

**UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
ESCOLA DE ENGENHARIA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL**

Miguel Agostini Lahude

**USO DE CONCRETOS COM IDADES DIFERENTES EM UMA
VIGA PRÉ-MOLDADA PROTENDIDA: ANÁLISE DO SEU
COMPORTAMENTO AO LONGO DO TEMPO QUANTO À
EVOLUÇÃO DAS TENSÕES**

Porto Alegre
dezembro 2009

MIGUEL AGOSTINI LAHUDE

**USO DE CONCRETOS COM IDADES DIFERENTES EM
UMA VIGA PRÉ-MOLDADA PROTENDIDA: ANÁLISE DO
SEU COMPORTAMENTO AO LONGO DO TEMPO QUANTO
À EVOLUÇÃO DAS TENSÕES**

Trabalho de Diplomação apresentado ao Departamento de
Engenharia Civil da Escola de Engenharia da Universidade Federal
do Rio Grande do Sul, como parte dos requisitos para obtenção do
título de Engenheiro Civil

Orientador: Rubem Clécio Schwingel

Porto Alegre
dezembro 2009

MIGUEL AGOSTINI LAHUDE

**USO DE CONCRETOS COM IDADES DIFERENTES EM UMA
VIGA PRÉ-MOLDADA PROTENDIDA: ANÁLISE DO SEU
COMPORTAMENTO AO LONGO DO TEMPO QUANTO À
EVOLUÇÃO DAS TENSÕES**

Este Trabalho de Diplomação foi julgado adequado como pré-requisito para a obtenção do título de ENGENHEIRO CIVIL e aprovado em sua forma final pelo Professor Orientador e pela Coordenadora da disciplina Trabalho de Diplomação Engenharia Civil II (ENG01040) da Universidade Federal do Rio Grande do Sul.

Porto Alegre, dezembro de 2009

Prof. Rubem Clécio Schwingel
Mestre pela Universidade Federal do Rio Grande do Sul
Orientador

Profa. Carin Maria Schmitt
Coordenadora

BANCA EXAMINADORA

Prof. Américo Campos Filho (UFRGS)
Dr. pela Escola Politécnica da Universidade de São Paulo

Prof. Roberto Domingo Rios (UFRGS)
Dr. pela Universidade Federal do Rio Grande do Sul

Prof. Rubem Clécio Schwingel (UFRGS)
Mestre pela Universidade Federal do Rio Grande do Sul

Dedico este trabalho à minha namorada, Juliana, em reconhecimento ao incentivo e carinho sempre presentes, mesmo em meus momentos de ausência.

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente à professora Carin pela dedicação, disponibilidade e competência em assumir a responsabilidade como coordenadora dos trabalhos de conclusão do nosso Curso.

Agradeço ao meu orientador, Rubem Schwingel, pelo tempo dedicado a mim e pela boa vontade de ensinar sempre apresentada, mesmo em meio a tantos compromissos.

Agradeço ao professor Américo Campos Filho por ter ajudado com tanta prontidão na elaboração deste trabalho.

Agradeço aos meus pais pela dedicação em me ajudar sempre e incondicionalmente.

Agradeço aos amigos José e Diogo pelo envio de materiais para minha pesquisa.

Agradeço aos amigos quase arquitetos Ellen e Francisco pela ajuda com as ilustrações.

Por fim, agradeço aos inesquecíveis e sempre presentes amigos João, Vinicius, Guilherme e Raul pelo respeito, dedicação e persistência em me fazer presente nos momentos de diversão.

A mente que se abre a uma nova idéia jamais voltará ao seu tamanho original.

Albert Einstein

RESUMO

LAHUDE, M. A. **Uso de Concretos com Idades Diferentes em uma Viga Pré-Moldada Protendida**: análise do seu comportamento ao longo do tempo quanto à evolução das tensões. 2009. 68 f. Trabalho de Diplomação (Graduação em Engenharia Civil) – Departamento de Engenharia Civil. Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre.

O presente trabalho tem por escopo a análise teórica do comportamento estrutural em relação à evolução das tensões de uma viga pré-moldada protendida que é consolidada com as demais peças envolvidas na montagem da estrutura através de uma segunda etapa de concretagem. Para a garantia da avaliação de uma estrutura plausível, a viga para análise foi selecionada a partir de um projeto real, bem como as cargas atuantes na estrutura. A situação de cálculo é apresentada em detalhe ao longo dos capítulos, descrevendo precisamente as dimensões da peça, o contexto ao qual ela está inserida, as vinculações, o tipo de material utilizado, o processo construtivo e o tipo de utilização. A sequência de cálculos é toda baseada na bibliografia utilizada, justificando os valores obtidos para as tensões, perdas de protensão, relaxação das cordoalhas e fluência do concreto. Baseado na linha de raciocínio desenvolvida, foi originado uma rotina de cálculo automatizada onde se pode analisar facilmente as deformações para diferentes cargas, concretos, forças de protensão, ou mesmo outro elemento de diferente geometria.

Palavras-chave: pré-moldado; retração; relaxação; fluência.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1: concepção de uma estrutura pré-moldada	11
Figura 2: representação das etapas de trabalho	15
Figura 3: exemplo de função de crescimento da resistência de um concreto tipo CPIII com $f_{ck}=30\text{MPa}$ segundo a equação 5	24
Figura 4: vista lateral da viga analisada	47
Figura 5: seção transversal da viga analisada	48
Figura 6: composição da estrutura	49
Figura 7: distribuição da tensão na seção central em t_0	52
Figura 8: tensão imediatamente após a aplicação da protensão	57
Figura 9: tensão imediatamente anterior à aplicação da carga da laje e da capa	57
Figura 10: tensão imediatamente após a aplicação da carga da laje e da capa	58
Figura 11: tensão no instante em que a seção adicional começa a atuar	58
Figura 12: tensão imediatamente antes da aplicação da carga do revestimento	59
Figura 13: tensão imediatamente após a aplicação da carga do revestimento	59
Figura 14: tensão no início do período de utilização da estrutura	60
Figura 15: tensão na verificação de $t = 1$ ano	60
Figura 16: tensão na verificação ao final da evolução dos fenômenos	61
Figura 17: evolução da tensão no aço protendido	65
Figura 18: evolução do momento gerado pela protensão	66

LISTA DE QUADROS

Quadro 1: coeficiente ε_{1s}	30
Quadro 2: discretização do tempo	50
Quadro 3: carga gerada pelos elementos da viga estudada	51
Quadro 4: cargas atuantes nos períodos analisados e momentos gerados	51
Quadro 5: alteração da sollicitação atuante na seção central e respectivas deformações .	53
Quadro 6: alteração das tensões devidas aos incrementos instantâneos de carga	53
Quadro 7: coeficientes φ obtidos para C_1	54
Quadro 8: coeficientes φ obtidos para C_2	54
Quadro 9: esforços representativos da fluência	54
Quadro 10: coeficientes de retração obtidos	55
Quadro 11: esforços representativos da retração	55
Quadro 12: perda de tensão no aço protendido por relaxação	55
Quadro 13: esforços representativos da relaxação	55
Quadro 14: deformação ao transcorrer do período	56
Quadro 15: variação da tensão ao transcorrer do período	56
Quadro 16: análise do coeficiente φ para uma carga aplicada em t_1	62
Quadro 17: análise do coeficiente φ para uma carga aplicada em diferentes instantes ...	63
Quadro 18: relaxação obtida para a situação estudada	64
Quadro 19: evolução do momento gerado pela protensão	66
Quadro 20: análise para diferentes umidades do ar	66
Quadro 21: análise para diferentes classes de concretos	67

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	11
2 MÉTODO DE PESQUISA	13
2.1 QUESTÃO DE PESQUISA	13
2.2 OBJETIVOS DO TRABALHO	13
2.2.1 Objetivo principal	13
2.2.2 Objetivos secundários	13
2.3 PRESSUPOSTOS	14
2.4 DELIMITAÇÃO	14
2.5 LIMITAÇÃO	14
2.6 DELINEAMENTO	15
2.6.1 Pesquisa bibliográfica	16
2.6.2 Seleção das variáveis	16
2.6.3 Caracterização das variáveis	16
2.6.4 Caracterização da situação inicial	17
2.6.5 Caracterização da evolução das tensões	17
2.6.6 Caracterização da situação final	17
2.6.7 Desenvolvimento do programa	18
3 DEFINIÇÕES E CÁLCULOS	19
3.1 DEFINIÇÕES BÁSICAS	19
3.1.1 Protensão	19
3.1.2 Concreto protendido pré-tracionado	19
3.1.3 Fluência do concreto	20
3.1.4 Relaxação do aço	20
3.1.5 Escoamento do aço	20
3.1.6 Seção composta	20
3.1.7 Protensão parcial ou total	21
3.2 MÉTODO DE CÁLCULO	21
3.2.1 Cálculo da variação da deformação do concreto devida à fluência	21
3.2.2 Cálculo da fluência: coeficiente ϕ	22
3.2.2.1 Fluência rápida irreversível	23
3.2.2.2 Fluência lenta irreversível	24
3.2.2.3 Fluência lenta reversível	26
3.2.3 Sobreposição da fluência	27

3.2.4 Equação do coeficiente de idade χ	28
3.2.5 Cálculo da deformação do concreto devida à retração	29
3.2.6 Relaxação do aço protendido	31
3.2.7 Ajuste do módulo de elasticidade dos materiais: seção transformada	33
3.2.8 Cálculo das alterações ocorridas na seção devidas aos fenômenos de perda de tensões, retração e fluência	35
3.2.8.1 Abordagem	35
3.2.8.2 Deformação, giro e tensão instantânea no tempo inicial t_0	40
3.2.8.3 Variação da deformação, do giro e da tensão no período t_0 a t	41
3.2.8.3.1 <i>Variação da força normal e do momento fletor devida à fluência</i>	42
3.2.8.3.2 <i>Variação da força normal e do momento fletor devida à retração</i>	43
3.2.8.3.3 <i>Variação da força normal e do momento fletor devida à relaxação do aço</i>	44
3.2.8.3.4 <i>Incremento de tensão devida à fluência e retração</i>	44
3.2.8.4 Deformação do elemento	46
4 CARACTERIZAÇÃO DA VIGA E DISCRETIZAÇÃO DO TEMPO	47
4.1 GEOMETRIA DA VIGA	47
4.2 PROCESSO CONSTRUTIVO	48
4.2.1 Execução da viga pré-moldada	48
4.2.2 Montagem da estrutura	49
4.3 CARGAS ATUANTES E MOMENTOS FLETORES GERADOS	50
4.4 DADOS DE ENTRADA	51
5 EVOLUÇÃO DAS TENSÕES	52
5.1 SITUAÇÃO INICIAL	52
5.2 ALTERAÇÕES DAS TENSÕES NA SEÇÃO CENTRAL DEVIDAS AOS INCREMENTOS DE CARGA	52
5.3 QUANTIFICAÇÃO DA FLUÊNCIA, RETRAÇÃO E RELAXAÇÃO E SEUS RESPECTIVOS EFEITOS	53
5.3.1 Análise da fluência	53
5.3.2 Análise da retração	54
5.3.3 Análise da relaxação	55
5.4 EVOLUÇÃO DAS TENSÕES NA SEÇÃO CENTRAL DEVIDO À FLUÊNCIA, À RETRAÇÃO E À RELAXAÇÃO	56
5.4.1 Efeito dos fenômenos dentro dos períodos de análise	56
5.4.2 Evolução das tensões na seção central: resumo geral	56
REFERÊNCIAS	62

1 INTRODUÇÃO

A construção civil, em comparação às demais áreas industriais, é um tanto atrasada em termos de modernização e industrialização. Este fato é reflexo da falta de preocupação com a qualidade da mão de obra, devido à boa oferta de mercado que costumou existir nesse ramo, assim como margens de lucro seguras.

Com o aumento das exigências da sociedade, seja em termos de qualidade construtiva, cumprimento de prazos, economia ou cuidado com o meio ambiente, aumentou também a concorrência para melhor cumprir estas exigências e, assim, conquistar uma maior parte do mercado. Fato o qual, acaba por estimular o desenvolvimento e aprimoramento das técnicas construtivas utilizadas, dentre elas, o uso de elementos pré-fabricados. Na figura 1 está representado um exemplo de estrutura pré-moldada. As dimensões e quantidade de elementos que podem constituir uma edificação deste tipo, desde que corretamente dimensionados, são ilimitados.

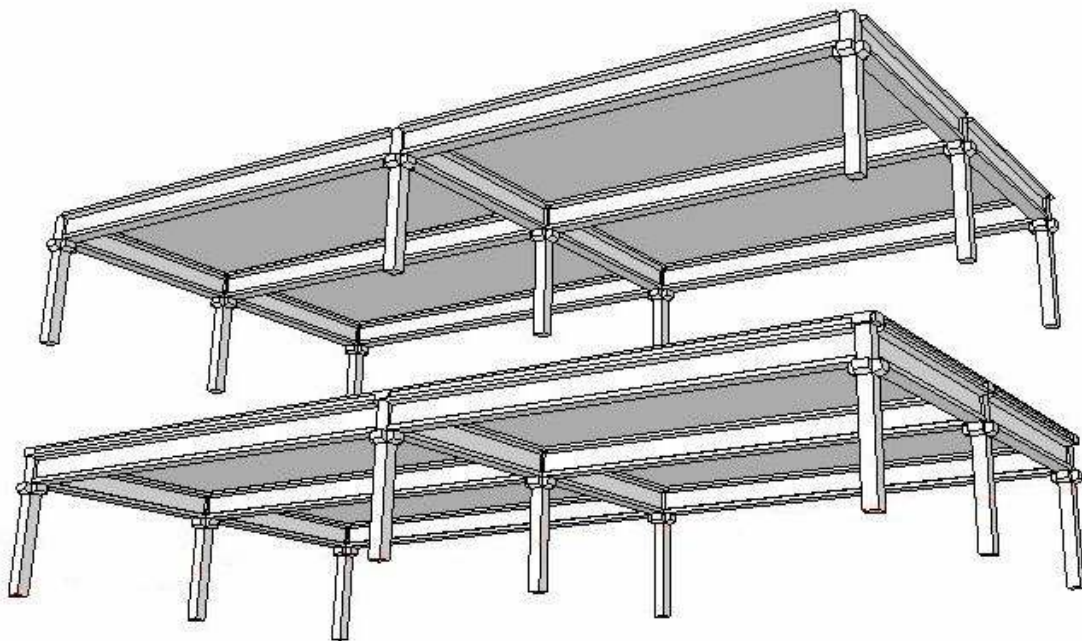


Figura 1: concepção de uma estrutura pré-moldada

Dentre os diferentes tipos de pré-fabricados, principalmente para peças de maior porte, utiliza-se a protensão para melhorar seu comportamento, evitando fissuração durante seu manuseio e reduzindo a flecha ao ser carregado. A consolidação das peças pré-fabricadas na estrutura final ocorre por meio de uma capa de concreto, que, através das armaduras de espera, fará com que as peças se comportem como um único corpo monolítico e não elementos apenas encaixados. É possível também, com a utilização de protensão, tornar contínuas duas vigas inicialmente bi-apoiadas.

Em função da técnica construtiva que envolve este tipo de elemento, a estrutura final é composta por uma seção constituída de duas camadas de concreto de idades diferentes e de composições não necessariamente iguais. Sabe-se que algumas das propriedades do concreto alteram-se ao longo do tempo, principalmente nos primeiros dias de cura e, também, que o aço da protensão sofre efeitos de perdas de tensão ao longo do tempo. Essas características dificultam a análise desse tipo de estrutura, pois não só há alteração da geometria envolvida como também das variáveis envolvidas, que são dependentes do tempo, originando então, a proposta do estudo. Assim, este trabalho visa analisar a evolução das tensões às quais uma viga consolidada a partir da técnica descrita apresentará ao longo de sua vida útil.

