

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
ESCOLA DE ENGENHARIA - CURSO DE ENGENHARIA MECÂNICA
TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO

ANÁLISE COMPUTACIONAL DO COMPORTAMENTO DE FLUIDOS NÃO
NEWTONIANOS EM MEIOS POROSOS ORDENADOS

por

Matheus Prediger Maccari

Monografia apresentada ao Departamento de Engenharia Mecânica da Escola de Engenharia da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, como parte dos requisitos para obtenção do diploma de Engenheiro Mecânico.

Porto Alegre, maio de 2022

DADOS INTERNACIONAIS DE CATALOGAÇÃO

CIP - Catalogação na Publicação

Maccari, Matheus Prediger
ANÁLISE COMPUTACIONAL DO COMPORTAMENTO DE FLUIDOS
NÃO NEWTONIANOS EM MEIOS POROSOS ORDENADOS / Matheus
Prediger Maccari. -- 2022.
25 f.
Orientador: Cirilo Seppi Bresolin.

Trabalho de conclusão de curso (Graduação) --
Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Escola de
Engenharia, Curso de Engenharia Mecânica, Porto
Alegre, BR-RS, 2022.

1. FLUIDOS NÃO-NEWTONIANOS. 2. MEIOS POROSOS. I.
Bresolin, Cirilo Seppi, orient. II. Título.

Elaborada pelo Sistema de Geração Automática de Ficha Catalográfica da UFRGS com os
dados fornecidos pelo(a) autor(a).

Matheus Prediger Maccari

ANÁLISE COMPUTACIONAL DO COMPORTAMENTO DE FLUIDOS NÃO
NEWTONIANOS EM MEIOS POROSOS ORDENADOS

ESTA MONOGRAFIA FOI JULGADA ADEQUADA COMO PARTE DOS
REQUISITOS PARA A OBTENÇÃO DO TÍTULO DE
ENGENHEIRO MECÂNICO
APROVADA EM SUA FORMA FINAL PELA BANCA EXAMINADORA DO
CURSO DE ENGENHARIA MECÂNICA

Prof. Cirilo Seppi Bresolin
Coordenador do Curso de Engenharia Mecânica

Escolher uma das áreas de concentração: Energia e Fenômenos de Transporte

Orientador: Prof. Cirilo Seppi Bresolin

Comissão de Avaliação:

Prof./Prof^a. Guilherme Henrique Fiorot

Prof./Prof^a. Diogo Elias Andrade

Prof./Prof^a. Paulo Smith Schneider

Porto Alegre, maio de 2022

DEDICATÓRIA

Dedico este trabalho de estudo à minha família, amigos e colegas, os quais sempre estiveram presentes durante a minha jornada, tanto acadêmica quanto pessoal.

AGRADECIMENTOS

Agradeço ao Laboratório de Reologia e Escoamento de Fluidos Não Newtonianos - REOSUL -, pelo suporte com a ferramenta computacional utilizada neste trabalho.

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
 ESCOLA DE ENGENHARIA - CURSO DE ENGENHARIA MECÂNICA
 TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO – 2022

**ANÁLISE COMPUTACIONAL DO COMPORTAMENTO DE FLUIDOS
 NÃO NEWTONIANOS EM MEIOS POROSOS ORDENADOS**

Maccari, Matheus Prediger

e-mail: matheuspredigermaccari@outlook.com

Resumo. Os fluidos não newtonianos são aqueles em que a relação entre a tensão de cisalhamento e a taxa de deformação se dá de forma não linear. Na natureza, os fluidos não newtonianos ocorrem, por exemplo, no escoamento de petróleo pela matriz porosa do reservatório. A resistência hidráulica que um fluido apresenta ao escoar em um meio poroso é caracterizada pela permeabilidade. Este trabalho tem o objetivo de determinar correlações para a permeabilidade de fluidos não newtonianos do tipo lei da potência em meios porosos ordenados. O método de Lattice-Boltzmann será usado para resolver o escoamento. Foram analisados meios porosos formados por cilindros alinhados e desalinhados com diferentes porosidades. O fluido não newtoniano foi caracterizado pelo seu índice de escoamento. Foram construídas funções que corrigem as correlações desenvolvidas anteriormente, como as de Christopher and Middleman (1965) e de Sahraoui e Kaviany (1992). Um novo modelo proposto a partir do modelo de Sahraoui e Kaviany (1992) apresentou capacidade de prever o comportamento da permeabilidade para índices de escoamento até 0,4.

Palavras-chave: Permeabilidade, Fluidos não newtonianos, Meios porosos ordenados

**COMPUTATIONAL ANALYSIS OF THE BEHAVIOR OF NON-NEWTONIAN FLUIDS
 IN ORDERED POROUS MEDIA**

Abstract. Non-Newtonian fluids are those in which the relation between shear stress and strain rate is non-linear. In nature, non-Newtonian fluids occur, for example, in the flow of oil through the porous matrix of the reservoir. The hydraulic resistance that a fluid presents when flowing in a porous medium is characterized by permeability. This study aims to determine correlations for the permeability for the non-Newtonian power law fluids in ordered porous media. The Lattice-Boltzmann method will be used to resolve the flow. Porous media formed by aligned and misaligned cylinders with different porosities were analyzed. The non-Newtonian fluid was characterized for its Power-Law index. Functions were built that correct the correlations developed previously, such as those by Christopher and Middleman (1965) and by Sahraoui and Kaviany (1992). A new correlation is proposed from the correlation of Sahraoui and Kaviany (1992) was able to predict the behavior of permeability for Power-Law index up to 0,4.

Keywords: Permeability, Non-Newtonian fluids, Ordered porous media

NOMENCLATURA

Símbolos

$A, B, C, D, E, F, I, J, L$ Coeficientes adimensionais

d Diâmetro de referência [m]

ε	Porosidade	
$f(n)$	Função dependente do índice do escoamento	
K	Permeabilidade da superfície	$[m^2]$
k	Parâmetro de consistência	$[Pa s^n]$
n	Índice de escoamento	
$\frac{\partial P}{\partial x}$	Gradiente de pressão	$\left[\frac{Pa}{m}\right]$
S	Área específica	$[m^{-1}]$
τ	Tensão de cisalhamento	$[Pa]$
μ	Viscosidade dinâmica	$[Pa s]$
u_D	Velocidade de Darcy	$\left[\frac{m}{s}\right]$
ρ	Massa específica do fluido	$\left[\frac{kg}{m^3}\right]$
$\gamma, \frac{\partial u}{\partial y}, \frac{\partial v}{\partial x}$	Taxa de deformação	$[s^{-1}]$
Re_d	Número de Reynolds	

1. INTRODUÇÃO

Com a evolução da utilização de diversos fluidos necessita-se o entendimento cada vez maior acerca destes materiais em estado líquido com comportamentos não lineares. Como as condições de utilização apresentam grande variação necessita-se prever o comportamento que o escoamento terá de forma simplificada.

Para tal tarefa são desenvolvidos modelos baseados em evidências experimentais. Com o avanço das soluções computacionais, os computadores tornaram-se grande aliados na realização de experimentos virtuais, reduzindo o gasto monetário e temporal na construção de experimentos práticos. A reologia é a área que estudo estes comportamentos.

Reologia é a área da ciência que estuda a deformação da matéria em função das tensões aplicadas sobre ela. Os fluidos podem ser caracterizados em relação ao seu comportamento reológico em: newtonianos e não newtonianos. Os fluidos newtonianos apresentam a tensão cisalhante diretamente proporcional à taxa de deformação do fluido, ou viscosidade é independente da taxa de deformação. Os fluidos não newtonianos apresentam relações não lineares entre a tensão cisalhante e a taxa de deformação. Vários modelos existem para descrever o comportamento da viscosidade dos fluidos não newtonianos. O modelo índice de potência busca caracterizar o comportamento da viscosidade com uma equação de lei de potência. Os fluidos devem ser analisados ao atravessarem certas geometrias, normalmente se encontra na natureza casos de fluidos atravessando meios porosos.

Os meios porosos são materiais os quais apresentam uma matriz de material sólida com meios vazios em seu interior. A razão do volume dos poros em relação ao volume total é conhecida como porosidade. A condutividade hidráulica de um fluido pelo meio poroso é caracterizada pela permeabilidade. De forma geral a permeabilidade é dependente da porosidade, de outras características do meio poroso e das características do fluido.

Henry Darcy (1803-1858) estudou analisou experimentalmente este comportamento gerando a Lei de Darcy. A Lei de Darcy relaciona a velocidade média do escoamento e o gradiente de pressão através da permeabilidade. A equação de Kozeny (1927) surge como proposta de entender a permeabilidade de acordo com as características geométricas dos

poros. Sahraoui e Kaviany (1992) apresentam o comportamento da permeabilidade de acordo com a variação da porosidade.

Christopher e Middleman (1965) estimam que a permeabilidade sofre influência da porosidade e da potência da taxa de deformação do fluido. O estudo foi baseado em testes experimentais, verificando a correlação do fator de fricção e o número de Reynolds de acordo com a modificação da correlação de Blake-Kozeny. A equação de Christopher e Middleman (1965) é válida somente para casos com índice de escoamento do fluido superior a 0,70.

Este trabalho busca compreender os fenômenos da permeabilidade em meios porosos de acordo com a variação da porosidade e do índice do escoamento. Através de análises computacionais são verificados os valores da permeabilidade adimensionalizada para diversas combinações de porosidade e potência da taxa de deformação.

