

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
FACULDADE DE CIÊNCIAS ECONÔMICAS
DEPARTAMENTO DE ECONOMIA E RELAÇÕES INTERNACIONAIS

JÚLIO HENRIQUE DASSOW

**MEDIDAS DE DESIGUALDADE ECONÔMICA DO RIO GRANDE DO SUL ENTRE OS
ANOS DE 2010 E 2018**

Porto Alegre

2021

JÚLIO HENRIQUE DASSOW

**MEDIDAS DE DESIGUALDADE ECONÔMICA DO RIO GRANDE DO SUL ENTRE OS
ANOS DE 2010 E 2018**

Trabalho de conclusão submetido ao Curso de Graduação em Ciências Econômicas da Faculdade de Ciências Econômicas da UFRGS, como requisito parcial para obtenção do título Bacharel em Economia.

Orientador: Prof. Dr. João Plínio Juchem Neto

Porto Alegre

2021

CIP - Catalogação na Publicação

Dassow, Júlio Henrique
MEDIDAS DE DESIGUALDADE ECONÔMICA DO RIO GRANDE DO
SUL ENTRE OS ANOS DE 2010 E 2018 / Júlio Henrique
Dassow. -- 2021.
104 f.
Orientador: João Plínio Juchem Neto.

Trabalho de conclusão de curso (Graduação) --
Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Faculdade
de Ciências Econômicas, Curso de Ciências Econômicas,
Porto Alegre, BR-RS, 2021.

1. Desigualdade Econômica. 2. Índice de Gini. 3.
Lei de Potência. 4. Lei de Zipf. 5. Rio Grande do Sul.
I. Neto, João Plínio Juchem, orient. II. Título.

JÚLIO HENRIQUE DASSOW

**MEDIDAS DE DESIGUALDADE ECONÔMICA DO RIO GRANDE DO SUL ENTRE OS
ANOS DE 2010 E 2018**

Trabalho de conclusão submetido ao Curso de Graduação em Ciências Econômicas da Faculdade de Ciências Econômicas da UFRGS, como requisito parcial para obtenção do título Bacharel em Economia.

Aprovada em: Porto Alegre, _____ de _____ de 2021.

BANCA EXAMINADORA:

Prof. Dr. João Plínio Juchem Neto – Orientador

UFRGS

Prof. Dr. Sabino da Silva Porto Júnior

UFRGS

Prof. Dr. Sérgio Marley Modesto Monteiro

UFRGS

AGRADECIMENTOS

Agradeço à minha família, em especial meus pais que estiveram ao meu lado durante esse caminho e que sem suas existências nada disso teria sido possível. Agradeço ao meu orientador Dr. João Plínio Juchem Neto por toda ajuda que foi fundamental para a realização deste trabalho e também a todos os professores que estiveram presentes durante a minha graduação. Agradeço também aos meus amigos que compartilharam comigo bons momentos e me auxiliaram em diversos momentos.

RESUMO

O objetivo deste trabalho é validar a possibilidade de utilizar o Índice de Gini e Coeficiente de Potência como medidas de desigualdade para o Produto Interno Bruto e seus demais componentes econômicos para os municípios do Rio Grande do Sul entre os anos de 2010 e 2018. Os resultados obtidos demonstram como a economia rio-grandense passou por um crescimento econômico e populacional no período de análise, com redução ou estabilidade da desigualdade para praticamente todos os componentes econômicos analisados por este trabalho, contudo o valor adicionado pela agropecuária apresentou clara tendência de aumento na desigualdade entre os anos de 2010 e 2018. Através da revisão bibliográfica sobre o tema e o cálculo de ambos indicadores para o período de interesse, os resultados encontrados confirmam que essas medidas de desigualdade são consistentes e fortemente correlacionadas quando comparadas e, portanto, o Índice de Gini e o Coeficiente de Potência podem ser utilizados para essa mesma finalidade.

Palavras-chave: Desigualdade Econômica. Índice de Gini. Lei de Potência. Lei de Zipf. Rio Grande do Sul.

ABSTRACT

The objective of this work is to validate the possibility of using the Gini Index and Coefficient of Power as inequality measures for the Gross Domestic Product and its other economic components for the cities of Rio Grande do Sul between 2010 and 2018. The results obtained demonstrate how the economy of Rio Grande do Sul went through economic and population growth in the period of analysis, with a reduction or stability of inequality for practically all economic components analyzed in this work, however the value added by agriculture showed a clear tendency of increase in inequality between 2010 and 2018. Through the literature review on the topic and the measurement of both indicators for the period of interest, the results found confirm that these inequality measures are consistent and strongly correlated when compared and, therefore, the Index of Gini and the Power Coefficient can be used for this same objective.

Keywords: Economic Inequality. Gini Index. Power Law. Zipf's Law. Rio Grande do Sul.

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Valores anuais do Produto Interno Bruto e demais componentes econômicos entre os anos de 2010 e 2018.....	40
Tabela 2 - Série Histórica do Índice de Gini para o Grupo Macro entre os anos de 2010 e 2018	45
Tabela 3 - Variação do Índice de Gini para o Grupo Macro entre os anos de 2010 e 2018	48
Tabela 4 - Série Histórica do Índice de Gini para o Grupo de Detalhamento entre os anos de 2010 e 2018	49
Tabela 5 - Variação do Índice de Gini para o Grupo de Detalhamento entre os anos de 2010 e 2018	50
Tabela 6 - R quadrado das Regressões da Lei de Potência entre os anos de 2010 e 2018	52
Tabela 7 - Série Histórica do Coeficiente de Potência para o Grupo Macro entre os anos de 2010 e 2018	53
Tabela 8 - Variação do Coeficiente de Potência para o Grupo Macro entre os anos de 2010 e 2018	54
Tabela 9 - Série Histórica do Coeficiente de Potência para o Grupo de Detalhamento entre os anos de 2010 e 2018.....	55
Tabela 10 - Variação do Coeficiente de Potência para o Grupo de Detalhamento entre os anos de 2010 e 2018.....	56
Tabela 11 - Correlação entre Coeficiente de Potência e Índice de Gini entre os anos de 2010 e 2018	58
Tabela 12 - Correlação entre os indicadores com a categorização populacional.....	69
Tabela 13 - Correlação entre os indicadores com a categorização de renda	78

LISTA DE GRÁFICOS

Gráfico 1 - Linha de Igualdade e Curva de Lorenz.....	18
Gráfico 2 - Curva de Lorenz no caso de maior concentração de renda	19
Gráfico 3 - Curva de Lorenz no caso de maior concentração de renda	20
Gráfico 4 – Lei de Potência com dados hipotéticos.....	23
Gráfico 5 - Distribuição log-log quando aplicados diferentes coeficientes de potência ..	24
Gráfico 6 - Evolução do PIB e Valor Adicionado Bruto Total entre os anos de 2010 e 2018	41
Gráfico 7 - Evolução dos Valores do Grupo Detalhamento entre os anos de 2010 e 2018	42
Gráfico 8 - Porcentagem de cada variável do Grupo Detalhamento no Valor Adicionado Bruto do ano de 2018.....	43
Gráfico 9 - Evolução da Quantidade Populacional no RS entre os anos de 2010 e 2018	44
Gráfico 10 – Evolução do PIB <i>per capita</i> entre os anos de 2010 e 2018	44
Gráfico 11 - Série Histórica do Índice de Gini para o Grupo Macro entre os anos de 2010 e 2018	46
Gráfico 12 - Dispersão entre PIB e Quantidade Populacional no ano de 2018	47
Gráfico 13 - Variação do Índice de Gini para o Grupo Macro entre os anos de 2010 e 2018	48
Gráfico 14 - Série Histórica do Índice de Gini para o Grupo de Detalhamento entre os anos de 2010 e 2018.....	49
Gráfico 15 - Variação do Índice de Gini para o Grupo de Detalhamento entre os anos de 2010 e 2018	51
Gráfico 16 - Série Histórica do Coeficiente de Potência para o Grupo Macro entre os anos de 2010 e 2018	53
Gráfico 17 - Variação do Coeficiente de Potência para o Grupo Macro entre os anos de 2010 e 2018	54

Gráfico 18 - Série Histórica do Coeficiente de Potência para o Grupo de Detalhamento entre os anos de 2010 e 2018.....	55
Gráfico 19 - Variação do Coeficiente de Potência para o Grupo de Detalhamento entre os anos de 2010 e 2018.....	57

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Ciclo de processamento dos dados	38
Figura 2 - Indicadores de desigualdade para o grupo macro com a categorização populacional entre os anos de 2010 e 2018.....	62
Figura 3 - Variação dos indicadores de desigualdade para o grupo macro com a categorização populacional entre os anos de 2010 e 2018	64
Figura 4 - Indicadores de desigualdade para o grupo detalhamento com a categorização populacional entre os anos de 2010 e 2018.....	66
Figura 5 - Variação dos indicadores de desigualdade para o grupo detalhamento com a categorização populacional entre os anos de 2010 e 2018	68
Figura 6 - Indicadores de desigualdade para o grupo macro com a categorização de renda entre os anos de 2010 e 2018.....	71
Figura 7 - Variação dos indicadores de desigualdade para o grupo macro com a categorização de renda entre os anos de 2010 e 2018	73
Figura 8 - Indicadores de desigualdade para o grupo detalhamento com a categorização de renda entre os anos de 2010 e 2018.....	75
Figura 9 - Variação dos indicadores de desigualdade para o grupo detalhamento com a classificação de renda entre os anos de 2010 e 2018	77

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

EUA - Estados Unidos da América

IBGE - Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística

IPCA - Índice Nacional de Preços ao Consumidor Amplo

IPEA - Instituto de Pesquisa Econômica Aplicada

NGE - Nova Geografia Econômica

PIB - Produto Interno Bruto

RS - Rio Grande do Sul

SNA 2008 - *System of National Accounts 2008*

SNIPC - Sistema Nacional de Índices de Preços ao Consumidor

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	11
2	MEDIDAS DE DESIGUALDADE.....	13
2.1	ÍNDICE DE GINI.....	16
2.2	LEI DE POTÊNCIA.....	21
2.2.1	Lei de Zipf.....	24
2.3	MECANISMOS GERADORES DE LEIS DE POTÊNCIA.....	25
3	BASE DE DADOS E TRATAMENTOS.....	32
3.1	PRODUTO INTERNO BRUTO MUNICIPAL	32
3.2	DADOS POPULACIONAIS	34
3.3	DEFLACIONADOR DOS VALORES TOTAIS.....	34
3.4	TRATAMENTO E AJUSTES DOS DADOS.....	35
3.5	CICLO DE PROCESSAMENTO DOS DADOS	36
4	RESULTADOS E DISCUSSÕES	39
4.1	EVOLUÇÃO HISTÓRICA DOS VALORES NO ÂMBITO ESTADUAL	39
4.2	ÍNDICE DE GINI DA GERAÇÃO DE RENDA DOS MUNICÍPIOS DO RIO GRANDE DO SUL.....	45
4.3	COEFICIENTE DE POTÊNCIA DA GERAÇÃO DE RENDA DOS MUNICÍPIOS DO RIO GRANDE DO SUL.....	51
4.4	CORRELAÇÃO ENTRE OS INDICADORES.....	57
4.5	RELAÇÃO ENTRE OS INDICADORES E O MODELO DA NGE.....	58
4.6	ANÁLISE DA DESIGUALDADE DOS MUNICÍPIOS COM CATEGORIZAÇÃO POPULACIONAL	60
4.6.1	Indicadores de desigualdade para o grupo macro com categorização populacional	61

4.6.2	Variação dos indicadores de desigualdade para o grupo macro com categorização populacional	
4.6.3	Indicadores de desigualdade para o grupo de detalhamento com categorização populacional	65
4.6.4	Variação dos indicadores de desigualdade para o grupo detalhamento com categorização populacional	67
4.6.5	Correlação entre os indicadores com a categorização populacional	69
4.7	ANÁLISE DA DESIGUALDADE DOS MUNICÍPIOS COM CATEGORIZAÇÃO DE RENDA.....	70
4.7.1	Indicadores de desigualdade para o grupo macro com categorização de renda	70
4.7.2	Variação dos indicadores de desigualdade para o grupo macro com categorização de renda	72
4.7.3	Indicadores de desigualdade para o grupo de detalhamento com categorização de renda	74
4.7.4	Variação dos indicadores de desigualdade para o grupo detalhamento com categorização de renda	76
4.7.5	Correlação entre os indicadores com a categorização de renda	78
5	CONSIDERAÇÕES FINAIS E PERSPECTIVAS FUTURAS	79
	REFERÊNCIAS	82
	APÊNDICE A – DISTRIBUIÇÕES <i>RANK-SIZE</i> DAS VARIÁVEIS DE RENDA..	87
	APÊNDICE B – TABELAS DE INDICADORES COM CATEGORIZAÇÃO POPULACIONAL	90
	APÊNDICE B1 – TABELA DO ÍNDICE DE GINI COM CATEGORIZAÇÃO POPULACIONAL.....	90
	APÊNDICE B2 – TABELA DO COEFICIENTE DE POTÊNCIA COM CATEGORIZAÇÃO POPULACIONAL.....	91

APÊNDICE B3 – TABELA DO R^2 DO COEFICIENTE DE POTÊNCIA COM CATEGORIZAÇÃO POPULACIONAL.....	92
APÊNDICE B4 – TABELA DA VARIAÇÃO DO ÍNDICE DE GINI COM CATEGORIZAÇÃO POPULACIONAL.....	93
APÊNDICE B5 – TABELA DA VARIAÇÃO COEFICIENTE DE POTÊNCIA COM CATEGORIZAÇÃO POPULACIONAL.....	94

APÊNDICE C – TABELAS DE INDICADORES COM CATEGORIZAÇÃO

RENDA.....	95
APÊNDICE C1 – TABELA DO ÍNDICE DE GINI COM CATEGORIZAÇÃO DE RENDA	95
APÊNDICE C2 – TABELA DO COEFICIENTE DE POTÊNCIA COM CATEGORIZAÇÃO DE RENDA	96
APÊNDICE C3 – TABELA DO R^2 DO COEFICIENTE DE POTÊNCIA COM CATEGORIZAÇÃO DE RENDA	97
APÊNDICE C4 – TABELA DA VARIAÇÃO DO ÍNDICE DE GINI COM CATEGORIZAÇÃO DE RENDA	98
APÊNDICE C5 – TABELA DA VARIAÇÃO COEFICIENTE DE POTÊNCIA COM CATEGORIZAÇÃO DE RENDA	99

1 INTRODUÇÃO

A partir da observação do processo de desenvolvimento da economia mundial durante o segundo milênio, os dados de Combes *et al* (2008) demonstram como a população multiplicou-se por um fator de vinte e dois, enquanto a renda mundial se multiplicou por um fator de trezentas vezes. Contudo esse crescimento não foi uniforme e apresentou uma taxa de crescimento muito superior a partir da década de 1820, sendo os anos seguintes a essa data uma quebra abrupta na tendência de crescimento que ocorreu nos 800 anos anteriores. O catalisador dessa mudança foi a Revolução Industrial, em que experienciou-se uma grande queda nos custos de transporte, ganhos de produtividade e massivas migrações do campo para a cidade. Entretanto, os ganhos na renda per capita não foram igualmente distribuídos entre os países europeus que participaram desse processo conforme citado pelos autores.

A análise do tema da desigualdade econômica, portanto, é muito importante. Essa análise pode ocorrer de diversas formas, sendo o método mais comum o cálculo de indicadores de desigualdade. Entre os indicadores existentes, o mais utilizado na literatura do tema é o Índice de Gini (Maio, 2007), contudo há diversos outros indicadores que também podem ser utilizados, como o Coeficiente de Potência (Brakman *et al*, 2012). Segundo Medeiros (2012), é importante notar que esses indicadores, em grande parte dos casos, são indiferentes quanto ao conteúdo de análise das distribuições em que se aplicam e, por isso, é importante delimitar e escolher as variáveis corretas para o que está se investigando com essa metodologia.

Desenvolvido com base no trabalho de Lorenz (1905), o Índice de Gini é um valor proveniente das análises das Curvas de Lorenz proposto por Corrado Gini conforme Cerani e Verme (2011), cuja interpretação permite compreender o quão desigual é uma distribuição de renda, mas também pode ser aplicada para qualquer outra variável econômica. O resultado desse indicador está sempre entre 0 e 1, sendo 0 o caso de plena igualdade entre os valores da distribuição de análise e 1 o caso em que apenas uma observação da distribuição detém todo o valor e as demais são zero (Maio, 2007).

O Coeficiente de Potência, apesar de não ser tão presente na literatura econômica sobre desigualdade, também pode ser usado como indicador para tal finalidade (Brakman *et al*, 2012). Apesar de ser possível obter esse resultado através de diferentes distribuições, o valor resultante de interesse é o proveniente de distribuições *rank-size* que seguem a Lei de Potência. Não há intervalo específico para o Coeficiente de Potência, contudo ao realizar essa delimitação para essas distribuições *rank-size*, o valor medido será sempre maior ou igual à zero em termos absolutos. Há um caso específico para o Coeficiente de Potência chamado Lei de Zipf, que ocorre quando o valor obtido nesse indicador é 1. Para essas distribuições que seguem a Lei de Zipf, o primeiro valor observado na distribuição *rank-size* é duas vezes maior que a segunda observação, três vezes maior que a terceira e assim por diante.

A partir dessa exposição, o objetivo primeiro deste trabalho é verificar se tanto o Índice de Gini quanto o Coeficiente de Potência podem ser utilizados para medir a desigualdade para o Produto Interno Bruto e seus demais componentes econômicos para os municípios do Rio Grande do Sul entre os anos de 2010 e 2018 de forma consistente. Em segundo lugar, pretende-se verificar se os indicadores de desigualdade dos componentes do PIB do Rio Grande do Sul neste período são qualitativamente consistentes com os resultados dos modelos da Nova Geografia Econômica (Krugman, 1991; Brakman *et al*, 2012).

Por fim, o trabalho está dividido em mais 4 seções, além da introdução. Na segunda seção é feito o levantamento sobre as medidas de desigualdades, suas capacidades explicativas. Na terceira parte do trabalho estão relacionadas às bases de dados utilizadas e os tratamentos realizados nas observações contidas nessas bases. No quarto capítulo são apresentados os resultados obtidos e as discussões acerca desses. Por último, são feitas as conclusões e discussões sobre perspectivas futuras de estudo acerca do tema.

2 MEDIDAS DE DESIGUALDADE

Medir a desigualdade de determinada distribuição de valores é um problema comum em diversas áreas do conhecimento. A mensuração ocorre de diversas formas e, em geral, se busca tanto representações numéricas quanto gráficas para elucidar os resultados. Essas análises tem como objetivo permitir maior poder explicativo sobre as observações e resultados que melhor condizem com a realidade da referente distribuição de análise.

Para as Ciências Econômicas, a desigualdade é ponto de atenção recorrente na literatura da área. Em sua aplicação mais comum, busca-se compreender a distribuição de renda e riqueza entre os indivíduos da economia, mas também pode-se trabalhar com o tamanho das cidades (Brakman *et al*, 2012), impactos da falta de acesso ao sistema financeiro na desigualdade econômica dos diferentes gêneros na África subsaariana (Asongu *et al*, 2019), padrões de concentração das empresas e a tecnologia da informação (Bessen, 2020), desigualdades geradas pelos processos de industrialização dos países (Kuznets, 1955) e mais uma variedade de situações. Lorenz (1905) argumentou que, apesar de não ser possível, na época da publicação do seu trabalho que apresentou as Curvas de Lorenz, determinar os problemas decorridos de uma renda muito mal distribuída, o acompanhamento de pelo menos a variação dessa medida era de grande importância.

Segundo Maio (2007), há uma variedade de métodos para operacionalizar o cálculo da desigualdade, principalmente no caso das distribuições de renda. Em seu trabalho é realizado um levantamento sobre os utilizados na literatura sobre o tema, formando assim um guia que engloba a síntese das principais características desses indicadores e a avaliação de forças e fraquezas para a melhor compreensão desses diferentes sistemas de análise.

O Índice de Gini é a medida mais popular de mensuração da desigualdade de renda (Maio, 2007). Seu valor é definido através do cálculo das áreas obtidas das diferentes Curvas de Lorenz quando estimada a proporção da renda que é acumulada pela proporção da população acumulada. Em outras palavras, o objetivo é encontrar os

valores que proporções como 10%, 20% e assim por diante da população detêm da renda total e representar através de curvas cujos eixos vertical e horizontal representam essas grandezas. O cálculo do Índice de Gini ocorre quando se mensura a área formada por essas Curvas de Lorenz e a reta que forma um ângulo de 45° com a origem, conhecida também como Linha de Igualdade conforme Gráfico 1. Seu valor quando se aproxima de 0 representa distribuições mais igualitárias de renda e quando se aproxima de 1 representa distribuições mais desiguais. Quando utilizado, é importante notar que ele é incapaz de diferenciar entre tipos de desigualdade e também o seu valor é mais sensível para desigualdades que ocorrem na parte central da distribuição (Maio, 2007).

Da mesma família de índices de desigualdade é apresentado o Índice de Atkinson. Atkinson desenvolve esse método tendo como objetivo permitir a análise da desigualdade também nos extremos da distribuição, superando, portanto, a limitação estabelecida pelo Índice de Gini. Nesse caso é introduzido um parâmetro de sensibilidade (ϵ) que quando 0 é definido uma menor sensibilidade com o tipo de desigualdade e com isso seu resultado se aproxima do resultado obtido pelo Índice de Gini. Já quando ϵ tende ao infinito, o resultado coloca em destaque as posições de menor renda da distribuição. Com isso, esse índice se aproxima da definição de justiça social de Rawls (Maio, 2007).

Na sequência dos indicadores que seguem a família de índices de desigualdade de renda, o Índice de Entropia Generalizado também permite a incorporação de um parâmetro de sensibilidade (α) que está associado ao peso definido para a desigualdade em diferentes partes do espectro de renda. Quanto maior o valor de $\alpha > 0$, mais sensível o indicador é para desigualdades que ocorrem no topo da distribuição. O intervalo teórico do valor do índice é entre 0 e infinito, sendo 0 a equidade entre todas as rendas e, conforme esse valor cresce, há o aumento da desigualdade da distribuição sem limite para o indicador. Outra vantagem dessa métrica é a possibilidade de realizar cálculos particionados em diferentes partes da distribuição para comparar seus valores relativos.

O Índice de Robin Hood também se posiciona entre aqueles que seguem a estrutura proposta pelo Índice de Gini. Conhecido também como Razão de Pietra, seu valor representa a máxima distância vertical entre a Curva de Lorenz e a Linha de Igualdade. O nome de Robin Hood surge em alusão ao que representa esse valor: seria

o total de renda que deveria ser transferido dos que estão acima da média da renda para os que estão abaixo desse ponto e, com isso, seria possível garantir que a distribuição fosse igualmente distribuída. Ao contrário dos indicadores anteriormente descritos que permitem parâmetros de sensibilidade, não é o caso para esse.

Outro indicador, distinto dos anteriores, é o Coeficiente de Variação. Na sua aplicação, o cálculo realizado é a divisão do desvio padrão pela média dos valores da distribuição. Observações mais igualitárias entre si possuem menor desvio padrão e com isso o valor do Coeficiente de Variação se torna menor. Apesar da sua simplicidade de utilização, o autor não recomenda seu uso por duas importantes limitações: seu resultado não é padronizado entre diferentes grupos de dados e sua possível distorção por valores anômalos na distribuição. O primeiro caso dificulta a compreensão do coeficiente e sua comparação entre diferentes distribuições. Quanto a segunda limitação, se a distribuição possuir valores pontuais muito desproporcionais em relação aos demais presentes, tanto a média quanto o desvio padrão podem sofrer mudanças significativas no seu resultado e com isso desvirtuar toda a análise baseada neste coeficiente.

A Razão entre Decil da distribuição também pode ser usado como indicador de desigualdade e possui como vantagens ser simples e efetivo. A computação desse valor ocorre quando se divide, por exemplo, a renda dos 10% mais ricos pela renda dos 10% mais pobres. Pode-se também comparar para diferentes razões, como 30/70, 20/80, entre outras, a fim de permitir a sensibilidade da análise para porções específicas da distribuição.

Por fim, Maio também discute em seu trabalho a utilização da Proporção da Renda Total Auferida. Nesse método, o cálculo ocorre a partir da definição de uma porção de corte da população e o seu total de renda acumulada, ou seja, examinar quanto da renda é detida pelos 50% mais pobres da distribuição. Sua grande desvantagem é o fato de pouco dizer sobre a natureza dessa desigualdade e também não ser capaz de demonstrar como está dividida essa acumulação de renda entre essa proporção escolhida.

Para além dos índices de desigualdade descritos pelo trabalho de Maio (2007), é possível observar que alguns fenômenos naturais e sociais ocorrem com distribuição de valores que também podem ser analisados através de relações estatísticas específicas,

como é o caso das distribuições que seguem a Lei de Potência (Guerriero, 2012). Essas observações que estão de acordo com essa lei podem ter sua desigualdade avaliada pela comparação entre seus coeficientes de potência (Brakman *et al*, 2012) e, quando o valor desse coeficiente é 1, a distribuição é considerada também de acordo com a Lei de Zipf, cuja premissa é que o maior valor é 2 vezes maior que o segundo maior valor, 3 vezes maior que o terceiro maior valor e assim por diante. Essas Leis de Potências são observadas na economia em diferentes áreas, como por exemplo, na distribuição do tamanho de firmas em uma economia e aglomerações populacionais entre cidades (Gabaix, 2016) para as distribuições da renda dos mais ricos dos EUA (Gabaix *et al*, 2016).

Para este trabalho foram escolhidos o Índice de Gini e o Coeficiente de Potência como as métricas para a avaliação da desigualdade presente nas distribuições de análise, que são: o PIB, PIB *per capita*, componentes do PIB e população dos municípios do Rio Grande do Sul. Essa escolha se deu pela forte presença desses indicadores na literatura das ciências sociais, em especial da Economia (Maio 2007; Gabaix *et al* 2016). Seguindo o exposto por Rodriguez (2016), o coeficiente da Lei de Potência permite analisar a hierarquização entre os valores da distribuição e, ao Índice de Gini, cabe fornecer a quantificação, mesmo que mais sintética pelas limitações já descritas, o quão desigual está a distribuição. Sendo assim, a partir desses fatores, é possível através dos indicadores escolhidos olhar para a geração de renda que acontece nos municípios do RS e quantificar a influência das diferentes cidades nesse processo, além da participação das diferentes frentes de geração de renda que essas regiões possuem.

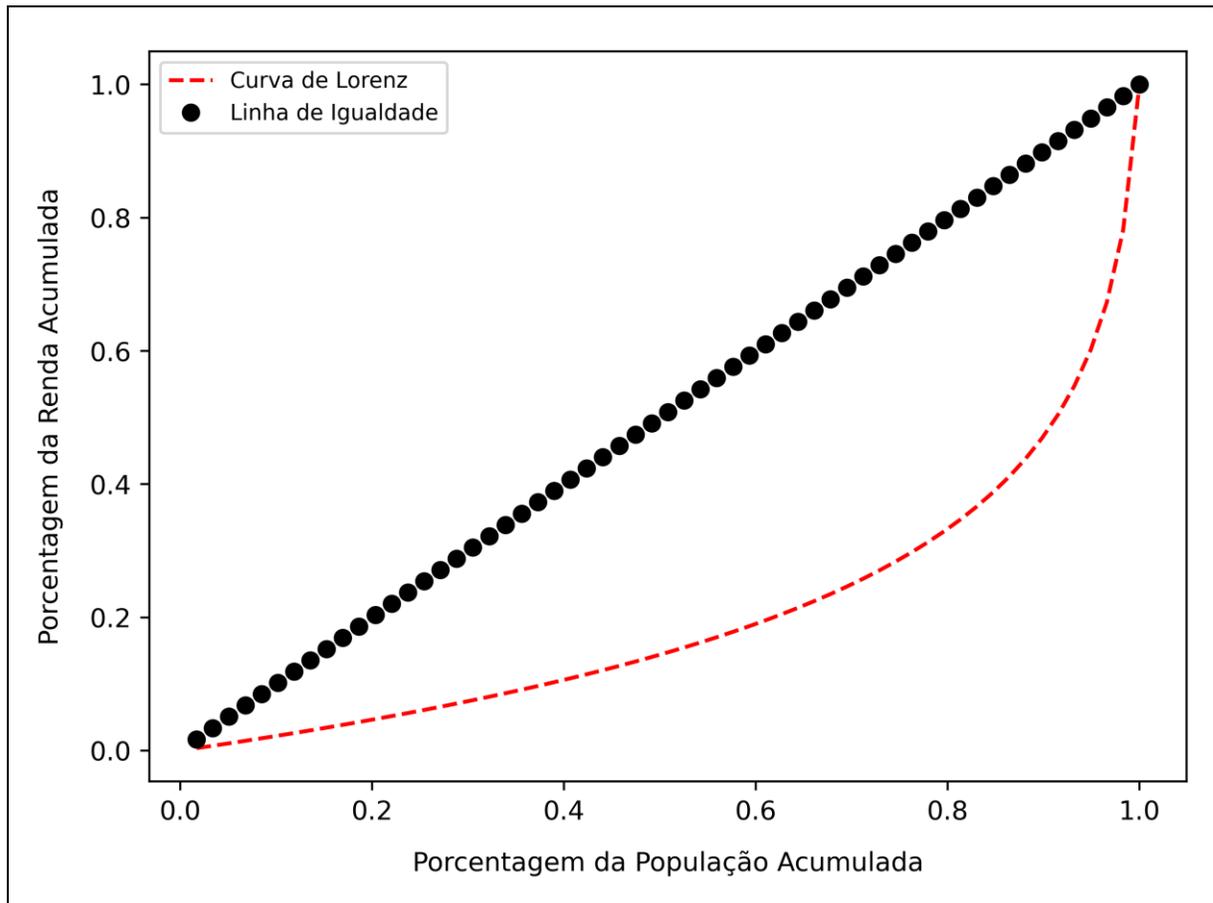
2.1 ÍNDICE DE GINI

Motivado pela necessidade de mensurar as diferentes distribuições de renda entre diferentes períodos e regiões, Lorenz (1905) apresenta um método de análise de uma distribuição que ficaria conhecido como a Curva de Lorenz. Nessa abordagem, o principal foco é definir o quanto da porcentagem do total da renda é possuída pela porcentagem

acumulada da população conforme esses números evoluem até atingirem o 100%. Portanto, numa sociedade totalmente igualitária em renda, o esperado é que os primeiros 10% da população, ou seja, os 10% mais pobres, possuam 10% da renda total; os 50% da população, 50% da renda e assim por diante. Conforme o Gráfico 1, neste caso de igual distribuição de renda entre todos os indivíduos, a Curva de Lorenz segue uma reta de inclinação de 45° com a origem, conhecida como Linha de Igualdade. Contudo, em uma distribuição de renda mais próxima da observada na realidade, é previsto que os mais pobres detenham menor porcentagem da renda que o descrito pela Linha de Igualdade. Sendo assim, numa distribuição hipotética, os 25% mais pobres possuem 10% da renda; os 50% da população, 20% do total de renda e assim em diante. Com isso, a Curva de Lorenz fica abaixo da Linha de Igualdade, como também representado no Gráfico 1 em vermelho.

