

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
ESCOLA DE ENGENHARIA - CURSO DE ENGENHARIA MECÂNICA
TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO

ROTINA MATEMÁTICA PARA ANÁLISE DE FREIO HIDRÁULICO VEICULAR
CONSIDERANDO FORÇAS AERODINÂMICAS E DE RESISTÊNCIA AO
ROLAMENTO

por

Marcus Vinícius Dall’Agnol Signor

Monografia apresentada ao Departamento de Engenharia Mecânica da Escola de Engenharia da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, como parte dos requisitos para obtenção do diploma de Engenheiro Mecânico.

Porto Alegre, novembro de 2020

DADOS INTERNACIONAIS DE CATALOGAÇÃO

CIP - Catalogação na Publicação

Dall'Agnol Signor, Marcus Vinícius
ROTINA MATEMÁTICA PARA ANÁLISE DE FREIO HIDRÁULICO
VEICULAR CONSIDERANDO FORÇAS AERODINÂMICAS E DE
RESISTÊNCIA AO ROLAMENTO / Marcus Vinícius Dall'Agnol
Signor. -- 2020.
31 f.
Orientador: Patric Daniel Neis.

Trabalho de conclusão de curso (Graduação) --
Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Escola de
Engenharia, Curso de Engenharia Mecânica, Porto
Alegre, BR-RS, 2020.

1. Freios. 2. Segurança. 3. Veículo. I. Daniel
Neis, Patric, orient. II. Título.

Elaborada pelo Sistema de Geração Automática de Ficha Catalográfica da UFRGS com os dados fornecidos pelo(a) autor(a).

Marcus Vinícius Dall’Agnol Signor

ROTINA MATEMÁTICA PARA ANÁLISE DE FREIO HIDRÁULICO VEICULAR
CONSIDERANDO FORÇAS AERODINÂMICAS E DE RESISTÊNCIA AO
ROLAMENTO

ESTA MONOGRAFIA FOI JULGADA ADEQUADA COMO PARTE DOS
REQUISITOS PARA A OBTENÇÃO DO TÍTULO DE
ENGENHEIRO MECÂNICO
APROVADA EM SUA FORMA FINAL PELA BANCA EXAMINADORA DO
CURSO DE ENGENHARIA MECÂNICA

Prof. Mário Roland Sobczyk Sobrinho
Coordenador do Curso de Engenharia Mecânica

Projeto, Fabricação e Automação Industrial

Orientador: Prof. Patric D. Neis

Comissão de Avaliação:

Prof. Eduardo A. Perondi

Prof. Heraldo J. Amorim

Prof. Patric D. Neis

Porto Alegre, novembro de 2020

DEDICATÓRIA

Aos meus pais, sem os quais minhas conquistas não passariam de sonhos.

AGRADECIMENTOS

Aos colegas de aula, pelo apoio mútuo e troca de conhecimento ao longo do curso.

À RS Racing UFRGS e seus membros, por me ensinar a importância do trabalho em grupo.

À OTMZA e seus membros, por despertar em mim o espírito empreendedor e o desejo por desafios.

À STIHL e seus colaboradores, pelos exemplos de profissionalismo, dedicação e competência.

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
ESCOLA DE ENGENHARIA - CURSO DE ENGENHARIA MECÂNICA
TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO – 2020

**ROTINA MATEMÁTICA PARA ANÁLISE DE FREIO HIDRÁULICO
VEICULAR CONSIDERANDO FORÇAS AERODINÂMICAS E DE
RESISTÊNCIA AO ROLAMENTO**

Dall’Agnol Signor, Marcus Vinícius

signormarcus@gmail.com

Resumo. *O presente estudo descreve uma rotina matemática programada em MATLAB para análise e dimensionamento de sistemas de freios hidráulicos manuais. São considerados os efeitos de resistência aerodinâmica, sustentação aerodinâmica e resistência ao rolamento para aprimoramento dos resultados. Como exemplo de uso, é analisado o sistema de freios de um protótipo WEC Hypercar. A rotina é dividida em três partes: efeitos externos ao sistema de freios, análise de sistema de freios hidráulico manual e dinâmica de frenagem em linha reta e superfície não inclinada. São obtidos resultados sobre a desaceleração instantânea do veículo, carregamentos dinâmicos dos eixos, forças de frenagens ótimas e calculadas, ocorrência de travamento dos eixos e eficiência de frenagem. Com base nos resultados alcançados, conclui-se que a rotina atingiu o objetivo proposto.*

Palavras-chave: freios, veículo, segurança

**MATHEMATICAL ROUTINE FOR ANALYSIS OF VEHICULAR HYDRAULIC
BRAKES ACCOUNTING FOR AERODYNAMIC FORCES AND ROLLING
RESISTANCE**

Abstract. *The present study describes a mathematical routine programmed on MATLAB for analysis and dimensioning of manual hydraulic braking systems. The effects of aerodynamic drag, aerodynamic lift, and rolling resistance are taken into account to improve the results. As a use case, the braking system of a WEC Hypercar prototype is analyzed. The routine is divided into three stages: external effects to the braking system, manual hydraulic brake system analysis, and braking dynamics on straight line and flat surface. Results are obtained regarding vehicle deceleration, dynamic axle loads, optimum and calculated braking forces, axle lockup, and braking efficiency. Based on the achieved results, it's concluded that the routine achieved the proposed objective.*

Keywords: brakes, vehicle, safety

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Divisão estrutural de freios hidráulicos manuais.....	3
Figura 2 – Representação de ganhos mecânicos dos freios: (a) conceito de alavanca mecânica de um pedal; (b) conceito de alavanca hidráulica realizada entre cilindros mestre, linhas e pinças de freio.....	3
Figura 3 – Representação do sistema de <i>brake balance bar</i> com suas dimensões e forças principais.....	4
Figura 4 – Diagrama de fluxo de cálculo da rotina.....	7
Figura 5 – Diagrama de corpo livre com forças e dimensões relativas aos efeitos externos ao sistema de freios.....	8
Figura 6 – Carregamentos dinâmicos nos eixos e dimensões relacionadas.....	11
Figura 7 – Forças externas ao sistema de freios (Área 1)	13
Figura 8 – Coeficiente de tração de frenagem para ambos os eixos (Área 3)	13
Figura 9 – Forças de frenagem calculadas (Área 2) e ótimas (Área 3)	14
Figura 10 – Mapa de dinâmica de frenagem.....	15
Figura 11 – Coeficiente de tração de frenagem para ambos os eixos com $bb=0,35$	17
Figura 12 – Forças de frenagem calculadas e ótimas com $bb=0,35$	17
Figura 13 – Mapa de dinâmica de frenagem com $bb=0,35$	18
Figura 14 – Mapa de dinâmica de frenagem sem <i>downforce</i> aerodinâmico.....	18

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Propriedades empregadas nos cálculos.....	12
---	----

NOMENCLATURA

Símbolos

a	Coeficiente tabelado	[Adimensional]
A_{cf}	Área dos êmbolos de uma pinça de freio dianteira	[m ²]
A_{cr}	Área dos êmbolos de uma pinça de freio traseira	[m ²]
A_f	Área frontal do veículo	[m ²]
A_{mcf}	Área do êmbolo do cilindro mestre dianteiro	[m ²]
A_{mcr}	Área do êmbolo do cilindro mestre traseiro	[m ²]
b	Coeficiente tabelado	[Adimensional]
bb	Razão da força direcionada ao circuito dianteiro	[Adimensional]
BF	Fator de freio	[Adimensional]
C_D	Coeficiente de arrasto	[Adimensional]
C_L	Coeficiente de sustentação	[Adimensional]
da	Desaceleração instantânea	[g]
dm	Desaceleração máxima possível	[g]
D_f	Downforce aerodinâmico	[N]
D_{ff}	Downforce aerodinâmico no eixo dianteiro	[N]
D_{fr}	Downforce aerodinâmico no eixo traseiro	[N]
F_a	Força de arrasto aerodinâmico	[N]
F_{bf}	Força de frenagem dianteira	[N]
F_{br}	Força de frenagem traseira	[N]
F_p	Força aplicada pelo piloto	[N]
f_r	Coeficiente de resistência ao rolamento	[Adimensional]
F_s	Força de sustentação aerodinâmica	[N]
F_{xof}	Força ótima de frenagem dianteira	[N]
F_{xor}	Força ótima de frenagem traseira	[N]
F_{zdf}	Carregamento dinâmico no eixo dianteiro	[N]
F_{zdr}	Carregamento dinâmico no eixo traseiro	[N]
h_c	Distância do eixo de pivotamento do pedal até o eixo de fixação do <i>brake balance bar</i>	[m]

h_{cg}	Altura do centro de gravidade	[m]
h_p	Distância do eixo de pivotamento do pedal até o ponto de aplicação da força em metros	[m]
I_{wf}	Momento de inércia pneu/roda/disco dianteiro	[kgm ²]
I_{wr}	Momento de inércia pneu/roda/disco traseiro	[kgm ²]
L	Entre eixos	[m]
l_{cp}	Distância do centro de pressão ao eixo dianteiro	[m]
l_f	Distância do eixo dianteiro até o centro de gravidade	[m]
l_p	Razão de alavanca do pedal	[Adimensional]
P_f	Pressão de linha no circuito dianteiro	[Pa]
P_r	Pressão de linha no circuito traseiro	[Pa]
Red_f	Raio efetivo dos discos dianteiros	[m]
Red_r	Raio efetivo dos discos traseiros	[m]
Rt_f	Raio efetivo dos pneus dianteiros	[m]
Rt_r	Raio efetivo dos pneus traseiros	[m]
R_x	Força de resistência ao rolamento	[N]
v	Velocidade	[m/s]
W	Peso do veículo	[N]
Símbolos gregos		
α_{wf}	Desaceleração angular da roda dianteira	[rad/s ²]
α_{wr}	Desaceleração angular da roda traseira	[rad/s ²]
μ_{pf}	Coefficiente de atrito das pastilhas dianteiras	[Adimensional]
μ_{pr}	Coefficiente de atrito das pastilhas traseiras	[Adimensional]
μ_t	Coefficiente de atrito estático dos pneus	[Adimensional]
μ_{tcf}	Coefficiente de tração de frenagem no eixo dianteiro	[Adimensional]
μ_{tcr}	Coefficiente de tração de frenagem no eixo traseiro	[Adimensional]
μ_{tco}	Coefficiente de tração de frenagem ótimo	[Adimensional]
η_b	Eficiência de frenagem	[Adimensional]
η_c	Eficiência dos êmbolos da pinça de freio	[Adimensional]
η_p	Eficiência de alavanca do pedal	[Adimensional]

ρ	Massa específica do ar	[kg/m ³]
Abreviaturas e acrônimos		
EBD	<i>Electronic brake distribution</i>	
FIA	Federação internacional do automóvel	
WEC	<i>World Endurance Championship</i>	

