

**UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
FACULDADE DE CIÊNCIAS ECONÔMICAS
DEPARTAMENTO DE ECONOMIA E RELAÇÕES INTERNACIONAIS**

RÍLARI FERNANDES TATSCH

**PRODUTO POTENCIAL E HIATO DO PRODUTO: ESTIMAÇÃO E COMPARAÇÃO
BAYESIANA PARA O BRASIL (2003 - 2020)**

**Porto Alegre
2021**

RÍLARI FERNANDES TATSCH

**PRODUTO POTENCIAL E HIATO DO PRODUTO: ESTIMAÇÃO E COMPARAÇÃO
BAYESIANA PARA O BRASIL (2003 - 2020)**

Trabalho de conclusão submetido ao Curso de Graduação em Ciências Econômicas da Faculdade de Ciências Econômicas da UFRGS, como requisito parcial para obtenção do título Bacharel em Economia.

Orientador: Prof. Dr. Marcelo Savino Portugal

Porto Alegre

2021

CIP - Catalogação na Publicação

Tatsch, Rílari Fernandes
Produto Potencial e Hiato do Produto: Estimação e
Comparação Bayesiana para o Brasil (2003 - 2020) /
Rílari Fernandes Tatsch. -- 2021.
57 f.
Orientador: Marcelo Savino Portugal.

Trabalho de conclusão de curso (Graduação) --
Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Faculdade
de Ciências Econômicas, Curso de Ciências Econômicas,
Porto Alegre, BR-RS, 2021.

1. Produto Potencial. 2. Hiato do Produto. 3.
Decomposição em Tendência e Ciclo. 4. Comparação
Bayesiana de Modelos. I. Savino Portugal, Marcelo,
orient. II. Título.

RÍLARI FERNANDES TATSCH

**PRODUTO POTENCIAL E HIATO DO PRODUTO: ESTIMAÇÃO E COMPARAÇÃO
BAYESIANA PARA O BRASIL (2003 - 2020)**

Trabalho de conclusão submetido ao Curso de Graduação em Ciências Econômicas da Faculdade de Ciências Econômicas da UFRGS, como requisito parcial para obtenção do título Bacharel em Economia.

Aprovado em: Porto Alegre, ____ de _____ de 2021.

BANCA EXAMIDORA:

Prof. Dr. Marcelo Savino Portugal – Orientador
UFRGS

Prof. Dr. Marcelo de Carvalho Griebeler
UFRGS

Prof. Dr. Sabino Porto Junior
UFRGS

AGRADECIMENTOS

Primeiramente, agradeço aos meus familiares pelo apoio, cuidado e carinho. Esse trabalho, e a conclusão da minha graduação, não seriam possíveis sem o suporte que recebi sobretudo de Albertina, Eduarda, Elisabete e Regina. Muito obrigada.

Ao Pompeu agradeço pelo amor e incentivo, pelos conselhos e por sempre ressaltar o quão importante é o esforço.

Sou profundamente grata pelo convívio com meus professores, tanto os do Departamento de Economia e Relações Internacionais quanto os do Instituto de Matemática e Estatística. Agradeço especialmente ao meu orientador e amigo, o professor Marcelo Portugal. Ter contato com seu trabalho foi muito importante para a definição dos meus interesses relacionados à profissão. Agradeço pela oportunidade na bolsa de Iniciação Científica, pelas suas participações em atividades para as quais o convidei, por todos os *papers* que me sugeriu e por me lembrar de me divertir ao longo do caminho. Também agradeço ao professor Carlos Hoppen, cujas excelentes aulas e atendimentos para sanar dúvidas em Equações Diferenciais II e Análise Matemática A melhoraram imensamente minha forma de pensar, em termos matemáticos e como economista.

Tive a oportunidade de conhecer excelentes colegas ao longo do tempo em que estudei na UFRGS. Agradeço aos alunos que estiveram comigo em disciplinas, monitorias, na Iniciação Científica e em grupos de estudo. Em especial, agradeço ao meu amigo Angelo pelas boas experiências compartilhadas.

Ademais, agradeço a todos os servidores da Universidade. Aqui, quero saudar principalmente aqueles que trabalham na biblioteca da Faculdade de Ciências Econômicas, local onde estudei por anos e pelo qual tenho muito carinho. Por fim, mas não menos importante, agradeço ao contribuinte por financiar meus estudos.

RESUMO

O produto potencial e o hiato do produto são variáveis não observáveis relevantes para a condução da política econômica uma vez que se relacionam à previsão da taxa de inflação e ao mecanismo de transmissão da política monetária. Quanto à política fiscal, o hiato do produto pode ser utilizado para avaliar o resultado fiscal ajustado pelo ciclo. Esse estudo objetiva estimar o produto potencial e o hiato do produto da economia brasileira entre o quarto trimestre de 2003 e o quarto trimestre de 2020. Para a estimação inicialmente utiliza-se métodos estatísticos tradicionais de decomposição da série do produto em tendência e ciclo. Os métodos cuja tendência é determinística resultaram em ciclos amplos e persistentes, enquanto métodos com tendência estocástica fornecem ciclos de menores amplitude e persistência. Uma vez que a amplitude e a persistência do ciclo indicam o impacto de uma recessão na economia, é relevante investigar que tipo de estrutura de tendência fornece melhor ajuste aos dados. Outra questão importante é verificar se o modelo com melhor ajuste aos dados também é aquele que mais se adequa aos fatos estilizados da economia. Para conduzir um exercício de comparação bayesiana entre modelos, utiliza-se a metodologia de Grant e Chan (2017). Pelo critério da verossimilhança marginal, o modelo que melhor ajusta os dados é um o modelo de componentes não-observáveis, e portanto com tendência estocástica, com quebra de série no segundo trimestre de 2012, identificado por CNO-12. Entre todos os modelos testados, CNO-12 apresentou a menor razão entre as variâncias dos componentes de tendência e cíclico, o que mostra que o modelo que melhor ajustou os dados foi também aquele que melhor balanceou os impactos de choques transitórios e permanentes sobre o produto. Para esse modelo, a média posterior da taxa anualizada de crescimento do produto potencial foi 4% até a quebra de série e de 0,12% após o segundo trimestre de 2012.

Palavras-chave: Produto potencial. Hiato do produto. Decomposição em tendência e ciclo. Comparação bayesiana de modelos.

ABSTRACT

The potential output and the output gap are unobservable variables that are relevant to the conduct of economic policy, since they are related to the forecast of the inflation rate and the transmission mechanism of the monetary policy. As for fiscal policy, the output gap can be used to assess the cycle-adjusted fiscal result. This study aims to estimate the potential output and output gap of the Brazilian economy between the fourth quarter of 2003 and the fourth quarter of 2020. Initially, traditional statistical methods are used to decompose the output series into trend and cycle. Methods whose trend is deterministic resulted in large and persistent cycles, while methods with a stochastic trend provide cycles of smaller amplitude and persistence. Since the amplitude and persistence of the cycle indicate the impact of a recession on the economy, it is relevant to investigate what type of trend structure provides the best fit to the data. Another important issue is to verify whether the model that best fits the data is also the one that best fits the stylized facts of the economy. To conduct a Bayesian comparison exercise between models, the methodology of Grant e Chan (2017) is used. By the criterion of marginal likelihood, the model that best fits the data is a model with unobservable components, and therefore with a stochastic trend, with a break in the series in the second quarter of 2012, identified by CNO-12. Among all the models tested, CNO-12 had the lowest ratio between the variances of the trend and cyclical components, which shows that the model that best fit the data was also the one that best balanced the impacts of transient and permanent shocks on output. For this model, the posterior mean of the annualized potential output growth rate was 4% until the break of the series and 0.12% after the second quarter of 2012.

Keywords: Potential output. Output gap. Trend-cycle decompositions. Bayesian model comparison.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 – Tendência e Hiato do Produto - Tendência Linear	22
Figura 2 – Tendência e Hiato do Produto - Tendência Quadrática.....	24
Figura 3 – Hiato do Produto - TL e TQ.....	24
Figura 4 – Tendência e Hiato do Produto - Filtro HP.....	28
Figura 5 – Hiato do Produto - TQ e HP	29
Figura 6 – Tendência e Hiato do Produto - Decomposição de Beveridge-Nelson .	31
Figura 7 – Hiato do Produto - HP e DBN	32
Figura 8 – Tendência e Hiato do Produto - Filtro de Beveridge-Nelson	35
Figura 9 – Hiato do Produto - HP, DBN e FBN	35
Figura 10 – Tendência e Hiato do Produto - Filtro HP - Diferentes valores de λ	38
Figura 11 – Desvio Padrão para diferentes valores de λ - Tendência e Hiato do Produto - Filtro HP	39
Figura 12 – Tendência e Hiato do Produto - Modelos: DT e DT-12	47
Figura 13 – Tendência e Hiato do Produto - Modelos: CNO1 e CNO2	49
Figura 14 – Tendência e Hiato do Produto - Modelos: CNO-12 e CNO-12,15	51

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Comparação entre Modelos	46
Tabela 2 – Média Posterior: Modelos DT e DT-12.....	48
Tabela 3 – Média Posterior: Modelos CNO1 e CNO2	50
Tabela 4 – Média Posterior: Modelos CNO-12 e CNO-12,15	50
Tabela 5 – Média Posterior - Modelos CNO-12 a DT-06.....	58

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

BCB	Banco Central do Brasil
BCE	Banco Central Europeu
CAGED	Cadastro Geral de Empregados e Desempregados
CBO	<i>Congressional Budget Office</i>
CODACE	Comitê de Datação de Ciclos Econômicos
Copom	Comitê de Política Monetária
DSGE	<i>Dynamic Stochastic General Equilibrium</i>
FED	Federal Reserve
FGV	Fundação Getulio Vargas
IBGE	Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística
IPCA	Índice de Preços ao Consumidor Amplo
NBER	<i>National Bureau of Economic Research</i>
NUCI	Nível de Utilização da Capacidade Instalada
PNAD	Pesquisa Nacional de Amostra por Domicílio
PTF	Produtividade Total dos Fatores
NAIRU	<i>Non-Accelerating Inflation Rate of Unemployment</i>

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	11
2	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	15
3	MÉTODOS TRADICIONAIS	21
3.1	TENDÊNCIA LINEAR (TL)	21
3.2	TENDÊNCIA QUADRÁTICA (TQ).....	23
3.3	FILTRO DE HODRICK-PRESCOTT (HP)	26
3.4	DECOMPOSIÇÃO DE BEVERIDGE-NELSON (DBN)	30
3.4.1	Filtro de Beveridge-Nelson (FBN)	32
4	COMPARAÇÃO ENTRE MODELOS	37
4.1	MODELO DE COMPONENTES NÃO OBSERVÁVEIS.....	40
4.2	MODELOS DE TENDÊNCIA DETERMINÍSTICA	44
4.3	COMPARAÇÃO VIA VEROSSIMILHANÇA MARGINAL	44
4.3.1	Resultados da Estimação	45
5	CONSIDERAÇÕES FINAIS	53
	REFERÊNCIAS	55
	APÊNDICE A – TABELA COMPLETA - MODELOS CNO-12 A DT-06	58

1 INTRODUÇÃO

Desde 1990, economias avançadas e emergentes passaram a adotar o regime de metas de inflação como forma de conduzir a política monetária (MISHKIN; SCHMIDT-HEBBEL, 2001). Quanto aos principais bancos centrais modernos, Araujo, Areosa e Guillén (2004) reportam que tanto o FED quanto o BCE adotam implicitamente uma função de reação tal qual a descrita por Taylor (1993). Desta forma, uma vasta gama de bancos centrais, incluindo as mais importantes autoridades monetárias do planeta, operam restritas pelo trade-off de curto prazo entre inflação e desemprego. Nessas condições, precisam de estimativas tanto da inflação esperada quanto do produto potencial.

Em julho de 1999, quando optou pelo câmbio flutuante e buscava outra forma de âncora nominal, o Brasil aderiu ao regime de metas de inflação e deu independência operacional ao Banco Central no que concerne à condução da política monetária para o cumprimento das metas. Desse modo, a âncora nominal tornou-se a meta de inflação e a credibilidade do Banco Central passou a estar associada ao cumprimento da meta. De acordo com Bogdanski, Tombini e Werlang (2000), o regime de metas de inflação requer que a autoridade monetária faça escolhas antecipadas, dada a existência de intervalo de tempo entre a tomada de decisão e o impacto na atividade econômica. Ou seja, ao invés de reagir aos fatos correntes, o Banco Central age utilizando previsões acerca da inflação e do estado da economia futuros.