A partir dessas visualizações, Lorenz (1905) demonstra que quanto mais afastada é uma curva da Linha de Igualdade, maior desigualdade se encontra naquela distribuição de renda. É também possível realizar a comparação entre diferentes distribuições, mesmo que elas variem em tamanho ou estejam em diferentes períodos históricos, pois o que importa são as porcentagens acumuladas e não os valores em termos absolutos. Com as propriedades dessa análise, Gini (1912), em seu livro intitulado *Variabilità e Mutabilità*, desenvolve o Índice de Gini, cujo objetivo é calcular numericamente a desigualdade de renda medida pelas Curvas de Lorenz (Cerani e Verme, 2011) e, complementa seus estudos em seu trabalho *Measurement of Inequality of Incomes* (Gini, 1921).

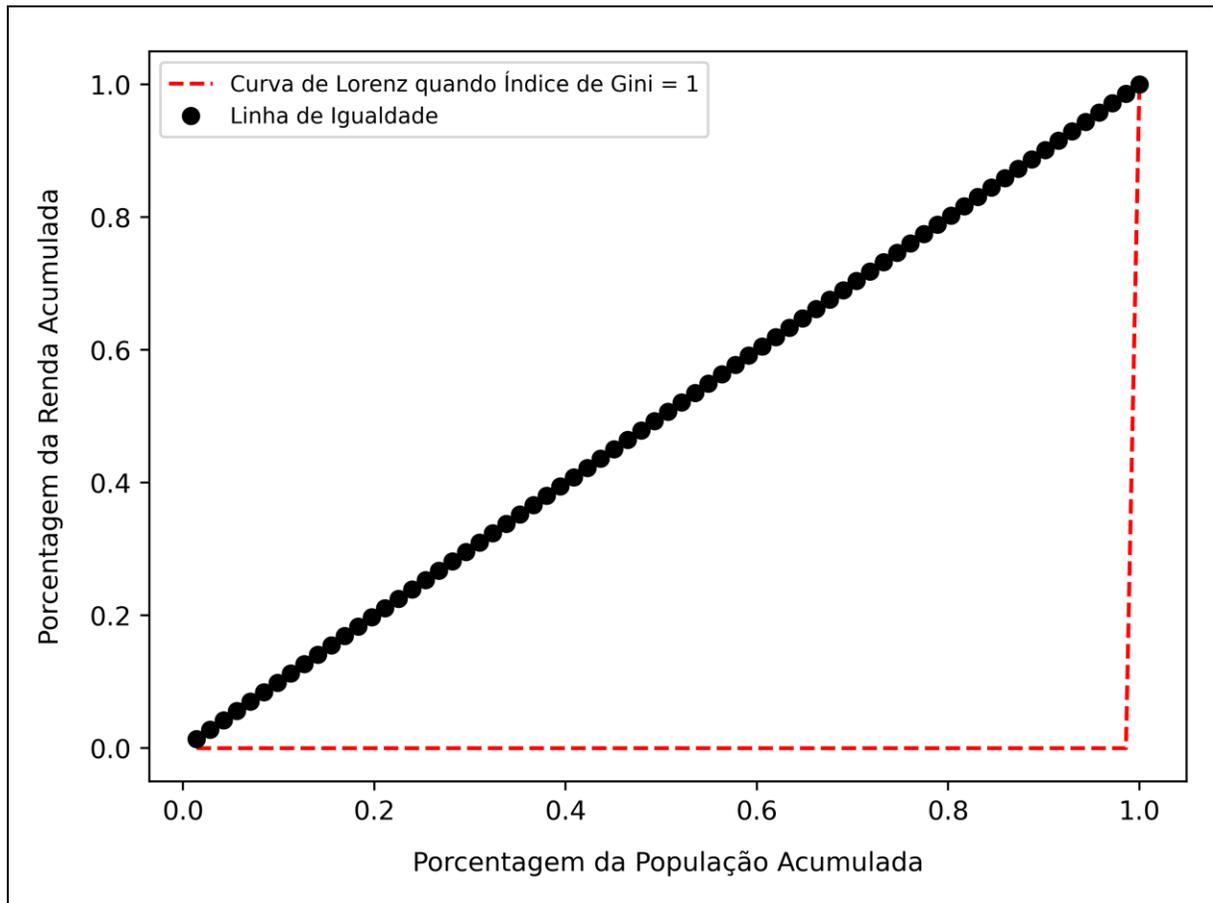
Gráfico 1 - Linha de Igualdade e Curva de Lorenz



Fonte: elaboração do autor (2021).

O cálculo do Índice de Gini acontece quando se computa a área entre a Curva de Lorenz e a Linha de Igualdade, dividindo esse valor pela área do triângulo formado entre a Linha de Igualdade e os eixos coordenados. Conforme a área entre as linhas aumenta, essa divisão tende a 1 e quanto mais próxima a Curva de Lorenz está da Linha de Igualdade mais próximo de 0 se torna o resultado. Sendo assim, o valor do Índice de Gini está entre 0 e 1. Valores que são mais próximos de 0 identificam que a distribuição analisada é mais igualitária, enquanto valores mais próximos de 1 nos dizem que a distribuição é mais desigual. Segundo Maio (2007), quando o valor do índice é 1, a sociedade é plenamente desigual, com um indivíduo detendo toda a renda, enquanto os demais não possuem nada. Logo neste caso extremo, a curva de Lorenz é a mostrada no Gráfico 2.

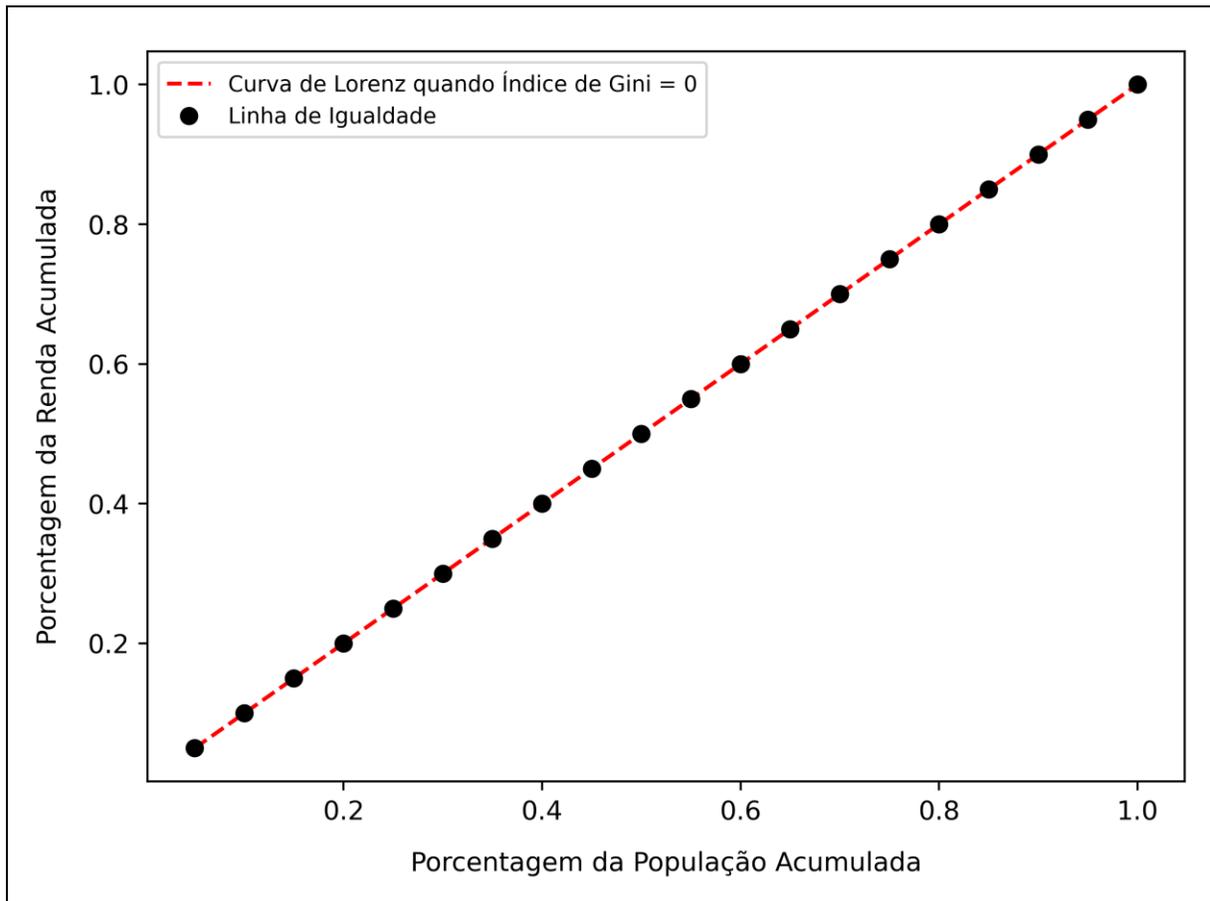
Gráfico 2 - Curva de Lorenz no caso de maior concentração de renda



Fonte: elaborado pelo autor (2021).

Por outro lado, caso o valor obtido seja 0 durante a mensuração do indicador, significa que a distribuição é totalmente igualitária e, com isso, todos os indivíduos possuem a mesma renda. Portanto, a Curva de Lorenz acaba se sobrepondo a Linha de Igualdade e não há área entre as duas curvas conforme o Gráfico 3.

Gráfico 3 - Curva de Lorenz no caso de maior concentração de renda



Fonte: elaborado pelo autor (2021).

O método de cálculo utilizado para o Índice de Gini, que permite o cálculo através dos dados e não apenas da representação gráfica apresentada pela Curva de Lorenz está representado na Equação (1):

$$G = \frac{\sum_{i=1}^n (2i - n - 1)x_i}{n \sum_{i=1}^n x_i} \quad (1)$$

Em que x_i é o valor observado, n é quantidade de valores observados i classificação desse valor na distribuição ordenada pelo valor de x . Como a Curva de

Lorenz e, por consequente, o Índice de Gini se originam da tentativa de resolução do problema de mensurar a desigualdade de renda de uma população, é importante notar que os valores observados para a variável de interesse não podem ser negativos, como apresentado por Battisti *et al* (2019). Caso uma distribuição utilizada para o cálculo apresente valores negativos, há a possibilidade de realizar dois procedimentos: transformar os valores negativos em zero ou remover completamente esses valores da distribuição. Isso ocorre porque, nesses casos, o Índice de Gini deixa de ser um coeficiente de desigualdade e passa a ser apenas uma medida relativa de variabilidade (Battisti *et al*, 2019).

Por fim, apesar de amplamente utilizado nos estudos de desigualdade, é importante notar que o Índice de Gini apresenta algumas limitações, como explicado pelo autor Maio (2007). A principal delas é que ele é incapaz de diferenciar diferentes tipos de desigualdade, como por exemplo a desigualdades que ocorrem nas diferentes partes da distribuição de renda de análise, fato que pode dificultar a comparação entre diferentes valores do Índice de Gini e confundir testes de hipóteses sobre o tema. Outro ponto de atenção é que os valores desiguais do meio da distribuição impactam mais o índice do que aqueles mais nas extremidades superior e inferior.

2.2 LEI DE POTÊNCIA

Da magnitude de terremotos ao diâmetro de crateras lunares, muitos dos fenômenos naturais e humanos que ocorrem estão de acordo com distribuições estatísticas que seguem a Lei de Potência como descrito por Guerriero (2012). Outros exemplos de locais onde ela pode ser encontrada são demonstrados por Newman (2004): frequência de palavras em textos escritos em inglês, citações de artigos científicos, acessos a sites, vendas de cópias de livros, quantidade de chamadas telefônicas durante um dia, intensidade de erupções solares, intensidade de guerras, riqueza de indivíduos, frequência de nomes de famílias e tamanhos populacionais de cidades. Conforme descrito por Gabaix (2016), a Lei de Potência pode ser formalmente escrita como:

$$Y = \alpha X^\beta \quad (2)$$

Em que X e Y são as variáveis de interesse, α a constante do modelo e β é o Coeficiente de Potência. A Lei de Potência é também conhecida como a Lei de Escala, quando X é multiplicado por 10, então Y é multiplicado por 10^β (Gabaix, 2016). Brakman *et al* (2012) aborda como boa parte dos problemas que estão relacionados a distribuições que seguem a Lei de Potência se desenvolvem a partir da abordagem da classificação dos valores por tamanho, ou *rank-size distribution*. Nesse enfoque, dada uma distribuição de valores, organizam-se esses valores do maior para o menor e, para essa ordenação, define-se um *ranking* para cada uma dessas observações. Caso a distribuição gerada a partir desse método esteja de acordo com as premissas da Lei de Potência, o resultado esperado pode então ser representado pela seguinte adequação da Equação (2) que é a equação que descreve a distribuição *rank-size*:

$$Y = \alpha X^{-\beta} \quad (3)$$

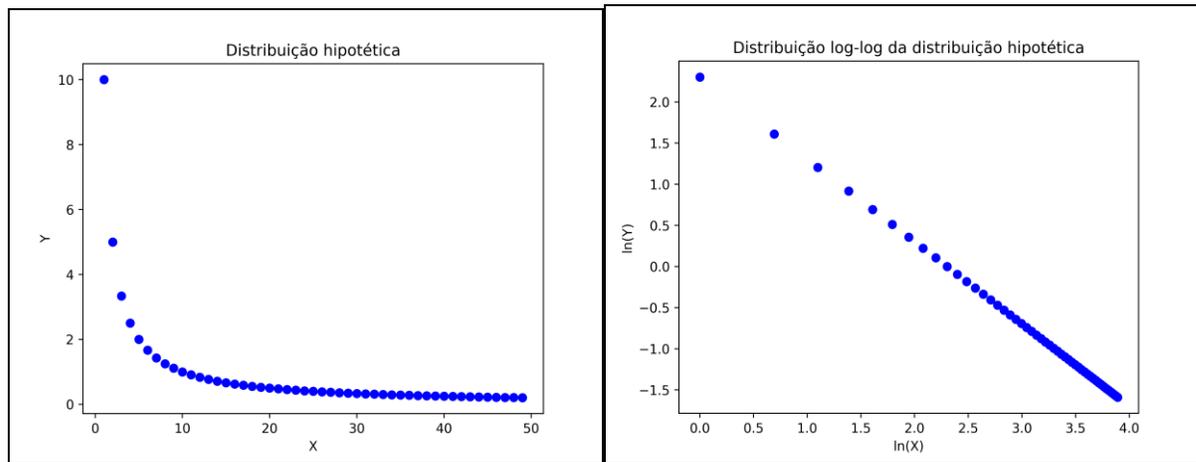
Uma das propriedades das funções que descrevem as Leis de Potências propostas, é que ao se aplicar logaritmo em ambos os lados da equação, a distribuição obtida é linear (Guerreiro, 2012). Para tanto, a Equação (3) pode ser reescrita da seguinte forma, cujo resultado é uma nova distribuição log-log que pode ser representando por uma reta:

$$\ln(Y) = \ln(\alpha) - \beta \ln(X) \quad (4)$$

A partir da aplicação dessa transformação, demonstrada no Gráfico 4, pode-se buscar o valor do R^2 da curva estimada para a validação da hipótese da distribuição ser estatisticamente classificada como uma Lei de Potência e também para a avaliação da capacidade explicativa do modelo. Essa validação surge a partir da aplicação de uma

regressão linear conforme o explicado por Mann e Lacke (2009) para a obtenção desse R^2 .

Gráfico 4 – Lei de Potência com dados hipotéticos



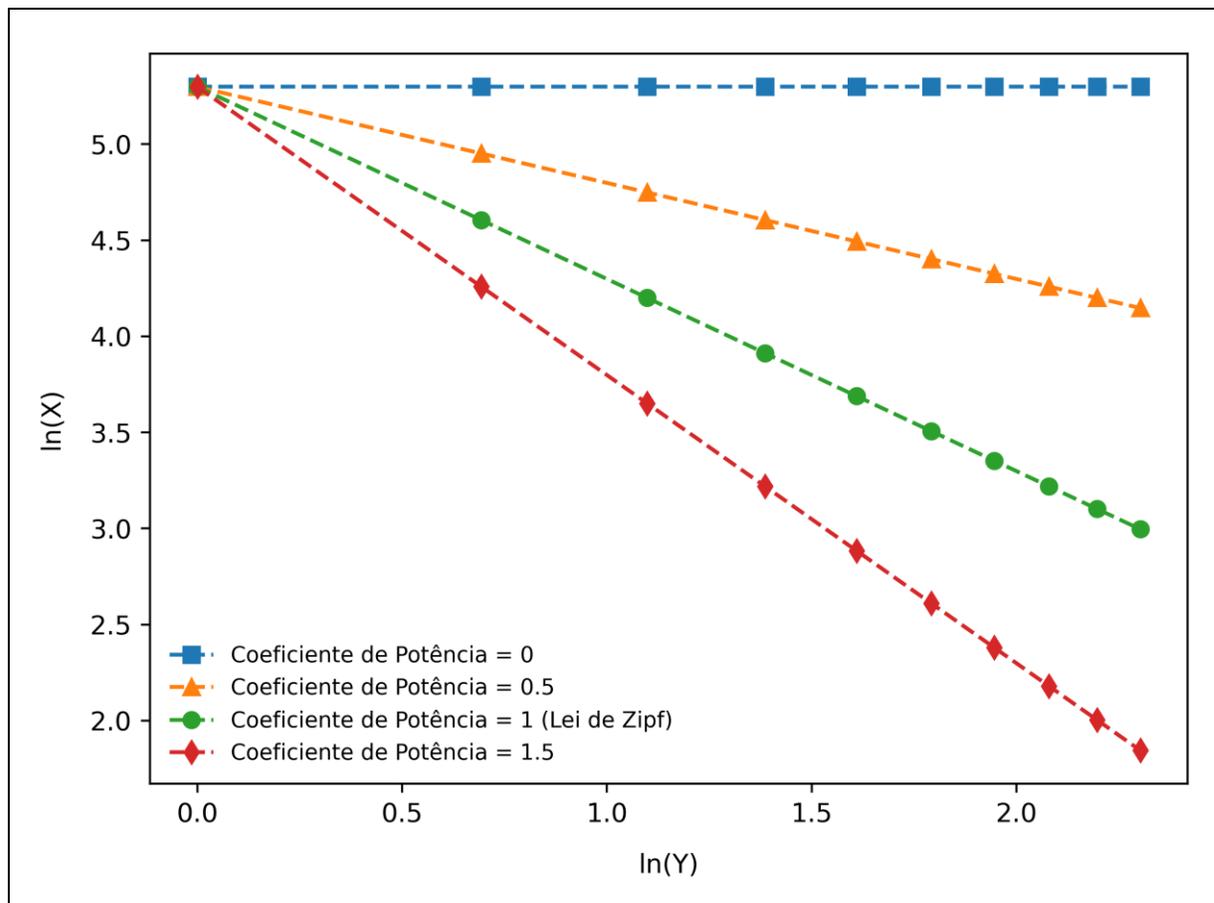
Fonte: elaborado pelo autor (2021).

Quando o Coeficiente de Potência (β) está entre 0 e infinito, as diferentes distribuições que estão sendo representadas pela Equação (4) podem ser comparadas e, se observado o Gráfico 5, quando β é 0, todos os valores são iguais e conforme o Coeficiente de Potência aumenta, os pontos da distribuição log-log ficam mais distantes entre si, ou seja, ficam relativamente mais desiguais e portanto servem como parâmetro de análise de desigualdade das variáveis de interesse, ou seja, quanto maior for o beta, maior a desigualdade da variável de análise.

Nas Ciências Econômicas, diferentes estudos utilizaram a abordagem da Lei de Potência e os distintos métodos de cálculo que surgem a partir dela. Segundo Reed (2001), um dos primeiros casos a ser apresentado um uso da Lei de Potências foi com o desenvolvimento da Lei de Pareto que está relacionada com as distribuições de renda dos indivíduos. Numa ideia muito similar ao proposto por Lorenz (1905), Pareto identificou uma relação da Lei de Potência para a acumulação de renda da sociedade sob análise. Também surge como método de análise a Lei de Zipf, caso especial da classificação dos

valores por tamanho cujo Coeficiente de Potência é 1. Originalmente utilizado para identificar a frequência de palavras em livros de linguagem inglesa, sua adaptação para a Economia é capaz descrever distribuições de tamanho de cidades, tamanho de empresas e afins (Gabaix, 2016).

Gráfico 5 - Distribuição log-log quando aplicados diferentes coeficientes de potência



Fonte: elaborado pelo autor (2021).

2.2.1 Lei de Zipf

Conforme Powers (1998), George Kingsley Zipf buscou compreender como se comportavam a frequência e a classificação de diversas unidades e construções

linguísticas e sociais em seus trabalhos. Suas pesquisas sobre o Princípio do Menor Esforço entre falante e ouvinte o fizeram chegar à Lei de Zipf, modelo que é a base para obter a ocorrência de determinados valores, sua influência e hierarquia em distribuições de análise.

Para a Lei de Zipf ser verdadeira em uma distribuição, o Coeficiente de Potência (β) evidenciado na Equação (4) deve ser igual a 1. Nesse caso especial em que se organiza os valores observados do maior para o menor, é possível afirmar que o primeiro valor da classificação é k vezes maior que o k -simo valor do ranking, em outras palavras, podemos afirmar que o primeiro valor é duas vezes maior que o segundo valor, três vezes maior que o terceiro valor e assim em diante se comparado a todos os demais valores que estão no grupo de interesse.

Essa relação existe em diversos fenômenos econômicos e sociais. Krugman (1997) apresenta a ocorrência desse caso quando estimado o coeficiente para a distribuição populacional das 130 maiores áreas urbanas dos EUA em 1991. Já Gabaix (2016) demonstra a ocorrência dessa relação na distribuição dos tamanhos de firmas além do tamanho de cidades. Portanto, podemos usar o caso especial da Lei de Zipf como *benchmark* para a análise de diferentes distribuições que também seguem a Lei de Potência, sempre comparando para identificar se o Coeficiente de Potência é 1 ou está fora desse valor especificado. Essa abordagem é usada por Brakman *et al* (2012) e, de acordo com os autores, quando o coeficiente é menor que 1, a distribuição de análise é menos desigual do que o esperado pela Lei de Zipf. No caso contrário, quando o valor é maior que 1, os valores observados estão mais desiguais que o definido na Lei de Zipf como representado pelo Gráfico 5.

2.3 MECANISMOS GERADORES DE LEIS DE POTÊNCIA

Mais do que identificar a ocorrência de Leis de Potência nos mais diversos fenômenos naturais e sociais, é de suma importância a capacidade de definição dos mecanismos que levam a seu aparecimento, em especial nas relações econômicas de

interesse para esse trabalho. Como demonstrado em trabalhos de Gabaix (2016) e Reed (2001), as Leis de Potências surgem de distribuições que são desiguais ou que apresentam concentração dos valores de análise em parte das observações. Krugman (1991) apresenta pela primeira vez o modelo de centro-periferia que permitiu a explicação das aglomerações econômicas no espaço com postulados que seriam conhecidos como a Nova Geografia Econômica (NGE).

Na abordagem centro-periferia, a economia está distribuída em dois setores: a agricultura e a indústria. No primeiro setor, os retornos são constantes, a produção é atrelada à porção de território em que existem terras propícias para a atividade rural e a concorrência é perfeita. Já para o setor industrial, os retornos esperados são crescentes em escala e a concorrência é monopolística com bens diferenciados. Esses setores estariam então representados em pelo menos duas regiões. No lado do mercado de trabalho, a mão de obra agrícola não possui mobilidade e seus salários são definidos a partir da produção das terras. Por outro lado, os trabalhadores industriais podem se deslocar no espaço para trabalhar em diferentes regiões e a sua remuneração se dá a partir da produtividade marginal desses trabalhadores. É também inserido no modelo os custos de transporte inter-regional para os bens produzidos no setor industrial.

Caso o custo de transporte seja muito elevado, não há interesse por parte das firmas de se aglomerarem em uma região específica, pois é mais lucrativo produzir em cada uma das regiões e não estar suscetível a pagar o custo do transporte desses bens. Contudo, é possível que os custos de transporte caiam a níveis abaixo de um determinado ponto crítico, em que a aglomeração em determinadas regiões finalmente supere o custo de realizar as trocas entre as regiões do modelo. Retomando o exemplo de duas regiões, caso os custos do transporte cheguem a esse patamar crítico, é esperado que apenas uma das regiões possua setor industrial, pois os ganhos de escala atraem as firmas em busca de maiores lucros e os trabalhadores industriais possuem a capacidade de se locomover até essa região em que eles obtêm, portanto, maiores salários.

Apesar da definição de um novo paradigma nas Ciências Econômicas, o modelo de centro-periferia de Krugman (1991) ainda não era capaz de gerar as Leis de Potências

como o mesmo identifica quando analisa os dados do tamanho populacional das 130 maiores cidades dos EUA em 1991 seguirem a Lei de Zipf (Krugman, 1997). Isso se deve ao fato de o modelo centro-periferia ter como resultado apenas poucas regiões de aglomeração industrial, enquanto as demais regiões possuem zero produção industrial, obtendo assim distribuições que não seguem uma Lei de Potência.

Krugman (1997) se aproveita da explicação fornecida por Herbert Simon (1955) para impor algumas hipóteses do porquê é possível a obtenção da Lei de Zipf nos dados empíricos do tamanho das cidades. Conforme o autor, Simon propõe que esses resultados são esperados quando considerado um processo aleatório de crescimento das cidades, em que o crescimento populacional acontece com adição de porções populacionais discretas que são atraídas por novos empreendimentos e aglomerações industriais. Com certa probabilidade p essas porções se tornam núcleos de novas cidades, por outro lado, com probabilidade $(1 - p)$ elas podem na verdade se somarem a cidades já existentes, sendo essa probabilidade proporcional ao tamanho populacional dessas cidades. Esse processo demonstraria que, com o passar do tempo, a cauda superior da distribuição dos tamanhos de cidades irá seguir uma lei de potência. Se o descrito por Simon for, portanto, verdade, um Coeficiente de Potência próximo de 1 indicaria que a formação de novas cidades seria um evento raro (Krugman, 1997).

Contudo, o modelo de Simon (1955) apresenta fragilidades que tornam questionável suas premissas, segundo Krugman (1997). O principal problema está no fato de o tamanho da cidade, ou no caso, da magnitude da variável de análise, ser irrelevante, afinal a taxa de crescimento da cidade é a mesma tanto para pequenas cidades quanto para as grandes. Porém, o modelo da NGE propõe que essas taxas são na verdade relacionadas ao tamanho da cidade que apresenta ganhos de escala crescentes, portanto quanto maiores as aglomerações, maior seria a taxa de crescimento dessas grandes cidades, fato que aparece também nos dados empíricos usados por Krugman (1997). Sendo assim, ainda não era possível explicar como as distribuições empíricas estavam seguindo Leis de Potência pelo arcabouço teórico da NGE até aquele momento.