No capítulo 2 encontram-se a questão da pesquisa, os objetivos, os pressupostos, as delimitações, as limitações e o delineamento empregado. No capítulo 3 estão as definições de alguns fenômenos que envolvem esse trabalho para melhor compreendê-los e também a seqüência de cálculo utilizada. No capítulo 4 está definida a situação escolhida para análise, os resultados obtidos estão descritos no capítulo 5 e, no capítulo 6, encontram-se as conclusões obtidas.

2 MÉTODO DE PESQUISA

Para a elaboração deste trabalho foram definidas as seguintes diretrizes que caracterizaram o desenvolvimento deste trabalho.

2.1 QUESTÃO DE PESQUISA

A questão de pesquisa deste trabalho é: qual o comportamento, ao longo do tempo, da evolução das tensões de uma estrutura pré-moldada protendida concretada em duas etapas?

2.2 OBJETIVOS DO TRABALHO

Os objetivos do trabalho estão classificados em principal e secundários e são apresentados nos próximos itens.

2.2.1 Objetivo principal

O objetivo principal deste trabalho é a análise da evolução das tensões de uma estrutura pré-moldada protendida concretada em duas etapas.

2.2.2 Objetivos secundários

Os objetivos secundários deste trabalho são:

- a) avaliação da evolução do módulo de elasticidade e f_{ck} do concreto;
- b) avaliação da evolução das tensões nas cordoalhas da protensão;
- c) desenvolvimento de uma rotina de cálculo automática.

2.3 PRESSUPOSTO

Os pressupostos considerados neste trabalho são:

- a) a seção considerada está em condições ideais de homogeneidade;
- b) a segunda etapa de concretagem consolida a estrutura, tornando-a monolítica;
- c) a aderência das cordoalhas da protensão e da armadura passiva com o concreto se consolida de forma eficiente ao longo de toda vida útil do elemento;
- d) a distribuição de cargas na viga é feita através de sua faixa de atuação;
- e) a deformação e o giro nas extremidades do elemento não estão restringidos por suportes ou por continuidade com outros membros da estrutura;
- f) a protensão é aplicada no elemento em uma única etapa;
- g) o concreto do complemento da seção adicionado é idêntico ao utilizado na primeira etapa de concretagem do elemento.

2.4 DELIMITAÇÃO

A delimitação para este projeto é o tipo de estrutura considerada: vigas pré-moldadas, com protensão aderente de cabos retilíneos.

2.5 LIMITAÇÃO

A limitação deste trabalho é dada em função da necessidade de se fixar uma situação para que então possa ser avaliada, sendo principais os quatro seguintes fatores:

- a) tipo de estrutura considerada;
- b) dimensões da viga em questão;
- c) cargas atuantes na estrutura;
- d) tempo de execução de cada etapa de montagem da estrutura.

Os itens que constituem a limitação serão descritos separadamente com maior profundidade no capítulo 4.

2.6 DELINEAMENTO

O delineamento do trabalho seguiu as seguintes etapas:

- a) pesquisa bibliográfica;
- b) seleção das variáveis;
- c) caracterização das alterações ao longo do tempo;
- d) caracterização da situação inicial;
- e) caracterização da evolução;
- f) caracterização da situação final;
- g) aproveitamento da rotina automatizada de cálculo desenvolvida para utilizar em outras vigas que se enquadrem na alínea a da limitação considerada.

Para melhor visualização da sequência de trabalho realizada, seguem representadas as etapas na figura 2.

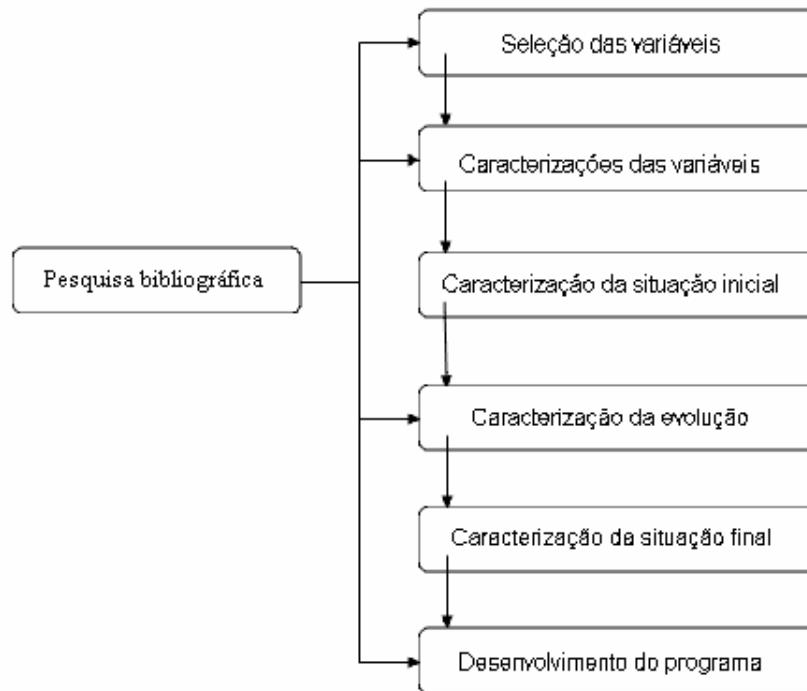


Figura 2: representação das etapas de trabalho

2.6.1 Pesquisa bibliográfica

O trabalho teve seu início com a pesquisa bibliográfica com o objetivo de obter informações para o desenvolvimento da questão de pesquisa, visando à obtenção da compreensão das variáveis envolvidas no contexto definido. Nesta etapa foi definido o método utilizado para a solução da questão e que conseqüentemente fundamentou o programa desenvolvido. Uma vez que o tema tratado neste trabalho e o tipo de abordagem não são corriqueiros para o curso de graduação, a etapa de pesquisa bibliográfica foi efetuada de forma intensa, no início e durante o desenvolvimento do trabalho, principalmente em relação ao método de cálculo utilizado e às complementações que vieram a ser necessárias para melhorar a compreensão.

2.6.2 Seleção das variáveis

Em virtude do tipo de estudo realizado, existem inúmeras variáveis as quais os cálculos dependem, sejam elas vinculadas à geometria em questão, às propriedades dos materiais, às

forças atuantes ou aos métodos construtivos empregados nas diferentes etapas. Assim, neste momento, foram selecionados todos os elementos os quais a análise dependerá para ter seu início.

2.6.3 Caracterização das variáveis

Uma vez que as variáveis foram definidas, foi necessário definir aquelas que são fixas, aquelas que são dependentes do tempo e aquelas que são dependentes de outras variáveis. As variáveis fixas, em geral vinculadas à geometria, foram definidas em função da situação considerada. As variáveis dependentes do tempo, primeiramente tiveram seu comportamento avaliado individualmente para melhor compreensão das mesmas. As variáveis que dependem de outras variáveis, foram tratadas ao longo da sequência de cálculo, conforme foram se tornando necessárias.

2.6.4 Caracterização da situação inicial

Em virtude da existência de variáveis dependentes da situação inicial, foi definida a geometria do problema a partir de um projeto real com o intuito de garantir a utilização de valores plausíveis para um estudo teórico. Nesta etapa foi definida a seção da viga, o vão a ser considerado, o método construtivo do elemento pré-moldado e da estrutura como um todo, as etapas de construção e as cargas atuantes em cada uma delas.

2.6.5 Caracterização da evolução das tensões

Já são conhecidos os fenômenos de relaxação do aço, retração e fluência do concreto e as tensões que uma viga tende a estar exposta em função de cargas as quais ela é submetida. Os métodos clássicos para determinação das tensões em uma seção qualquer de viga de concreto armado consideram a seção constante, porém a viga em análise não se enquadra nestes métodos em virtude de dois principais fatores: a geometria da viga não é constante no tempo e as propriedades dos materiais variam ao longo do tempo.

Esta é a principal parte deste trabalho. A partir do método selecionado, em função das diferentes geometrias e das cargas atuantes nas diferentes etapas, foi definida a evolução das tensões, discretizando o tempo conforme se introduziram as alterações, possibilitando uma melhor visualização dos fenômenos envolvidos.

2.6.6 Caracterização da situação final

Após a definição da evolução das tensões ocorrida, nesta etapa comparou-se a situação inicial com a situação final, que também em função dos valores intermediários obtidos, geraram as considerações finais referentes ao estudo.

2.6.7 Desenvolvimento do programa

Com o término da análise da situação que limita esta pesquisa, obteve-se uma rotina de cálculo automatizada visto que foi repetida várias vezes, alterando-se apenas os parâmetros. Assim, uma vez existindo a opção de alterar alguns parâmetros com o intuito de agilizar a análise dos efeitos gerados a partir das alterações que o elemento sofre ao longo de sua vida útil, este programa possibilita buscar a otimização de outras estruturas ou mesmo avaliar outra situação.

3 DEFINIÇÕES E CÁLCULOS

Para melhor compreensão da situação que foi estudada, a primeira parte deste capítulo traz algumas definições básicas relacionados ao concreto, à protensão e a alguns fenômenos relacionados que serão tratados numericamente ao decorrer da análise. A segunda parte descreve o procedimento de cálculo que foi adotado para a quantificação e análise das tensões e deformações da viga.

3.1 DEFINIÇÕES BÁSICAS

3.1.1 Protensão

Segundo Pfeil (1984) a protensão é um artifício que tem por finalidade, introduzir um estado prévio de tensões em uma estrutura, de forma que melhore o seu comportamento perante as solicitações.

3.1.2 Concreto protendido pré-tracionado

O concreto protendido pré-tracionado é, em geral, produzido em fábricas de pré-fabricados e tem seu processo iniciado com o tensionamento do aço antes do lançamento do concreto. As cordoalhas são suportadas por estruturas colocadas nas extremidades das pistas de pré-fabricação (cabeceiras). Em seguida, o concreto é lançado, envolvendo e aderindo à cordoalha. Quando o concreto atinge cerca de 75% da resistência especificada, a fixação dos cabos na cabeceira é desfeita através de seu corte, transferindo a força das cordoalhas para o concreto em função da aderência (CAUDURO, 2002).

3.1.3 Fluência do concreto

A fluência é a evolução da deformação do concreto sem alteração na carga. Uma tensão aplicada no concreto produz deformação instantânea, e se a tensão é mantida, a deformação irá progressivamente aumentar com o tempo devido à fluência. Assim, as magnitudes da deformação instantânea e da fluência dependem da idade do concreto no carregamento e do período já passado após o carregamento (GHALI; FAVRE, 1986).

3.1.4 Relaxação do aço

A relaxação do aço é uma perda de tensão intrínseca ao material. Aços submetidos a tensões acima de 50% de sua resistência, apresentem certa fluência. Na prática, o aço usado para protensão é submetido, em serviço, a condições de tensão entre 50% e 80% de sua resistência. Se uma cordoalha é tensionada entre dois pontos fixos, uma deformação constante é mantida, mas a tensão irá decrescer progressivamente devida à fluência (GHALI; FAVRE, 1986).

3.1.5 Escoamento do aço

É a deformação manifestada devida à relaxação do aço, ela “[...] acontece em função de ajustes plásticos que podem ocorrer em pontos de tensão, ao longo dos contornos dos grãos do material. Estes pontos de tensão aparecem logo após o metal ser solicitado por uma carga constante, e sofrer a deformação plástica.” (FERRAZ, 2003).

3.1.6 Seção composta

A seção transversal de vigas em concreto protendido comumente são composta de três tipos de materiais: concreto, aço protendido e aço não protendido. Em alguns casos, mais de um tipo de concreto é utilizado em uma mesma seção transversal, como por exemplo, em seções T, onde a alma é pré-moldada e as bordas são moldadas no local. O concreto apresenta as propriedades de fluência e retração e o aço protendido perde parte de sua tensão devido à

relaxação. Assim, os componentes que formam uma seção tendem a ter diferentes deformações. Porém, devido à aderência dos mesmos, a diferença de formação é restringida. Portanto, a tensão no concreto e nos dois tipos de reforços muda com o tempo assim como com a evolução da fluência, da retração e da relaxação (GHALI; FAVRE, 1989).

3.1.7 Protensão parcial ou total

Quando um elemento é projetado para não haver tensão de tração nele em condições de carga de serviço, ele é denominado como concreto totalmente protendido. Se for permitida a existência de tensões de tração para cargas de trabalho, o concreto é chamado de parcialmente protendido. A protensão parcial costuma ser mais utilizada por razões econômicas, assim o aço da protensão é responsável pela maior parte da carga, porém, a armadura passiva também será responsável pela funcionalidade da estrutura (CAUDURO, 2002).

3.2 MÉTODO DE CÁLCULO

Neste item, seguem as definições de algumas variáveis e o procedimento de cálculo baseado na bibliografia utilizada, juntamente com as respectivas explicações. São calculadas as tensões, deformações e perdas.

3.2.1 Cálculo da variação da deformação do concreto devida à fluência

A deformação que ocorre imediatamente após aplicar uma tensão, quando no regime elástico de um material é chamada de deformação instantânea e é expressa pela equação 1:

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E} \quad (\text{equação 1})$$

Onde:

ε = deformação instantânea;

σ = tensão;

E = módulo de elasticidade do material.

A equação da deformação de materiais no regime elástico é válida, para o concreto, apenas para uma análise de duração instantânea. Mesmo que a tensão esteja no regime elástico, ao avaliar a deformação do concreto para um dado período de tempo, é necessário levar em conta o efeito da sua fluência, representado pelo coeficiente φ , que é uma função da idade do concreto no carregamento e do período para o qual esta sendo feito o cálculo. O coeficiente φ é incluso na equação 1 resultando (GHALI; FAVRE, 1989):

$$\varepsilon_c(t) = \frac{\sigma_c(t_o)}{E_c(t_o)} [1 + \varphi(t, t_o)] \quad (\text{equação 2})$$

Onde:

$\varepsilon_c(t)$ = deformação do concreto (instantânea + fluência);

$\sigma_c(t_o)$ = tensão no concreto em t_o ;

$E_c(t_o)$ = módulo de elasticidade do concreto no tempo inicial;

$\varphi(t, t_o)$ = coeficiente de fluência.

3.2.2 Cálculo da fluência: coeficiente φ

Segundo a norma NBR 6118 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2003), o coeficiente de fluência φ é composto por três parcelas conforme a equação 3:

$$\varphi(t, t_o) = \varepsilon_{cca} + \varepsilon_{ccf} + \varepsilon_{ccd} \quad (\text{equação 3})$$

Onde:

ε_{cca} = parcela vinculada à deformação devida à fluência rápida irreversível;

ε_{ccf} = parcela vinculada à deformação devida à fluência lenta irreversível;

ε_{ccd} = parcela vinculada à deformação devida à fluência lenta reversível.

Os cálculos das parcelas ε_{cca} , ε_{ccf} e ε_{ccd} serão tratados nos próximos itens.

3.2.2.1 Fluência rápida irreversível

A fluência rápida irreversível depende da relação entre a resistência inicial e a resistência final do concreto e conforme a NBR 6118 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2003) foi calculada através da equação 4:

$$\varepsilon_{cca} = \varphi_a = 0,8 \cdot \left[1 - \frac{f_{ct_o}}{f_{c_\infty}} \right] \quad (\text{equação 4})$$

Onde:

φ_a = coeficiente de fluência rápida irreversível;

f_{ct_o} = resistência inicial do concreto ($t_o = 3$ dias);

f_{c_∞} = resistência final do concreto.