SUMÁRIO

LISTA DE FIGURAS	vii
LISTA DE TABELAS	viii
NOMENCLATURA	ix
1. INTRODUÇÃO.....	1
2. FUNDAMENTAÇÃO.....	1
2.1 Efeitos físicos externos ao sistema de freios	2
2.1.1 Força de sustentação aerodinâmica	2
2.1.2 Resistência total ao movimento.....	2
2.2 Sistema de freios hidráulico manual.....	2
2.2.1 Dispositivo de acionamento	3
2.2.2 Dispositivo de transmissão.....	4
2.2.3 Freios de roda.....	4
2.3 Dinâmica veicular sob frenagem	5
2.3.1 Carregamento dinâmico dos eixos	5
2.3.2 Coeficiente de tração de frenagem	5
2.3.3 Forças ótimas de frenagem.....	6
2.3.4 Eficiência de frenagem.....	6
3. ESTUDO DE CASO	6
3.1 Requisitos da rotina matemática.....	6
3.2 Área 1: efeitos externos ao sistema de freios	7
3.3 Área 2: análise de sistema de freios hidráulico manual.....	9
3.4 Área 3: dinâmica de frenagem em linha reta e superfície não inclinada.....	10
4. RESULTADOS	12
5. CONCLUSÃO.....	15
REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS	16
APÊNDICE A	17
APÊNDICE B.....	18
APÊNDICE C.....	19
APÊNDICE D	19

1. INTRODUÇÃO

O automóvel moderno é composto por diversos sistemas de funcionalidades distintas que lhe permitem cumprir sua função com eficiência e confiabilidade. Alguns desses sistemas têm por objetivo proteger a integridade física do condutor e passageiros. Eles são compostos por dispositivos de segurança e são classificados como ativos ou passivos. Os sistemas ativos atuam na prevenção e redução de acidentes. Os passivos são acionados apenas caso estes ocorram e buscam mitigar danos à integridade física do condutor, passageiros e pedestres (GARRETT; NEWTON; STEEDS, 2001, p. 924). O sistema de freios é um dispositivo de segurança ativo. Suas funções são desacelerar o automóvel ante a curvas e descidas, realizar paradas completas e manter o veículo estacionário em declives (LIMPERT, 1999).

Em veículos de competição, freios de qualidade são essenciais para obter a máxima performance possível. Quando projetados adequadamente, permitem frenagens em tempo e distância reduzidos. Assim, seu projeto deve ser feito criteriosamente, para que sua atuação seja confiável.

Atualmente não há um *software* de grande expressão destinado especificamente para a análise de freios e dinâmica de frenagem. Existem, porém, diversos *softwares* voltados à dinâmica veicular. Alguns dos mais conhecidos são o OptimumDynamics (OPTIMUMG, [s. d.]), CarSim (MECHANICAL SIMULATION, [s. d.]), SimVehicle LT (REAL TIME TECHNOLOGIES, [s. d.]) e Adams Car (MSC SOFTWARE, [s. d.]). Eles permitem simular o comportamento dinâmico do veículo em diversos cenários, como curvas, frenagens e acelerações. Porém, por serem direcionados à análise completa de dinâmica do veículo, sua utilização requer a entrada de parâmetros definidos em estágios avançados de projeto, como o mapa de potência e torque do motor, relação de transmissão e geometria da suspensão. A maior quantidade de dados para obtenção de uma rotina funcional aumenta o tempo de desenvolvimento dos freios, pois limita o acesso a informações importantes de seu comportamento em etapas iniciais de projeto. Além disso, constatou-se em consulta a um engenheiro de uma grande montadora com instalações no Brasil que, para dimensionamento de freios em ambiente industrial, os *softwares* citados são dispensados, sendo comumente empregados cálculos analíticos e plataformas computacionais tais como Microsoft Excel.

Neste contexto, o presente trabalho busca preencher tal lacuna existente no fluxo de projeto de sistemas de freios através da programação de uma rotina matemático de baixo custo computacional. A rotina resultante deve auxiliar na previsão do comportamento dinâmico sob frenagem a partir de componentes selecionados para o sistema e uma quantidade mínima de parâmetros do veículo. Para aumento de precisão, são contemplados os efeitos aerodinâmicos e de resistência ao rolamento dos pneus devido às elevadas velocidades de operação em veículos de competição. A rotina é programada em MATLAB e pode ser utilizada para análise de veículos de dois eixos com freio hidráulico manual a disco, inclusive de passeio. Sua aplicação é exemplificada através da análise de um veículo de competição da categoria WEC Hypercar. A categoria Hypercar irá substituir a conhecida LMP1 a partir de 2021, e o protótipo JVS busca ser um representante brasileiro na competição.

2. FUNDAMENTAÇÃO

Os principais objetos de estudo para avaliação da performance de frenagem de um veículo são os efeitos físicos externos ao sistema de freios, o sistema hidráulico de freios e a dinâmica veicular sob frenagem. A seguir, cada um dos três itens é detalhado, assim como sua influência no processo de frenagem.

2.1 Efeitos físicos externos ao sistema de freios

Os efeitos físicos externos ao sistema de freios são efeitos decorrentes de outros sistemas do veículo, ou da interação do automóvel com o ambiente, que afetam a dinâmica de frenagem. Sua influência pode auxiliar ou prejudicar o processo de desaceleração, e, portanto, devem ser objetos de análise detalhada.

2.1.1 Força de sustentação aerodinâmica

A força de sustentação aerodinâmica é uma força vertical proveniente da diferença de pressão entre o ar acima e abaixo do veículo (D. GILLESPIE, 1992, p. 103). Como a força de atrito máxima é proporcional à força normal exercida sobre a superfície de contato (HALLIDAY; RESNICK, 2013, p. 119), manipular a sustentação aerodinâmica pode trazer grandes benefícios ao desempenho em curvas e frenagens, pois, através dela, é possível aumentar a normal sobre os pneus sem adição de massa extra ao automóvel.

Para que isso aconteça, é necessário desenvolver a forma global do veículo para que seu coeficiente de sustentação seja negativo, ou seja, que a força resultante seja no mesmo sentido da força peso (para baixo), o oposto do que ocorre em asas de avião. Valores positivos (para cima) são prejudiciais ao controle em curvas e frenagens pois reduzem a aderência com a pista, causando deslizamento e travamento precoce das rodas (D. GILLESPIE, 1992, p. 103). Quando negativa, a força de sustentação é conhecida como *downforce*.

2.1.2 Resistência total ao movimento

Segundo (BOSCH, 2004, p. 418), a soma das sempre presentes forças de arrasto aerodinâmico e resistência ao rolamento dos pneus constitui a resistência total ao movimento em superfícies não inclinadas. Sua magnitude corresponde à força a ser exercida pelo trem de força do veículo para manter uma velocidade constante em um plano não inclinado. Como o acelerador não é acionado durante frenagens, não há torque do motor opondo as cargas de resistência ao movimento, que, por consequência, auxiliam o processo de desaceleração.

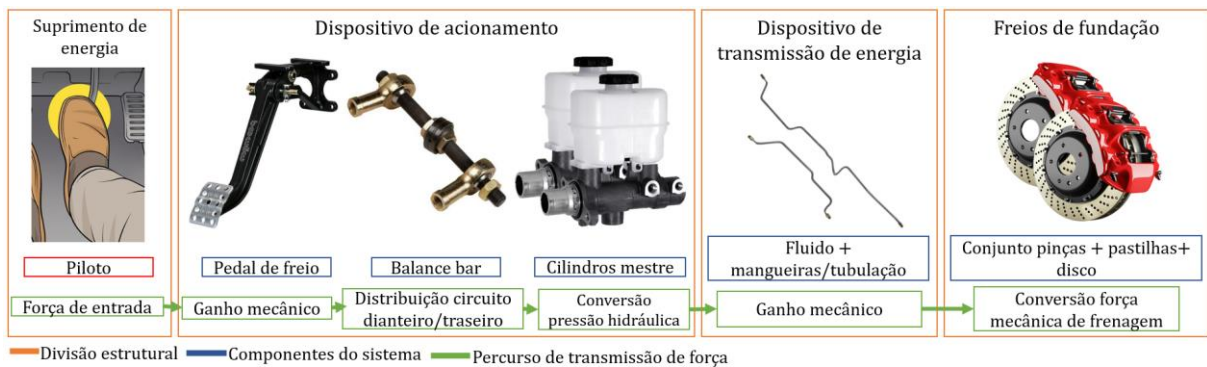
O arrasto aerodinâmico é a força oposta ao deslocamento do automóvel através do ar. Ele tem sua origem em três fontes: a resistência de forma (devido ao formato da carroceria), a resistência de atrito (devido a viscosidade do ar) e as correntes de ar (que entram no veículo para refrigeração) (NICOLAZZI; DA ROSA; LEAL, 2012, p. 54).

Assim como o arrasto aerodinâmico, a resistência ao rolamento é uma força oposta ao sentido de movimento, manifestando-se sempre que a velocidade do veículo é diferente de zero. Os efeitos dissipadores de energia que a originam ocorrem principalmente em duas fontes: nos pneus e no solo. Nos pneus, através de sucessivas deformações da banda de rodagem e das lonas da carcaça, gerando um laço de histerese onde a energia é dissipada na forma de calor. Já no solo as perdas se dão devido à deformação pela criação de um sulco durante a passagem do pneu (NICOLAZZI; DA ROSA; LEAL, 2012, p. 9). Para visualizar os efeitos, é possível imaginar a resistência sentida ao andar de bicicleta com pneu murcho (primeira fonte) ou em areia fofa (segunda fonte).