Gabaix (1999) introduz novas hipóteses que poderiam explicar o surgimento de Leis de Potência através de pressupostos como o de Simon (1995) e sem, a princípio, considerar os postulados da NGE. Com o avanço da Teoria Econômica, Gabaix (2016) consolidou em seu trabalho a evolução do pensamento que permitiu definir a resposta da pergunta não resolvida no trabalho de Krugman (1997), usando as hipóteses propostas no seu trabalho de 1999. O exemplo definido pelo autor parte agora não mais do tamanho de cidades, mas sim do tamanho de firmas. Com o objetivo de obter uma Lei de Potência, o autor parte do que o descrito por Simon (1955) é válido, então podemos supor um processo de crescimento aleatório para as empresas. Outro parâmetro definido é que as firmas estão de acordo com as Lei de Gibrat, sendo assim, a expectativa é que todas tenham a mesma taxa de crescimento e o mesmo desvio padrão dessa taxa. Entretanto, isso não seria o suficiente para explicar um crescimento controlado cujo resultado seria a observação de uma Lei de Potência, pois conforme o sistema evoluísse, é esperado que ele tenha crescimento lognormal com uma variância cada vez maior do desvio padrão.

Para garantir a estabilidade do sistema, pode-se então introduzir alguma fricção que controle esse crescimento e o desvio padrão. No exemplo fornecido por Gabaix (2016), a introdução de um tamanho mínimo que as firmas deveriam ter para poderem existir é o suficiente para estabilizar o sistema, e com isso, obter uma distribuição que segue uma Lei de Potência com um determinado coeficiente. O autor discute então o porquê de tantos casos entre relações econômicas e sociais estarem associados à Lei de Zipf (caso especial em que o coeficiente é igual a 1), afinal a determinação de uma restrição no sistema, ou seja, evitar que valores muito pequenos surjam na distribuição, apenas garante que tenhamos uma distribuição que segue a Lei de Potência, mas não é condição suficiente para garantir que essa distribuição siga a Lei de Zipf.

O surgimento do coeficiente 1 é, portanto, resultado direto de quando a fricção inserida no sistema é de baixo impacto e há valores exógenos que podem ser agregados à variável de interesse, como por exemplo, mais população para cidades ou mais trabalhadores para as firmas. Um expoente que seja 1, ou muito próximo disso, é o menor coeficiente consistente possível quando considerado que os recursos totais são finitos e

as restrições são pouco intensas para a taxa de crescimento do sistema aleatório, levando rapidamente o coeficiente da Lei de Potência para 1 (Gabaix, 2016). A partir disso, é possível compreender a razão de ser comum a Lei de Zipf para variáveis econômicas: em geral são bem representadas por padrões de crescimento proporcional aleatório, com poucas limitações friccionais e um controle de sua finitude. Se observado o tamanho de indústrias que seguem a Lei de Gibrat e que estão inseridas num mercado que existe um custo de entrada, espera-se, então, o surgimento da Lei de Zipf para a distribuição de *rank-size* que descreve o tamanhos dessas empresas.

Gabaix ressalta que, no geral, esse mecanismo assim descrito tem sua fundamentação em retornos constantes de escala, além de precisar contar com um processo randômico de crescimento condicionado a uma fricção que impede o aparecimento de valores mais baixos na distribuição. Entretanto, evidências apontam que alguns processos, tais como o crescimento populacional das cidades, possuem retornos crescente de escala e com isso as dúvidas impostas por Krugman (1997) quanto a esse processo ainda estariam sem resposta. Porém, Gabaix fornece preliminarmente algumas possíveis explicações, como a possibilidade de ganhos crescentes de escala em algumas ocasiões serem insignificantes ou a existência de condicionantes urbanos e geográficos que atuam contrabalanceando esses ganhos no caso do tamanho de empresas ou cidades. Distribuições de renda também podem ser então inseridas nesse caso, afinal podem apresentar ganhos de acumulação limitados por fatores como sorte, roubo e diferentes incentivos.

Como resposta aos trabalhos de Simon (1955) e Gabaix (1999) e motivados pelos modelo centro periferia de Krugman (1991), Brakman *et al* (2012) estendem a análise da NGE e buscam resolver dois pontos entendidos como problemas das abordagens anteriores: falta de respaldo na Teoria Econômica e desencontro com os dados empíricos observados. Segundo os pesquisadores, seus resultados demonstram que é necessário levar em consideração que o Coeficiente de Potência no geral desvia de 1 e ele também pode mudar com a passagem do tempo.

A discordância entre os resultados de Gabaix e Brakman *et al* ocorre pois a abordagem da nova economia urbana usada por Brakman *et al* (2012), baseada nos

modelos da nova geografia econômica proposta por Krugman (1991), permite a inserção, por parte dos autores, da atuação de uma força de desaglomeração advinda de custos de congestionamento associados a aglomerações urbanas, reduzindo os benefícios de grandes centros urbanos, enquanto Gabaix (1999) não considera essa possibilidade. Os autores não excluem a existência de mais modelos explicativos para o surgimento dessas Leis de Potência como estudos que demonstram processos endógenos de crescimento baseados em inovação. Contudo, para validarem o poder explicativo dessa abordagem da NGE com custos de congestionamento introduzidos no modelo, os autores então definem a aplicação de um modelo centro-periferia com a adição dessa força de desaglomeração, usando como *benchmark* dados urbanos históricos europeus.

O teste começa com 24 cidades localizadas num circuito econômico. Inicialmente cada cidade é baseada em cidades com setor industrial historicamente persistentes e cada uma recebe uma quantidade aleatória da força de trabalho. São então simulados três momentos distintos. O primeiro período é a pré-industrialização onde boa parte da força de trabalho é composta por agricultores e a produção é majoritariamente feita por eles. O setor manufatureiro é homogêneo e há alto custo de transporte, o que impede que os ganhos de escala sejam crescentes. Não há também grandes economias de escala negativas, apesar de não serem totalmente desconsideradas.

O segundo período é a industrialização. Nesse ponto, há grande redução dos custos de transporte e ganhos de escala com a importância da indústria de novos bens que podem ser distintos entre si. Esse momento é caracterizado como dominado pelas forças de aglomeração, ocorrendo o desaparecimento de cidades pequenas e nenhum grande impedimento para restringir que grandes cidades se tornem ainda maiores com a chegada de novos trabalhadores para o setor industrial, afinal esses possuem mobilidade no espaço.

Por fim, no terceiro período da simulação, chamado de pós-industrialização, os custos de transporte continuam baixos e o setor industrial é caracterizado por produtos diferenciados e retornos crescentes de escala. Apesar dessas vantagens econômicas percebidas pelas firmas quanto à aglomeração industrial em poucas regiões, há a introdução do custo de congestionamento nas cidades pela grande aglomeração urbana.

Como esse custo de congestionamento é inserido dentro da função de produção das firmas, há um incentivo para que o setor industrial distribua sua produção em diferentes regiões. Nesse ponto da análise, portanto, que o modelo de Brakman *et al* (2012) diverge do resultado obtido por Krugman (1991), já que são geradas diversas regiões que possuem setor industrial e não mais poucas regiões com todo o setor industrial aglomerado ali. Essas diversas regiões, por fim, seguem Leis de Potências que podem ser Leis de Zipf.

Com isso, Brakman *et al* (2012) conseguem finalmente fornecer um mecanismo de geração de Leis de Potência utilizando conceitos da Teoria Econômica e, conforme demonstrado pelos autores, que consegue explicar os dados empíricos, afinal o modelo de centro-periferia com custos de congestionamento foi capaz de explicar com R^2 de mais de 90% as mudanças dos dados históricos urbanos europeus. Portanto, é possível explicar o porquê da ocorrência de Leis de Potência em distribuições econômicas mesmo com retornos crescentes de escala. Brakman *et al* (2012) apresentam que a dinâmica encontrada para o valor do Coeficiente de Potência para os três períodos de análise começa com um valor bem abaixo de 1, seguido com um aumento do coeficiente para valores que podem inclusive superar 1, finalizando com a queda desse valor. Sendo assim, apesar de valores muito próximos de 1 serem amplamente encontrados nas distribuições econômicas, eles não são a regra para o valor do Coeficiente de Potência, podendo esse variar pelo momento de análise das variáveis de interesse.

3 BASE DE DADOS E TRATAMENTOS

Para a aplicação dos cálculos que geram os indicadores, são levantados diversos dados que detalham as informações econômicas dos municípios do Rio Grande do Sul e que serão apresentados nesse capítulo.

3.1 PRODUTO INTERNO BRUTO MUNICIPAL

A métrica utilizada para representar a renda gerada pelos municípios brasileiros é o Produto Interno Bruto Municipal. Define-se o Produto Interno Bruto (PIB) como a soma de todos os bens e serviços finais produzidos por um país, estado ou cidade em um determinado período de tempo, geralmente com periodicidade anual (IBGE, 2016). Portanto, o PIB Municipal nada mais é do que a definição desse valor para cada município brasileiro.

Esse valor é mensurado pelo Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE, 2020), seguindo a regra exposta no Relatório Metodológico de Produto Interno Bruto dos Municípios. Segundo o IBGE (2016), os dados municipais são desmembrados a partir das Contas Nacionais e, por isso, são coerentes e comparáveis tanto com os resultados regionais como nacionais. A série histórica contida nas bases do IBGE remetem a dados de 1999 em diante, entretanto, é a partir dos dados de 2010 que o Instituto passou a adotar a metodologia de *System of National Accounts 2008* (SNA 2008) que modificou o peso relativo das atividades na geração do valor adicionado bruto, sendo assim, o ano de 2010 passa a ser o novo começo para a série histórica dos dados por estar associado a uma nova metodologia. Para obter o valor de mercado do PIB Municipal a partir de 2010, soma-se o valor adicionado bruto total mais o valor dos impostos, líquidos de subsídios, sobre os produtos. O valor adicionado bruto é composto por 3 subcategorias: agropecuária, indústria e serviços.

O valor adicionado bruto da agropecuária é avaliado a partir dos valores da agricultura, pecuária e produção florestal e pesca e aquicultura. Para o valor da indústria,

calcula-se o montante gerado pelos segmentos: indústria extrativa mineral; indústria de transformação; produção e distribuição de eletricidade e gás, água, esgoto e limpeza urbana; e construção civil. Na categoria de serviços, o que se leva em conta é o comércio e reparação de veículos automotores e motocicletas; serviços de alojamento e alimentação; transportes, armazenagem e correio; serviços de informação; intermediação financeira, seguros e previdência complementar; atividades imobiliárias; atividades profissionais, científicas e técnicas, administrativas e serviços complementares; administração, educação e saúde públicas, defesa e seguridade social; e artes, cultura, esporte e recreação e outras atividades de serviços e serviços domésticos. Por fim, os impostos, líquidos de subsídios, sobre produtos é calculado da soma do valor dos impostos sobre produtos a parcela referente aos subsídios, sendo o valor dos subsídios sempre negativos.

É importante ressaltar que apesar de o valor adicionado bruto da administração, educação e saúde públicas, defesa e seguridade social estar descrita tecnicamente dentro do grupo de serviços, seu valor é apresentado nos dados separado do valor dos demais serviços. É medido conferindo as esferas municipal, estadual e federal do governo, sendo dentro da esfera municipal distribuído pela seguinte estrutura:

- Salários
 - Pessoal ativo;
 - Demais despesas de pessoal;
 - Terceirização de mão de obra;
 - Outras despesas.
- Contribuições sociais efetivas:
 - Obrigações patronais

Além dos valores segregados por categorias, a base de dados dos PIBs Municipais também possui o valor adicionado bruto total e o valor do PIB e o PIB per capita de cada município. Para as análises foi compreendido o período entre os anos 2010 e 2018, pois o ano de 2010 é o primeiro com a nova metodologia da SNA 2008 e 2018 é o último ano em que os dados foram divulgados e foram selecionados apenas os municípios rio-grandenses da amostra.

3.2 DADOS POPULACIONAIS

Para os dados relativos à quantidade populacional em cada cidade do Rio Grande do Sul entre os anos de 2011 e 2018 também foram utilizadas as estimativas do IBGE para tal variável. O método utilizado pelo Instituto é o AiBi desenvolvido por João Lira Madeira e Celso Cardoso da Silva Simões em que, partindo das Projeções da População para o Brasil e as Unidades da Federação e o crescimento populacional municipal medido na última década definida pelos últimos dois Censos Demográficos, que devem ocorrer por lei a cada 10 anos, é possível estimar a quantidade de habitantes de determinado município (IBGE, 2019). Para o ano de 2010, é utilizado diretamente os dados populacionais levantados pelo Censo Demográfico de 2010 (IBGE, 2010).

3.3 DEFLACIONADOR DOS VALORES TOTAIS

Para o cálculo dos indicadores de desigualdade não há a necessidade de correção de valores por algum índice de inflação, pois quando multiplicada a lista de um ano pelo mesmo valor tanto o Índice de Gini quanto o Coeficiente de Potência continuam os mesmos. Contudo, quando apresentados os valores totais e sua evolução no período de análise, foi utilizado o Índice Nacional de Preços ao Consumidor Amplo (IPCA) como deflacionador, o qual é produzido através do Sistema Nacional de Índices de Preços ao Consumidor (SNIPC) e disponibilizado pelo IBGE (IBGE, 2021). O valor considerado para a correção dos dados foi a inflação medida pelo IPCA acumulada dentro daquele ano referente à variável analisada.

3.4 TRATAMENTO E AJUSTES DOS DADOS

Para garantir a integridade das análises e a possibilidade de comparação entre os diferentes períodos, evidenciou-se a necessidade de dois tratamentos nos dados do IBGE e a escolha da remoção de uma das variáveis que está presente no arquivo do PIB Municipal.

Conforme anteriormente discutido sobre o Índice de Gini, os valores de interesse não podem ser negativos porque isso acarreta a perda da capacidade explicativa desse indicador (Battisti *et al*, 2019). Contudo, para os anos de 2012 e 2013, o município de Candiota recebeu valores negativos para o valor bruto adicionado na indústria. Como o tratamento recomendado para esses casos é ou a remoção desses valores ou torná-los 0, optou-se pela remoção completa de Candiota dos dados. O impacto foi verificado para ambos os casos e a remoção completa de Candiota causa menor distorção nos resultados se comparada a transformação desses valores para zero, influenciando o resultado apenas na quarta casa decimal dos indicadores calculados.

O segundo ponto de atenção encontrado foi o fato de em 2013 ocorrer a criação do município de Pinto Bandeira no Rio Grande do Sul. Essa cidade foi desassociada de Bento Gonçalves, porém para todos os cálculos a partir de 2013 esse município foi agregado novamente de volta a Bento Gonçalves, causando também pouco impacto nos resultados obtidos. Esses dois ajustes fizeram com que o número total de municípios do Rio Grande do Sul (RS), que era de 496 para os anos entre 2010 e 2012 e 497 para os anos de 2013 a 2018, fosse reduzido para 495 em todos os anos.

Escolheu-se não realizar os cálculos de desigualdade para os impostos que estão contidos na base de dados do PIB Municipal. Isso se deve ao fato de seu valor ser muito influenciado pelos subsídios oferecidos pelos órgãos públicos, o que não segue o esperado pelos modelos em que o trabalho está baseado e também porque o objetivo é avaliar a geração de renda que ocorre nessas cidades, sendo os impostos apenas uma medida de redução dessa renda.

Por fim, também foi ajustado o nome das colunas de interesse da base de dados para maior facilidade de leitura e melhor representação nas tabelas e gráficos. As mudanças feitas foram as seguintes:

- De "Nome do Município" para "nome_do_municipio";
- De "Código do Município" para "codigo_do_municipio";
- De "Valor adicionado bruto da Agropecuária, a preços correntes (R\$1.000)" para "valor_adicionado_bruto_da_agropecuaria" ou "agropecuaria";
- De "Valor adicionado bruto da Indústria, a preços correntes (R\$1.000)" para "valor_adicionado_bruto_da_industria" ou "industria";
- De "Valor adicionado bruto dos Serviços, a preços correntes - exceto Administração, defesa, educação e saúde públicas e seguridade social (R\$1.000)" para "valor_adicionado_bruto_dos_servicos" ou "servicos";
- De "Valor adicionado bruto da Administração, defesa, educação e saúde públicas e seguridade social, a preços correntes (R\$1.000)" para "valor_adicionado_bruto_da_administracao" ou "administracao";
- De "Valor adicionado bruto total, a preços correntes (R\$1.000)" para "valor_adicionado_bruto_total";
- De "Produto Interno Bruto, a preços correntes (R\$1.000)" para "produto_interno_bruto";
- De "Produto Interno Bruto per capita, a preços correntes (R\$1,00)" para "produto_interno_bruto_per_capita";
- De " POPULAÇÃO ESTIMADA" para "qtd_pop".

3.5 CICLO DE PROCESSAMENTO DOS DADOS

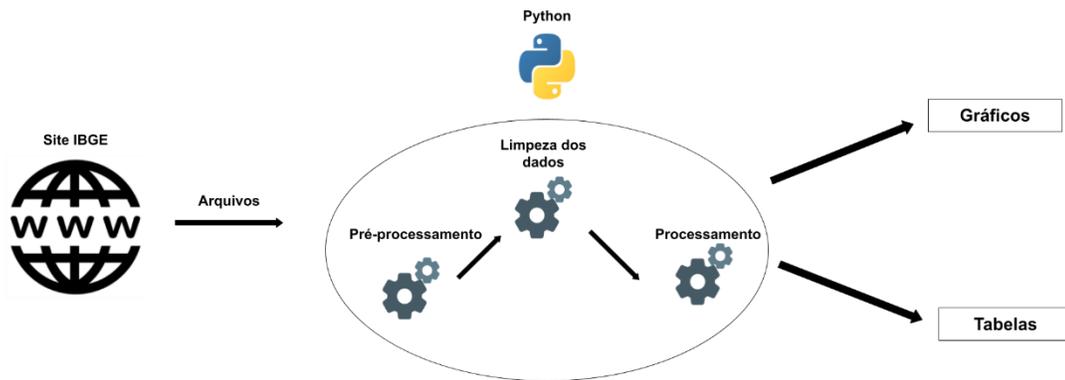
O ciclo começa com a obtenção dos dados referentes ao Produto Interno Bruto Municipais armazenados no site do IBGE na seção de contas nacionais. Além do arquivo que contém os valores do PIB, é realizado o download dos dados populacionais de cada município também contidos no site do IBGE e dos dados inflacionários do período. Após

feita a baixa dos arquivos, a extração e manipulação desses dados são feitas usando a linguagem de programação *Python* e demais pacotes disponíveis que auxiliam na tarefa de obter os resultados de interesse desse trabalho. Os principais pacotes utilizados para a extração e análise desses dados foram: *pandas*, *sklearn*, *matplotlib* e *numpy*. Essa escolha pelo *Python* ocorre, pois conforme os autores Sahoo *et al* (2019), além da simplicidade de uso dessa aplicação, ela ainda possui esses demais pacotes capazes de auxiliar no processo de extração de dados quando realizado trabalhos com grandes quantidades de informação.

Durante esse processo, são realizadas as seguintes etapas que são demonstradas na Figura 1:

- Pré-processamento dos dados:
 - Filtragem do arquivo para obter apenas os valores dos municípios do Rio Grande do Sul;
 - Tratamento dos nomes das colunas conforme explicado no capítulo anterior;
 - União dos arquivos de PIB Municipal, de população e do IPCA em apenas um com o objetivo de concentrar tanto os dados da quantidade populacional dos municípios rio grandenses quanto os valores do PIB desses em apenas um local, já aplicado os efeitos inflacionários.
- Limpeza dos Dados:
 - Remoção de Candiota dos dados;
 - Agregação dos dados de Pinto Bandeira aos valores de Bento Gonçalves;
 - Remoção dos números referente aos Impostos.
- Processar dados:
 - Cálculos do Índice de Gini e Coeficiente de Potência;
 - Cálculos das variações desses coeficientes no tempo;
 - Geração das tabelas contendo as informações sobre as distribuições geradas por esses dados.
- Gráficos
- Tabelas

Figura 1 - Ciclo de processamento dos dados



Fonte: elaborado pelo autor (2021).

4 RESULTADOS E DISCUSSÕES

Os resultados foram consolidados em dois grupos de análise. No primeiro grupo, definido como grupo macro, estão contidas as variáveis:

- produto_interno_bruto,
- produto_interno_bruto_per_capita,
- valor_adicionado_bruto_total e
- qtd_pop.

Por outro lado, no segundo grupo há o detalhamento das variáveis que compõe o valor adicionado bruto total. Sendo assim, foi definido como grupo de detalhamento e estão presentes os seguintes valores:

- valor_adicionado_bruto_da_agropecuaria (agropecuaria)
- valor_adicionado_bruto_da_industria (industria)
- valor_adicionado_bruto_dos_servicos (servicos)
- valor_adicionado_bruto_da_administracao (administracao)

A metodologia utilizada resultou na formação de uma série histórica entre os anos de 2010 e 2018 para cada um dos indicadores de interesse de cada um dos grupos anteriormente descritos. Também são apresentados os dados consolidados das variáveis de interesse e como esses valores flutuaram dentro do período de interesse.

4.1 EVOLUÇÃO HISTÓRICA DOS VALORES NO ÂMBITO ESTADUAL

O primeiro passo em busca de descrever a evolução da desigualdade na geração de renda entre os municípios do RS entre 2010 e 2018 é a avaliação desses agregados econômicos no tempo no âmbito estadual, em que todos os municípios participam para a formação desse valor excluída Candiota e não somado os valores dos impostos. Para

corrigir os valores das amostras do IBGE foi utilizado o Índice Nacional de Preços ao Consumidor Amplo (IPCA) estimado para os anos do período de análise. Os valores obtidos a partir desse ajuste pode ser visto na Tabela 1.

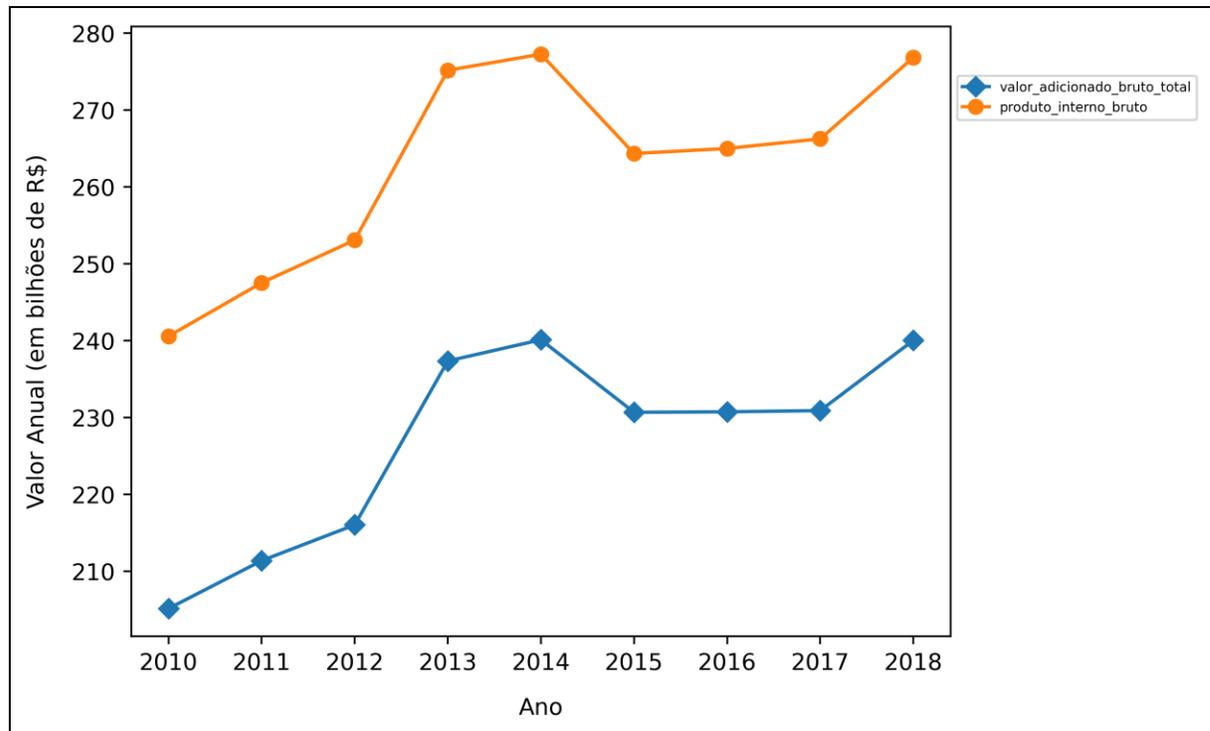
Tabela 1 - Valores anuais do Produto Interno Bruto e demais componentes econômicos entre os anos de 2010 e 2018

Valores Agregados	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018
agropecuaria (R\$)	17,15 bi	17,64 bi	14,33 bi	23,82 bi	22,38 bi	21,63 bi	23,51 bi	21,13 bi	21,53 bi
industria (R\$)	56,97 bi	57,28 bi	57,59 bi	57,56 bi	56,16 bi	53,57 bi	52,92 bi	51,58 bi	53,79 bi
servicos (R\$)	102,38 bi	107,18 bi	113,83 bi	122,46 bi	126,51 bi	121,81 bi	121,47 bi	124,75 bi	130,05 bi
administracao (R\$)	28,68 bi	29,3 bi	30,3 bi	33,55 bi	35,09 bi	33,71 bi	32,89 bi	33,48 bi	34,71 bi
adicionado_total (R\$)	205,17 bi	211,4 bi	216,05 bi	237,37 bi	240,12 bi	230,69 bi	230,75 bi	230,91 bi	240,04 bi
pi_b_ruto (R\$)	240,59 bi	247,54 bi	253,09 bi	275,17 bi	277,26 bi	264,34 bi	265 bi	266,25 bi	276,83 bi
pi_b_per_capita (R\$)	22.516,24	23.082,66	23.517,44	24.668,65	24.759,64	23.520,99	23.499,13	23.534,10	24.454,73
qtd_pop	10,69 mi	10,72 mi	10,76 mi	11,15 mi	11,2 mi	11,24 mi	11,28 mi	11,31 mi	11,32 mi

Fonte: Elaboração própria.

Esses resultados foram então dispostos em gráficos para melhor visualização das movimentações desses agregados econômicos e sociais durante o tempo. Pelo Gráfico 6, o PIB e o valor adicionado bruto total cresceram entre os anos de 2010 e 2014. Apesar de ocorrer uma queda nesses agregados nos anos seguintes, em 2018 novamente o valor total volta ao mesmo patamar de 2014.

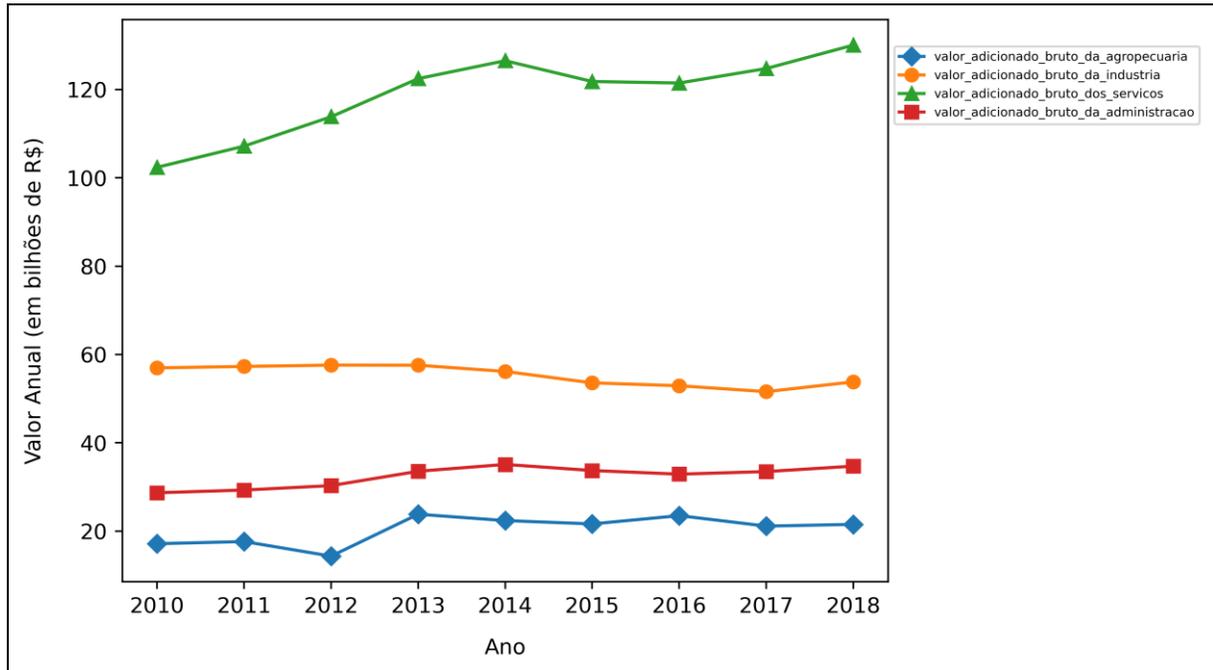
Gráfico 6 - Evolução do PIB e Valor Adicionado Bruto Total entre os anos de 2010 e 2018



Fonte: elaborado pelo autor (2021).