Sendo a evolução da resistência do concreto, que está representada na figura 3, descrita pela equação 5:

$$f_{ct} = e^{S \left[1 - \left(\frac{28}{t} \right)^{\frac{1}{2}} \right]} \cdot f_{ck} \quad (\text{equação 5})$$

Onde:

f_{ct} = resistência do concreto em t dias;

$S = 0,38$ para CPIII e CPIV, $0,25$ para CPI e CPII, $0,20$ para CP V e ARI;

f_{ck} = resistência nominal do concreto ($t = 28$ dias);

t = tempo expresso em dias.

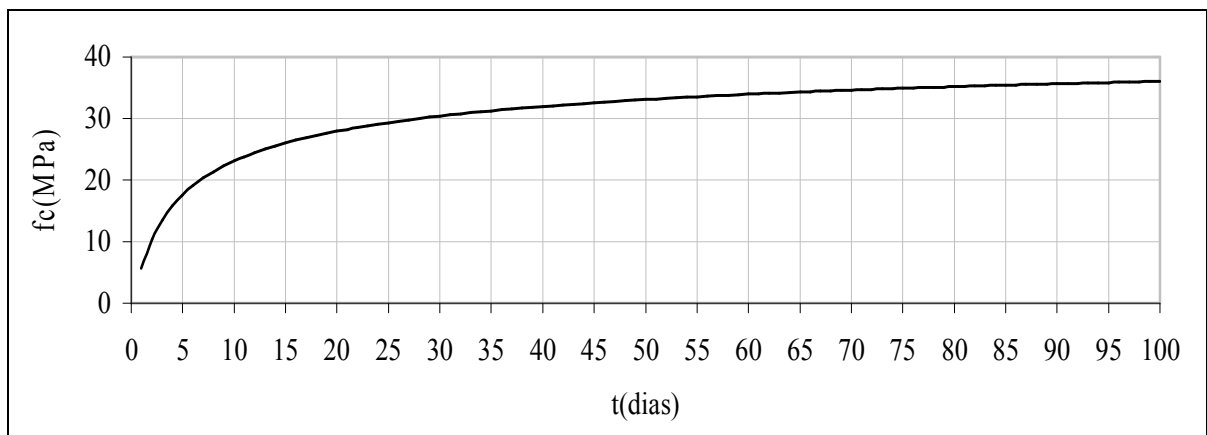


Figura 3: exemplo de função de crescimento da resistência de um concreto tipo CPIII com $f_{ck}=30$ MPa segundo a equação 5

3.2.2.2 Fluência lenta irreversível

A fluência lenta irreversível depende da consistência do concreto, das dimensões da peça e das condições ambientais. Conforme a NBR 6118 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2003) foi calculada através das seguintes equações:

$$\varepsilon_{cef} = \varphi_{f\infty} \cdot [\beta_{f(t)} - \beta_{f(t_0)}] \quad (\text{equação 6})$$

Sendo:

$$\varphi_{f\infty} = \varphi_{1C} \cdot \varphi_{2C} = (4,45 - 0,035 \cdot U_r) \cdot \left(\frac{0,42 + h_{fic}}{0,20 + h_{fic}} \right) \quad (\text{equação 7})$$

$$\beta_{f(t)} = \frac{t^2 + At + B}{t^2 + Ct + D} \quad (\text{equação 8})$$

$$A = 42 \cdot h_{fic}^3 - 350 \cdot h_{fic}^2 + 588 \cdot h_{fic} + 113 \quad (\text{equação 9})$$

$$B = 768 \cdot h_{fic}^3 - 3060 \cdot h_{fic}^2 + 3234 \cdot h_{fic} - 23 \quad (\text{equação 10})$$

$$C = -200 \cdot h_{fic}^3 + 13 \cdot h_{fic}^2 + 1090 \cdot h_{fic} + 183 \quad (\text{equação 11})$$

$$D = 7579 \cdot h_{fic}^3 - 3191 \cdot h_{fic}^2 + 35343 \cdot h_{fic} + 1931 \quad (\text{equação 12})$$

Onde:

h_{fic} = altura fictícia;

φ_{fo} = coeficiente de fluência lenta irreversível;

φ_{1C} = função da umidade relativa do ar (U_r);

φ_{2C} = função da altura fictícia;

$\beta_{f(t)}$ = multiplicador função do tempo;

A, B, C e D = coeficientes dependentes da altura fictícia sendo $0,05m \leq h_{fic} \leq 1,60m$. Para valores fora dos limites, utilizar o limite.

A altura fictícia do elemento é expressa por:

$$h_{fic} = \left[1 + e^{(-7,8+0,1.U_r)} \right] \frac{2A_c}{\mu} \quad (\text{equação 13})$$

Onde:

A_c = área da seção transversal do elemento;

μ = perímetro da seção exposta ao ambiente;

U_r = umidade relativa do ar.

3.2.2.3 Fluência lenta reversível

A fluência lenta reversível depende da idade do concreto. Esta dependência se manifesta com o deslocamento da curva tensão-deformação, paralelamente ao eixo das deformações. Conforme a NBR 6118 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2003) foi calculada através da equação 14:

$$\varepsilon_{ccd} = \varphi_{d\infty} \cdot \beta_d = 0,4 \cdot \left[\frac{(t - t_o) + 20}{(t - t_o) + 70} \right] \quad (\text{equação 14})$$

Onde:

$\varphi_{d\infty}$ = coeficiente da fluência lenta reversível;

β_d = multiplicador função do tempo;

t = tempo expresso em dias.

3.2.3 Sobreposição da fluência

A equação 2 considera uma relação de linearidade entre a tensão e a deformação. Ghali e Favre (1989) afirmam que em geral essa relação é válida para a faixa de tensões em condições de serviço. Fato o qual permite a sobreposição da deformação causada por alterações feitas na tensão.

Como uma forma de eliminar as integrais envolvidas, para simplificar a equação que descreve a sobreposição, utiliza-se o coeficiente de idade χ como forma de transformar uma variação de tensão, que ocorre ao longo de um certo período de tempo, em um valor equivalente como se a variação da tensão fosse totalmente aplicada em t_o . A equação resultante é:

$$\varepsilon_c(t) = \sigma_c(t_o) \frac{1 + \varphi(t, t_o)}{E_c(t_o)} + \Delta\sigma_c(t) \frac{1 + \chi\varphi(t, t_o)}{E_c(t_o)} \quad (\text{equação 15})$$

Onde:

$\varepsilon_c(t)$ = deformação do concreto (instantânea + fluência);

$\sigma_c(t_o)$ = tensão inicial aplicada no tempo inicial;

$\varphi(t, t_o)$ = coeficiente da fluência;

$E_c(t_o)$ = módulo de elasticidade do concreto;

$\Delta\sigma_c(t)$ = variação da tensão;

χ = coeficiente de idade, em geral, seu valor é entre 0,6 e 0,9;

O primeiro termo da equação representa a deformação instantânea somada à fluência causada por uma tensão aplicada no tempo inicial e mantida constante até o tempo t . O segundo termo representa a deformação instantânea somada à fluência causada por um acréscimo de tensão de magnitude gradualmente variável entre o tempo inicial e o tempo t , porém com seu valor corrigido para o equivalente aplicado, com total magnitude, em t_o causando o mesmo efeito.

3.2.4 Equação do coeficiente de idade χ

Ghali e Favre (1989) definem o coeficiente de idade χ como:

$$\chi(t, t_o) = \frac{1}{1 - \frac{r(t, t_o)}{E_c(t_o)}} - \frac{1}{\varphi(t, t_o)} \quad (\text{equação 16})$$

Onde:

$\varphi(t, t_o)$ = coeficiente da fluência;

$E_c(t_o)$ = módulo de elasticidade do concreto no tempo inicial;

$r(t, t_o)$ = função da relaxação.

Uma vez que o cálculo de $r(t, t_o)$ envolve procedimentos matemáticos extensos e a gama de valores plausíveis para χ possui um intervalo pequeno, não seria justificável desenvolver os métodos para o nível de precisão que se deseja no caso de uma viga pré-moldada visto que outras suposições já são feitas e esta precisão seria perdida em meio delas. Para casos sem grandes complexidades em termos de geometria e cargas atuantes, Ghali e Favre (1989)

apresentam a utilização do valor 0,8 como adequado pra ser adotado como o coeficiente de idade. Este valor foi adotado neste trabalho.

3.2.5 Cálculo da deformação do concreto devida à retração

Ghali e Favre (1989) afirmam que a retração ocorrida é de caráter significativo para a análise da alteração das tensões. O cálculo deste fenômeno foi realizado segundo NBR 6118 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2003) através da equação 17:

$$\varepsilon_{cs}(t, t_o) = \varepsilon_{cs\infty} \cdot [\beta_s(t) - \beta_s(t_o)] \quad (\text{equação 17})$$

Sendo:

$$\beta_s(t) = \frac{k^3 + A.k^2 + B.k}{k^3 + C.k^2 + D.k + E} \quad (\text{equação 18})$$

$$k = \frac{t}{100} \quad (\text{equação 19})$$

$$A = 40 \quad (\text{equação 20})$$

$$B = 116.h^3 - 282.h^2 + 220.h - 4,8 \quad (\text{equação 21})$$

$$C = 2,5.h^3 - 8,8.h + 40,7 \quad (\text{equação 22})$$

$$D = -75.h^3 + 585.h^2 + 496.h - 6,8 \quad (\text{equação 23})$$

$$E = 169.h^4 + 88.h^3 + 584.h^2 - 39.h + 0,8 \quad (\text{equação 24})$$

Onde:

$\varepsilon_{cs}(t, t_0)$ = deformação por retração no intervalo (t, t_0) ;

$\varepsilon_{cs\infty}$ = deformação total por retração, sendo $\varepsilon_{cs\infty} = \varepsilon_{1S} \cdot \varepsilon_{2S}$;

t = tempo em dias;

$\beta_s(t)$ = coeficiente função do tempo;

$\beta_s(t_0)$ = coeficiente calculado para $t = 0$;

k, A, B, C, D, E = coeficientes empíricos.

Os valores de ε_{1S} e ε_{2S} foram obtidos conforme a NBR 6118 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2003), respectivamente, através do quadro 1 e da equação 25.

AMBIENTE	Ur (%)	ABATIMENTOS (cm)		
		0-4	5-9	10-15
água	-	1	1	1
muito úmido	90	-1	-1,3	-1,6
ar livre	70	-2,5	-3,2	-4
muito seco	40	-4	-5,2	-6,5

Quadro 1: coeficiente ε_{1S}
(ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2003)

$$\varepsilon_{2S} = \frac{0,33 + 2.h_{fic}}{0,21 + 3.h_{fic}} \quad (\text{equação 25})$$

Onde:

h_{fic} = altura fictícia (equação 13).

3.2.6 Relaxação do aço protendido

A relaxação final do aço de protensão, obtida a partir do teste de relaxação a comprimento constante é dada por Ghali e Favre (1989) como:

$$\frac{\sigma_{pr\infty}}{\sigma_{po}} = -\eta(\lambda - 0.4)^2 \quad (\text{equação 26})$$

Onde:

$\sigma_{pr\infty}$ = relaxação da tensão no tempo infinito;

σ_{po} = tensão inicial do aço protendido;

$\lambda = \frac{\sigma_{po}}{f_{ptk}}$, sendo f_{ptk} a tensão característica do aço da protensão;

η = coeficiente adimensional dependente da qualidade do aço (1.5 e 2/3 para aços dos grupos 1 e 2, respectivamente).

Como a relaxação é fortemente dependente do valor inicial da tensão, devido aos efeitos de retração e fluência, a tensão inicial decresce rapidamente, fazendo com que o valor da relaxação que deve ser usado para análise da perda seja reduzido através de um coeficiente de correção χ_r . Assim, o valor de relaxação considerado, conforme Ghali e Favre (1989) é dado por:

$$\Delta\bar{\sigma}_{pr} = \chi_r \Delta\sigma_{pr} \quad (\text{equação 27})$$

Onde:

χ_r = fator redutivo da relaxação devido à fluência segundo Ghali e Favre (1989);

$\Delta\sigma_{pr}$ = relaxação intrínseca obtida em ensaio;

$\Delta\bar{\sigma}_{pr}$ = relaxação corrigida.

O valor de χ_r depende de um parâmetro chamado de Ω e possui o mesmo significado do coeficiente X apresentado pela NBR 6118 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2003) que é dependente do coeficiente de relaxação do aço $\psi(t, t_i)$. Uma vez que o método de cálculo de Ω é iterativo, podendo levar a erros significativos e conseqüentemente à recálculos, a relaxação do aço foi corrigida através dos fatores X e $\psi(t, t_i)$, onde esse foi renomeado para $\psi(t, t_o)$ com o propósito de manter o padrão já utilizado. A equação 28 descreve $\psi(t, t_o)$. A equação 29 relaciona o coeficiente de relaxação a comprimento constante com o fator de redução da relaxação utilizado.

$$\psi(t, t_o) = \psi_{1000h} \cdot \left(\frac{t - t_o}{41,67} \right)^{0,15} \quad (\text{equação 28})$$

$$X(t, t_o) = -\ln[1 - \psi(t, t_o)] \quad (\text{equação 29})$$

Onde:

$\psi(t, t_o)$ = coeficiente de relaxação do aço, no intervalo (t, t_o) ;

ψ_{1000h} = coeficiente de relaxação ao serem transcorridas 1000 horas;

X = fator redutivo da relaxação devido à fluência;

t = tempo para o qual esta sendo efetuado o cálculo;

t_o = tempo inicial.

3.2.7 Ajuste do módulo de elasticidade dos materiais: seção transformada

Na análise descrita por Ghali e Favre (1989), o termo **seção transformada** refere-se a uma seção de concreto armado, que tem sua área transformada para uma área equivalente de concreto somada a α vezes a área de aço, sendo α definido como:

$$\alpha(t_o) = \frac{E_s}{E_c(t_o)} \quad (\text{equação 30})$$

Onde:

$\alpha(t_o)$ = coeficiente de transformação da área de aço em concreto;

E_s = módulo de elasticidade do aço;

$E_c(t_o)$ = módulo de elasticidade do concreto no tempo inicial.

Uma vez que α depende do valor de E_c , e este depende do tempo, α foi tratado como variável dentro do período de análise. Reescrevendo a equação 15 como:

$$\varepsilon_c(t) = \sigma_c(t_o) \frac{1 + \varphi(t, t_o)}{E_c(t_o)} + \frac{\Delta\sigma_c(t)}{\bar{E}_c(t, t_o)} \quad (\text{equação 31})$$

Sendo:

$$\bar{E}_c(t, t_o) = \frac{E_c(t_o)}{1 + \chi\varphi(t, t_o)} \quad (\text{equação 32})$$

Onde:

$E_c(t_o)$ = módulo de elasticidade do concreto no tempo inicial;

$\bar{E}_c(t, t_o)$ = módulo de elasticidade com idade ajustada;

$\varphi(t, t_o)$ = coeficiente da fluência;

$\sigma_c(t_o)$ = tensão inicial aplicada no tempo inicial;

$\Delta\sigma_c(t)$ = variação da tensão.

Ghali e Favre (1989) definem o coeficiente α a ser utilizado como:

$$\bar{\alpha}(t, t_o) = \frac{E_s}{\bar{E}_c(t, t_o)} \quad (\text{equação 33})$$

Onde:

$\bar{\alpha}(t, t_o)$ = coeficiente de transformação da área de aço em concreto em função do módulo com idade ajustada.