São realizados ajustes nos modelos conhecidos da literatura com o intuito de obter modelos com maior abrangência de casos. Propõe-se duas formas de análise. Acopla-se uma função de ajuste ao modelo de Christopher e Middleman (1965) e verifica-se em quais casos apresenta o comportamento adequado aos resultados das simulações computacionais.

Expandi-se o modelo de Sahraoui e Kaviany (1992) para cada índice de escoamento, verifica-se o comportamento das variáveis e entende-se a relação entre a permeabilidade, porosidade e do índice de escoamento do fluido.

2. FUNDAMENTAÇÃO

2.1. Fluidos newtonianos e não newtonianos

Fluidos são substâncias que se deformam quando submetidos a cargas suficientes de tensão de cisalhamento. A relação entre a taxa de deformação e a tensão cisalhante é determinada pela viscosidade. São classificados em dois grandes grupos: i) fluidos newtonianos e ii) fluidos não newtonianos.

Os fluidos newtonianos apresentam a tensão cisalhante diretamente proporcional à taxa de deformação do fluido. A equação 1 é a relação constitutiva que caracteriza o comportamento reológico desses fluidos.

$$\tau = \mu \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \quad (1)$$

onde τ é a tensão de cisalhante, $\frac{\partial v}{\partial y}$ é a taxa de deformação e μ é a viscosidade do fluido.

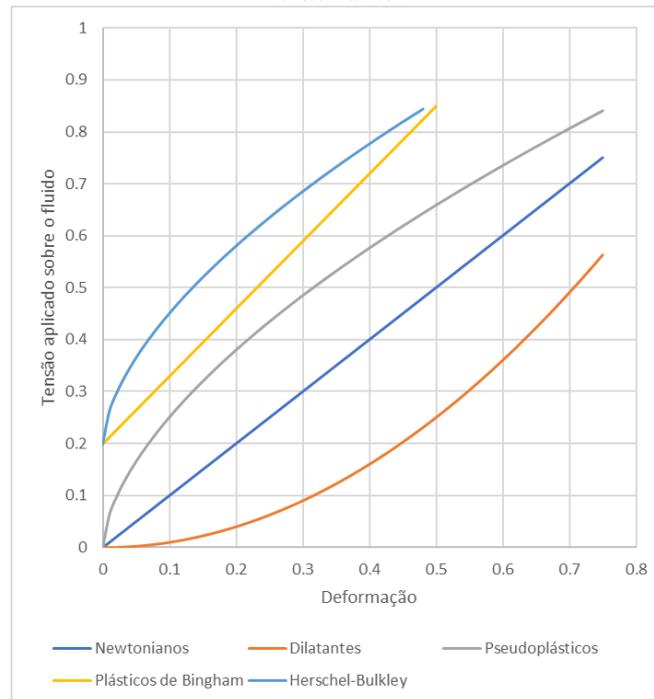
Os fluidos não newtonianos são aqueles que apresentam um comportamento não-linear entre a tensão de cisalhamentos e à taxa de deformação. São divididos em grupos caracterizados pela dependência do tempo e/ou da tensão. Os fluidos são classificados quanto ao comportamento da variação da tensão de cisalhamento em função da variação da taxa de cisalhamento.

Os fluidos independentes do tempo são separados entre os fluidos que apresentam tensão de cisalhamento inicial e os que não apresentam essa característica. Dos fluidos que não apresentam a tensão de cisalhamento inicial há dois comportamentos que podem ser apresentados, os que apresentam aumento da viscosidade quando a taxa de cisalhamento é aumentada, fluidos dilatantes, e os que apresentam a redução da viscosidade com o aumento da taxa de cisalhamento, fluidos pseudoplásticos.

Os fluidos que possuem a tensão de cisalhamento inicial não sofrem deformações até que sejam submetidos a tensões acima da tensão limite de escoamento, acima deste valor de tensão apresentará determinados comportamentos de acordo com o seu grupo.

O plástico de Bingham apresenta um certo comportamento de crescimento constante, a partir da tensão limite, entre a tensão de cisalhamento e a taxa de deformação. O fluido de Herschel-Bulkley apresenta comportamento de fluido não linear similar aos fluidos pseudoplásticos acima da tensão limite. O comportamento da tensão de cisalhamento devido a variação da taxa de cisalhamento pode ser visualizado na Figura 1.

Figura 1 – Comportamento da tensão cisalhante dos fluidos de acordo com a variação da taxa cisalhante.



Os fluidos independentes do tempo newtonianos ou não newtonianos de tipo dilatantes e pseudoplásticos são descritos pelo modelo de índice de potência.

2.1.1. Modelo de índice de potência

O modelo de índice de potência busca explicar o comportamento de fluidos independentes do tempo newtonianos ou não newtonianos do tipo pseudoplásticos e dilatantes. Verificamos o modelo de índice de potência dado pela equação 2.

$$\tau = k \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right)^n \quad (2)$$

onde n é o índice de escoamento e k é a consistência do fluido. A potência da taxa de deformação varia conforme cada fluido, precisando ser determinado empiricamente. O valor do índice de escoamento pode ser entre 0 e 1, apresentando um fluido pseudoplástico, ou maior que 1, apresentando um fluido com propriedades dilatantes. Quando o índice de escoamento é igual a 1 o fluido retoma o comportamento de um fluido newtoniano e a consistência do fluido é igual a viscosidade do fluido.

2.2. Permeabilidade

Os meios porosos são materiais os quais a matriz sólida não é totalmente preenchida, apresentando assim poros ou meios vazios. Uma propriedade fundamental dos meios porosos é a porosidade. A porosidade é a razão entre o volume de espaço vazio no material e o volume total. Vários materiais apresentam estruturas porosas de diferentes formas e geometrias. Os meios porosos ordenados apresentam estruturas periódicas com poros simétricos.

A permeabilidade é uma propriedade que mede a condutividade hidráulica de um fluido através de seus de um meio poroso. A Lei de Darcy relaciona a velocidade média do escoamento e o gradiente de pressão através da permeabilidade. Para um escoamento de um fluido newtoniano, a lei de Darcy é dada por,

$$u_D = \frac{K_e \partial P}{\mu \partial x} \quad (3)$$

onde u_D é a velocidade de Darcy do escoamento, K_e é a permeabilidade do meio e $\frac{\partial P}{\partial x}$ é o gradiente de pressão. A Lei de Darcy para um fluido do tipo índice de potência possui a seguinte forma,

$$u_D = \left(\frac{K_e \partial P}{k \partial x} \right)^{\frac{1}{n}} \quad (4)$$

A equação de Kozeny (1927) surgiu com a proposta de avaliar a permeabilidade a partir das características geométricas dos poros. Os modelos levaram em conta três parâmetros principais: tamanho dos poros, tortuosidade e conectividade. A relação entre a permeabilidade K e a porosidade ε pela equação de Kozeny é

$$K = \frac{\varepsilon^3}{c(1 - \varepsilon)^2 S^2} \quad (5)$$

onde ε é a porosidade do meio, c é o fator de permeabilidade de Kozeny e S é área específica. O valor típico de c é dado aproximadamente de 2,5.

Sahraoui e Kaviany (1992), seguindo a equação de Kozeny-Carman, apresentaram uma correlação para a permeabilidade de fluidos newtonianos em meios porosos com porosidade entre $0,4 \leq \varepsilon \leq 0,8$,

$$K_{Sah}^* = \frac{K_1}{d^2} = 0,01505\pi \left(\frac{\varepsilon^{5,1}}{1 - \varepsilon} \right) \quad (6)$$

Para fluidos não newtonianos Christopher e Middleman (1965) propõe uma correlação para a permeabilidade em função da porosidade e da potência da taxa de deformação do fluido, considerando o modelo reológico de índice de escoamento. A equação para a correlação é,

$$K_{n_{Chri}}^* = \frac{K_n}{d^{n+1}} = \frac{6}{25} \left(\frac{n\varepsilon}{3n + 1} \right) \left[\frac{\varepsilon}{3(1 - \varepsilon)} \right]^{n+1} \quad (7)$$

os modelos clássicos da literatura não são capazes de prever o comportamento da permeabilidade dado fluidos com índice de escoamento inferior a 0,70.

2.3. O método de Lattice Boltzmann

O método de Lattice Boltzmann (LBM) é a solução numérica da equação de transporte Boltzmann por diferenças finitas. A equação de transporte de Boltzmann resolve a distribuição de microvelocidades f . Em equilíbrio, f é a distribuição de Maxwellian. A discretização da equação de transporte gera uma série de distribuição discreta f_i para as microvelocidades, que é resolvida no tempo e espaço. A evolução da distribuição discreta é dada por,

$$f_i(\vec{r} + \vec{e}_i, t + 1) - f_i(\vec{r}, t) = \Omega \quad (8)$$

onde \vec{r} é o vetor de posição, t é o tempo, \vec{e}_i são os vetores velocidade e Ω é o operador das colisões. Seguindo o modelo de relaxação de dois tempos, divide-se o operador de colisões em duas partes chamadas de simétrica (+) e antissimétrica (-), definida pela equação 9. Seguindo do equacionamento das equações 10, 11 e 12 para obter a partícula de equilíbrio.

$$\Omega = -\Omega^+ - \Omega^- \quad (9)$$

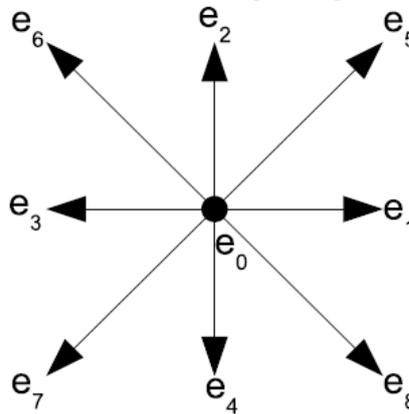
$$\Omega^\pm = \omega^\pm [f_i^\pm(\vec{r}, t) - f_i^{eq,\pm}(\vec{r}, t)] \quad (10)$$

$$f_i^\pm = \frac{f_i(\vec{r}, t) \pm \bar{f}_i(\vec{r}, t)}{2} \quad (11)$$

$$f_i^{eq,\pm} = \frac{f_i^{eq,\pm}(\vec{r}, t) \pm \bar{f}_i^{eq,\pm}(\vec{r}, t)}{2} \quad (12)$$

onde f_i^{eq} é o equilíbrio da função distribuição e o indicador de \bar{i} representa o vetor velocidade oposto ao i . ω^\pm são as frequências de relação para o simétrico e antissimétrico. Os vetores \vec{e}_i são apresentados na Figura 2 de acordo com a distribuição lattice D2Q9.

