	11,66	
$K$	0,96	0,95	0,96	0,98	
Resistência Obtida ( $\Omega$ )	9,33	8,96	8,65	8,66	
7%	2,79	3,01	3,12	3,11	
12%	3,84	3,98	4,04	4,05	
17%	4,42	4,51	4,53	4,55	
22%	4,79	4,85	4,85	4,87	
26%	5,07	5,10	5,08	5,10	
31%	5,29	5,30	5,26	5,28	
36%	5,48	5,47	5,41	5,43	
41%	5,65	5,62	5,55	5,56	
46%	5,81	5,76	5,68	5,69	
$\frac{d_p}{d_c}$ (%)	51%	5,97	5,90	5,80	5,81
56%	6,13	6,04	5,93	5,94	
61%	6,31	6,20	6,07	6,07	
66%	6,51	6,37	6,23	6,23	
71%	6,74	6,58	6,42	6,42	
75%	7,04	6,85	6,67	6,67	
80%	7,45	7,23	7,02	7,02	
85%	8,09	7,82	7,57	7,58	
90%	9,33	8,96	8,65	8,66	
95%	12,93	12,29	11,79	11,86	

## APÊNDICE C RESULTADOS OBTIDOS NO CASO 3

Tabela nº 24 - Resultados Obtidos no Caso 3 -  $d_c = 0,75 \times$  Diagonal

Variável	Restrições			
	R1	R2	R3	R4
Função Objetivo	265,23%	200,11%	96,23%	13,17%
$\rho_1 (\Omega.m)$	986,94	822,45	548,3	274,15
$\rho_2 (\Omega.m)$	26,18	29,75	35,7	41,65
$h_1 (m)$	16,83	19,125	22,95	6,73
$K$	-0,95	-0,93	-0,88	-0,74
Resistência Obtida ( $\Omega$ )	54,15	44,50	29,10	14,32
10%	23,13	18,61	11,81	8,08
20%	32,32	26,28	16,93	10,54
30%	39,74	32,47	21,06	12,50
40%	46,67	38,25	24,93	14,32
$\frac{d_p}{d_c}$ (%)	54,15	44,50	29,10	16,28
60%	63,52	52,33	34,33	18,77
70%	77,42	63,93	42,08	22,53
80%	103,38	85,58	56,52	29,63
90%	178,50	148,20	98,28	50,40

Tabela nº 25 - Resultados Obtidos no Caso 3 -  $d_c = 1 \times$  Diagonal

Variável	Restrições			
	R1	R2	R3	R4
Função Objetivo	257,02%	193,42%	91,86%	10,35%
$\rho_1 (\Omega.m)$	986,94	822,45	548,30	274,15
$\rho_2 (\Omega.m)$	26,18	29,75	35,70	5,95
$h_1 (m)$	16,83	19,13	22,95	6,51
$K$	-0,95	-0,93	-0,88	-0,96
Resistência Obtida ( $\Omega$ )	52,07	42,80	27,99	13,70
10%	24,03	19,36	12,31	8,18
20%	33,37	27,16	17,52	10,59
30%	40,14	32,82	21,31	12,27
40%	46,06	37,77	24,62	13,70
$\frac{d_p}{d_c} (\%)$ 50%	52,07	42,80	27,99	15,17
60%	59,34	48,88	32,06	16,99
70%	69,98	57,77	38,00	19,77
80%	89,49	74,05	48,87	25,02
90%	146,23	121,37	80,43	40,64

Tabela nº 26 - Resultados Obtidos no Caso 3 -  $d_c = 2 \times$  Diagonal

Variável	Restrições			
	R1	R2	R3	R4
Função Objetivo	230,46%	172,11%	78,25%	2,68%
$\rho_1 (\Omega.m)$	986,94	822,45	548,30	320,08
$\rho_2 (\Omega.m)$	26,18	29,75	35,70	5,95
$h_1 (m)$	16,83	19,125	22,95	6,50
$K$	-0,95	-0,93	-0,88	-0,96
Resistência Obtida ( $\Omega$ )	50,66	41,76	27,38	13,39
10%	29,71	24,10	15,49	9,83
20%	38,53	31,49	20,44	12,20
30%	43,57	35,74	23,30	13,37
40%	47,29	38,89	25,43	14,17
$\frac{d_p}{d_c} (\%)$ 50%	50,66	41,76	27,38	14,95
60%	54,46	44,98	29,56	15,93
70%	59,81	49,48	32,61	17,47
80%	69,53	57,63	38,08	20,49
90%	97,65	81,10	53,76	29,50

