

**UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
ESCOLA DE ENGENHARIA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL**

Andreas Paulus Scherdien Berwaldt

**SIMULAÇÃO NUMÉRICA DE ESCOAMENTO AO REDOR
DE CILINDRO CIRCULAR OSCILANDO SEGUNDO
TRAJETÓRIAS EM FORMA DE OITO, ARCO E
INTERMEDIÁRIAS**

Porto Alegre
dezembro 2009

ANDREAS PAULUS SCHERDIEN BERWALDT

**SIMULAÇÃO NUMÉRICA DE ESCOAMENTO AO REDOR
DE CILINDRO CIRCULAR OSCILANDO SEGUNDO
TRAJETÓRIAS EM FORMA DE OITO, ARCO E
INTERMEDIÁRIAS**

Trabalho de Diplomação apresentado ao Departamento de
Engenharia Civil da Escola de Engenharia da Universidade Federal
do Rio Grande do Sul, como parte dos requisitos para obtenção do
título de Engenheiro Civil

Orientadora: Edith Beatriz Camaño Schettini

Porto Alegre
dezembro 2009

ANDREAS PAULUS SCHERDIEN BERWALDT

**SIMULAÇÃO NUMÉRICA DE ESCOAMENTO AO REDOR
DE CILINDRO CIRCULAR OSCILANDO SEGUNDO
TRAJETÓRIAS EM FORMA DE OITO, ARCO E
INTERMEDIÁRIAS**

Este Trabalho de Diplomação foi julgado adequado como pré-requisito para a obtenção do título de ENGENHEIRO CIVIL e aprovado em sua forma final pela Professora Orientadora e pela Coordenadora da disciplina Trabalho de Diplomação Engenharia Civil II (ENG01040) da Universidade Federal do Rio Grande do Sul.

Porto Alegre, 21 de dezembro de 2009

Profa. Edith Beatriz Camaño Schettini
Dra. pelo Institut National Polytechnique de Grenoble - France
Orientadora

Profa. Carin Maria Schmitt
Coordenadora

BANCA EXAMINADORA

Profa. Nara Maria Luzzi Rosauro (UFRGS)
Dra. pela Universidade Federal do Rio Grande do Sul

Leandro Conceição Pinto
Mestre pela Universidade Federal do Rio Grande do Sul

Profa. Edith Beatriz Camaño Schettini (UFRGS)
Dra. pelo Institut National Polytechnique de Grenoble - France

Dedico este trabalho a meus pais, que me ensinaram o
Caminho em que devo andar.

AGRADECIMENTOS

Agradeço a Deus, meu Criador e Salvador, pelas incontáveis bênçãos sobre a minha vida. A Ele seja dada toda a honra, toda a glória e todo o louvor.

Agradeço aos meus pais, pelo infinito amor, pela infinita confiança, por todo o apoio na realização dos meus sonhos.

Agradeço à Profa. Beatriz, por toda a sua atenção e paciência, sem os quais seguramente este trabalho não teria sido concluído.

Agradeço ao Leandro, pela sua prontidão em esclarecer as minhas inúmeras dúvidas, e pela amizade desenvolvida ao longo de todo este período.

Agradeço a todos os colegas do IPH, a companhia perfeita nas filas do RU, pelo ótimo ambiente de estudo e trabalho.

Agradeço a todos os amigos da Comunidade Concórdia, minha segunda casa em Porto Alegre. Por todo o amor e carinho demonstrado desde a minha chegada em Porto Alegre.

Agradeço a todos os amigos da JUREPE, Juventude Redenção de Pelotas, os quais, apesar da distância, jamais serão esquecidos.

Agradeço a Lucas Wille, meu grande amigo. Que voltemos a nos ver muitas e muitas vezes.

A fé é a certeza de coisas que se esperam, a convicção de fatos que se não vêem.

Hebreus 11.1

Porque Deus amou o mundo tanto, que deu o seu único Filho, para que todo aquele que nele crer não morra, mas tenha a vida eterna.

João 3.16

RESUMO

BERWALDT, A. P. S. **Simulação numérica de escoamento ao redor de cilindro circular oscilando segundo trajetórias em forma de oito, arco e intermediárias**. 2009. 63 f. Trabalho de Diplomação (Graduação em Engenharia Civil) – Departamento de Engenharia Civil. Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre.

Ao se inserirem obstáculos em escoamentos de fluidos, geram-se instabilidades que provocam a formação e o desprendimento de vórtices, os quais produzem alterações nas forças atuantes sobre os obstáculos. Neste trabalho foi realizado um estudo visando à descrição da dinâmica do escoamento ao redor de obstáculos cilíndricos, de seção circular, em movimento segundo trajetórias de oito, arco e intermediárias. Tais trajetórias são características dos *risers*, tubulações que conduzem o petróleo do fundo do mar até a superfície. Para tanto, buscou-se a descrição do escoamento em termos de padrão de desprendimento de vórtices, a determinação dos valores dos coeficientes de arrasto e sustentação, a avaliação da influência do tipo de trajetória e sentido de rotação no valor das forças hidrodinâmicas e a análise dos espectros de coeficiente de sustentação para as diferentes trajetórias. Foram realizadas simulações de cinco curvas, em forma de oito, arco côncavo, arco convexo e duas curvas intermediárias entre as formas de oito e arco, sendo que as curvas em oito e intermediárias possuem dois sentidos de rotação, totalizando oito simulações. O Número de Reynolds utilizado foi igual a 140. O método empregado foi a Simulação Numérica Direta. Os obstáculos são representados com a utilização do Método de Fronteiras Virtuais. Os resultados evidenciaram a influência do sentido de rotação e da trajetória nos valores dos coeficientes hidrodinâmicos. Para o caso de $\langle C_D \rangle$, os menores valores estão relacionados ao sentido de rotação horário e os maiores ao anti-horário. O gráfico do $\langle C_L \rangle$ sugere uma simetria em torno de zero, de acordo com o sentido de rotação. Em relação à influência da trajetória, as curvas em oito apresentaram os valores extremos, superior e inferior, de $\langle C_D \rangle$ e σ_{CL} , havendo uma convergência dos valores a partir das curvas intermediárias em direção às curvas em arco. Trajetórias em sentido horário tenderam a apresentar padrões de desprendimento de mais fácil identificação. Além disso, percebeu-se que os vórtices destas trajetórias são desprendidos com maior velocidade de deslocamento longitudinal e de rotação, o que explica os seus espectros mais energéticos.

Palavras-chave: forças hidrodinâmicas; geração e desprendimento de vórtices; trajetórias em forma de oito e arco; Simulação Numérica Direta.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1: <i>risers</i> de plataformas de petróleo	14
Figura 2: órbitas do cilindro em razões de frequência variáveis	15
Figura 3: trajetórias impostas ao cilindro	18
Figura 4: delineamento do trabalho	21
Figura 5: características do escoamento viscoso e em regime permanente em torno de um cilindro: escoamento com número de Reynolds: (a) baixo, (b) moderado e (c) alto	25
Figura 6: regimes de escoamento ao redor de um cilindro circular	26
Figura 7: direção das componentes de arrasto F_D e sustentação F_L da força hidrodinâmica exercida sobre um cilindro	27
Figura 8: carregamentos ambientais sobre um <i>riser</i>	29
Figura 9: movimentos oscilatórios dos <i>risers</i> imersos em escoamentos	31
Figura 10: curvas em forma de oito em sentido de rotação (a) horário, (b) anti-horário .	32
Figura 11: amplitudes dos movimentos do cilindro e frequências de oscilação para diferentes razões de frequência	33
Figura 12: campos de vorticidade mostrando a transição entre padrões diferentes de esteira, para simulações em oito com $A_y = 1,0$	34
Figura 13: condições de contorno impostas ao sistema	43
Figura 14: campos instantâneos de vorticidade da simulação 1 (arco convexo)	46
Figura 15: campos instantâneos de vorticidade da simulação 2 (intermediário oito-arco convexo, sentido horário)	46
Figura 16: campos instantâneos de vorticidade da simulação 3 (intermediário oito-arco convexo, sentido anti-horário)	47
Figura 17: campos instantâneos de vorticidade da simulação 4 (oito, sentido horário) ..	48
Figura 18: campos instantâneos de vorticidade da simulação 5 (oito, sentido anti-horário)	49
Figura 19: detalhe do estiramento de vórtices (simulação 5).....	49
Figura 20: campos instantâneos de vorticidade da simulação 6 (intermediário oito-arco côncavo, sentido horário)	50
Figura 21: campos instantâneos de vorticidade da simulação 7 (intermediário oito-arco côncavo, sentido anti-horário)	51
Figura 22: campos instantâneos de vorticidade na primeira metade da simulação 8 (arco côncavo)	52
Figura 23: campos instantâneos de vorticidade na segunda metade da simulação 8 (arco côncavo)	53
Figura 24: coeficientes médios de arrasto para as diferentes trajetórias.....	54

Figura 25: coeficientes médios de sustentação para as diferentes trajetórias.....	55
Figura 26: desvio padrão do coeficiente de sustentação para as diferentes trajetórias.....	55
Figura 27: espectros de potência das curvas em sentido anti-horário	57
Figura 28: espectros de potência das curvas em sentido horário	57
Figura 29: espectros de potência da trajetória intermediário oito-arco convexo	58
Figura 30: espectros de potência da trajetória em oito	58
Figura 31: espectros de potência da trajetória intermediário oito-arco côncavo	59

LISTA DE QUADROS

Quadro 1: descrição das curvas	17
Quadro 2: descrição das simulações	20
Quadro 3: parâmetros numéricos adotados nas simulações	44

LISTA DE TABELAS

Tabela 1: coeficientes médios de arrasto e sustentação e desvio padrão do coeficiente de sustentação.....	54
---	----

LISTA DE SÍMBOLOS

t : tempo

f_0 : frequência de oscilação do cilindro

ϕ : ângulo de fase

A : parâmetro de amplitude longitudinal

B : parâmetro de amplitude transversal

x_0 : coordenada longitudinal central do cilindro

y_0 : coordenada transversal central do cilindro

x_c : coordenada longitudinal do cilindro

y_c : coordenada transversal do cilindro

x : direção longitudinal

y : direção transversal

Re : número de Reynolds

U : escala de velocidade

D : diâmetro do cilindro

ν : viscosidade cinemática

P : par de vórtices

S : vórtice simples

F_D : força de arrasto

F_L : força de sustentação

C_D : coeficiente de arrasto

C_L : coeficiente de sustentação

ρ : massa específica

A_H : área de projeção horizontal do obstáculo

A_V : área de projeção vertical do obstáculo

$\langle C_L \rangle$: coeficiente de sustentação médio

$\langle C_D \rangle$: coeficiente de arrasto médio

C_{Lrms} : raiz média quadrática do coeficiente de sustentação

\vec{u}

\vec{u} : campo de velocidade

$\vec{\omega}$

$\vec{\omega}$: campo de vorticidade

Π : campo de pressão modificado

\vec{f}

\vec{f} : campo de forças

x_i : coordenada longitudinal dos nós

h : espaçamento entre nós

f_i : valor da função nos nós

α_p : parâmetro da discretização espacial

β_p : parâmetro da discretização espacial

α : parâmetro do Método de Fronteiras Virtuais

β : parâmetro do Método de Fronteiras Virtuais

\vec{v}

\vec{v} : velocidade do cilindro

\vec{x}_s

\vec{x}_s : ponto de fronteira do obstáculo

\vec{x}

\vec{x} : o ponto da malha que sofre a influência do campo \vec{f}

u : velocidade longitudinal do escoamento

v : velocidade transversal do escoamento

U_{conv} : velocidade de convecção das estruturas na saída

L_x : dimensão longitudinal do domínio

L_y : dimensão transversal do domínio

N_x : número de pontos na dimensão longitudinal

N_y : número de pontos na dimensão transversal

Δx : resolução da malha na dimensão longitudinal

Δy : resolução da malha na dimensão transversal

Δt : passo de tempo

σ_{CL} : desvio padrão do coeficiente de sustentação

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	13
2 MÉTODO DE PESQUISA	16
2.1 QUESTÃO DE PESQUISA	16
2.2 OBJETIVOS DO TRABALHO	16
2.2.1 Objetivo principal	16
2.2.2 Objetivos secundários	16
2.3 PRESSUPOSTOS	17
2.4 PREMISSAS	17
2.5 DELIMITAÇÕES	17
2.6 LIMITAÇÕES	20
2.7 DELINEAMENTO	21
3 ESCOAMENTO AO REDOR DE OBSTÁCULOS	22
3.1 CONCEITOS FUNDAMENTAIS	22
3.2 MOVIMENTOS OSCILATÓRIOS DE <i>RISERS</i> DE PLATAFORMAS DE PETRÓLEO	28
4 MÉTODOS NUMÉRICOS	35
4.1 EQUAÇÕES GOVERNANTES	36
4.2 DISCRETIZAÇÃO ESPACIAL	37
4.3 DISCRETIZAÇÃO TEMPORAL	40
4.4 FRONTEIRAS VIRTUAIS	41
4.5 CONDIÇÕES DE CONTORNO	42
4.6 PARÂMETROS NUMÉRICOS	44
5 RESULTADOS	45
5.1 ANÁLISE DOS PADRÕES DE DESPRENDIMENTO DE VÓRTICES	45
5.2 ANÁLISE DOS COEFICIENTES DE ARRASTO E SUSTENTAÇÃO	53
5.3 ANÁLISE ESPECTRAL	56
6 CONCLUSÕES	60
REFERÊNCIAS	62

1 INTRODUÇÃO

Ao se inserirem obstáculos em escoamentos de fluidos, geram-se instabilidades que provocam a formação e o desprendimento de vórtices. O desprendimento de vórtices produz alterações nas forças atuantes sobre os obstáculos. Estas forças podem ser determinadas com o cálculo dos coeficientes hidrodinâmicos adimensionais de arrasto e sustentação.

A caracterização do processo de geração e desprendimento de vórtices se dá através de uma classificação em termos do número de pares de vórtices e vórtices simples desprendidos a cada ciclo de oscilação do obstáculo. Este processo pode apresentar grande variabilidade com a variação do número de Reynolds, um parâmetro adimensional que descreve o grau de turbulência do escoamento. Valores maiores do número de Reynolds são indicativos de maior turbulência nos escoamentos.

Os fenômenos hidrodinâmicos podem ser estudados com a utilização de simulações computacionais. Com a programação das equações de Navier-Stokes, produz-se um modelo do escoamento ao redor de um objeto. Tais modelos são construídos de maneira adimensional, com a utilização de parâmetros como o número de Reynolds e a obtenção de resultados como os coeficientes de arrasto e sustentação. Desta forma, possibilita-se a extensão dos resultados para qualquer situação real, com a inserção de valores, tais como viscosidade e diâmetro, nas equações definidoras dos números adimensionais. Encontram-se, assim, os valores das forças de arrasto e sustentação e se obtém o valor da vorticidade em cada ponto da malha, onde a utilização de uma escala de cores para a vorticidade permite a representação gráfica da geração e desprendimento de vórtices.

Os *risers* são as tubulações que conduzem o petróleo do fundo do mar até a plataforma na superfície (figura 1). Imersos nas águas oceânicas, são submetidos a diferentes forças, como as provocadas pelas ondas superficiais, pelos movimentos da embarcação (plataforma ou navio-plataforma), pelo escoamento interno do óleo, pelo peso próprio e pela ação da correnteza. Esta combinação de forças induz movimentos oscilatórios que variam da forma do número oito à forma em arco (a figura 2 exhibe trajetórias desenvolvidas por um cilindro livre para oscilar em duas direções e submetido a escoamentos com velocidades variáveis). A

simulação computacional do escoamento ao redor de um cilindro circular (simulando a ação da correnteza), com a imposição de movimentos ao cilindro em forma de oito, arco e intermediárias, possibilita a obtenção do comportamento aproximado do escoamento ao redor dos *risers* e da magnitude das forças provocadas pelo escoamento incidentes sobre os cilindros.

Desta forma este trabalho se justifica pela necessidade de aprofundamento dos conhecimentos acerca dos fenômenos hidrodinâmicos, especificamente dos processos de geração e desprendimento de vórtices em escoamentos ao redor de obstáculos. O movimento das águas ao redor dos *risers* constitui exemplo de tal escoamento, justificando o estudo das suas trajetórias. A determinação dos coeficientes de arrasto e sustentação permite o conhecimento da magnitude das forças incidentes sobre os cilindros utilizados nas simulações, representando os *risers*, provendo assim informações para a realização dos projetos destes elementos.

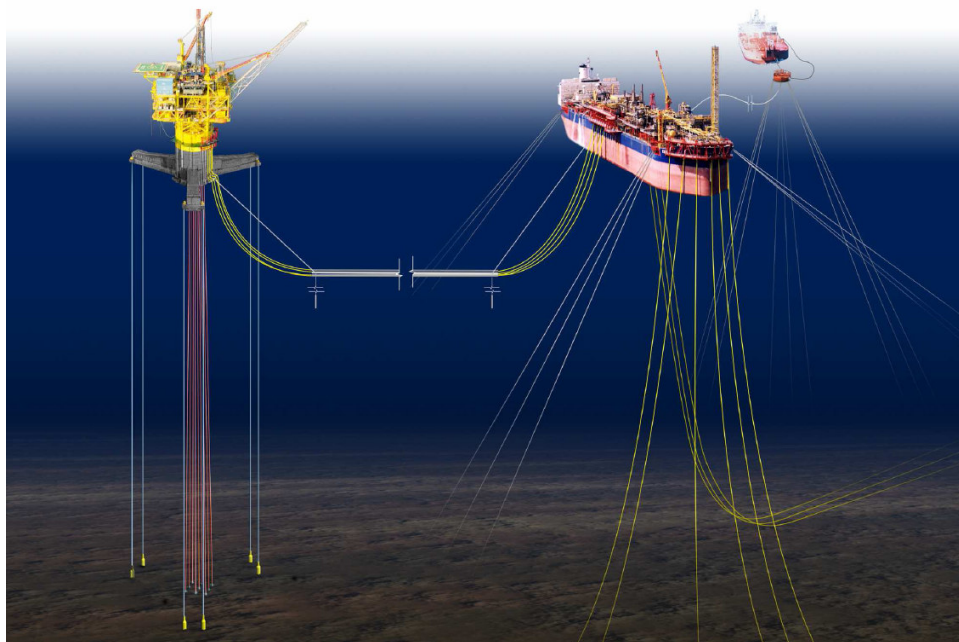


Figura 1: *risers* de plataformas de petróleo
(ATLANTIA OFFSHORE LIMITED, [200-?])