Quando observado o grupo detalhamento do valor adicionado bruto total, conforme Gráfico 7, é possível correlacionar a movimentação dos agregados apresentados no Gráfico 6 como um reflexo do setor de serviços que compõe maior participação no valor adicionado total entre todas as variáveis. Essa relação se deve ao fato de essa variável apresentar um aumento até o ano de 2014 e, após queda no ano seguinte, em 2018 volta a patamares ainda maiores que 2014. Esse aumento de patamar, contudo, não é levado para os agregados porque as demais fontes de geração de renda, excluindo o valor adicionado pela administração acabam sofrendo quedas a partir de 2014.

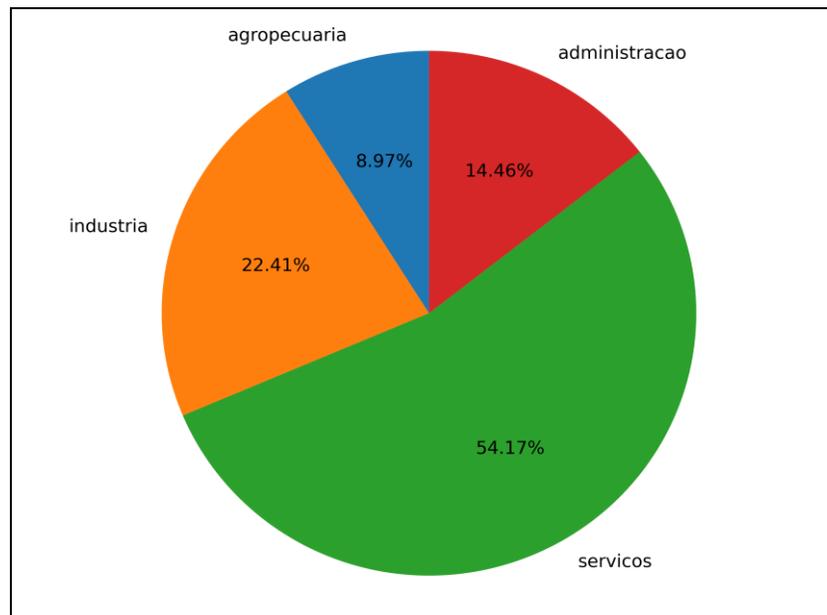
Gráfico 7 - Evolução dos Valores do Grupo Detalhamento entre os anos de 2010 e 2018



Fonte: elaborado pelo autor (2021).

No Gráfico 8, é exposto que o valor adicionado pelos serviços no PIB Estadual em 2018 foi de 54,17% do valor total, portanto as variações nesse componente tendem a ser refletidos nos indicadores macros como o valor adicionado bruto total e o produto interno bruto. O segundo setor que mais gera renda é a indústria que detém 22,41% do total de 2018, seguida pela administração pública com 14,46% e, por fim, a agropecuária com apenas 8,97% do total.

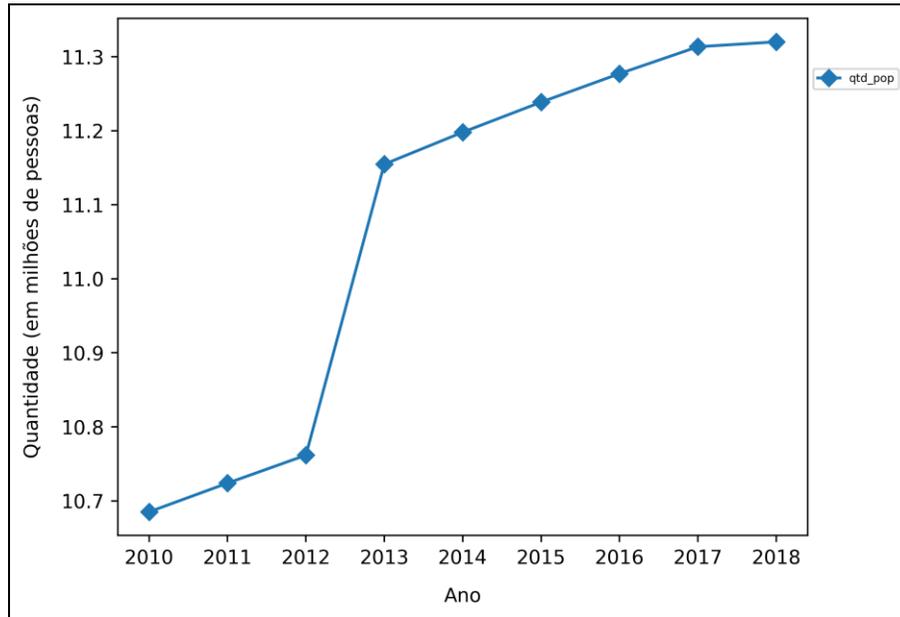
Gráfico 8 - Porcentagem de cada variável do Grupo Detalhamento no Valor Adicionado Bruto do ano de 2018



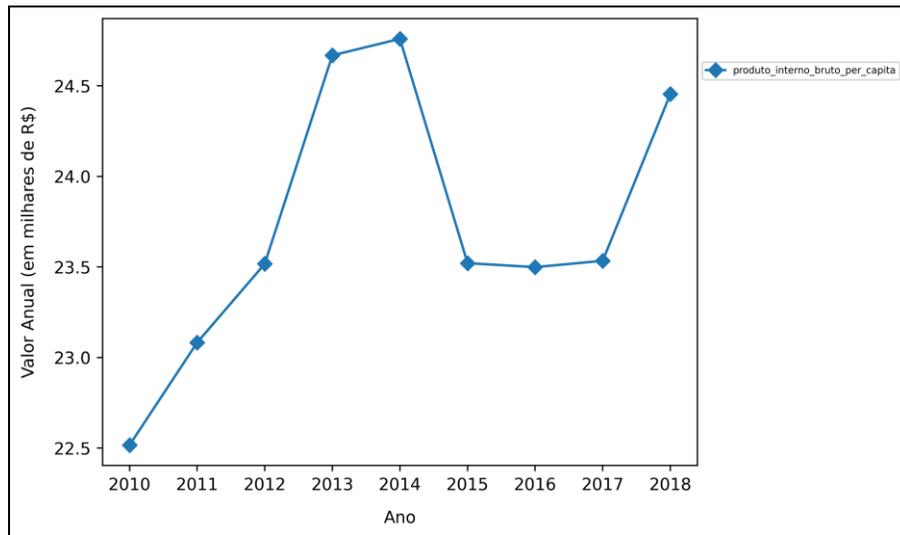
Fonte: elaborado pelo autor (2021).

Além da renda que está sendo gerada por esses municípios, no Gráfico 9 é possível observar um salto na quantidade populacional no ano de 2013. Após esse salto, a população rio-grandense segue uma trajetória de crescimento até o final do período. Por fim, o PIB *per capita* do RS apresentou crescimento constante durante o período de 2010 a 2014, mesmo quando considerado o aumento populacional em 2013, conforme apresentado no Gráfico 10. Isso se deve ao fato de o valor do PIB também ter crescido nesse período e por isso o aumento populacional foi balanceado por esse aumento dos agregados econômicos. Entretanto, com os menores valores entre nos anos de 2015 a 2017, a população em expansão levou o valor dessa variável para baixo, num movimento muito similar ao visto no Gráfico 6, inclusive com o aumento em 2018, quando a população aumenta num ritmo menor do que nos anos anteriores, enquanto o valor do PIB aumenta consideravelmente neste ano e com isso o PIB *per capita* atinge níveis próximos ao de 2014.

Gráfico 9 - Evolução da Quantidade Populacional no RS entre os anos de 2010 e 2018



Fonte: elaborado pelo autor (2021).

Gráfico 10 – Evolução do PIB *per capita* entre os anos de 2010 e 2018

Fonte: elaborado pelo autor (2021).

4.2 ÍNDICE DE GINI DA GERAÇÃO DE RENDA DOS MUNICÍPIOS DO RIO GRANDE DO SUL

O primeiro indicador a ser analisado é o Índice de Gini. Conforme Tabela 2 e também Gráfico 11, é possível notar que para o grupo macro as variáveis de valor adicionado bruto total e PIB apresentam desigualdade bem elevada. A quantidade populacional por sua vez também apresenta indicador elevado, demonstrando que a população está desigualmente distribuída no espaço. Contudo, quando observado o valor do indicador para o PIB *per capita*, há uma clara mudança na tendência de obter-se distribuições desiguais, afinal o valor do índice para esse caso varia entre 0,28 e 0,25, o que são resultados consideravelmente menores do que anteriormente visto que estavam acima do patamar de 0,70.

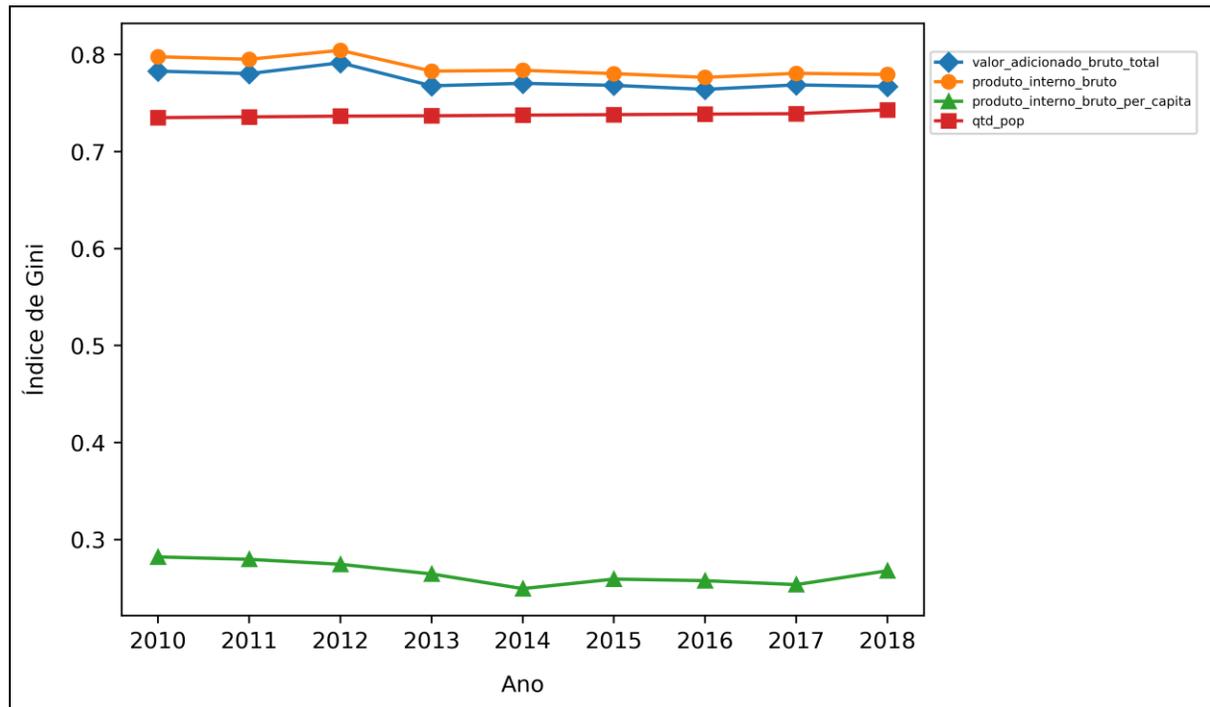
Essa diferença entre magnitude entre o PIB e o PIB *per capita* indica que municípios que geram muita renda, ou seja, possuem elevado valor de produto interno e valor adicionado total são justamente aqueles mais populosos. Essa relação pode ser observada no Gráfico 12, cuja dispersão dos valores do produto interno bruto e a quantidade populacional das cidades no ano de 2018 se aproxima de uma reta, com R^2 de 0,97, que, conforme aumenta o valor do PIB, maior é a população do município.

Tabela 2 - Série Histórica do Índice de Gini para o Grupo Macro entre os anos de 2010 e 2018

Índice de Gini	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018
valor_adicionado_bruto_total	0,7829	0,7804	0,7916	0,7678	0,7703	0,7682	0,7641	0,7687	0,7671
produto_interno_bruto	0,7978	0,7951	0,8044	0,7829	0,7838	0,7804	0,7765	0,7807	0,7795
qtd_pop	0,7350	0,7357	0,7365	0,7369	0,7375	0,7381	0,7386	0,7391	0,7430
produto_interno_bruto_per_capita	0,2821	0,2796	0,2744	0,2645	0,2493	0,2592	0,2576	0,2535	0,2678

Fonte: Elaboração própria.

Gráfico 11 - Série Histórica do Índice de Gini para o Grupo Macro entre os anos de 2010 e 2018

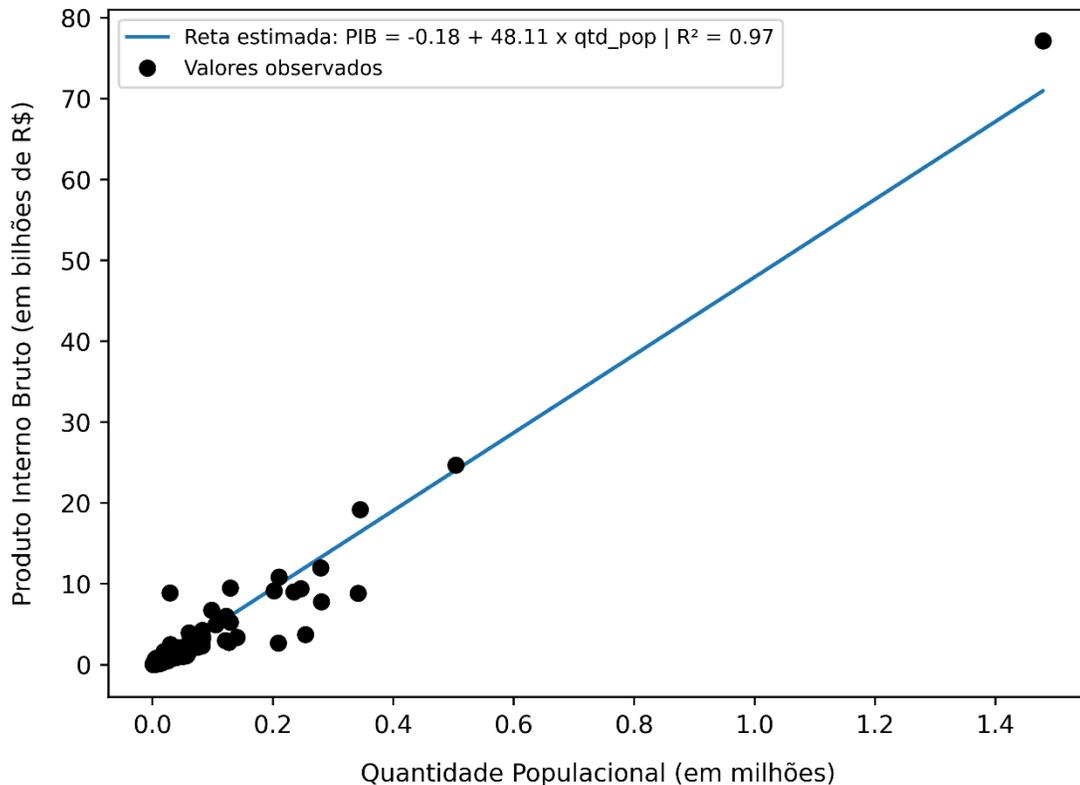


Fonte: elaborado pelo autor (2021).

Os resultados encontrados para o Índice de Gini do produto interno bruto estão de acordo com o avaliado pelo Instituto de Pesquisa Econômica Aplicada, cujo Gini medido para os municípios do RS variou de 0,81 para 0,79 de 1996 a 2007 (IPEA, 2010). O PIB *per capita* também se encontra dentro do observado pelos pesquisadores do IPEA (2010), em que no seu resultado o indicador variou de 0,27 para 0,24 entre 1996 e 2007.

Para acompanhar a variação do indicador no tempo, foi definido que o valor de 2010 corresponde a 100 e para os próximos anos foram calculadas as alterações nesse valor de referência. O resultado obtido para o grupo macro está evidenciado na Tabela 3 e no Gráfico 13. Comparado ao ano de 2010, todas as variáveis de renda obtiveram queda no seu Índice de Gini, enquanto a quantidade populacional se tornou mais desigual com o passar do tempo, acumulando um aumento de 1,09%.

Gráfico 12 - Dispersão entre PIB e Quantidade Populacional no ano de 2018



Fonte: elaborado pelo autor (2021).

Como o PIB e o valor adicionado bruto total são variáveis bastante correlacionadas – sua única diferença está nos impostos que são contabilizados no produto interno – é esperado que eles tenham movimentações similares e, apesar de o ano de 2012 apresentar um aumento da desigualdade dessas variáveis, elas já retornam para a trajetória de queda no ano seguinte para finalizar o período com quedas de 2,02% e 2,29% para o valor adicionado bruto e o produto interno bruto respectivamente. Por fim, o PIB *per capita* apesar de apresentar reduções recorrentes no seu valor, há aumentos da desigualdade em 2015 e 2018, que são relacionados a grandes variações no PIB *per capita* de 2014 pra 2015 e de 2017 para 2018. Com isso, o valor final do Índice de Gini para essa observação fica em 0,2678 no final do período analisado, uma queda de apenas 5,08% se comparado ao ano de 2010 e maior do que a mínima da série histórica

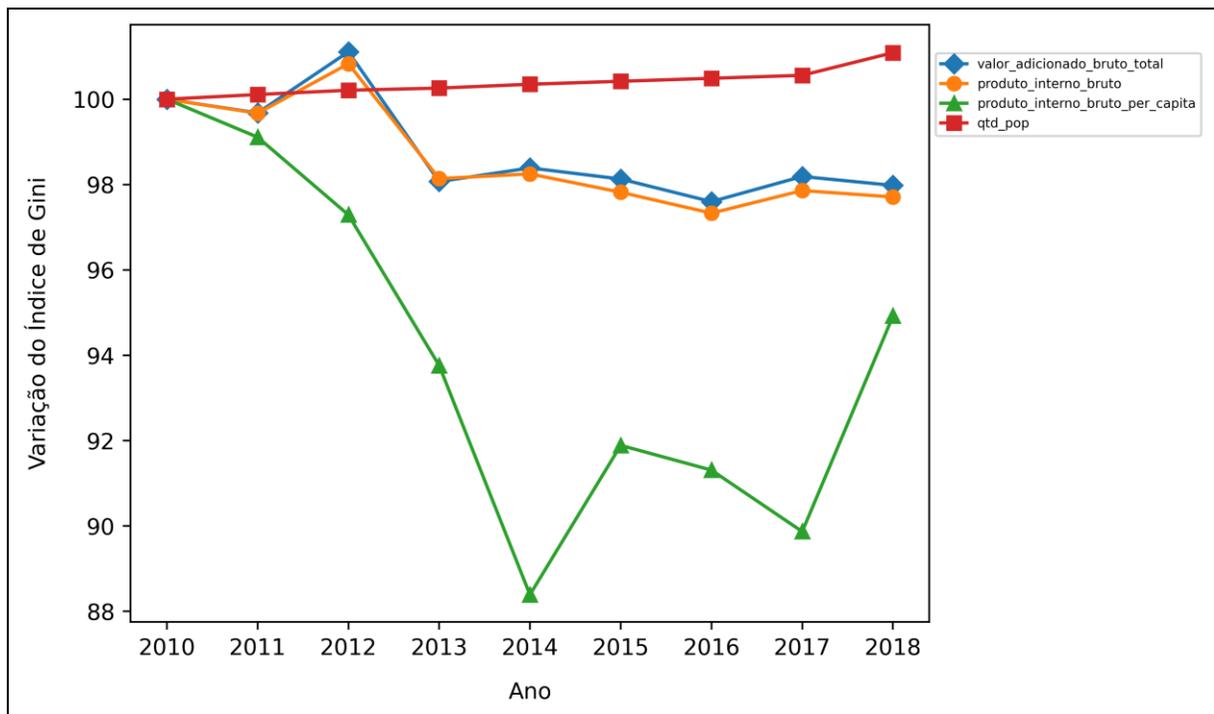
que foi de 0,2493, cujo valor representava uma queda de 11,61% do valor inicial do indicador.

Tabela 3 - Variação do Índice de Gini para o Grupo Macro entre os anos de 2010 e 2018

Var. Índice de Gini	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018
valor_adicionado_bruto_total	100,00	99,68	101,11	98,07	98,39	98,13	97,60	98,19	97,98
produto_interno_bruto	100,00	99,67	100,83	98,14	98,25	97,82	97,33	97,86	97,71
qtd_pop	100,00	100,11	100,21	100,26	100,35	100,42	100,49	100,56	101,09
produto_interno_bruto_per_capita	100,00	99,11	97,29	93,76	88,39	91,89	91,31	89,87	94,92

Fonte: Elaboração própria.

Gráfico 13 - Variação do Índice de Gini para o Grupo Macro entre os anos de 2010 e 2018



Fonte: elaborado pelo autor (2021).

Dentro do grupo de detalhamento, a maior desigualdade na geração de renda está nos setores de indústria, serviço e administração pública conforme Tabela 4 e Gráfico 14.

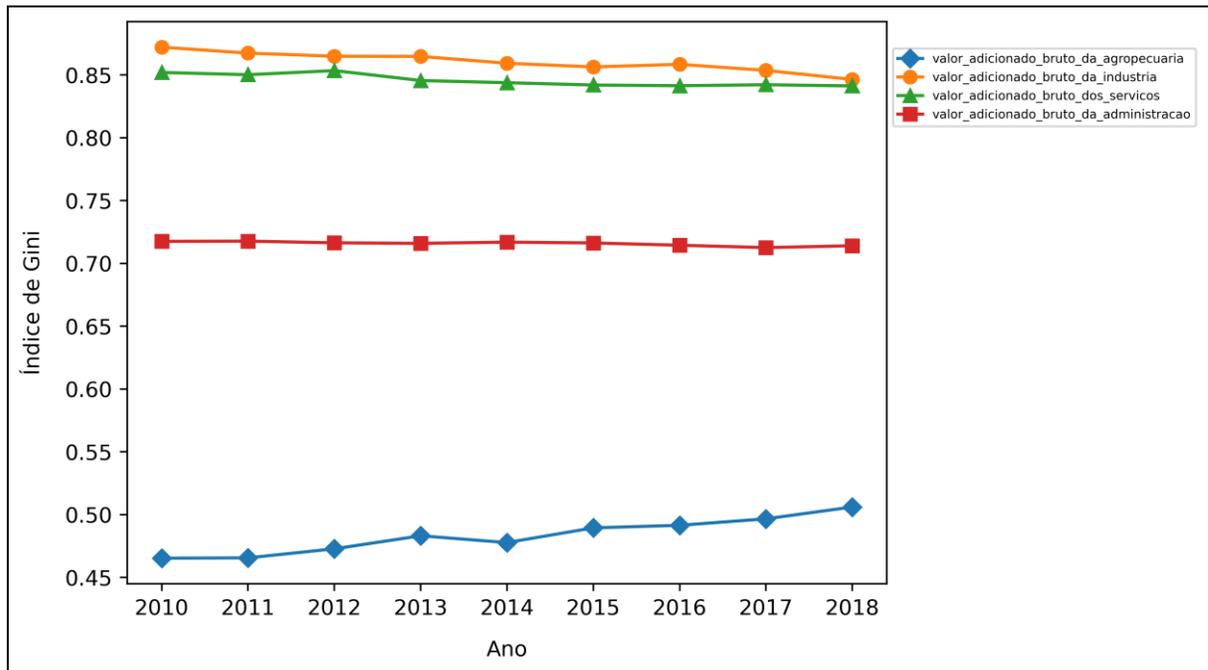
A agropecuária por sua vez é a variável de menor desigualdade entre todos os itens analisados. Como a agropecuária está presente em todos os municípios do Rio Grande do Sul, o indicador aponta que é mais igualitária a distribuição dessa variável de renda em comparação com as demais podendo-se afirmar que essa produção é bem mais bem distribuída do que a concentração do valor gerado por serviços e indústria.

Tabela 4 - Série Histórica do Índice de Gini para o Grupo de Detalhamento entre os anos de 2010 e 2018

Índice de Gini	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018
agropecuaria	0,4653	0,4656	0,4728	0,4831	0,4777	0,4894	0,4915	0,4966	0,5060
industria	0,8721	0,8673	0,8649	0,8647	0,8593	0,8563	0,8584	0,8536	0,8464
servicos	0,8519	0,8501	0,8534	0,8455	0,8438	0,8419	0,8414	0,8422	0,8412
administracao	0,7175	0,7177	0,7163	0,7159	0,7169	0,7162	0,7144	0,7125	0,7140

Fonte: Elaboração própria.

Gráfico 14 - Série Histórica do Índice de Gini para o Grupo de Detalhamento entre os anos de 2010 e 2018



Fonte: elaborado pelo autor (2021).

Quanto a variação do indicador para o grupo de detalhamento do valor adicionado bruto há dois movimentos evidentes na Tabela 5 e no Gráfico 15. O primeiro é que há queda de desigualdade para todas as variáveis menos a agropecuária. Os setores industrial e de serviços tem os seus menores valores históricos em 2018, acumulando uma diminuição da desigualdade de 2,95% e 1,26% respectivamente. A desigualdade no valor gerado pela administração pública também acumula uma queda de 0,48%, contudo o menor valor foi de 0,7125 e ocorreu em 2017, o que representou uma queda de 0,69% se comparado com o valor de 2010.

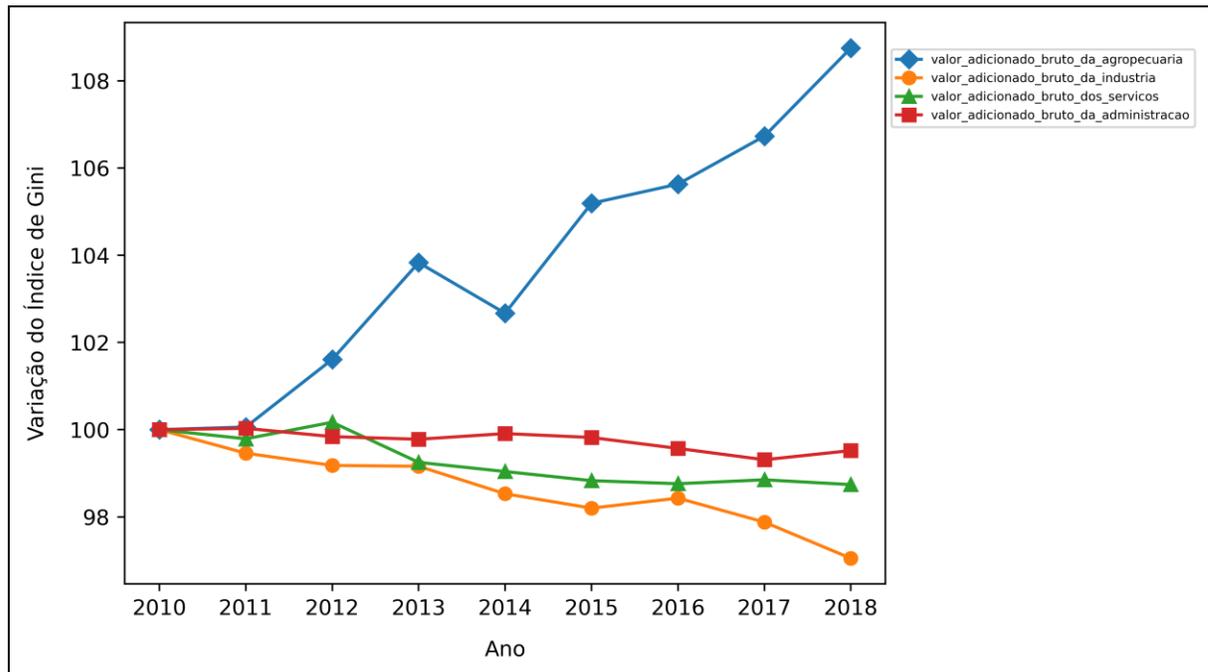
O segundo movimento que fica evidente a partir desses dados é que a desigualdade na geração de renda na agropecuária foi relativamente expressiva no período de análise, acumulando ao final de 2018 um acréscimo de 8,75% no Índice de Gini. Contudo, na Tabela 2 é apresentado que o Índice de Gini para o valor adicionado bruto total apresenta queda no período, ou seja, mesmo com o claro aumento da desigualdade na agropecuária, o efeito não é significativo o suficiente para extrapolar para o resultado agregado do indicador e superar as quedas ocorridas nos demais itens analisados, afinal conforme o Gráfico 9 a agropecuária representa apenas 9% do total do valor adicionado bruto em 2018.