Uma vez que existe escolha sob incerteza, torna-se necessário munir os formuladores de política econômica de ferramentas capazes de orientá-los. A proposição e estimação de modelos, ainda que seja apenas uma entre as formas de conduzir a política monetária, é capaz de fornecer análises satisfatórias uma vez que dá ênfase a poucas, mas importantes variáveis acerca do estado corrente da economia. Neste sentido, ressalta-se a necessidade da estimação de variáveis relevantes para a condução da política monetária, mas não observáveis, como a taxa natural de desemprego, a taxa natural de juros e o produto potencial.

O produto potencial, em particular, destaca-se pelo fato de o hiato do produto ser variável significativa para a previsão da taxa de inflação e para o estudo do mecanismo de transmissão da política monetária. A definição mais influente é a de Okun (1962), que trata o produto potencial como a produção máxima capaz de ser atingida sem gerar pressões inflacionárias, levando em consideração os objetivos sociais de pleno emprego e estabilidade de preços. Sob esta perspectiva, fica visível a importância do produto potencial para a autoridade monetária.

No caso brasileiro, o BCB recorrentemente evidencia a relevância do cálculo do produto potencial e do hiato do produto em seus relatórios trimestrais de inflação, como nos relatórios de setembro de 2004 e março de 2011:

O produto potencial é definido como o nível máximo de produto que pode ser alcançado pela economia, sem gerar pressões inflacionárias - equivalentemente, o nível máximo de produto sustentável. O hiato do produto, por sua vez, é definido como a diferença entre o produto efetivo e o produto potencial. Ambas as variáveis são peças-chave para o arcabouço analítico que serve de base à formulação, análise ou avaliação da política monetária. Em particular, o hiato do produto tem papel central como indicador de pressões inflacionárias. (BANCO CENTRAL DO BRASIL, 2004, p. 112)

Em suma, a boa prática na condução da política monetária requer mensurações adequadas do hiato do produto. Nesse sentido, torna-se importante o acompanhamento de indicadores elaborados por diferentes metodologias, além da estreita vigilância na consistência das séries e do aprimoramento constante das metodologias utilizadas, haja vista as dificuldades relacionadas ao processo de estimação dos hiatos. De certo modo, tendências similares de medidas de hiatos obtidas por diferentes métodos tendem a conferir maior conforto às análises sobre as flutuações cíclicas da economia. (BANCO CENTRAL DO BRASIL, 2011, p. 102)

No que concerne à estimação, o BCB divulga as metodologias de cálculo do produto potencial desde o Relatório de Inflação de setembro de 1999, no qual constavam os seguintes métodos: 1) extração do produto potencial através de uma tendência de longo prazo; 2) utilização de filtros para suavizar a série do PIB; 3) uso de filtros de Kalman; e 4) estimativa de função de produção. (BANCO CENTRAL DO BRASIL, 1999, p. 75)

Recentemente, reafirmando seu compromisso de auxiliar o Copom, o BCB informou, através do relatório de setembro de 2020, que incorporou aos seus métodos um modelo agregado de pequeno porte com estimação bayesiana, o qual permite a estimação de endógena de variáveis não-observáveis como o hiato do produto (BANCO CENTRAL DO BRASIL, 2020, p. 57). Dentre as vantagens desta nova metodologia está a decomposição da inflação de preços livres. Para o período estimado, entre o quarto trimestre de 2003 e o quarto trimestre de 2019, o hiato do produto negativo destaca-se entre os principais fatores responsáveis pela redução da inflação nos últimos anos, juntamente com a queda nas expectativas de inflação. Já no relatório de dezembro de 2020, o BCB estendeu o período de estimação até o segundo trimestre de 2020 e concluiu que o hiato do produto atingiu um nível mínimo para o intervalo de tempo analisado, situando-se em 4,9, em decorrência dos desdobramentos da pandemia de Covid-19.

No que concerne à política fiscal, o produto potencial pode ser utilizado para avaliar o resultado fiscal estrutural do governo. Embora isto não seja realizado no Brasil, o *framework* fiscal da União Europeia utiliza o hiato do produto dentro do arcabouço de cálculo do resultado fiscal ajustado pelo ciclo, cuja importância reside em avaliar a posição subjacente do balanço fiscal sem a influência do ciclo econômico. A metodologia empregada tem dois passos que consistem em, primeiramente, computar o

componente cíclico do déficit e então subtrai-lo do resultado fiscal corrente. Em termos algébricos, $RFC = (B/Y) \sim CC$, em que $RFC, B/Y$ e CC denotam, respectivamente, resultado fiscal ajustado pelo ciclo, razão dívida/PIB nominal e componente cíclico. Para calcular o componente cíclico são necessárias uma medida da posição do ciclo econômico em que a economia se encontra (hiato do produto) e uma estimativa do parâmetro que mede a relação entre o ciclo econômico e o resultado fiscal. O produto destas medidas fornece o componente cíclico. Essa é a metodologia oficial utilizada para supervisão fiscal na União Europeia (MOURRE et al., 2013).

Embora o resultado fiscal ajustado pelo ciclo seja conceitualmente interessante, em termos práticos sua estimação envolve alguns problemas, entre os quais está a incerteza associada às estimativas em tempo real do hiato do produto. Para fazer uma avaliação de em que ponto do ciclo a economia se encontra no ano t , é necessário prever qual será o produto no ano t , ou seja, as estimativas do hiato do produto são derivadas a partir de expectativas a respeito do crescimento futuro, as quais em geral desviam do produto efetivo. A incerteza associada às previsões econômicas, e conseqüentemente também associadas ao hiato do produto, acabam por pesar sobre a condução da política fiscal (LARCH; TURRINI, 2010).

Dada a importância prática do produto potencial e do hiato do produto tanto para a condução da política monetária quanto para avaliação da política fiscal, suas mensurações tornam-se relevantes. Nesse contexto, o objetivo do presente trabalho é estimar o produto potencial e hiato do produto brasileiros para o período que cobre o quarto trimestre de 2003 ao quarto trimestre de 2020 através de métodos estatísticos de decomposição da série do produto em componentes de tendência e cíclico. As decomposições utilizadas serão: tendência linear, tendência quadrática, filtro HP, decomposição de Beveridge-Nelson e uma adaptação desse último método, o filtro de Beveridge-Nelson. A escolha do período do início da estimação segue o Banco Central do Brasil no relatório de inflação de setembro de 2020, que opta por começar suas estimativas no quarto trimestre de 2003 a fim de eliminar o período de volatilidade característico ao início do regime de metas de inflação (BANCO CENTRAL DO BRASIL, 2020). Ademais, essa escolha torna as estimações a serem realizadas comparáveis com a do Banco Central.

Como objetivo procedente, considerando os resultados das estimações iniciais, o trabalho também se propõe a realizar uma comparação bayesiana de modelos conforme a metodologia de Grant e Chan (2017). Pretende-se verificar qual estrutura de tendência - se determinística ou estocástica - fornece melhor ajuste aos dados, isto é, deseja-se apurar qual estrutura de tendência proporciona o modelo sob o qual os dados são mais prováveis. Ademais, também se analisa se o modelo que melhor ajusta os dados é aquele que melhor descreve os fatos estilizados da economia.

Além desta introdução, o trabalho conta com mais quatro capítulos. O segundo

capítulo apresenta uma breve revisão da literatura nacional sobre a estimação do produto potencial e hiato do produto. O terceiro capítulo apresenta as metodologias de decomposição em tendência e ciclo e os resultados usando dados brasileiros para o período de estimação. O quarto capítulo, por sua vez, realiza a comparação baysiana entre modelos. Finalmente, o quinto capítulo conclui o trabalho resumizando os resultados.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

A análise da literatura associada à estimação do produto potencial e hiato do produto passa pela categorização das abordagens utilizadas em estruturais ou estatísticas. Em relação aos métodos estruturais, esses se fundamentam na teoria econômica. Os métodos estatísticos, por sua vez, em geral decompõem a série do PIB nos componentes de tendência e cíclico, os quais representam, respectivamente, o produto potencial e o hiato do produto; contudo, esta decomposição não possui fundamentação econômica.

Em termos cronológicos, os primeiros trabalhos para o Brasil, situados na década de 1970, se basearam em técnicas estruturais simples, as quais relacionavam o produto potencial sobretudo à capacidade instalada e ao investimento. Na década de 1980, avanços no estudo de séries temporais, como os importantes trabalhos Hodrick e Prescott (1981), Beveridge e Nelson (1981) e Harvey (1985), permitiram a utilização de técnicas puramente estatísticas para a estimação do produto potencial e hiato do produto. Isso passou a ser feito no Brasil ainda na década de 1980, quando as estimações passaram a incluir tanto técnicas estruturais quanto estatísticas. No início dos anos 2000, a literatura nacional produziu o primeiro trabalho categorizado como híbrido entre as abordagens estrutural e estatística. Mais recentemente, a estimação via modelo DSGE foi incorporada entre os métodos já empregados no Brasil, assim como a utilização de técnicas bayesianas. A fim de ilustrar essa discussão, a seguir são apresentados trabalhos que estimam o produto potencial e hiato do produto através das abordagens mencionadas.

Um dos primeiros trabalhos relacionados à estimação do produto potencial é o de Bonelli e Malan (1976), que calcula o PIB potencial da indústria de transformação para o período 1954-75 de duas maneiras. A primeira ajusta uma função exponencial pelos picos da série do PIB, ou seja, faz-se passar pelo ano de pico da produção do período analisado uma curva exponencial que cresce à taxa histórica de crescimento da produção. Cada ponto desta curva exponencial representa o produto máximo que poderia ter sido atingido, isto é, o produto potencial. O quociente entre o produto efetivamente observado e aquele que teria sido possível corresponde a uma estimativa da capacidade instalada.

O outro método utilizado é o da razão capital-produto, que calcula esta razão para cada ano analisado e toma o ano de menor relação capital-produto como aquele em que o produto observado é igual ao potencial (de pleno emprego). Em seguida, estima-se o produto potencial utilizando para toda a amostra a razão capital-produto de pleno emprego anteriormente obtida confrontando-a com o produto efetivo. O nível de utilização da capacidade instalada segue a relação entre o produto potencial estimado e o produto efetivo.

Em trabalho subsequente, Bonelli e Malan (1983) calculam o produto potencial para o interregno 1970-1982 e projetam a variável para os anos de 1983 a 1986. Os autores ajustam uma regressão que relaciona variação do produto potencial ao nível de investimento defasado em um período mais uma constante. Em seguida, escolheram o ano de 1976 como o de utilização “normal” ou “desejada” da capacidade instalada, fazendo uso da equação de regressão, obtiveram o produto potencial para os demais anos. Para cálculo do hiato do produto, este é definido como o complemento entre o produto efetivo e o produto potencial.

O trabalho de Pereira (1986) estima o produto potencial e o hiato do PIB e do produto industrial entre 1920–1984 através do método dos componentes não-observáveis, o qual decompõe uma série temporal nos componentes de tendência, sazonalidade, ciclo e irregular (erro). O modelo especificado pelo autor incluiu tendência, ciclo e irregular. O produto potencial é definido como o componente de tendência da série e o hiato do produto é a diferença entre o produto efetivo e o potencial. Nesta metodologia, a tendência é formulada por uma aproximação local que evolui suavemente ao longo do tempo. Assim, ao invés de se assumir uma taxa de crescimento constante ao longo do tempo para a tendência, se supõe que essa seja descrita por um passeio aleatório mais um componente de nível dado pela tendência do período passado. O componente de ciclo, seguindo Harvey (1985), é definido como uma combinação de senos e cossenos. Finalmente, o componente irregular é descrito como um ruído branco. A estimação foi realizada utilizando o filtro de Kalman.