$\bar{E}_c(t, t_o)$ = módulo de elasticidade com idade ajustada;

E_s = módulo de elasticidade do aço;

3.2.8 Cálculo das alterações ocorridas na seção devidas aos fenômenos de perdas de tensões, retração e fluência

A fluência e a retração do concreto e a relaxação do aço, como visto nos itens anteriores, geram perdas de tensão. Neste item foram compilados os fenômenos anteriormente descritos para o cálculo da tensão e da deformação, considerando suas variações relacionadas ao transcorrer do tempo.

3.2.8.1 Abordagem

Por escolha, foram tidos como positivos os valores da força axial N quando de tração, momento fletor M que produz compressão na fibra superior e o correspondente giro, a tensão de tração σ e a deformação corresponde ε . A força de protensão foi chamada de P e Δ representa acréscimos ou decréscimos quando positivo ou negativo, respectivamente.

Uma seção composta T , submetida a uma força N , normal à seção e sobre o eixo de simetria, é equivalente a uma seção com a mesma força N sobre um eixo de referência O e um momento fletor equivalente ao deslocamento efetuado desta força em relação a sua posição original. Geralmente, as análises são feitas como o eixo de referência O sendo o centróide da seção, simplificando o procedimento de cálculo.

Ao considerar os efeitos de fluência, Ghali e Favre (1989) utilizam para a mesma seção, diferentes módulos de elasticidade (lembrando que este módulo é depende do tempo conforme a equação 32). Ao mudar o valor do módulo de elasticidade, o centróide da seção transformada estará também sendo alterado, assim, o cálculo é efetuado a partir de um eixo de referência arbitrário para remover este empecilho. Neste trabalho, o eixo definido passa sobre o centróide da seção original de concreto.

Ghali e Favre (1989) assumem que a distribuição da deformação é linear, então, uma seção plana, ao se deformar, se mantém plana. Sendo assim, a deformação de uma fibra a uma altura y em relação ao eixo de referência será:

$$\varepsilon = \varepsilon_o + \theta.y \quad (\text{equação 34})$$

Onde:

ε = deformação do ponto em análise;

ε_o = deformação no eixo de referência;

θ = curvatura da seção;

y = distância do ponto em análise em relação ao eixo de referência, considerado positivo quando abaixo do eixo.

Baseado na equação 1 e na equação 34, obteve-se a tensão do ponto analisado, expressa por:

$$\sigma_i = E_i.(\varepsilon_o + \theta.y_i) \quad (\text{equação 35})$$

Onde:

σ_i = tensão no ponto analisado;

E_i = módulo de elasticidade do ponto analisado;

ε_o = deformação no eixo de referência;

θ = curvatura da seção;

y = distância do ponto analisado em relação ao eixo de referência, considerado positivo quando abaixo do eixo.

Para obter os valores de N e M atuantes na seção, integra-se a componente de tensão σ_i de todas as partes constituintes da seção, resultando (GHALI; FAVRE, 1989):

$$N = \varepsilon_o \sum_{i=1}^m E_i \cdot \int dA + \theta \cdot \sum_{i=1}^m E_i \cdot \int y dA \quad (\text{equação 36})$$

$$M = \varepsilon_o \sum_{i=1}^m E_i \cdot \int y dA + \theta \cdot \sum_{i=1}^m E_i \cdot \int y^2 dA \quad (\text{equação 37})$$

Onde:

N = força normal atuante na seção;

M = momento fletor atuante na seção;

ε_o = deformação no eixo de referência;

E_i = módulo de elasticidade de cada ponto analisado;

θ = curvatura da seção;

y = distância do ponto analisado em relação ao eixo de referência, considerado positivo quando abaixo do eixo.

Em função da forma da abordagem feita, Ghali e Favre (1989) reescrevem as equações 36 e 37 a partir de três parâmetros: A, B e I, resultando nas equações 38 e 39:

$$N = E_c \cdot (A \cdot \varepsilon_o + B \cdot \theta) \quad (\text{equação 38})$$

$$M = E_c \cdot (B \cdot \varepsilon_o + I \cdot \theta) \quad (\text{equação 39})$$

Sendo:

$$A = \sum_{i=1}^m \left(\frac{E_i}{E_c} \cdot A_i \right) \quad (\text{equação 40})$$

$$B = \sum_{i=1}^m \left(\frac{E_i}{E_c} \cdot B_i \right) \quad (\text{equação 41})$$

$$I = \sum_{i=1}^m \left(\frac{E_i}{E_c} \cdot I_i \right) \quad (\text{equação 42})$$

Onde:

N = força normal atuante na seção;

M = momento fletor atuante na seção;

ε_o = deformação no eixo de referência;

θ = curvatura da seção;

E_i = módulo de elasticidade da i -ésima parte da seção;

A_i = área da i -ésima parte da seção do elemento em relação ao eixo de referência;

B_i = momento estático da i -ésima parte da seção em relação ao eixo de referência;

I_i = momento de inércia da i -ésima parte da seção em relação ao eixo de referência;

E_c = módulo de elasticidade do concreto;

A = área da seção;

B = momento estático da seção;

I = momento de inércia da seção.

O nível da armadura é tratado como uma única parte.

Escrevendo as equações 38 e 39 na forma matricial, resulta:

$$\begin{Bmatrix} N \\ M \end{Bmatrix} = E_c \begin{bmatrix} A & B \\ B & I \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_o \\ \theta \end{Bmatrix} \quad (\text{equação 43})$$

Esta equação serve para obter N e M tendo ε_o e θ conhecidos. Uma vez que buscou-se o contrário, a equação 43 foi reescrita de forma a obter ε_o e θ tendo N e M conhecidos:

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_o \\ \theta \end{Bmatrix} = \frac{1}{E_c} \begin{bmatrix} A & B \\ B & I \end{bmatrix}^{-1} \begin{Bmatrix} N \\ M \end{Bmatrix} \quad (\text{equação 44})$$

Uma vez que:

$$\begin{bmatrix} A & B \\ B & I \end{bmatrix}^{-1} = \frac{1}{(AI - B^2)} \begin{bmatrix} I & -B \\ -B & A \end{bmatrix} \quad (\text{equação 45})$$

Substituindo na equação 44 tem-se:

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_o \\ \theta \end{Bmatrix} = \frac{1}{E_c (AI - B^2)} \begin{bmatrix} I & -B \\ -B & A \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} N \\ M \end{Bmatrix} \quad (\text{equação 46})$$

Onde:

A = área da seção;

B = momento estático da seção;

I = momento de inércia da seção;

N = força normal atuante na seção;

M = momento fletor atuante na seção;

ε_o = deformação no eixo de referência;

θ = curvatura da seção.

3.2.8.2 Deformação, giro e tensão instantânea no tempo inicial t_o

Segundo Ghali e Favre (1989), para poder aplicar a equação 46 é necessário combinar N e M com as forças de protensão em relação ao eixo de referência O (equação 47). Assim, a deformação axial e o giro imediatamente após a aplicação da protensão foram obtidos a partir da equação 46, resultando na equação 48:

$$\begin{Bmatrix} N_{equivalente} \\ M_{equivalente} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} N - \sum P_i \\ M - \sum P_i \cdot y_{psi} \end{Bmatrix} \quad (\text{equação 47})$$

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_o(t, t_o) \\ \theta(t_o) \end{Bmatrix} = \frac{1}{E_c(AI - B^2)} \begin{bmatrix} I & -B \\ -B & A \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} N \\ M \end{Bmatrix}_{equivalente} \quad (\text{equação 48})$$

Onde:

A = área da seção;

B = momento estático da seção;

I = momento de inércia da seção;

N = força normal atuante na seção;

M = momento fletor atuante na seção;

ε_o = deformação no eixo de referência;

θ = curvatura da seção;

y_{psi} = distância do ponto analisado em relação ao eixo de referência;

P = valor absoluto da força de protensão.

A partir das equações 34 e 35, Ghali e Favre (1989) deduzem o valor da tensão inicial no aço de protensão ao carregar o elemento:

$$\sigma_{ps}(t_o) = (\sigma_{ps})_{inicial} + E_{ps} [\varepsilon_o(t_o) + \theta(t_o) \cdot y] \quad (\text{equação 49})$$

Onde:

$\sigma_{ps}(t_o)$ = tensão no aço de protensão ao carregar o elemento;

$(\sigma_{ps})_{inicial}$ = tensão no aço de protensão aplicada antes do carregamento;

E_{ps} = módulo de elasticidade do aço de protensão;

$\varepsilon_o(t_o)$ = deformação inicial no eixo de referência;

$\theta(t_o)$ = curvatura inicial da seção;

y = distância do ponto analisado em relação ao eixo de referência.

3.2.8.3 Variação da deformação, do giro e da tensão no período t_o a t

Em alguns casos, a seção transversal é alterada no início do período, por exemplo, adicionando uma parte consolidada no local, sobre o elemento pré-moldado. Neste caso, a deformação inicial da parte nova é zero, porém, assumindo consolidação perfeita entre as

partes, fluência, retração e relaxação de qualquer parte afetará ambas as partes. A análise é feita para obter a variação da tensão de cada material em um dado período de tempo (GHALI; FAVRE, 1989).

Baseados na mesma linha de raciocínio que gera a equação 48, Ghali e Favre (1989) apresentam a seguinte equação para descrever a variação de deformação e giro:

$$\begin{Bmatrix} \Delta \varepsilon_o \\ \Delta \theta \end{Bmatrix} = \frac{1}{\bar{E}_c (\bar{A}\bar{I} - \bar{B}^2)} \begin{bmatrix} \bar{I} & -\bar{B} \\ -\bar{B} & \bar{A} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} -\Delta N \\ -\Delta M \end{Bmatrix} \quad (\text{equação 50})$$

Onde:

\bar{A} = área da seção transformada com idade ajustada;

\bar{B} = momento estático da seção transformada com idade ajustada;

\bar{I} = momento de inércia da seção transformada com idade ajustada;

ΔN = variação da força normal atuante na seção;

ΔM = variação do momento fletor atuante na seção;

$\Delta \varepsilon_o$ = variação da deformação no eixo de referência;

$\Delta \theta$ = variação da curvatura da seção;

\bar{E}_c = módulo de elasticidade com idade ajustada.

A variação da força normal e do momento atuante na seção é composta pelo efeito de três parcelas diferentes: fluência, retração e relaxação. Essas parcelas são tratadas nos capítulos seguintes.

3.2.8.3.1 Variação da força normal e do momento fletor devida à fluência

Segundo Ghali e Favre (1989), se a fluência fosse livre para se desenvolver, as forças necessárias para compensar o efeito são determinadas pela equação 51:

Uso de concretos com idades diferentes em uma viga pré-moldada protendida: análise do seu comportamento ao longo do tempo quanto à evolução das tensões.

$$\begin{Bmatrix} \Delta N \\ \Delta M \end{Bmatrix}_{fluência} = -\sum_{i=1}^m \left\{ \bar{E}_c \cdot \varphi \cdot \begin{bmatrix} A_c & B_c \\ B_c & I_c \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_o(t_o) \\ \theta(t_o) \end{Bmatrix} \right\}_i \quad (\text{equação 51})$$

Onde:

ΔN = variação da força normal;

ΔM = variação do momento fletor;

\bar{E}_c = módulo de elasticidade com idade ajustada;

$\varphi(t, t_o)$ = coeficiente da fluência;

A_c = área da enésima seção de concreto;

B_c = momento estático da enésima seção de concreto;

I_c = momento de inércia da enésima seção de concreto;

$\varepsilon_o(t_o)$ = deformação inicial no eixo de referência;

$\theta(t_o)$ = curvatura inicial da seção.

3.2.8.3.2 Variação da força normal e do momento fletor devida à retração

Segundo Ghali e Favre (1989) as forças requeridas para impedir a retração são dadas pela equação 52:

$$\begin{Bmatrix} \Delta N \\ \Delta M \end{Bmatrix}_{retração} = -\sum_{i=1}^m \left\{ \bar{E}_c \cdot \mathcal{E}_{cs} \begin{Bmatrix} A_c \\ B_c \end{Bmatrix} \right\}_i \quad (\text{equação 52})$$

Onde:

ΔN = variação da força normal;

ΔM = variação do momento fletor;

\bar{E}_c = módulo de elasticidade com idade ajustada;

ε_{cs} = retração ocorrida no período;

A_c = área da enésima seção de concreto;

B_c = momento estático da enésima seção de concreto;

3.2.8.3.3 Variação da força normal e do momento fletor devida à relaxação do aço

Segundo Ghali e Favre (1989) as forças requeridas para impedir a deformação devida a relaxação do aço da protensão são expressas pela equação 53:

$$\begin{Bmatrix} \Delta N \\ \Delta M \end{Bmatrix}_{relaxação} = - \sum_{i=1}^m \begin{Bmatrix} A_{ps} \cdot \Delta \bar{\sigma}_{pr} \\ A_{ps} \cdot y_{ps} \Delta \bar{\sigma}_{pr} \end{Bmatrix}_i \quad (\text{equação 53})$$

Onde:

ΔN = variação da força normal;

ΔM = variação do momento fletor;

A_{ps} = área da seção transversal;

y_{ps} = distância em relação ao eixo de referência;

$\Delta \bar{\sigma}_{pr}$ = relaxação reduzida.

3.2.8.3.4 Incremento de tensão devida à fluência e retração

Ghali e Favre (1989) apresentam a equação 54 descrevendo a tensão que contém a fluência, e a retração a qual influenciará a variação da tensão no concreto conforme a equação 55.

$$\sigma_{contensão} = -\bar{E}_c(t, t_o) \cdot [\varphi(t, t_o) \cdot \varepsilon_c(t_o) + \varepsilon_{cs}] \quad (\text{equação 54})$$

$$\Delta\sigma_c = \sigma_{contensão} + \bar{E}_{ci}(t, t_o) \cdot (\Delta\varepsilon_o + y \cdot \Delta\theta) \quad (\text{equação 55})$$

Onde:

$\sigma_{contensão}$ = tensão de contensão da fluência e retração;

$\bar{E}_c(t, t_o)$ = módulo de elasticidade com idade ajustada;

$\varphi(t, t_o)$ = coeficiente da fluência;

$\varepsilon_c(t_o)$ = deformação no ponto de referência;

ε_{cs} = retração ocorrida no período;

$\Delta\sigma_c$ = variação da tensão no ponto analisado;

$\Delta\varepsilon_o$ = variação da deformação do ponto de referência;

y = distância em relação ao eixo de referência;

$\theta(t_o)$ = curvatura inicial da seção.

A variação da tensão no aço não protendido é dada pela equação 56 e a no aço protendido, pela equação 57.

$$\Delta\sigma_{ns} = E_{ns} \cdot (\Delta\varepsilon_o + y_{ns} \cdot \Delta\theta) \quad (\text{equação 56})$$

$$\Delta\sigma_{ps} = \Delta\bar{\sigma}_{pr} + E_{ps} \cdot (\Delta\varepsilon_o + y_{ps} \cdot \Delta\theta) \quad (\text{equação 57})$$

Onde:

$\Delta\sigma_{ns}$ = variação da tensão no aço não protendido;

E_{ns} = módulo de elasticidade do aço não protendido;

$\Delta\varepsilon_o$ = variação da deformação do ponto de referência;

y_{ns} = distância da armadura não protendida em relação à referência;

$\Delta\theta$ = variação da curvatura da seção;

$\Delta\sigma_{ps}$ = variação da tensão no aço protendido;

$\Delta\bar{\sigma}_{pr}$ = relaxação reduzida do aço;

E_{ps} = módulo de elasticidade do aço protendido;

y_{ps} = distância da armadura protendida em relação à referência.