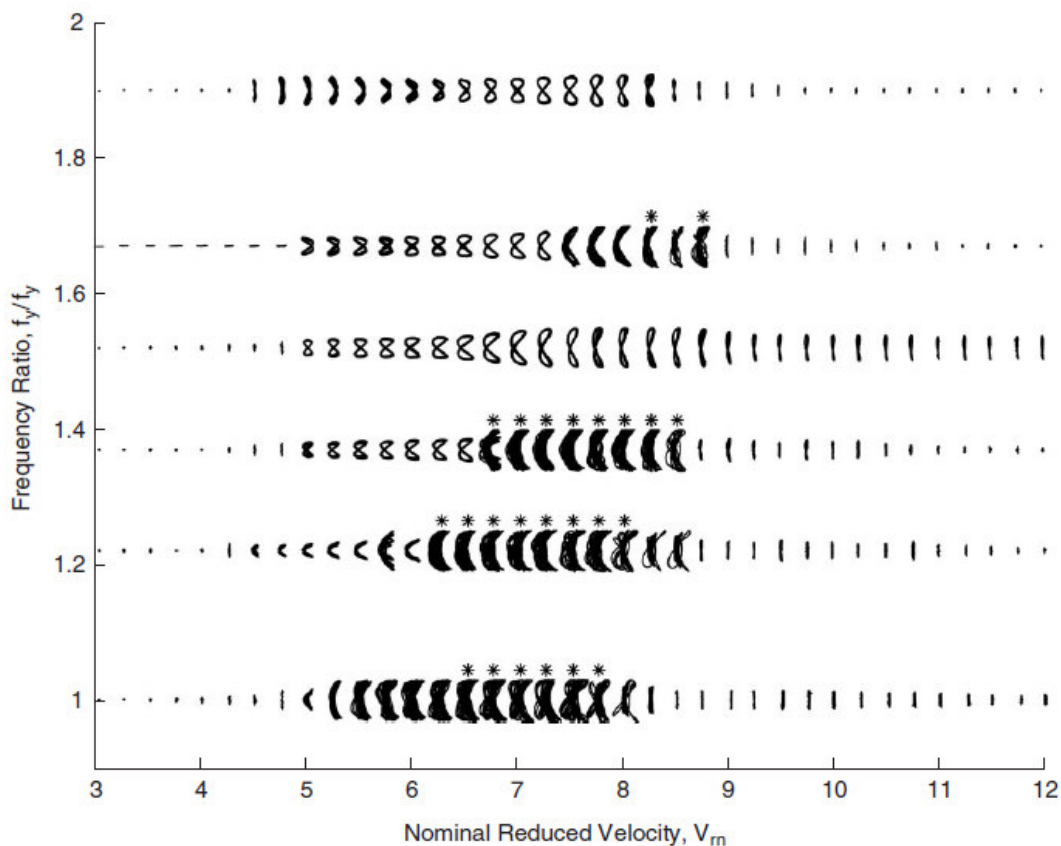


Figura 2: órbitas do cilindro em razões de frequência variáveis
(DAHL et al., 2006, p. 812)

O capítulo 2 apresenta a descrição do método de pesquisa que norteia este trabalho. O capítulo 3 relata os aspectos teóricos dos escoamentos ao redor de corpos imersos, com comentários adicionais sobre o comportamento dos *risers* submetidos a escoamentos. O capítulo 4 detalha os métodos numéricos utilizados para a execução das simulações. Por fim, o capítulo 5 expõe os resultados obtidos e o capítulo 6 reúne as conclusões obtidas da análise e interpretação dos resultados.

2 MÉTODO DE PESQUISA

2.1 QUESTÃO DE PESQUISA

A questão de pesquisa deste trabalho é: qual o comportamento do escoamento ao redor de um cilindro circular oscilando, de forma forçada, segundo trajetórias em forma de oito, arco e intermediárias?

2.2 OBJETIVOS DO TRABALHO

Os objetivos do trabalho estão classificados em principal e secundários e são apresentados nos próximos itens.

2.2.1 Objetivo principal

O objetivo principal deste trabalho é a descrição da dinâmica do escoamento ao redor de um cilindro circular oscilando segundo trajetórias em forma de oito, arco e intermediárias.

2.2.2 Objetivos secundários

Os objetivos secundários deste trabalho são:

- a) descrição do escoamento em termos de padrão de desprendimento de vórtices;
- b) determinação dos valores dos coeficientes de arrasto e sustentação;
- c) avaliação da influência do tipo de trajetória e sentido de rotação no valor das forças hidrodinâmicas;
- d) análise dos espectros de coeficiente de sustentação para as diferentes trajetórias.

2.3 PRESSUPOSTOS

O código computacional utilizado neste trabalho é o Incompact 3D, desenvolvido por Lamballais e Silvestrini (1999), e considera-se que o mesmo possui validade para o estudo dos fenômenos hidrodinâmicos.

2.4 PREMISSAS

Este trabalho tem como premissas a utilização da técnica de Simulação Numérica Direta (DNS – *Direct Numerical Simulation*) para a resolução das equações de Navier-Stokes e Continuidade, combinada com a abordagem de movimentos forçados, que impõe de antemão as trajetórias que o cilindro irá desenvolver e se analisam as esteiras de vórtices geradas nestas situações.

2.5 DELIMITAÇÕES

Como delimitações apresentam-se as trajetórias impostas ao movimento do cilindro circular, exibidas na figura 3 e descritas no quadro 1. Estas trajetórias variam da curva em forma do número oito à curva em forma de arco e são características do movimento dos *risers* sujeitos às correntes marinhas.

Número Curva	Descrição
1	Arco Convexo
2	Intermediário Oito-Arco Convexo
3	Oito
4	Intermediário Oito-Arco Côncavo
5	Arco Côncavo

Quadro 1: descrição das curvas

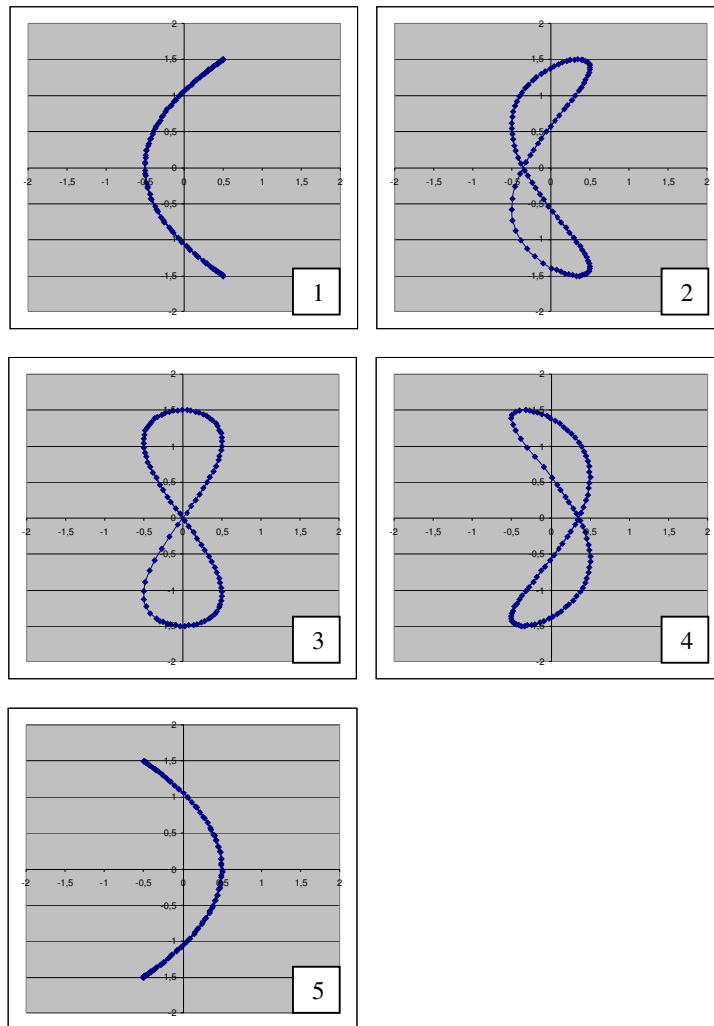


Figura 3: trajetórias impostas ao cilindro

As equações que descrevem estas trajetórias são as seguintes (equações 1 e 2):

$$x_c = x_o + A \operatorname{sen}(4\pi f_o t + \phi) \quad (\text{equação 1})$$

$$y_c = y_o + B \operatorname{sen}(2\pi f_o t) \quad (\text{equação 2})$$

Onde:

t = passo de tempo;

f_o = frequência de oscilação do cilindro;

ϕ = ângulo de fase, que determina a trajetória da curva;

A = parâmetro de amplitude longitudinal;

B = parâmetro de amplitude transversal;

x_o e y_o = coordenadas centrais do cilindro;

x_c e y_c = coordenadas do cilindro em determinado passo de tempo;

sendo x a direção longitudinal e y a direção transversal de deslocamento do cilindro em relação ao escoamento.

Substituindo-se o seno por cosseno na equação do deslocamento vertical (equação 2), somado à mudança no sinal do ângulo de fase, inverte-se o sentido de rotação. Na equação com seno, o cilindro apresenta o sentido de rotação anti-horário, onde o ramo superior da trajetória se apresenta em sentido anti-horário. Na equação com cosseno (equação 3), o sentido do ramo superior da trajetória se apresenta como horário:

$$y_c = y_o + B \operatorname{cos}(2\pi f_o t) \quad (\text{equação 3})$$

Foram realizadas simulações das curvas 2, 3 e 4, caracterizadas no quadro 1, nos dois sentidos de rotação, horário e anti-horário. Obviamente não faz sentido falar em sentido de rotação nas curvas em forma de arco 1 e 5. Isto resulta num total de oito curvas diferentes, considerando a forma e o sentido de rotação. Tem-se assim um total de oito simulações realizadas neste trabalho, como mostra o quadro 2.

Número simulação	Curva	Sentido de rotação	Equação de deslocamento transversal	Fase
01	1	-	2	-90°
02	2	horário	3	45°
03	2	anti-horário	2	-45°
04	3	horário	3	0°
05	3	anti-horário	2	0°
06	4	horário	3	-45°
07	4	anti-horário	2	45°
08	5	-	2	90°

Quadro 2: descrição das simulações

Adotou-se os valores de 1,5 diâmetro para a amplitude transversal, 0,5 diâmetro para a amplitude longitudinal e frequência de oscilação do cilindro de 0,18.

2.6 LIMITAÇÕES

Visando à simplificação dos estudos, foram realizadas somente simulações bidimensionais, não se considerando assim os efeitos tridimensionais da turbulência. A Simulação Numérica Direta, por resolver todas as escalas da turbulência, apresenta elevado custo computacional para simulações com maiores números de Reynolds. Desta forma, as simulações realizadas neste trabalho foram limitadas a baixos números de Reynolds. Decidiu-se utilizar o número de Reynolds igual a 140, valor abaixo da transição à turbulência.

2.7 DELINEAMENTO

Este trabalho está estruturado de acordo com a figura 4.

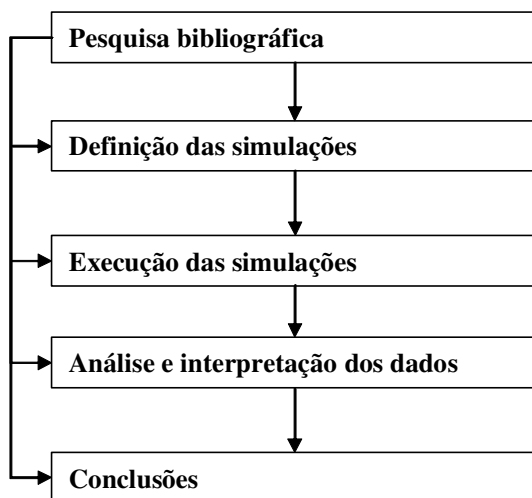


Figura 4: delineamento do trabalho

A etapa da pesquisa bibliográfica perpassa todas as demais etapas, fornecendo subsídios para a realização das mesmas. A definição das simulações está descrita na indicação das delimitações, já apresentadas. As mesmas foram executadas com o código Incompact3D. À medida que estas foram sendo concluídas, se deu início à análise dos dados, buscando-se a determinação dos coeficientes de arrasto e sustentação, análise espectral do sinal do coeficiente de sustentação e padrão de desprendimento de vórtices de cada caso estudado.

3 ESCOAMENTO AO REDOR DE CORPOS IMERSOS

Este capítulo traz um resumo da teoria que rege os escoamentos ao redor de corpos imersos, com uma explanação sobre os conceitos fundamentais e a definição das principais variáveis do problema. A seguir há uma breve explicação sobre o comportamento dos *risers* imersos em escoamentos.

3.1 CONCEITOS FUNDAMENTAIS

Como ponto de partida para o estudo dos escoamentos ao redor de corpos imersos, deve-se entender o conceito de camada limite. Conforme Munson et al. (2004, p. 489), este conceito foi concebido pelo físico alemão Ludwig Prandtl, em 1904, “[...] como uma região muito fina e adjacente à superfície do corpo onde os efeitos viscosos são muito importantes.”. Devido aos efeitos da viscosidade, o fluido possui velocidade relativa nula junto às paredes sólidas em contato com o escoamento (condição de não-escorregamento). Entre a superfície do corpo e a região do escoamento considerada invíscida, portanto com gradiente de velocidade nulo, se faz presente esta região chamada de camada limite, com altos gradientes de velocidade e consequentemente com tensões de cisalhamento aplicadas sobre o corpo. White (2002, p. 302) define a espessura da camada limite como sendo o lugar geométrico dos pontos onde a velocidade u paralela à placa atinge 99% da velocidade externa U .

Os escoamentos podem ser classificados em externos e internos. Os internos são aqueles onde as paredes limítrofes do escoamento são suficientemente próximas a ponto das camadas limite se unirem a partir de uma determinada distância, preenchendo todo o perfil do escoamento, como por exemplo o fluxo no interior de um conduto. Os externos, também chamados de escoamentos ao redor de corpos imersos, são aqueles onde a camada limite de uma parede se desenvolve sem interferência das demais. Neste caso, haverá duas regiões distintas, uma constituída pela camada limite e a outra, externa à camada limite, caracterizada por gradiente de velocidade nulo. White (2002, p. 301) relaciona uma série de aplicações:

Tais escoamentos em torno de corpos imersos costumam ser encontrados em estudos de engenharia: *aerodinâmica* (aviões, foguetes, projetis), *hidrodinâmica* (navios,

submarinos, torpedos), *transporte* (automóveis, caminhões, bicicletas), *engenharia eólica* (edifícios, pontes, torres de resfriamento, turbinas eólicas) e *engenharia oceânica* (bóias, quebra-mares, estacas, cabos, instrumentos ancorados).

Ainda de acordo com White (2002, p. 306), três técnicas são adotadas no estudo de escoamentos externos:

- a) soluções numéricas (em computador digital);
- b) experimentação;
- c) teoria da camada-limite.

A seguir se faz alguns comentários acerca destas técnicas. Métodos numéricos são utilizados para a resolução das equações de Navier-Stokes que, juntamente com a equação da continuidade, governam os fenômenos hidrodinâmicos. Rosauro (199-?, p. 2) traz a seguinte definição:

As equações de Navier-Stokes são as equações de conservação da quantidade de movimento, na forma diferencial, para fluidos viscosos e newtonianos. Elas são usadas em conjunto com a equação diferencial da continuidade, formando um sistema de equações que não apresenta solução analítica a não ser para alguns casos simples de escoamento, nos quais alguns termos das equações podem ser eliminados.

Existem soluções analíticas para casos como escoamentos entre placas planas e em condutos circulares. Porém, para a grande maioria dos casos de interesse prático na Engenharia, se faz necessária a utilização de métodos numéricos para se obter a descrição detalhada do escoamento.

Outra forma de se estudar os escoamentos externos é através da realização de experimentos com modelos ou com objetos reais. São utilizados, entre outros, túneis de vento, de água e tanques de prova para os ensaios de aviões, prédios ou mesmo cidades inteiras, navios e outros objetos. Em certas circunstâncias é necessário ensaiar o dispositivo real, e não um modelo, para se obter resultados confiáveis (MUNSON et al., 2004, p. 481).

Uma terceira forma de estudo dos escoamentos externos é através da chamada Teoria da Camada-Limite. Esta teoria, lançada por Prandtl, está baseada na idéia da divisão dos escoamentos em duas regiões: a camada limite, adjacente ao corpo, com altos gradientes de velocidade e tensões de cisalhamento; e uma camada externa, sem gradientes de velocidade e sem tensões de cisalhamento. Calcula-se a camada externa pela teoria do Escoamento

Potencial e utilizam-se os resultados de velocidade e distribuições de pressões obtidos para se determinar a espessura da camada limite e o perfil de velocidade na camada limite.

No entanto esta abordagem só é válida para escoamentos com altos números de Reynolds. O número de Reynolds é um adimensional que relaciona os efeitos de inércia com os efeitos viscosos e é definido por:

$$\text{Re} = \frac{UD}{\nu} \quad (\text{equação 4})$$

Onde:

Re = número de Reynolds;

U = velocidade característica;

D = diâmetro característico;

ν = viscosidade cinemática.

Em escoamentos com altos números de Reynolds, a camada limite é muito fina e o deslocamento da camada externa é desprezível. Desta forma, pode-se considerar válidos os resultados calculados para a camada externa pela teoria do Escoamento Potencial. Por outro lado, à medida que se reduz o número de Reynolds, a espessura da camada limite aumenta e o deslocamento da camada externa se torna relevante. Começa a haver então uma divergência entre os resultados calculados pelo Escoamento Potencial e os valores reais do escoamento. A figura 5 mostra a influência do número de Reynolds sobre o escoamento e sobre a espessura da camada limite, onde são relevantes os efeitos viscosos.