2.2 Sistema de freios hidráulico manual

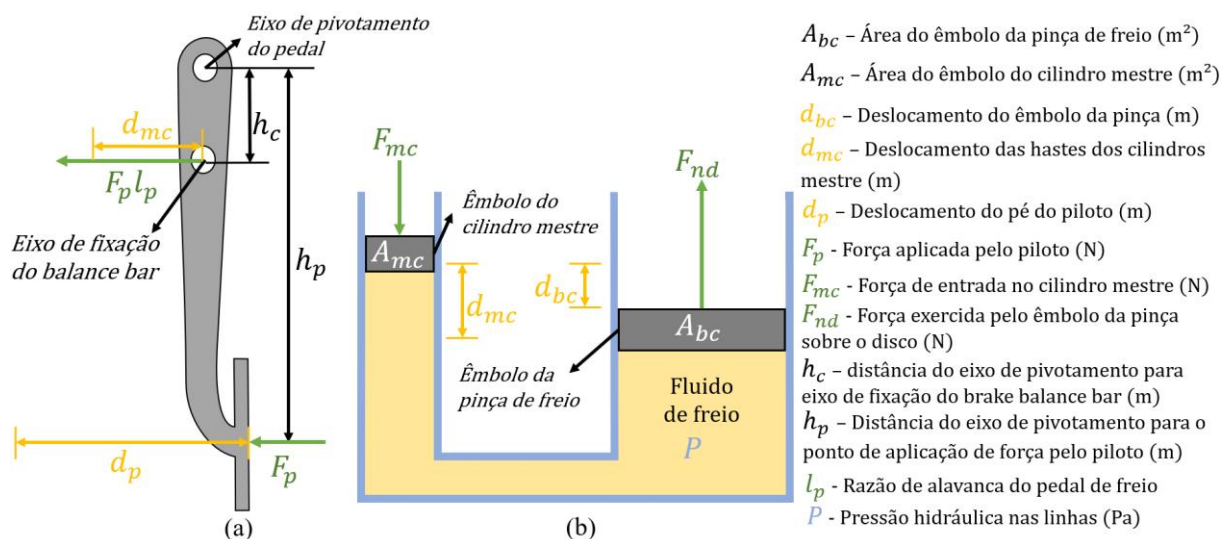
Freios hidráulicos manuais consistem em sistemas que utilizam a força do piloto como único suprimento de energia (LIMPERT, 1999, p. 179) e fluido como meio de transmissão. O diagrama da Figura 1 exemplifica o funcionamento do sistema apresentando seus principais componentes e suas funções, o percurso de transmissão de força e divisão estrutural proposta por (LIMPERT, 1999, p. 3).

Figura 1 – Divisão estrutural de freios hidráulicos manuais. (LIMPERT, 1999, p. 3)



Por não haver assistência de suprimento de energia, são empregadas soluções geradoras de ganho mecânico para obter uma desaceleração satisfatória respeitando os limites físicos do piloto. No sistema estudado, elas estão presentes de duas formas: (I) através do princípio de alavanca mecânica no pedal, para que a força aplicada pelo piloto seja multiplicada ao ser transmitida para os cilindros mestre, conforme a Figura 2(a); (II) através de êmbolos das pinças de maior área que os êmbolos dos cilindros mestre, resultando no processo conhecido como alavanca hidráulica (HALLIDAY; RESNICK, 2013, p. 366), baseado no princípio de Pascal (Fig. 2(b)). Durante o projeto, é necessário analisar os dois processos em conjunto para garantir que a força de frenagem seja adequada e que haja deslocamento suficiente de fluido para exercer contato entre as pastilhas e os discos.

Figura 2 – Representação de ganhos mecânicos dos freios: (a) conceito de alavanca mecânica de um pedal; (b) conceito de alavanca hidráulica realizada entre cilindros mestre, linhas e pinças de freio.

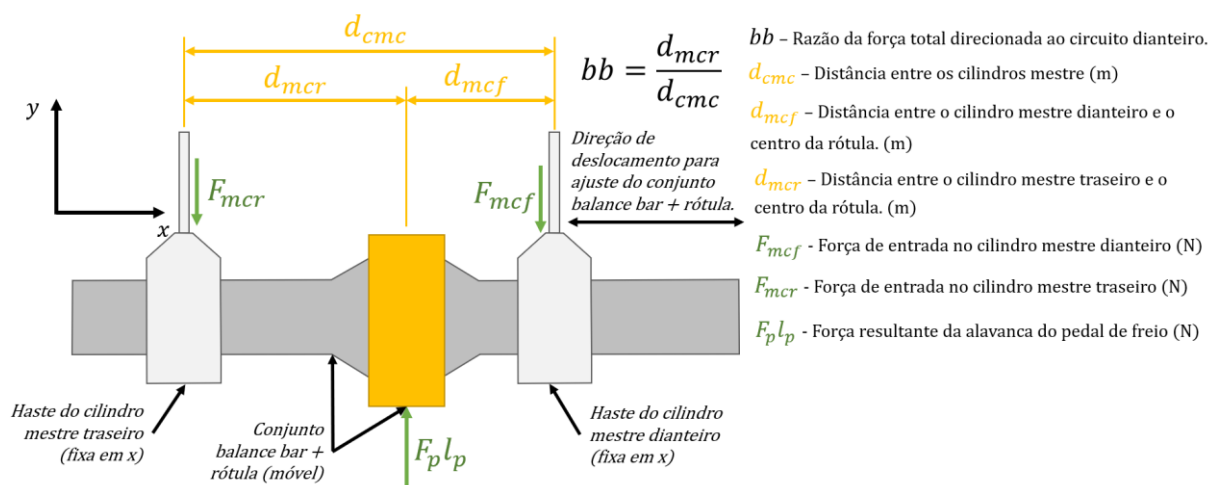


2.2.1 Dispositivo de acionamento

O dispositivo de acionamento é composto por três componentes principais: o pedal, o *brake balance bar* e os cilindros mestre. O pedal de freio é o componente de *interface* com o piloto, atuando como uma alavanca geradora de ganho mecânico para a força aplicada.

Devido a regulamentações legais, é necessário que sistemas de freios possuam dois circuitos independentes, de modo que o piloto ainda disponha de capacidade de frenagem caso um deles falhe (BOSCH, 2004, p. 805). Logo, é necessário realizar a distribuição da força de entrada entre os circuitos. Um método para sistemas de freios hidráulicos manuais é utilizar dois cilindros mestre e um *brake balance bar*. A solução é ajustável, permitindo modificar a configuração de equilíbrio do *brake balance bar* e, por consequência, a proporção da força transmitida para cada cilindro mestre (PUHN, 1985, p. 74), como mostra a Figura 3. A razão da força direcionada ao cilindro mestre do circuito dianteiro é representada pelo termo *bb* (adimensional). A força transmitida é, então, convertida em pressão hidráulica pelos cilindros mestre ao pressurizar o fluido contido nas linhas de freio.

Figura 3 – Representação do sistema de *brake balance bar* com suas dimensões e forças principais.



2.2.2 Dispositivo de transmissão

O dispositivo de transmissão compreende os componentes localizados na região entre os êmbolos dos cilindros mestre e os êmbolos das pinças de freio. Os principais são as linhas de freio, também conhecidas como mangueiras ou tubulação, e o fluido, que atua como meio de transmissão de energia. Além deles, podem haver conectores e sensores, de acordo com a necessidade de cada projeto. Para freios hidráulicos, duas leis são assumidas em um sistema apropriadamente selado (PUHN, 1985, p. 42):

- O fluido é incompressível;
- A pressão é igual em todas as superfícies do sistema contenedor.

Ao utilizar linhas de freio flexíveis de borracha, estas tendem a expandir devido a pressão interna quando o sistema é acionado. Seu aumento de volume faz com que o deslocamento necessário de fluido cresça, aumentando o curso do pedal e causando a sensação de um freio “esponjoso” (PUHN, 1985, p. 60). Para contornar esse efeito, é possível utilizar mangueiras de aço inoxidável trançadas, conhecidas como *Aeroquip*. O *Aeroquip* apresenta uma deformação desprezível sobre condições normais de operação, permitindo desconsiderar os efeitos de expansão das linhas nos cálculos.

2.2.3 Freios de roda

Os freios de roda são o conjunto de componentes onde as forças que opõem o movimento do veículo são geradas (LIMPERT, 1999, p. 4). No sistema analisado são compostos pelas

pinças, pastilhas, disco, rodas e pneus. É na interface entre o dispositivo de transmissão e os freios de roda onde ocorre a conversão da pressão hidráulica em força mecânica, que pressiona as pastilhas contra os discos, resultando nas forças de frenagem.

2.3 Dinâmica veicular sob frenagem

A dinâmica veicular sob frenagem consiste no comportamento do automóvel quando submetido às forças características de um processo de frenagem. Sua análise fornece informações sobre a performance estimada do veículo, como, por exemplo, sua desaceleração, condições de travamento dos eixos e utilização do atrito disponível com a pista. A seguir, são fornecidos alguns conceitos de dinâmica veicular sob frenagem.

2.3.1 Carregamento dinâmico dos eixos

O carregamento dinâmico dos eixos representa a força normal exercida sobre cada eixo durante o processo de frenagem. Determiná-lo é essencial para a análise de dinâmica de frenagem, pois a força máxima de atrito estático para frenagem depende da força normal exercida sobre cada eixo. Os carregamentos variam de duas formas: a primeira é através da velocidade, que resulta em mudanças na magnitude do *downforce* aerodinâmico, e a segunda é através da desaceleração.

A desaceleração resulta em uma força de inércia atuante sobre o centro de gravidade do veículo. Ela pode ser sentida pelo corpo em frenagens ou acelerações bruscas. A força de inércia gera momento em relação aos eixos do veículo. Dessa forma, as reações em cada eixo se adequam a um novo estado de equilíbrio. Esse processo é conhecido como transferência de carga e depende da altura do centro de gravidade, da distância entre os eixos, e da desaceleração instantânea (NICOLAZZI; DA ROSA; LEAL, 2012, p. 93). Em processos de frenagem, a transferência ocorre do eixo traseiro para o dianteiro. O efeito pode ser verificado visualmente através da compressão da suspensão dianteira durante o acionamento dos freios, resultante do maior carregamento no eixo.

2.3.2 Coeficiente de tração de frenagem

O coeficiente de tração de frenagem é a razão entre a força de frenagem em determinado eixo e seu carregamento dinâmico (LIMPERT, 1999, p. 297). Em outras palavras, é a razão entre a força de atrito gerada pelo sistema de freios e a força normal atuante. Conclui-se, através das propriedades do atrito (HALLIDAY; RESNICK, 2013, p. 119), que o coeficiente de tração de frenagem é igual ao mínimo coeficiente de atrito necessário entre o pneu e a pista para que o sistema continue em regime de atrito estático. Isso o torna um parâmetro útil para a análise dinâmica, pois é possível compará-lo ao coeficiente de atrito estático disponível entre o pneu e a pista e determinar se ocorrerá travamento das rodas. O travamento ocorre quando o valor do coeficiente de tração de frenagem supera o do coeficiente de atrito estático pneu/pista. Por exemplo, supondo que um veículo tem uma força de frenagem de 300 N na dianteira e 100 N na traseira e que as normais nos eixos são 600 N na dianteira e 400 N na traseira. Seus coeficientes de tração de frenagem são respectivamente 0,5 e 0,25.

O travamento precoce do eixo traseiro causa severa instabilidade, gerando a tendência do veículo rodar (D. GILLESPIE, 1992, p. 71). Logo, o projetista deve dimensionar o sistema para que o travamento ocorra antes nas rodas dianteiras. Para que isso aconteça, conforme aumentam as forças de frenagem, o coeficiente de tração de frenagem no eixo dianteiro deve ser maior que o traseiro.