Tabela 5 - Variação do Índice de Gini para o Grupo de Detalhamento entre os anos de 2010 e 2018

Var. Índice de Gini	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018
agropecuaria	100,00	100,06	101,61	103,83	102,67	105,19	105,63	106,73	108,75
industria	100,00	99,46	99,18	99,16	98,53	98,20	98,43	97,88	97,05
servicos	100,00	99,79	100,17	99,25	99,04	98,83	98,76	98,85	98,74
administracao	100,00	100,03	99,84	99,78	99,91	99,82	99,57	99,31	99,52

Fonte: Elaboração própria.

Gráfico 15 - Variação do Índice de Gini para o Grupo de Detalhamento entre os anos de 2010 e 2018



Fonte: elaborado pelo autor (2021).

4.3 COEFICIENTE DE POTÊNCIA DA GERAÇÃO DE RENDA DOS MUNICÍPIOS DO RIO GRANDE DO SUL

O mesmo fluxo de trabalho foi realizado para validar a hipótese de que essas distribuições seguem Leis de Potência e, a partir disso, encontrar os coeficientes de potência para esses casos. Para ambos os grupos foram realizadas regressões lineares com o intuito de encontrar as equações das retas que melhor descrevem as distribuições de *rank-size* após a transformação log-log desse grupo de dados conforme realizado pelo trabalho de Brakman *et al* (2012). Assim obtivemos os coeficientes de potência das distribuições *rank-size* das variáveis econômicas sobre análise, juntamente com o R quadrado associado que nos permite validar se as distribuições estão seguindo uma Lei de Potência aproximadamente. Essas distribuições *rank-size* são apresentadas no apêndice A.

Conforme Tabela 6, os R^2 – indicador de o quanto da variação dos dados observados pode ser explicada pela regressão linear – obtidos foram todos altos. O menor valor observado foi para o valor bruto adicionado pela agropecuária, contudo o intervalo do resultado varia entre 0,75 e 0,74, o que representa que mais de 70% da variação observada nos dados estão sendo representadas apenas pela regressão realizada e, portanto, possuem grande capacidade explicativa.

Tabela 6 - R quadrado das Regressões da Lei de Potência entre os anos de 2010 e 2018

R^2	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018
agropecuaria	0,7526	0,7203	0,7539	0,7369	0,7372	0,7463	0,7461	0,7385	0,7482
industria	0,9361	0,9351	0,9282	0,9372	0,9325	0,9269	0,9317	0,9261	0,9219
servicos	0,9569	0,9572	0,9551	0,9550	0,9519	0,9495	0,9500	0,9485	0,9481
administracao	0,9859	0,9854	0,9854	0,9851	0,9849	0,9847	0,9850	0,9847	0,9839
valor_adicionado_bruto_total	0,9750	0,9737	0,9713	0,9731	0,9723	0,9694	0,9696	0,9680	0,9651
produto_interno_bruto	0,9759	0,9747	0,9722	0,9744	0,9730	0,9699	0,9702	0,9686	0,9660
produto_interno_bruto_per_capita	0,9419	0,9341	0,9418	0,9298	0,9228	0,9207	0,9176	0,9173	0,9123
qtd_pop	0,9745	0,9741	0,9738	0,9736	0,9733	0,9731	0,9728	0,9726	0,9703

Fonte: Elaboração própria.

Com a validação da capacidade explicativa da regressão, foram gerados os coeficientes de potência conforme Equação (4) para os grupos de análise. Representados os resultados na Tabela 7 e no Gráfico 16, é possível comparar, conforme classificação demonstrada por Brakman *et al* (2012), que a ordem de classificação das desigualdades continua a mesma do que a obtida com o Índice de Gini, com os maiores valores de coeficiente - que representam maiores desigualdade nas distribuições conforme Gráfico 5 - sendo em ordem decrescente o produto interno bruto, o valor adicionado bruto total, a quantidade populacional e o PIB *per capita*. Novamente, o Coeficiente de Potência associado ao PIB *per capita* é bem destoante do que visto nas demais variáveis agregadas, estando bem abaixo de 1 enquanto as demais variáveis de renda estão todas a cima de 1. Portanto, é possível perceber que os municípios que mais produzem renda são aqueles que também são os mais populosos. Os resultados

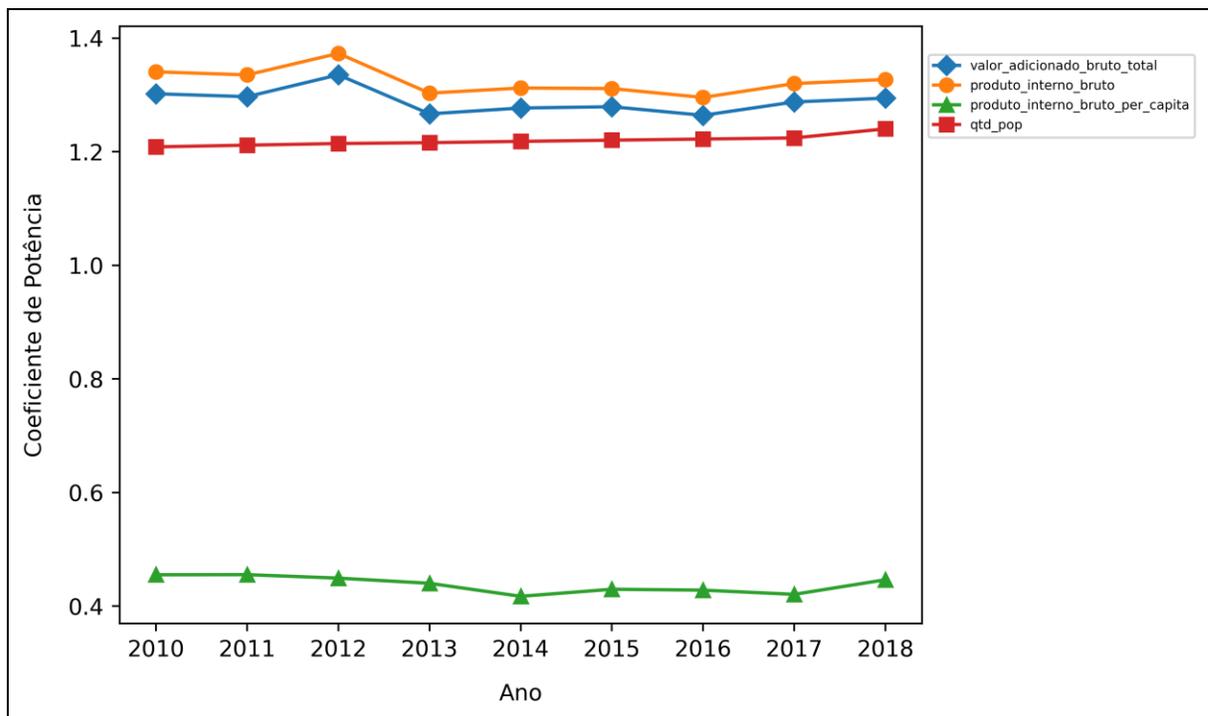
encontrados para o Coeficiente de Potência da quantidade populacional estão de acordo com o encontrado por Júnior e Ribeiro (2005), cujo valor estimado para o ano de 2000 foi de 1,36 para esse Índice para todos os municípios do Brasil.

Tabela 7 - Série Histórica do Coeficiente de Potência para o Grupo Macro entre os anos de 2010 e 2018

Coeficiente de Potência	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018
valor_adicionado_bruto_total	1,3021	1,2970	1,3354	1,2667	1,2770	1,2793	1,2641	1,2877	1,2944
produto_interno_bruto	1,3407	1,3353	1,3731	1,3032	1,3122	1,3112	1,2956	1,3200	1,3273
qtd_pop	1,2086	1,2116	1,2144	1,2160	1,2182	1,2204	1,2224	1,2243	1,2403
produto_interno_bruto_per_capita	0,4551	0,4553	0,4492	0,4401	0,4172	0,4296	0,4281	0,4206	0,4463

Fonte: Elaboração própria.

Gráfico 16 - Série Histórica do Coeficiente de Potência para o Grupo Macro entre os anos de 2010 e 2018



Fonte: elaborado pelo autor (2021).

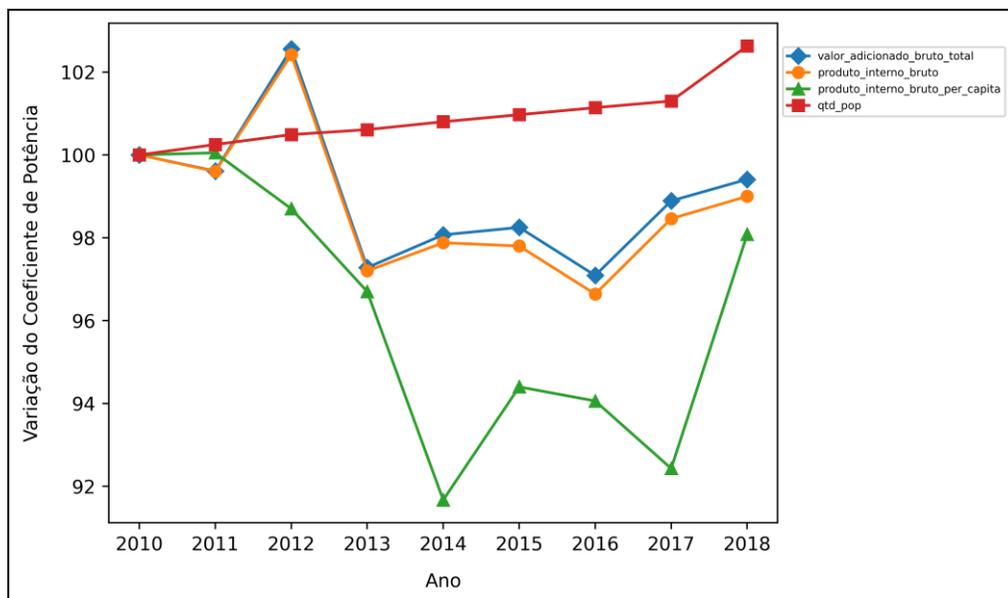
Já quando analisada as flutuações dos coeficientes no período de análise para o grupo macro, é possível perceber movimentação muito similar à vista nos indicadores de Gini. Nesse caso, os mesmos indicadores apresentam queda no valor de 2010: o valor adicionado bruto total com queda de 0,59%; o produto interno bruto com decréscimo de 1,00% e o PIB *per capita* com redução de 1,92%. Continuando com o esperado pelos resultados obtidos quando avaliado o Índice de Gini, o Coeficiente de Potência referente a quantidade populacional também se tornou mais desigual, aumentando em 2,63% do valor inicial.

Tabela 8 - Variação do Coeficiente de Potência para o Grupo Macro entre os anos de 2010 e 2018

Var. Coeficiente de Potência	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018
valor_adicionado_bruto_total	100,00	99,61	102,56	97,28	98,07	98,25	97,09	98,89	99,41
produto_interno_bruto	100,00	99,60	102,42	97,20	97,88	97,80	96,64	98,46	99,00
qtd_pop	100,00	100,25	100,49	100,61	100,80	100,97	101,14	101,30	102,63
produto_interno_bruto_per_capita	100,00	100,05	98,70	96,70	91,67	94,40	94,06	92,43	98,08

Fonte: Elaboração própria.

Gráfico 17 - Variação do Coeficiente de Potência para o Grupo Macro entre os anos de 2010 e 2018



Fonte: elaborado pelo autor (2021).

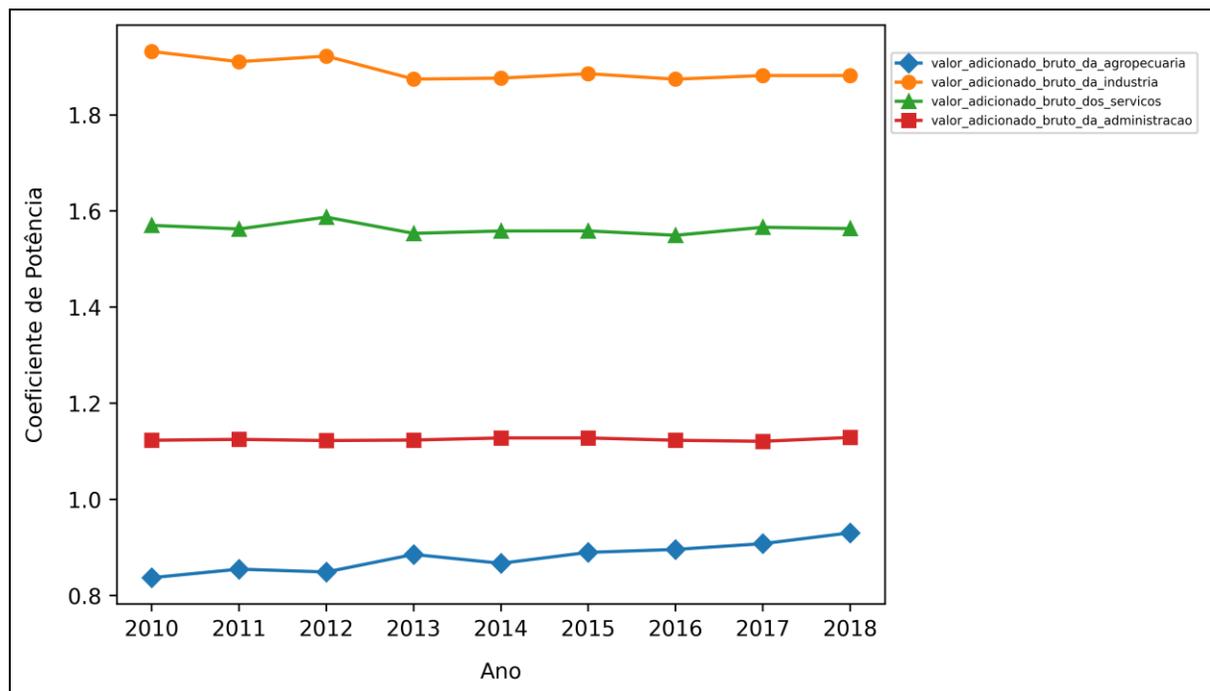
Para as variáveis que detalham o valor adicionado bruto, obtemos a mesma ordenação encontrada para o Índice de Gini nesse grupo segundo dados apresentados na Tabela 9 e Gráfico 18. Como setor que gera renda maneira mais desigual temos o industrial, seguido pelos serviços, administração e, por fim, a agropecuária.

Tabela 9 - Série Histórica do Coeficiente de Potência para o Grupo de Detalhamento entre os anos de 2010 e 2018

Coeficiente de Potência	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018
agropecuaria	0,8372	0,8550	0,8490	0,8855	0,8671	0,8898	0,8959	0,9080	0,9305
industria	1,9321	1,9108	1,9225	1,8746	1,8766	1,8858	1,8745	1,8820	1,8820
servicos	1,5702	1,5627	1,5874	1,5536	1,5586	1,5587	1,5496	1,5663	1,5635
administracao	1,1231	1,1250	1,1225	1,1236	1,1279	1,1280	1,1231	1,1209	1,1289

Fonte: Elaboração própria.

Gráfico 18 - Série Histórica do Coeficiente de Potência para o Grupo de Detalhamento entre os anos de 2010 e 2018



Fonte: elaborado pelo autor (2021).

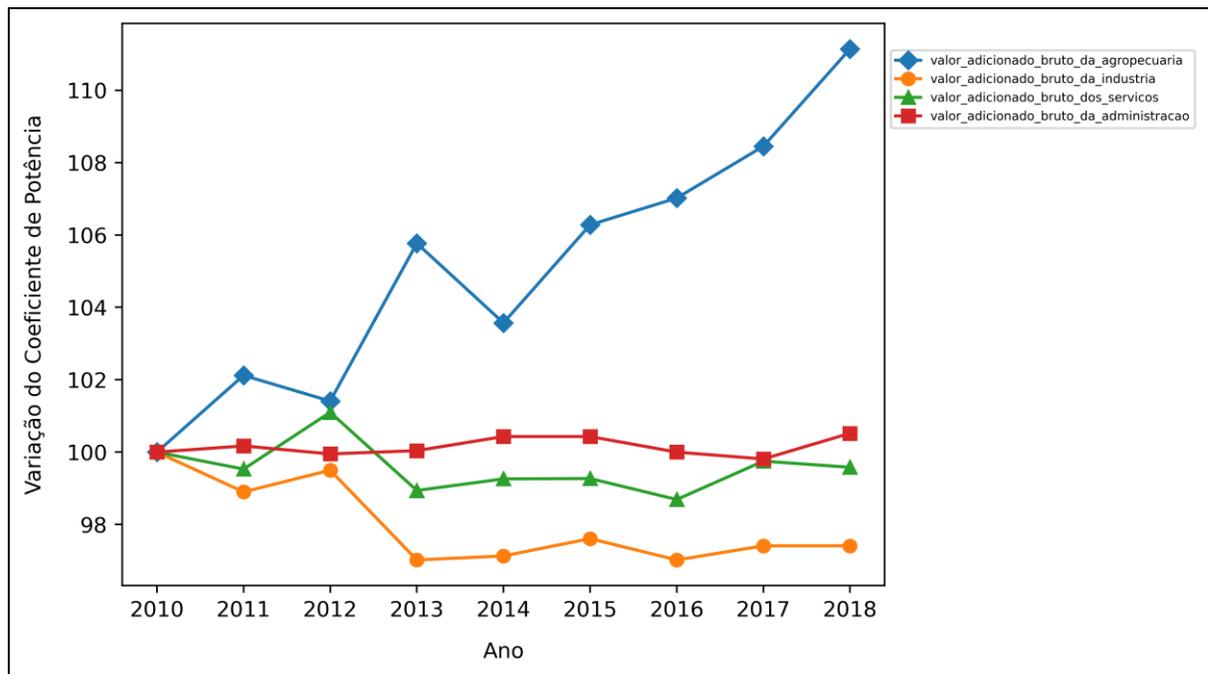
Quanto a variação desse indicador para o grupo de detalhamento do valor adicionado bruto total, novamente ocorre as movimentações esperadas quando comparado com o Índice de Gini conforme resultado apresentado na Tabela 10 e Gráfico 19. Quando comparadas indústria e serviços, há uma queda no Coeficiente de Potência entre 2010 e 2018 de 2,59% e 0,42% respectivamente, ou seja, há uma redução da desigualdade. O ponto destoante nas quedas esperadas do indicador fica no caso da administração pública que apresente leve aumento da desigualdade segundo esse indicador. Quanto a agropecuária há o mesmo aumento significativo na desigualdade mensurada, acumulando um aumento de 11,14% quanto ao valor de 2010. Apesar do forte aumento na desigualdade de geração de renda pela agropecuária, é importante ressaltar que essa variável é ainda a com menor desigualdade em termos absolutos quando comparada a todas as demais observações que compõe o valor adicionado bruto.

Tabela 10 - Variação do Coeficiente de Potência para o Grupo de Detalhamento entre os anos de 2010 e 2018

Var. Coeficiente de Potência	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018
agropecuaria	100,00	102,12	101,41	105,77	103,57	106,28	107,02	108,45	111,14
industria	100,00	98,90	99,50	97,02	97,13	97,61	97,02	97,41	97,41
servicos	100,00	99,53	101,10	98,94	99,26	99,27	98,69	99,75	99,58
administracao	100,00	100,17	99,95	100,04	100,43	100,43	100,00	99,81	100,52

Fonte: Elaboração própria.

Gráfico 19 - Variação do Coeficiente de Potência para o Grupo de Detalhamento entre os anos de 2010 e 2018



Fonte: elaborado pelo autor (2021).

4.4 CORRELAÇÃO ENTRE OS INDICADORES

Como identificado anteriormente, as flutuações observadas nos dois indicadores durante o período de análise são muito similares entre si. Na Tabela 11, está evidenciado que existe uma forte correlação positiva (Mann e Lacke, 2009) entre o Índice de Gini e o Coeficiente de Potência, pois quando comparados os valores obtidos em todos os anos, a correlação geral é de 93,38%. Em cada um dos anos, o valor encontrado para a correlação dessas variáveis está entre 93,05% (2018) e 93,70% (2014). Com isso, é possível validar que mesmo com fundamentações diferentes para o cálculo da desigualdade nas distribuições de renda dos municípios do RS, ambos os indicadores estão gerando resultados similares e, portanto, como ambos os indicadores estão com a mesma tendência, o Coeficiente de Potência também pode ser usado como uma medida

de desigualdade desde que seja obtido através de distribuições que sigam a Lei de Potência.

Também está representada na Tabela 11 a correlação da variação dos indicadores no período de análise. Novamente temos uma forte correlação geral positiva de 94%. Avaliando anualmente a correlação da variação é interessante observar que ela inicialmente baixa no ano de 2011, contudo ela sobe rapidamente até atingir valores muito próximos de 1 nos anos seguintes.

Tabela 11 - Correlação entre Coeficiente de Potência e Índice de Gini entre os anos de 2010 e 2018

Ano	Correlação dos Indicadores	Correlação da Variação dos Indicadores
2010	0,9325	-
2011	0,9322	0,4971
2012	0,9345	0,8687
2013	0,9361	0,8473
2014	0,9370	0,9560
2015	0,9335	0,9683
2016	0,9348	0,9447
2017	0,9344	0,9809
2018	0,9305	0,9798
Correlação Geral	0,9338	0,9400

Fonte: Elaboração própria.

4.5 RELAÇÃO ENTRE OS INDICADORES E O MODELO DA NGE

A partir do trabalho de Krugman (1991), que foi aperfeiçoado por Brakman *et al* (2012), foi levantada a hipótese de que os modelos da NGE são capazes de gerar distribuições econômicas que seguem a Lei de Potência quando considerado o modelo de centro-periferia com adição de custos de congestionamento nas cidades, explicação que pode ser encontrada na seção 2.3 deste trabalho. Um dos resultados obtidos por esse modelo é que a produção industrial está presente nas regiões simuladas, contudo

boa parte dessa produção ainda está concentrada em poucas regiões, pois os ganhos de escala ainda possuem sua influência nesse setor. Quanto a produção agrícola, ela é dependente da disponibilidade de terras nas regiões e apresenta retornos constantes de escala. Outro ponto importante a retomar é que os trabalhadores do setor industrial possuem livre mobilidade para ir trabalhar em outras regiões para conseguir salários mais altos, enquanto trabalhadores do setor agrícola estão condicionados a viver nas suas regiões, ou seja, a mão de obra da agropecuária não possui mobilidade.

Os resultados encontrados aqui estão de acordo com o modelo de centro-periferia de Brakman *et al* (2012). Apesar da produção industrial estar presente em todos os municípios do RS entre os anos de 2010 e 2018, seu valor é muito desigual entre essas cidades, como representado nos resultados tanto do Índice de Gini, que varia entre 0,8721 e 0,8464, e o Coeficiente de Potência, cujo valor está entre 1,9321 e 1,8745 – valor se comparado aos demais é bem elevado. Apesar de não estar expressamente apresentado no modelo de Krugman (1991), o setor de serviços também pode ser considerado como setor industrial, ou pelo menos equiparado a esse. Isso se deve ao fato de permitir a mobilidade da mão de obra e haver ganhos de escala quando ocorre essas aglomerações, sendo os altos índices de desigualdade reflexos da equiparação com o setor industrial. Como também é esperado, a quantidade populacional tem se tornado mais desigual com o passar do tempo, pois há uma busca dos trabalhadores por esses setores que apresentam maiores salários e que permitem a mobilidade da mão de obra. Esse efeito também pode ser observado nos resultados obtidos através do PIB *per capita* que não apresenta a mesma tendência de alta desigualdade porque a população está aglomerada onde esses setores estão mais aglomerados pelos ganhos de escalas. Seguindo o que está exposto no modelo, o setor agropecuário está presente em todos os municípios do RS e a renda gerada é bem similar entre eles, sendo a pequena desigualdade absoluta medida ocasionada pela quantidade desigual de terras cultiváveis a disposição de cada um deles. Uma possível hipótese para o aumento da desigualdade que tem acontecido nos últimos anos na agropecuária é o aumento da mecanização desigual e progressiva do campo, tema esse que pode ser abordado em pesquisas futuras e que não será explorado por esse trabalho.

Quanto ao setor da administração pública, a sua desconexão com os indicadores é um reflexo das determinações impostas pela Constituição Federal de 1988 que ordena a criação de unidades públicas em todos os municípios do Brasil. Com isso, é esperado que seja bem desigual devido a diferença que há no tamanho desse serviço público que está baseado no tamanho da população municipal, que como anteriormente visto, é bem desigualmente distribuída no espaço. Por fim, as movimentações observadas nos indicadores para o valor do produto interno bruto municipal e o valor adicionado bruto são apenas um reflexo dessas mudanças que estão ocorrendo dentro do grupo de detalhamento. Conforme resultados da Tabela 1 as maiores produções estão nos setores de serviço e industrial e, como essas distribuições estão se tornando mais igualitárias com o passar do tempo, levam consigo os indicadores de renda do grupo macro, apesar do aumento da desigualdade na agropecuária ser bem considerável em termos relativos.

4.6 ANÁLISE DA DESIGUALDADE DOS MUNICÍPIOS COM CATEGORIZAÇÃO POPULACIONAL

Nesta seção, o objetivo é acompanhar como está a evolução dos indicadores de desigualdade quando realizado um corte populacional dos municípios rio-grandenses. Baseado na análise da distribuição dos municípios, pode-se notar que em torno de 82% do total de municípios possuem população inferior a 25 mil moradores, enquanto apenas 18% possuem população superior a essa quantidade, o que representa 406 e 89 municípios respectivamente. É definido, portanto, que cidades que possuem até 25 mil habitantes são de Pequeno Porte e aquelas que estão a cima desse patamar são de Grande Porte. Essa classificação está de acordo pelo proposto por Calvo *et al* (2016) em seu trabalho de estratificação dos municípios brasileiros para avaliação do desempenho em saúde, que apesar de realizarem outras classificações, também definem como municípios de Pequeno Porte aqueles que estão abaixo dos 25 mil habitantes.

A partir dessa nova classificação dos dados, foram novamente gerados os cenários para o cálculo dos indicadores de desigualdade e suas variações durante o

período de análise. A separação entre os dados considerados macros (PIB, PIB *per capita*, quantidade populacional e valor adicionado bruto total) e o grupo de detalhamento do valor adicionado bruto também foi feita para a comparação dos dados dos municípios de Pequeno Porte com os de Grande Porte.

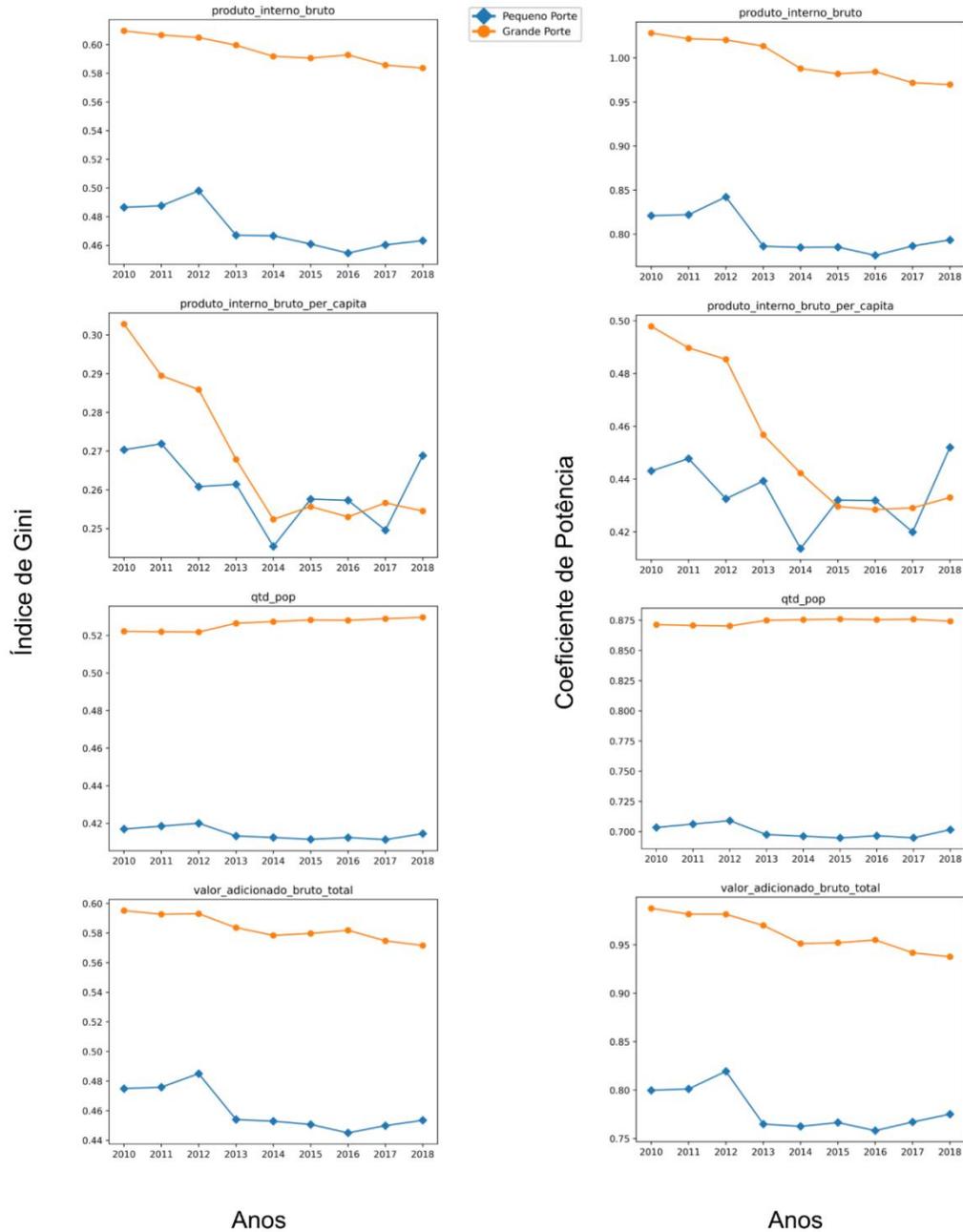
4.6.1 Indicadores de desigualdade para o grupo macro com categorização populacional

Conforme apresentado na Figura 2 e também nas tabelas dos Apêndice B1 e Apêndice B2, é possível observar que ambos os indicadores possuem similaridades quanto a sua evolução no tempo quando aplicada a categorização dos municípios por quantidade populacional. São também respeitadas as ordenações dos indicadores entre cidades de Pequeno Porte e de Grande Porte, ou seja, quando o Índice de Gini aponta que um dos grupos é mais desigual, o mesmo comportamento é observado para o Coeficiente de Potência. Na majoritária parte dos casos, os municípios de Grande Porte são mais desiguais em todas as variáveis econômicas do grupo macro, sendo superados apenas nos anos de 2015, 2016 e 2018 para a variável do PIB *per capita* pelos municípios de Pequeno Porte. Outro ponto de atenção é que no geral a desigualdade caiu entre 2010 e 2018 em ambas categorias de municípios, sendo a quantidade populacional nos municípios de Grande Porte a única exceção, apresentando aumento na desigualdade.