Mesmo para altos números de Reynolds a teoria da camada limite possui limitações, visto que utiliza as equações de Navier-Stokes, que possuem solução analítica somente para situações específicas. Por sua vez, a experimentação possui restrições relacionadas aos custos e às dificuldades técnicas de se realizar os ensaios. Já a modelagem numérica tem evoluído de maneira intensa com a melhoria dos tempos de execução, tamanhos de malha e apresentações gráficas, estabelecendo-se como uma ferramenta cada vez mais importante para o estudo da dinâmica dos fluidos.

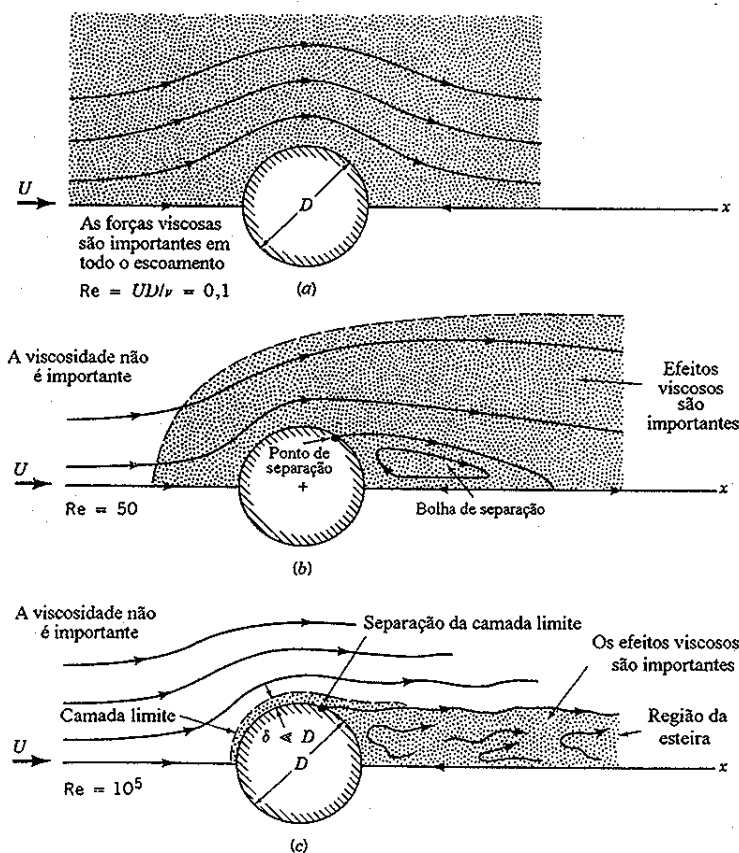


Figura 5: características do escoamento viscoso e em regime permanente em torno de um cilindro: escoamento com número de Reynolds: (a) baixo, (b) moderado e (c) alto (MUNSON et al., 2004, p. 488)

Devido aos efeitos viscosos, ocorre uma perda de quantidade de movimento no interior da camada limite. Quando um escoamento atinge um objeto, a seção do escoamento diminui e as partículas do fluido são aceleradas a partir da borda frontal do corpo, atingindo um valor máximo na seção de máxima espessura. Em virtude da conservação de energia, a pressão decresce a partir da borda frontal, atingindo um valor mínimo na seção de máxima espessura. Esta variação de pressão é denominada gradiente de pressão favorável. A jusante da seção de máxima espessura, as velocidades decrescem e as pressões crescem, sendo esta variação de pressão denominada gradiente de pressão adversa. Mas em virtude da perda de quantidade de movimento, o fluido não retorna à configuração original, podendo atingir uma condição de parada e inversão de sua direção, dando origem ao fenômeno de separação da camada limite, onde esta se desprende da superfície do corpo. A separação da camada limite, por sua vez, dá origem ao processo de formação e desprendimento de vórtices.

Ainda sobre o fenômeno de separação, Shames (1973, p. 335) afirma:

[...] podemos concluir que a condição para ocorrência de separação na região é a de um gradiente de pressão adversa. Deve-se entender claramente que a presença de um gradiente de pressão adversa é uma condição necessária, mas não suficiente, para separação. Em outras palavras, podemos ter gradiente de pressão adversa sem ocorrer separação; mas, sem gradiente de pressão adversa, não pode haver separação.

O processo de formação e desprendimento de vórtices é diretamente dependente do número de Reynolds. De acordo com o número de Reynolds, ocorrem diferentes regimes de desprendimento de vórtices. A figura 6 indica esta relação.

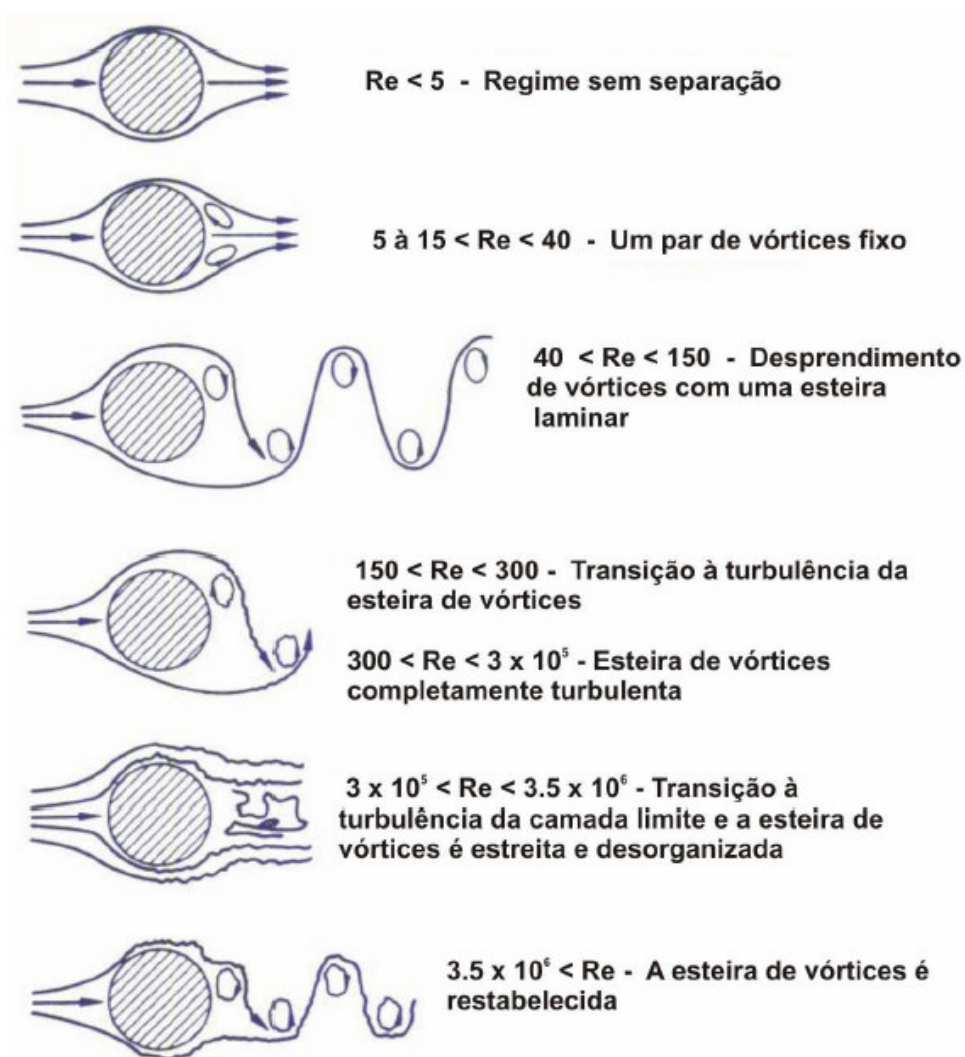


Figura 6: regimes de escoamento ao redor de um cilindro circular (BLEVINS, 2001, p. 46)

Sobre a influência do número de Reynolds sobre o escoamento, Cattani (1990, p. 116) afirma:

De um modo geral, o fluxo laminar ocorre para pequenos números de Reynolds ($R=vl/V$). Para R relativamente grandes, aparece a camada-limite, o seu deslocamento e o surgimento de vórtices localizados. Para R ainda maiores [...] os vórtices são arrastados pela corrente, formando atrás do corpo uma esteira de vórtices. Se R cresce mais, os vórtices são destruídos, as linhas de corrente se emaranham, variam a cada instante, o movimento é extremamente irregular e aparentemente caótico. Nessas condições extremas, dizemos que o escoamento na esteira do corpo é **turbulento**.

Pode-se classificar as esteiras de cilindros em movimento oscilatório em termos do número de pares de vórtices e de vórtices simples gerados a cada ciclo de oscilação do cilindro. Assim, um par de vórtices é indicado por P e um vórtice simples por S, de acordo com a nomenclatura apresentada por Williamson (1988). Por exemplo, um padrão de desprendimento de vórtices classificado como $2P + S$ significa que a cada ciclo de oscilação do cilindro são desprendidos dois pares de vórtices e um vórtice simples.

Os corpos imersos em escoamentos são submetidos às tensões de cisalhamento devidas aos efeitos viscosos e às tensões normais devidas à pressão. A resultante destas forças na direção dos escoamentos é chamada de força de arrasto F_D e a resultante na direção transversal é chamada de força de sustentação F_L , como mostra a figura 7. A separação do escoamento gera uma região de baixa pressão na esteira, alterando significativamente a força de arrasto, o que mostra a influência do regime de desprendimento de vórtices sobre os valores das forças incidentes sobre os corpos imersos.

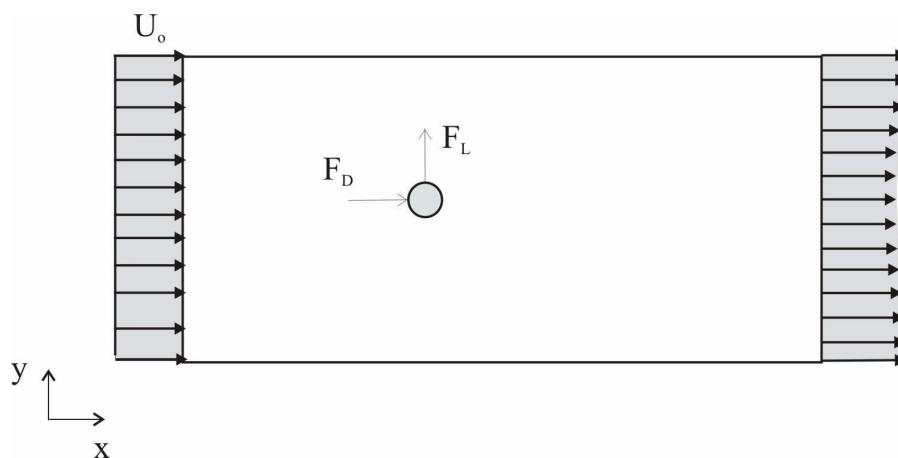


Figura 7: direção das componentes de arrasto F_D e sustentação F_L da força hidrodinâmica exercida sobre um cilindro (PINTO, 2008, p. 10)

O arrasto e a sustentação podem ser obtidos pela integração das tensões de cisalhamento e normais ao corpo. Entretanto, geralmente não se conhece as distribuições das tensões sobre o corpo. Em lugar disto, utilizam-se coeficientes adimensionais e determinam-se seus valores aproximados através de uma análise simplificada, técnica numérica ou experimentos apropriados (MUNSON et al., 2004, p. 486). Os coeficientes de arrasto C_D e sustentação C_L são definidos respectivamente pelas equações 5 e 6:

$$C_D = \frac{F_D}{\frac{1}{2} \rho U^2 A_V} \quad (\text{equação 5})$$

$$C_L = \frac{F_L}{\frac{1}{2} \rho U^2 A_H} \quad (\text{equação 6})$$

Onde:

ρ = massa específica do fluido;

A_V = área projetada vista por um observador que olha para o objeto na direção paralela à velocidade ao longo do escoamento, U ;

A_H = área projetada vista por um observador que olha para o objeto na direção perpendicular à velocidade ao longo do escoamento, U ;

3.2 MOVIMENTOS OSCILATÓRIOS DE *RISERS* DE PLATAFORMAS DE PETRÓLEO

Os *risers* são as tubulações que conduzem o petróleo do fundo do mar até a superfície. Imersos nas águas oceânicas, são submetidos a diferentes forças, como as provocadas pelas ondas superficiais, pelos movimentos da embarcação (plataforma ou navio-plataforma), pelo escoamento interno do óleo, pelo peso próprio e pela ação da correnteza (figura 8). Esta combinação de forças induz movimentos oscilatórios que variam da forma do número oito à forma em arco.

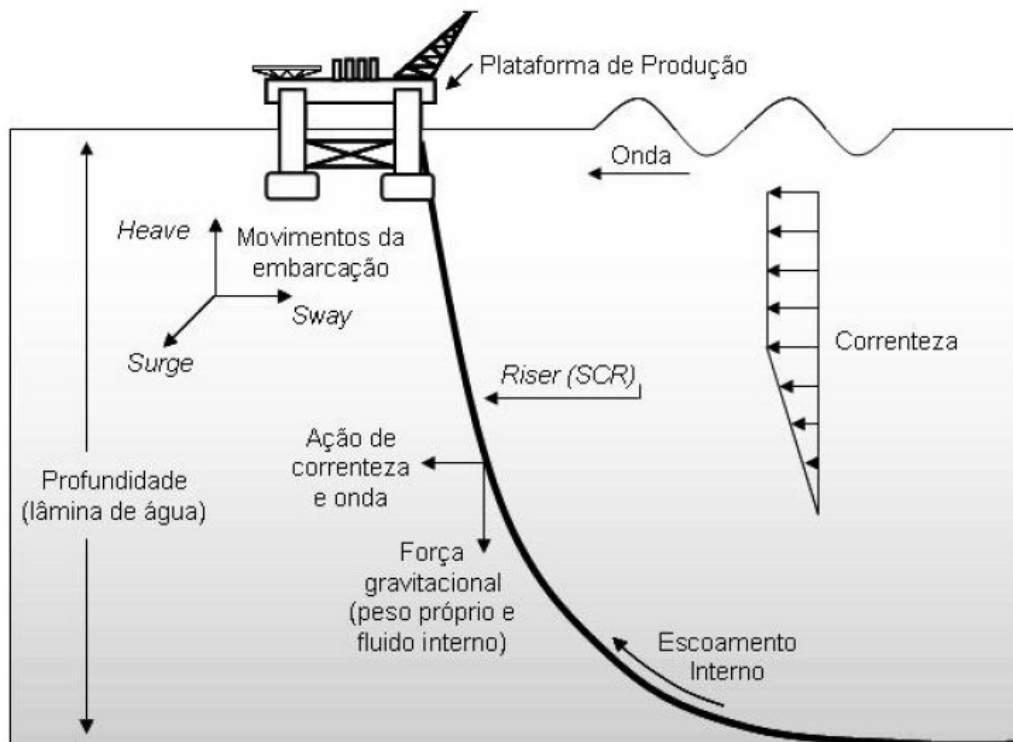


Figura 8: carregamentos ambientais sobre um riser (VALDIVIA et al., 2007, p. 2)

A ação da correnteza leva à geração e desprendimento de vórtices ao longo do comprimento do riser, que por sua vez leva ao fenômeno conhecido como Vibração Induzida por Vórtices (VIV) (FARFÁN, 2005, p. 6). A geração e desprendimento de vórtices provocam alterações na magnitude das forças de arrasto e sustentação que ocasionam movimentos oscilatórios aos risers. Como destaca Rocha (2007, p. 4), “[...] a *Vibração Induzida por Vórtices (VIV)* causa um aumento na amplitude do movimento transversal do riser devido ao desprendimento de vórtices em sua esteira, amplificando o coeficiente de arrasto [...]”. Ainda segundo Rocha (2007, p. 1), o aumento do arrasto aumenta o deslocamento do riser, fazendo com que sua esteira de vórtices interfira com risers vizinhos, fazendo com que estes tenham deslocamentos diferenciados devidos a diferentes valores de forças de arrasto aplicadas, aumentando a probabilidade de ocorrência de colisões entre eles.

Além disso, Farfán (2005, p. 3) salienta que a repetitividade dos movimentos oscilatórios pode provocar a ruptura por fadiga destes elementos. O estudo da relação entre a tensão operacional e a vida útil permite determinar quanto tempo o material pode suportar os carregamentos externos antes da falha por fadiga, evidenciando-se assim a importância da determinação dos esforços hidrodinâmicos. Da mesma forma, Kubota (2003, p. 3) afirma:

Uma atenção especial deve ser dada à vibração induzida por vórtices. Embora o “riser” seja projetado para suportar um elevado nível de tensão, deve-se notar que a combinação da vibração induzida por vórtices e a induzida pelo movimento da embarcação devido a ondas e correnteza, resultam na diminuição da vida útil do “riser”.

Percebe-se assim a importância do estudo da Vibração Induzida por Vórtices. No entanto, neste trabalho, a VIV foi estudada de maneira indireta. Utilizou-se a abordagem do movimento forçado, com a imposição das trajetórias ao cilindro em forma de oito, arco e intermediárias e o estudo das esteiras de vórtices geradas nestas situações. No caso de um estudo de VIV, o cilindro tem liberdade para oscilar e o desprendimento de vórtices induz movimentos oscilatórios não conhecidos de antemão. Além da alta complexidade de um estudo de VIV, a abordagem do movimento forçado permite a identificação das situações que geram os valores mais elevados de coeficientes de arrasto e sustentação.

A figura 9, extraída de Hover (2007, p. 2), exhibe a alta variabilidade dos movimentos oscilatórios dos *risers* imersos em um escoamento. O eixo horizontal representa o tempo e o eixo vertical do gráfico mostra os movimentos ocorridos em diferentes pontos do *riser*, ao longo do eixo vertical do mesmo. Como salienta o autor, existe predominância dos movimentos em forma de arco e de oito. Kaiktsis e Triantafyllou (2007, p. 19), igualmente, afirmam que Vibrações Induzidas por Vórtices em cilindros são geralmente caracterizadas por trajetórias em forma de oito.

Ao realizar duas simulações com trajetórias do movimento do cilindro elípticas, mesmos parâmetros e sentidos de rotação opostos, Pinto (2008, p. 72) notou a inversão na esteira de vórtices quando o sentido do movimento é invertido. Além disso, ocorre também a mudança do sinal do coeficiente de sustentação $\langle C_L \rangle$ e não ocorre alteração dos valores do coeficiente de arrasto $\langle C_D \rangle$ e do valor quadrático médio do coeficiente de sustentação $C_{L_{rms}}$ (PINTO, 2008, p. 77). Ou seja, a inversão do sentido do movimento do cilindro inverte, de maneira simétrica em relação à direção longitudinal do escoamento, o processo de geração e desprendimento de vórtices, não alterando a natureza do fenômeno.