4 CARACTERIZAÇÃO DA VIGA E DISCRETIZAÇÃO DO TEMPO

4.1 GEOMETRIA DA VIGA

A geometria da situação considerada para esta análise foi definida a partir de um projeto real: o shopping Bourbon Country, inaugurado em agosto de 2001 e situado na avenida Túlio de Rose em Porto Alegre.

A estrutura foi construída com elementos pré-moldados dimensionados especificamente para o seu projeto. Os pilares possuem uma seção quadrada de 45cm, quatro consoles de apoio para vigas e a distância entre eixos dos mesmos é de 16m na direção das vigas principais e 8m perpendicularmente a elas. Em função desta geometria a faixa de carga que cada viga recebe possui 8m de largura e uma vez que o console que apóia a viga possui 25cm, o vão teórico resultante das vigas é de 15,3m. Para melhor visualização da situação, segue a vista lateral da viga com seus apoios na figura 4 juntamente com a definição das seções a serem analisadas.



Figura 4: vista lateral da viga analisada

A seção transversal é composta de três partes distintas: a seção de concreto do elemento pré-moldado, as placas pré-moldadas das lajes alveolares e a camada de concreto que será lançada no local, após a montagem dos demais elementos. O processo construtivo será descrito posteriormente. Na figura 5 estão representadas as três partes de forma esquemática.

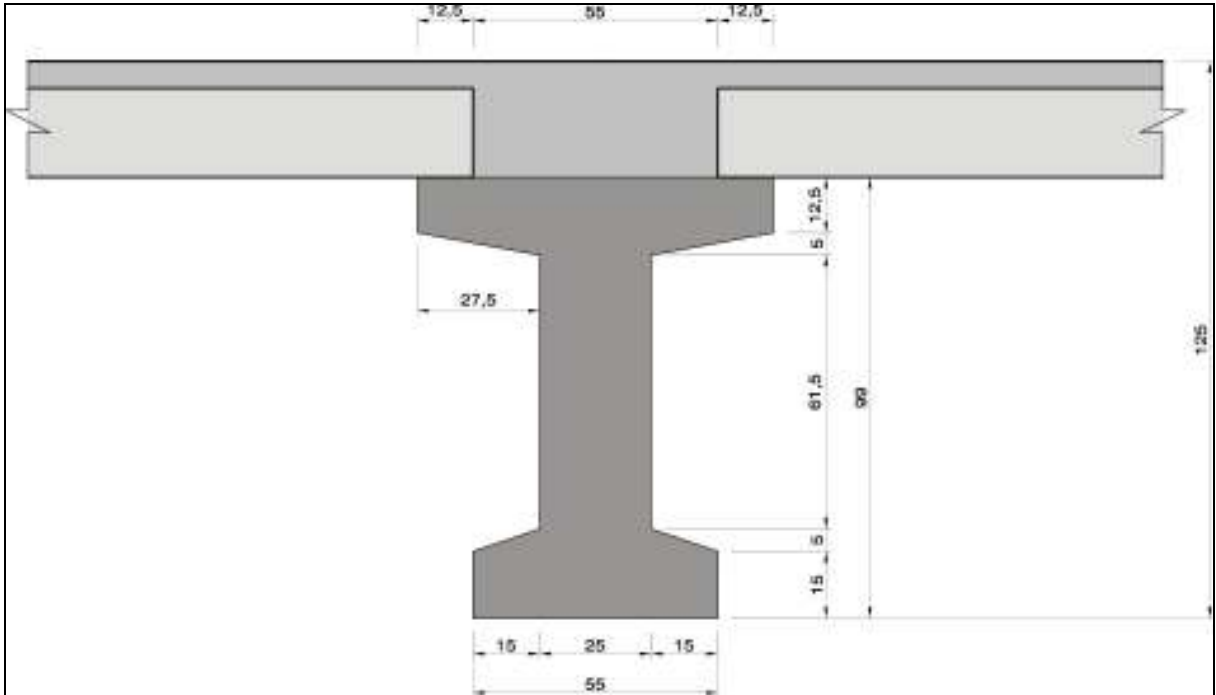


Figura 5: seção transversal da viga analisada

4.2 PROCESSO CONSTRUTIVO

4.2.1 Execução da viga pré-moldada

Elementos pré-moldados de grande porte costumam ser protendidos para evitar fissuração no seu manuseio e principalmente para melhorar seu comportamento quanto à deformação devido às futuras cargas às quais serão submetidos.

Inicialmente, são montadas as armaduras passivas de vários elementos em sequência já na pista de protensão, em seguida, as cordoalhas da protensão que passam através deles e então as formas. Uma vez que todos os elementos já estejam posicionados é realizado o tensionamento dos cabos e a concretagem.

Após o concreto atingir 80% da sua resistência de projeto (para este trabalho, com 3 dias de cura em ambiente controlado equivalentes a 15 dias de exposição ao ambiente), os cabos são cortados das cabeceiras de protensão, fazendo com que a viga seja comprimida devida à

tendência dos cabos voltarem ao seu comprimento original. Em virtude do efeito desta tensão somado ao posicionamento dos cabos na região inferior, há geração de momento negativo e a viga sofre uma contra flecha, apoiando-se no chão apenas nas extremidades. Esta situação será o tempo inicial a ser considerado (t_0), onde o concreto já possui 15 dias de cura.

4.2.2 Montagem da estrutura

Ao serem posicionadas sobre os consoles de forma apenas apoiada, as vigas receberão as placas de laje alveolar, que são facilmente colocadas no local e em seguida é feita a concretagem de consolidação. Esta será a definição do tempo t_1 e tem seu início no 45º dia de cura (30 dias após a aplicação da carga da protensão, que é o tempo estimado para estoque, transporte e montagem no local).

A carga do revestimento é introduzida no 90º dia, definido como t_3 , (t_2 será caracterizado posteriormente e representa o instante em que o novo concreto passará a contribuir estruturalmente) e a carga total de serviço será considerada aos 180 dias de cura (t_4), tempo estimado para que inicie a utilização do empreendimento. Na figura 6 encontra-se representada a constituição básica da estrutura com os elementos estruturais que a compõem posicionados de forma esquemática.

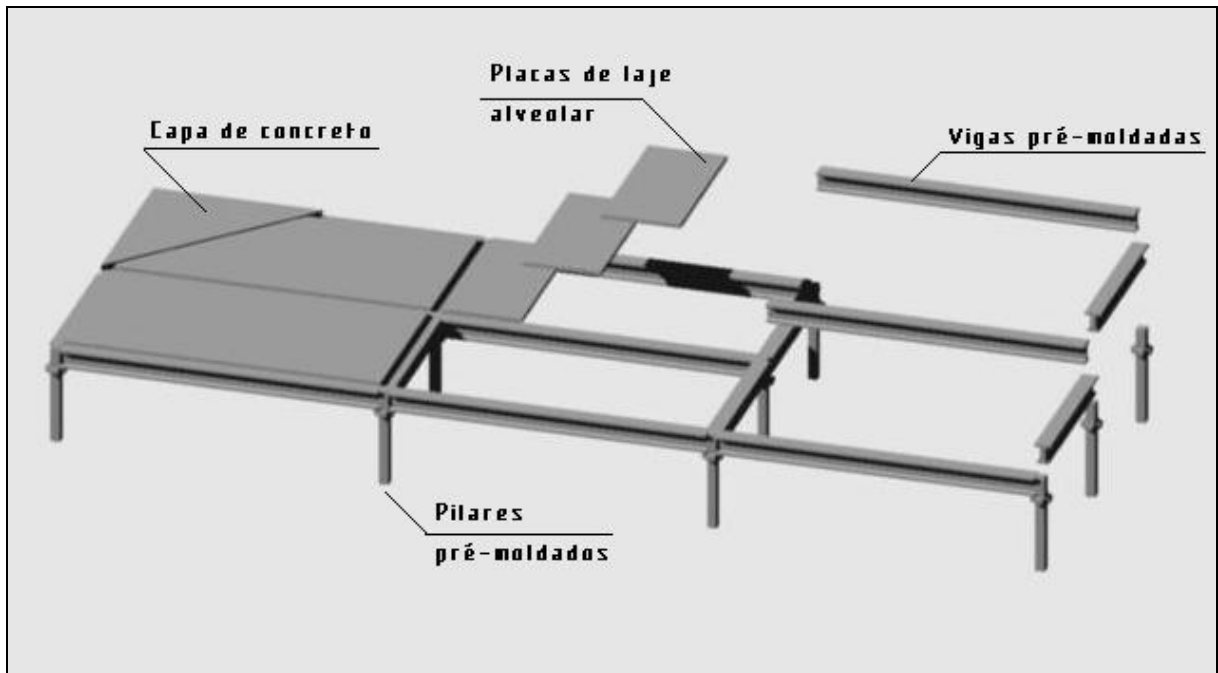


Figura 6: composição da estrutura

Abaixo, o quadro 2 representa de forma resumida os diferentes tempos analisados.

Tempo	Dias de cura		Característica
	seção inicial	complemento	
t_0	15	-	aplicação da protensão
t_1	45	0	posicionamento da laje e execução do capeamento
t_2	52	7	início da atuação da seção composta
t_3	90	45	colocação do revestimento
t_4	180	135	início da utilização da estrutura
t_5	365	320	análise para 1 ano
t_6	∞	∞	análise para flecha final

Quadro 2: discretização do tempo

4.3 CARGAS ATUANTES E MOMENTOS FLETORES GERADOS

A viga entra em carga no instante t_0 , onde estarão atuando somente seu peso próprio (q_{g1}) e a força da protensão (P_0). Ao ser posicionada sobre os consoles, desde o momento em que a viga foi submetida à tensão da protensão, a carga atuante nela sofrerá alteração apenas devido aos fenômenos de perdas de tensões da protensão.

No instante t_1 , a viga receberá a carga das placas das lajes alveolares (q_l) e a carga da capa de concreto (q_c). Uma vez que essas duas cargas são adicionadas com um curto intervalo de tempo entre cada, serão consideradas simultâneas para simplificar os cálculos. Entra também nesta etapa, o peso da seção complementar que se formará sobre a viga pré-fabricada (q_{g2}).

Ao completar os 90 dias de cura, no tempo t_3 , é introduzida a carga do revestimento (q_r), referente ao contrapiso, o granito utilizado e o forro que será pendurado na viga.

A sobrecarga (q_a), representando a utilização da estrutura no tempo t_4 não será adicionada a esta verificação em virtude do seu caráter temporário. Os valores das cargas estão resumidos no quadro 3 já com seus valores alterados para a carga na viga. No quadro 4, encontram-se a carga (q) e o respectivo momento (m_q) gerado nas seções da viga em cada período analisado. Sua dedução, juntamente com outros dados básicos da geometria, está detalhada no apêndice A.

Carga	Sigla	Valor	Unidade
Protensão	Po	2804	kN
Peso próprio	q_{g1}	8,8	kN/m
Complemento	q_{g2}	2,4	kN/m
Laje alveolar	q_l	24	kN/m
Capa de concreto	q_c	12	kN/m
Revestimento	q_r	16	kN/m
Carga acidental	q_a	80	kN/m

Quadro 3: carga gerada pelos elementos da viga estudada

	q (kN/m)	S1	S2	S3	S4	S5
		m_q (kN.m)	m_q (kN.m)	m_q (kN.m)	m_q (kN.m)	m_q (kN.m)
t_0	8,8	92,7	164,8	216,3	247,2	257,5
t_1	47,2	497,2	883,9	1160,2	1325,9	1381,0
t_2	47,2	497,2	883,9	1160,2	1325,9	1381,0
t_3	63,2	665,8	1183,6	1553,4	1775,3	1849,3
t_4	63,2	665,8	1183,6	1553,4	1775,3	1849,3
t_5	63,2	665,8	1183,6	1553,4	1775,3	1849,3
t_6	63,2	665,8	1183,6	1553,4	1775,3	1849,3

Quadro 4: cargas atuantes nos períodos analisados e momentos gerados

4.4 DADOS DE ENTRADA

Para a completa definição dos parâmetros, foram feitas as seguintes considerações:

- a) umidade relativa do ar adotada: 75%;
- b) concreto tipo CP-III;
- c) utilização de 20 cordoalhas tipo CP190RB;
- d) 32cm² de armadura passiva no banzo inferior do concreto C1;
- e) 6,4cm² de armadura passiva no banzo superior do concreto C1;
- f) 4,1 cm² de armadura passiva no banzo superior do concreto C2.

Os parâmetros geométricos foram calculados e encontram-se inseridos na tabela de cálculo assim como todos os demais utilizados neste trabalho. A tabela pode ser solicitada via e-mail (mlahude@hotmail.com) para ser utilizada também para outras situações.

5 EVOLUÇÃO DAS TENSÕES

A seguir são descritas as alterações das tensões da seção central da viga analisada.

5.1 SITUAÇÃO INICIAL

Como descrito anteriormente, a análise inicia-se em t_0 com a aplicação da protensão. A distribuição inicial da tensão, na seção central, está representada na figura 7.

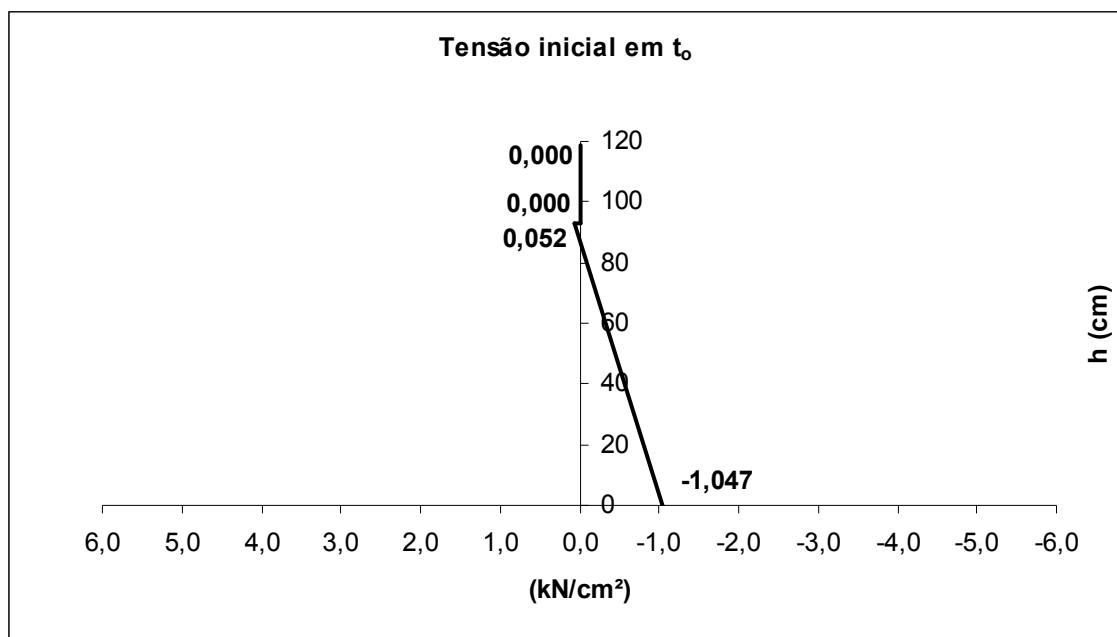


Figura 7: distribuição da tensão na seção central em t_0

5.2 ALTERAÇÕES DAS TENSÕES NA SEÇÃO CENTRAL DEVIDAS AOS INCREMENTOS DE CARGA

Algumas das discretizações do tempo realizadas como ponto de análise são em função da alteração da carga atuante, conforme caracterizado no capítulo 4. As deformações e as

variações das tensões foram calculadas baseadas na equação 48 e encontram-se nos quadros 5 e 6, respectivamente.

	t_0	t_1	t_2	t_3	t_4	t_5	t_6
ΔN_{eq} (kN)	-2805	0	0	0	0	0	0
ΔM_{eq} (kN.cm)	-88429	112350	0	46830	0	0	0
$\Delta \epsilon_{c2}^{BS}$	0	0	0	-1,79E-04	0	0	0
$\Delta \epsilon_{c2}^{BI}$	0	0	0	-1,23E-04	0	0	0
$\Delta \epsilon_{c1}^{BS}$	7,01E-05	-4,02E-04	0	-1,23E-04	0	0	0
$\Delta \epsilon_{c1}^{BI}$	-5,68E-04	4,28E-04	0	7,70E-05	0	0	0

Quadro 5: alteração da solicitação atuante na seção central e respectivas deformações

	t_0	t_1	t_2	t_3	t_4	t_5	t_6
$\Delta \sigma_{c2}^{BS}$ (kN/cm ²)	0	0	0	-0,594	0	0	0
$\Delta \sigma_{c2}^{BI}$ (kN/cm ²)	0	0	0	-0,408	0	0	0
$\Delta \sigma_{c1}^{BS}$ (kN/cm ²)	0,209	-1,335	0	-0,427	0	0	0
$\Delta \sigma_{c1}^{BI}$ (kN/cm ²)	-1,692	1,421	0	0,268	0	0	0

Quadro 6: alteração das tensões devidas aos incrementos instantâneos de carga

5.3 QUANTIFICAÇÃO DA FLUÊNCIA, RETRAÇÃO, RELAXAÇÃO E SEUS RESPECTIVOS EFEITOS

Neste capítulo encontram-se descritos os valores que quantificam os fenômenos de fluência, retração e relaxação, juntamente com a influência gerada na seção central.