Já na década de 1990, Portugal (1993) estima o produto potencial para o período 1920-1988. O autor ressalta que as abordagens através das quais a literatura trata o produto potencial podem ser divididas em dois grupos, quais sejam, estimações nas quais a taxa de crescimento do produto potencial é constante e estimativas em que a taxa de crescimento do produto potencial é variável. Quanto ao primeiro grupo, duas estratégias foram utilizadas. De um lado, estimou-se taxa de crescimento do produto potencial para toda a série e, de outro, o método utilizado foi determinar de início o ano de máxima utilização da capacidade instalada – ou seja, os anos em que o produto efetivo e o potencial são iguais – e então calcular o produto potencial entre estes anos. Como o interregno 1920-1988 apresentou vários anos de possível utilização máxima da capacidade, a estimação foi realizada em quatro períodos. Desta forma, embora o produto potencial estimado tenha taxa de crescimento constante, essa variou ao longo destes quatro períodos. Em relação ao segundo grupo, o autor também utilizou duas estratégias. Primeiramente, decompôs a série do produto em suas tendência, ciclo e componente de erro. Em seguida, calculou o produto potencial através da média móvel de dois períodos do produto efetivo.

Ainda na década de 1990, Carvalho (1996) adverte que a metodologia da razão capital-produto utilizada por Bonelli e Malan (1976) precisa da determinação arbitrária

do estoque de capital inicial e do montante de investimento líquido, o que acaba requerindo também uma estimativa de depreciação dado que apenas o investimento bruto é observado.

Alternativamente, seguindo Blanchard e Quah (1989), mensura o produto potencial para o período 1975-1995 fazendo a eliminação dos choques de oferta e demanda considerados temporários. Usando uma forma reduzida das curvas de oferta e demanda agregada, o autor toma as variáveis que compõem a forma reduzida mencionada e as suaviza. A suavização, empregada para acentuar os choques e trazer as variáveis para seus respectivos níveis de pleno emprego, foi realizada de modo que para cada uma das variáveis determinantes do produto obteve-se uma linha de tendência, a qual foi utilizada para construir uma variável ajustada concebida como a combinação linear entre a variável de tendência e a efetivamente observada.

O trabalho de Bonelli e Fonseca (1998) estimou a variação do período potencial entre 1973 e 1997 com o objetivo de usar a estimativa para o cálculo da PTF da economia brasileira. O método empregado foi o da relação capital-produto aliado à teoria do investimento, de modo que a estimação do produto potencial foi realizada utilizando-se uma série do produto real e dois parâmetros relacionados à teoria do investimento, um que representa a velocidade de ajustamento entre o estoque de capital em determinado ano e o estoque de capital desejado para o mesmo ano, e outro, que descreve a relação entre o estoque de capital desejado para um determinado nível de atividade. Esses parâmetros foram estimados econometricamente juntamente aos coeficientes das variáveis investimento bruto, produto real e produto real defasado em um período através da correção de CORC - Cochrane-Orcutt Iterative Procedure.

Em trabalho que privilegiou um método estrutural, Silva Filho (2001) estima o produto potencial da economia brasileira entre 1980 e 2000. O autor utiliza como abordagem única o método da função de produção em razão das vantagens apresentadas pela técnica, quais sejam: (i) relaciona a produção aos insumos utilizados, situando o produto potencial como uma medida do lado da oferta; (ii) a obtenção de estimativas da PTF durante o processo de estimação do produto potencial, a qual é identificada como principal medida de eficiência da economia e um dos principais indicadores do crescimento; (iii) a flexibilidade oferecida pelo método, pois admite diversas hipóteses relacionadas à teoria da produção e permite considerar avanços na teoria do crescimento, como mudanças na qualidade dos insumos (capital humano).

Como indicado pelo método da função de produção, a estrutura da economia no trabalho é descrita por uma função de produção Cobb-Douglas. O cálculo do produto potencial deu-se em duas etapas. Na primeira, o método da contabilidade do crescimento foi utilizado para obter-se estimativas da PTF. Em seguida, estimou-se o nível de pleno emprego de cada insumo e, juntamente com a tendência da PTF, o produto potencial é determinado através da função de produção. Adicionalmente, o

autor elabora cenários para o crescimento do produto potencial entre 2001 e 2005. Outro trabalho que utiliza o método da função de produção é o de Barroso (2007). O autor estima o produto potencial para o período 1980 a 2005 e destaca a sensibilidade da estimativa às hipóteses e parâmetros adotados.

A aplicação de um método híbrido para estimação do hiato do produto brasileiro foi realizada pela primeira vez pelos trabalhos de Areosa (2008) e Araujo, Areosa e Guillén (2004). No trabalho de Areosa (2008), a autora combinou o método da função de produção e o filtro de Hodrick-Prescott (HP) e enfatiza três vantagens desta técnica: (i) a adição de uma estrutura econômica a um filtro univariado como o filtro HP; (ii) o método pode ser adaptado facilmente para incorporar novas características ao filtro e (iii) a produção simultânea de estimativas para o produto potencial e seus componentes não-observáveis.

A estratégia utilizada para construir o filtro consiste em dois passos. O primeiro refere-se a adicionar uma constante oriunda da função de produção ao problema de minimização que descreve o filtro HP. Em seguida, a função objetivo do problema de minimização é estendida para estimar as variáveis não-observáveis contidas na função de produção, a saber, a taxa natural de desemprego e o nível natural de utilização da capacidade instalada. A autora adverte que não necessariamente a NAIRU é a contrapartida empírica da taxa natural de desemprego. Então, para que a última reflita a NAIRU uma Curva de Phillips foi adicionada ao processo de construção do filtro.

Em trabalho que estende o de Areosa (2008), Araujo, Areosa e Guillén (2004) utiliza o filtro HP restrito por um função de produção e outros cinco métodos para estimar o produto potencial e o hiato do produto ente 1995 e 2001, quais sejam: (i) tendência determinística; (ii) médias móveis; (iii) filtro HP; (iv) decomposição de Beveridge-Nelson e (v) modelo de componentes não-observáveis. Uma vez que o hiato do produto representa uma medida de pressões inflacionárias, os autores testam os hiatos do produto originados pelas diferentes metodologias de estimação através da estimação de uma Curva de Phillips. O erro quadrático médio para a previsão da inflação através da Curva de Phillips foi escolhido como medida de precisão.

Como resultado do exercício de previsão, obtiveram que os métodos de tendência determinística, médias móveis, filtro HP, decomposição de Beveridge-Nelson e filtro HP restrito por função de produção apresentaram comportamento de curto prazo semelhantes, isto é, a inflação prevista por estes métodos moveu-se para cima ou para baixo ao mesmo tempo. Contudo, a magnitude destes movimentos variou significativamente de um método para outro. Quanto aos modelos de componentes não-observáveis, verificaram que a performance preditiva desses foi pior que a dos modelos univariados. Como principal evidência, destacam que a decomposição de Beveridge-Nelson sobressaiu-se a todos os outros métodos tanto para a previsão de curto quanto de longo prazo.

A inovação de Oliveira (2013) foi realizar a estimação do produto potencial entre 2002 e 2011 através de um modelo DSGE. Ademais, o autor também realizou a estimação usando as seguintes técnicas: (i) tendência linear; (ii) tendência quadrática; (iii) filtro HP; (iv) decomposição de Beveridge-Nelson; (v) função de produção; (vi) modelo de componentes não-observáveis e (vii) filtro HP restrito por função de produção. O autor destaca que uma das vantagens da estimação estrutural do produto potencial via DSGE é a possibilidade de decomposição do hiato do produto nos choques que compõem o modelo. Em relação ao período analisado, identifica que os choques de demanda possuem o maior peso nos movimentos do hiato do produto, em detrimento dos choques tecnológico, de produtividade, de custo e de política monetária.

A título de comparação entre as metodologias de estimação, o autor utiliza os hiatos do produto obtidos para estimar uma Regra de Taylor e uma Curva de Phillips. A precisão foi apurada pelo erro quadrático médio. No que concerne ao primeiro exercício, o objetivo foi identificar qual medida de hiato do produto melhor descreve os movimentos da taxa Selic, na tentativa de aferir por qual delas o Banco Central possui maior preferência. Como resultado, o método da tendência linear foi o que mais se aproximou da função de reação da autoridade monetária, enquanto o DSGE não se mostrou adequado para este tipo de previsão. Este era o resultado esperado do autor uma vez que o Banco Central não acompanha a medida de hiato do produto via DSGE. Em relação ao segundo exercício, o objetivo, tal qual em Araujo et al (2004), foi identificar qual medida de hiato do produto prevê melhor a inflação de preços livres. No curto prazo, para um passo a frente, a melhor estimativa foi entregue pela decomposição de Beveridge-Nelson. No longo prazo, para três e quatro períodos à frente, o método que obteve o menor erro quadrático médio foi o DSGE.

O mais recente modelo utilizando pelo BCB consiste em modelo agregado de pequeno porte com estimação bayesiana, que permite maior flexibilidade em relação a métodos econométricos usuais. O modelo é construído através da especificação de equações para a Curva IS, curva de Phillips, regra de Taylor, paridade descoberta de juros e curva de expectativas de inflação (BANCO CENTRAL DO BRASIL, 2020).

A Curva IS determina a trajetória do hiato do produto como uma função de suas defasagens, do hiato da taxa de juros real ex-ante, da incerteza econômica e de variáveis fiscais externas. A curva de Phillips descreve a inflação de preços livres do IPCA com ajuste sazonal como função das expectativas, em t , acerca da inflação quatro trimestres à frente, do desvio da inflação externa em relação à meta doméstica, do desvio da variação da taxa de câmbio $R\$/US\%$ em relação à sua variação de longo prazo prevista pela paridade do poder de compra e de uma variável que captura choques de oferta provenientes de anomalias climáticas. A regra de Taylor, por sua vez, representa a função de reação do banco central a desvios das expectativas de inflação em relação à meta e à abertura do hiato do produto e tem forma funcional

que relaciona a Selic nominal aos seus próprios valores defasados e a respostas do banco central aos desvios das expectativas de inflação em relação à meta e ao hiato do produto. A equação para paridade descoberta de juros caracteriza a variação da taxa de câmbio como função do diferencial de juros internos e externos e do prêmio de risco. A curva de expectativas de inflação visa captar fatores que afetam as expectativas de inflação da pesquisa Focus quando há mudanças em fatores relevantes, como a taxa de câmbio, a Selic, os preços das *commodities* e a atividade econômica.

A implementação do modelo se dá por meio de sua representação em espaço de estados através do filtro de Kalman, o qual permite a introdução de variáveis não-observáveis no modelo. O hiato do produto é inserido com trajetória que incorpora informação de quatro variáveis referentes à atividade econômica e à ociosidade dos fatores de produção, quais sejam: o PIB, o NUCI, medido pela FGV, a taxa de desocupação, medida pelo IBGE, e as contratações líquidas medidas pelo CAGED. As equações que especificam essas variáveis visam captar o componente cíclico comum a essas medidas de atividade. A estrutura econômica é adicionada ao hiato ao condicioná-lo à sua relação com a inflação de preços livres via Curva de Phillips, às expectativas de mercado, à função de reação do banco central e à própria curva IS. Esta formulação permite que a trajetória do hiato do produto não seja determinada por uma combinação fixa entre as variáveis, de modo que em alguns momentos o hiato pode ter maior correspondência com o PIB e, em outros, com a dinâmica de utilização dos fatores de produção.

3 MÉTODOS TRADICIONAIS

Neste capítulo são apresentados os métodos estatísticos utilizados neste trabalho para estimar o produto potencial e o hiato do produto. A fim de favorecer a interpretação à luz do método empregado, o capítulo também inclui os resultados de estimação. Nos gráficos expostos a seguir, as barras em cinza representam os períodos datados como recessões pelo CODACE - FGV.