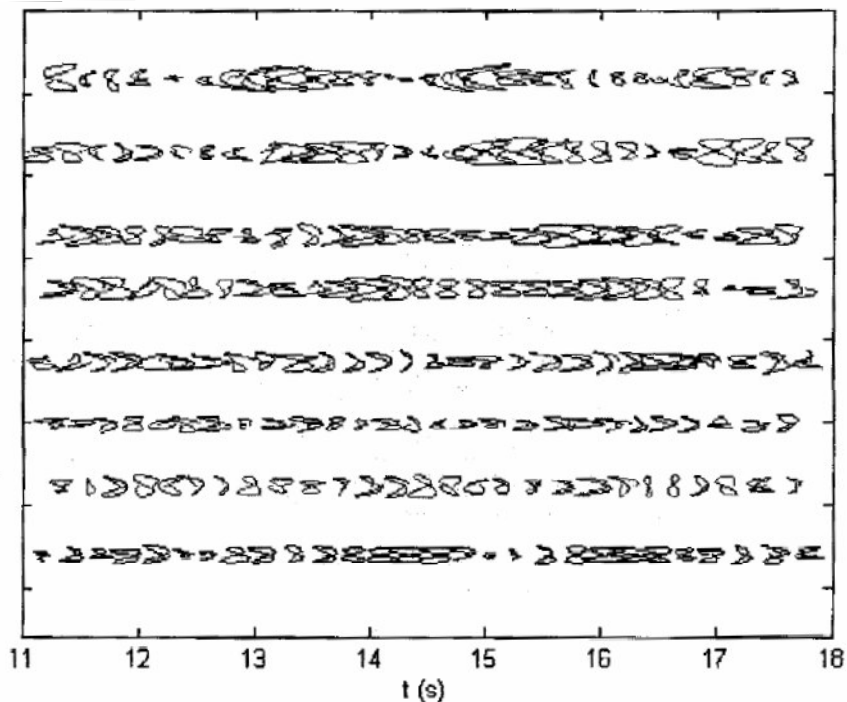


Figura 9: movimentos oscilatórios dos *risers* imersos em escoamentos
(HOVER, 2007, p. 2)

Porém, tal conclusão não pode ser estendida para o movimento em forma de oito, como mostram Kaiktsis e Triantafyllou (2007, p. 19). Segundo estes autores, os resultados são grandemente influenciados pelo sentido de rotação e o modo anti-horário resulta em forças maiores do que o modo horário. Além disso, afirmam que, para os dois sentidos de rotação, a esteira é caracterizada por complexos padrões de desprendimento de vórtices.

A diferença nos resultados entre as curvas com sentidos de rotação opostos, que à primeira vista, em virtude de uma suposta simetria, deveriam ser iguais, pode ser melhor entendida observando-se a figura 10. Esta figura exhibe as curvas em sentido horário e anti-horário (de acordo com o ramo superior) e a trajetória do cilindro nos quatro quadrantes, em pontos próximos ao centro da trajetória. Observa-se que na curva horária o cilindro se afasta do ponto central pelo lado esquerdo e se aproxima do ponto central pelo lado direito, e de maneira inversa na curva anti-horária. Por outro ponto de vista, percebe-se que na região central da trajetória o cilindro se move em sentido oposto ao do escoamento (considerando este da esquerda para a direita) e se move no mesmo sentido do escoamento nos extremos da

trajetória, para a curva horária. Já na curva anti-horária, na região central, o cilindro se move no mesmo sentido do escoamento e em sentido contrário nos extremos. Ou seja, conclui-se que as curvas apresentam comportamentos distintos em relação ao escoamento, gerando a diferença nos resultados.

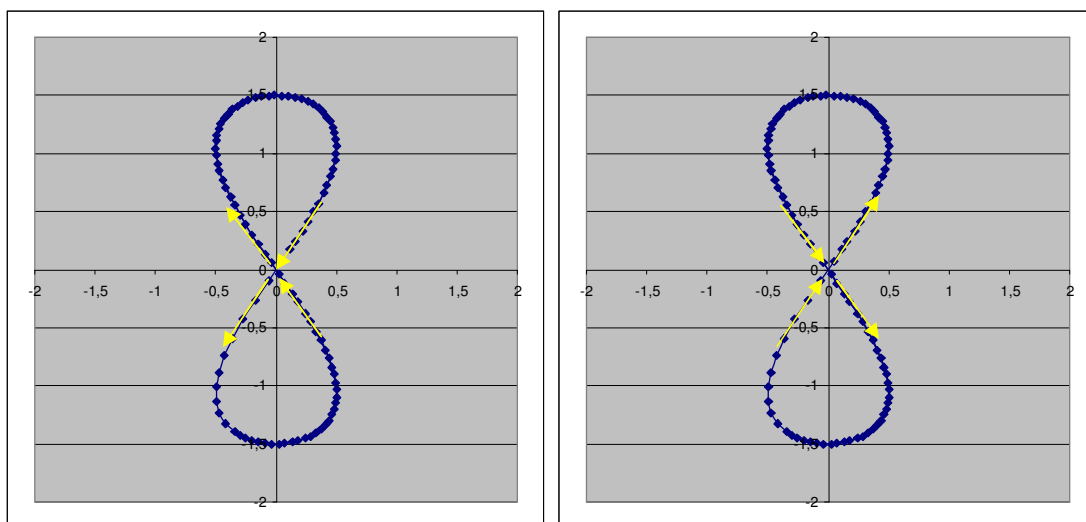


Figura 10: curvas em forma de oito em sentido de rotação
(a) horário, (b) anti-horário

Dahl et al. (2006, p. 817) conduziram experimentos em um cilindro rígido, flexivelmente montado, rebocado, capaz de oscilar nas direções longitudinal e transversal. A razão de aspecto do cilindro era igual a 26 e o número de Reynolds variou de 11.000 a 60.000. A figura 11 mostra as amplitudes dos movimentos transversais e longitudinais bem como a frequência de oscilação dominante nas direções longitudinal e transversal. Todas as amplitudes de movimento são relatadas como a média das 10% maiores amplitudes sobre uma dada corrida. Uma linha pontilhada foi desenhada na figura 11 para indicar corridas onde o aparato atinge o fim da guia de rolamento e as amplitudes são maiores que $A_y/D = 1,35$ (máxima amplitude transversal possível com o aparato utilizado). Por sua vez, Jeon e Gharib (2001, p. 534) afirmam que a maioria dos pesquisadores relata amplitudes típicas de vibrações livres ligeiramente acima de 0,5 diâmetros – com casos de picos superiores a 1 diâmetro sendo relatados por alguns pesquisadores. Conseqüentemente, os valores das amplitudes adotados neste trabalho (1,5 diâmetro para a amplitude transversal e 0,5 diâmetro para a amplitude longitudinal) correspondem aos máximos valores medidos em experimentos com cilindros livres para oscilar em duas direções.

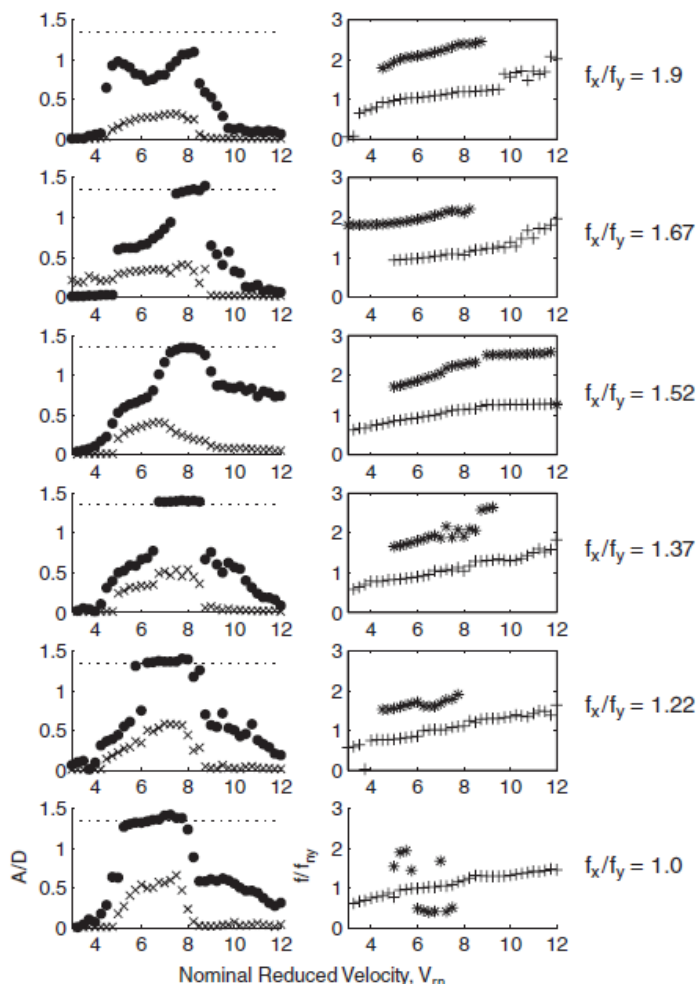
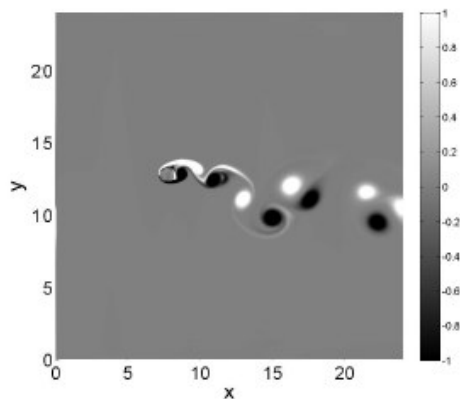


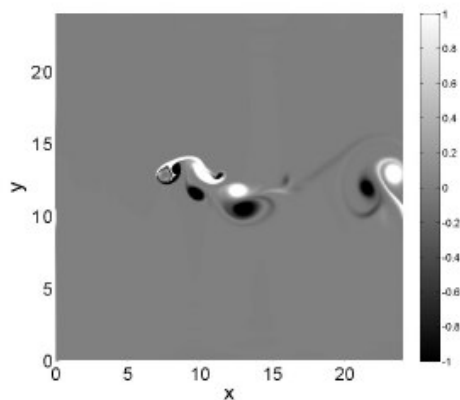
Figura 11: amplitudes dos movimentos do cilindro e frequências de oscilação para diferentes razões de frequência: •, amplitude do movimento transversal; ×, amplitude do movimento longitudinal; +, frequência do movimento transversal; *, frequência do movimento longitudinal (DAHL et al., 2006, p. 813)

Boeira et al. (2009), com o mesmo código utilizado neste trabalho, realizaram simulações numéricas de um cilindro oscilando transversalmente e em forma de oito, com sentido anti-horário. A frequência de oscilação foi igual a 0,2 e o número de Reynolds igual a 400. Simulou-se para as amplitudes transversais de 0,5 e 1,5 diâmetro, variando-se a amplitude longitudinal entre 0,05 diâmetro e 0,6 diâmetro, com uma simulação a cada 0,05 diâmetro. Os autores relatam que para as simulações com amplitude transversal igual a 0,5 diâmetro, o padrão 2P foi observado para todas as amplitudes longitudinais. Porém, para a amplitude transversal igual a 1,0 diâmetro, o padrão 2P é observado nas simulações com amplitude longitudinal até 0,4 diâmetro, e que para valores maiores não foi possível identificar um padrão definido (figura 12). De onde se pode concluir que o aumento do valor de ambas as

amplitudes provoca o aumento da complexidade das esteiras geradas. Os autores também mencionam que todas as simulações apresentaram padrão de vórtices assimétrico e que o coeficiente de arrasto médio tende a aumentar com a amplitude, enquanto que a maioria dos coeficientes de sustentação médios ficou em torno de zero.



(a) $A_x = 0,35$



(b) $A_x = 0,5$

Figura 12: campos de vorticidade mostrando a transição entre padrões diferentes de esteira, para simulações em oito com $A_y = 1,0$ (BOEIRA et al., 2009)

4 MÉTODOS NUMÉRICOS

Existem diferentes maneiras de se estudar os fenômenos hidrodinâmicos, como as Equações de Navier-Stokes com Média de Reynolds (RANS), a Simulação de Grandes Escalas (LES), a Simulação Numérica Direta (DNS), entre outras. Este trabalho utilizou a abordagem da Simulação Numérica Direta, que resolve as equações de Navier-Stokes para todas as escalas de turbulência, ao contrário da Simulação de Grandes Escalas, que resolve somente as maiores escalas e parametriza as menores escalas com a utilização de modelos sub-malha (SILVESTRINI, 2000, p. 155).

Pelo fato de resolver as equações de Navier-Stokes para todas as escalas da turbulência, a DNS apresenta ainda hoje limitações práticas relacionadas ao custo computacional. Sua utilização está, portanto, restrita a baixos números de Reynolds (quanto maior o número de Reynolds, maior o tempo de processamento e a capacidade de memória requeridos). Por outro lado, é um método de extrema valia para o estudo dos escoamentos turbulentos, como ressalta Silvestrini (2000, p. 157):

Pelo fato de uma DNS resolver diretamente as equações de Navier-Stokes sem a influência de modelos, ela se torna uma ferramenta importante para “visualizar” a turbulência, estudar a dinâmica dos vórtices coerentes, sendo também um excelente meio de teste de códigos de cálculo. Assim, uma simulação numérica direta deve ser interpretada como uma ferramenta de pesquisa e não como de cálculo de engenharia, e pode ser considerada como uma realização de um escoamento equivalente a uma experiência de laboratório de curta duração.

O código computacional utilizado neste trabalho é o Incompact3D, desenvolvido por Lamballais e Silvestrini (1999), e considera-se que o mesmo possui validade para o estudo dos fenômenos hidrodinâmicos. Este código já foi utilizado em diversos trabalhos de nível de pós-graduação, como os de Buarque (2007), Martinez (2006), Ribeiro (2002) e Vitola (2006). Buarque (2007) estudou a dinâmica de escoamentos turbulentos em canais com fundo ondulado. Martinez (2006) investigou a transição à turbulência em camada de mistura estavelmente estratificada. Ribeiro (2002) estudou o uso de placas de separação do escoamento para o controle do desprendimento de vórtices. Vitola (2006) analisou o desprendimento de vórtices ao redor de um cilindro circular próximo a uma placa plana.

O Incompact3D resolve as equações de Navier-Stokes e da continuidade através da discretização do problema em uma malha cartesiana, de acordo com os itens abaixo:

- a) discretização espacial: esquema de diferenças finitas centradas compacto;
- b) discretização temporal: esquema de Runge-Kutta de terceira ordem de baixo armazenamento;
- c) obstáculos: representados com a utilização do Método de Fronteiras Virtuais.

Abaixo segue uma descrição destes itens.

4.1 EQUAÇÕES GOVERNANTES

Os fenômenos hidrodinâmicos são descritos pelas equações da Continuidade e de Navier-Stokes, dadas respectivamente pelas equações 7 e 8, considerando-se um escoamento incompressível de massa específica constante, as quais estão escritas na forma adimensionalizada e com o termo convectivo escrito na forma rotacional:

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{u} = 0 \quad (\text{equação 7})$$

$$\frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + \vec{\omega} \times \vec{u} = -\nabla \Pi + \frac{1}{\text{Re}} \nabla^2 \vec{u} + \vec{f} \quad (\text{equação 8})$$

Onde:

\vec{u} = campo de velocidade;

$\vec{\omega}$ = campo de vorticidade, dado por $\vec{\omega} = \nabla \times \vec{u}$;

Π = campo de pressão modificado $\left(\frac{P}{\rho} + \frac{u^2}{2} \right)$;

\vec{f} = campo de forças externas usado para representar o cilindro.

4.2 DISCRETIZAÇÃO ESPACIAL

De acordo com Vitola (2006, p. 49), os métodos numéricos utilizados para a simulação de escoamentos necessitam reproduzir com precisão a evolução de todas as escalas de comprimento e de onda, definidas pela física do problema. A discretização espacial define a escala de comprimento que pode ser representada, enquanto que o tipo de esquema utilizado define a precisão com que tais escalas serão resolvidas pelo método numérico.

O código Incompact3D utiliza um esquema de diferenças finitas centradas compacto para a discretização espacial das equações governantes. Uma precisão de sexta ordem é adotada em todos os pontos do domínio.

Os esquemas compactos são esquemas implícitos, que relacionam o valor da derivada em um ponto ao valor da derivada em pontos vizinhos. Eles conseguem representar melhor os menores comprimentos de onda existentes nos escoamentos, quando comparados com os esquemas convencionais, e obtêm valores aproximados das derivadas muito próximos aos seus valores exatos para uma banda larga de números de onda. Essas características os aproximam dos métodos espectrais (limitados a escoamentos com domínios e condições de contorno simples), enquanto que a liberdade na escolha da geometria da malha e das condições de contorno é mantida (BUARQUE, 2007, p. 55).

Dados os valores de uma função em um grupo de nós, a aproximação por diferenças finitas da derivada da função é expressa como uma combinação linear dos valores da função dada. A variável independente $x_i = h (i - 1)$ indica a posição dos nós, sendo h o espaçamento entre os pontos da malha e $f_i = f (x_i)$ os valores das funções em cada nó.