Figura 2 – Resultados da permeabilidade em função da porosidade e do índice de potência.



A distribuição de Maxwellian discreta para função de equilíbrio é dada por,

$$f_i^{eq} = \omega_i \rho \left\{ 1 + 3\vec{e}_i \cdot \vec{u} + \frac{9(\vec{e}_i \cdot \vec{u})^2}{3} - \frac{3(\vec{u}^2)}{2} \right\} \quad (13)$$

onde ρ é a massa específica e ω_i são pesos que assumem os seguintes valores no *lattice* D2Q9, $\omega_0 = \frac{4}{9}$, $\omega_{1,2,3,4} = \frac{1}{9}$ e $\omega_{5,6,7,8} = \frac{1}{36}$. Os valores da massa específica e da quantidade de movimento são calculados por,

$$\rho = \sum_i f_i \quad (14)$$

$$\rho \vec{u} = \sum_i \vec{e}_i f_i \quad (15)$$

A expansão de Champman-Enskog resulta na relação de frequência de relaxação e viscosidade cinemática

$$v_{app} = \left(\frac{1}{\omega^+} - \frac{1}{2} \right) \frac{1}{3} \quad (16)$$

Definindo-se através do modelo reológico por,

$$v_{app} = \frac{\tau}{\rho \dot{\gamma}} \quad (17)$$

2.4. Ajuste de curvas

Para transformar-se as análises computacionais em um modelo é necessário o ajuste da curva adequada. Para tal é necessário realizar o cálculo dos coeficientes os quais conduzem as formulações ao menor erro possível. O cálculo de erro de ajuste de retas é plausível de ser realizado de forma manuscrita, já ajustes de curvas mais complexas são realizadas de forma computacional.

Encontra-se diversos métodos de realizar o ajuste da curva auxiliado com um computador. Uma forma conhecida é através de *softwares*. O *findcurves* é um *software* disponível na *internet* para acesso ao público em geral. Nesta ferramenta encontra-se formas de calcular os coeficientes para uma equação pré-determinada utilizando-se dos pontos amostrais disponíveis. Insere-se o modelo da equação desejada com os coeficientes a serem descobertos, insere-se os pontos amostrais e encontra-se os coeficientes que melhor se ajustam a curva, de forma que apresentem o mínimo erro quadrático possível.

3. METODOLOGIA

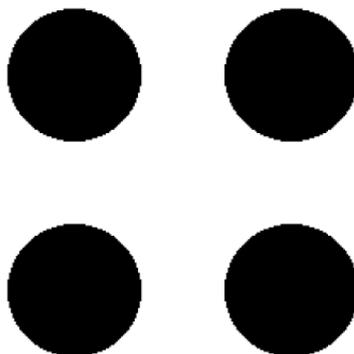
Realiza-se a análise computacional dos escoamentos utilizando o código computacional já desenvolvido pelo Laboratório de Reologia e Escoamento de Fluidos Não Newtonianos – REOSUL. Esse código resolve o escoamento de fluidos lei de potência pelo meio poroso e calcula a permeabilidade. Foram simulados casos com diferentes porosidades e índices de potência.

Varia-se a faixa de porosidade de 30% a 95%. Varia-se o índice de escoamento de 0,3 a 1. Desta combinação há 112 pontos a serem analisados. Como são duas geometrias de estudo ao realiza-se 224 simulações, relacionando geometria, porosidade e índice de escoamento variados em cada caso.

A superfície de escoamento do fluido tem grande influência sobre os resultados que serão obtidos. Analisa-se dois casos de geometrias diferentes, inicialmente realiza-se o estudo considerando uma geometria alinhada e após realiza-se o estudo com uma alteração na geometria de forma que a mesma seja desalinhada.

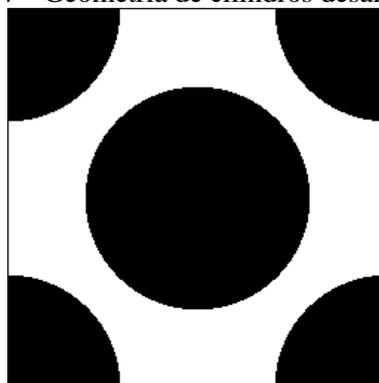
As análises computacionais são geradas em planos 2D. A geometria alinhada é composta por cilindros infinitos alinhados, onde deve haver um cilindro acima, um abaixo, um à direita e um à esquerda de outro cilindro, com os centros geométricos alinhados. A Figura 3 apresenta como é a disposição dos cilindros alinhados.

Figura 3 – Geometria de cilindros alinhados.



No caso da geometria desalinhada encontra-se 4 cilindros diagonalmente posicionais em relação à um outro cilindro, verifica-se então que os centros geométricos se encontram desalinhados. A geometria desalinhada é apresentada pela Figura 4.

Figura 4 – Geometria de cilindros desalinhados.



O número de Reynolds para o escoamento de um fluido do tipo lei de potência é definido por,

$$Re_d = \frac{\rho u_D^{2-n} d^n}{k} \quad (18)$$

Para todas as simulações o número de Reynolds encontrou-se abaixo de 100, garantindo a validade da Lei de Darcy. O modelo de Christopher e Middleman (1965) apresenta resultados para casos onde a potência da taxa de deformação é superior a 0,70. Busca-se estabelecer uma formulação a qual atenda casos onde o índice de escoamento seja inferior a 0,7.

Para tal desenvolve-se uma curva para ajuste da correlação de Christopher e Middleman (1965). Multiplicando-se este o modelo por um fator e igualando aos resultados obtidos nas

análises computacionais pode-se determinar a permeabilidade. A equação 19 apresenta a relação entre a correlação e os resultados obtidos das análises computacionais.

$$K_{compu}^* = f(n)_{acopla} K_{nChri}^* \quad (19)$$

onde $f(n)_{acopla}$ é o fator o qual deve-se encontrar para ajustar a correlação, K_{compu}^* são os resultados da análise computacional e K_{nChri}^* são os resultados utilizando a correlação de Christopher e Middleman. Analisa-se os resultados obtidos e determina-se a forma da curva $f(n)_{acopla}$. Pode-se considerar que a função a ser acoplada ao modelo é uma reta em função do índice de escoamento elevado na base 10. O comportamento que a curva acopladora do modelo deve possuir é dada por,

$$f(n)_{acopla} = 10^{A+Bn} \quad (20)$$

Utilizando-se o *software findcurves* pode-se obter os coeficientes para a aproximação do modelo. Encontra-se estes coeficientes no caso com o mínimo erro quadrático na comparação entre os valores analíticos da correlação e pelos resultados que se obtém das análises numéricas.

Busca-se desenvolver uma nova correlação a qual apresentará a relação entre porosidade, índice de escoamento e permeabilidade para todos os casos. Para tal analisa-se o comportamento da permeabilidade perante a variação somente da porosidade do meio poroso ordenado, verifica-se que os resultados apresentam comportamento de acordo com o modelo de Sahraoui e Kaviany (1992) no caso de fluidos newtonianos.

Verifica-se que as curvas apresentam um comportamento similar para os diferentes índices de escoamento. Formulando-se que todas as curvas apresentam o mesmo comportamento da correlação de Sahraoui e Kaviany (1992) encontra-se os melhores coeficientes C, D e E para cada potência da taxa de deformação, coeficientes apresentados por,

$$K_{\varepsilon}^* = C\pi \left(\frac{\varepsilon^D}{(1-\varepsilon)^E} \right) \quad (21)$$

Dado os novos coeficientes verifica-se a relação dos termos com o índice. São obtidos os termos das equações intermediárias e aplicados ao modelo de Sahraoui e Kaviany (1992). Verifica-se que o comportamento do coeficiente C apresenta um decréscimo exponencial de acordo com o aumento do índice de escoamento. Já os coeficientes D e E apresentam variações lineares crescentes. Demonstra-se que se pode aproximar as variações dos coeficientes C, D e E com as equações intermediárias 22, 23 e 24 respectivamente.

$$C = 10^{F+Gn} \quad (22)$$

$$D = H + In \quad (23)$$

$$E = J + Fn \quad (24)$$

Dado o novo ajuste obtém-se a equação de permeabilidade adimensionalizada dependente da porosidade e do índice de escoamento de fluidos não newtonianos em meios porosos ordenados.