3.1 TENDÊNCIA LINEAR (TL)

O modo mais simples de estimar o produto potencial é o log-linear, o qual supõe que a série do PIB pode ser decomposta em uma tendência cuja taxa de crescimento é constante mais um componente cíclico. Assim, o produto é descrito como uma função linear do tempo mais uma constante. A estimação é realizada por meio de uma regressão linear simples entre o logaritmo do PIB (y_t), uma constante (α) e um termo de tendência (t):

$$y_t = \alpha + \beta t + \epsilon_t \quad (1)$$

Por essa formulação, o produto potencial estimado é dado por:

$$\hat{y}_t = \hat{\alpha} + \hat{\beta} t \quad (2)$$

O hiato do produto, portanto, é obtido como segue:

$$h_t = y_t - \hat{y}_t = \epsilon_t \quad (3)$$

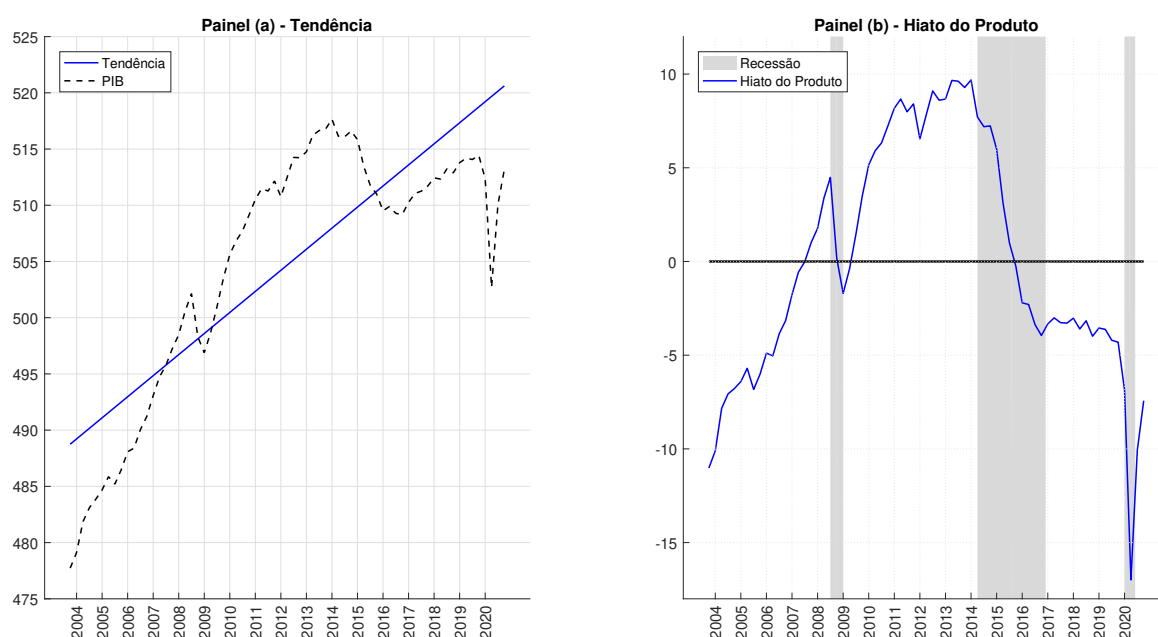
Pela equação (3) se verifica que o hiato do produto é simplesmente o termo de erro da regressão.

O histórico dessa metodologia na literatura remete ao início da década de 1970, quando a abordagem dominante do período anterior, que consistia em ajustar uma função do tempo aos picos do ciclo de negócios, começou a ser abandonada. Conceitualmente, a avaliação do produto potencial pelo pico da série foi substituída pela definição do produto potencial que relaciona os excessos de demanda à inflação. Em termos de método, o componente de tendência começou a ser descrito como uma função linear do tempo e a estimação passou a ser realizada utilizando todas as observações da série, não somente os picos. Todavia, as tendências eram estimadas utilizando a hipótese de que o produto estava, em média, situado no nível do potencial ao longo da amostra, o que se mostrou problemático em um período inflacionário

(LAXTON; TETLOW, 1992). Assim, os choques do petróleo da década de 1970 e a subsequente aceleração inflacionária tornaram forçosa a consideração de choques de oferta, o que não é possível através do modelo log-linear uma vez que a taxa de crescimento do componente de tendência é constante. Ademais, como usualmente as séries do PIB são não-estacionárias, é possível que o componente cíclico contenha parte do valor que deveria estar no componente de tendência (SOUZA JÚNIOR, 2005).

Os dois próximos gráficos descrevem, respectivamente, os resultados de estimação do produto potencial – representado pelo componente de tendência – e do hiato do produto pelo método da tendência linear. A série utilizada para estimação para este método e também para os demais foi a do PIB dessazonalizado a preços de mercado, divulgada no Sistema de Contas Nacionais Trimestrais do IBGE.

Figura 1 – Tendência e Hiato do Produto - Tendência Linear



Fonte: Elaboração própria (2021)

Pela decomposição da série do PIB através do método de tendência linear, observa-se que o componente cíclico estimado tem grande amplitude e persistência. Quanto à amplitude, nota-se que a série do hiato do produto atinge pico e vale quando o PIB estaria 10% acima e mais de 15% abaixo, respectivamente, do potencial. No que concerne à persistência, vê-se que o produto passa a estar acima da tendência com o fim da recessão de 2008–2009, permanecendo mais de 5 pontos percentuais acima do potencial desde 2010 até 2015, quando o país já se encontrava em recessão. A partir do momento em que o PIB cai abaixo do potencial, esse comportamento segue até o fim do período de estimação, ganhando força no começo da recessão iniciada

no primeiro trimestre de 2020 e perdendo intensidade a partir do terceiro trimestre de 2020, embora o produto permaneça abaixo do potencial.

A amplitude e persistência do hiato do produto verificadas com o método da tendência linear não surpreendem. Uma vez que se supõe que o produto potencial pode ser descrito por uma reta, é razoável esperar que as variações do produto em torno do potencial sejam amplas considerando que a taxa de variação do produto efetivo não é constante. Não obstante a simplicidade do método, há correspondência entre os períodos de decrescimento da série do hiato do produto e a datação das recessões pelo CODACE–FGV. Ou seja, o método responde razoavelmente quanto à periodização da queda da atividade econômica, pelo menos em termos da direção que o ciclo econômico está tomando.

3.2 TENDÊNCIA QUADRÁTICA (TQ)

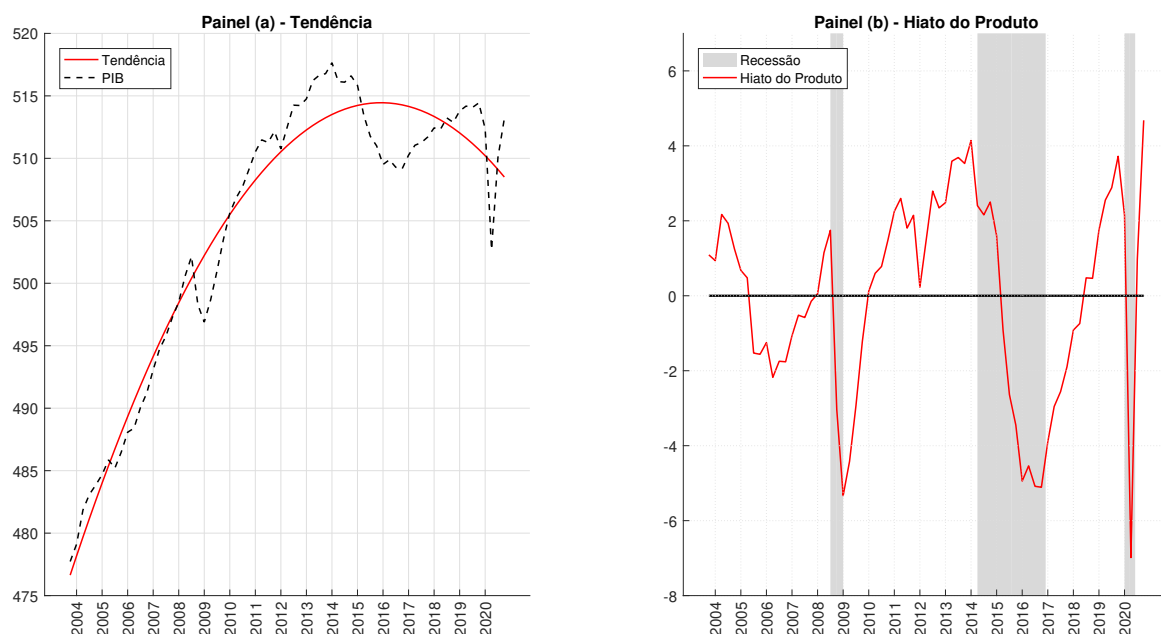
A estimação do produto potencial através de uma tendência quadrática consiste em descrever a componente de tendência através de uma função quadrática do tempo, de modo que esse método distingue-se do anteriormente enunciado pelo fato de que a taxa de crescimento do produto potencial deixa de ser constante. A forma analítica do modelo é, portanto:

$$y_t = \alpha + \beta_1 t + \beta_2 t^2 + \epsilon_t \quad (4)$$

De modo análogo ao método de tendência linear, o produto potencial é estimado usando-se uma regressão cuja variável dependente é o logaritmo do PIB e as variáveis independentes são os termos de tendência. Por razão semelhante à apresentada na equação (3), o hiato do produto é, mais uma vez, o termo de erro da regressão.

O par de gráficos na Figura 2 descreve o comportamento dos componentes de tendência e cíclico estimados pelo método da tendência quadrática. A análise dos gráficos corrobora a ideia de que a adição de um termo quadrático na forma funcional de descrição do hiato do produto melhora a aderência do modelo à realidade uma vez que a taxa de variação do componente de tendência não é mais constante e não necessariamente precisa ser positiva. Pela comparação entre o painel (a) da Figura 1 e o painel (a) da Figura 2, vê-se que a variação do produto em torno do potencial é consideravelmente menor pelo método da tendência quadrática do que ao utilizar-se uma tendência linear, o que justifica a redução da amplitude do hiato do produto. A Figura 3 ilustra esse fato.

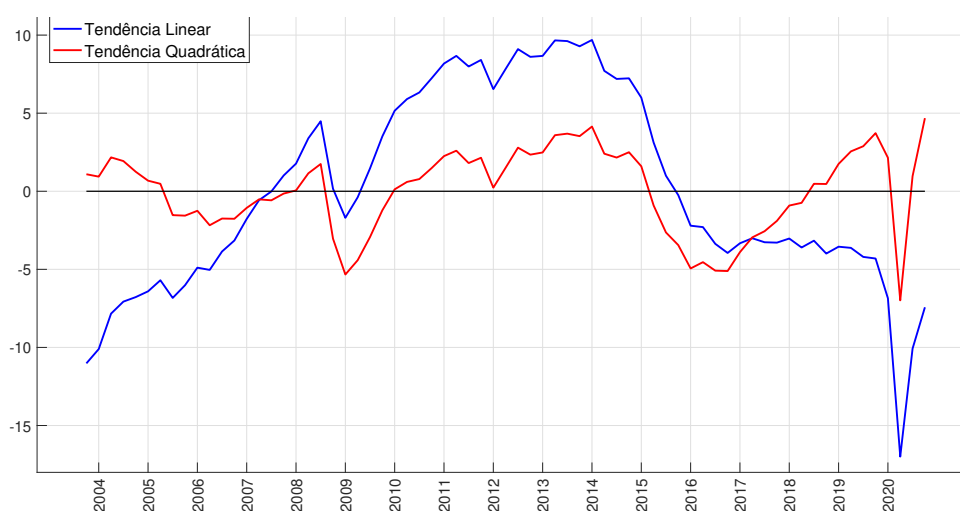
Figura 2 – Tendência e Hiato do Produto - Tendência Quadrática



Fonte: Elaboração própria (2021)

A visualização da Figura 3 torna evidente a redução da amplitude do ciclo ocasionada pelo abandono da hipótese de taxa de crescimento constante do componente de tendência. Enquanto no método de tendência linear o componente cíclico inseria-se no intervalo entre -18 e 10 pontos percentuais, no caso da tendência quadrática essa medida situa-se entre -8 e 5 pontos percentuais.

Figura 3 – Hiato do Produto - TL e TQ



Fonte: Elaboração própria (2021)

Embora com amplitudes distintas, ambos os métodos apresentam comportamentos semelhantes em relação ao hiato do produto entre o período de 2007 a 2017. Contudo, tanto para o início quanto ao fim da amostra os métodos se diferenciam em relação à direção do componente cíclico. Nos anos finais do período de estimação, por exemplo, o hiato estimado via tendência quadrática encontra-se em processo de fechamento entre 2017 e 2018, tem pico em 2019, volta a ser negativo nos dois primeiros trimestres de 2020 e é positivo nos dois últimos trimestres do período de estimação. O hiato estimado pela tendência linear, por sua vez, torna-se negativo em 2015 e permanece deste modo até o fim da amostra.

Portanto, a despeito da inclusão de um termo quadrático ser uma modificação simples, essa é capaz de reduzir a persistência do ciclo, pelo menos ao fim do período de estimação, e de achatar a amplitude ao longo de toda a amostra. Quanto à datação do ciclo econômico, o método da tendência quadrática também apresenta correspondência entre o decréscimo do hiato do produto e os trimestres identificados como recessão pelo CODACE–FGV.