2.3.3 Forças ótimas de frenagem

As forças ótimas de frenagem são atingidas quando o coeficiente de tração de frenagem é igual em ambos os eixos, pois indica que ambos necessitam do mesmo coeficiente de atrito para manutenção do regime estático. Um sistema com esse comportamento possibilita ao veículo atingir a máxima desaceleração possível pois as quatro rodas atingem o limiar de travamento no mesmo instante, garantindo que toda aderência disponível é utilizada.

Em geral, o coeficiente de tração de frenagem é diferente entre um eixo e outro (LIMPERT, 1999, p. 298). Quando ele é igual em ambos os eixos é chamado de coeficiente de tração de frenagem ótimo. Na prática seu valor será sempre intermediário entre o dianteiro e o traseiro. Retornando ao exemplo anterior, como a soma das forças de frenagem é de 400 N e a soma das normais é 1000 N, o coeficiente ótimo de frenagem é de 0,4, um valor intermediário. Logo, as forças ótimas de frenagem para o caso analisado são de 240 N na dianteira e 160 N na traseira. Sua soma continua 400 N, porém agora ambos eixos possuem o mesmo coeficiente de tração de frenagem de 0,4.

Segundo (LIMPERT, 1999, p. 302), quanto maior a desaceleração, maior também a parcela das forças de frenagem dianteiras em relação as forças de frenagem totais na condição ótima. O fenômeno ocorre com aumento do carregamento dinâmico no eixo dianteiro e diminuição no traseiro devido à transferência de carga. Porém, sistemas de freios hidráulicos manuais possuem a distribuição das forças de frenagens fixa, determinada pelo ajuste prévio do *brake balance bar*. Dessa forma, é impossível manter as forças reais de frenagem iguais às ótimas em todo instante. Em veículos dotados de freios assistidos, sistemas eletrônicos de distribuição de frenagem (EBD) cumprem a função de aproximar a distribuição real da ótima (BOSCH, 2004, p. 808).

2.3.4 Eficiência de frenagem

A eficiência de frenagem, segundo (D. GILLESPIE, 1992, p. 69), é a razão entre desaceleração atingida pelo veículo e a máxima desaceleração possível. Por exemplo, em um veículo cuja aderência permita atingir uma desaceleração de 1,25 g, o piloto executa uma leve redução de velocidade com desaceleração de 0,25 g. Nesse caso, a eficiência de frenagem do sistema é de 20%. A eficiência de frenagem aumenta com o crescimento das forças de frenagem e desaceleração até a ocorrência de travamento de um dos eixos, quando cai bruscamente. A eficiência do sistema nunca pode ser maior que 100%.

3. ESTUDO DE CASO

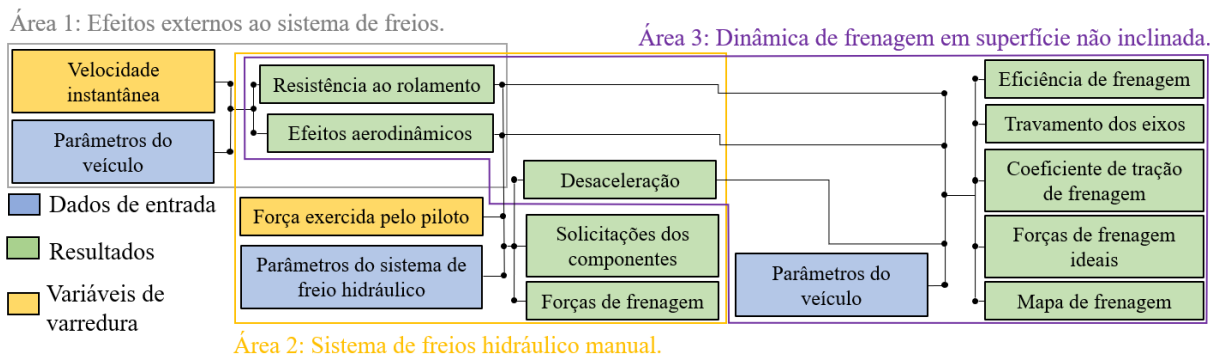
3.1 Requisitos da rotina matemática

A rotina matemática programada busca descrever o comportamento dinâmico de frenagem em linha reta e plano não inclinado a partir de parâmetros do veículo e dos componentes analisados. Assim, pode ser utilizada na avaliação de um veículo já existente ou para auxílio em tomadas de decisões de projeto. Como forma de delimitar seu escopo, foram observadas as normas da categoria WEC Hypercar, que determinam que o sistema de freios deve ser do tipo hidráulico manual, com dois circuitos hidráulicos independentes e sem assistência eletrônica (FIA, 2020, seq. 11.1). A análise do protótipo JVS WEC Hypercar será apresentada como exemplo de utilização da rotina. Devido à natureza da aplicação, o estudo é restrito a sistemas de freios do tipo a disco. A rotina é dividida em três áreas principais: efeitos externos ao sistema de freios, sistema de freio hidráulico manual e dinâmica de frenagem em linha reta e superfície não inclinada.

Na primeira área, são utilizados parâmetros de construção do veículo para calcular os efeitos externos ao sistema de freios em determinada velocidade instantânea. O arrasto aerodinâmico, o atrito interno dos componentes de transmissão/motor e a resistência ao rolamento dos pneus são os principais fatores externos ao sistema de freios a dissipar energia cinética (PUHN, 1985, p. 9). Não os considerar simplifica o processo de cálculo e resulta em uma performance de frenagem estimada menor do que a real. Visando a precisão dos resultados, os efeitos de arrasto e *downforce* aerodinâmicos e de resistência ao rolamento dos pneus são considerados no estudo por atuarem em tempo integral e independente da forma de conduzir do piloto. Contudo, o atrito interno dos componentes de transmissão/motor não foi incluído, ou seja, considerou-se o veículo sob frenagem com a transmissão desengrenada.

Na segunda área, são utilizados como parâmetros de entrada a força exercida pelo piloto e as especificações dos componentes do sistema de freios para determinar as forças de frenagem. Finalmente, na terceira área, são utilizados parâmetros de projeto do veículo (complementares aos usados na Área 1), junto aos resultados anteriores. Para prever o travamento de rodas e verificar a eficiência do sistema de freios no uso da aderência disponível entre os pneus e a pista. A Figura 4 mostra o diagrama de fluxo de cálculo utilizado para elaboração da rotina.

Figura 4 – Diagrama de fluxo de cálculo da rotina.



Como resultado, a rotina é capaz de fornecer informações (*outputs*) sobre, mas não limitado a: forças de frenagem, carregamentos dinâmicos nos eixos, desaceleração instantânea do veículo, ocorrência de travamento das rodas sob frenagem e grau de utilização do atrito disponível com a pista (eficiência de frenagem).

3.2 Área 1: efeitos externos ao sistema de freios

A rotina inicia o cálculo através da força de sustentação aerodinâmica. A Equação 1 descreve de forma semiempírica a força de sustentação aerodinâmica F_s , de acordo com (D. GILLESPIE, 1992, p. 103).

$$F_s = -D_f = \frac{1}{2} \rho v^2 C_L A_f \quad (1)$$

onde F_s é a força de sustentação aerodinâmica [N], D_f é o *downforce* aerodinâmico [N], ρ é a densidade do ar [kg/m^3], v é a velocidade instantânea do veículo [m/s], C_L é o coeficiente de sustentação aerodinâmica [adm] e A_f é a área frontal do veículo [m^2].

Então, é possível estabelecer a parcela do *downforce* total exercido sobre cada eixo através do somatório de forças e momentos no centro de pressão aerodinâmica, resultando nas Equações 2 e 3.

$$D_{ff} = \left(1 - \frac{l_{cp}}{L}\right) D_f \quad (2)$$

$$D_{fr} = D_f - D_{ff} \quad (3)$$

onde D_{ff} é o *downforce* no eixo dianteiro em Newtons (N), D_{fr} é o *downforce* no eixo traseiro em Newtons (N), l_{cp} é a distância do eixo dianteiro até o centro de pressão aerodinâmico em metros e L é o entre eixos do veículo em metros.

Posteriormente, avalia-se a força de arrasto aerodinâmico F_a , que, de acordo com (D. GILLESPIE, 1992, p. 97), pode ser caracterizada de forma semiempírica pela Equação 4.

$$F_a = \frac{1}{2} \rho v^2 C_D A_f \quad (4)$$

onde F_a é a força de arrasto aerodinâmico [N] e C_D é o coeficiente de arrasto aerodinâmico [adm].

A resistência ao rolamento R_x é determinada por último devido a sua dependência da normal do veículo e, por consequência, do *downforce* aerodinâmico. Segundo (D. GILLESPIE, 1992, p. 111), pode ser definida de acordo com a Equação 5.

$$R_x = f_r (W + D_f) \quad (5)$$

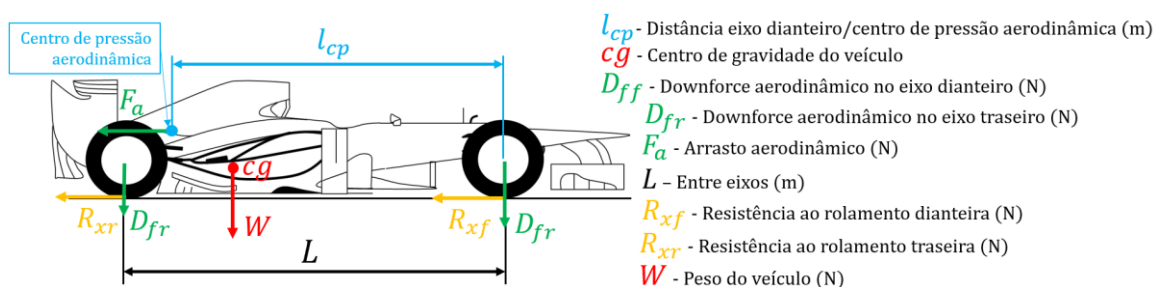
onde R_x é a força de resistência ao rolamento [N], f_r é o coeficiente de resistência ao rolamento [adm] e W é o peso do veículo [N]. A Equação 5 também pode ser utilizada para determinar a força de resistência ao rolamento em cada eixo através da substituição do termo $(W+D_f)$ pela normal exercida sobre o eixo analisado.

Para determinar o coeficiente de resistência ao rolamento f_r , existem soluções propostas considerando diferentes variáveis, como temperatura, velocidade e propriedades do solo. O método proposto por (NICOLAZZI; DA ROSA; LEAL, 2012, p. 14) utiliza dois coeficientes tabelados e a velocidade instantânea do veículo para determinar o coeficiente de resistência ao rolamento, definido pela Equação 6.

$$f_r = a + b \left(\frac{v}{100}\right)^2 \quad (6)$$

onde os coeficientes a e b são adimensionais e tem valores de 0,0258 e 0,052, respectivamente, para pneus de alta histerese (NICOLAZZI; DA ROSA; LEAL, 2012, p. 14). A Figura 5 apresenta o diagrama de corpo livre do veículo com todas as forças externas ao sistema de freios e dimensões relevantes para seus cálculos.