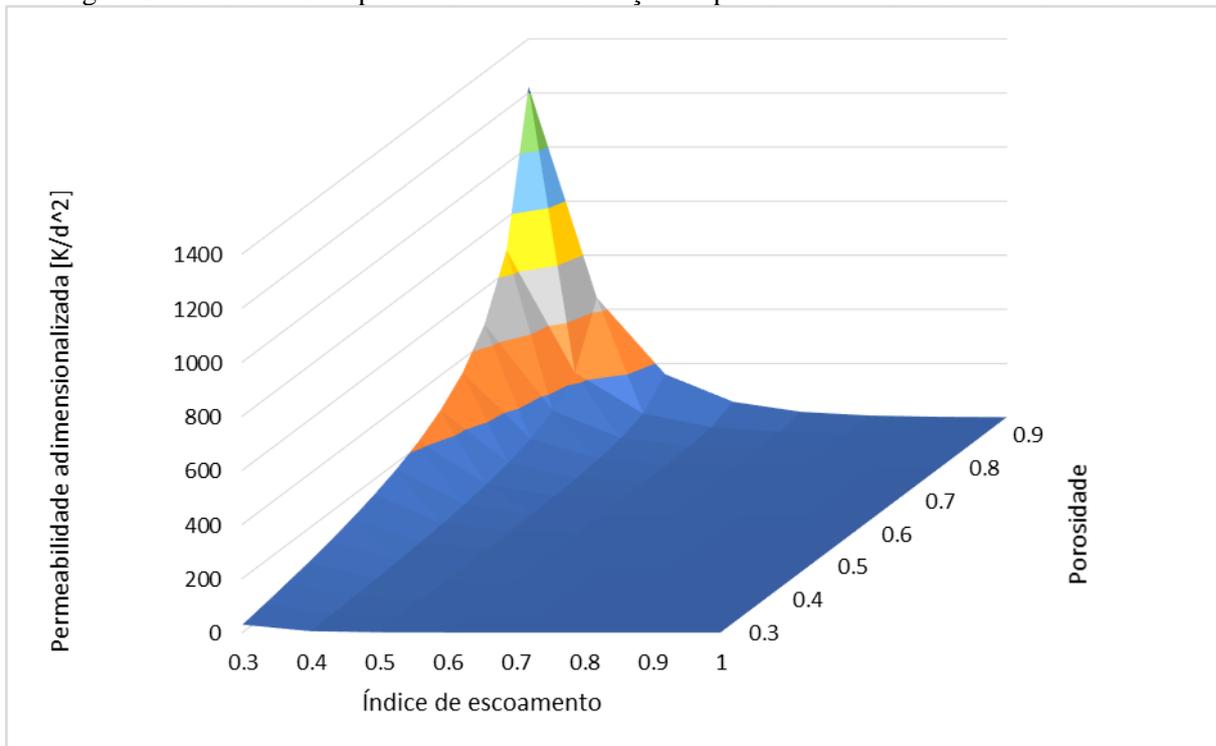
4. RESULTADOS

São analisadas duas situações de geometrias. A primeira uma geometria de cilindros de comprimento infinitos dispostos de forma alinhada e a segunda onde os cilindros estão ajustados de forma desalinhada. Ao final são comparados os resultados obtidos para cada caso.

4.1. Meio Poroso Alinhado

Os resultados obtidos pelas análises numéricas são apresentados na Figura 5 onde são plotados em uma superfície que faz uma aproximação linear entre os pontos das simulações.

Figura 5 – Resultados da permeabilidade em função da porosidade e do índice de escoamento.



Verifica-se que o crescimento da permeabilidade com o aumento da porosidade e diminuição do índice de escoamento. Encontra-se um modelo que descreve o comportamento da permeabilidade ao se realizar o ajuste ao modelo proposto por Christopher e Middleman (1965).

Inserem-se os resultados das análises numéricas no cálculo de ajuste de curvas obtendo-se os valores dos coeficientes A e B da equação 20. Retorna-se da ferramenta os coeficientes e obtém-se a equação acopladora do caso linear apresentada por,

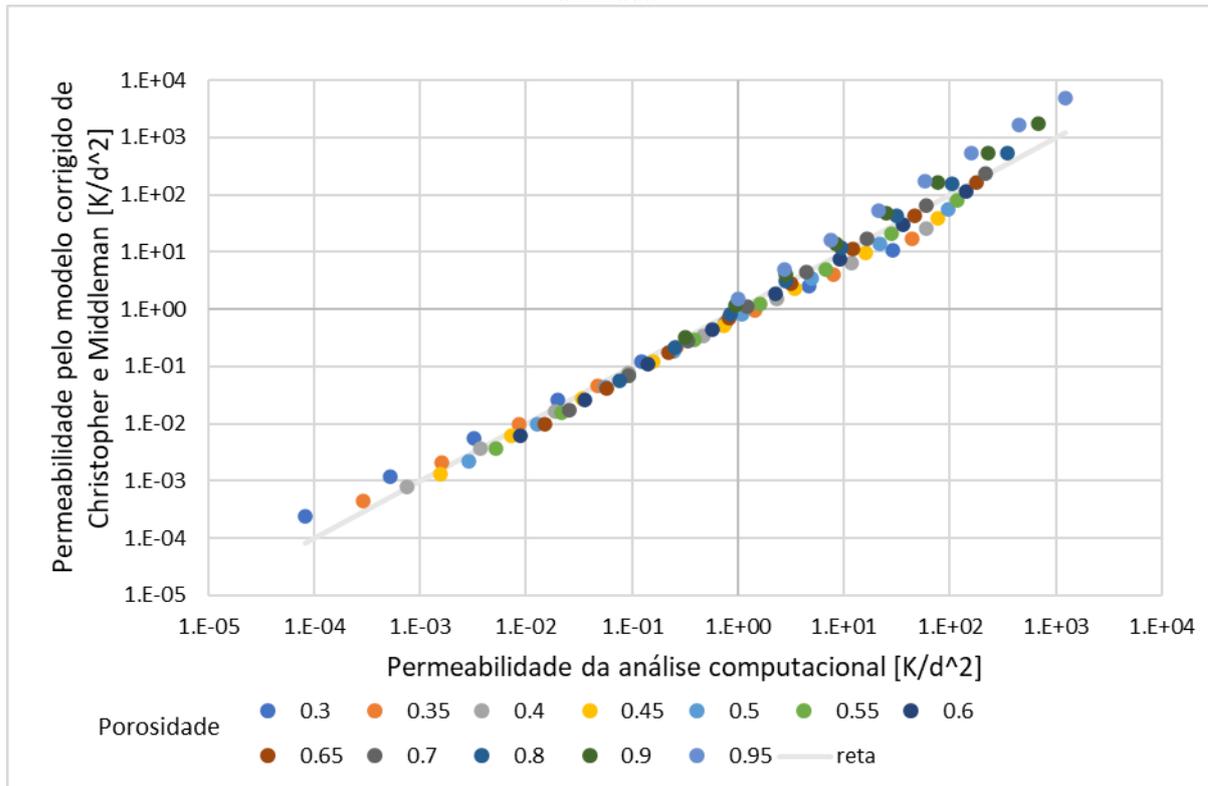
$$f(n)_{acoplada} = 10^{5,9068 - 6,0806n} \quad (25)$$

Aplicando-se a função acopladora ao modelo proposto por Christopher e Middleman (1965) obtém-se o modelo ajustado. Este modelo que calcula a permeabilidade adimensionalizada no caso de cilindros alinhados é apresentada por,

$$K_{n,\varepsilon_{ajust\ line}}^* = 10^{5,9068-6,0806n} \frac{6}{25} \left(\frac{n\varepsilon}{3n+1} \right) \left[\frac{\varepsilon}{3(1-\varepsilon)} \right]^{n+1} \quad (26)$$

Compara-se os resultados obtidos pelo modelo de Christopher e Middleman corrigido com os resultados das análises computacionais, a comparação pode ser verificada na Figura 6.

Figura 6 – Análise da correlação de Christopher e Middleman ajustada, em caso de geometria alinhada.



O modelo corrigido apresenta boa aproximação no intervalo de permeabilidade adimensionalizada variando de 0,001 até 500, nos extremos o modelo não foi capaz de aproximar corretamente os valores obtidos. Na Figura 7 verifica-se o comportamento da permeabilidade de acordo com a variação da porosidade e em comparação com a correlação de Sahraoui e Kaviany (1992).

Os resultados provenientes das análises apresentam o comportamento coerente ao comparar o fluido newtoniano, quando o índice de escoamento é igual a 1,0 com a correlação de Sahraoui e Kaviany (1992). Percebe-se que há um aumento de permeabilidade com o aumento da porosidade e uma diminuição da permeabilidade com o aumento do índice de escoamento. Utilizando-se da equação 21 apresentada anteriormente e do ajuste de curvas, obtém-se os valores para os coeficientes C , D e E para cada valor de n . Visualiza-se a variação destes coeficientes em relação ao índice de escoamento nas Figuras 8a), 8b) e 8c).

Figura 7 – Comportamento da permeabilidade de acordo com a variação da porosidade.