A aproximação da primeira derivada pode ser apresentada da seguinte forma geral (equação 9) (LELE, 1992, p. 17):

$$\beta f'_{i-2} + \alpha f'_{i-1} + f'_i + \alpha f'_{i+1} + \beta f'_{i+2} = a \frac{f_{i+1} - f_{i-1}}{2h} + b \frac{f_{i+2} - f_{i-2}}{4h} + c \frac{f_{i+3} - f_{i-3}}{6h} \quad (\text{equação 9})$$

A relação entre os coeficientes a , b , c , α e β pode ser encontrada expandindo-se cada termo da equação 10 em série de Taylor e igualando-se os coeficientes da série para várias ordens, resultando no sistema de equações 10 (LELE, 1992, p. 17):

Segunda ordem	$a + b + c = 1 + 2\alpha + 2\beta$	
Quarta ordem	$a + 2^2 b + 3^2 c = 2 \frac{3!}{2!} (\alpha + 2^2 \beta)$	
Sexta ordem	$a + 2^4 b + 3^4 c = 2 \frac{5!}{4!} (\alpha + 2^4 \beta)$	(sistema de equações 10)
Oitava ordem	$a + 2^6 b + 3^6 c = 2 \frac{7!}{6!} (\alpha + 2^6 \beta)$	
Décima ordem	$a + 2^8 b + 3^8 c = 2 \frac{9!}{8!} (\alpha + 2^8 \beta)$	

Este sistema de equações pode ser resolvido como um sistema de equações lineares. Quando β é zero, o sistema linear é tridiagonal e, quando β é diferente de zero, o sistema é pentadiagonal (LELE, 1992, p. 17).

O esquema adotado no código é tridiagonal, com $\beta = c = 0$, resultando numa família de equações dependente de α de quarta ordem (equações 11) (LELE, 1992, p. 17):

$$\beta = 0 \quad a = \frac{2}{3}(\alpha + 2) \quad b = \frac{1}{3}(4\alpha - 1) \quad c = 0 \quad (\text{equações 11})$$

Adotando $\alpha = 1/3$, o esquema de quarta ordem passa a ter a precisão formal de sexta ordem (utilizada no código), com os coeficientes $a = 14/9$ e $b = 1/9$.

A aproximação da segunda derivada é dada pela equação 12 (LELE, 1992, p. 19):

$$\beta f_{i-2}'' + \alpha f_{i-1}'' + f_i'' + \alpha f_{i+1}'' + \beta f_{i+2}'' =$$

$$a \frac{f_{i+1} - 2f_i + f_{i-1}}{h^2} + b \frac{f_{i+2} - 2f_i + f_{i-2}}{4h^2} + c \frac{f_{i+3} - 2f_i + f_{i-3}}{9h^2} \quad (\text{equação 12})$$

De maneira análoga com a aproximação da primeira derivada obtém-se o sistema de equações 13 que indica as relações entre os coeficientes a , b , c , α e β (LELE, 1992, p. 19):

Segunda ordem	$a + b + c = 1 + 2\alpha + 2\beta$	
Quarta ordem	$a + 2^2 b + 3^2 c = 2 \frac{4!}{2!} (\alpha + 2^2 \beta)$	
Sexta ordem	$a + 2^4 b + 3^4 c = 2 \frac{6!}{4!} (\alpha + 2^4 \beta)$	(sistema de equações 13)
Oitava ordem	$a + 2^6 b + 3^6 c = 2 \frac{8!}{6!} (\alpha + 2^6 \beta)$	
Décima ordem	$a + 2^8 b + 3^8 c = 2 \frac{10!}{8!} (\alpha + 2^8 \beta)$	

Como na aproximação da primeira derivada, o esquema é tridiagonal, com $\beta = c = 0$, resultando na família de equações de quarta ordem 14 (LELE, 1992, p. 19):

$$\beta = 0 \quad a = \frac{4}{3}(1 - \alpha) \quad b = \frac{1}{3}(-1 + 10\alpha) \quad c = 0 \quad (\text{equações 14})$$

Adotando $\alpha = 2/11$, o esquema de quarta ordem passa a ter a precisão formal de sexta ordem (utilizada no código), com os coeficientes $a = 12/11$ e $b = 3/11$.

4.3 DISCRETIZAÇÃO TEMPORAL

A escolha do esquema a ser utilizado para a discretização temporal deve levar em consideração fatores como a precisão dos resultados, o tempo de cálculo e o consumo de memória. Quanto maior for a ordem do esquema, maior será a precisão dos resultados, porém maior também será a necessidade de armazenamento, elevando o consumo de memória. Normalmente são utilizados esquemas de Runge-Kutta de quarta ordem, que requerem uma armazenagem de quatro vezes o número de pontos da malha por variável (BUARQUE, 2007, p. 60).

Williamson (1980) modificou os esquemas de Runge-Kutta buscando atingir um menor armazenamento. Para tanto, introduziu esquemas de segunda, terceira e quarta ordem onde apenas duas vezes o número de pontos da malha por variável são necessários para a armazenagem da informação. Estes esquemas são chamados de Runge-Kutta de baixa armazenagem (*Low Storage Runge-Kutta*).

O esquema utilizado pelo Incompact3D é um esquema de baixa armazenagem de terceira ordem que tem como vantagens o reduzido armazenamento de dados, a elevada precisão e o menor tempo de cálculo. O avanço temporal se dá em três sub-passos de tempo. É definido pela equação 15 (LAMBALLAIS; SILVESTRINI, 1999, p. 4):

$$\frac{\vec{u}_{n+1} - \vec{u}_n}{\Delta t} = \alpha_p \vec{f}(u_{p-1}) + \beta_p \vec{f}(u_{p-2}) \quad (\text{equação 15})$$

onde $p = 1, 2, 3$ e os coeficientes α_p e β_p iguais a:

$$\alpha_1 = \frac{8}{15}, \quad \alpha_2 = \frac{5}{12}, \quad \alpha_3 = \frac{3}{4}, \quad \beta_1 = 0, \quad \beta_2 = -\frac{17}{60}, \quad \beta_3 = -\frac{5}{12}.$$

4.4 FRONTEIRAS VIRTUAIS

Na realização de simulações computacionais de dinâmica dos fluidos são utilizados dois tipos de malhas: cartesianas, que dificilmente coincidem com a fronteira dos corpos imersos, e curvilíneas, que são adaptadas de maneira a coincidirem com as fronteiras dos obstáculos imersos. Por outro lado, o processo de geração destas malhas e a transformação das equações governantes para o sistema de coordenadas adotado podem ter grande impacto sobre o custo de cálculo computacional e sobre a estabilidade e convergência do código (RIBEIRO, 2002, p. 37).

O código utilizado neste trabalho emprega malhas cartesianas para a discretização das equações governantes. Para a representação do contorno do cilindro, adota-se o Método de Fronteiras Virtuais. Neste método, o objeto não está presente, mas é modelado através de um campo de força externo acrescentado às equações de Navier-Stokes, de modo a simular a presença de uma fronteira imersa no escoamento sem alterar a malha cartesiana. Estas forças são localizadas onde se deseja representar o limite das fronteiras sólidas, sendo que elas possuem magnitude e direção igual e oposta às forças geradas pelo escoamento. Como diz Ribeiro, (2002, p. 37), a vantagem deste método é que corpos de formas arbitrárias podem ser adicionados sem a reconstrução da malha.

A formulação do campo de forças externas é dada pela equação 16 (VITOLA, 2006, p. 55):

$$\vec{f}(\vec{x}, t) = \alpha \int_0^t \left(\vec{u}(\vec{x}, t) - \vec{v} \right) dt + \beta \left(\vec{u}(\vec{x}, t) - \vec{v} \right) \quad (\text{equação 16})$$

Onde:

α e β = constantes negativas com dimensões de T^2 e T^{-1} , respectivamente, que controlam a intensidade desta força;

\vec{v} = velocidade do cilindro dada pelas derivadas das equações 1 e 2 em relação ao tempo.

Conforme Pinto (2008, p. 37), o termo de força de campo é distribuído sobre os nós da fronteira e seus vizinhos por uma função Gaussiana, cuja média é centrada sobre o traçado da fronteira virtual. Esta função é definida pela equação 17:

$$g_s(\vec{x}, t) = e^{-\left(\frac{\vec{x} - \vec{x}_s}{\delta} \right)^2} \quad (\text{equação 17})$$

Onde:

\vec{x}_s = ponto de fronteira;

\vec{x} = ponto da malha que sofre a influência do campo \vec{f} .

4.5 CONDIÇÕES DE CONTORNO

A principal preocupação quanto às condições de contorno é garantir que estas não produzam reflexos para dentro do domínio computacional. Foram impostas as seguintes condições de contorno nas regiões de fronteira:

- a) região de entrada: na região de entrada do domínio computacional foi imposto um escoamento com um perfil uniforme de velocidade $u = 1$, $v = 0$ (perfil adimensional), sendo estas as respectivas componentes longitudinal e transversal da velocidade;

- b) região de fronteiras laterais: nos planos de fronteiras laterais foi imposta a condição de deslizamento livre (*free slip*), de acordo com as equações 18;
- c) região de saída: a condição de saída é definida pela solução de uma equação de convecção simplificada da forma (equação 19).

As equações 18 são:

$$\frac{\partial u}{\partial y} = 0, \quad v = 0 \quad (\text{equações 18})$$

A equação 19 é:

$$\frac{\partial u}{\partial t} + U_{conv} \frac{\partial u}{\partial x} = 0 \quad (\text{equação 19})$$

Onde:

U_{conv} = constante igual à velocidade média de convecção das estruturas principais do escoamento calculada através do penúltimo perfil de velocidades antes da saída

A figura 13 ilustra as condições de contorno impostas ao sistema estudado.

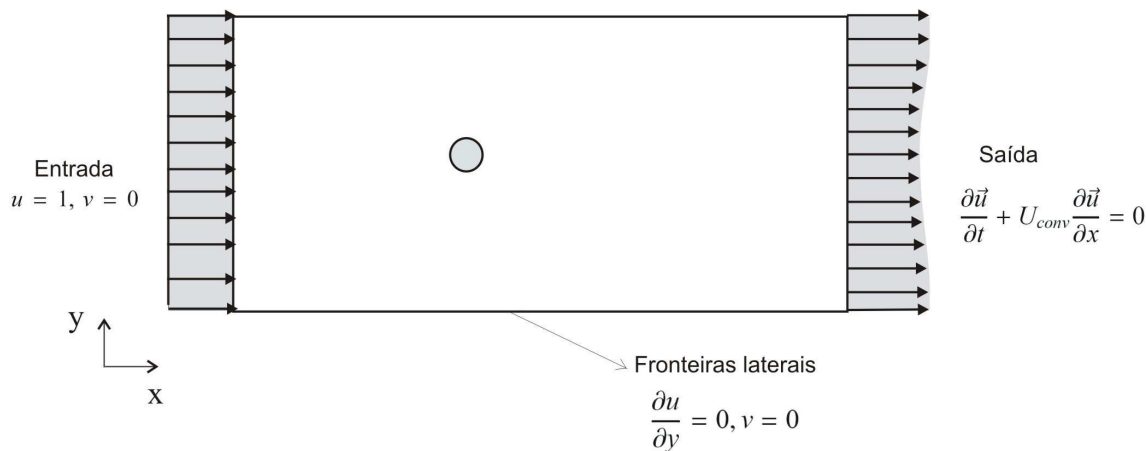


Figura 13: condições de contorno impostas ao sistema

4.6 PARÂMETROS NUMÉRICOS

Os parâmetros das simulações numéricas considerados no presente trabalho foram previamente analisados e validados nos trabalhos de Ribeiro (2002), Vitola (2006), Pinto (2007) e Boeira et al. (2009), entre outros.

No quadro 3 são apresentados os valores adotados nestas simulações, as quais foram todas realizadas para um mesmo número de Reynolds, igual a 140.

Parâmetros	Valores	Descrição
L_x	24 D	Dimensão longitudinal do domínio
L_y	24 D	Dimensão transversal do domínio
N_x	1201	Número de pontos na dimensão longitudinal
N_y	1201	Número de pontos na dimensão transversal
Δx	0,02 D	Resolução da malha na dimensão longitudinal
Δy	0,02 D	Resolução da malha na dimensão transversal
Δt	0,0061	Passo de tempo
α	-50000	Parâmetro do Método de Fronteiras Virtuais
β	-30	Parâmetro do Método de Fronteiras Virtuais

Quadro 3: parâmetros numéricos adotados nas simulações

5 RESULTADOS

Neste capítulo é apresentada a análise dos resultados obtidos nas simulações do escoamento em torno de um cilindro com trajetórias em forma de oito, arco e intermediárias. Primeiramente são analisadas as esteiras de desprendimento de vórtices para cada trajetória. A seguir, apresentam-se os valores obtidos dos coeficientes de arrasto e sustentação médios e o desvio padrão do coeficiente de sustentação. Por fim, são exibidos os espectros do sinal do coeficiente de sustentação.

5.1 ANÁLISE DOS PADRÕES DE DESPRENDIMENTO DE VÓRTICES

Com a finalidade de descrever a dinâmica da esteira de vórtices serão analisados um conjunto de campos de vorticidade instantâneos para cada caso em estudo.

A figura 14 apresenta os campos instantâneos de vorticidade da simulação 1 (arco convexo) em momentos distintos e equidistantes entre si. Destas figuras, evidencia-se a falta de um padrão visível de desprendimento de vórtices, apresentando pares de vórtices e vórtices simples.

A simulação 2 (intermediário oito-arco convexo, sentido horário) parece possuir um padrão de desprendimento oscilatório. Em determinados momentos se configura a esteira da figura 15(a), com um par de vórtices pelo lado superior e um vórtice simples pelo lado inferior. Em outros, a esteira se inverte, como mostrado na figura 15(b). Nos períodos de transição surgem configurações intermediárias, como visto na figura 15(c), de difícil caracterização. No entanto, esta oscilação não é precisamente periódica, visto que a configuração da figura 15(a) é percebida com mais frequência do que a da figura 15(b), na simulação aqui realizada.

Para a simulação 3 (intermediário oito-arco convexo, sentido anti-horário) não foi possível a identificação visual de um padrão de desprendimento. A figura 16 exhibe a alta variabilidade das esteiras geradas, em momentos distintos e equidistantes entre si. A observação da animação da simulação permite perceber a baixa velocidade de deslocamento dos vórtices

gerados, a baixa velocidade de rotação dos mesmos e também a tendência de terem maiores dimensões do que as dos vórtices da simulação em sentido horário. Estas tendências se verificarão também nas curvas em oito e intermediário oito-arco côncavo, para igual sentido.

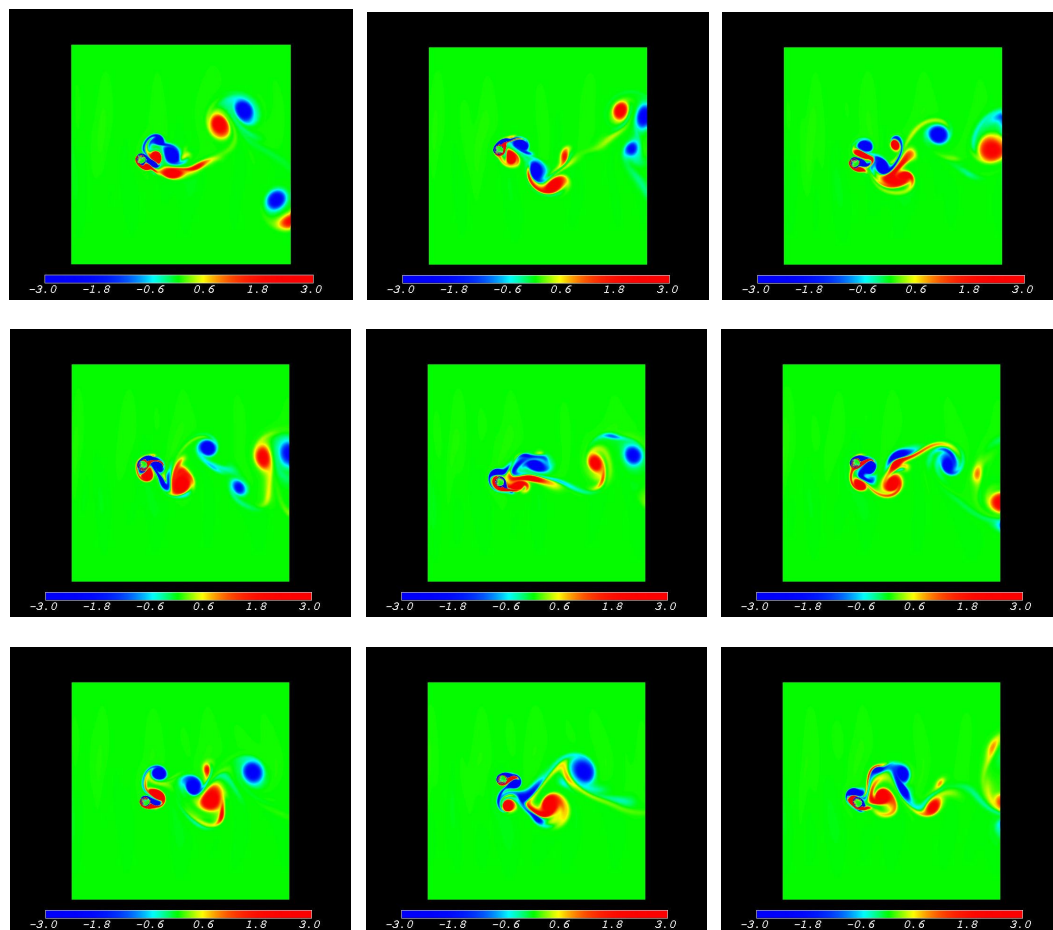


Figura 14: campos instantâneos de vorticidade da simulação 1 (arco convexo)

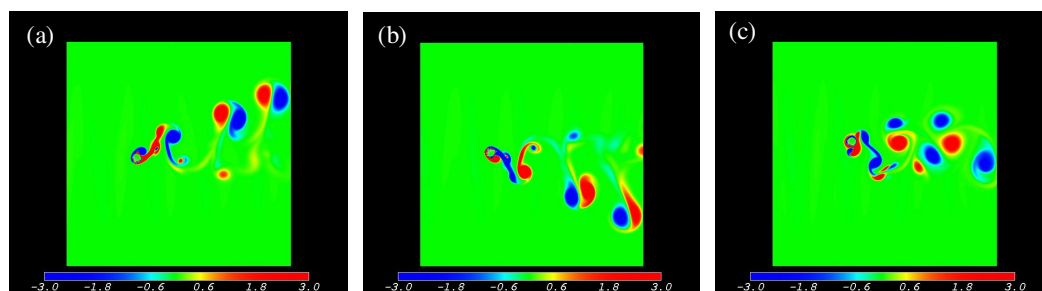


Figura 15: campos instantâneos de vorticidade da simulação 2 (intermediário oito-arco convexo, sentido horário)