Conforme visto em Gabaix *et al* (2016) e também em Krugman (1997), quando considerados os topos da distribuição, nesse caso os municípios mais populosos, os valores encontrados para o Coeficiente de Potência estavam sempre próximo de 1. Nesse caso para municípios de Grande Porte, os Coeficiente de Potência para o PIB e valor adicionado total flutuam em torno do valor 1, sendo assim próximos do esperado pela Lei de Zipf. Esse comportamento de flutuação em torno do indicador 1 é esperado como exposto por Brakman *et al* (2012). A variável de menor desigualdade em ambos grupos populacionais é o PIB *per capita*, mesmo fenômeno que foi observado sem a

classificação, o que aponta que mesmo nos municípios de Pequeno Porte, os que possuem maior população estão gerando os maiores valores de PIB.

Figura 2 - Indicadores de desigualdade para o grupo macro com a categorização populacional entre os anos de 2010 e 2018



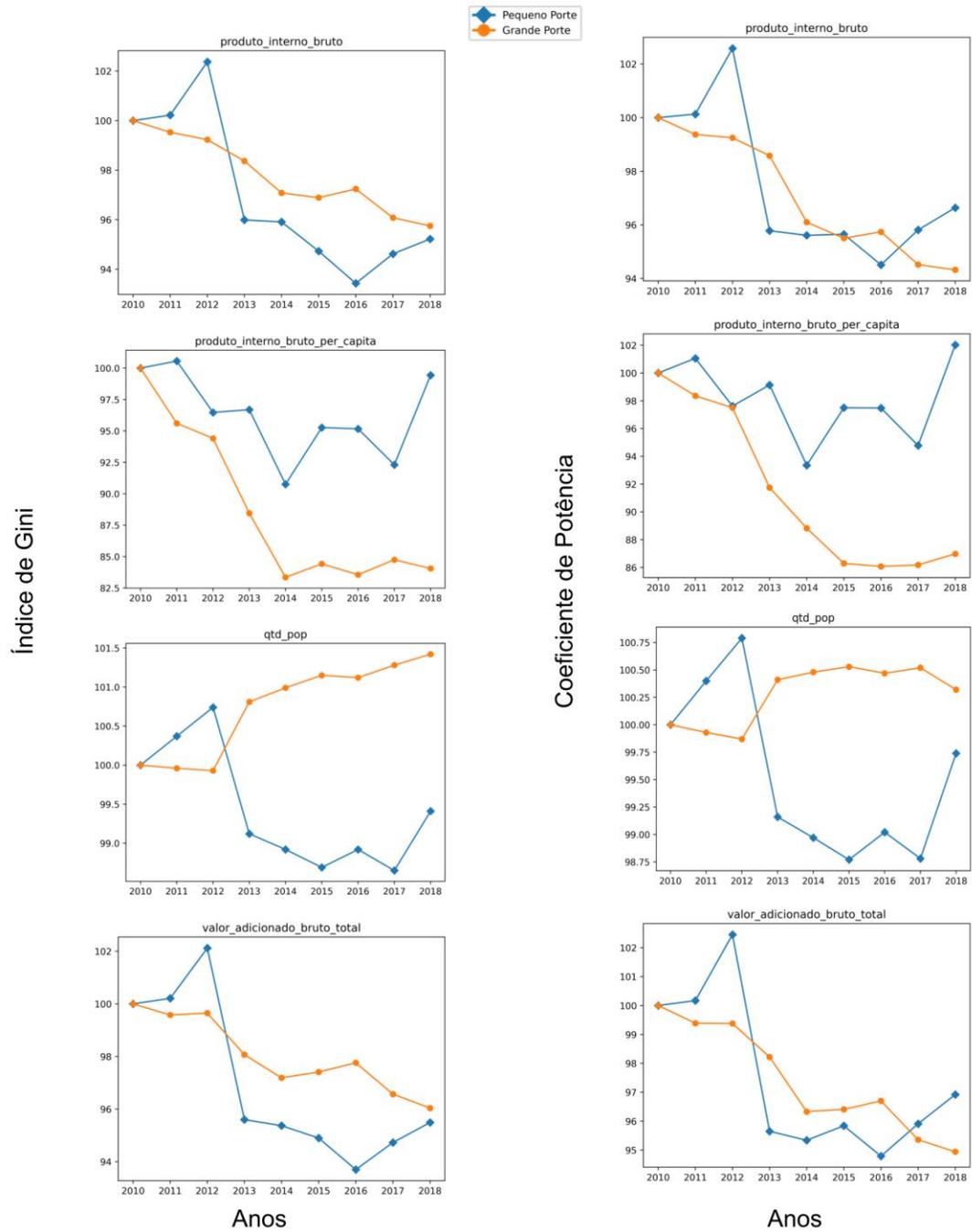
Fonte: elaborado pelo autor (2021).

Quanto ao Coeficiente de Potência, os R^2 observados para as regressões realizadas com classificação populacional presentes no Apêndice B3 foram bem elevados para o grupo macro, sendo o menor R^2 a quantidade populacional para os municípios de Pequeno Porte que ficou em torno de 0,88 para o período de análise e para as cidades de Grande Porte os menores valores de R^2 foram observados no PIB *per capita*, cujo valor esteve em torno de 0,84. Os demais indicadores tiveram o R^2 superior a 0,90.

4.6.2 Variação dos indicadores de desigualdade para o grupo macro com categorização populacional

Conforme visto na seção anterior, há uma tendência de queda nos indicadores de desigualdade para o grupo macro quando feita a categorização dos municípios. Conforme Figura 3 e tabelas dos Apêndice B4 e Apêndice B5, os municípios de Pequeno Porte apesar de apresentarem queda nos primeiros anos do período de análise para o PIB *per capita*, eles voltam a patamares de desigualdade similares a 2010 no ano de 2018. Para os municípios de Grande Porte o crescimento da desigualdade se dá na quantidade populacional. Nas demais formas de geração de renda das cidades, todos os indicadores apresentam queda na desigualdade, tanto para o Pequeno Porte quanto para o Grande Porte.

Figura 3 - Variação dos indicadores de desigualdade para o grupo macro com a categorização populacional entre os anos de 2010 e 2018



Fonte: elaborado pelo autor (2021).

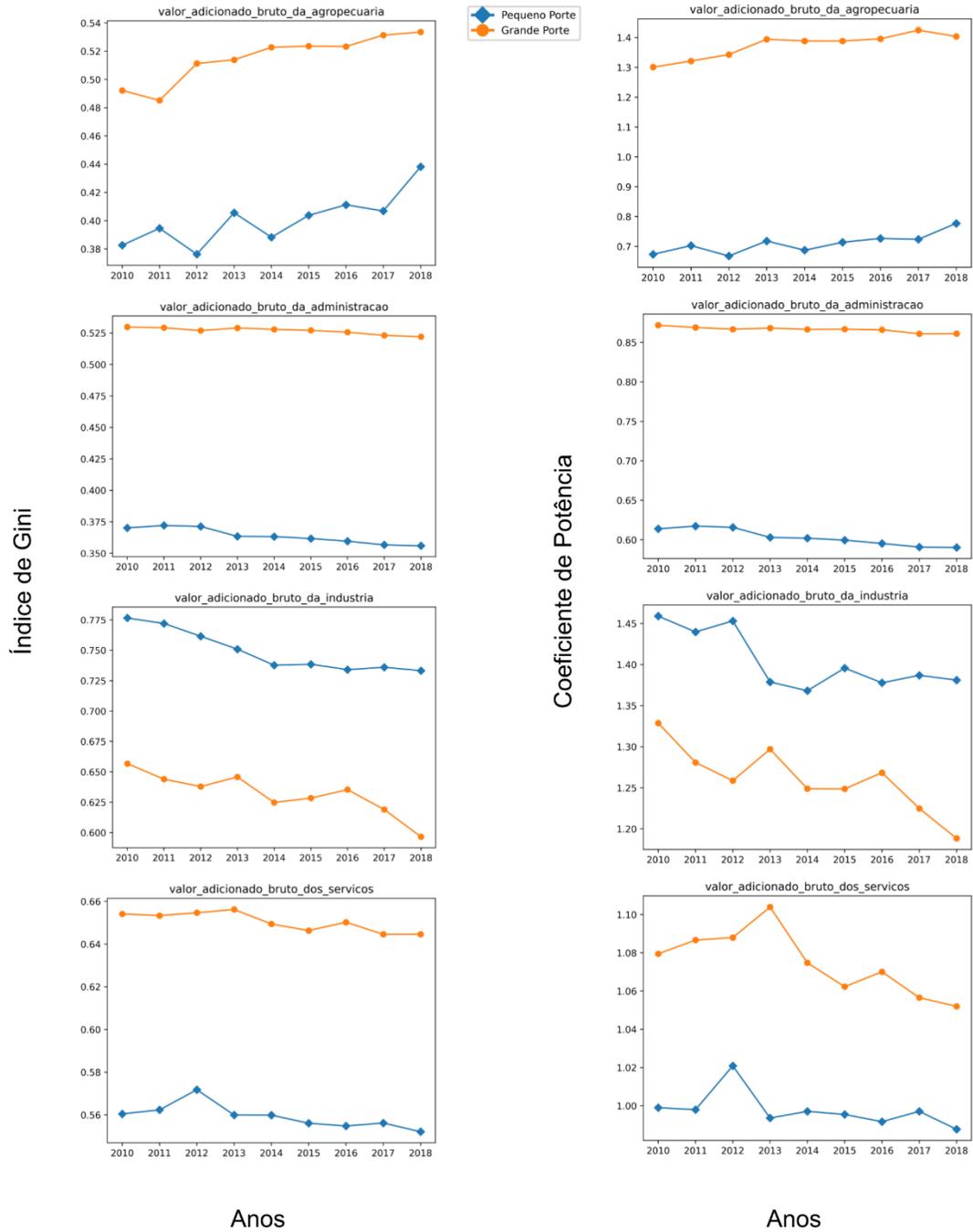
4.6.3 Indicadores de desigualdade para o grupo de detalhamento com categorização populacional

Quanto ao grupo de detalhamento do valor adicionado bruto, é possível observar um comportamento bem similar entre ambos os indicadores presentes na Figura 4 e nas tabelas do Apêndice B1 e Apêndice B2. Nesse caso as cidades de Grande Porte também apresentam maiores níveis de desigualdade de geração renda. Contudo, o valor adicionado pela indústria foge a essa regra pois os municípios de Pequeno Porte acabam sendo bem mais desiguais quando comparados ao de Grande Porte. Conforme o descrito pela NGE, esse fenômeno pode ser explicado pela presença mais homogênea do setor industrial nesses municípios mais populosos em comparação com outros de menor população.

Há também no grupo de detalhamento do valor adicionado bruto total uma tendência de queda da desigualdade na geração de renda. Entretanto, para o valor adicionado pela agropecuária houve crescimento da desigualdade em ambos os grupos populacionais. Essa movimentação dos indicadores para a agropecuária é também observada quando não há a classificação dos municípios entre Pequeno e Grande Porte.

Para esse caso também foram analisados os R^2 das regressões do Coeficiente de Potência e, removendo o valor adicionado pela agropecuária, todas as demais variáveis de renda do grupo de detalhamento tiveram R^2 superior a 0,88. Quando analisado valor adicionado pela agropecuária, os menores resultados ficam para os municípios de Grande Porte que estão em torno de 0,60, enquanto que para municípios de Pequeno Porte estão em torno de 0,74.

Figura 4 - Indicadores de desigualdade para o grupo detalhado com a categorização populacional entre os anos de 2010 e 2018



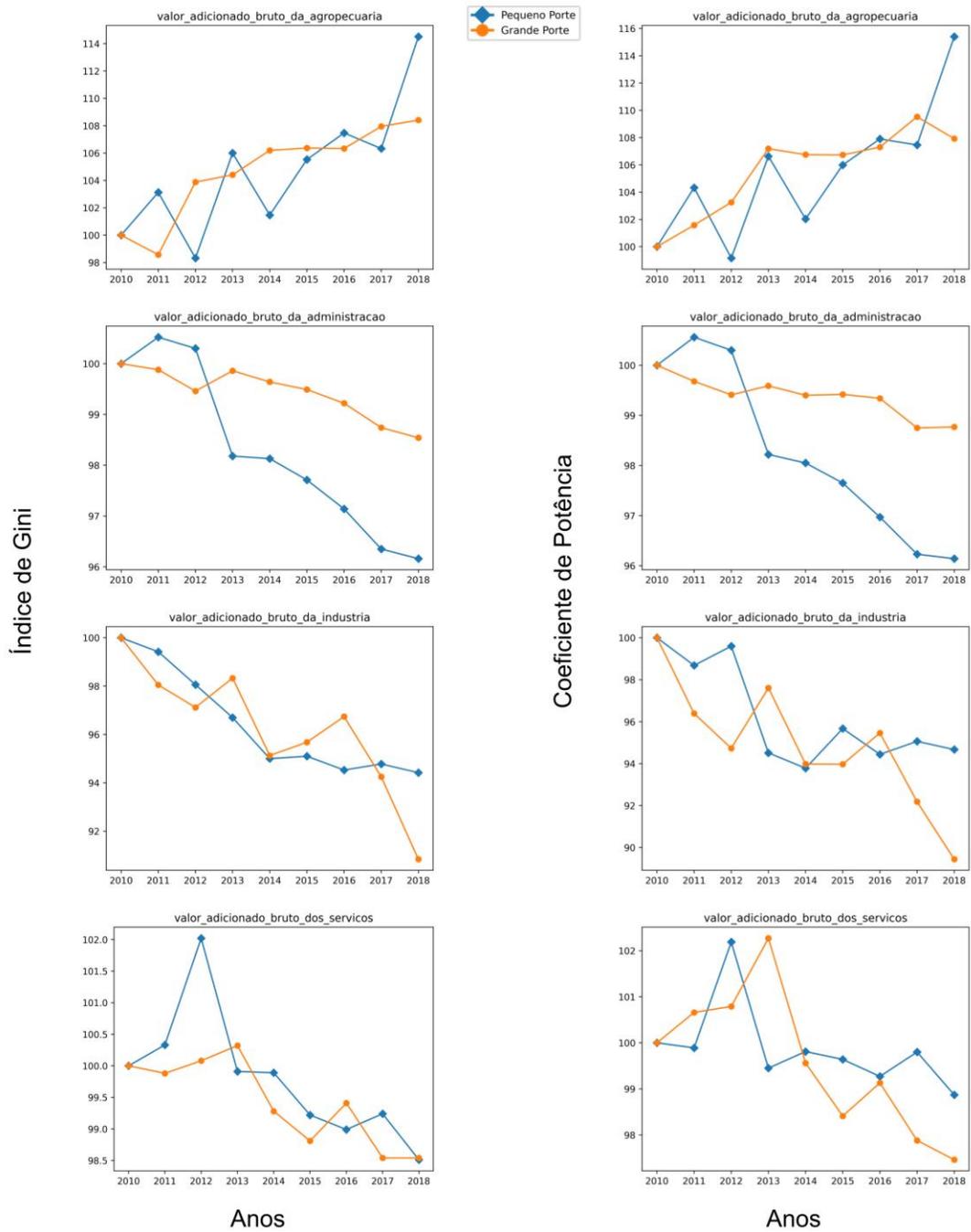
Fonte: elaborado pelo autor (2021).

4.6.4 Variação dos indicadores de desigualdade para o grupo detalhamento com categorização populacional

A variação dos indicadores para o grupo de detalhamento com classificação populacional, que consta na Figura 5 e tabelas dos Apêndice B4 e Apêndice B5, reflete o visto na Figura 4, em que há uma queda generalizada nos indicadores de desigualdade para a geração de renda nesses grupos de cidades, apenas sendo aparente o aumento da desigualdade no campo, em que os municípios de Pequeno Porte se tornaram mais desiguais em mais de 14% para ambos os indicadores, enquanto os de Grande Porte acumularam um crescimento de mais de 7% tanto no Índice de Gini quanto no Coeficiente de Potência.

As variáveis de valor adicionado pela administração e valor adicionado pelos serviços também apresentaram crescimento na desigualdade nos primeiros anos do período de análise, contudo elas seguem, por fim, a tendência de queda nos anos seguinte para ambos os grupos populacionais.

Figura 5 - Variação dos indicadores de desigualdade para o grupo detalhamento com a categorização populacional entre os anos de 2010 e 2018



Fonte: elaborado pelo autor (2021).

4.6.5 Correlação entre os indicadores com a categorização populacional

Como resultado exposto na Tabela 12, é possível observar que os indicadores possuem forte correlação geral para cada grupo populacional. Para os municípios de Pequeno Porte, a correlação geral, tanto para os indicadores quanto para a variação desses indicadores, foi maior que 0,97. Quanto aos municípios de Grande Porte, a correlação geral das variações foi superior a 0,95, contudo a dos indicadores foi de 0,7406. Mesmo a correlação dos indicadores do município de Grande Porte ser inferior as demais, ainda pode ser considerada uma correlação forte entre eles (Mann e Lacke, 2009).

Quanto as correlações ano a ano, os valores apresentados estão de acordo com a correlação geral. O único ano que destoa dos demais é 2011 para a correlação das variações das cidades de Grande Porte. O valor desse ano foi de 0,4516, algo similar ao que aconteceu quando feita a mesma análise sem categorização populacional conforme Tabela 11. Após esse valor mais baixo, a correlação volta a patamares elevados, chegando a superar o valor de 0,90 para a correlação nos próximos períodos.

Tabela 12 - Correlação entre os indicadores com a categorização populacional

Ano	Grande Porte		Pequeno Porte	
	Correlação Indicadores	Correlação Variação dos Indicadores	Correlação Indicadores	Correlação Variação dos Indicadores
2010	0,7350	-	0,9969	-
2011	0,7083	0,4516	0,9967	0,9887
2012	0,7425	0,8291	0,9950	0,9817
2013	0,7414	0,9400	0,9974	0,9417
2014	0,7476	0,9568	0,9965	0,9469
2015	0,7514	0,9845	0,9970	0,9819
2016	0,7521	0,9798	0,9975	0,9839
2017	0,7388	0,9806	0,9970	0,9819
2018	0,7426	0,9819	0,9976	0,9914
Correlação Geral	0,7406	0,9591	0,9966	0,9740

Fonte: Elaboração própria.

4.7 ANÁLISE DA DESIGUALDADE DOS MUNICÍPIOS COM CATEGORIZAÇÃO DE RENDA

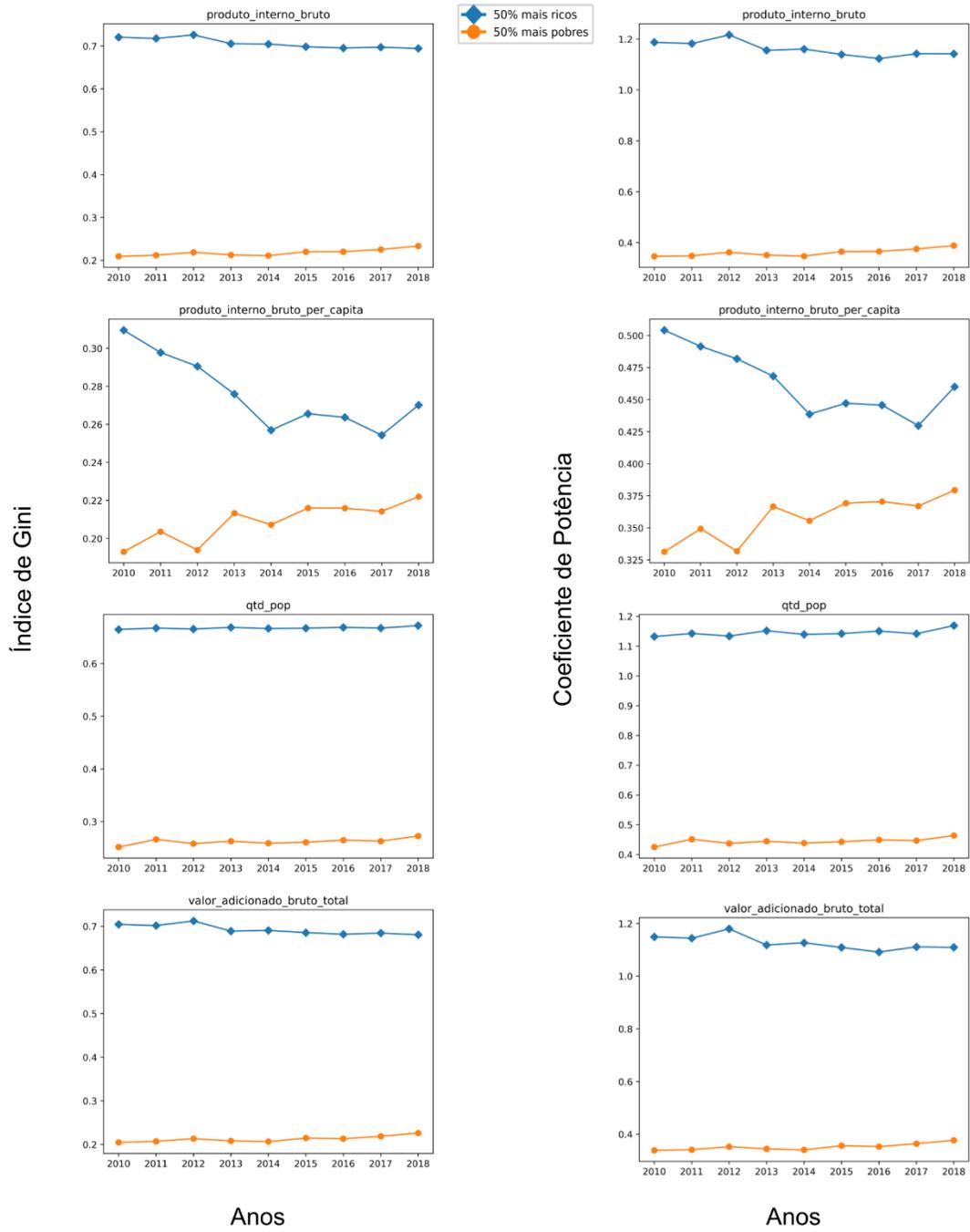
Nesta seção os dados foram categorizados por sua capacidade de geração de renda, ou seja, pelo seu produto interno bruto. A classificação escolhida foi a divisão das observações entre os 50% mais pobres e 50% mais ricos, resultando em distribuições com 248 municípios e 247 municípios respectivamente. Conforme realizado na categorização populacional, foram gerados os indicadores de desigualdade para cada um desses dois novos grupos, mantendo a apresentação dos dados entre o grupo macro e o grupo de detalhamento do valor adicionado bruto.

4.7.1 Indicadores de desigualdade para o grupo macro com categorização de renda

Com a classificação de renda dos municípios do RS, o novo cálculo dos indicadores de desigualdade para o grupo macro demonstra como os municípios mais ricos são, para todas as variáveis, mais desiguais que os 50% dos municípios mais pobres, conforme Figura 6 e tabelas do Apêndice C1 e Apêndice C2. A diferença entre grupos é bem superior quando comparada com a categorização populacional e não há nesse caso clara redução de desigualdade nos indicadores.

Para exemplificar essa diferença entre grupos podemos analisar o PIB e o valor adicionado bruto que possuem valores similares para o Índice de Gini e o Coeficiente de Potência, sendo em torno de 0,70 e 1,13 respectivamente para o grupo dos 50% mais ricos. Para os mais 50% mais pobres ocorre o mesmo comportamento, contudo em um patamar bem inferior ao visto na primeira classificação, sendo 0,21 para o Gini e 0,35 para o Coeficiente de Potência. Contudo, o PIB *per capita* foge a essa regra, pois a diferença entre os indicadores de ambos os grupos é de menor magnitude que visto nas demais variáveis e ainda ocorre queda dessa diferença com a queda da desigualdade no grupo do 50% mais ricos e o aumento nos 50% mais pobres durante o período de análise.

Figura 6 - Indicadores de desigualdade para o grupo macro com a categorização de renda entre os anos de 2010 e 2018



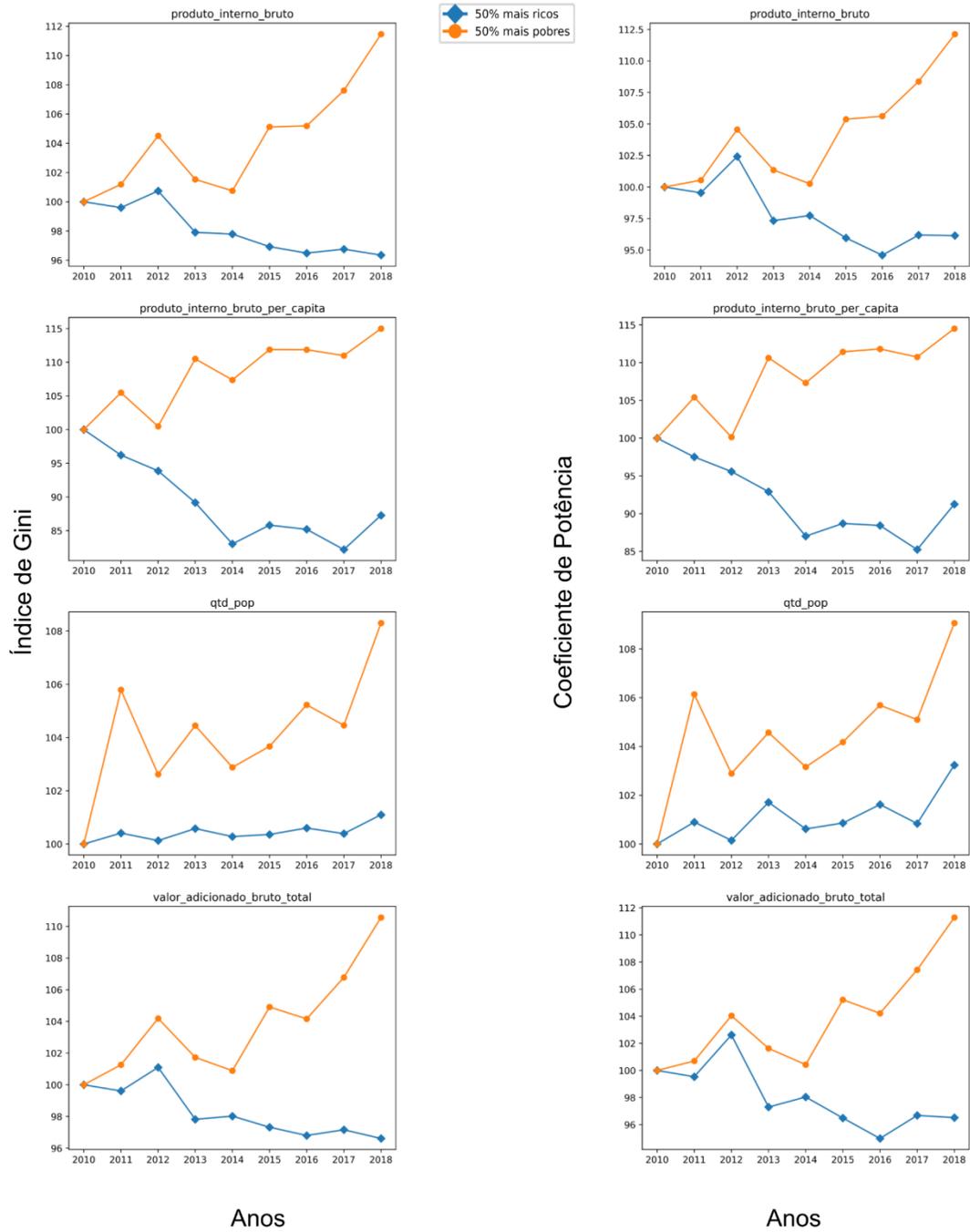
Fonte: elaborado pelo autor (2021).