Figura 5 – Diagrama de corpo livre com forças e dimensões relativas aos efeitos externos ao sistema de freios.



3.3 Área 2: análise de sistema de freios hidráulico manual

Uma das funções do pedal de freio é gerar ganho mecânico à força aplicada pelo piloto. A magnitude do ganho é definida pela razão de alavanca, segundo a Equação 7:

$$l_p = \frac{h_p}{h_c} \quad (7)$$

onde l_p é a razão de alavanca do pedal [adm], h_p é a distância do eixo de pivotamento do pedal até o ponto de aplicação da força [m], e h_c é a distância do eixo de pivotamento do pedal até o eixo de fixação do *brake balance bar* [m].

A norma da categoria WEC Hypercar determina que o sistema de freios deve contar com dois circuitos hidráulicos independentes: um para o eixo dianteiro e outro para o traseiro (FIA, 2019, seq. 11.1.1). Logo, a força de entrada deve ser dividida entre os circuitos através do *brake balance bar*. Surge, então, a necessidade da adição de um termo à equação de pressão hidráulica das linhas dada por (LIMPERT, 1999, p. 180), que corresponda a proporção da força direcionada ao circuito analisado. Como resultado, obtém-se às Equações 8 e 9 para pressão de linha no circuito dianteiro (P_f) e traseiro (P_r) em Pa:

$$P_f = \frac{F_p l_p \eta_p}{A_{mcf}} bb \quad (8)$$

$$P_r = \frac{F_p l_p \eta_p}{A_{mcr}} (1 - bb) \quad (9)$$

onde F_p é a força aplicada pelo piloto ao pedal [N], η_p é a eficiência de alavanca do pedal com valor de 0,8 [adm] (LIMPERT, 1999, p. 180) e A_{mcf} e A_{mcr} são as áreas [m²] dos êmbolos dos cilindros mestre dianteiro e traseiro, respectivamente. O termo bb indica a razão da força aplicada ao pedal direcionada para o circuito dianteiro e pode variar de acordo com a regulagem do *brake balance bar*. Ele não deve ser confundido com a distribuição das forças de frenagens. A distribuição das forças de frenagens pode ser diferente da distribuição da força de entrada nos cilindros mestre, dada por bb , pois componentes dos freios de roda de cada sistema, como pinças e discos, podem ser diferentes entre os circuitos, mudando as forças de frenagem resultantes.

No cálculo das forças de frenagem, utiliza-se a equação dada por (LIMPERT, 1999, p. 180). Mas segundo (D. GILLESPIE, 1992, p. 53), convém subtrair a contribuição necessária para gerar a desaceleração angular das rodas. A combinação das duas equações resulta na Equação 10 para força de frenagem Fb_j , dada em newtons (N), e deve ser calculada de forma independente para o circuito dianteiro e traseiro. O índice “j” nas variáveis indica onde devem ser utilizados os dados correspondentes ao circuito analisado (frontal ou traseiro), sendo “f” para dianteira e “r” para traseira.

$$Fb_j = \frac{2P_j A_{cj} \eta_c B F Red_j - I_{wj} \alpha_{wj}}{Rt_j} = \frac{4P_j A_{cj} \eta_c \mu_{pj} Red_j - I_{wj} \alpha_{wj}}{Rt_j} \quad (10)$$

onde P_j é a pressão na linha de freio do eixo analisado [Pa]. A_{cj} é a área dos êmbolos de uma pinça de freio do eixo analisado [m²]. η_c é a eficiência dos êmbolos das pinças de freio [adm] com valor de 0,98 (LIMPERT, 1999, p. 181). BF é o fator de freio [adm] e, para freios a disco não auto energizantes, é equivalente a duas vezes o valor do coeficiente de atrito das pastilhas de freio μ_{pj} [adm] do eixo analisado (LIMPERT, 1999, p. 73). Red_j é o raio efetivo do disco, dado [m], e consiste no raio onde pode ser concentrada a força gerada pelo atrito das

pastilhas. Rt_j é o raio dos pneus no eixo analisado [m]. I_{wj} é o momento de inércia de rotação do conjunto roda/pneu/disco no eixo analisado [kgm^2]. A desaceleração angular das rodas α_{wj} [rad/s^2] depende da desaceleração do veículo para ser calculada. Como a desaceleração do veículo ainda não foi determinada nessa etapa, implementou-se um cálculo iterativo através do uso de um *loop while*, para garantir a convergência dos resultados. Na primeira iteração, a desaceleração angular é considerada igual a zero e, portanto, a contribuição do momento de inércia dos componentes também. O resultado encontrado para a desaceleração instantânea é, então, utilizado para determinar a desaceleração angular utilizada na segunda iteração, diferente de zero, adicionando a contribuição do momento de inércia dos componentes ao cálculo. O processo é repetido até que o valor encontrado para desaceleração instantânea não varie entre sucessivas iterações.

3.4 Área 3: dinâmica de frenagem em linha reta e superfície não inclinada

Com a resistência total ao movimento e as forças de frenagem determinadas, é possível calcular a desaceleração instantânea do veículo da [g], através da segunda lei de Newton, conforme a Equação 11:

$$da = \frac{Fb_f + Fb_r + R_x + F_a}{W} \quad (11)$$

A máxima desaceleração possível, atingida apenas por um sistema de freios com forças ótimas de frenagem no limiar de travamento das rodas, é dada pela Equação 12 (PUHN, 1985, p. 94), e foi modificada para incluir o arrasto aerodinâmico e a resistência ao rolamento:

$$dm = \frac{(W + D_f)\mu_t + R_x + F_a}{W} \quad (12)$$

onde dm é a máxima desaceleração possível [g] e μ_t é o coeficiente de atrito estático dos pneus [adm].

A Equação 13 dada por (D. GILLESPIE, 1992, p. 69) define a eficiência de frenagem η_b [adm] como a razão entre a desaceleração instantânea e a máxima desaceleração possível:

$$\eta_b = \frac{da}{dm} \quad (13)$$

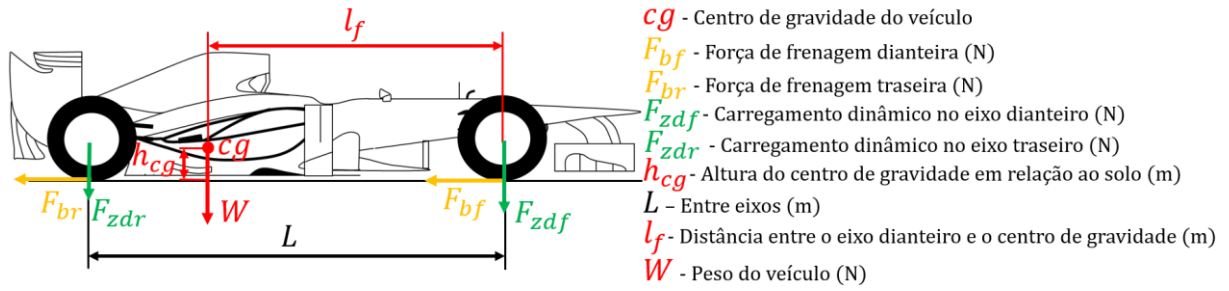
Para determinar os carregamentos dinâmicos, é necessário levar em conta a transferência de carga durante o processo de desaceleração e o *downforce* exercido sobre cada eixo. As equações dadas por (LIMPERT, 1999, p. 295) fornecem o carregamento dinâmico nos eixos dianteiro e traseiro sem considerar os efeitos aerodinâmicos. Ao somar a contribuição do *downforce*, obtém-se as Equações 14 e 15:

$$F_{zdf} = W \left(1 - \frac{l_f}{L} + \frac{dah_{cg}}{L} \right) + D_{ff} \quad (14)$$

$$F_{zdr} = W \left(\frac{l_f}{L} - \frac{dah_{cg}}{L} \right) + D_{fr} \quad (15)$$

onde F_{zdf} é o carregamento dinâmico no eixo dianteiro [N], F_{zdr} é o carregamento dinâmico no eixo traseiro [N], h_{cg} é a altura do centro de gravidade [m] e l_f é a distância do eixo dianteiro até o centro de gravidade [m]. A Figura 6 representa através de um diagrama de corpo livre, os carregamentos dinâmicos nos eixos e as dimensões utilizadas em seus cálculos.

Figura 6 – Carregamentos dinâmicos nos eixos e dimensões relacionadas.



O coeficiente de tração de frenagem, μ_{tcj} [adm], é o indicador utilizado para verificação do coeficiente de atrito necessário para manutenção do regime de atrito estático em determinada condição de frenagem. Quando seu valor ultrapassa o coeficiente de atrito estático pneu/pista, μ_t , ocorre o travamento do eixo analisado. Seu cálculo para análise individual de cada eixo é realizado através da Equação 16 (LIMPERT, 1999, p. 297):

$$\mu_{tcj} = \frac{F_{bj}}{F_{z dj}} \quad (16)$$

Para determinar o coeficiente de tração de frenagem em condição de frenagem ótima μ_{tco} [adm], ou seja, quando $\mu_{tcj} = \mu_{tcr}$, utiliza-se a Equação 17. Ele representa o coeficiente de tração de frenagem ao analisar o veículo como um todo, sem fazer distinção entre os eixos.

$$\mu_{tco} = \frac{F_{bf} + F_{br}}{F_{z df} + F_{z dr}} \quad (17)$$

Para calcular as forças ótimas de frenagem, a Equação 18(a) proposta por (LIMPERT, 1999, p. 299) é válida apenas para o veículo em desaceleração máxima, ou seja, com ambos coeficientes de tração de frenagem iguais ao coeficiente de atrito estático pneu/pista, sem considerar efeitos aerodinâmicos e, portanto, teve de ser adaptada. A modificação realizada foi a substituição da desaceleração máxima pelo coeficiente de tração de frenagem ótimo. Isso se deve a dois fatores. Primeiro, ao considerar os efeitos aerodinâmicos, a hipótese dada por Limpert (1999) de que $\mu_t = dm$ deixa de ser válida, pois $\mu_t < dm$, como visto na Equação 12. Segundo, ao utilizar o coeficiente de tração de frenagem ótimo, é possível calcular as forças de frenagem ótimas para todos instantes, e não apenas no limiar de travagem das rodas, como acontece ao utilizar a desaceleração máxima. Assim, obtém-se a Equação 19 para a força ótima de frenagem, onde F_{xoj} é a força ótima de frenagem no eixo analisado [N]:

$$F_{xoj} = F_{z dj} da \quad (18)$$

$$F_{xoj} = F_{z dj} \mu_{tco} \quad (19)$$

onde μ_{tco} é o coeficiente de tração de frenagem ótimo [adm].