Tabela nº 27 - Resultados Obtidos no Caso 3 -  $d_c = 3 \times$  Diagonal

Variável	Restrições			
	R1	R2	R3	R4
Função Objetivo	230,46%	172,11%	78,25%	1,59%
$\rho_1$ ( $\Omega.m$ )	986,94	822,45	548,30	362,57
$\rho_2$ ( $\Omega.m$ )	26,18	29,75	35,70	8,46
$h_1$ (m)	16,83	19,125	22,95	6,47
$K$	-0,95	-0,93	-0,88	-0,95
Resistência Obtida ( $\Omega$ )	50,66	41,76	27,38	13,22
10%	29,71	24,10	15,49	10,38
20%	38,53	31,49	20,44	12,45
30%	43,57	35,74	23,30	13,23
40%	47,29	38,89	25,43	13,73
$\frac{d_p}{d_c}$ (%)	50%	41,76	27,38	14,25
60%	54,46	44,98	29,56	14,95
70%	59,81	49,48	32,61	16,09
80%	69,53	57,63	38,08	18,37
90%	97,65	81,10	53,76	25,17

Tabela nº 28 - Resultados Obtidos no Caso 3 -  $d_c = 4 \times$  Diagonal

Variável	Restrições			
	R1	R2	R3	R4
Função Objetivo	237,88%	178,95%	83,31%	1,57%
$\rho_1$ ( $\Omega.m$ )	986,94	822,45	548,30	360,27
$\rho_2$ ( $\Omega.m$ )	26,18	29,75	35,70	6,22
$h_1$ (m)	16,83	19,13	22,95	6,48
$K$	-0,95	-0,93	-0,88	-0,97
Resistência Obtida ( $\Omega$ )	48,29	41,75	27,47	13,33
10%	33,98	27,68	17,88	10,47
20%	41,81	34,27	22,32	12,52
30%	45,71	37,60	24,59	13,30
40%	48,29	39,83	26,13	13,79
$\frac{d_p}{d_c}$ (%)	50%	41,75	27,47	14,31
60%	52,94	43,85	28,92	15,01
70%	56,39	46,78	30,92	16,15
80%	62,80	52,17	34,56	18,42
90%	81,47	67,76	44,99	25,21

Tabela nº 29 - Resultados Obtidos no Caso 3 -  $d_c = 5 \times$  Diagonal

Variável	Restrições			
	R1	R2	R3	R4
Função Objetivo	241,81%	183,15%	86,91%	2,51%
$\rho_1$ ( $\Omega.m$ )	986,94	822,45	548,30	361,41
$\rho_2$ ( $\Omega.m$ )	26,18	29,75	35,7	12,54
$h_1$ (m)	16,83	19,125	22,95	6,46
$K$	-0,95	-0,93	-0,88	-0,93
Resistência Obtida ( $\Omega$ )	48,96	40,57	27,52	13,51
10%	39,23	32,10	20,85	12,07
20%	45,19	37,19	24,34	13,20
30%	47,58	39,32	25,85	13,52
40%	48,96	40,57	26,77	13,75
$\frac{d_p}{d_c}$ (%)	50,09	41,59	27,52	14,04
60%	51,39	42,72	28,33	14,46
70%	53,34	44,38	29,47	15,14
80%	57,09	47,53	31,60	16,50
90%	68,23	56,82	37,81	20,57

## APÊNDICE D RESULTADOS OBTIDOS NO CASO 4

Tabela nº 30 - Resultados Obtidos no Caso 4 -  $d_c = 0,75 \times$  Diagonal

Variável	Restrições				
	R1	R2	R3	R4	
Função Objetivo	80,93%	49,51%	8,38%	8,19%	
$\rho_1 (\Omega.m)$	986,94	822,45	548,3	537,14	
$\rho_2 (\Omega.m)$	26,18	29,75	15,12	24,90	
$h_1 (m)$	16,83	19,13	8,69	7,56	
$K$	-0,95	-0,93	-0,95	-0,91	
Resistência Obtida ( $\Omega$ )	102,50	84,75	59,96	59,40	
10%	40,15	32,77	25,48	25,71	
20%	58,60	48,15	35,70	35,70	
30%	73,50	60,57	43,94	43,76	
40%	87,44	72,20	51,65	51,29	
$\frac{d_p}{d_c}$ (%)	50%	102,50	84,75	59,96	59,41
60%	121,35	100,46	70,38	69,59	
70%	149,27	123,73	85,84	84,70	
80%	201,30	167,10	114,69	112,93	
90%	351,68	292,42	198,17	194,69	

Tabela nº 31 - Resultados Obtidos no Caso 4 -  $d_c = 1$  x Diagonal

Variável	Restrições			
	R1	R2	R3	R4
Função Objetivo	80,52%	49,15%	6,06%	5,98%
$\rho_1$ ( $\Omega.m$ )	986,94	822,45	548,30	541,91
$\rho_2$ ( $\Omega.m$ )	26,18	29,75	28,39	12,67
$h_1$ (m)	16,83	19,13	9,95	9,63
$K$	-0,95	-0,93	-0,90	-0,95
Resistência Obtida ( $\Omega$ )	98,63	81,53	56,79	56,52
10%	42,13	34,42	25,54	25,67
20%	60,64	49,85	35,80	35,80
30%	74,39	61,32	43,41	43,31
40%	86,36	71,30	50,02	49,84
$\frac{d_p}{d_c}$ (%)	50%	98,63	81,53	56,79
60%	113,23	93,71	64,86	64,49
70%	134,68	111,59	76,72	76,20
80%	174,28	144,60	98,66	97,88
90%	285,97	237,68	160,65	159,14