5.3.1 Análise da fluência

Baseado no procedimento descrito nos capítulos 3.2.2 e 3.2.3, os valores obtidos para o coeficiente ϕ estão descritos no quadro 7 para o concreto original (C1), e no quadro 8 para o

concreto da segunda etapa (C2). O valor da linha representa o tempo inicial do período e o valor da coluna, o final.

φ	t_0	t_1	t_2	t_3	t_4	t_5	t_6
t_0	-	0,730	0,768	1,040	1,365	1,683	2,581
t_1	-	-	0,205	0,524	0,880	1,213	2,125
t_2	-	-	-	0,449	0,814	1,150	2,064
t_3	-	-	-	-	0,559	0,916	1,839
t_4	-	-	-	-	-	0,613	1,561
t_5	-	-	-	-	-	-	1,272
t_6	-	-	-	-	-	-	-

Quadro 7: coeficientes φ obtidos para C_1

φ	t_0	t_1	t_2	t_3	t_4	t_5	t_6
t_0	-	-	-	-	-	-	-
t_1	-	-	-	-	-	-	-
t_2	-	-	-	0,973	1,459	1,825	2,804
t_3	-	-	-	-	0,712	1,112	2,118
t_4	-	-	-	-	-	0,660	1,694
t_5	-	-	-	-	-	-	1,360
t_6	-	-	-	-	-	-	-

Quadro 8: coeficientes φ obtidos para C_2

A força normal e o momento fletor representativo ao fenômeno da fluência obtidos para os períodos, evoluindo as deformações de cada período a partir dos coeficientes descritos acima, encontram-se no quadro 9.

	t_0	t_1	t_2	t_3	t_4	t_5	t_6
$\Delta N_{c1,c}$ (kN)	1160,17	157,76	815,77	1198,55	1101,10	2315,94	-
$\Delta M_{c1,c}$ (kN.cm)	36572,87	-17064,81	-16485,28	-38617,86	-28229,57	-54554,46	-
$\Delta N_{c2,c}$ (kN)	0	0	394,20	510,01	482,48	1081,50	-
$\Delta M_{c2,c}$ (kN.cm)	0	0	-3201,60	-12914,04	-6599,51	-11312,01	-

Quadro 9: esforços representativos da fluência

5.3.2 Análise da retração

Baseado no procedimento descrito no capítulo 3.2.5, os valores encontrados para o coeficiente de retração, para cada período de análise, estão descritos no quadro 10.

	t_0	t_1	t_2	t_3	t_4	t_5	t_6
ϵ_{c1s}	-1,53E-05	-2,68E-06	-1,21E-05	-2,09E-05	-2,89E-05	-9,15E-05	-
ϵ_{c2s}	0	-3,33E-06	-1,17E-05	-1,66E-05	-2,42E-05	-1,18E-04	-

Quadro 10: coeficientes de retração obtidos

A força normal e o momento fletor representativo ao fenômeno da retração obtidos para o período encontram-se no quadro 11.

	t_0	t_1	t_2	t_3	t_4	t_5	t_6
$\Delta N_{c1,s}$ (kN)	101,17	26,92	104,97	176,26	243,76	583,20	-
$\Delta M_{c1,s}$ (kN.cm)	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	-
$\Delta N_{c2,s}$ (kN)	0	0	21,62	31,87	43,39	166,09	-
$\Delta M_{c2,s}$ (kN.cm)	0	0	1184,76	1745,95	2377,28	9099,81	-

Quadro 11: esforços representativos da retração

5.3.3 Análise da relaxação

Baseado no procedimento descrito no capítulo 3.2.6, os valores encontrados para a perda de tensão do aço protendido, devido ao fenômeno da relaxação do aço, estão descritos no quadro 12.

	t_0	t_1	t_2	t_3	t_4	t_5	t_6
$\Delta \sigma_{Pr}$ (kN/cm ²)	3,381	2,718	3,503	3,987	4,442	8,037	-

Quadro 12: perda de tensão no aço protendido por relaxação

A variação da força normal e do momento fletor gerado devido ao fenômeno da relaxação obtidos para o período encontram-se no quadro 13.

	t_0	t_1	t_2	t_3	t_4	t_5	t_6
$\Delta N_{c,r}$ (kN)	66,75	53,66	69,15	78,70	87,69	158,65	-
$\Delta M_{c,r}$ (kN.cm)	2717,20	2184,33	3808,55	4334,40	4829,12	8737,15	-

Quadro 13: esforços representativos da relaxação

5.4 EVOLUÇÃO DAS TENSÕES NA SEÇÃO CENTRAL DEVIDOS À FLUÊNCIA, À RETRAÇÃO E À RELAXAÇÃO

5.4.1 Efeito dos fenômenos dentro dos períodos de análise

Sobrepondo o efeito de cada fenômeno, baseado na equação 50, obteve-se a variação da deformação e a variação da tensão que ocorrem no transcorrer de cada período conforme o quadro 14 e 15, respectivamente.

	t_0	t_1	t_2	t_3	t_4	t_5	t_6
$\Delta \epsilon_{c2}^{BS}$	0	-1,06E-04	-2,19E-04	-3,92E-04	-3,15E-04	-6,19E-04	-
$\Delta \epsilon_{c2}^{BI}$	0	-7,377E-05	-1,75E-04	-3,04E-04	-2,50E-04	-4,96E-04	-
$\Delta \epsilon_{c1}^{BS}$	2E-05	-7,38E-05	-1,75E-04	-3,04E-04	-2,50E-04	-4,96E-04	-
$\Delta \epsilon_{c1}^{BI}$	-0,0002	4,06E-05	-2,06E-05	1,03E-05	-1,62E-05	-5,32E-05	-

Quadro 14: deformação ao transcorrer do período

	t_0	t_1	t_2	t_3	t_4	t_5	t_6
σ_{c2}^{BS} con (kN/cm ²)	0	0	0,017	0,221	0,138	0,335	-
σ_{c2}^{BI} con (kN/cm ²)	0	0	0,017	0,160	0,105	0,272	-
σ_{c1}^{BS} con (kN/cm ²)	-0,067	0,235	0,299	0,504	0,442	0,923	-
σ_{c1}^{BI} con (kN/cm ²)	0,808	-0,180	0,075	0,023	0,096	0,255	-
$\Delta \sigma_{c2}^{BS}$ (kN/cm ²)	0	0	0	-0,380	-0,316	-0,362	-
$\Delta \sigma_{c2}^{BI}$ (kN/cm ²)	0	0	0	-0,306	-0,254	-0,286	-
$\Delta \sigma_{c1}^{BS}$ (kN/cm ²)	-0,027	0,024	-0,134	-0,225	-0,158	0,023	-
$\Delta \sigma_{c1}^{BI}$ (kN/cm ²)	0,363	-0,063	0,024	0,048	0,057	0,158	-

Quadro 15: variação da tensão ao transcorrer do período

5.4.2 Evolução das tensões na seção central: resumo geral

Para melhor visualização, sobrepondo cada alteração cronologicamente, pode-se avaliar a evolução das tensões através das figuras 8 à 16.