A validação do cálculo das forças ótimas de frenagem pode ser feita através da Equação (20), que explicita como a Equação 19 resulta em uma nova distribuição das forças de frenagem calculadas pela Equação 10, sem modificar o valor da força de frenagem total:

$$F_{xof} + F_{xor} = F_{bf} + F_{br} \quad (20)$$

4. RESULTADOS

Os valores das variáveis utilizados para os cálculos estão listados na Tabela 1:

Tabela 1 – Propriedades empregadas nos cálculos.

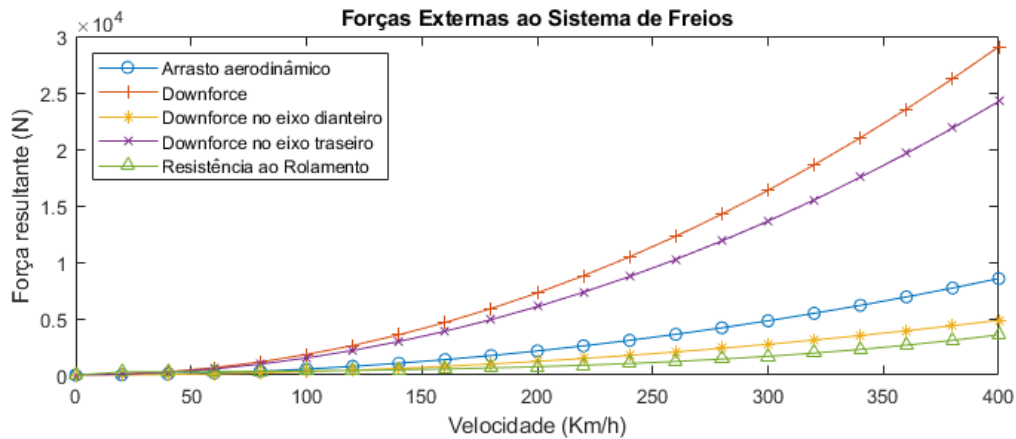
VARIÁVEIS DE VARREDURA			
Símbolo	Descrição	Valor	Unidade
F_p	Força aplicada pelo piloto	0 - 1000	N
V	Velocidade	0 – 400	km/h
PARÂMETROS DO VEÍCULO			
Símbolo	Descrição	Valor	Unidade
A_{cf}	Área dos êmbolos de uma pinça de freio dianteira	$2,695 \cdot 10^{-3}$	m^2
A_{cr}	Área dos êmbolos de uma pinça de freio traseira	$2,695 \cdot 10^{-3}$	m^2
A_f	Área frontal do veículo	1,75	m^2
A_{mcf}	Área do êmbolo do cilindro mestre dianteiro	$2,84 \cdot 10^{-4}$	m^2
A_{mcr}	Área do êmbolo do cilindro mestre traseiro	$5,07 \cdot 10^{-4}$	m^2
B_b	Razão da força direcionada ao circuito dianteiro	0,5	Adimensional
C_D	Coeficiente de arrasto	0,62	Adimensional
C_L	Coeficiente de sustentação	-2,11	Adimensional
h_{cg}	Altura do centro de gravidade	0,32	m
I_{wf}	Momento de inércia pneu/roda/disco dianteiro	1,8904	kgm^2
I_{wr}	Momento de inércia pneu/roda/disco traseiro	1,8274	kgm^2
L	Entre eixos	3	m
l_{cp}	Distância do centro de pressão ao eixo dianteiro	2,5	m
l_f	Distância do centro de gravidade ao eixo dianteiro	1,4914	m
l_p	Razão de alavanca do pedal	6	Adimensional
Red_f	Raio efetivo dos discos dianteiros	0,164	m
Red_r	Raio efetivo dos discos traseiros	0,153	m
Rt_f	Raio efetivo dos pneus dianteiros	0,355	m
Rt_r	Raio efetivo dos pneus traseiros	0,355	m
W	Peso do veículo	10,228	N
μ_{pf}	Coeficiente de atrito das pastilhas dianteiras	0,5	Adimensional
μ_{pr}	Coeficiente de atrito das pastilhas traseiras	0,5	Adimensional
μ_t	Coeficiente de atrito estático do pneu	1,5	Adimensional

A velocidade e a força aplicada pelo piloto são variáveis de varredura, e seus intervalos são definidos para extrapolar as condições idealizadas de uso para o veículo. A massa específica do ar ρ utilizada tem o valor padrão de CNTP equivalente a $1,2754 kg/m^3$. No total, são utilizados 23 parâmetros de construção do veículo na rotina. Os valores apresentados foram fornecidos pelos projetistas do protótipo JVS, e foram definidos através de especificações do modelo CAD do protótipo, dados de fabricantes, *benchmarks* e simulações de dinâmica dos fluidos. Para simplificar a visualização gráfica, foi estabelecido que serão exibidos os resultados para a velocidade fixa de 180 km/h quando pertinente. Esse valor foi escolhido pois é uma velocidade representativa da condição média de operação em pista esperada para o veículo.

Conforme estabelecido na Seção 3.2, os efeitos externos ao sistema de freios são os primeiros objetos de cálculo da rotina. A Figura 7 mostra a relação quadrática que todos os efeitos externos ao sistema de freio analisados possuem com a velocidade.

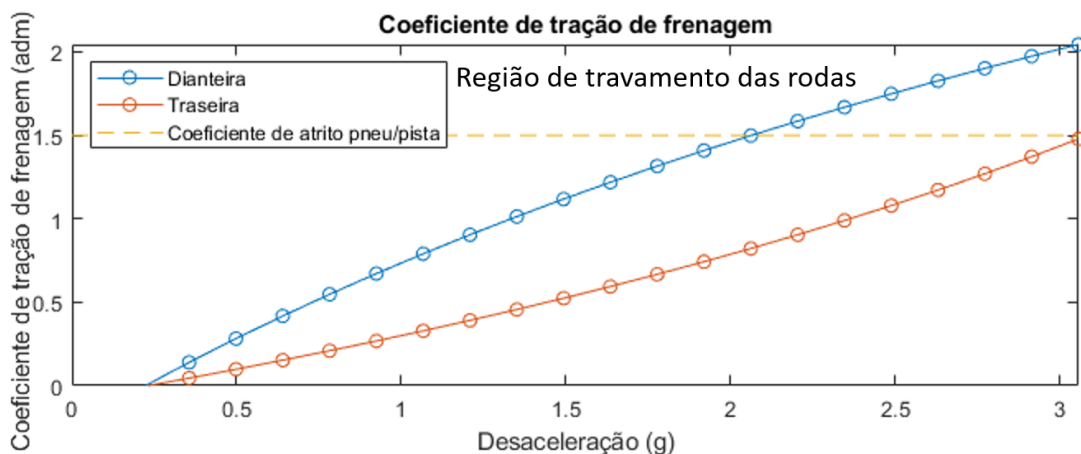
Para a velocidade analisada de 180 km/h, verifica-se um *downforce* resultante de $D_f = 5887$ N, que corresponde a 56,15% do peso do veículo, sendo que 4905,6 N (83,33%) atuam sobre o eixo traseiro e 981,4 N (16,67%) sobre o eixo dianteiro. Já o arrasto aerodinâmico é de $F_a = 1729,8$ N e a resistência ao rolamento $R_x = 635,17$ N. Suas forças resultam, respectivamente, em uma contribuição para a desaceleração de 0,165 g e 0,06g, totalizando 0,171 g. Na velocidade máxima estimada de 320 km/h para o para o protótipo JVS, essa contribuição salta para 0,71 g.

Figura 7 – Forças externas ao sistema de freios (Área 1).



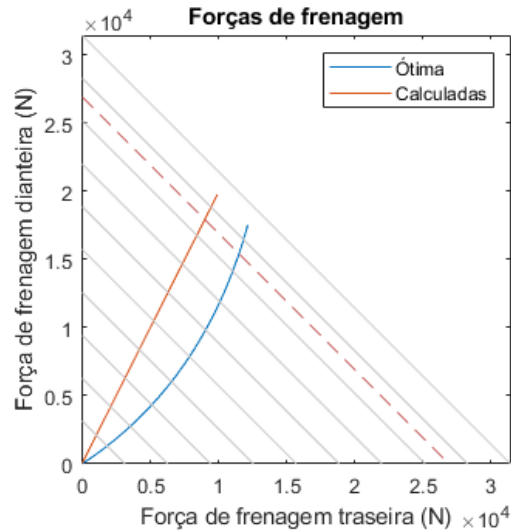
Antes de comparar os resultados das forças de frenagem calculadas (Área 2) com as ótimas (Área 3) é interessante determinar a desaceleração máxima atingida pelo veículo para usá-la como condição de comparação. O coeficiente de tração de frenagem, determinado na área 3, permite verificar qual eixo está propenso a travar primeiro e em qual condição. Como discutido na Seção 3.4, é importante para a estabilidade do veículo que o travamento das rodas dianteiras ocorra antes das traseiras. A Figura 8 mostra que para os componentes e *setup* de *brake balance* utilizados, o veículo apresenta propensão ao travamento do eixo dianteiro em velocidade de 180 km/h. O travamento ocorre com um valor de pico de desaceleração de 2,06 g (desaceleração máxima atingida), tendo $\mu_{tcr} = 0,82$, ou seja, com o eixo traseiro utilizando 54,7% do atrito disponível, já que $\mu_t = 1,5$. Como resultado, a condição analisada apresenta eficiência de frenagem de $\eta_b = 80,15\%$.

Figura 8 – Coeficiente de tração de frenagem para ambos os eixos (Área 3).



As forças ótimas de frenagem só devem ser comparadas com as forças de frenagem calculadas nas mesmas condições. Para que isso ocorra, ambas devem ser analisadas para a mesma velocidade e desaceleração instantânea. O gráfico da Figura 9 representa as curvas das forças ótimas e calculadas na velocidade de 180 km/h.

Figura 9 – Forças de frenagem calculadas (Área 2) e ótimas (Área 3).