Tabela nº 32 - Resultados Obtidos no Caso 4 -  $d_c = 2$  x Diagonal

Variável	Restrições			
	R1	R2	R3	R4
Função Objetivo	71,93%	42,12%	2,93%	2,93%
$\rho_1$ ( $\Omega.m$ )	986,94	822,45	587,17	587,08
$\rho_2$ ( $\Omega.m$ )	26,18	29,75	30,28	7,53
$h_1$ (m)	16,83	19,125	20,22	21,36
$K$	-0,95	-0,93	-0,90	-0,97
Resistência Obtida ( $\Omega$ )	96,61	86,56	61,58	61,58
10%	53,32	43,76	31,00	31,00
20%	71,30	58,75	41,70	41,70
30%	81,69	67,42	47,90	47,90
40%	89,50	73,95	52,56	52,56
$\frac{d_p}{d_c}$ (%)	50%	96,61	79,89	56,81
60%	104,58	86,56	61,58	61,58
70%	115,70	95,84	68,21	68,22
80%	135,54	112,40	80,04	80,05
90%	192,53	159,92	113,98	113,98

Tabela nº 33 - Resultados Obtidos no Caso 4 -  $d_c = 3 \times$  Diagonal

Variável	Restrições			
	R1	R2	R3	R4
Função Objetivo	67%	38%	3%	3%
$\rho_1 (\Omega.m)$	986,94	822,45	611,17	615,41
$\rho_2 (\Omega.m)$	26,18	29,75	35,70	41,65
$h_1 (m)$	16,83	19,13	22,95	26,78
$K$	-0,95	-0,93	-0,89	-0,87
Resistência Obtida ( $\Omega$ )	97,30	80,52	62,70	62,78
10%	62,07	51,05	37,30	37,14
20%	78,16	64,48	47,29	47,21
30%	86,49	71,45	52,48	52,45
40%	92,25	76,28	56,10	56,10
$\frac{d_p}{d_c} (\%)$ 50%	97,30	80,52	59,27	59,31
60%	102,74	85,09	62,70	62,78
70%	110,15	91,31	67,35	67,47
80%	123,41	102,40	75,62	75,82
90%	161,14	133,88	99,05	99,42

Tabela nº 34 - Resultados Obtidos no Caso 4 -  $d_c = 4 \times$  Diagonal

Variável	Restrições			
	R1	R2	R3	R4
Função Objetivo	66,27%	37,67%	1,02%	0,99%
$\rho_1 (\Omega.m)$	986,94	822,45	607,15	610,56
$\rho_2 (\Omega.m)$	26,18	29,75	35,70	41,65
$h_1 (m)$	16,83	19,13	22,95	26,78
$K$	-0,95	-0,93	-0,89	-0,87
Resistência Obtida ( $\Omega$ )	97,82	81,02	61,88	61,90
10%	68,29	56,24	40,89	40,71
20%	82,63	68,22	49,75	49,63
30%	89,47	73,97	54,02	53,94
40%	94,00	77,79	56,88	56,83
$\frac{d_p}{d_c} (\%)$ 50%	97,82	81,02	59,30	59,28
60%	101,88	84,46	61,88	61,90
70%	107,38	89,10	65,35	65,41
80%	117,22	97,34	71,48	71,60
90%	145,40	120,88	88,89	89,13

Tabela nº 35 - Resultados Obtidos no Caso 4 -  $d_c = 5$  x Diagonal

Variável	Restrições			
	R1	R2	R3	R4
Função Objetivo	65,83%	37,41%	1,09%	1,06%
$\rho_1$ ( $\Omega.m$ )	986,94	822,45	603,36	606,55
$\rho_2$ ( $\Omega.m$ )	26,18	29,75	35,7	41,65
$h_1$ (m)	16,83	19,125	22,95	26,78
$K$	-0,95	-0,93	-0,89	-0,87
Resistência Obtida ( $\Omega$ )	98,13	81,35	59,22	61,29
10%	72,88	60,07	43,44	43,27
20%	85,66	70,77	51,32	51,20
30%	91,46	75,65	54,95	54,86
40%	95,12	78,77	57,28	57,23
$\frac{d_p}{d_c}$ (%)	50%	98,13	81,35	59,22
60%	101,30	84,05	61,26	61,29
70%	105,63	87,72	64,00	64,08
80%	113,43	94,28	68,86	68,99
90%	135,99	113,12	82,72	82,95