Todavia, analisando o paibel (b) da Figura 2 destaca-se a queda de quatro pontos percentuais no hiato do produto ocorrida entre 2004 e 2006 que não é identificada como um período de recessão pelo CODACE–FGV. O trabalho de Oliveira (2013) enfatiza que, pela estimação via DSGE, o hiato do produto fica negativo entre o terceiro trimestre de 2005 e o terceiro trimestre de 2007. A decomposição dos choques realizada pelo autor mostra que o recuo do hiato é explicado por um choque de política monetária. A estimação conduzida aqui pelo método da tendência quadrática indica que o hiato esteve negativo entre o terceiro trimestre de 2005 e o quarto trimestre de 2007. E de fato o Banco Central iniciou um ciclo de contração monetária em setembro de 2004 que perdurou até maio de 2005, período em que a Selic passou de 16,0% para 19,75%. A defasagem entre as ações de política monetária e seu impacto na atividade econômica justificam o hiato negativo entre 2005 e 2007.

Neste sentido, tanto a sofisticada estimação do hiato via DSGE quanto o método da tendência quadrática apontam para a identificação de mais um período de recessão. A metodologia do NBER indica que a duração de uma recessão é dada pelo período entre os seus pico e vale. Assim, seguindo esta definição, a recessão teria ocorrido entre o segundo trimestre de 2004 até o segundo trimestre de 2006.

3.3 FILTRO DE HODRICK-PRESCOTT (HP)

Sintetizando os problemas relativos à estimação do produto potencial nas décadas de 1960 e 1970, Laxton e Tetlow (1992) argumentam que esses estavam associados a três dificuldades, quais sejam: (i) pouca relação entre o conceito empregado de produto potencial e os métodos utilizados para estimação; (ii) rasa compreensão do que é uma “variável explicativa” no sentido estrutural do termo, de modo que o que se buscavam eram variáveis supostamente exógenas que fornecessem bom ajuste aos dados e cujos coeficientes e hiatos do produto estimados não contrariassem as hipóteses do pesquisador e (iii) insuficiente consideração entre a dificuldade de encontrar essas variáveis exógenas e a incerteza associada às estimações originadas delas.

Na década de 1980, duas perspectivas se destacaram no que concerne ao tratamento desses problemas. A abordagem estrutural caracterizou-se pela busca de melhores formas de medir as mudanças estruturais no produto potencial e na NAIRU. Ademais, explorou-se técnicas econométricas mais avançadas. Dado que a maioria dos choques macroeconômicos afetam preços, salários, desemprego e produto simultaneamente, houve iniciativas de obter a determinação conjunta dessas variáveis a fim de se conseguir a estimação consistente do produto potencial. A abordagem estocástica, por sua vez, tratou os desvios da NAIRU e do produto potencial como fenômenos estocásticos. Para implementação, restrições para identificação foram impostas para separar os choques de demanda dos choques de oferta. Por exemplo, uma hipótese de identificação bastante utilizada sustenta que os choques de oferta apresentam efeitos permanentes no produto, enquanto os efeitos dos choques de demanda são temporários. Filtros univariados, como o filtro Hodrick-Prescott (HP), foram utilizados para estimar o componente permanente.

O filtro HP é usado para decompor uma série em componentes de tendência (oferta) e cíclico (demanda). O filtro é derivado pela minimização da soma dos quadrados dos desvios da série efetiva, y_t , de sua tendência, τ_{yt} , sujeita a uma restrição de suavidade, a qual penaliza as variações quadradas do crescimento da série de tendência. Ou seja, o filtro HP é dado pelos valores que minimizam a seguinte expressão:

$$\min_{\tau_{yt}} \sum_{t=1}^T (y_t - \tau_{yt})^2 + \lambda \sum_{t=2}^{T-1} \left((\tau_{y_{t+1}} - \tau_{yt}) - (\tau_{yt} - \tau_{y_{t-1}}) \right)^2 \quad (5)$$

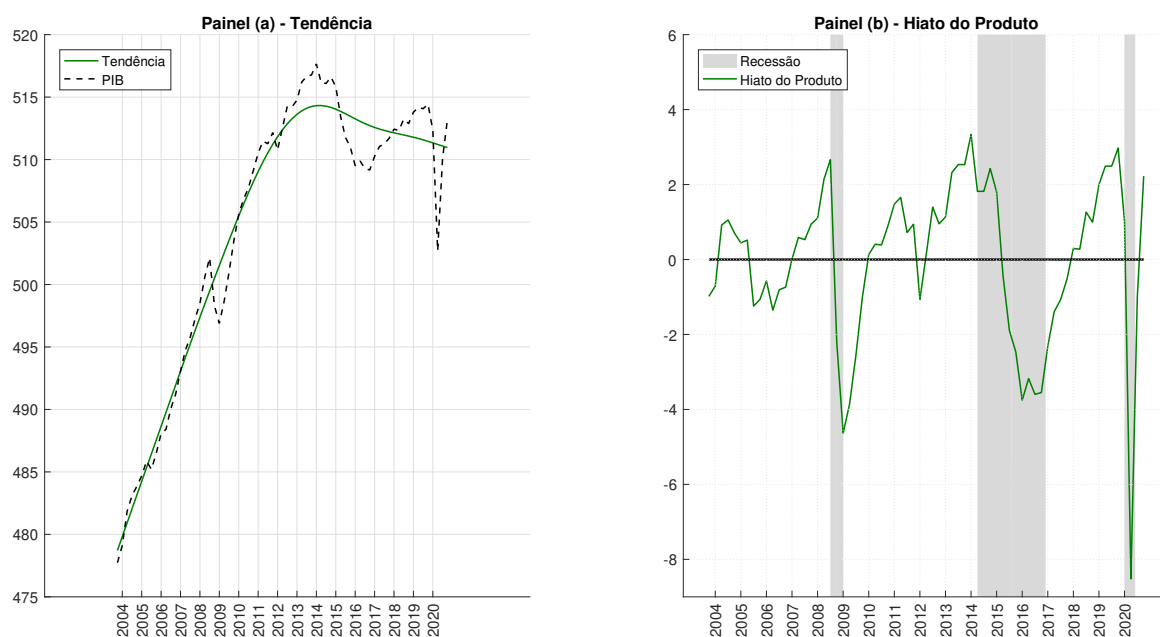
O resultado é uma equação na qual τ_{yt} é uma função de λ e dos valores passados e futuros de y_t . O grau de suavização da série de tendência é definido arbitrariamente pela escolha do parâmetro λ .

Um maior valor para λ implica maior suavização do componente de tendência. No limite, quando $\lambda \rightarrow \infty$, a série de tendência irá convergir para uma tendência linear do tempo. Esse caso limite é especialmente interessante porque mostra que a visão geral das décadas de 1960 e 1970, que assumia que a variância dos choques de oferta é muito pequena em relação à variância dos choques de demanda, pode ser entendida como um caso especial do filtro HP. Quando $\lambda \rightarrow 0$, a função de penalização é, no limite, eliminada, e a série de tendência converge para a série efetiva. Assim, as escolhas de parâmetro λ incluem os casos limites dos modelos keynesiano e de ciclo reais de negócios. Um valor alto para λ sugere a visão de que choques de oferta são determinísticos e que as variações no produto são causadas praticamente em totalidade por choques de demanda. Um baixo valor para λ , por outro lado, implica que as variações no produto e também no produto potencial são oriundas de choques de oferta.

A principal vantagem quanto à utilização do filtro HP é a simplicidade, uma vez que para a estimação só é necessária a série do produto. Além disso, o amplo emprego do método internacionalmente facilita as comparações. Entre as desvantagens, pode-se citar: (i) a arbitrariedade na escolha do parâmetro λ ; (ii) a imposição de simetria ao hiato do produto, de modo que a soma dos hiatos de toda a série deve igualar a unidade; (iii) viés de fim de amostra, pois os últimos valores obtidos pelo filtro HP serão os mais influenciados por novos dados que vierem a ser adicionados na amostra (SOUZA JÚNIOR, 2005). Como em um filtro univariado a única forma de distinguir choques de oferta e de demanda é que os primeiros têm efeito permanente, enquanto os últimos possuem efeito somente temporário no produto, se os choques de demanda forem muito persistentes será difícil distinguir entre choques temporários e permanentes. O problema é ainda mais severo no fim da amostra, pois há pouca informação a respeito dos efeitos dos últimos choques.

A estimação através do filtro HP é ilustrada pelo par de gráficos a seguir. Comparativamente aos métodos de tendência linear e tendência quadrática, o filtro HP aproxima-se da estimação através da última. De modo análogo à estimação via tendência quadrática, relativamente ao método da tendência linear ocorre um achatamento da amplitude do hiato do produto, de modo que toda a série do hiato estimado encontra-se entre -9 e 4 pontos percentuais. Outra semelhança é a redução da variação do PIB em torno do potencial. Quanto à persistência, a estimação via filtro HP é a menos persistente entre as apresentadas até aqui. Enquanto nos dois métodos anteriores o hiato foi positivo entre os anos de 2010 e 2015, o componente cíclico do presente método é negativo no primeiro trimestre de 2012. Ao fim do período de estimação, também semelhantemente ao método da tendência quadrática, o hiato do produto via filtro HP tem pico em 2019, cai para o campo negativo entre os dois primeiros trimestres de 2020 e volta a ser positivo no terceiro trimestre de 2020.

Figura 4 – Tendência e Hiato do Produto - Filtro HP

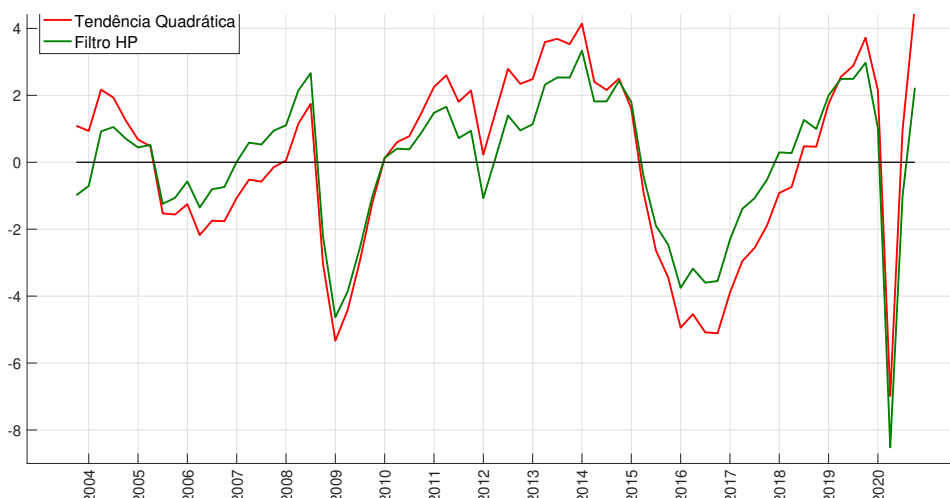


Fonte: Elaboração própria (2021)

A Figura 5 compara o hiato do produto estimado pelos métodos da tendência quadrática e filtro HP e evidencia a semelhança entre os resultados. Em termos de comportamento no que concerne à crescimento e decrescimento do hiato do produto, os métodos diferenciam-se apenas pelo primeiro trimestre da amostra. Nota-se que, assim como no caso da tendência quadrática e o trabalho de Oliveira (2013), o filtro HP também captura uma queda considerável do hiato do produto do terceiro trimestre de 2004 ao segundo trimestre de 2006. E como os outros dois métodos anteriores, também está em correspondência com a datação das recessões do CODACE–FGV.

Ainda com relação às estimações via tendência quadrática e filtro HP, faz-se necessário destacar a não razoabilidade dos resultados ao fim da amostra. Para ambos os métodos, o mínimo do hiato do produto ocorre no segundo trimestre de 2020, período marcado pelas restrições à atividade econômica justificadas pela crise sanitária associada à pandemia de COVID-19. No caso da tendência quadrática, o hiato do produto já é positivo no terceiro trimestre de 2020 e atinge 4,7% no último trimestre desse ano. Já para o filtro HP, o hiato ainda é negativo no terceiro trimestre de 2020, mas torna-se positivo no último trimestre do ano.