O eixo vertical representa as forças de frenagem no eixo dianteiro e o horizontal no traseiro. Uma reta para forças de frenagem calculadas com inclinação de 45° indica que elas são iguais em ambos os eixos. As retas cinzas diagonais indicam linhas nas quais a desaceleração é constante, ou seja, para qualquer combinação de forças de frenagem dianteira e traseira que seu ponto de encontro caia na mesma reta cinza, sua soma será a mesma, e, portanto, a desaceleração resultante do veículo será a mesma. A reta calculada (vermelha) foi obtida através das forças de frenagem do sistema dianteiro e traseiro definidos na Equação 10, e é dependente dos componentes selecionados para o sistema de freio. A curva ótima (azul) foi definida através da Equação 18 quando analisada independentemente para cada eixo, e é dependente das características dinâmicas do veículo. Assim, é possível verificar no gráfico que, em todos os casos de mesma desaceleração, as forças de frenagem calculadas são superiores às ótimas na dianteira e inferiores na traseira, indicando que o eixo dianteiro está sobre frenado e o traseiro sub frenado, condizente com o comportamento desejado.

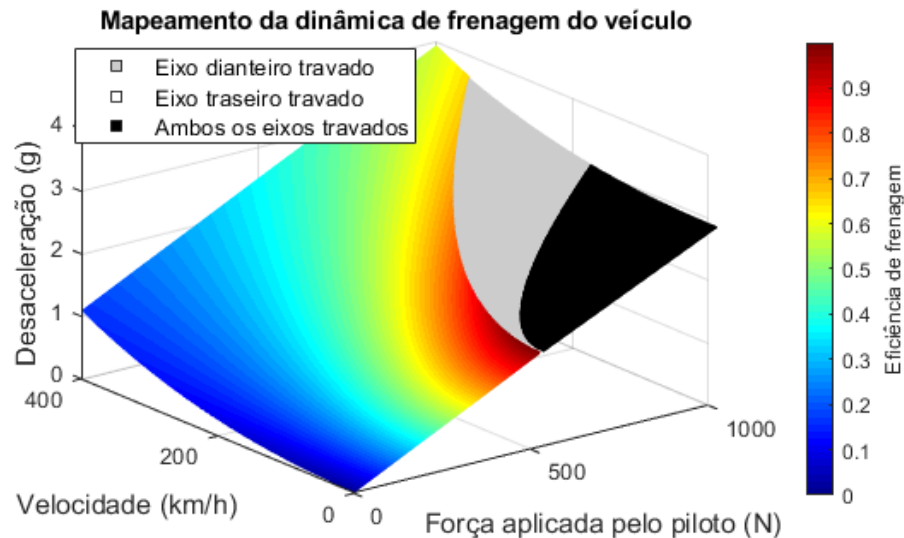
Traçando a reta diagonal para a desaceleração máxima atingida de 2,06 g, verifica-se que forças de frenagem calculadas nessa condição são $F_{bf} = 12.842 \text{ N}$ e $F_{br} = 6.404 \text{ N}$, indicando uma distribuição de 66,73% das forças de frenagem na dianteira. Esse valor é diferente dos 50% da força de entrada direcionada ao cilindro mestre dianteiro ($bb = 0,5$) devido à diferença nos componentes dos freios de roda dianteiros e traseiros. Já as forças ótimas são de $F_{xof} = 10.058 \text{ N}$ e $F_{xor} = 9.188 \text{ N}$, indicando distribuição ideal de 52,26% para a dianteira.

Buscando facilitar a visualização do comportamento dinâmico do veículo, foi desenvolvido o mapa de dinâmica de frenagem da Figura 10, apresentando a desaceleração resultante para determinada velocidade instantânea e força aplicada pelo piloto. A região colorida indica que não há travamento de nenhum eixo, e as cores correspondem à eficiência de frenagem para a condição apresentada. A região monocromática indica que há travamento, e sua cor representa em qual eixo ele ocorre.

Ao inspecionar o gráfico, verifica-se que a eficiência de frenagem é maior para velocidades menores, atingindo o valor máximo de 99,49%. É possível observar que em nenhuma condição de frenagem o eixo traseiro trava antes do dianteiro, significando que o

ajuste do *brake balance bar* de $bb = 0,5$, ou seja, 50% da força aplicada pelo piloto sendo direcionada ao eixo dianteiro, garante a estabilidade do veículo. O Apêndice A mostra como essa condição muda quando menos força de frenagem é direcionada ao circuito dianteiro com $bb = 0,35$. Também fica claro a importância dos efeitos de *downforce* no aumento da capacidade de frenagem e na manutenção da eficiência de frenagem em velocidades elevadas. O gráfico para a mesma configuração do veículo sem considerar a contribuição do *downforce*, pode ser encontrado no Apêndice B.

Figura 10 – Mapa de dinâmica de frenagem.



É possível perceber que a força mínima aplicada pelo piloto a gerar travamento de rodas é de $F_p = 525$ N. Por ser um valor elevado de força para um ser humano, conclui-se que a seleção de componentes deve ser otimizada para aumentar os ganhos de força gerados pelo sistema. Isso tornará o desempenho na região imediatamente anterior ao travamento acessível ao piloto com menor esforço.

No Apêndice C podem ser encontradas sugestões de melhorias para a rotina matemática programada.

5. CONCLUSÃO

A rotina resultante (Apêndice D) deste trabalho atingiu os objetivos pré estabelecidos nos requisitos da rotina matemática. Conforme apresentado, é possível utilizá-lo para determinar as principais solicitações decorrentes do processo de frenagem, os carregamentos dinâmicos nos eixos, desaceleração instantânea, ocorrência e eixo de travamento das rodas, forças e eficiência de frenagem, dentre outros parâmetros.

Com a necessidade de apenas 23 parâmetros do veículo, é possível utilizá-lo em estágios iniciais de projeto. Prova disso é que não foi necessária nenhuma informação sobre características do motor, transmissão e geometria de suspensão.

Ao analisar o protótipo JVS através da rotina, verificou-se que o seu sistema de freios apresenta uma distribuição adequada das forças de frenagem entre os eixos. Essa conclusão foi alcançada através da observação de que, para todas as circunstâncias analisadas, as rodas dianteiras travam antes das traseiras. Mesmo assim, o sistema é capaz de atingir eficiências de frenagem acima de 90% próximo do travamento das rodas, indicando bom uso do atrito disponível com o solo.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- BOSCH, R. **Manual de Tecnologia Automotiva**. 25. ed. São Paulo: Edgard Blücher, 2004. *Livro*.
- D. GILLESPIE, T. **Fundamentals of Vehicle**. 1. ed. Warrendale: Society of Automotive Engineers, 1992. *Livro*.
- FIA. **Règlement Technique LMP 2020 / 2020 LMP Technical Regulations 2020**. Paris, 2019. Disponível em: https://www.fia.com/sites/default/files/technical_regulations_lmph_2020_-_merge_v8_2019.10.23.pdf.
- GARRETT, T. K.; NEWTON, K.; STEEDS, W. **The Motor Vehicle Thirteenth Edition**. 13. ed. Oxford: Butterworth-Heinemann, 2001. *Livro*.
- HALLIDAY, D.; RESNICK, R. **Fundamentals Of Physics Extended**. 9. ed. Cleveland: John Wiley & Sons, 2013. *Livro*.
- LIMPERT, R. **Brake Design And Safety**. 2. ed. Warrendale: Society of Automotive Engineers, 1999. *Livro*.
- MECHANICAL SIMULATION. **CarSim**. [s. l.], [s. d.]. Disponível em: <https://www.carsim.com/products/carsim/index.php>. Acesso em: 1 out. 2020.
- MILIKEN, W. F. *et al.* **Race Car Vehicle Dynamics**. 1. ed. Warrendale: Society of Automotive Engineers, 1995. *Livro*.
- MSC SOFTWARE. **Adams Car**. [s. l.], [s. d.]. Disponível em: <https://www.mscsoftware.com/product/adams-car>. Acesso em: 1 out. 2020.
- NICOLAZZI, L. C.; DA ROSA, É.; LEAL, L. da C. M. **Uma introdução à modelagem quase-estática de automóveis**. Florianópolis: UFSC, 2012. Disponível em: http://ftp.demec.ufpr.br/disciplinas/TMEC078/Bibliografia/2012_Uma_introducao_a_modelagem_quase_estatica_de_automoveis_NICOLAZZI_APOSTILA.pdf
- OPTIMUMG. **OptimumDynamics**. [s. l.], [s. d.]. Disponível em: <https://optimumg.com/product/optimumdynamics/>. Acesso em: 1 out. 2020.
- PACEJKA, H. B. **Tire and Vehicle Dynamics**. 2. ed. Delft: Butterworth-Heinemann, 2005. *Livro*.
- PUHN, F. **Brake Handbook**. 2. ed. Tucson: HPBooks, 1985. *Livro*.
- REAL TIME TECHNOLOGIES. **SimVehicle LT**. [s. l.], [s. d.]. Disponível em: <https://www.faac.com/realtime-technologies/products/simvehiclelt/>. Acesso em: 1 out. 2020.

APÊNDICE A

Abaixo seguem os gráficos para coeficientes de tração de frenagem, forças calculadas e ótimas de frenagem e o mapa de dinâmica de frenagem para um *setup* com $bb=0,35$, ou seja, 65% da força de entrada direcionada ao eixo traseiro. O resultado é um comportamento dinâmico não ideal com travamentos precoces no eixo traseiro.

Figura 11 – Coeficiente de tração de frenagem para ambos os eixos com $bb=0,35$.

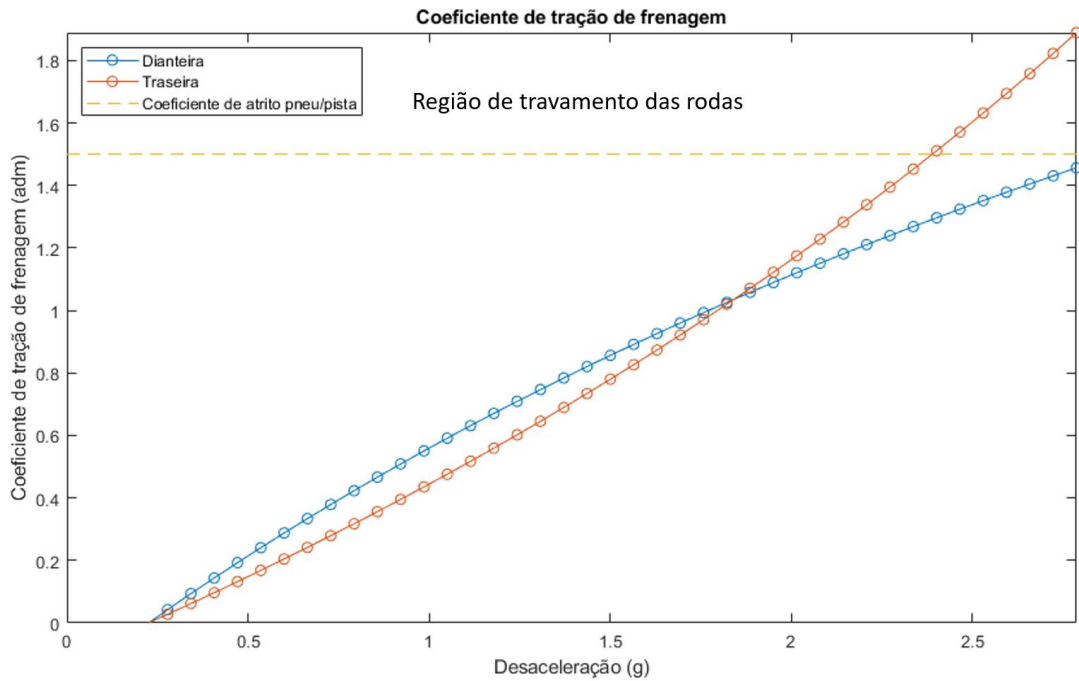


Figura 12 – Forças de frenagem calculadas e ótimas com $bb=0,35$.