Foram avaliados também o R^2 para as regressões do Coeficiente de Potência, cujos valores estão presentes na tabela do Apêndice C3. Para todas as variáveis do grupo macro obtivesse altos valores de R^2 , sendo os menores valores para o PIB e valor adicionado bruto total para os 50% mais pobres que gira em torno de 0,74.

4.7.2 Variação dos indicadores de desigualdade para o grupo macro com categorização de renda

Conforme Figura 7 e tabelas do Apêndice C4 e C5, fica evidente que não há nessa categorização dos dados uma queda de desigualdade generalizada para as variáveis do grupo macro. As únicas quedas que podem ser observadas são para os municípios que estão no grupo de 50% mais ricos, enquanto o grupo de 50% mais pobres apresenta aumento da desigualdade para todas as variáveis do grupo macro, acumulando aumentos de até 15% como no caso do PIB *per capita*. Quanto ao grupo dos 50% mais ricos, apenas a quantidade populacional aumentou os indicadores de desigualdade, mas esse aumento esteve na casa do 1% de incremento entre 2010 e 2018.

Figura 7 - Variação dos indicadores de desigualdade para o grupo macro com a categorização de renda entre os anos de 2010 e 2018



Fonte: elaborado pelo autor (2021).

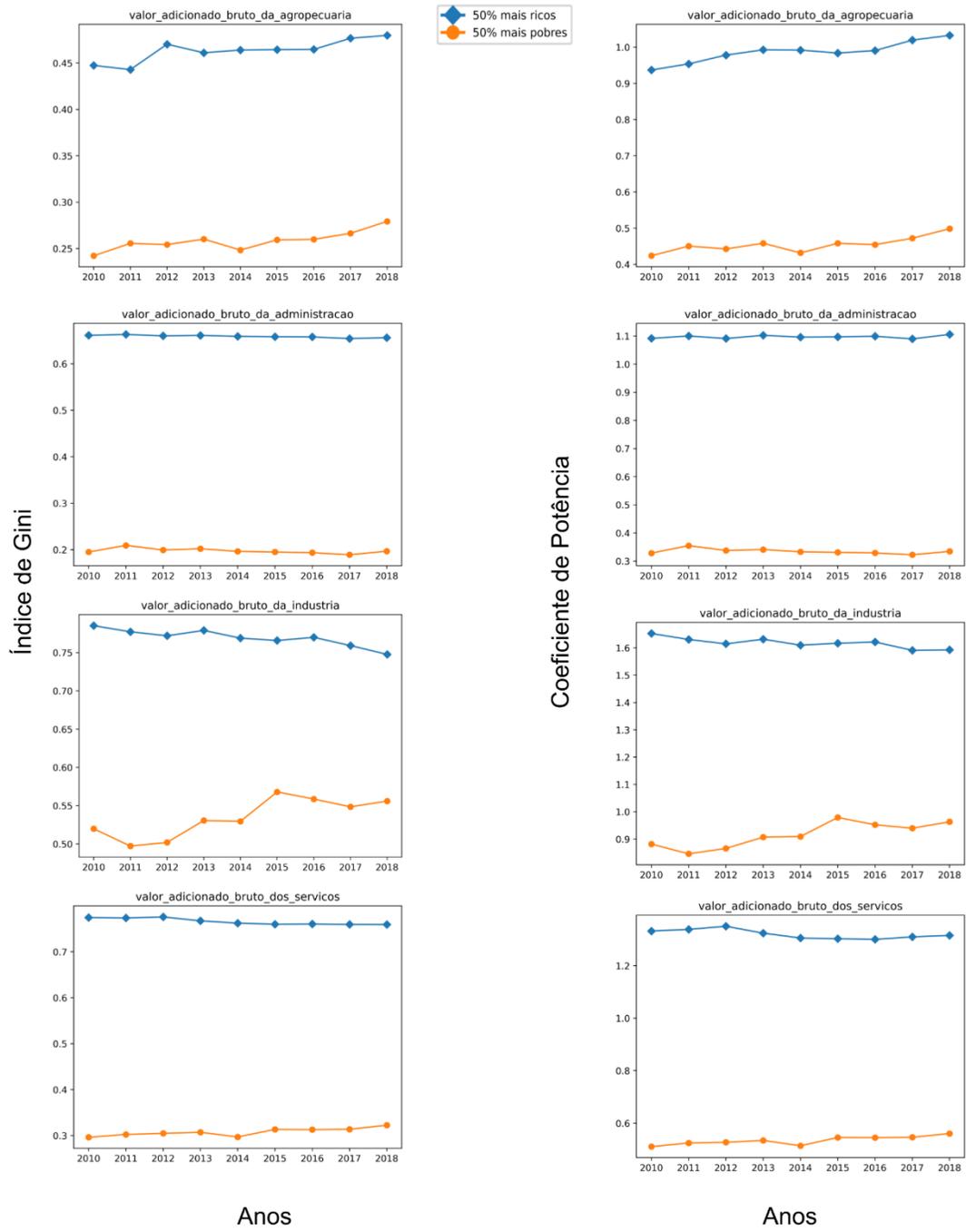
4.7.3 Indicadores de desigualdade para o grupo de detalhamento com categorização de renda

Com base na Figura 8 e tabelas do Apêndice C4 e Apêndice C5, com a classificação de renda para o grupo de detalhamento do valor adicionado bruto, o Índice de Gini e o Coeficiente de Potência apresentam aumento nos seus valores para o período de análise, sendo assim, a desigualdade está aumentando para as variáveis de renda contidas nesse grupo, principalmente quando observado o grupos dos 50% mais pobres.

Como também visto para o grupo macro, há presente nesse grupo de detalhamento a predominância de um maior nível de desigualdade nos municípios mais ricos quando comparados com os mais pobres. Portanto, é possível concluir que os municípios mais pobres muito têm em similar entre si e que, quando observado os municípios de maior renda eles começam a se tornar bem mais desiguais entre si. Outra observação quanto aos dados é o surgimento da Lei de Zipf para o valor adicionado na agropecuária para os municípios mais ricos nos últimos anos de análise. Por fim, é notável como os maiores níveis de desigualdade podem ser medidas no setor industrial e de serviços assim como o visto para os indicadores quando não categorizado os dados conforme Gráfico 14 e Gráfico 18.

Já a análise dos R^2 do Coeficiente de Potência para o grupo de detalhamento conforme Apêndice C3 resulta em elevados valores para o R^2 em praticamente todas as variáveis de renda, em que, excluindo-se o valor adicionado pela agropecuária, todos os R^2 estão a cima de 0,78. Para a agropecuária são obtidos R^2 menores, porém ainda significativos, sendo em torno de 0,67 para os municípios mais pobres e 0,60 para os mais ricos.

Figura 8 - Indicadores de desigualdade para o grupo detalhamento com a categorização de renda entre os anos de 2010 e 2018



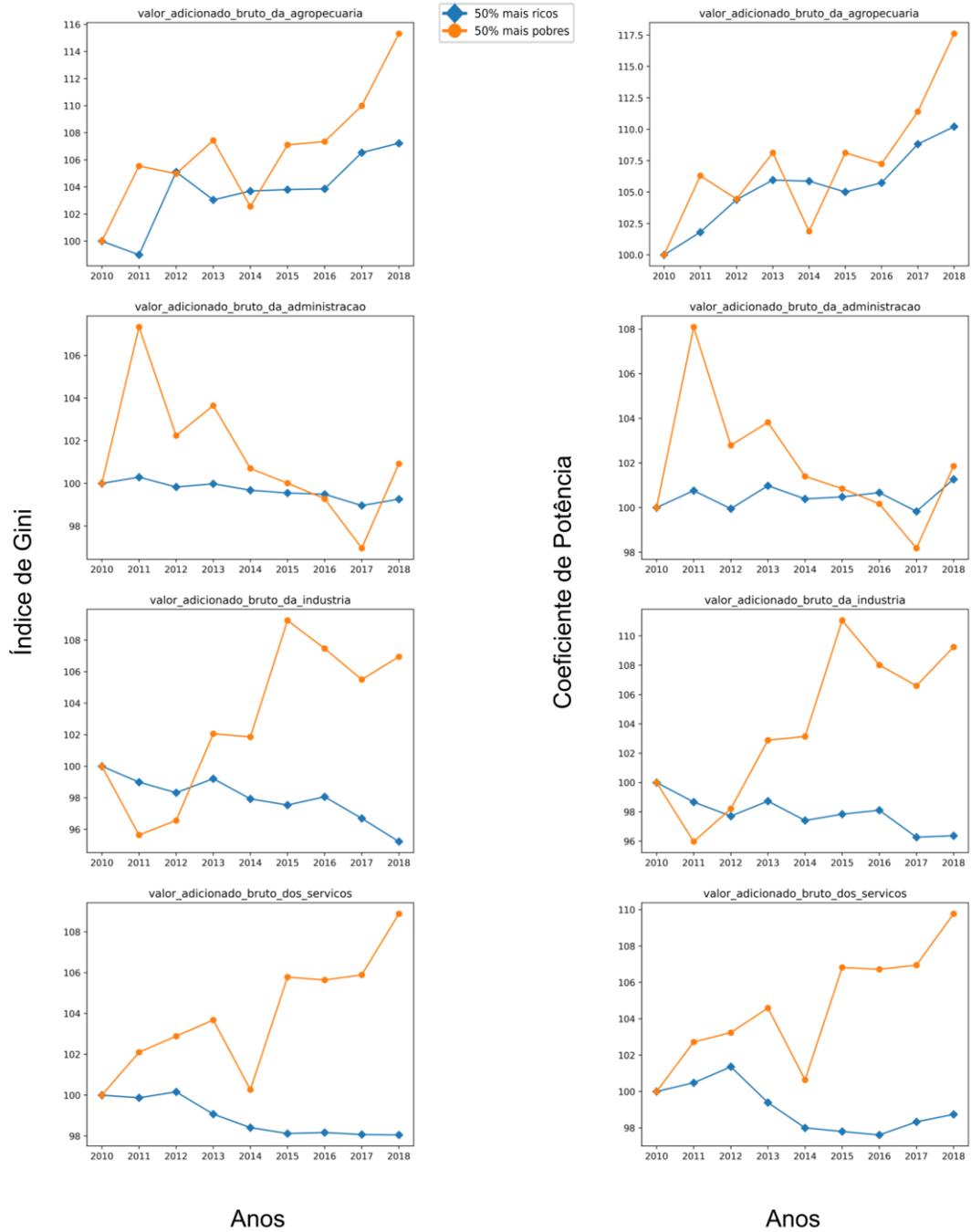
Fonte: elaborado pelo autor (2021).

4.7.4 Variação dos indicadores de desigualdade para o grupo detalhamento com categorização de renda

Na seção anterior foi apresentado que há um aumento da desigualdade no grupo de detalhamento quando feita a categorização por renda dos municípios rio-grandenses. Esse comportamento pode ser validado quando observadas as variações presentes na Figura 9 e tabelas do Apêndice C4 e Apêndice C5. Os maiores aumentos ficam por conta do valor adicionado na agropecuária, em que os municípios mais pobres acumularam um aumento superior a 16%, enquanto os mais ricos ficaram em torno de 7% de aumento de desigualdade. Os valores adicionados pela indústria e serviços também tiveram aumentos consideráveis nos municípios mais pobres, com aumento de mais de 8%.

Por outro lado, no valor adicionado pela administração apresentou certa estabilidade na variação da desigualdade no período de análise, apesar de aumento de mais de 6% nos municípios de menor renda nos primeiros anos após 2010. Por fim, as quedas de desigualdade ocorreram apenas pela indústria e serviços no grupo de 50% mais ricos, em que é possível observar uma queda de mais de 4% e mais de 2% respectivamente.

Figura 9 - Variação dos indicadores de desigualdade para o grupo detalhamento com a classificação de renda entre os anos de 2010 e 2018



Fonte: elaborado pelo autor (2021).

4.7.5 Correlação entre os indicadores com a categorização de renda

As correlações entre os indicadores de desigualdade para a categorização de renda foram fortes e positivas (Mann e Lacke, 2009) para todos os anos de análise. Para praticamente todos os cenários observados a correlação encontrada para os indicadores esteve a cima de 0,90, sendo o único ano abaixo disso o ano de 2011 para a variação dos indicadores dos municípios mais ricos que foi de 0,7213. No geral, todas as correlações foram superiores a 0,90.

Tabela 13 - Correlação entre os indicadores com a categorização de renda

Ano	50% mais pobres		50% mais ricos	
	Correlação Indicadores	Correlação Variação dos Indicadores	Correlação Indicadores	Correlação Variação dos Indicadores
2010	0,9992	-	0,9171	-
2011	0,9985	0,9913	0,9150	0,7213
2012	0,9993	0,9822	0,9276	0,9453
2013	0,9989	0,9912	0,9160	0,9162
2014	0,9993	0,9582	0,9205	0,9735
2015	0,9992	0,9822	0,9146	0,9727
2016	0,9992	0,9943	0,9116	0,9445
2017	0,9990	0,9936	0,9176	0,9809
2018	0,9990	0,9805	0,9076	0,9666
Correlação Geral	0,9990	0,9893	0,9164	0,9580

Fonte: elaborado pelo autor (2021).

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS E PERSPECTIVAS FUTURAS

A análise do tema da desigualdade econômica é muito importante e a capacidade de gerar indicadores e os acompanhar durante o tempo são pontos fundamentais nessa abordagem.

No segundo capítulo, após investigação das medidas e indicadores disponíveis para obter-se esses dados para as cidades gaúchas, o Índice de Gini e o Coeficiente de Potência foram escolhidos como indicadores de teste deste trabalho. Quanto ao primeiro, a escolha se baseou no fato de esse estar presente em uma diversa gama de trabalhos na literatura da desigualdade, enquanto para o segundo caso, além da sua capacidade de também ser utilizado como um indicador de desigualdade, foi identificado que as distribuições econômicas e populacionais dos municípios rio-grandenses seguem leis de potência.

Na terceira parte do trabalho, utilizando ferramentas como o Python e seus pacotes auxiliares para a extração e tratamento das informações dos dados econômicos e populacionais dos municípios presentes nas bases do IBGE, foi possível avaliar, no quarto capítulo, a situação econômica estadual e, após essa visão mais abrangente, se aprofundar nos indicadores de desigualdade de renda e populacional dessas cidades e demais categorizações possíveis para os dados.

No caso da evolução econômica estadual, o Rio Grande do Sul aumentou o seu Produto Interno Bruto nos anos de análise, mesmo quando já descontada a inflação do período, movimentação que foi similar para o valor adicionado bruto total. Quando observado mais no detalhe o valor adicionado bruto total, é notável que boa parte do total da variação foi dada pelo aumento no total produzido pelo setor de serviços, que em 2018 correspondia a mais de 54% do total bruto. As demais variáveis que compõem o valor adicionado bruto cresceram pouco ou se mantiveram em valores muito próximos quando considerados os anos de 2010 e 2018. A população gaúcha apresentou crescimento em todo o período que compreendem os dados, sendo o maior crescimento registrado no ano de 2013. Por fim, o PIB per capita também aumentou no período, mesmo com o

aumento populacional, ou seja, o crescimento das variáveis econômicas foi o suficiente para evitar a queda desse indicador.

Para o cálculo dos indicadores de desigualdade, a melhor apresentação dos dados foi a divisão entre dois grupos, sendo o primeiro o macro em que estão as variáveis econômicas do PIB, PIB per capita, quantidade populacional e valor adicionado bruto e, o segundo grupo, definido como grupo detalhamento, com os valores adicionados pela agropecuária, serviços, administração pública e indústria. Para o grupo macro, tanto o Índice de Gini quanto o Coeficiente de Potência demonstram uma pequena queda na desigualdade no período de análise, sendo a quantidade populacional a única com registro de aumento na desigualdade e, portanto, as cidade tem concentrado mais a população, enquanto a renda não tem seguido o mesmo caminho. Para o grupo de detalhamento os indicadores registram pequenas quedas e estabilidades para a maior parte das variáveis econômicas desse grupo, porém o valor adicionado bruto se tornou consideravelmente mais desigual entre 2010 e 2018. Comparando os níveis de desigualdade dessas variáveis para o grupo macro, a ordenação da mais para menos desigual é a seguinte: PIB, valor adicionado bruto total, quantidade populacional e PIB per capita. Quanto ao grupo detalhamento, a ordem fica: indústria, serviços, administração pública e agropecuária.

Com o intuito de aumentar as possibilidades de análise dos dados de desigualdade e intensificar o teste sobre a validade de utilização de ambos os indicadores para medir a desigualdade nessas variáveis de interesse, foram realizadas duas categorizações: por quantidade populacional e por renda. No primeiro caso, os municípios que possuem população inferior a 25 mil habitantes foram definidos como de Pequeno Porte e, os com maior população que esse patamar, como de Grande Porte. Quanto à categorização por renda, a divisão dos dados ocorreu entre os 50% mais pobres e os 50% mais ricos. Para o grupo com categorização populacional, fica evidente que os municípios de Grande Porte são mais desiguais entre si. No geral, para essa categorização, a desigualdade entre os municípios de cada grupo tem caído, sendo para variáveis pontuais o aumento mais significativo, como o caso do valor adicionado pela agropecuária, tendência essa já observada sem a categorização populacional. Para a

categorização de renda, os 50% dos municípios mais ricos são os que apresentam maior desigualdade entre si em todas as variáveis econômicas. Contudo, nessa categorização não há uma tendência clara de queda ou aumento da desigualdade, sendo mais mistos os resultados obtidos.

Os resultados apresentados sugerem que o Índice de Gini e o Coeficiente de Potência são indicadores de desigualdade consistentes entre si. Pelo menos isso foi o verificado na análise de desigualdade do Produto Interno Bruto e seus demais componentes econômicos para os municípios do Rio Grande do Sul entre os anos de 2010 e 2018. Além disso, os níveis de desigualdade medidos parecem estar de acordo, qualitativamente, com as conclusões da NGE, com as atividades industriais e de serviços sendo relativamente mais desiguais que as atividades agrícolas.

Por fim, são muitas as possibilidades de estudos futuros que se relacionam ao desenvolvido neste trabalho. Um dos exemplos é a ampliação do escopo dos dados utilizados, ou seja, aplicar a mesma análise para todos os municípios do Brasil. Pode-se também, alterar o nível regional de exploração, trabalhando com a desigualdade entre Estados ou até mesmo regiões, além de expandir o período de análise para diferentes épocas. Outros pontos levantados durante o trabalho podem ser explorados, como o aumento na desigualdade da agropecuária e a investigação da possibilidade de utilização de outras medidas de desigualdade.

REFERÊNCIAS

ARAÚJO, Herton *et al.* **Desigualdade da renda no território brasileiro**. Brasília: IPEA, 2010, 18 p. (IPEA, Comunicado Técnico, 60).

ASONGU, Simplicé; NNANNA, Joseph; ACHA-ANYI, Paul N.. Inequality and Gender Economic Inclusion: The Moderating Role of Financial Access in Sub-Saharan Africa. **Economic Analysis and Policy**, Brisbane, v. 65, n. 1, p. 173-185, jan./2020.

BATTISTI, Francesca De; PORRO, Francesco; VERNIZZI, Achille. The Gini coefficient and the case of negative values. **Electronic Journal of Applied Statistical Analysis**, Milão, v. 12, n. 1, p. 85-107, abr./2019.

BESSEN, James. Industry Concentration and Information Technology. **The Journal of Law and Economics**, Boston, v. 63, n. 3, p. 531-555, ago./2020.

BRAKMAN, Steven; GARRETSEN, Harry; MARREWIJK, Charles Van. **The New Introduction to Geographical Economics**. 2. ed. Cambridge: Cambridge University Press, 2012. p. 299-317.

CALVO, M. C. M. *et al.* Estratificação de municípios brasileiros para avaliação de desempenho em saúde. **Epidemiologia e Serviços de Saúde**, Brasília, v. 25, n. 4, p. 767-776, dez./2016.

CERIANI, Lidia; VERME, Paolo. The origins of the Gini index: extracts from *Variabilità e Mutabilità* (1912) by Corrado Gini. **The Journal of Economic Inequality**, Basingstoke, v. 10, n. 3, p. 421-443, jun./2011.

COMBES, Pierre-philippe; THISSE, T. M. A. J. **Economic Geography**: The Integration of Regions and Nations. 1. ed. Princeton: Princeton University Press, 2008. p. 1-416.

GABAIX, Xavier. Zipf's Law for Cities: An Explanation. **The Quarterly Journal of Economics**, Oxford, v. 114, n. 3, p. 739-767, ago./1999.

GABAIX, X. *et al.* The Dynamics of Inequality. **Econometrica**, New Haven, v. 84, n. 6, p. 2071-2111, ago./2016.

GABAIX, Xavier. Power Laws in Economics: An Introduction. **Journal of Economic Perspectives**, Pittsburgh, v. 30, n. 1, p. 185-206, fev./2016.

GINI, Corrado. Measurement of Inequality of Incomes. **The Economic Journal**, Oxford, v. 31, n. 121, p. 124-126, mar./1921.

GINI, Corrado. **Variabilità e mutabilità**: contributo allo studio delle distribuzioni e delle relazioni statistiche. 1. ed. [S.l.]: Tipografia di Paolo Cuppin, 1912. p. 1-168.

GUERRIERO, Vincenzo. Power Law Distribution: Method of Multi-scale Inferential Statistics. **Journal of Modern Mathematics Frontier**, Terre Haute, v. 1, n. 1, p. 21-28, jan./2012.

IBGE. **Censo 2010**. Disponível em: <<https://censo2010.ibge.gov.br/>>. 2010. Acesso em 29 set. 2021.

IBGE. **Estimativas da População**. Disponível em: <<https://www.ibge.gov.br/estatisticas/sociais/populacao/9103-estimativas-de-populacao>>. 2019. Acesso em 29 set. 2021.

IBGE. **Produto Interno Bruto dos Municípios 2010-2018**. Disponível em: <<https://www.ibge.gov.br/estatisticas/economicas/contas-nacionais/9088-produto-interno-bruto-dos-municipios>>. 2020. Acesso em 29 set. 2021.

IBGE. **IPCA - Índice Nacional de Preços ao Consumidor Amplo**. Disponível em: <<https://www.ibge.gov.br/estatisticas/economicas/precos-e-custos/9256-indice-nacional-de-precos-ao-consumidor-amplo>>. 2021. Acesso em 29 set. 2021.

INSTITUTO BRASILEIRO DE GEOGRAFIA E ESTATÍSTICA. Coordenação de Contas Nacionais. **Relatório Metodológico de Produto Interno Bruto dos Municípios**. Rio de Janeiro, 2016. Relatório.

JÚNIOR, N. J. M; RIBEIRO, Marcelo B.. Zipf law for Brazilian cities. **Physica A**, Amsterdã, v. 367, n. 1, p. 441-448, dez./2005.

KRUGMAN, Paul. How the Economy Organizes Itself in Space: A Survey of the New Economic Geography. **Santa Fe Institute**, Santa Fe, v. 2, n. 1, p. 239-262, abr./1997.

KRUGMAN, Paul. Increasing Returns and Economic Geography. **Journal of Political Economy**, Chicago, v. 99, n. 3, p. 483-499, jun./1991.

KUZNETS, Simon. Economic Growth and Income Inequality. **The American Economic Review**, Pittsburgh, v. 45, n. 1, p. 1-28, mar./1955.

LORENZ, Max Otto. Methods of Measuring the Concentration of Wealth. **American Statistical Association**, Boston, v. 9, n. 70, p. 209-219, jun./1905.

MAIO, F. G. D.. Income inequality measures. **Journal of Epidemiology & Community Health**, Londres, v. 61, n. 10, p. 849-852, set./2007.

MANN, Prem S.; LACKE, Christopher Jay. **Introductory Statistics**. 7. ed. Willimantic: John Wiley & Sons, Inc., 2009. p. 4-625.

MEDEIROS, Marcelo. **Medidas de Desigualdade e Pobreza**. 1. ed. Brasília: Editora Universidade de Brasília, 2012. p. 15-170.

NEWMAN, M. E. J.. Power laws, Pareto distributions and Zipf's law. **Contemporary Physics**, Londres, v. 46, n. 5, p. 323-351, nov./2004.

POWERS, D. M. W.. Applications and Explanations of Zipf 's Law. **ACM**, [S. I.], v. 1, n. 1, p. 151-160, jan./1998. Disponível em: <https://dl.acm.org/doi/10.5555/1603899.1603924>. Acesso em: 4 jul. 2021.

REED, William J.. The Pareto, Zipf and other power laws. **Elsevier Science**, Amsterdã, v. 74, n. 1, p. 15-19, mai./2001.