Figura 5 – Hiato do Produto - TQ e HP



Fonte: Elaboração própria (2021)

O crescimento do PIB em relação ao trimestre imediatamente anterior foi de 7,7% e 3,2% para o terceiro e quarto trimestres de 2020, respectivamente. No entanto, esses resultados referentes à atividade não são suficientes para justificar um hiato positivo ainda em 2020. Conforme estimativa do Banco Central utilizando seu modelo semi-estrutural bayesiano de pequeno porte, após atingir mínimo no segundo trimestre, o hiato encontra-se em processo de fechamento, mas ainda é negativo na ordem de -3,9% no quarto trimestre de 2020. O Relatório de Inflação de março de 2021 do BCB indica que o processo de fechamento do hiato é justificado pela recuperação do PIB – o que foi captado pelas estimações realizadas neste trabalho –, o aumento da NUCI e a melhora nos indicadores de emprego do Caged. Por outro lado, esses indicadores são parcialmente compensados pela taxa de desocupação medida pela PNAD Contínua, a qual não apresenta tendência de queda (BANCO CENTRAL DO BRASIL, 2021).

Assim, os resultados para o fim da amostra dos métodos de tendência quadrática e HP ilustram a sensibilidade das estimativas às últimas observações da amostra. Também demonstram a deficiência de métodos univariados comparativamente a métodos multivariados de estimação do hiato do produto. Todavia, quanto a esse último ponto vale mencionar que o método da tendência linear atinge mínimo no segundo trimestre de 2020 e encontra-se em processo de fechamento nos dois últimos trimestres da amostra. Nesse sentido, um método univariado e ainda mais simples do que os outros dois até aqui mencionados produziu um resultado com mais razoabilidade econômica no fim da amostra.

3.4 DECOMPOSIÇÃO DE BEVERIDGE-NELSON (DBN)

A decomposição de Beveridge-Nelson também é um método representante da abordagem estocástica de tratamento do hiato do produto que emergiu na década de 1980. Conforme Beveridge e Nelson (1981), qualquer série econômica não-estacionária pode ser decomposta em dois componentes aditivos, um componente permanente (tendência) e outro transitório (cíclico). Os autores provam que o primeiro é um passeio aleatório com *drift*, enquanto o último é um processo estacionário com média zero. Ao contrário do filtro HP, a decomposição de Beveridge-Nelson depende apenas de dados passados e, portanto, não possui o viés de fim de amostra.

O componente de tendência da série original é definido como a esperança condicional de longo prazo da série subtraída de quaisquer movimentos conhecidos a priori (isto é, determinísticos). Assim, denote por y_t uma série cujo componente de tendência segue um passeio aleatório com drift e por τ_{yt} esse componente de tendência. Então, temos:

$$\tau_{yt} = \lim_{j \rightarrow \infty} E_t [y_{j+t} - j \cdot E[\Delta y]] \quad (6)$$

A intuição por trás dessa definição é que a esperança condicional de longo prazo de uma série temporal é equivalente à esperança condicional de longo prazo do componente de tendência sob a hipótese de que a esperança condicional de longo prazo do componente cíclico é zero. A remoção do *drift* determinístico garante que a esperança condicional seja finita e torna a definição dada um estimador ótimo do componente de tendência (KAMBER; MORLEY; WONG, 2018).

Para implementar a decomposição de Beveridge-Nelson, especifica-se um modelo ARMA(p,q) para a primeira diferença da série. Assim, considere:

$$\phi(L)\Delta y_t = c + \theta(L)\varepsilon_t \quad (7)$$

$$\phi(L) = 1 - \phi_1(L) - \phi_2(L)^2 - \dots - \phi_p(L)^p \quad (8)$$

$$\theta(L) = 1 + \theta_1(L) + \theta_2(L)^2 + \dots + \theta_q(L)^q \quad (9)$$

em que $\varepsilon_t \sim \mathcal{N}(0, \sigma^2)$, $|\phi| < 1$ e $|\theta| < 1$. Conforme a representação de Wold, um modelo ARMA (p,q) pode ser escrito na forma de um MA do seguinte modo:

$$\Delta y_t = \mu + \Psi(L)\varepsilon_t \quad (10)$$

em que $\Psi(L) = \phi(L)^{-1}\theta(L) = \sum_{j=0}^{\infty} \psi_j L^j$.

Então, temos que a decomposição de Beveridge-Nelson é dada por:

$$y_t = y_0 + \delta_t + \Psi(L) \sum_{j=1}^t \varepsilon_j + \tilde{\varepsilon}_t \quad (11)$$

em que $\tilde{\varepsilon}_t = \Psi(L)$;

$TD_t = y_0 + \delta_t =$ tendência determinística;

$TS_t = \sum_{j=1}^t \varepsilon_j =$ tendência estocástica;

$C_t = \tilde{\varepsilon}_t =$ componente cíclico.

Como referido anteriormente, para a estimação da decomposição de Beveridge-Nelson é necessária a especificação de um modelo ARMA(p,q). Conforme os critérios AIC e BIC, o modelo selecionado foi um ARMA(2,1) para a série do PIB dessazonalizado a preços de mercado do quarto trimestre de 2003 ao quarto trimestre de 2020.

A Figura 6 ilustra o resultado da estimação pela decomposição de Beveridge-Nelson. Comparativamente aos gráficos anteriores, fica claro que o método apresenta o ciclo de menor amplitude. Com exceção dos três últimos trimestres da amostra, o hiato encontra-se no intervalo entre -1,5% e 1%. Neste sentido, destaca-se o período que compreende a recessão de 2014–2016, no qual a estimação via decomposição de Beveridge-Nelson indica o fechamento completo do hiato ainda dentro do interregno marcado como recessão.

Figura 6 – Tendência e Hiato do Produto - Decomposição de Beveridge-Nelson

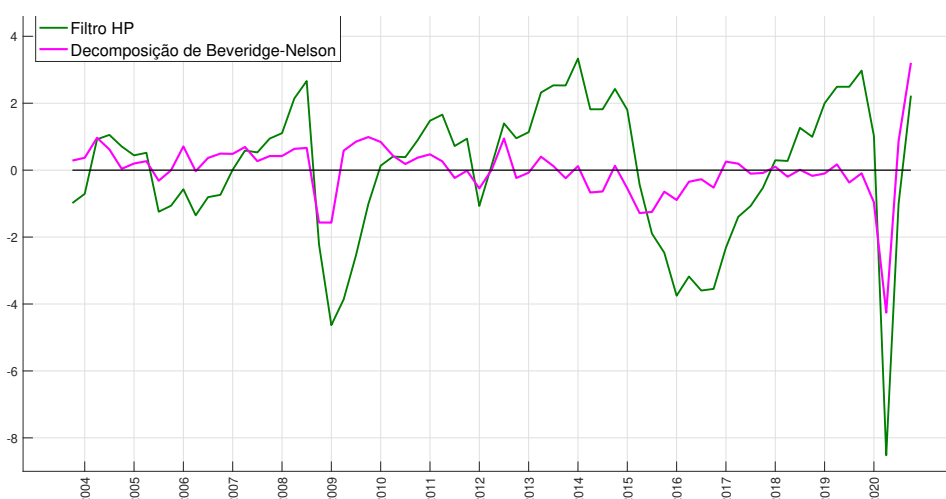


Fonte: Elaboração própria (2021)

A Figura 7 compara os hiatos estimados pelo filtro HP e pela decomposição de Beveridge-Nelson e evidencia a redução de amplitude e persistência. Verifica-se, por exemplo, que enquanto o hiato pela decomposição de Beveridge-Nelson inicia processo de fechamento no terceiro trimestre de 2015, o hiato pelo filtro HP segue caindo e inicia seu processo de fechamento somente no quarto trimestre de 2017.

A seguir justifica-se, pelo menos em parte, a queda da persistência e da amplitude do ciclo. Aqui ainda se deve ressaltar que a redução da persistência foi prejudicial à análise do ciclo econômico. Conforme a datação CODACE – FGV, a recessão de 2014–2016 foi a mais longa – 33 meses – desde o início do período de análise, em 1981. Portanto, não é razoável concluir que o hiato já estivesse em processo de fechamento em 2015. Ademais, cabe destacar que a decomposição de Beveridge-Nelson também forneceu resultados contraintuitivos nos dois últimos trimestres da amostra, do mesmo modo que os métodos de tendência quadrática e filtro HP.

Figura 7 – Hiato do Produto - HP e DBN



Fonte: Elaboração própria (2021)

3.4.1 Filtro de Beveridge-Nelson (FBN)

Uma vez que a decomposição de Beveridge Nelson, usando como critério a previsão da inflação a preços livres através de uma Curva de Phillips, mostrou-se a mais eficiente entre as metodologias utilizadas por Araujo, Areosa e Guillén (2004) tanto no curto quanto no longo prazo e também situou-se como a metodologia mais eficiente, para o curto prazo, no trabalho de Oliveira (2013), decidiu-se investigar os possíveis motivos pelos quais a decomposição de Beveridge-Nelson comportou-se de modo contraintuitivo.

Nesse sentido, a explicação, pelo menos em parte, encontra-se no trabalho de Kamber, Morley e Wong (2018). Analisando a implementação da decomposição de Beveridge-Nelson para os Estados Unidos, os autores verificam que, em comparação com as estimativas do CBO e do Fed, o hiato do produto estimado através do método tem amplitude e persistência menores, além de os períodos de recessão e expansão da economia não acompanharem bem a datação do ciclo realizada pelo NBER. Conforme os autores, a razão que justifica a diferença entre a decomposição de Beveridge-Nelson e as estimativas das instituições mencionadas é que o coeficiente autorregressivo estimado para o modelo que descreve o componente cíclico da economia americana implica uma razão sinal-ruído (*signal-to-noise ratio*) muito alta em termos da variância dos choques de tendência como uma fração da variância geral do termo de erro. Quando é imposta uma menor razão sinal-ruído na decomposição de Beveridge-Nelson, o que é chamado de filtro de Beveridge-Nelson, os resultados em termos de amplitude, persistência e datação do ciclo econômico melhoram.

A fim de tentar aprimorar a estimação pela decomposição de Beveridge-Nelson, seguiu-se aqui o método de Kamber, Morley e Wong (2018) para impor uma menor razão sinal-ruído. A seguir descreve-se o processo utilizado para fazê-lo.

Para construir o filtro de Beveridge-Nelson, é conveniente definir a razão sinal-ruído para uma série temporal em termos da variância dos choques de tendência como uma fração da variância do erro de previsão:

$$\delta \equiv \frac{\sigma_{\Delta\tau}^2}{\sigma_e^2} = \rho(1)^2 \quad (12)$$

em que $\rho(1) = \lim_{j \rightarrow \infty} \frac{\partial y_{t+j}}{\partial e_t}$ é o “multiplicador de longo prazo” que captura o efeito permanente de um erro de previsão na esperança condicional de longo prazo de y_t e fornece uma estatística importante ao se calcular a tendência de Beveridge-Nelson utilizando um modelo de previsão uma vez que $\Delta\tau_t = \rho(1)e_t$. Para um modelo AR(p), esse multiplicador de longo prazo assume a forma $\rho(1) = \phi(1)^{-1}$. Nota-se que $\hat{\delta} > 1$ para todo modelo AR(p) uma vez que $\widehat{\phi(1)}^{-1}$ é maior do que a unidade independentemente ordem p do modelo AR. Pela equação 12, isso implica que os choques de tendência da decomposição de Beveridge-Nelson são muito mais voláteis do que o erro de previsão de y_t .