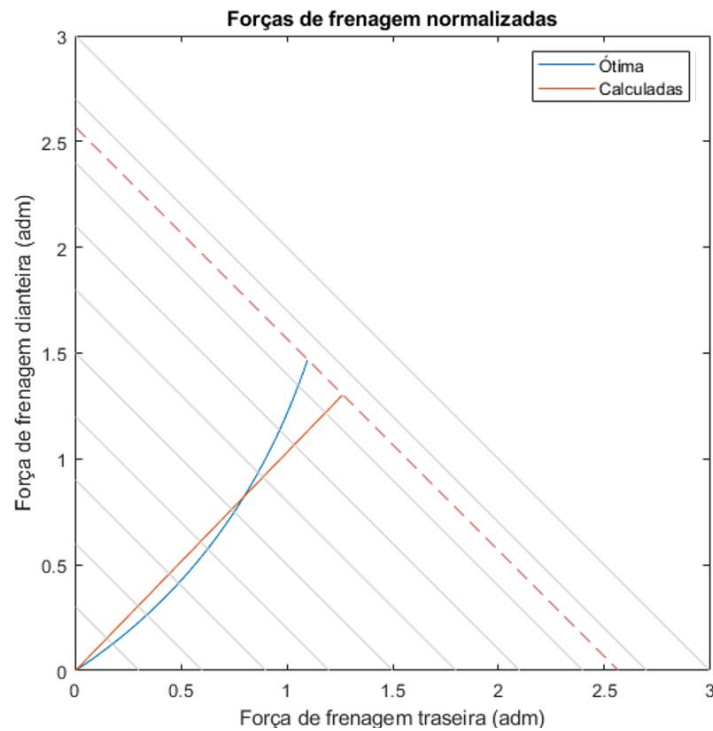
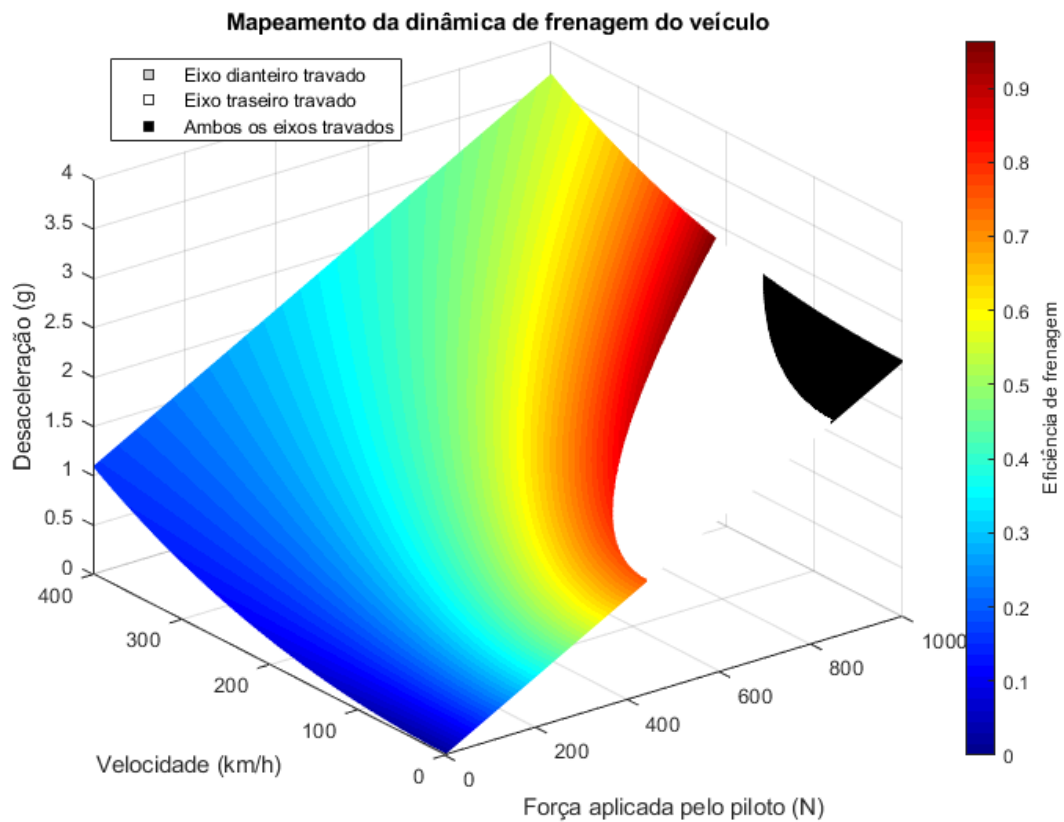
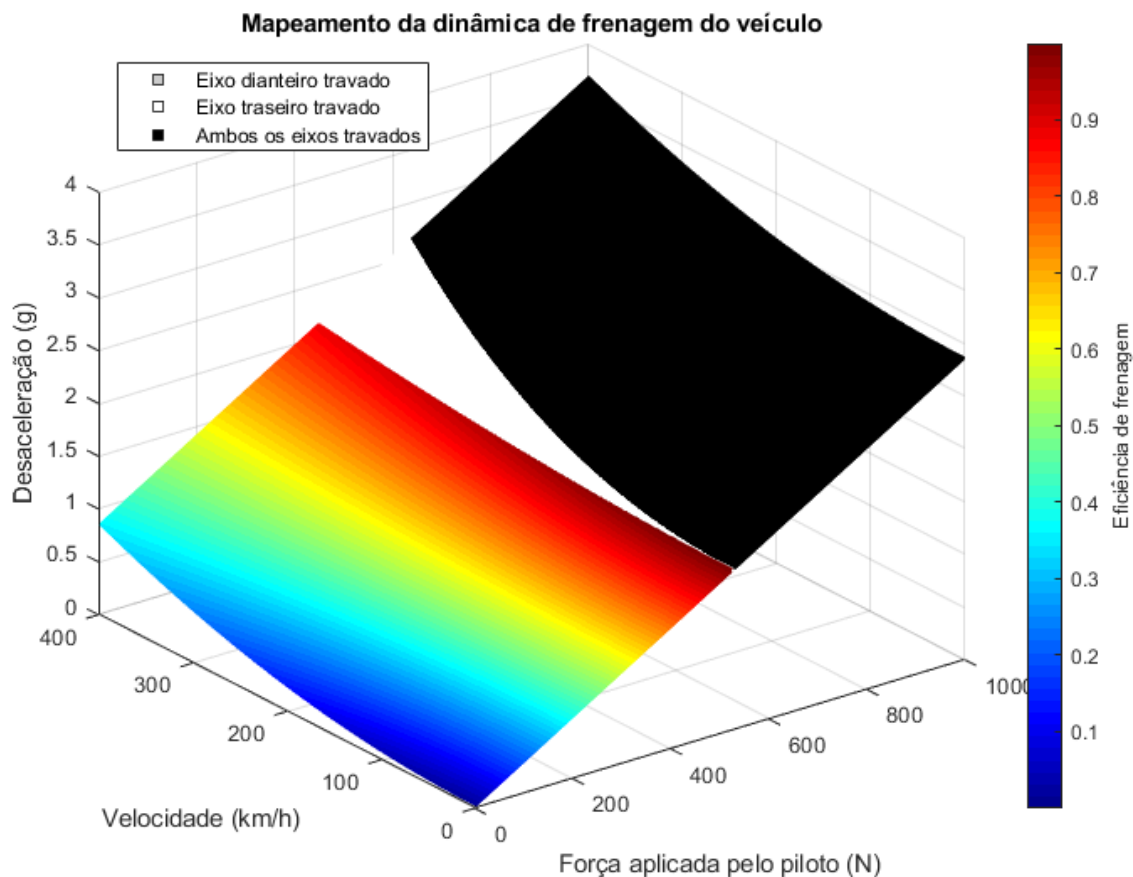


Figura 13 – Mapa de dinâmica de frenagem com $bb=0,35$.

APÊNDICE B

Abaixo está exemplificado o mapa de frenagem para o *setup* utilizado no estudo com $bb=0,5$ e sem considerar a contribuição do *downforce* aerodinâmico. O *setup* deixa de ser ideal, pois a contribuição do *downforce* se concentra especialmente no eixo traseiro. Dessa forma, o travamento ocorre antes no eixo traseiro, apesar de se tratar dos mesmos componentes com o mesmo ajuste. Fica claro também o aumento na região representando o travamento dos eixos, assim como a redução na desaceleração máxima possível sem ocorrência de travamento.

Figura 14 – Mapa de dinâmica de frenagem sem *downforce* aerodinâmico.



APÊNDICE C

Para aprimorar ainda mais a precisão dos resultados, algumas modificações podem ser implementadas à rotina. O maior potencial para melhoria é o modelo de atrito dos pneus com a pista. A opção por utilizar um valor constante para o coeficiente de atrito estático permite a simplificação dos cálculos ao custo de precisão dos resultados. Utilizar um modelo para determinação do coeficiente de atrito baseado no carregamento dinâmico do pneu, como, por exemplo, o modelo semiempírico *Magic Formula* proposto por (PACEJKA, 2005, cap. 4), traria benefícios sem um grande aumento na complexidade dos cálculos.

Outro ponto a ser aprimorado é a adição de uma análise térmica à rotina. Por ser um sistema desenvolvido para dissipar energia em forma de calor, analisar os aspectos térmicos é de fundamental importância no projeto do sistema de freios. A temperatura dos componentes influencia no atrito entre as pastilhas e o disco, bem como entre o pneu e a pista. Porém, considerar seus efeitos adiciona mais uma variável de varredura ao problema, na forma da temperatura, o que eleva consideravelmente a complexidade matemática da rotina e torna necessário o uso de mais parâmetros do veículo. Dessa forma, sua avaliação deve ser alvo de estudos com escopo mais amplo de análise.

APÊNDICE D

Segue abaixo o link para acesso à rotina programada no estudo:

<https://drive.google.com/file/d/1yuI0S91ENJYtvUCG32Hq880z2vaTPYr-/view?usp=sharing>