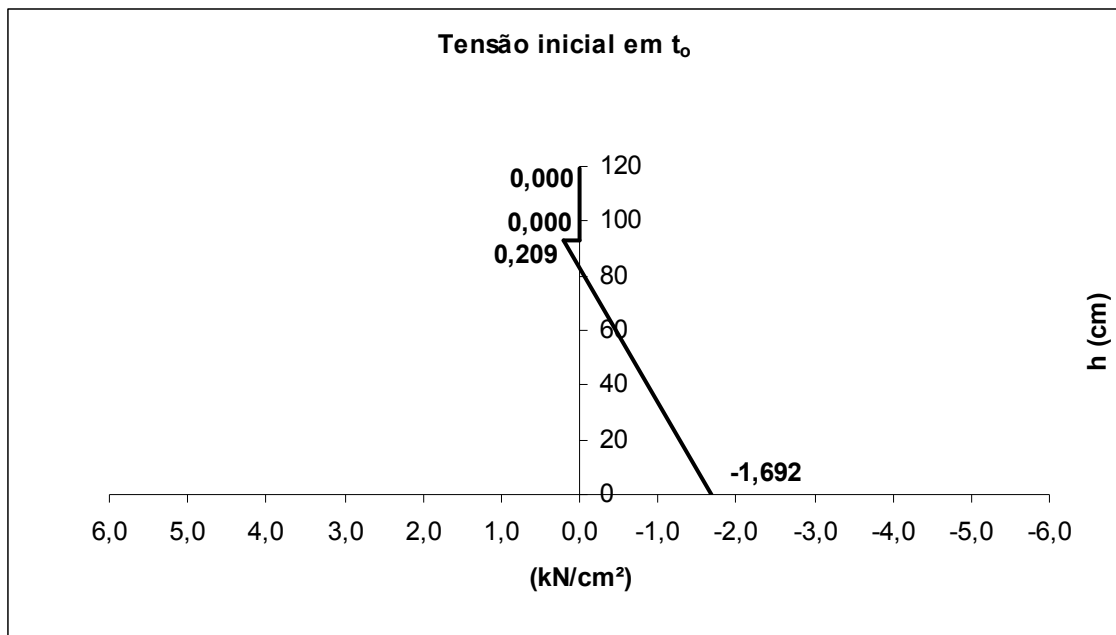


Figura 8: tensão imediatamente após a aplicação da protensão

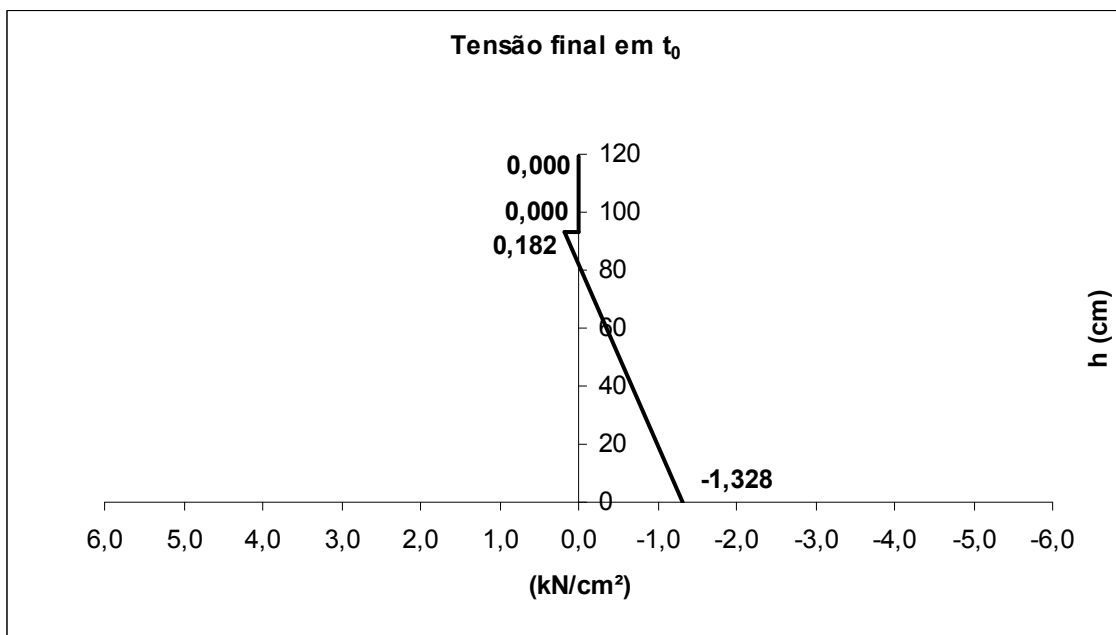


Figura 9: tensão imediatamente anterior à aplicação da carga da laje e da capa

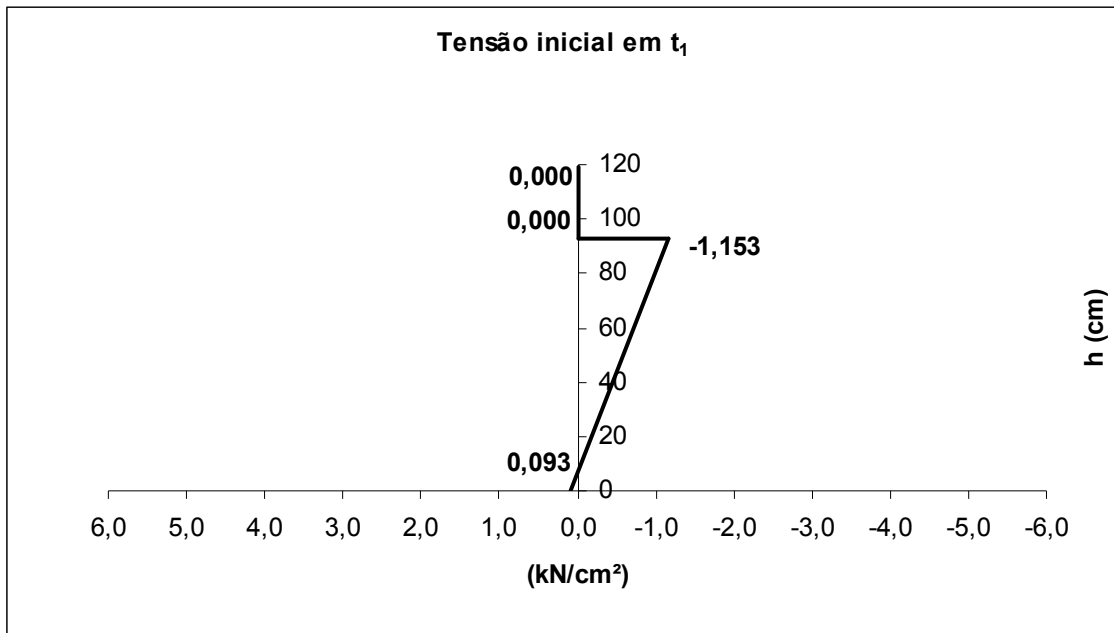


Figura 10: tensão imediatamente após a aplicação da carga da laje e da capa

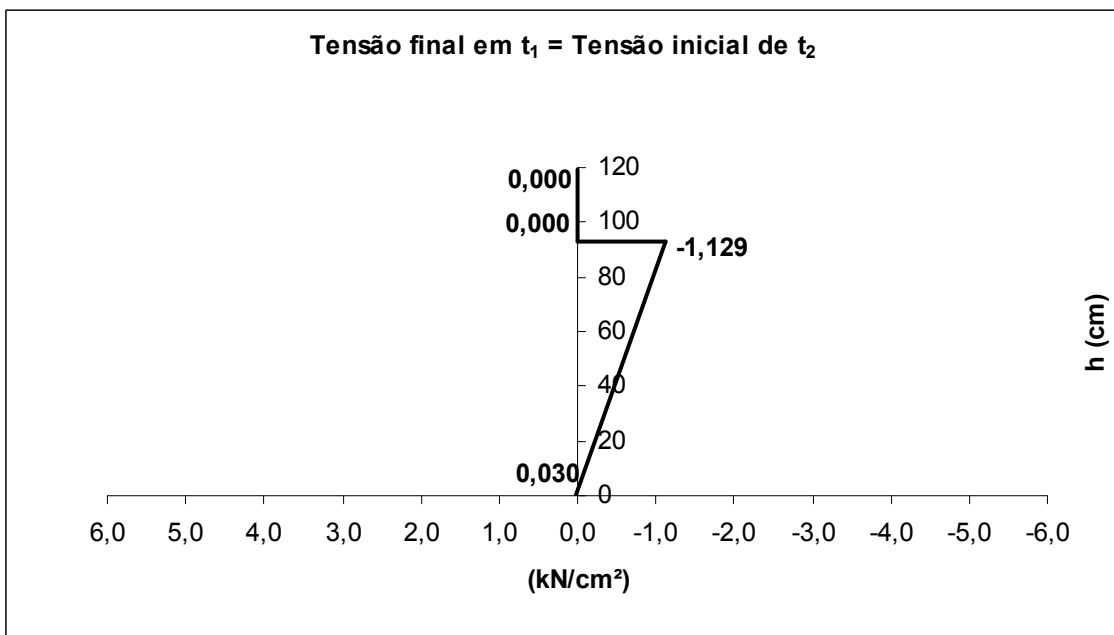


Figura 11: tensão no instante em que a seção adicional começa a atuar

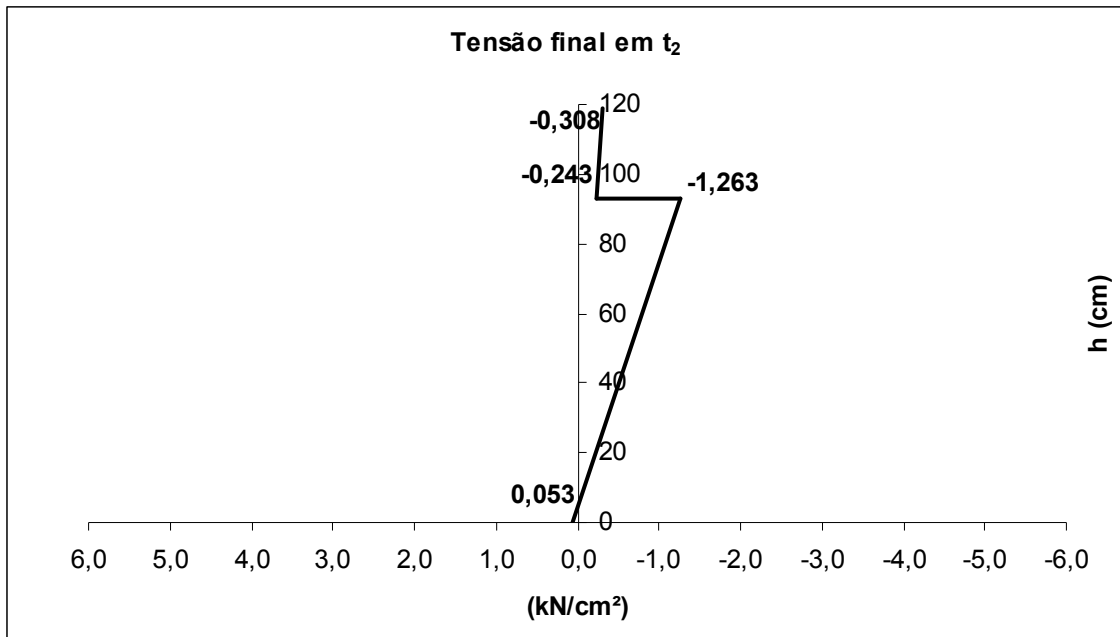


Figura 12: tensão imediatamente antes da aplicação da carga do revestimento

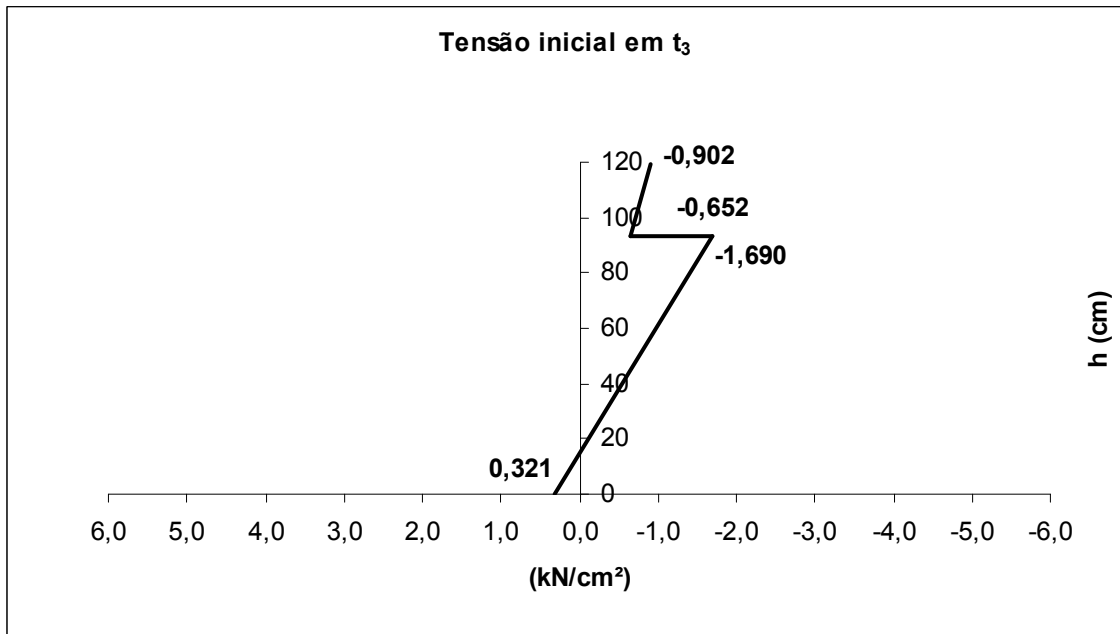


Figura 13: tensão imediatamente após a aplicação da carga do revestimento

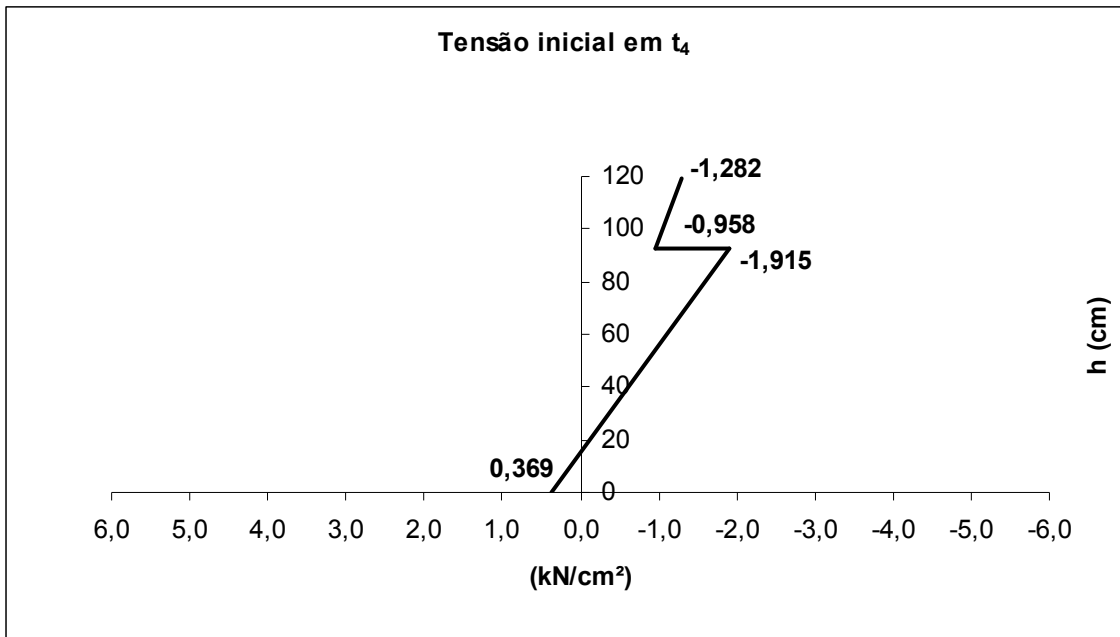


Figura 14: tensão no início do período de utilização da estrutura

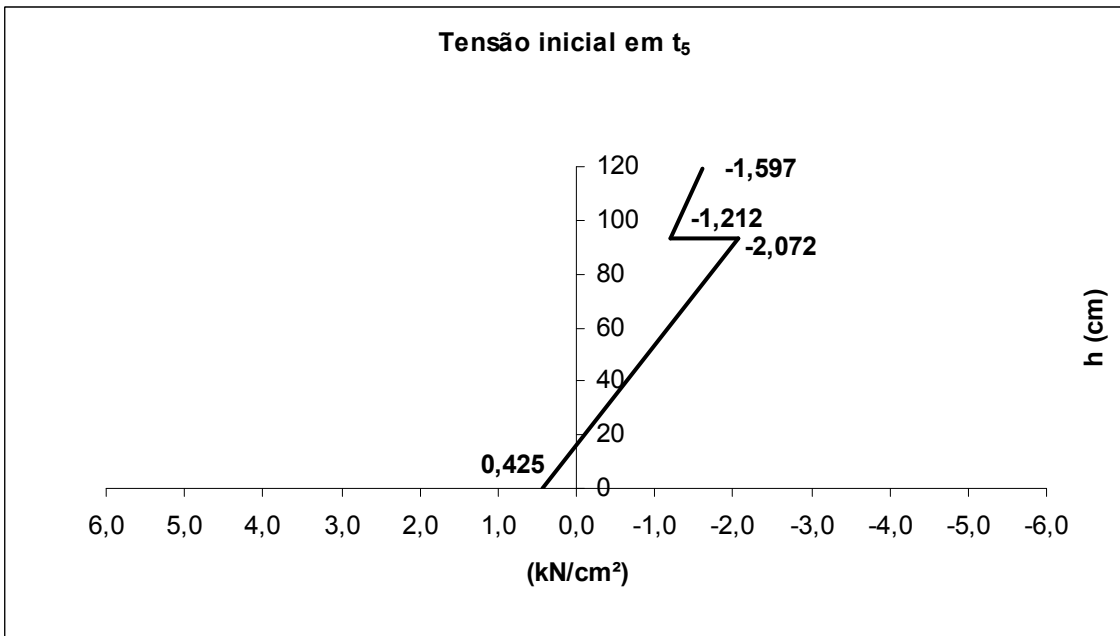


Figura 15: tensão verificação de $t=1$ ano

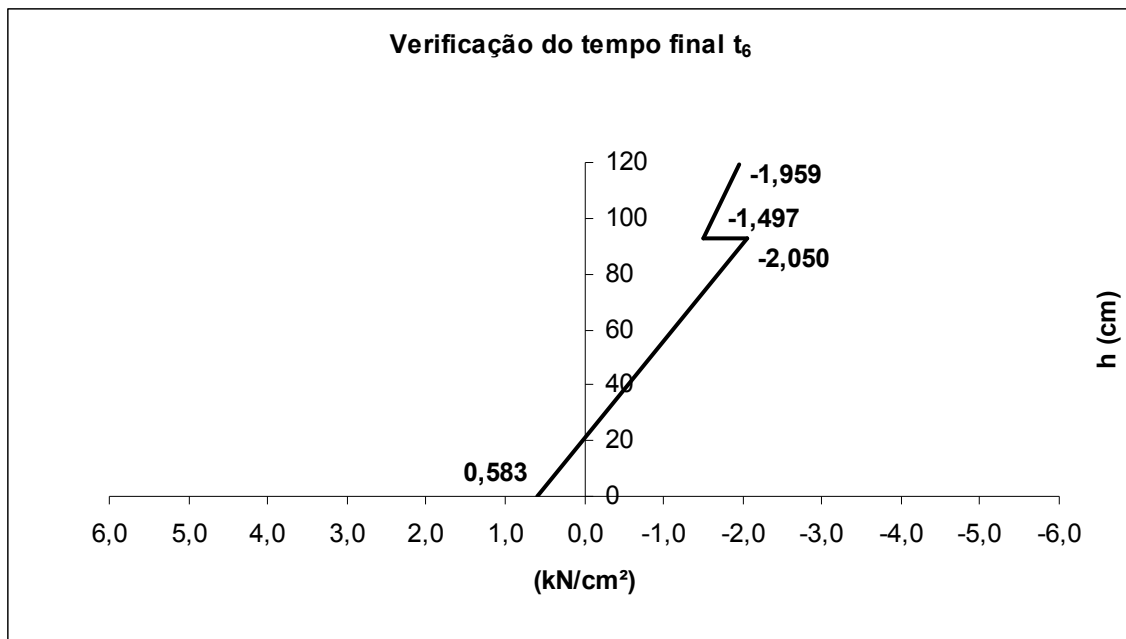


Figura 16: tensão na verificação ao final da evolução dos fenômenos

6 CONCLUSÕES

Neste capítulo estão inseridas as conclusões referentes aos diferentes aspectos que envolvem esta análise. Foram feitas algumas análises para conclusões referentes aos fenômenos de forma individual e também específica ao caso estudado.

6.1 QUANTO À FLUÊNCIA

6.1.1 Evolução da fluência

Como visto anteriormente (capítulo 3.2.2), a fluência é representada pelo coeficiente φ e depende de inúmeros fatores, tais como umidade relativa do ar, perímetro exposto do elemento, resistência do concreto, tempo transcorrido, dentre outros.

Uma vez fixadas as variáveis para um caso específico, percebe-se que, ao transcorrer do tempo, para diferentes intervalos de mesma duração, o valor desse coeficiente reduz, ou seja, o efeito da fluência reduz com o tempo. Neste trabalho, os intervalos de tempo foram escolhidos principalmente em virtude do histórico de carga atuante na estrutura, fato o qual os torna distintos e talvez não seja tão claro observar este decréscimo.