A ideia de que a razão sinal-ruído δ está ligada a $\phi(1)$ para um modelo AR(p) é interessante porque sugere que se pode impor uma razão sinal-ruído da magnitude desejada ao se fixar a soma dos coeficientes autorregressivos na estimação. Para fazê-lo, inicialmente transforma-se o modelo AR(p) em uma representação de Dickey-Fuller:

$$\Delta y_t = c + \gamma \Delta y_{t-1} + \sum_{j=1}^{\gamma-1} \phi_j^* \Delta^2 y_{t-j} + e_t \quad (13)$$

em que $\gamma = \phi_1 + \phi_2 + \dots + \phi_p$ e $\phi_j^* = -(\phi_{j+1} + \dots + \phi_p)$. Então, notando que $\delta = (1 - \gamma)^{-2}$ para um modelo AR(p), a equação 13 pode ser escrita fixando γ como:

$$\bar{\gamma} = 1 - 1/\sqrt{\bar{\delta}} \quad (14)$$

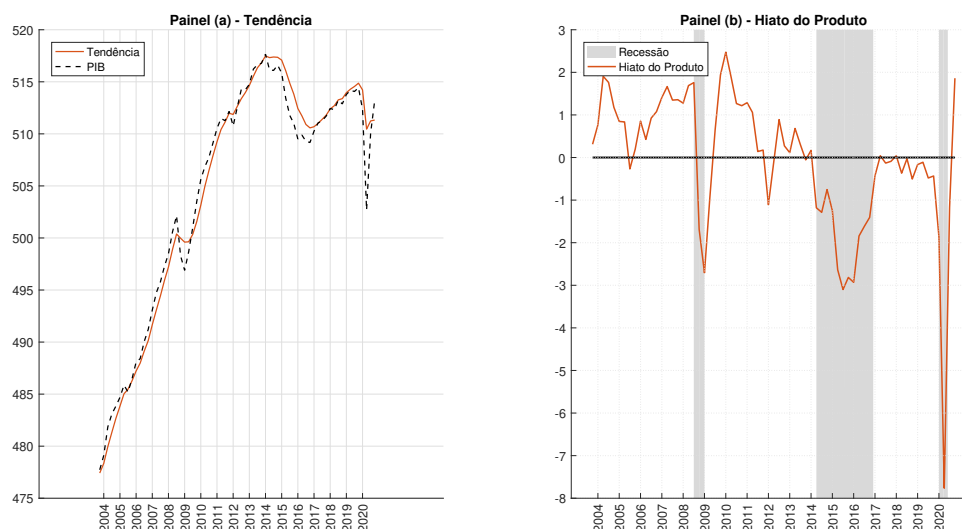
Desse modo, a decomposição de Beveridge-Nelson pode ser aplicada utilizando-se uma razão sinal-ruído específica.

Se o objetivo é maximizar a amplitude do hiato do produto, a utilização de um modelo AR(p) não é uma boa escolha. Por exemplo, um AR(1) é uma escolha ruim uma vez que a restrição de estacionariedade $|\phi| < 1$ implica $\delta > 0,25$, o que significa que os choques de tendência explicam pelo menos 25% da variância do termo de erro. A utilização de modelos AR(p) de maior ordem permitem menores valores de δ . A consideração de modelos AR(p) de maior ordem também resulta em maior persistência do hiato do produto.

Embora a estimação da equação 13 possa ser realizada via máxima verossimilhança, Kamber, Morley e Wong (2018) optam pela estimação bayesiana dado que essa permite a utilização de uma *shrinking prior* nos lags de maior ordem do modelo AR(p), o que evita o superajuste do modelo e é capaz de especificar endonegamente a ordem p a ser utilizada para acomodar baixos valores de δ . Como resultado, o modelo escolhido é um AR(12).

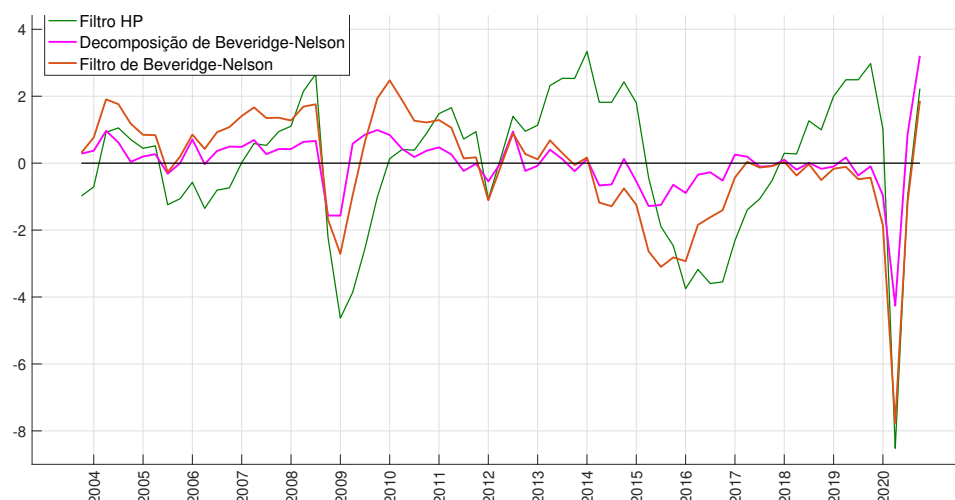
Quanto à determinação do valor particular de $\bar{\delta}$ a ser imposto, para um modelo AR(p) não está claro que um δ decrescente irá automaticamente aumentar a amplitude do hiato do produto estimado. Isso ocorre porque, dada a equação (12), a redução de δ pode ser obtida tanto pela queda de $\sigma_{\Delta\tau}^2$ quanto pelo aumento de σ_e^2 . Em particular, impor um valor de δ piora o ajuste de um modelo AR(p), de modo que aumenta σ_e^2 . Portanto, analisa-se um espectro de possíveis valores para δ entre 0 e 1, considerando o trade-off entre o aumento da amplitude do hiato do produto estimado e a piora do ajuste do modelo. Em particular, o algoritmo utilizado escolhe a razão sinal-ruído fazendo uma busca em incrementos de tamanho 0,01 para encontrar o primeiro máximo local da amplitude em termos da razão sinal ruído.

A Figura 8 apresenta o resultado da estimação. De fato, a imposição de uma menor razão sinal-ruído na decomposição de Beveridge-Nelson, o que Kamber, Morley e Wong (2018) chamaram de filtro de Beveridge-Nelson, aumentou a amplitude do ciclo. Feita essa modificação, o hiato do produto passou a situar-se entre -3% e 2,5%.

Figura 8 – Tendência e Hiato do Produto - Filtro de Beveridge-Nelson

Fonte: Elaboração própria (2021)

No entanto, através da comparação entre os ciclo através de diferentes metodologias feita no gráfico seguinte, verifica-se que a persistência do ciclo permaneceu prejudicada.

Figura 9 – Hiato do Produto - HP, DBN e FBN

Fonte: Elaboração própria (2021)

Em particular, tanto para a recessão de 2014–2016 quanto para o fim do período de estimação os resultados continuam diferentes do que os fatos estilizados da economia brasileira indicam.

Para a recessão de 2014-2016, o hiato do produto pelo filtro de Beveridge Nelson começa o processo de fechamento no primeiro trimestre de 2016. É uma melhora em

face à decomposição de Beveridge-Nelson, mas a datação do CODACE – FGV, cuja definição de recessão é o declínio da atividade econômica de forma disseminada entre diferentes setores econômicos, marca o fim da recessão no quarto trimestre de 2016. Neste sentido, o resultado aponta para o fechamento do hiato enquanto atividade ainda estava deprimida em vários setores da economia.

Quanto ao fim do período de estimação, a manutenção do resultado contrain-
tuitivo não surpreende. Uma vez que o filtro de Beveridge-Nelson também está na
classe dos modelos univariados, assim como os demais métodos essa metodologia
está captando uma recuperação em “V” considerando-se a queda de 9,2% do PIB
no segundo trimestre e o crescimento de 7,7% no terceiro, trimestres que represen-
tam, respectivamente, a maior queda e a maior expansão em relação ao trimestre
imediatamente anterior.

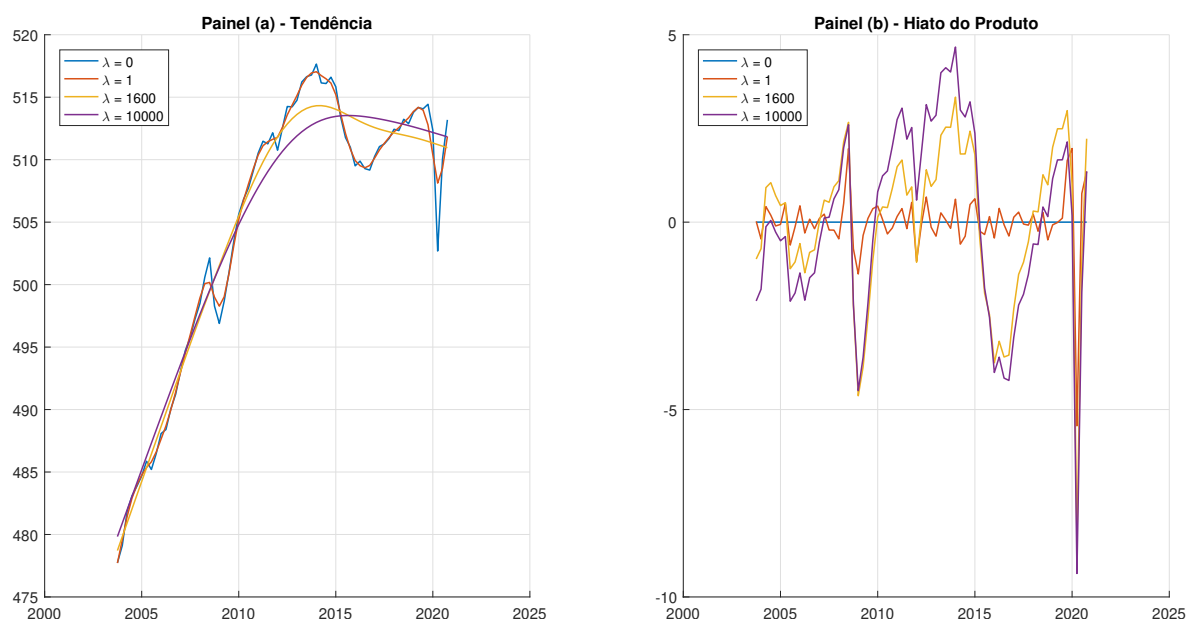
4 COMPARAÇÃO ENTRE MODELOS

Como mostram os gráficos referentes aos componentes de tendência dos modelos até aqui estimados, para os métodos de tendência determinística - tendência linear, tendência quadrática - a flutuação do produto em torno do potencial é ampla, gerando um componente cíclico também com grande amplitude e persistência. No caso da decomposição de Beveridge-Nelson, a flutuação do produto em torno do potencial é pequena, gerando ciclo de pouca amplitude e persistência.

Essas diferenças entre as decomposições decorrem das estruturas subjacentes a cada tipo de decomposição. De um lado, para as decomposições com tendência determinística, toda variação no produto é atribuída ao componente cíclico. Em termos econômicos, pode-se dizer que toda variação no produto é atribuída a choques transitórios, isto é, choques de demanda. Por outro lado, as decomposições com tendência estocástica permitem decompor a variação no produto em choques permanentes e transitórios, isto é, choques de oferta e de demanda, respectivamente. O ciclo pouco amplo indica que a importância relativa dos choques permanentes na decomposição da variação do produto é maior em relação à importância dos choques transitórios.

A decomposição do produto em componentes de tendência e cíclico via filtro HP ajuda a ilustrar essa ideia. Como referido anteriormente, quando $\lambda \rightarrow 0$, isto é, à medida que o parâmetro de suavização do filtro HP aproxima-se do zero, o componente de tendência torna-se cada vez mais próximo da série original, de modo que a variação do produto é decomposta principalmente pela variação do componente de tendência, gerando pouca flutuação do produto em torno do potencial e achatando o ciclo. Simetricamente, quando $\lambda \rightarrow \infty$, o componente de tendência se aproxima de uma tendência linear, de modo que a variação do produto é cada vez mais decomposta pelo componente cíclico, em detrimento da tendência, o que torna o hiato amplo e aumenta a flutuação do produto em torno do potencial. A próxima figura ilustra essa ideia para alguns valores distintos de λ .