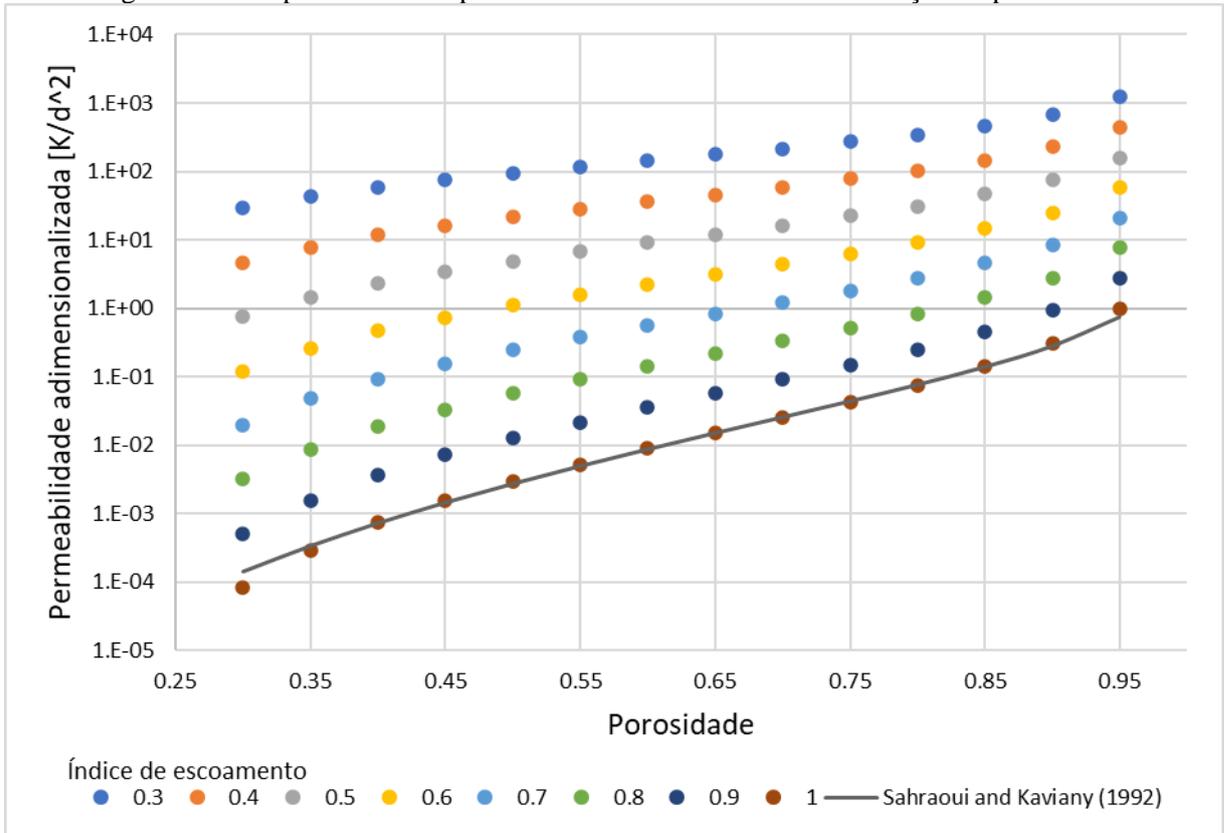
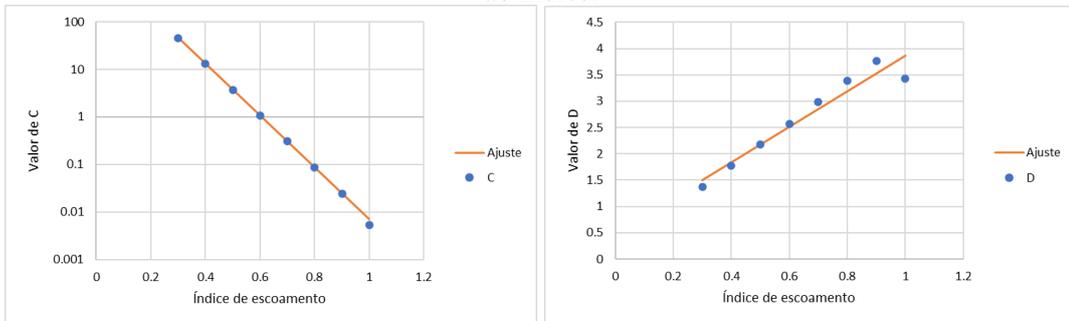
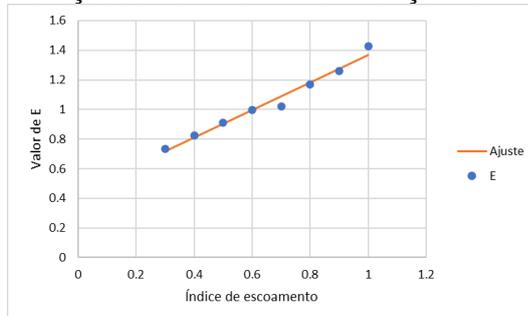


Figura 8 – a) Variação do coeficiente C em relação ao índice. b) Variação do coeficiente D em relação ao índice.



c) Variação do coeficiente E em relação ao índice.



Verifica-se que o comportamento do coeficiente *C* apresenta um decréscimo exponencial de acordo com o aumento da lei da potência. Os coeficientes *D* e *E* apresentam variações

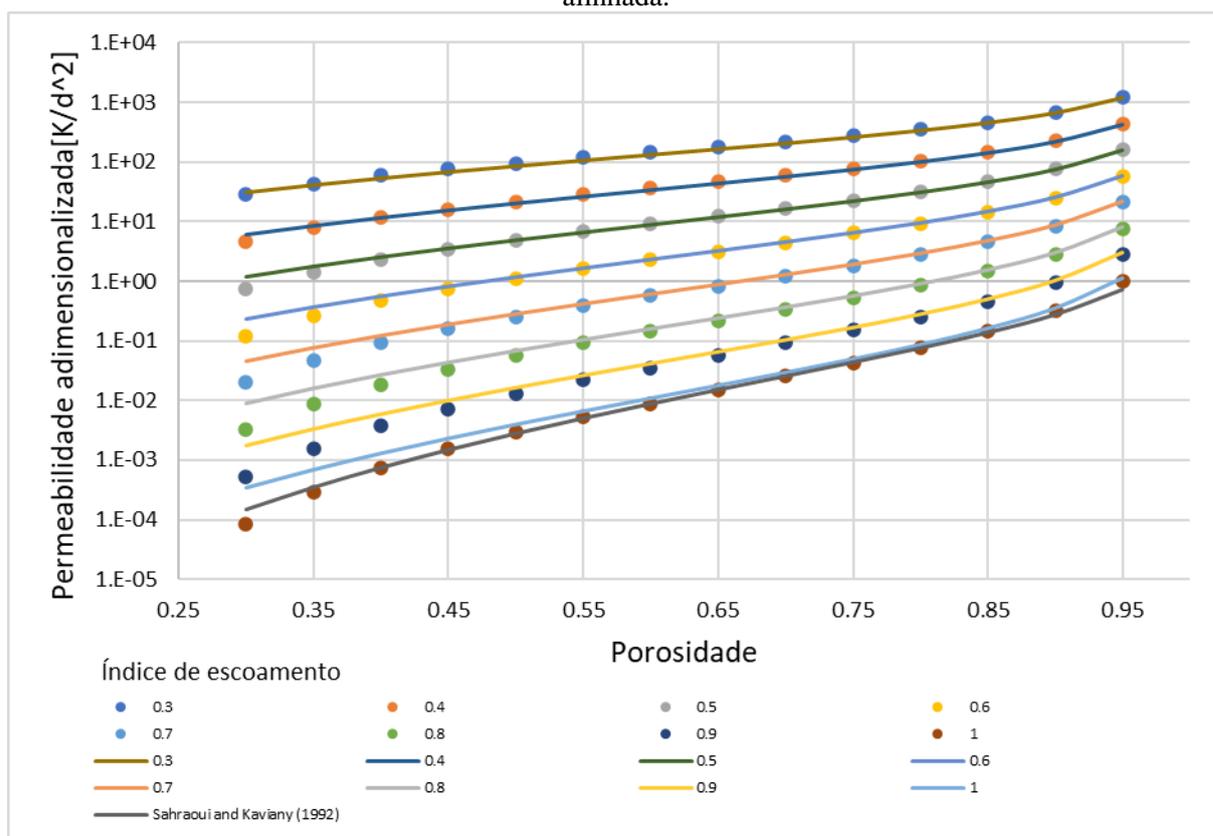
lineares crescentes. Observa-se que os comportamentos destes coeficientes são apresentados pelas equações intermediárias 22, 23 e 24.

Utilizando-se o ajuste de curvas encontra-se os coeficientes F, G, H, I, J e F que melhor se ajustam aos pontos anteriores. Substituindo-se os termos na equação 21, e encontra-se o modelo para cálculo da permeabilidade adimensionalizada em função da porosidade e do índice de escoamento para escoamentos de fluidos não newtonianos em meios porosos ordenados com o caso de cilindros alinhados apresentado por,

$$K_{\varepsilon,n}^* = 10^{3,3-5,44n} \pi \left(\frac{\varepsilon^{0,48+3,39n}}{(1-\varepsilon)^{0,44+0,93n}} \right) \quad (27)$$

Neste novo modelo proposto verificamos que temos o índice de escoamento sendo elevado na base 10, novamente o índice sendo elevado na base da porosidade e um fator divisor que caracteriza o formato da equação calculado por Sahraoui e Kaviany (1992). Entende-se que na equação apresenta a tendência exponencial da propriedade física. Pode-se comparar os resultados computacional e com o calculado pela correlação proposta, apresentado na equação 27, através da Figura 9.