Para evidenciar esta constatação, com base nos mesmos parâmetros, calculou-se este coeficiente para uma carga qualquer aplicada aos 15 dias de cura, e analisados intervalos iguais (45 dias), deixando muito claro o decréscimo de seu valor. Os resultados obtidos podem ser visualizados no quadro 16.

Intervalo		t_1	t_2	t_3	t_4	t_5
Período em relação ao tempo de cura	<i>início</i>	15	60	105	150	195
	<i>fim</i>	60	105	150	195	240
Coeficiente φ		0,885	0,229	0,167	0,120	0,094

Quadro 16: análise do coeficiente φ para uma carga em aplicada em t_1

6.1.2 Relevância da fluência

Como visto no capítulo anterior, fixando um instante de carregamento, observa-se a redução do efeito da fluência para intervalos de mesma duração com o passar do tempo.

Baseado no mesmo procedimento de cálculo, pode-se analisar a variação da magnitude da fluência em função da idade de cura do concreto e do instante ao qual o elemento recebe o carregamento.

Adotando períodos de 1 ano de atuação de uma carga qualquer, porém com aplicações defasadas em 10 dias, obteve-se os coeficientes contidos no quadro 17.

Intervalo		t_1	t_2	t_3	t_4	t_5
Período em relação	<i>início</i>	15	30	45	60	75
ao tempo de cura	<i>fim</i>	380	395	410	425	440
Coeficiente ϕ		1,789	1,425	1,266	1,158	1,079

Quadro 17: análise do coeficiente ϕ para uma carga aplica em diferentes instantes

Observa-se que, para uma mesma carga, ao adiar a sua aplicação no elemento, a fluência reduz bastante a sua significância. No caso estudado, uma defasagem de 60 dias significa um coeficiente ϕ 60% menor.

No caso da situação estudada, foi obtida uma tensão final de $-2,050 \text{ kN/cm}^2$ na região superior do concreto C_1 e $0,583$ na inferior como as maiores medições. Se mantivermos **todos** os parâmetros idênticos, adiantando apenas a aplicação da protensão em 5 dias (no 10º dia de cura) as tensões finais obtidas para os mesmos pontos são, respectivamente $-2,064 \text{ kN/cm}^2$ e $0,736 \text{ kN/cm}^2$.

A pequena diferença obtida na zona comprimida deve-se ao fato de que a nova seção de concreto absorve boa parte dos esforços, diluindo este efeito, porém, na zona tracionada, em virtude do peso próprio passar a atuar em uma idade ainda mais precoce, o efeito é bastante evidente.

6.2 QUANTO À RELAXAÇÃO

O fenômeno de relaxação evolui com o tempo e os valores obtidos para este estudo, calculados para a discretização do tempo utilizada, encontram-se no quadro 18.

	t_0	t_1	t_2	t_3	t_4	t_5	t_6
relaxação no período (kN/cm ²)	0	3,381	2,718	3,503	3,987	4,442	8,037
relaxação acumulada (kN/cm ²)	0	3,381	6,099	9,603	13,590	18,032	26,068

Quadro 18: relaxação obtida para a situação estudada

A relaxação, por definição, é uma redução de tensão que ocorre no aço, porém, juntando este efeito com a deformação que está ocorrendo na viga, ela acaba sendo menos explícita visto que o aço volta a ser tracionado ao passo que a fluência evolui e mais cargas são adicionadas.

Na figura 17 pode-se observar a evolução da tensão do aço protendido sob efeito das deformações geradas pela retração, fluência, relaxação e pelo acréscimo das cargas em comparação à redução da tensão que seria gerada puramente pela relaxação.

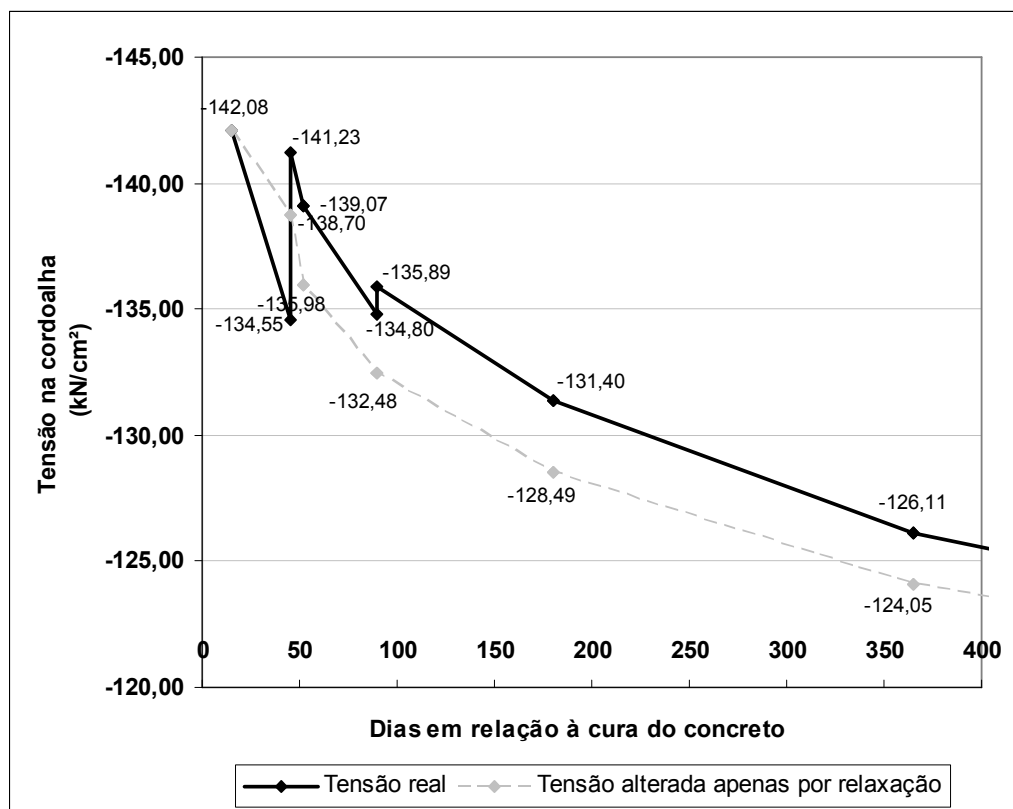


Figura 17 : evolução da tensão no aço protendido

6.3 QUANTO À SEGUNDA ETAPA DE CONCRETAGEM

6.3.1 Aumento da seção

Inicialmente, o concreto da segunda etapa de concretagem é apenas carga adicional para a estrutura, porém ao adquirir resistência suficiente, com a deformação do elemento devido à evolução dos fenômenos e dos acréscimos de carga na estrutura, ele passa a absorver parcelas superiores dos acréscimos de tensões em relação ao concreto já existente. Este fato deve-se à sua maior distância em relação ao eixo de referência que para um mesmo giro, sofre maiores deslocamentos.

6.3.2 Alteração da excentricidade de protensão

Como o procedimento de cálculo é baseado em um ponto de referência fixo, numericamente, o momento gerado pela protensão em relação a esta referência não se altera com grande significância, apenas vincula-se a variação da tensão do aço protendido. Analisando a seção como um todo, fugindo do procedimento do método utilizado, há uma variação significativa deste efeito, que em virtude do método, acaba sendo obtido através das contribuições geradas pela geometria da nova seção.

Como uma tentativa de quantificar o momento gerado pela protensão na seção como um todo, parte-se da excentricidade inicial (41,17cm) até o valor final considerando a seção plena (55,53cm) fazendo com que essa transição seja proporcional à diferença dos módulos de elasticidade do concreto C1 e C2.

A perda de tensão por relaxação e os ganhos de tensão devidos às deformações estão incluídos e apesar da tensão reduzir com o tempo, com o aumento da excentricidade, esta perda foi compensada em grande parte e o momento obteve acréscimos significativos. O momento gerado pela protensão está quantificado no quadro 19 e ilustrado na figura 18.

	t_0	t_1	t_2	t_3	t_4	t_5	t_6
σ_P (kN/cm ²)	-145,39	-145,36	-145,06	-143,22	-139,47	-134,92	-124,98
N_p (kN)	-2869,97	-2869,44	-2863,55	-2827,18	-2753,07	-2663,41	-2467,18
e_p (cm)	40,17	40,17	50,46	53,13	53,97	54,40	55,07
M_p (kN.cm)	-115287	-115266	-144503	-150197	-148592	-144885	-135868

Quadro 19: evolução do momento gerado pela protensão

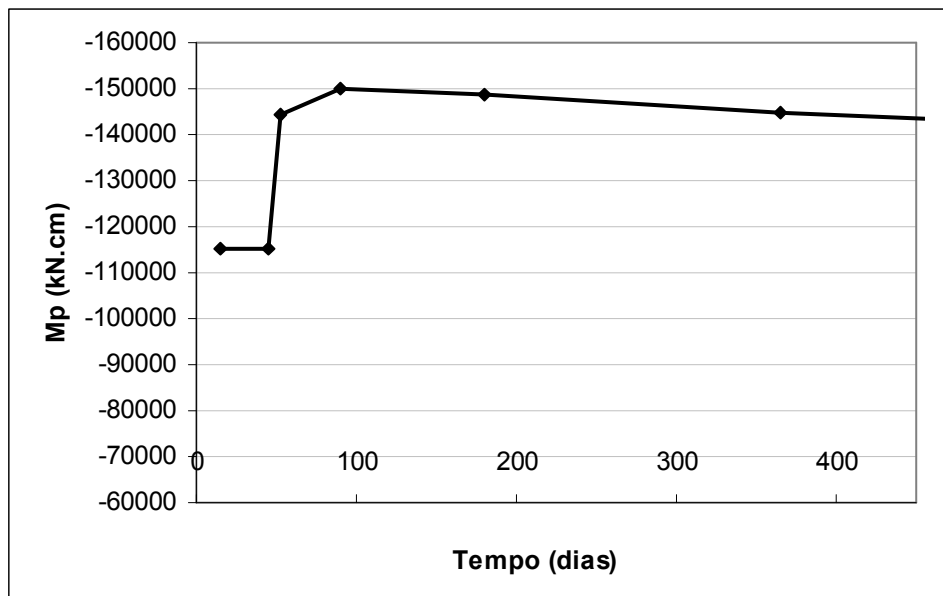


Figura 18: evolução do momento gerado pela protensão

6.4 QUANTO AO AMBIENTE

Mantendo todos os parâmetros com seus valores iguais aos considerados na situação verdadeira e alterando **apenas** a umidade relativa do ar, observa-se variações significativas dos efeitos dos fenômenos. O quadro 20 compara as tensões finais obtidas em função da umidade considerada nos cálculos.

U_r (%)	50	60	70	80	90
σ_{c2}^{BS} (kN/cm ²)	-2,044	-2,03	-1,991	-1,919	-1,846
σ_{c2}^{BI} (kN/cm ²)	-1,577	-1,562	-1,526	-1,462	-1,397
σ_{c1}^{BS} (kN/cm ²)	-1,942	-2,002	-2,041	-2,05	-2,037
σ_{c1}^{BI} (kN/cm ²)	0,803	0,635	0,635	0,527	0,408

Quadro 20: análise para diferentes umidades relativas do ar

6.5 QUANTO AO TIPO DE CONCRETO

Mantendo todos os parâmetros com seus valores iguais aos considerados na situação verdadeira e alterando **apenas** o coeficiente indicado pela NBR 6118 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2003) vinculado ao tipo de concreto utilizado, observa-se variações significantes na evolução das tensões. O quadro 21 compara as tensões finais obtidas em função do tipo de concreto utilizado.

Concreto	I e II	III e IV	V e ARI
σ_{c2}^{BS} (kN/cm ²)	-1,959	-2,063	-2,110
σ_{c2}^{BI} (kN/cm ²)	-1,497	-1,575	-1,609
σ_{c1}^{BS} (kN/cm ²)	-2,050	-2,117	-2,144
σ_{c1}^{BI} (kN/cm ²)	0,583	0,501	0,469

Quadro 21: análise para diferentes classes de concretos

REFERÊNCIAS

- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 6.118: projeto de estruturas de concreto — procedimento. Rio de Janeiro, 2003.
- BEER, F.; JOHSTON, E. Resistência dos Materiais. 3. ed. São Paulo: Makron Books Brasil, 1996. 1255 p.
- CAUDURO, E. L. Manual para a Boa Execução de Estruturas Protendidas Usando Cordoalhas de Aço Engraxadas e Plastificadas. Belo Horizonte: Belgo Bekaert Arames, 2002.
- FERRAZ, H. O Aço na Construção Civil. **Revista eletrônica de Ciências**, São Carlos, n.22, out./nov./dez. 2003. Disponível em:
<http://www.cdcc.usp.br/ciencia/artigos/art_22/aco.html>. Acesso em: 10 jun. 2009.
- GHALI, A.; FAVRE, R. **Concrete Structures: stresses and deformations**. London: Chapman and Hall, 1986.
- PFEIL, W. **Concreto Protendido**. Rio de Janeiro: LTC, 1984.

APÊNDICE A – Propriedades dos elementos envolvidos e definição da carga atuante

A.1 DADOS GEOMÉTRICOS

No quadro A1 encontram-se os parâmetros utilizados nos cálculos referentes ao elemento estrutural em sua condição original.

Propriedade	Valor	Unidade
Área	3512,50	cm ²
Perímetro	360,22	cm
Centróide (y)	51,21	cm
Momento de inércia (x)	3375996,55	cm ⁴
Momento de inércia (y)	759114,58	cm ⁴
Raio de giração (x)	31,00	cm
Raio de giração (y)	14,70	cm

Quadro A1: geometria inicial

No quadro A2 encontram-se os parâmetros utilizados nos cálculos referentes ao elemento estrutural após t_2 , tempo o qual o complemento de concreto adicionado passa a atuar estruturalmente. Este tempo será definido como o 7º de cura do novo concreto (ou 52º dia de cura do concreto original).

Propriedade	Valor	Unidade
Área	4760,50	cm ²
Perímetro	412,22	cm
Centróide (y)	65,57	cm
Momento de inércia (x)	6210637,10	cm ⁴
Momento de inércia (y)	998730,58	cm ⁴
Raio de giração (x)	36,12	cm
Raio de giração (y)	14,48	cm

Quadro A2: geometria após t_2

A.2 DISTRIBUIÇÃO DA CARGA NA VIGA

Devida a distância entre o eixo das vigas, a faixa de carga que atuará em cada uma delas possui 8m de largura (4m para cada lado), nela encontram-se as cargas da laje, do revestimento, do forro e de utilização.

Os materiais envolvidos, suas respectivas densidades e carga induzida na viga em função da geometria construtiva estão resumidos no quadro A3.

Uma vez que o modelo trata-se de uma viga bi-apoiada, o momento gerado por uma carga uniformemente distribuída, foi calculado a partir da equação A1:

$$M = \frac{q.l^2}{8} \quad (\text{equação A1})$$

Onde:

M = momento fletor;

q = carga uniformemente distribuída;

l = vão da viga;

Material	Sigla	Densidade kN/m ³	Carga kN/m ²	Carga na viga kN/m	Momento kN.m
Concreto pré moldado	q _{g1}	25	-	8,8	257,0
Concreto do complemento	q _{g2}	25	-	2,4	70,2
Laje alveolar	q _l	-	3	24	702,3
Capa de concreto	q _c	25	1,5	12	351,1
Revestimento		-	-		
Granito - 2,5cm	q _r	30	0,75	16	468,2
Contrapiso - 3cm		25	0,75		
Gesso e instalações		-	0,5		
Sobrecarga	q _a	-	10	80	2340,9

Quadro A3: influência das cargas na viga