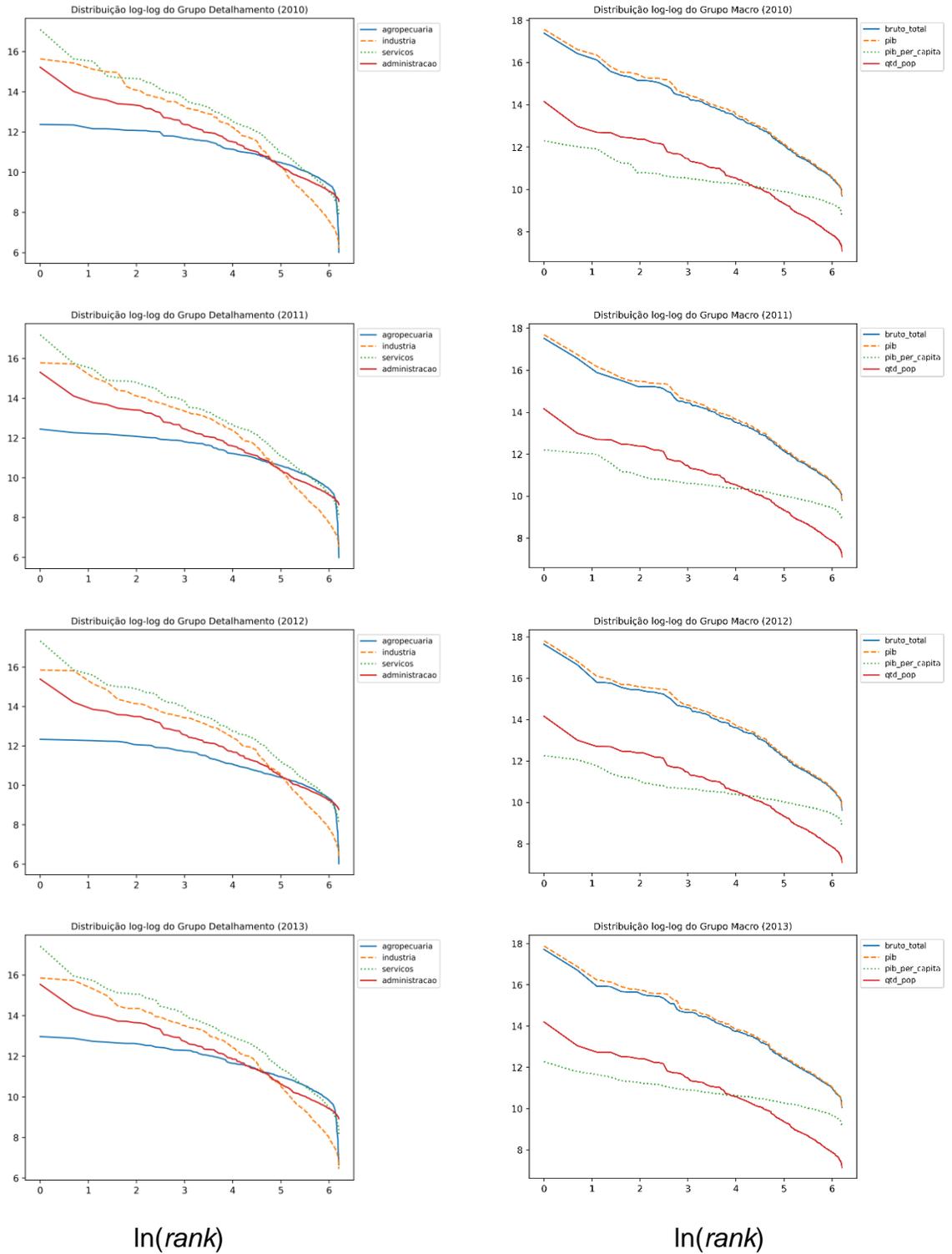
RODRIGUEZ, R. S.. **Hierarquia Urbana e Distribuição Espacial de Invenções no Brasil**. Dissertação (Mestrado em Economia) - Faculdade de Economia, Universidade

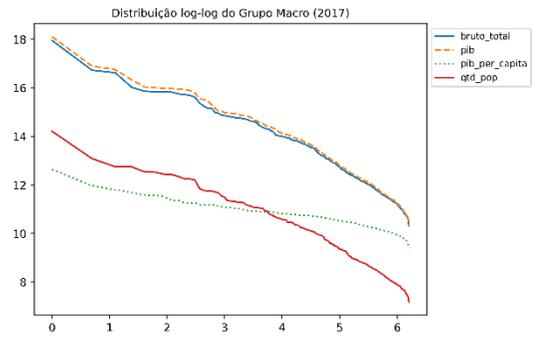
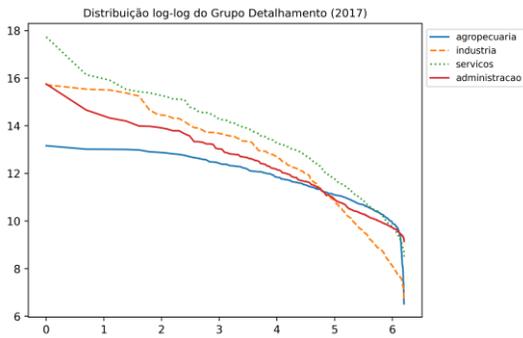
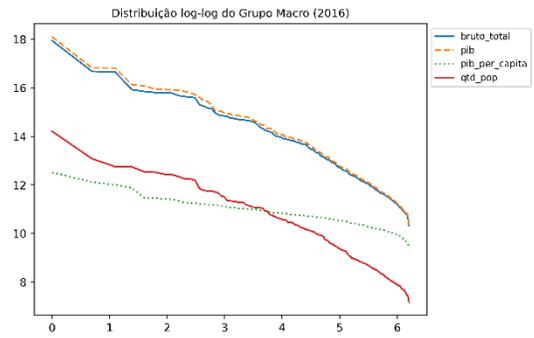
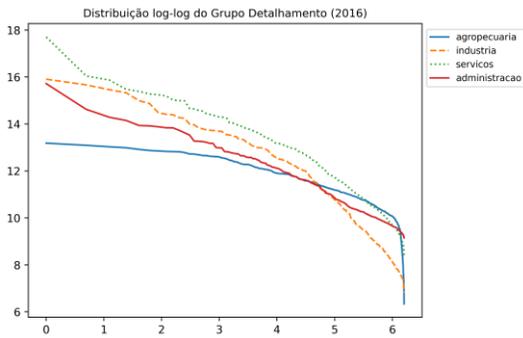
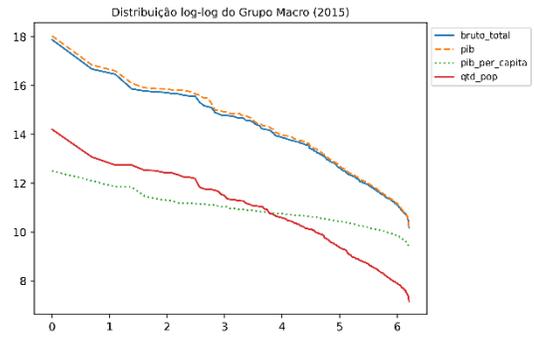
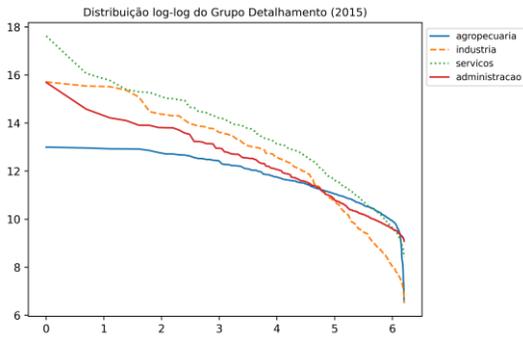
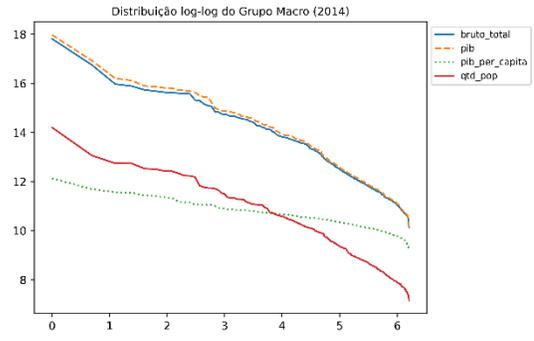
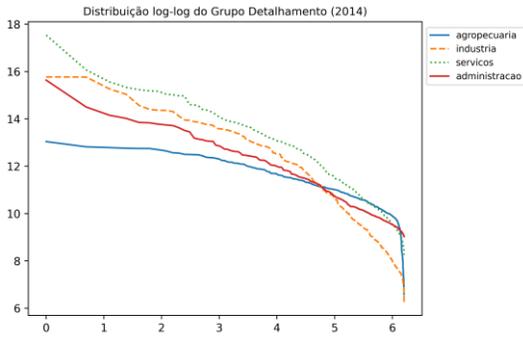
Federal de Juiz de Fora. Juiz de Fora, p. 100. 2016. Disponível em: <https://repositorio.ufjf.br/jspui/handle/ufjf/1144>. Acesso em: 6 jul. 2021.

SAHOO, K. *et al.* Exploratory Data Analysis using Python. **International Journal of Innovative Technology and Exploring Engineering**, Bhopal, Índia, v. 9, n. 12, p. 4727-4735, out./2019.

SIMON, Herbert A.. On a Class of Skew Distribution Functions. **Biometrika Trust**, Oxford, v. 42, n. 3, p. 425-440, dez./1955.

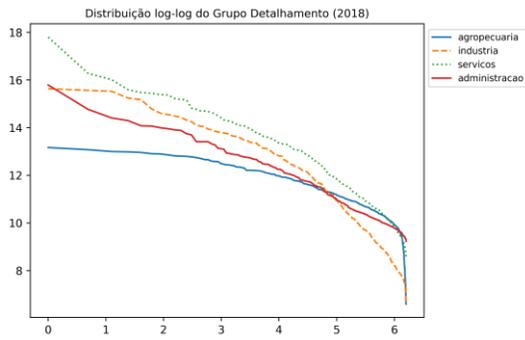
APÊNDICE A – DISTRIBUIÇÕES RANK-SIZE DAS VARIÁVEIS DE RENDA



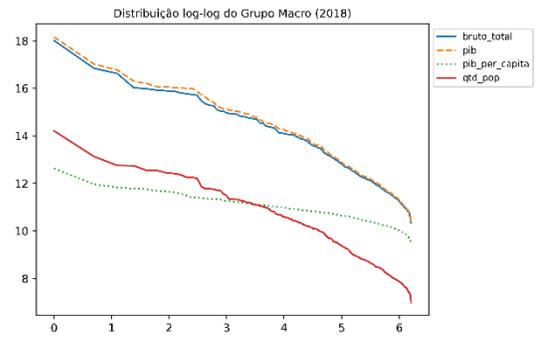


$\ln(rank)$

$\ln(rank)$



$\ln(rank)$



$\ln(rank)$

Fonte: elaborado pelo autor (2021).

APÊNDICE B – TABELAS DE INDICADORES COM CATEGORIZAÇÃO POPULACIONAL

APÊNDICE B1 – TABELA DO ÍNDICE DE GINI COM CATEGORIZAÇÃO POPULACIONAL

Categoria	Pequeno Porte								
Variável Econômica	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018
agropecuaria	0,3827	0,3946	0,3762	0,4056	0,3883	0,4038	0,4112	0,4069	0,4382
industria	0,7766	0,7720	0,7615	0,7509	0,7378	0,7385	0,7341	0,7361	0,7332
servicos	0,5605	0,5624	0,5718	0,5600	0,5599	0,5561	0,5548	0,5562	0,5521
administracao	0,3702	0,3721	0,3713	0,3635	0,3633	0,3617	0,3596	0,3567	0,3560
bruto_total	0,4749	0,4759	0,4850	0,4541	0,4529	0,4507	0,4450	0,4499	0,4535
piib	0,4865	0,4876	0,4981	0,4670	0,4666	0,4609	0,4546	0,4604	0,4633
piib_per_capita	0,2704	0,2719	0,2608	0,2614	0,2454	0,2576	0,2573	0,2496	0,2688
qtd_pop	0,4170	0,4185	0,4201	0,4133	0,4125	0,4115	0,4125	0,4114	0,4145
Categoria	Grande Porte								
Variável Econômica	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018
agropecuaria	0,4922	0,4852	0,5113	0,5139	0,5227	0,5236	0,5234	0,5314	0,5336
industria	0,6568	0,6440	0,6379	0,6458	0,6248	0,6284	0,6354	0,6190	0,5966
servicos	0,6541	0,6533	0,6546	0,6562	0,6494	0,6463	0,6502	0,6445	0,6446
administracao	0,5298	0,5292	0,5269	0,5290	0,5279	0,5271	0,5256	0,5231	0,5221
bruto_total	0,5952	0,5927	0,5931	0,5837	0,5784	0,5797	0,5819	0,5748	0,5716
piib	0,6096	0,6067	0,6049	0,5997	0,5918	0,5906	0,5928	0,5857	0,5837
piib_per_capita	0,3028	0,2895	0,2859	0,2679	0,2524	0,2557	0,2530	0,2566	0,2545
qtd_pop	0,5222	0,5220	0,5218	0,5265	0,5274	0,5282	0,5281	0,5289	0,5296

Fonte: elaborado pelo autor (2021).

APÊNDICE B2 – TABELA DO COEFICIENTE DE POTÊNCIA COM CATEGORIZAÇÃO POPULACIONAL

Categoria	Pequeno Porte								
Variável Econômica	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018
agropecuaria	0,6734	0,7025	0,6677	0,7180	0,6871	0,7137	0,7265	0,7236	0,7770
industria	1,4590	1,4398	1,4531	1,3788	1,3682	1,3958	1,3778	1,3869	1,3811
servicos	0,9990	0,9980	1,0209	0,9936	0,9971	0,9955	0,9917	0,9971	0,9877
administracao	0,6139	0,6173	0,6157	0,6030	0,6019	0,5995	0,5953	0,5907	0,5902
bruto_total	0,7998	0,8012	0,8194	0,7650	0,7626	0,7665	0,7582	0,7671	0,7752
piib	0,8210	0,8221	0,8422	0,7863	0,7850	0,7853	0,7759	0,7866	0,7934
piib_per_capita	0,4431	0,4478	0,4325	0,4393	0,4137	0,4320	0,4319	0,4200	0,4520
qtd_pop	0,7034	0,7062	0,7090	0,6975	0,6962	0,6948	0,6966	0,6949	0,7016
Categoria	Grande Porte								
Variável Econômica	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018
agropecuaria	1,3006	1,3211	1,3428	1,3942	1,3884	1,3881	1,3956	1,4245	1,4036
industria	1,3288	1,2808	1,2587	1,2970	1,2488	1,2487	1,2684	1,2249	1,1884
servicos	1,0795	1,0866	1,0880	1,1039	1,0748	1,0623	1,0701	1,0565	1,0520
administracao	0,8718	0,8690	0,8667	0,8682	0,8666	0,8667	0,8660	0,8609	0,8610
bruto_total	0,9876	0,9816	0,9815	0,9700	0,9514	0,9521	0,9550	0,9418	0,9377
piib	1,0282	1,0217	1,0205	1,0136	0,9880	0,9820	0,9843	0,9718	0,9697
piib_per_capita	0,4979	0,4897	0,4854	0,4568	0,4423	0,4296	0,4285	0,4291	0,4330
qtd_pop	0,8713	0,8708	0,8702	0,8749	0,8755	0,8759	0,8754	0,8759	0,8741

Fonte: elaborado pelo autor (2021).

APÊNDICE B3 – TABELA DO R² DO COEFICIENTE DE POTÊNCIA COM CATEGORIZAÇÃO POPULACIONAL

Categoria	Pequeno Porte								
Variável Econômica	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018
agropecuaria	0,7600	0,7396	0,7413	0,7576	0,7479	0,7630	0,7708	0,7541	0,7789
industria	0,9428	0,9447	0,9322	0,9387	0,9304	0,9261	0,9305	0,9268	0,9239
servicos	0,8850	0,8893	0,8886	0,8893	0,8874	0,8803	0,8806	0,8790	0,8795
administracao	0,9083	0,9081	0,9115	0,9109	0,9114	0,9146	0,9190	0,9187	0,9192
bruto_total	0,9255	0,9262	0,9200	0,9201	0,9204	0,9019	0,8981	0,8977	0,8970
piib	0,9264	0,9269	0,9222	0,9229	0,9233	0,9038	0,8996	0,9003	0,8983
piib_per_capita	0,9524	0,9470	0,9503	0,9383	0,9294	0,9298	0,9237	0,9271	0,9164
qtd_pop	0,8810	0,8811	0,8813	0,8818	0,8825	0,8825	0,8825	0,8824	0,8802
Categoria	Grande Porte								
Variável Econômica	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018
agropecuaria	0,5825	0,5568	0,5977	0,5925	0,6026	0,5995	0,5999	0,5972	0,6129
industria	0,8858	0,8813	0,8782	0,8799	0,8729	0,8759	0,8791	0,8800	0,8670
servicos	0,9641	0,9624	0,9665	0,9574	0,9536	0,9569	0,9508	0,9574	0,9647
administracao	0,9863	0,9864	0,9858	0,9861	0,9873	0,9869	0,9872	0,9880	0,9884
bruto_total	0,9765	0,9693	0,9682	0,9620	0,9620	0,9679	0,9663	0,9682	0,9697
piib	0,9730	0,9663	0,9638	0,9619	0,9613	0,9652	0,9653	0,9678	0,9707
piib_per_capita	0,8371	0,8362	0,8507	0,8413	0,8667	0,8445	0,8498	0,8354	0,8555
qtd_pop	0,9839	0,9841	0,9844	0,9849	0,9851	0,9854	0,9855	0,9858	0,9870

Fonte: elaborado pelo autor (2021).

APÊNDICE B4 – TABELA DA VARIAÇÃO DO ÍNDICE DE GINI COM CATEGORIZAÇÃO POPULACIONAL

Categoria	Pequeno Porte								
Variável Econômica	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018
agropecuaria	100,00	103,13	98,32	106,00	101,47	105,53	107,47	106,33	114,51
industria	100,00	99,42	98,06	96,70	95,00	95,10	94,53	94,78	94,42
servicos	100,00	100,33	102,02	99,91	99,89	99,22	98,99	99,24	98,51
administracao	100,00	100,52	100,30	98,18	98,13	97,71	97,14	96,35	96,16
bruto_total	100,00	100,21	102,12	95,60	95,37	94,90	93,70	94,73	95,49
piib	100,00	100,22	102,37	95,99	95,91	94,73	93,43	94,62	95,22
piib_per_capita	100,00	100,56	96,47	96,69	90,76	95,27	95,17	92,31	99,44
qtd_pop	100,00	100,37	100,74	99,12	98,92	98,69	98,92	98,65	99,41
Categoria	Grande Porte								
Variável Econômica	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018
agropecuaria	100,00	98,57	103,88	104,41	106,20	106,37	106,33	107,95	108,41
industria	100,00	98,05	97,12	98,33	95,13	95,68	96,74	94,25	90,84
servicos	100,00	99,88	100,08	100,32	99,28	98,81	99,41	98,54	98,54
administracao	100,00	99,88	99,46	99,86	99,64	99,49	99,22	98,74	98,54
bruto_total	100,00	99,58	99,65	98,07	97,19	97,41	97,76	96,57	96,04
piib	100,00	99,53	99,23	98,37	97,08	96,89	97,24	96,08	95,75
piib_per_capita	100,00	95,61	94,41	88,46	83,35	84,43	83,56	84,75	84,06
qtd_pop	100,00	99,96	99,93	100,81	100,99	101,15	101,12	101,28	101,42

Fonte: elaborado pelo autor (2021).

APÊNDICE B5 – TABELA DA VARIAÇÃO COEFICIENTE DE POTÊNCIA COM CATEGORIZAÇÃO POPULACIONAL

Categoria	Pequeno Porte								
Variável Econômica	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018
agropecuaria	100,00	104,33	99,16	106,63	102,03	105,99	107,90	107,46	115,40
industria	100,00	98,68	99,60	94,51	93,78	95,67	94,44	95,06	94,67
servicos	100,00	99,89	102,19	99,45	99,81	99,64	99,27	99,80	98,87
administracao	100,00	100,56	100,30	98,22	98,05	97,65	96,97	96,23	96,14
bruto_total	100,00	100,17	102,45	95,65	95,34	95,84	94,79	95,91	96,92
piib	100,00	100,13	102,58	95,78	95,61	95,65	94,51	95,81	96,64
piib_per_capita	100,00	101,06	97,62	99,14	93,36	97,50	97,48	94,78	102,02
qtd_pop	100,00	100,40	100,79	99,16	98,97	98,77	99,02	98,78	99,74
Categoria	Grande Porte								
Variável Econômica	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018
agropecuaria	100,00	101,58	103,25	107,19	106,75	106,73	107,30	109,53	107,92
industria	100,00	96,39	94,73	97,61	93,98	93,97	95,46	92,18	89,44
servicos	100,00	100,66	100,79	102,27	99,56	98,41	99,13	97,88	97,46
administracao	100,00	99,68	99,41	99,59	99,40	99,42	99,34	98,75	98,77
bruto_total	100,00	99,39	99,38	98,22	96,33	96,41	96,70	95,36	94,94
piib	100,00	99,37	99,25	98,58	96,10	95,50	95,74	94,52	94,32
piib_per_capita	100,00	98,36	97,50	91,75	88,83	86,29	86,07	86,18	86,98
qtd_pop	100,00	99,93	99,87	100,41	100,48	100,53	100,47	100,52	100,32

Fonte: elaborado pelo autor (2021).

APÊNDICE C – TABELAS DE INDICADORES COM CATEGORIZAÇÃO RENDA

APÊNDICE C1 – TABELA DO ÍNDICE DE GINI COM CATEGORIZAÇÃO DE RENDA

Categoria	50% mais pobres								
Variável Econômica	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018
agropecuaria	0,2422	0,2556	0,2543	0,2602	0,2484	0,2594	0,2600	0,2664	0,2793
industria	0,5199	0,4972	0,5020	0,5306	0,5295	0,5679	0,5587	0,5485	0,5560
servicos	0,2962	0,3024	0,3047	0,3071	0,2970	0,3133	0,3129	0,3136	0,3225
administracao	0,1950	0,2093	0,1994	0,2021	0,1964	0,1950	0,1936	0,1891	0,1968
bruto_total	0,2048	0,2074	0,2134	0,2084	0,2066	0,2149	0,2133	0,2187	0,2265
pib	0,2094	0,2119	0,2189	0,2126	0,2110	0,2202	0,2203	0,2254	0,2334
pib_per_capita	0,1930	0,2036	0,1940	0,2133	0,2073	0,2160	0,2159	0,2142	0,2220
qtd_pop	0,2517	0,2663	0,2583	0,2629	0,2590	0,2610	0,2649	0,2630	0,2726
Categoria	50% mais ricos								
Variável Econômica	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018
agropecuaria	0,4474	0,4429	0,4703	0,4611	0,4640	0,4645	0,4647	0,4767	0,4798
industria	0,7852	0,7772	0,7720	0,7790	0,7689	0,7658	0,7699	0,7592	0,7477
servicos	0,7747	0,7737	0,7759	0,7675	0,7624	0,7601	0,7605	0,7597	0,7595
administracao	0,6612	0,6631	0,6600	0,6610	0,6590	0,6582	0,6578	0,6542	0,6562
bruto_total	0,7045	0,7018	0,7123	0,6892	0,6906	0,6856	0,6820	0,6845	0,6807
pib	0,7208	0,7179	0,7261	0,7057	0,7048	0,6986	0,6955	0,6974	0,6944
pib_per_capita	0,3095	0,2978	0,2905	0,2759	0,2570	0,2656	0,2637	0,2544	0,2701
qtd_pop	0,6648	0,6675	0,6657	0,6686	0,6666	0,6672	0,6687	0,6674	0,6721

Fonte: elaborado pelo autor (2021).

APÊNDICE C2 – TABELA DO COEFICIENTE DE POTÊNCIA COM CATEGORIZAÇÃO DE RENDA

Categoria	50% mais pobres								
Variável Econômica	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018
agropecuaria	0,4238	0,4505	0,4427	0,4582	0,4318	0,4582	0,4545	0,4721	0,4984
industria	0,8816	0,8461	0,8658	0,9071	0,9093	0,9791	0,9523	0,9398	0,9632
servicos	0,5108	0,5246	0,5273	0,5342	0,5140	0,5456	0,5451	0,5462	0,5607
administracao	0,3284	0,3550	0,3376	0,3410	0,3330	0,3312	0,3290	0,3224	0,3346
bruto_total	0,3390	0,3413	0,3527	0,3445	0,3404	0,3567	0,3533	0,3642	0,3772
pib	0,3467	0,3486	0,3626	0,3514	0,3476	0,3654	0,3662	0,3758	0,3888
pib_per_capita	0,3314	0,3493	0,3318	0,3667	0,3556	0,3693	0,3706	0,3670	0,3795
qtd_pop	0,4252	0,4513	0,4375	0,4446	0,4386	0,4429	0,4494	0,4468	0,4637
Categoria	50% mais ricos								
Variável Econômica	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018
agropecuaria	0,9369	0,9538	0,9782	0,9927	0,9919	0,9838	0,9906	1,0195	1,0326
industria	1,6526	1,6306	1,6147	1,6315	1,6098	1,6168	1,6214	1,5910	1,5927
servicos	1,3321	1,3384	1,3501	1,3240	1,3055	1,3027	1,3003	1,3098	1,3153
administracao	1,0919	1,1001	1,0914	1,1026	1,0962	1,0971	1,0992	1,0900	1,1057
bruto_total	1,1496	1,1442	1,1797	1,1185	1,1270	1,1092	1,0918	1,1114	1,1096
pib	1,1876	1,1822	1,2164	1,1559	1,1608	1,1396	1,1233	1,1423	1,1419
pib_per_capita	0,5041	0,4916	0,4818	0,4684	0,4387	0,4472	0,4458	0,4297	0,4601
qtd_pop	1,1323	1,1426	1,1340	1,1517	1,1394	1,1421	1,1506	1,1418	1,1690

Fonte: elaborado pelo autor (2021).

APÊNDICE C3 – TABELA DO R² DO COEFICIENTE DE POTÊNCIA COM CATEGORIZAÇÃO DE RENDA

Categoria	50% mais pobres								
Variável Econômica	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018
agropecuaria	0,7048	0,6750	0,7312	0,6770	0,7536	0,6754	0,6773	0,6698	0,6563
industria	0,9376	0,9332	0,9185	0,9325	0,9283	0,9365	0,9409	0,9352	0,9308
servicos	0,7806	0,7888	0,7716	0,7860	0,7579	0,7841	0,7860	0,7760	0,7767
administracao	0,8663	0,8942	0,8829	0,8711	0,8849	0,8875	0,8894	0,8897	0,8846
bruto_total	0,7651	0,7464	0,7319	0,7443	0,7407	0,7478	0,7384	0,7517	0,7438
pib	0,7630	0,7429	0,7355	0,7398	0,7369	0,7444	0,7460	0,7529	0,7424
pib_per_capita	0,9080	0,9159	0,8992	0,9261	0,9133	0,9073	0,9128	0,9201	0,9014
qtd_pop	0,8722	0,8932	0,8861	0,8721	0,8808	0,8866	0,8830	0,8914	0,8770
Categoria	50% mais ricos								
Variável Econômica	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018
agropecuaria	0,5994	0,5681	0,6213	0,5878	0,5879	0,5941	0,5899	0,5960	0,6052
industria	0,9022	0,8967	0,8893	0,9043	0,8998	0,8895	0,8926	0,8906	0,8809
servicos	0,9568	0,9562	0,9530	0,9536	0,9530	0,9512	0,9500	0,9466	0,9448
administracao	0,9637	0,9617	0,9641	0,9581	0,9613	0,9604	0,9599	0,9621	0,9563
bruto_total	0,9752	0,9735	0,9682	0,9743	0,9711	0,9739	0,9774	0,9731	0,9715
pib	0,9759	0,9743	0,9691	0,9757	0,9721	0,9743	0,9777	0,9740	0,9728
pib_per_capita	0,9307	0,9206	0,9382	0,9143	0,9163	0,9238	0,9126	0,9113	0,9054
qtd_pop	0,9433	0,9430	0,9456	0,9369	0,9433	0,9421	0,9386	0,9432	0,9309

Fonte: elaborado pelo autor (2021).

APÊNDICE C4 – TABELA DA VARIAÇÃO DO ÍNDICE DE GINI COM CATEGORIZAÇÃO DE RENDA

Categoria	50% mais pobres								
Variável Econômica	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018
agropecuaria	100,00	105,55	104,98	107,44	102,56	107,11	107,35	110,00	115,32
industria	100,00	95,64	96,56	102,06	101,86	109,25	107,47	105,50	106,95
servicos	100,00	102,10	102,89	103,68	100,27	105,78	105,64	105,89	108,88
administracao	100,00	107,33	102,24	103,65	100,70	100,01	99,28	96,96	100,92
bruto_total	100,00	101,26	104,19	101,73	100,89	104,91	104,16	106,78	110,56
pib	100,00	101,19	104,51	101,53	100,75	105,12	105,19	107,61	111,46
pib_per_capita	100,00	105,49	100,49	110,51	107,38	111,89	111,87	110,99	115,00
qtd_pop	100,00	105,79	102,62	104,45	102,88	103,67	105,23	104,46	108,30
Categoria	50% mais ricos								
Variável Econômica	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018
agropecuaria	100,00	98,99	105,11	103,05	103,70	103,81	103,86	106,54	107,23
industria	100,00	98,99	98,32	99,21	97,93	97,54	98,06	96,69	95,22
servicos	100,00	99,87	100,16	99,07	98,41	98,12	98,17	98,07	98,05
administracao	100,00	100,29	99,83	99,98	99,68	99,55	99,49	98,96	99,26
bruto_total	100,00	99,61	101,10	97,82	98,02	97,32	96,80	97,16	96,61
pib	100,00	99,60	100,74	97,91	97,79	96,93	96,49	96,76	96,35
pib_per_capita	100,00	96,22	93,88	89,16	83,03	85,82	85,20	82,19	87,28
qtd_pop	100,00	100,41	100,13	100,58	100,28	100,36	100,60	100,39	101,10

Fonte: elaborado pelo autor (2021).

APÊNDICE C5 – TABELA DA VARIAÇÃO COEFICIENTE DE POTÊNCIA COM CATEGORIZAÇÃO DE RENDA

Categoria	50% mais pobres								
Variável Econômica	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018
agropecuaria	100,00	106,30	104,45	108,13	101,88	108,13	107,25	111,41	117,61
industria	100,00	95,97	98,21	102,89	103,14	111,06	108,02	106,60	109,25
servicos	100,00	102,72	103,24	104,59	100,64	106,82	106,72	106,95	109,77
administracao	100,00	108,09	102,79	103,82	101,40	100,85	100,17	98,18	101,86
bruto_total	100,00	100,70	104,04	101,63	100,43	105,22	104,22	107,43	111,29
pib	100,00	100,54	104,56	101,35	100,26	105,37	105,62	108,37	112,12
pib_per_capita	100,00	105,41	100,14	110,64	107,32	111,44	111,82	110,75	114,51
qtd_pop	100,00	106,14	102,89	104,57	103,16	104,18	105,69	105,10	109,06
Categoria	50% mais ricos								
Variável Econômica	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018
agropecuaria	100,00	101,81	104,40	105,96	105,87	105,01	105,74	108,82	110,21
industria	100,00	98,67	97,71	98,73	97,41	97,84	98,11	96,27	96,37
servicos	100,00	100,48	101,36	99,39	98,00	97,80	97,61	98,33	98,74
administracao	100,00	100,76	99,95	100,98	100,39	100,48	100,67	99,83	101,27
bruto_total	100,00	99,54	102,62	97,30	98,04	96,49	94,98	96,68	96,52
pib	100,00	99,54	102,42	97,33	97,74	95,96	94,59	96,19	96,15
pib_per_capita	100,00	97,51	95,58	92,91	87,02	88,70	88,43	85,24	91,26
qtd_pop	100,00	100,90	100,15	101,71	100,62	100,86	101,62	100,84	103,24

Fonte: elaborado pelo autor (2021).