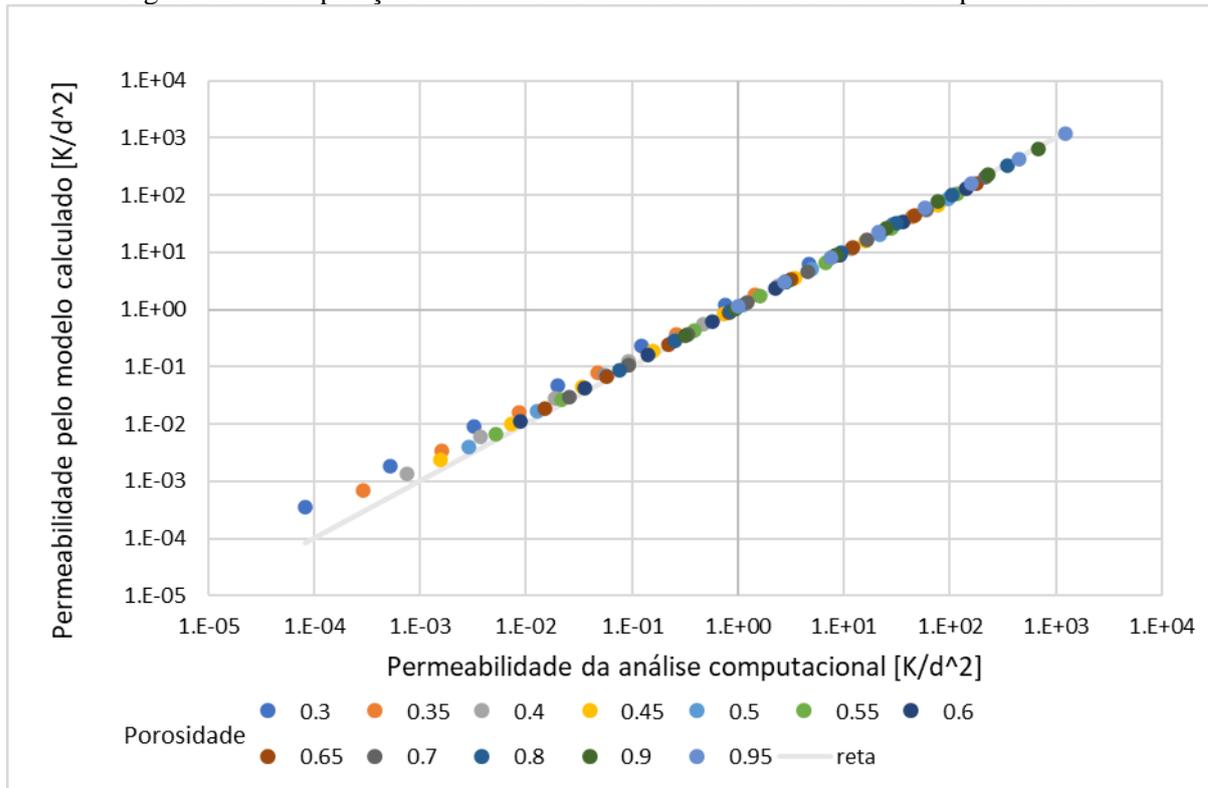
Figura 9 – Comparação da análise computacional e do modelo desenvolvido com a geometria alinhada.



Verifica-se através da Figura 9 que a correlação apresenta aproximação com os resultados obtidos para as análises computacionais em casos de porosidade acima de 0,4. Observa-se que quanto menor o índice de escoamento, melhor foi a capacidade da correlação proposta apresentar a previsão adequada da faixa estudada.

Na Figura 10 visualiza-se a comparação entre os resultados obtidos para o nome modelo apresentado e os resultados das análises computacionais.

Figura 10 – Comparação resultados do modelo calculado e análise computacionais.



Verifica-se que para permeabilidades superiores a 0,01 o modelo apresentado pela equação 27 apresentou excelente aproximação para todos os casos estudados. Verifica-se que o nome modelo apresentado também apresenta melhor previsão dos resultados se comparado com o modelo ajustado de Christopher e Middleman.

4.2. Meio Poroso Desalinhado

Durante o escoamento um dos fatores que influencia o comportamento do escoamento é como a geometria está disposta. Todos os resultados apresentados até aqui foram considerando simulações realizadas em um meio poroso de cilindros alinhados. Para verificar a influência da geometria no caso de estudo realiza-se o mesmo estudo com uma geometria de cilindros desalinhados.

Inserem-se os resultados das análises numéricas no sistema de ajuste de curvas obtendo-se os valores dos coeficientes A e B da equação 19. Retorna-se da ferramenta os coeficientes e obtém-se a equação acopladora do caso linear apresentada pela equação 28.

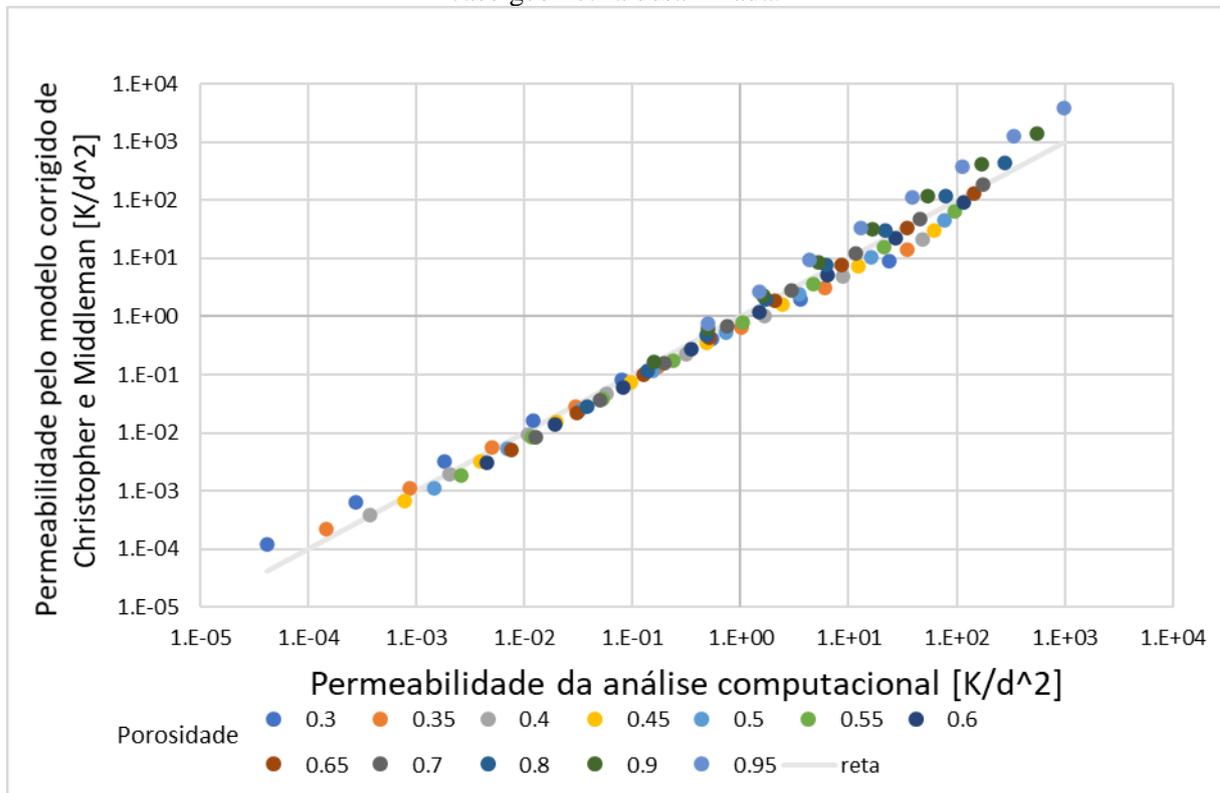
$$f(n)_{acopla} = 10^{5,9068-6,382n} \quad (28)$$

Aplicando-se a função acopladora ao modelo proposto por Christopher e Middleman (1965) obtém-se o modelo ajustado. Este modelo que calcula a permeabilidade adimensionalizada no caso de cilindros desalinhados é apresentada por,

$$K_{n_{ajust\ stag}}^* = 10^{5,9068-6,382n} \frac{6}{25} \left(\frac{n\varepsilon}{3n+1} \right) \left[\frac{\varepsilon}{3(1-\varepsilon)} \right]^{n+1} \quad (29)$$

Os resultados gerados pelo modelo ajustado de Christopher e Middleman para o caso desalinhado são comparados com os resultados obtidos da análise computacional, obtendo-se a curva apresentado na Figura 11.

Figura 11 – Comparação resultados do modelo ajustado de Christopher e Middleman e a análise de caso geometria desalinhada.



Neste caso os resultados apresentaram um bom comportamento caso se mantém sobre a reta apresentada. Verificamos que o modelo ajustado de Christopher e Middleman para casos desalinhados apresentou bom comportamento quando a permeabilidade valores de 0,001 até 100, e algumas divergências nos extremos.

Buscando-se estabelecer um novo modelo que apresente a permeabilidade em função da porosidade e do índice de escoamento verifica-se na Figura 12 os resultados apresentados pela análise computacional em comparação com o modelo de Sahraoui e Kaviany (1992).

Verificamos que para os casos desalinhados os resultados da simulação quando o índice de escoamento é igual a 1.0 apresentaram resultados ligeiramente diferentes do modelo de Sahraoui e Kaviany (1992). Acredita-se que esse desencontro dos valores foi causado pelos fatores que a geometria desalinhada gerou no escoamento, verificando-se anteriormente que os resultados da análise da geometria alinhada se apresentaram muitos próximos ao modelo de comparação.