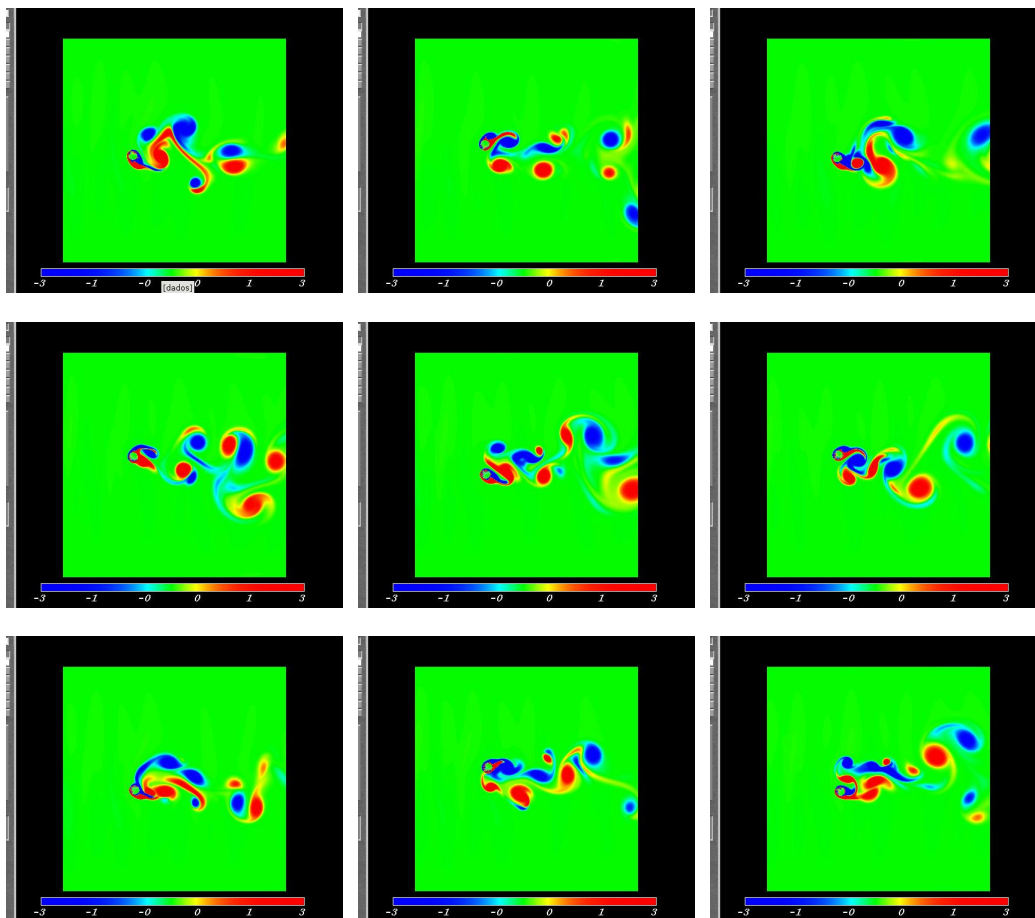


Figura 16: campos instantâneos de vorticidade da simulação 3
(intermediário oito-arco convexo, sentido anti-horário)

A simulação 4 (oito, sentido horário) (figura 17) possui um padrão de desprendimento de vórtices constante ao longo de toda a simulação. Verifica-se o desprendimento de quatro vórtices simples por ciclo de oscilação. O vórtice V1, desprendido pelo lado superior da esteira, sofre estiramento e se torna uma camada cisalhante no lado inferior. Já o vórtice V2 sofre emparelhamento. Disto resulta uma esteira com dois vórtices simples por ciclo de oscilação.

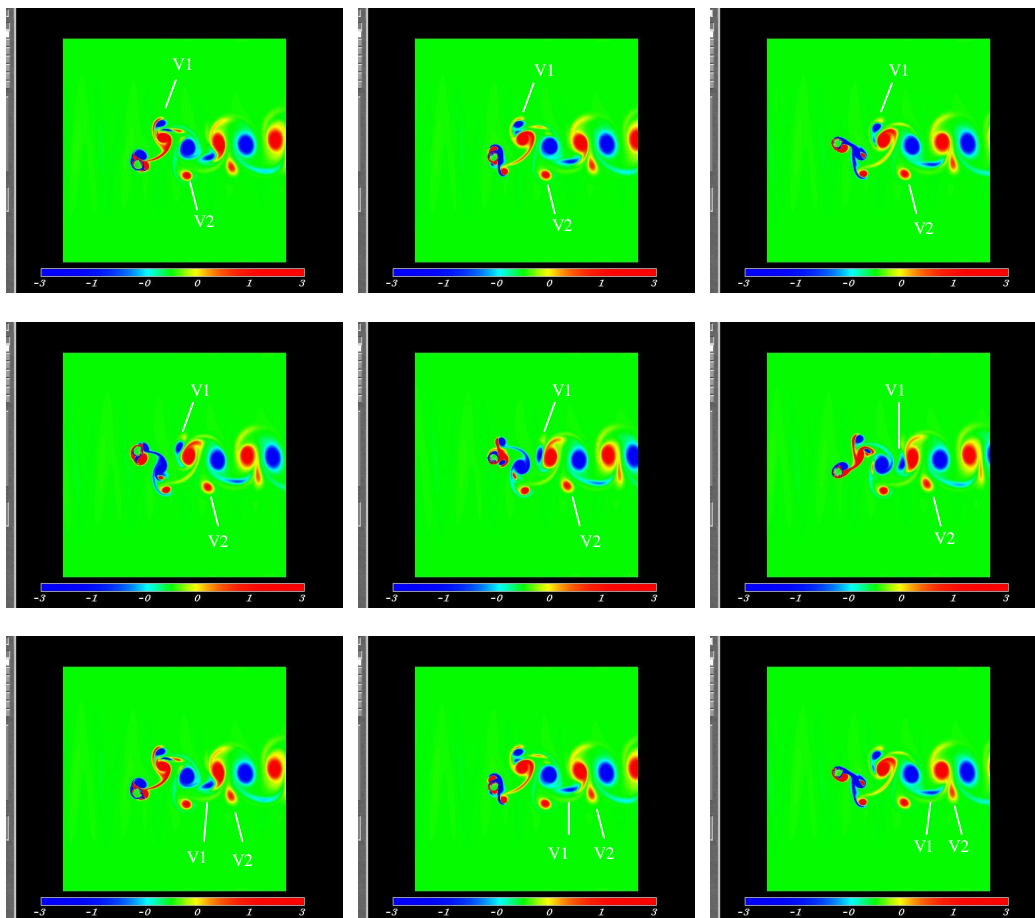


Figura 17: campos instantâneos de vorticidade da simulação 4 (oito, sentido horário)

A simulação 5 (oito, sentido anti-horário), como nas demais simulações em sentido anti-horário, não apresenta um padrão de desprendimento de vórtices identificável (figura 18, campos de vorticidade em momentos equidistantes entre si). Pode-se notar uma tendência de, a cada ciclo de oscilação, ocorrer o desprendimento de dois pares de vórtices, sendo que os vórtices mais externos (o vórtice inferior do par inferior e o vórtice superior do par superior) acabam sofrendo estiramento (figura 19). Porém estas estruturas ficam mais tempo próximas ao cilindro (fato que também ocorre nas demais simulações em sentido anti-horário), o que faz com que haja uma intensa interação entre as mesmas. Em vista disso, a esteira não possui um padrão visível de desprendimento de vórtices.

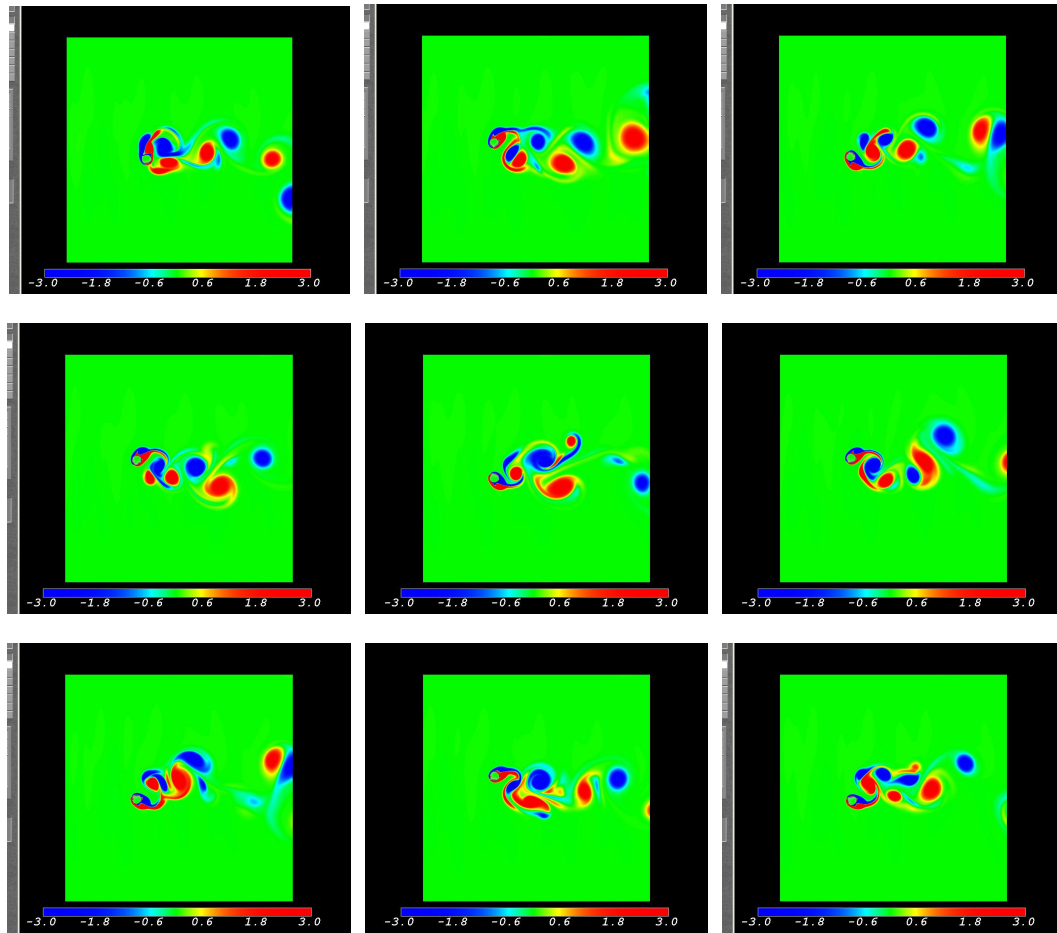


Figura 18: campos instantâneos de vorticidade da simulação 5 (oito, sentido anti-horário)

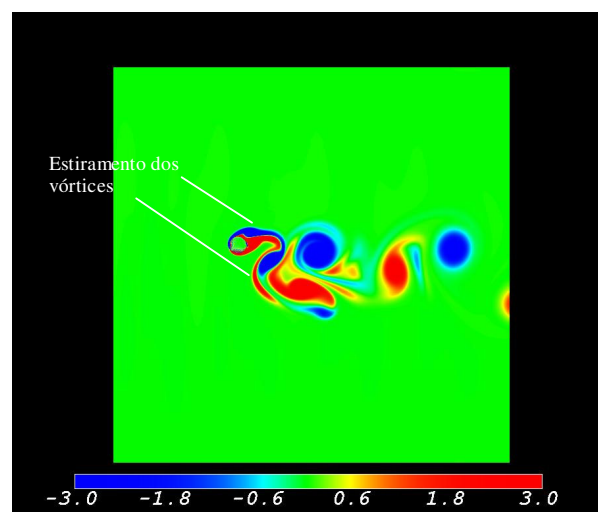


Figura 19: detalhe do estiramento dos vórtices (simulação 5)

A simulação 6 (intermediário oito-arco côncavo, sentido horário) (figura 20), assim como a simulação 4 (oito, sentido horário) possui um padrão constante ao longo da mesma. Verifica-se o desprendimento de quatro vórtices simples por ciclo de oscilação. Porém, diferentemente da simulação 4, os vórtices V1 e V2 sofrem estiramento e se tornam camadas cisalhantes pelos lados inversos. Tem-se, então, uma esteira com dois vórtices simples por ciclo de oscilação.

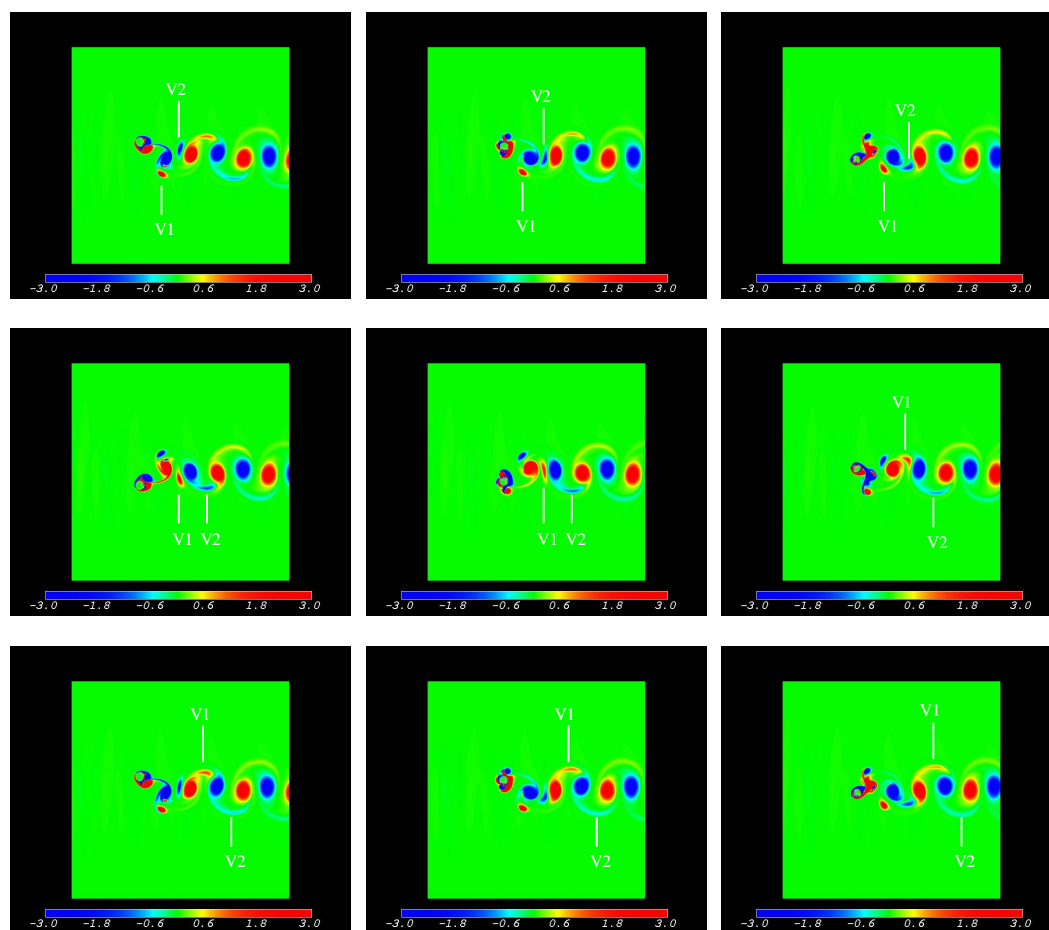


Figura 20: campos instantâneos de vorticidade da simulação 6 (intermediário oito-arco côncavo, sentido horário)

A simulação 7 (intermediário oito-arco côncavo, sentido anti-horário) (figura 21) apresentou um comportamento mais visível do que a da simulação 5 (oito, sentido anti-horário). Como nas demais curvas em sentido anti-horário, os vórtices possuem baixa velocidade de deslocamento longitudinal, havendo, por conseguinte, uma interação entre os mesmos e a ausência de um padrão identificável para a esteira. Na região imediatamente posterior ao

cilindro, é possível visualizar-se a formação dos dois pares de vórtices a cada ciclo de oscilação.

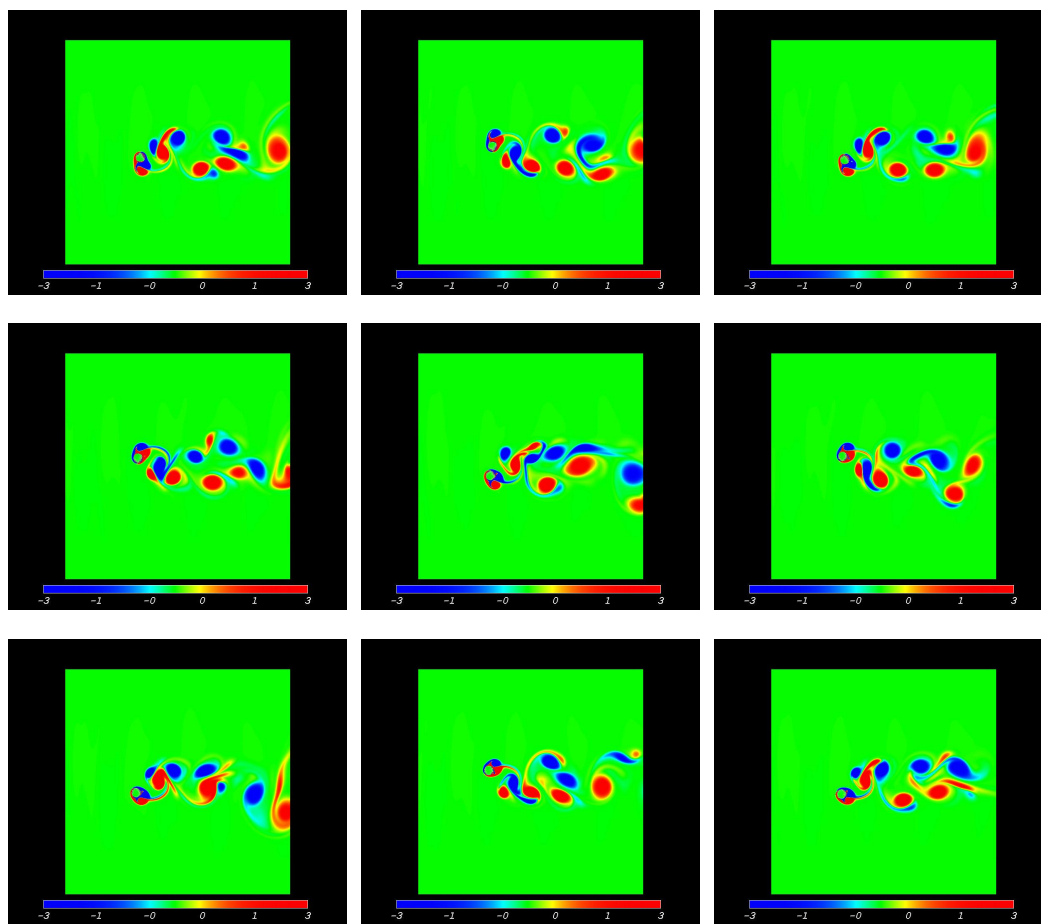


Figura 21: campos instantâneos de vorticidade da simulação 7 (intermediário oito-arco côncavo, sentido anti-horário)

A simulação 8 (arco côncavo) apresenta dois padrões visíveis para a esteira. A figura 22 ilustra o padrão observado na primeira metade da simulação. Ocorre o desprendimento de dois pares de vórtices por ciclo de oscilação. Os vórtices mais externos de cada par (V1 e V2) sofrem estiramento e se transformam nas camadas cisalhantes do lado inverso. Na segunda metade da simulação (figura 23) os vórtices V1, V2 e V3 sofrem emparelhamento, resultando em uma esteira com dois vórtices simples por ciclo.

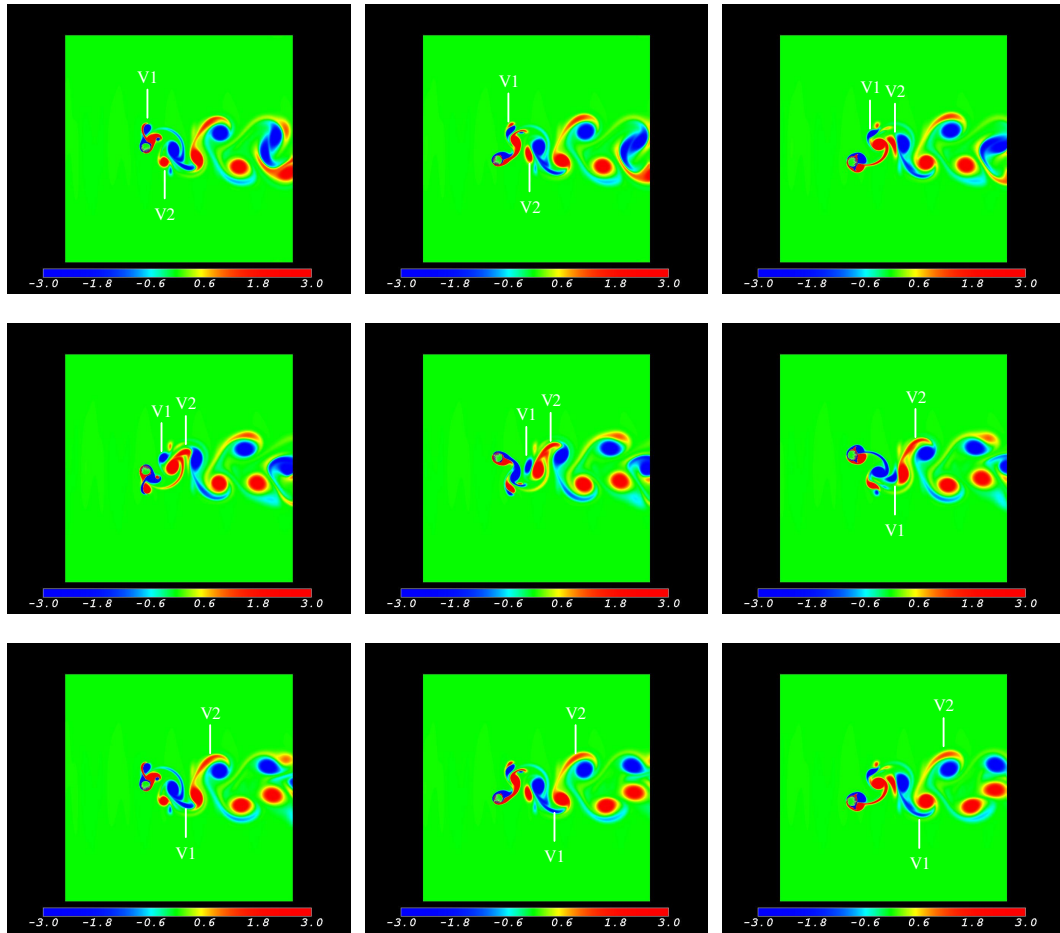


Figura 22: campos instantâneos de vorticidade na primeira metade da simulação 8 (arco côncavo)

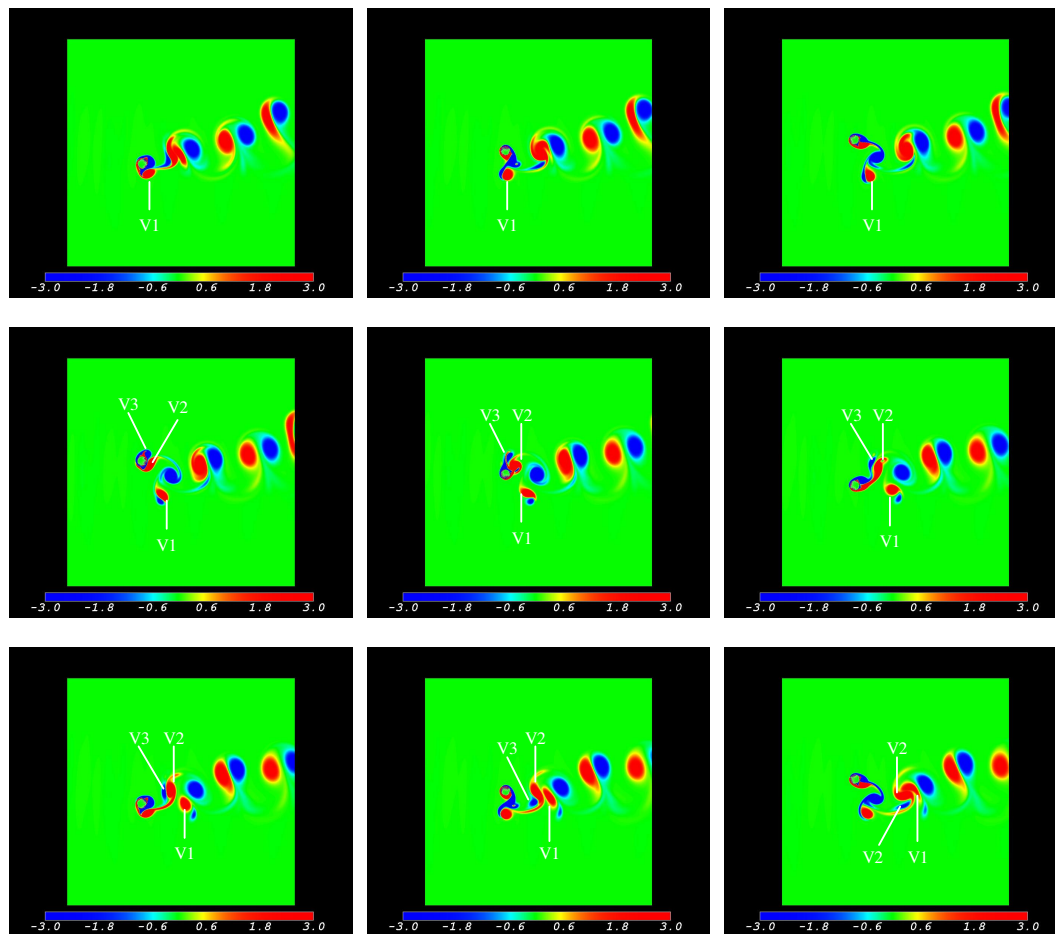


Figura 23: campos instantâneos de vorticidade na segunda metade da simulação 8 (arco côncavo)

Verificou-se que as trajetórias côncavas apresentaram esteiras melhor definidas do que as trajetórias convexas. Em relação às trajetórias em sentido anti-horário, a simulação 7 possui um padrão mais visível do que a simulação 5 que, por sua vez, possui um padrão mais visível do que a simulação 3. Tal comportamento também se percebeu tanto entre as trajetórias em sentido horário (simulações 2, 4 e 6) como na comparação entre as trajetórias em arco (simulações 1 e 8).

5.2 ANÁLISE DOS COEFICIENTES DE ARRASTO E SUSTENTAÇÃO

A tabela 1 explicita os valores obtidos dos coeficientes de arrasto e sustentação e o desvio padrão do coeficiente de sustentação:

Tabela 1: coeficientes médios de arrasto e sustentação e desvio padrão do coeficiente de sustentação

Simulação	$\langle C_D \rangle$	$\langle C_L \rangle$	σ_{C_L}
01	4,72	0,01	5,64
02	2,30	0,25	6,35
03	4,98	-0,30	4,60
04	2,27	0,05	7,83
05	4,98	-0,04	3,35
06	2,80	0	6,69
07	4,25	0	4,73
08	3,38	-0,12	6,18

Os dados da tabela 1 são visualizados graficamente através das figuras 24 a 26, as quais apresentam respectivamente os coeficientes médios de arrasto, coeficientes médios de sustentação e o desvio padrão do coeficiente de sustentação, de acordo com o tipo de trajetória e o sentido de rotação de cada simulação.

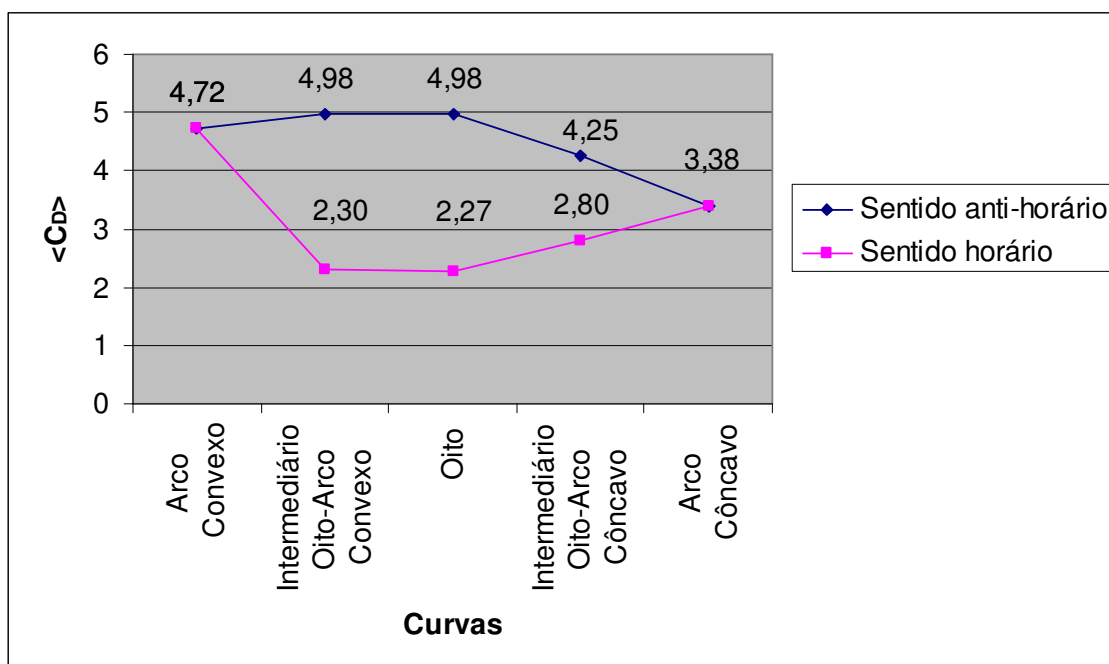


Figura 24: coeficientes médios de arrasto para as diferentes trajetórias

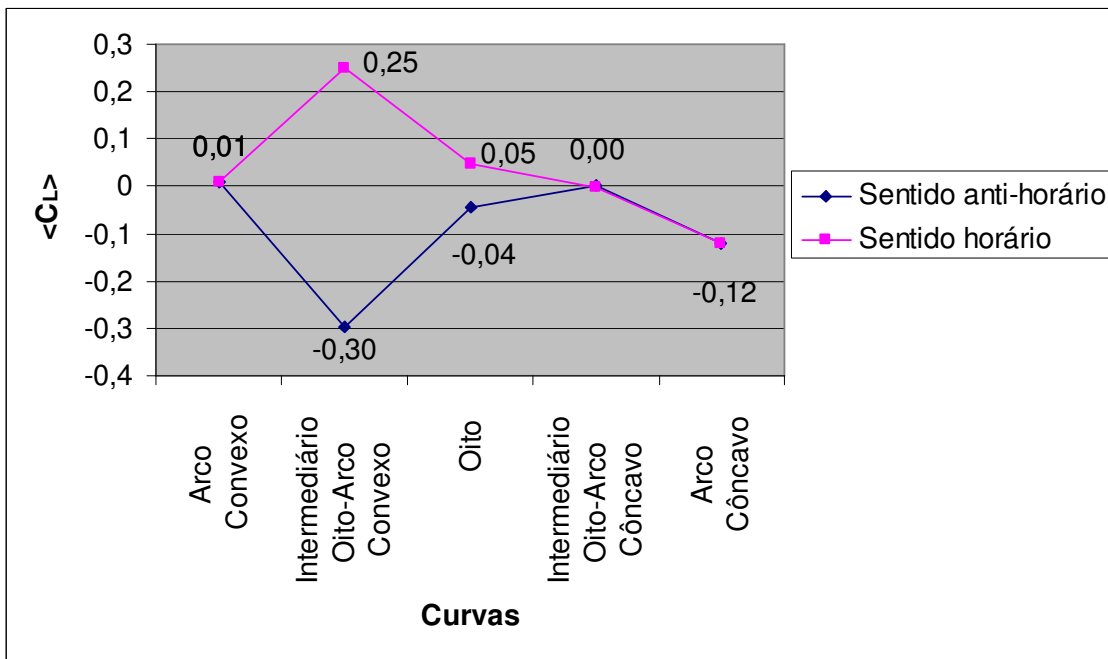


Figura 25: coeficientes médios de sustentação para as diferentes trajetórias

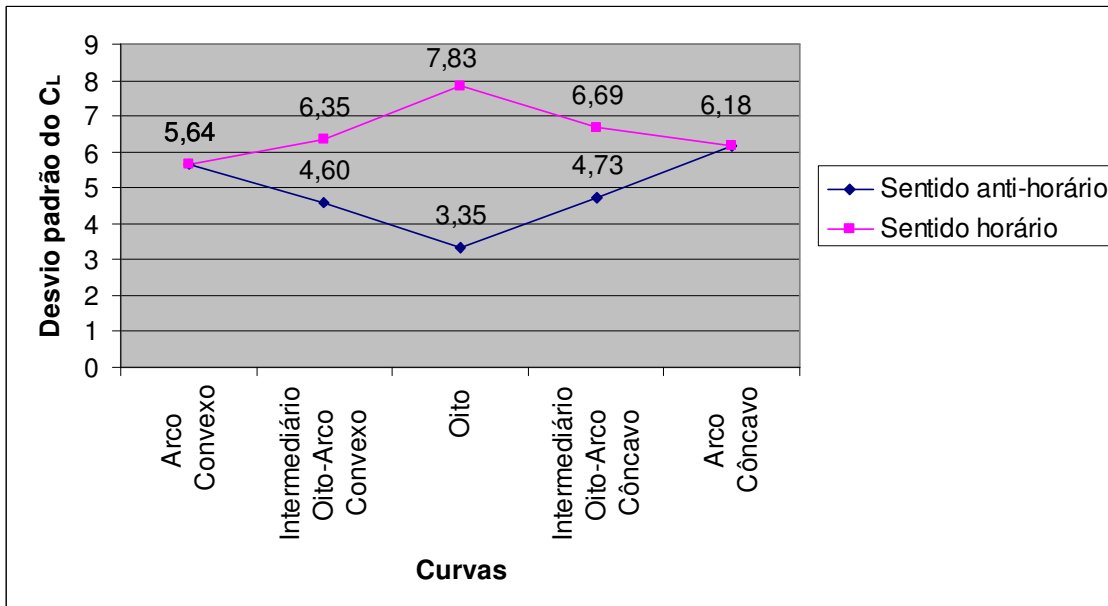


Figura 26: desvio padrão do coeficiente de sustentação para as diferentes trajetórias

Da análise dos três gráficos anteriores pode-se notar a influência do sentido de rotação. Obteve-se valores do coeficiente de arrasto médio nas trajetórias em sentido anti-horário de

até duas vezes os obtidos nas trajetórias em sentido horário. Tal variação pode ser explicada pela constatação da permanência dos vórtices junto ao cilindro durante maiores intervalos de tempo nas trajetórias em sentido anti-horário.

Quanto ao coeficiente de sustentação, o gráfico dos valores médios (figura 25) mostra-se praticamente simétrico em relação ao sentido de rotação, com exceção do arco côncavo. O desvio padrão do coeficiente de sustentação também confirma a influência do sentido de rotação, ao indicar valores para as trajetórias em sentido anti-horário maiores do que para as trajetórias em sentido horário.

5.3 ANÁLISE ESPECTRAL

A seguir são apresentados os resultados da análise espectral, realizada a partir do sinal do coeficiente de sustentação das simulações. Buscou-se identificar a influência do sentido de rotação e tipo de trajetória sobre os valores dos espectros. O eixo das abscissas representa a escala de frequência reduzida, o das ordenadas a energia cinética da turbulência e a coordenada transversal a simulação considerada.

Nas figuras 27 e 28 são apresentados os espectros para as trajetórias arco convexo (1), intermediário oito-arco convexo (2), oito (3), intermediário oito-arco côncavo (4) e arco côncavo (5). A figura 27 apresenta os espectros de potência do coeficiente de sustentação, para as trajetórias em sentido anti-horário. Observa-se que, neste caso, as trajetórias em arco apresentam os espectros mais energéticos. Nota-se que os valores das trajetórias intermediárias são menores, ambas convergindo em direção ao espectro da curva em oito.

A figura 28, por sua vez, apresenta os espectros de potência das trajetórias em sentido horário. Observa-se que, neste caso, o comportamento dos espectros é inverso ao das trajetórias em sentido anti-horário. As trajetórias em arco possuem os espectros menos energéticos e estes se mostram mais energéticos para a trajetória em oito.