Como realizado anteriormente para o caso alinhado agora gera-se os coeficientes para o modelo de Sahraoui e Kaviany, apresentado pela equação 21, os coeficientes C , D e E são recalculados, considerando-se somente os resultados obtidos para o caso desalinhado e são apresentados seus comportamentos em função da potência da taxa de deformação nas Figuras 13a), 13b) e 13c).

Figura 12 – Comparação resultados da análise computacional do caso desalinhado e o modelo de Sahraoui e Kaviany (1992).

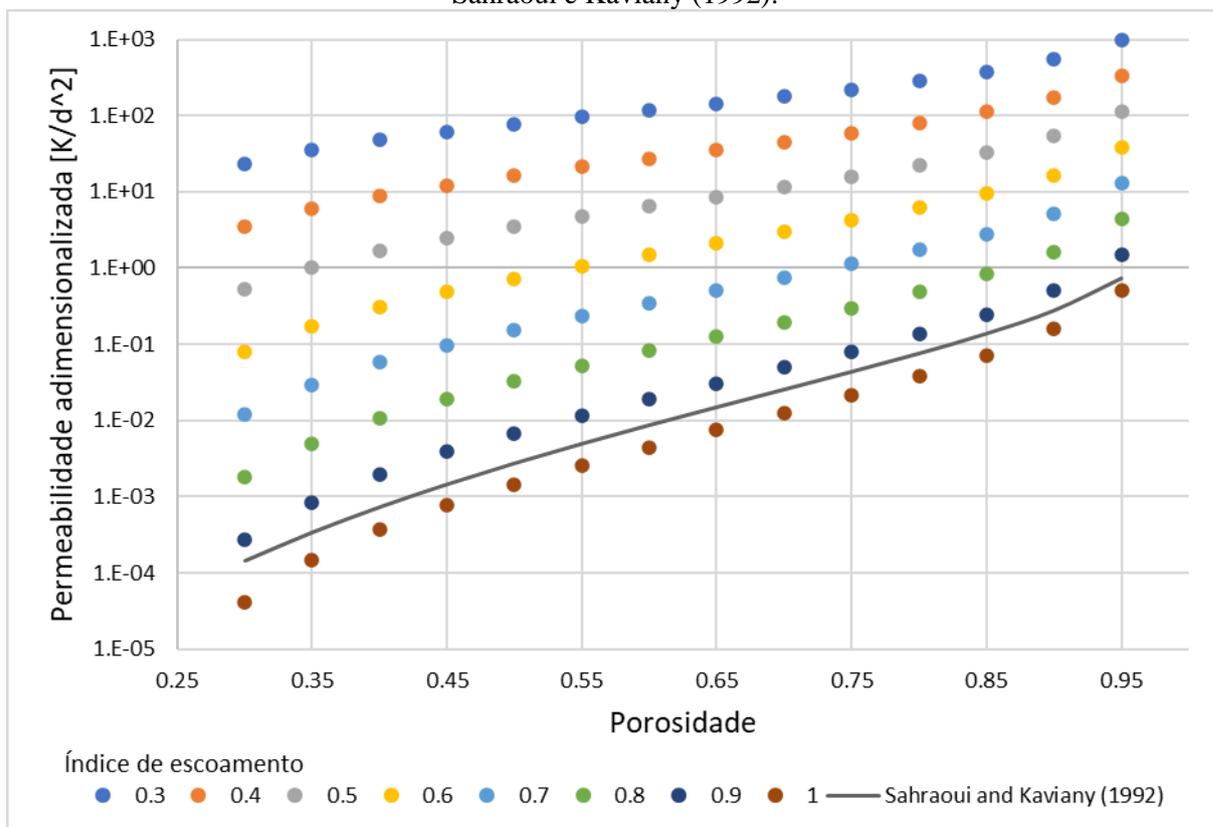
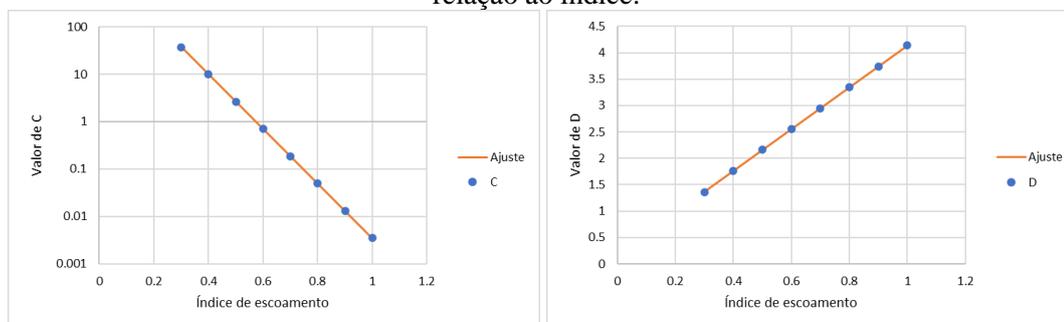
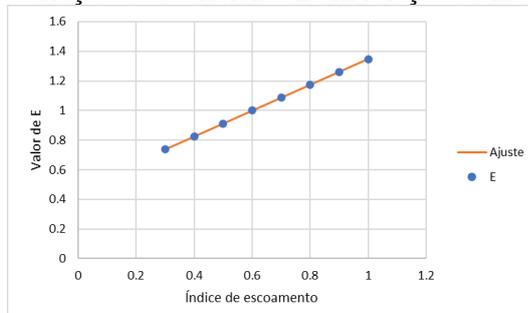


Figura 13 – a) Variação do coeficiente C em relação ao índice. b) Variação do coeficiente D em relação ao índice.



c) Variação do coeficiente E em relação ao índice.



Verifica-se os mesmos comportamentos apresentados para o caso alinhado, mas com a tendência ainda mais definida do fenômeno. O coeficiente C apresenta um decréscimo exponencial de acordo com o aumento da lei da potência. Os coeficientes D e E apresentam

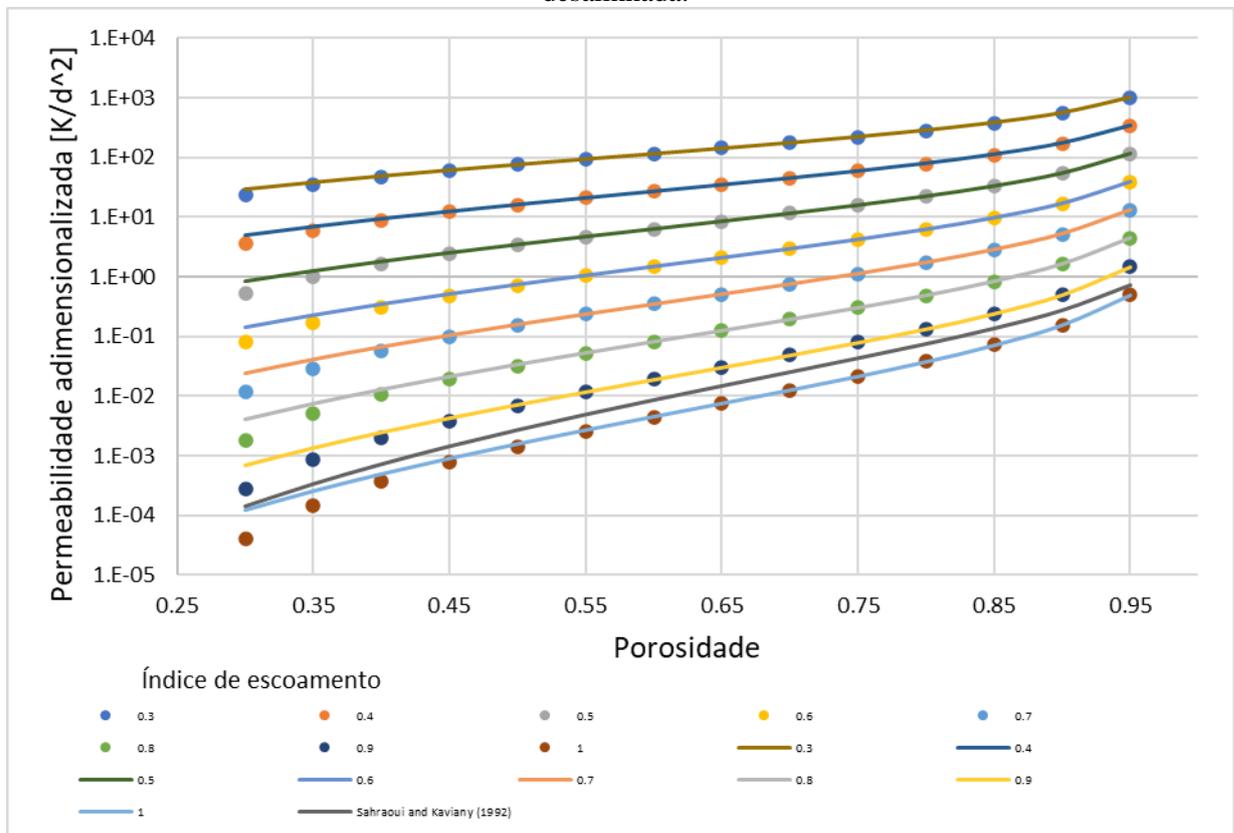
variações lineares crescentes. Observa-se que os comportamentos destes coeficientes são apresentados pelas equações intermediárias 22, 23 e 24.

Utiliza-se o cálculo do ajuste de curvas para obter os valores dos melhores coeficientes F, G, H, I, J e L para o caso desalinhado. Obtém-se o modelo proposto para a permeabilidade em função da porosidade e do índice de escoamento para superfícies porosas apresentado por,

$$K_{\varepsilon, n \text{ stag}}^* = 10^{3,3-5,76n} \pi \left(\frac{\varepsilon^{0,18+3,96n}}{(1-\varepsilon)^{0,48+0,87n}} \right) \quad (30)$$

Resultado muito similar aquele ao apresentado pelo caso alinhado. Deve-se comparar o novo modelo com os resultados que se obteve na análise computacional dos casos desalinhados, verifica-se essa comparação na Figura 14.

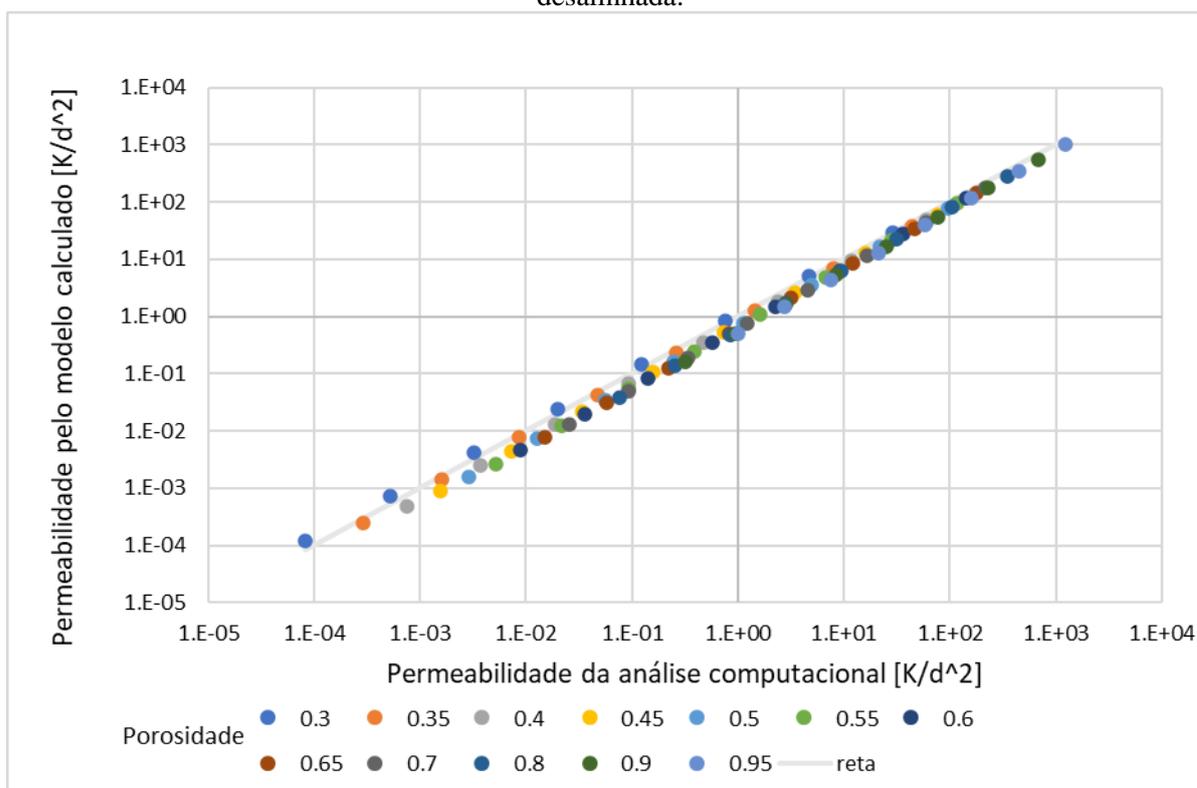
Figura 14 – Comparação da análise computacional e do modelo desenvolvido para casos de geometria desalinhada.



Pode-se observar que o modelo foi capaz de estimar corretamente os valores de permeabilidade para porosidades superiores a 0,4 e quando menor a potência da taxa de deformação melhor a capacidade do modelo estimar o valor da permeabilidade. Para verificar a dispersão dos resultados levantados pela análise computacional e os resultados apresentados pelo modelo proposto verifica-se a Figura 15.

O modelo apresentou boa eficácia somente para valores de 0,01 de permeabilidade, apresentando pouca garantia de acerto do resultado, dado que os pontos se encontram deslocados da linha reta a qual apresenta a permeabilidade da análise computacional é igual a permeabilidade pelo modelo calculado.

Figura 15 – Comparação da análise computacional e do modelo desenvolvido com a geometria desalinhada.



4.3. Comparação de modelos

Cada modelo proposto apresenta uma certa abrangência as quais o modelo é capaz de estimar com melhor precisão a permeabilidade adimensionalizada do problema. A tabela 1 apresenta o modelo que se deve utilizar para cada condição.

Tabela 1 – Faixa de utilização de cada modelo calculado.

Modelo	Equação	Índice de escoamento	Porosidade	Permeabilidade
Ajuste do modelo, caso alinhado	$K_{n_{ajust\ line}}^* = 10^{5,9068-6,0806n} \frac{6}{25} \left(\frac{n\varepsilon}{3n+1} \right) \left[\frac{\varepsilon}{3(1-\varepsilon)} \right]^{n+1}$	$n < 0,9$		$0,001 < K < 100$
Novo modelo, caso alinhado	$K_{\varepsilon,n\ line}^* = 10^{3,3-5,44n} \pi \left(\frac{\varepsilon^{0,48+3,39n}}{(1-\varepsilon)^{0,44+0,93n}} \right)$		$0,4 < \varepsilon$	$0,01 < K$
Ajuste do modelo, caso desalinhado	$K_{n_{ajust\ stag}}^* = 10^{5,9068-6,382n} \frac{6}{25} \left(\frac{n\varepsilon}{3n+1} \right) \left[\frac{\varepsilon}{3(1-\varepsilon)} \right]^{n+1}$	$n < 0,9$		$0,001 < K < 100$
Novo modelo, caso desalinhado	$K_{\varepsilon,n\ stag}^* = 10^{3,3-5,76n} \pi \left(\frac{\varepsilon^{0,18+3,96n}}{(1-\varepsilon)^{0,48+0,87n}} \right)$		$0,4 < \varepsilon$	$0,01 < K$

Verifica-se cada método resulta em uma faixa de utilização das equações. O ajuste do modelo apresenta os resultados adequados quando índice do escoamento é inferior a 0,9 e a permeabilidade adimensionalizada é superior a 0,001 e inferior a 100. O novo modelo apresenta os resultados adequados desde que a porosidade seja superior a 0,4 e que a permeabilidade adimensionalizada seja superior a 0,01. Verifica-se apenas uma diferença entre os coeficientes entre o caso alinhado e desalinhado. Utiliza-se a equação que melhor se adapta ao caso desejado.

5. CONCLUSÃO

Obtém-se a permeabilidade adimensionalizada através da análise computacional de casos combinando a porosidade e o índice de escoamento, utilizando-se do método de Lattice Boltzmann. Verifica-se através da permeabilidade adimensionalizada de cada caso que o modelo de Christopher e Middleman (1965) não atende as características da propriedade para baixos índices de escoamento. Necessita-se realizar um ajuste no modelo para que seja capaz de abranger uma faixa maior de casos. Ajusta-se o modelo de Christopher e Middleman (1965) e obtém-se resultados apropriados somente em casos de índice de escoamentos inferiores a 0,9 e a permeabilidade sendo superior a 0,001 ou inferior a 100. Ajustando-se o modelo de Sahraoui e Kaviany (1992) encontra-se uma formulação capaz de atender todo o espectro de propriedades desejadas, em casos de a porosidade seja superior a 0,4 e a permeabilidade adimensional superior a 0,01, sem ter restrições relacionadas ao índice do escoamento. O próximo estudo deve seguir através da experimentação práticas os resultados demonstrados aqui.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Bresolin, C. and Fiorot, G., 2019. “**Permeability correlations for non-Newtonian fluids in ordered porous media using the lattice Boltzmann Method**”, COBEM, Uberlândia, Brasil.

Christopher, R.H. and Middleman, S., 1965. “**Power-law flow through a packed tube**”. Industrial and Engineering Chemistry Fundamentals, Vol. 4, No. 4, pp. 422–426. ISSN 01964313. doi:10.1021/i160016a011.

Darcy, H., 1856. “**Les Fontaines Publiques de la Ville de Dijon**”, Dalmont, Paris.

Ginzburg, I., 2005. “**Equilibrium-type and link-type lattice Boltzmann models for generic advection and anisotropic dispersion equation**”. Advances in Water Resources, Vol. 28, No. 11, pp. 1171–1195. ISSN 03091708. Doi:10.1016/j.advwatres.2005.03.004.

Irgens, Fridtjov, 2014.; “**Rheology and Non-Newtonian Fluids**”, Springer, Suécia.

Morais, A.F., Seybold, H., Herrmann, H.J. and Andrade, Jr, J.S., 2009. “**Non-Newtonian fluid flow through threedimensional disordered porous media**”. Physical Review Letters, Vol. 103, No. 19, p. 194502.

Xu, Peng ang Yu, Boming, 2007. “**Developing a new form of permeability and Kozeny-Carman constant for homogeneous porous media by means of fractal geometry**”, ELSEVIER, Wuhan, China.

Sahraoui, M. and Kaviany, M., 1992. “**Slip and no-slip velocity boundary conditions at interface of porous, plain media**”. International Journal of Heat and Mass Transfer, Vol. 35, No. 4, pp. 1–24.