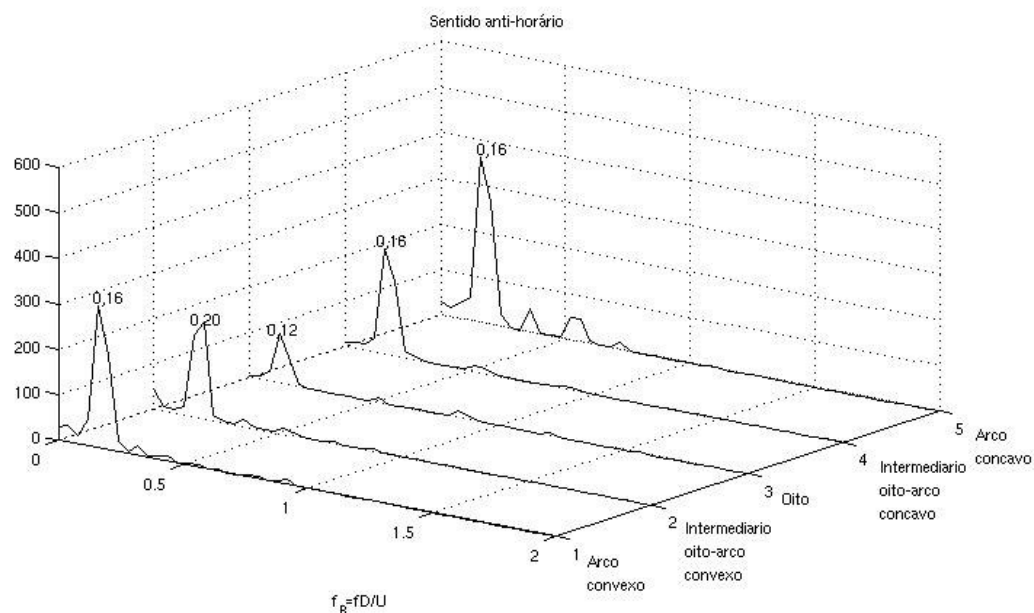


Figura 27: espectros de potência das curvas em sentido anti-horário, para as trajetórias arco convexo (1), intermediário oito-arco convexo (2), oito (3), intermediário oito-arco côncavo (4) e arco côncavo (5)

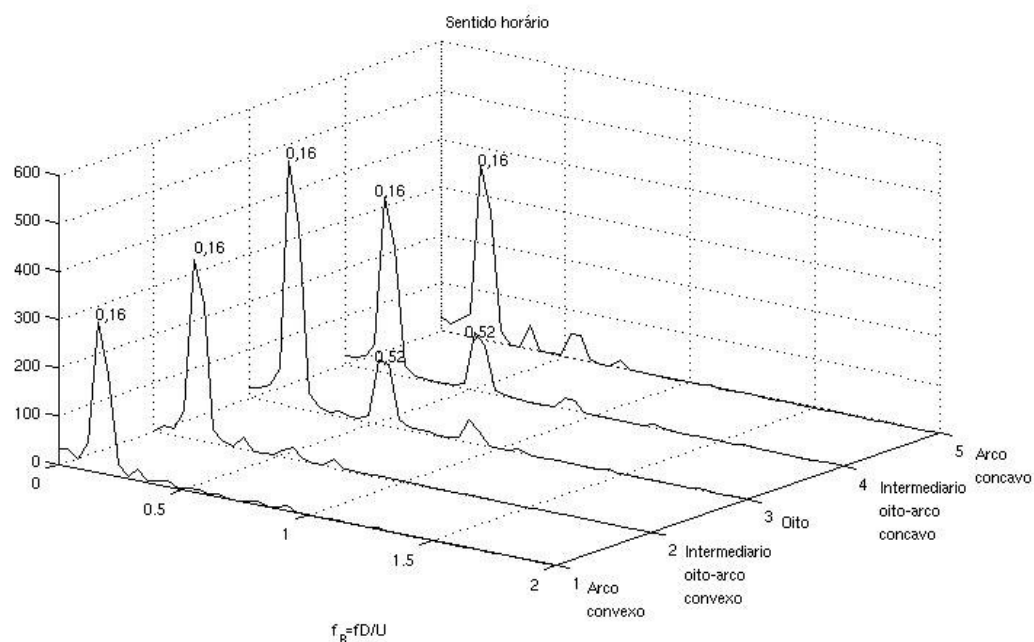


Figura 28: espectros de potência das curvas em sentido horário, para as trajetórias arco convexo (1), intermediário oito-arco convexo (2), oito (3), intermediário oito-arco côncavo (4) e arco côncavo (5)

As figuras 29 a 31 exibem os espectros das curvas intermediário oito-arco convexo, oito e intermediário oito-arco côncavo, respectivamente, em ambos os sentidos de rotação. Nos três casos, visualiza-se que o espectro das curvas no sentido horário é superior aos das curvas no sentido anti-horário. Na comparação destes espectros se observa, também, a presença de um segundo pico para as trajetórias em oito e intermediário oito-arco côncavo, ambos para o sentido horário (figuras 30 e 31), provavelmente devido ao emparelhamento de vórtices.

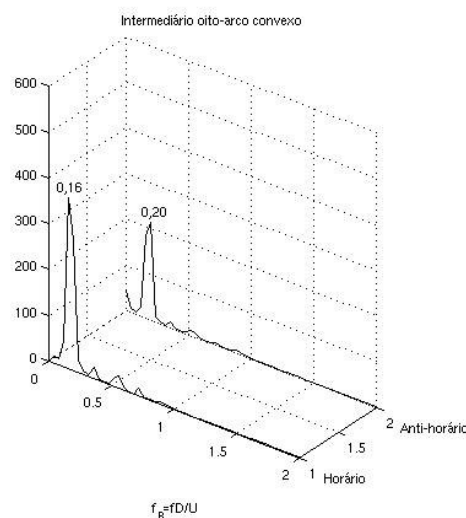


Figura 29: espectros de potência da trajetória intermediário oito-arco convexo, para os sentidos (1) horário e (2) anti-horário

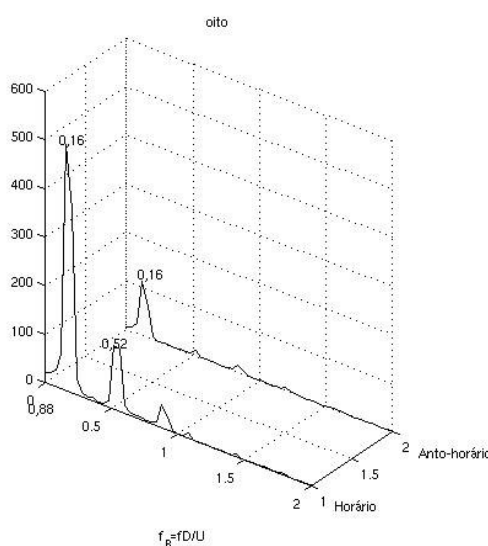


Figura 30: espectros de potência da trajetória em oito, para os sentidos (1) horário e (2) anti-horário

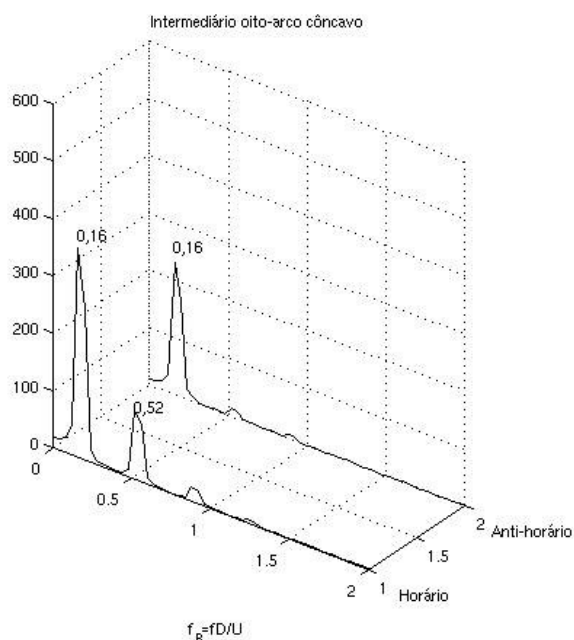


Figura 31: espectros de potência da trajetória intermediário oito-arco côncavo, para os sentidos (1) horário e (2) anti-horário

Como visto na análise dos padrões de desprendimento de vórtices, as trajetórias em sentido horário tenderam a apresentar vórtices menores, com maior velocidade de deslocamento longitudinal e de rotação, o que explica a maior energia apontada por seus espectros.

No início deste capítulo, foi mostrado que, a partir da análise das figuras dos campos de vorticidade instantâneos, não foi possível estabelecer visualmente padrões de esteiras definidos, para muitos dos casos simulados. Porém, a análise espectral mostra a presença de estruturas coerentes com frequências bem definidas.

6 CONCLUSÕES

Neste trabalho foram simulados, de forma bidimensional, escoamentos ao redor de cilindros em movimento forçado, utilizando Simulação Numérica Direta, para um único número de Reynolds, baseado no diâmetro, igual a 140. O código utilizado, Incompact3D, utiliza um esquema de diferenças finitas centradas compacto de sexta ordem, para a discretização espacial, e um esquema de Runge-Kutta, de baixo armazenamento, para as equações governantes. As trajetórias estabelecidas foram cinco (arco convexo, intermediário oito-arco convexo, oito, intermediário oito-arco côncavo e arco côncavo), e como parâmetros delas se adotaram os valores de 1,5 diâmetro para a amplitude transversal, 0,5 diâmetro para a amplitude longitudinal e frequência de oscilação do cilindro de 0,18, em valores adimensionais.

Os resultados evidenciam a influência do sentido de rotação nos campos instantâneos de vorticidade, nas forças dinâmicas de arrasto e sustentação (representadas pelos coeficientes de arrasto e sustentação) e nos espectros de energia cinética da turbulência.

A análise dos campos instantâneos de vorticidade apresenta, em alguns casos, um padrão definido na esteira, como no caso da trajetória em oito no sentido horário. Noutros casos, como na trajetória em oito em sentido anti-horário, não é possível visualizar um padrão de desprendimento de vórtices definido.

Para o caso de coeficiente de arrasto médio, os menores valores estão relacionados ao sentido de rotação horário e os maiores ao sentido de rotação anti-horário. O gráfico do coeficiente de sustentação médio, por sua vez, sugere uma simetria em torno de zero, de acordo com o sentido de rotação. As simulações com sentido de rotação horário apresentam valores positivos e as simulações com sentido de rotação anti-horário apresentam valores negativos de coeficiente de sustentação médio.

Para todos os casos, no sentido anti-horário, os vórtices permanecem mais tempo próximos ao cilindro do que no sentido horário. Consequentemente, ocorre um aumento do coeficiente de arrasto.

Os gráficos do coeficiente de arrasto médio e do desvio padrão do coeficiente de sustentação indicam um comportamento bem definido para a variação dos coeficientes de acordo com a trajetória. As trajetórias em oito apresentam os valores extremos, superior e inferior, havendo uma convergência dos valores a partir das trajetórias intermediárias em direção aos valores correspondentes às trajetórias em arco.

Semelhantemente, a análise espectral exhibe também este comportamento de convergência dos valores a partir dos valores extremos das trajetórias em oito em direção aos valores das trajetórias em arco. A análise espectral também demonstra que as simulações no sentido horário apresentam espectros mais energéticos que as simulações em sentido anti-horário.

Trajetoórias em sentido horário tendem a apresentar esteiras mais estreitas, com vórtices menores e padrões de desprendimento de mais fácil identificação, ao contrário das trajetórias em sentido anti-horário. Além disso, percebe-se que os vórtices das simulações em sentido horário são desprendidos com maior velocidade de deslocamento longitudinal e maior velocidade de rotação, o que explica os espectros mais energéticos destas trajetórias.

REFERÊNCIAS

- ATLANTIA OFFSHORE LIMITED, [200-?]. Disponível em:
<http://www.atlantia.com/seastar/images/scenarios_TLWPwFPSO.jpg>. Acesso em: 03 dez. 2008.
- BLEVINS, R. D. **Flow-induced vibration**. 2nd ed. Malabar, EUA: Krieger, 2001.
- BOEIRA, L., PINTO, L. C., SILVESTRINI, J. H., SCHETTINI, E. B. C. **Análise por simulação numérica do escoamento ao redor de um cilindro movendo-se em trajetórias transversal e em oito**. In: SIMPÓSIO DE MODELAGEM COMPUTACIONAL DO SUL, 3., 2009, Rio Grande. **Anais...** Rio Grande: Universidade Federal do Rio Grande, 2009. p. 53-58.
- BUARQUE, D. C. **Simulação numérica direta de um escoamento turbulento em um canal com fundo ondulado**. 2007. 143 f. Dissertação (Mestrado em Recursos Hídricos e Saneamento Ambiental) – Instituto de Pesquisas Hidráulicas. Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre.
- CATTANI, M. S. D. **Elementos de mecânica dos fluidos**. São Paulo: Edgard Blücher, 1990.
- DAHL, J. M.; HOVER, F. S.; TRIANTAFYLLOU, M. S. Two-degree-of-freedom vortex-induced vibrations using a force assisted apparatus. **Journal of Fluids and Structures**, v. 22, n. 6-7, p. 807-818, Aug.-Oct. 2006.
- FARFÁN, D. C. **Estudo do comportamento estático e dinâmico de um riser vertical com bóia de subsuperfície**. 2005. 97 f. Dissertação (Mestrado em Ciências e Engenharia do Petróleo) – Instituto de Geociências. Universidade Estadual de Campinas, Campinas.
- HOVER, F. **Statistical tools in modeling VIV of distributed structures**. In: CONFERENCE ON BLUFF BODY WAKES AND VORTEX-INDUCED VIBRATIONS, 5., 2007, Costa do Sauípe. **Proceedings...** [S.l.: s.n.], 2007. p. 1-2.
- JEON, D.; GHARIB, M. On circular cylinders undergoing two-degree-of-freedom forced motions. **Journal of Fluids and Structures**, v. 15, n. 3-4, p. 533-541, Apr. 2001.
- KAIKTSIS, L.; TRIANTAFYLLOU, G. S. **Computational study of hydrodynamic forces on a cylinder vibrating transversely and in-line to a steady stream**. In: CONFERENCE ON BLUFF BODY WAKES AND VORTEX-INDUCED VIBRATIONS, 5., 2007, Costa do Sauípe. **Proceedings...** [S.l.: s.n.], 2007. p. 19-23.
- KUBOTA, H. Y. **Comportamento dinâmico de um “riser” rígido de produção**. 2003. 108 f. Dissertação (Mestrado em Ciências e Engenharia do Petróleo) – Instituto de Geociências. Universidade Estadual de Campinas, Campinas.
- LAMBALLAIS, E.; SILVESTRINI, J. H. **Documentação do código Incompact3d**. Poitiers, França, 1999.
- LELE, S. K. Compact finite difference schemes with spectral-like resolution. **Journal of Computational Physics**, v. 103, p. 16-42, Nov. 1992.

MARTINEZ, D. M. V. **Transição à turbulência na camada de mistura estavelmente estratificada utilizando simulação numérica direta e simulação de grandes escalas**. 2006. 152 f. Tese (Doutorado em Recursos Hídricos e Saneamento Ambiental) – Instituto de Pesquisas Hidráulicas. Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre.

MUNSON, B. R.; YOUNG, D. F.; OKIISHI, T. H. **Fundamentos da mecânica dos fluidos**. São Paulo: Edgard Blücher, 2004.

PINTO, L. C. **Análise por simulação numérica do desprendimento de vórtices de um cilindro circular em movimento forçado**. 2008. 91 f. Dissertação (Mestrado em Recursos Hídricos e Saneamento Ambiental) – Instituto de Pesquisas Hidráulicas. Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre.

RIBEIRO, P. A. R. **Desprendimento de vórtices e controle em esteira de cilindros por simulação numérica direta**. 2002. 94 f. Dissertação (Mestrado em Recursos Hídricos e Saneamento Ambiental) – Instituto de Pesquisas Hidráulicas. Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre.

ROCHA, S. D. **Colisão entre risers de sistemas oceânicos em águas profundas**. 2007. 157 f. Tese (Doutorado em Ciências em Engenharia Oceânica) – Coordenação dos Programas de Pós-Graduação em Engenharia. Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro.

ROSAURO, N. M. L. **Equações diferenciais de conservação da quantidade de movimento**. Porto Alegre: [s. n.], [199-?].

SHAMES, I. H. **Mecânica dos fluidos**. São Paulo: Edgard Blücher, 1973.

SILVESTRINI, J. H. **Simulação numérica direta e de grandes escalas de escoamentos transicionais e turbulentos**. In: ESCOLA BRASILEIRA DE PRIMAVERA TRANSIÇÃO E TURBULÊNCIA, 2., 2000, Uberlândia. **Anais...** Uberlândia: Associação Brasileira de Ciências Mecânicas, 2000. p. 148-219.

VALDIVIA, P. G.; MOROOKA, C. K.; BORDALO, S. N.; MATT, C. G. C.; FRANCISS, R. **Resposta dinâmica de um riser rígido em catenária devido à excitação induzida pelo escoamento interno**. In: CONGRESSO BRASILEIRO DE PESQUISA E DESENVOLVIMENTO EM PETRÓLEO E GÁS, 4., 2007, Campinas. **Anais...** Natal: Associação Brasileira de Pesquisa e Desenvolvimento em Petróleo e Gás, 2007.

VITOLA, M. A. **Influência de um contorno plano sobre o desprendimento de vórtices ao redor de um cilindro circular**. 2006. 178 f. Tese (Doutorado em Recursos Hídricos e Saneamento Ambiental) – Instituto de Pesquisas Hidráulicas. Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre.

WHITE, F. M. **Mecânica dos fluidos**. 4. ed. Rio de Janeiro: McGraw-Hill, 2002.

WILLIAMSON, C. H. K.; ROSHKO, A. Vortex formation in the wake of an oscillating cylinder. **Journal of Fluids and Structures**, v. 2, n. 4, p. 355-381, Jul. 1988.

WILLIAMSON, J. H. Low-storage Runge-Kutta schemes. **Journal of Computational Physics**, v. 35, p. 48-56, Mar. 1980.