Figura 10 – Tendência e Hiato do Produto - Filtro HP - Diferentes valores de λ



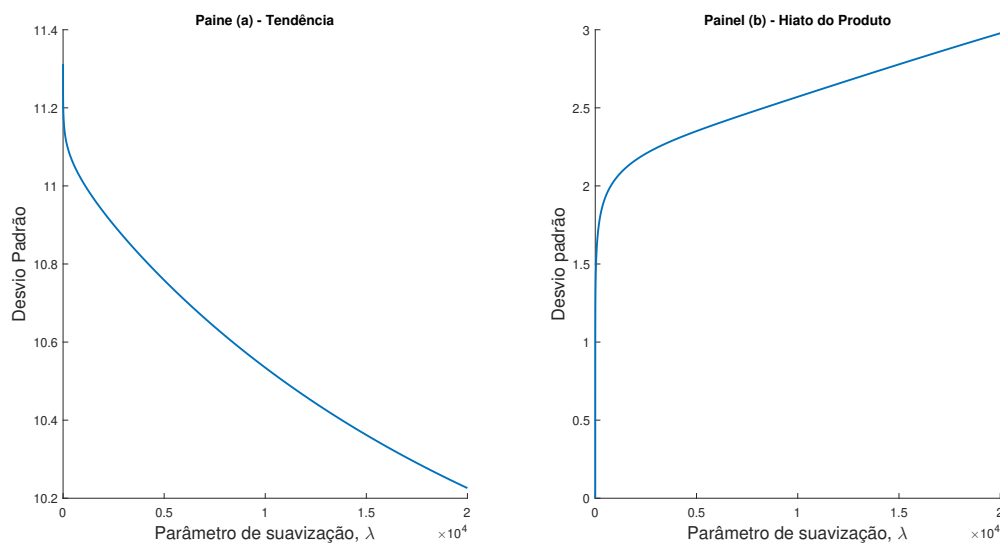
Fonte: Elaboração própria (2021)

Como mostram os painéis (a) e (b) da Figura 10, quando $\lambda = 0$, isto é, quando não há suavização, a tendência iguala-se à série original do produto e o ciclo encontra-se todo no zero. Para $\lambda = 1$, verifica-se um ciclo pouco amplo, parecido com o gerado por decomposições como a de Beveridge-Nelson. Com $\lambda = 10.000$, observa-se um ciclo relativamente muito mais amplo, característico de decomposições em que o componente cíclico é responsável por parte significativa da variação no produto. Assim, na decomposição via filtro HP, quanto maior o valor do parâmetro de suavização, λ , maior é a proporção da variância do produto decomposta pelo componente cíclico, gerando maior amplitude no hiato.

Os próximos gráficos, nos quais plota-se o desvio padrão do componente de tendência e do componente cíclico conforme λ varia entre 0 e 20.000, exprimem a ideia. A recomendação de λ para dados diários, mensais e trimestras é, respectivamente, 100, 1.600 e 14.400¹. Como verificou-se, conforme o λ aumenta, a variância da tendência diminui e a do ciclo aumenta, de modo que faz sentido utilizar as recomendações de λ considerando-se que, quanto mais longo o prazo, se supõe, em geral, que menor é a variação do produto em torno do potencial.

¹ Conforme documentação do MATLAB®.

Figura 11 – Desvio Padrão para diferentes valores de λ - Tendência e Hiato do Produto - Filtro HP



Fonte: Elaboração própria (2021)

Tomando em conta as diferenças entre as estimações obtidas e as inconsistências em relação à descrição dos fatos estilizados da economia, considera-se razoável realizar uma comparação entre modelos de decomposição. Para fazê-lo, optou-se pela metodologia desenvolvida no trabalho de Grant e Chan (2017), que utiliza a verossimilhança marginal para comparar dois tipos de modelos, a saber, o modelo de componentes não-observáveis, que também é um método estatístico tradicional e cuja tendência é estocástica, e um modelo de tendência determinística. Para o presente trabalho, realizar essa comparação é útil uma vez que permite verificar que tipo de estrutura de decomposição – no sentido da proporção da variação do produto decomposta entre tendência e ciclo – melhor descreve os dados. Também julga-se interessante avaliar se o tipo de modelo que melhor descreve os dados também é aquele que mais se aproxima de descrever os fatos estilizados da economia. Ademais, Grant e Chan (2017) adicionam quebras de série e correlação entre choques permanentes e transitórios aos modelos, aspectos que deseja-se avaliar se melhoram o ajuste aos dados e/ou a descrição dos fatos estilizados.

Nas próximas seções apresentam-se os modelos utilizados por Grant e Chan (2017) e a técnica de estimação utilizada, realiza-se a comparação via verossimilhança marginal e apresentam-se as estimações para o melhor modelo e também para modelos que considera-se importantes do ponto de vista dos fatos estilizados da economia.

4.1 MODELO DE COMPONENTES NÃO OBSERVÁVEIS

Como na decomposição de Beveridge-Nelson, o modelo de componentes não observáveis considera que a série do produto pode ser decomposta em dois termos aditivos: um componente não-estacionário que representa a tendência de longo prazo e um desvio estacionário da tendência. Mais especificamente, seguindo o modelo de Clark (1987), temos que:

$$y_t = \tau_t + c_t \quad (15)$$

em que y_t , τ_t e c_t denotam, respectivamente, a série de (100 vezes) o logaritmo do produto, o termo de tendência e o componente cíclico. A tendência não-estacionária é modelada como um passeio aleatório com drift, enquanto o componente cíclico é descrito como um processo AR(p):

$$\tau_t = \mu_1 + \tau_{t-1} + u_t^\tau \quad (16)$$

$$c_t = \phi_1 c_{t-1} + \dots + \phi_p c_{t-p} + u_t^c \quad (17)$$

Nota-se que o *drift* μ_1 pode ser interpretado como a taxa de crescimento do termo de tendência do produto. Admite-se $p = 2$ e se toma u_t^τ e u_t^c tal que:

$$\begin{pmatrix} u_t^c \\ u_t^\tau \end{pmatrix} \sim \mathcal{N} \left(\mathbf{0}, \begin{pmatrix} \sigma_c^2 & \rho\sigma_c\sigma_\tau \\ \rho\sigma_c\sigma_\tau & \sigma_\tau^2 \end{pmatrix} \right) \quad (18)$$

ou seja, u_t^τ e u_t^c seguem uma distribuição normal conjunta. Em particular, se assume $\rho = 0$, o que significa, uma vez que se usa uma distribuição normal bivariada, independência entre u_t^τ e u_t^c . Conforme Clark (1987), essa hipótese é claramente falsa. Por exemplo, choques que reduzem o produto usualmente também diminuem o investimento via mecanismo do acelerador, reduzindo o estoque de capital e a tendência de crescimento. No entanto, ao abandonar a hipótese de independência, o modelo de Clark torna-se não-identificado.

Para a estimação, a alternativa adotada por Grant e Chan (2017), e seguida neste trabalho, é utilizar inferência bayesiana para estimação, a qual é baseada na distribuição posterior conjunta dos parâmetros. A decomposição em tendência-ciclo é construída calculando a média dos valores dos parâmetros em relação à distribuição posterior conjunta desses, de modo que a decomposição não depende de um conjunto particular de valores dos parâmetros. Essa é uma vantagem em relação a outras alternativas de estimação uma vez que as decomposições em tendência-ciclo são muito sensíveis aos valores de alguns parâmetros.

Mais especificamente, desenvolve-se um amostrador de Markov para se obter "extrações" da distribuição posterior do modelo (15 – 17). Uma característica importante da estratégia adotada é que ela é construída através do uso de algoritmos de matrizes banda, método que se provou mais eficiente que os algoritmos baseados no filtro de Kalman. Outro ponto interessante desta abordagem é que ela soluciona o problema de identificação, de modo que se pode abandonar a hipótese de independência entre u_t^r e u_t^c e o modelo de Clark (1987), em que tem-se $\rho = 0$, torna-se um caso particular do modelo (15 – 17) com ρ endógeno.

Assumem-se algumas *priors* em relação aos parâmetros $\phi = (\phi_1, \phi_2)'$, σ_c^2 , σ_τ^2 , ρ , μ_1 e τ_0 , mantendo-se *priors* comuns ao longo dos diferentes modelos. Em particular, assume-se *priors* independentes para ϕ , μ_1 e τ_0 :

$$\phi \sim \mathcal{N}(\phi_0, \mathbf{V}_\phi) \mathbf{1}(\phi \in \mathbf{R})$$

$$\mu_1 \sim \mathcal{N}(\mu_0, V_\mu)$$

$$\tau_0 \sim \mathcal{N}(\tau_{00}, V_\tau)$$

em que \mathbf{R} é a região de estacionariedade. Quanto às variâncias a priori, assumem-se $\mathbf{V}_\phi = 25\mathbf{I}_2$, $V_\mu = 1$ e $V_\tau = 100$. Para as médias a priori usa-se $\phi_0 = (1.3, 1.7)$, $\tau_{00} = 470$ e $\mu_0 = 0,47$. Ressalta-se que o valor de μ_0 indica uma taxa de crescimento média a priori de 1,88% ao ano. Para σ_c^2 , σ_τ^2 e ρ assumem-se *priors* uniformes tais que:

$$\sigma_c^2 \sim \mathcal{U}(0, b_c)$$

$$\sigma_\tau^2 \sim \mathcal{U}(0, b_\tau)$$

$$\rho \sim \mathcal{U}(-1, 1)$$

em que os limites superiores b_c e b_τ são tais que $b_c = b_\tau = 3$. Para o caso particular que representa o modelo de Clark (1987), simplesmente se faz $\rho = 0$.

Considere $\mathbf{y} = (y_1, \dots, y_T)$ e, analogamente, defina τ , \mathbf{c} , \mathbf{u}_c e \mathbf{u}_τ . Então, as distribuições posteriores podem ser obtidas iterando sequencialmente as seguintes densidades: 1. $p(\tau|\mathbf{y}, \phi, \sigma_c^2, \sigma_\tau^2, \rho, \mu_1, \tau_0)$, 2. $p(\phi|\mathbf{y}, \tau, \sigma_c^2, \sigma_\tau^2, \rho, \mu_1, \tau_0)$, 3. $p(\sigma_c^2|\mathbf{y}, \tau, \phi, \sigma_\tau^2, \rho, \mu_1, \tau_0)$, 4. $p(\sigma_\tau^2|\mathbf{y}, \tau, \phi, \sigma_c^2, \rho, \mu_1, \tau_0)$, 5. $p(\rho|\mathbf{y}, \tau, \phi, \sigma_c^2, \sigma_\tau^2, \mu_1, \tau_0)$ e 6. $p(\tau_0, \mu_1|\mathbf{y}, \tau, \phi, \sigma_c^2, \sigma_\tau^2, \tau_0)$. A seguir esboça-se a estratégia adotada para a obtenção de 1. $p(\tau|\mathbf{y}, \phi, \sigma_c^2, \sigma_\tau^2, \rho, \mu_1, \tau_0)^2$.

² Para descrição minuciosa da obtenção das distribuições posteriores, checar o Apêndice A de Grant e Chan (2017).

Inicialmente, o sistema (15 - 17) é escrito em forma matricial:

$$\mathbf{y} = \boldsymbol{\tau} + \mathbf{c}$$

$$\mathbf{H}_\phi \mathbf{c} = \mathbf{u}^c$$

$$\mathbf{H}\boldsymbol{\tau} = \tilde{\boldsymbol{\alpha}} + \mathbf{u}^\tau$$

em que $\tilde{\boldsymbol{\alpha}} = (\mu_1 + \tau_0, \mu_1, \dots, \mu_1)'$,

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & \dots & 0 & 0 & -1 & 1 \end{bmatrix}$$

e

$$\mathbf{H}_\phi = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ -\phi_1 & 1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ -\phi_1 & -\phi_2 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & -\phi_2 & -\phi_1 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & \dots & 0 & -\phi_2 & -\phi_1 & 1 \end{bmatrix}.$$

Note que tanto \mathbf{H} quanto \mathbf{H}_ϕ são matrizes banda com apenas alguns elementos diferentes de zero dispostos nas proximidades da diagonal principal. Assim, como ambas são matrizes quadradas e têm determinante unitário, podem ser invertidas. Então, dados ϕ , σ_c^2 , σ_τ^2 , ρ e τ_0 , temos:

$$\begin{pmatrix} \mathbf{c} \\ \boldsymbol{\tau} \end{pmatrix} \sim \mathcal{N} \left(\begin{pmatrix} \mathbf{0} \\ \boldsymbol{\alpha} \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \sigma_c^2 (\mathbf{H}'_\phi \mathbf{H}_\phi)^{-1} & \rho \sigma_c \sigma_\tau (\mathbf{H}' \mathbf{H}_\phi)^{-1} \\ \rho \sigma_c \sigma_\tau (\mathbf{H}'_\phi \mathbf{H})^{-1} & \sigma_\tau^2 (\mathbf{H}' \mathbf{H})^{-1} \end{pmatrix} \right),$$

em que $\boldsymbol{\alpha} = \mathbf{H}^{-1} \tilde{\boldsymbol{\alpha}}$. E usando propriedades da distribuição normal, a distribuição marginal de $\boldsymbol{\tau}$, incondicional a \mathbf{c} , é:

$$(\boldsymbol{\tau} | \sigma_\tau^2, \mu_1, \tau_0) \sim \mathcal{N}(\boldsymbol{\alpha}, \sigma_\tau^2 (\mathbf{H}' \mathbf{H})^{-1}),$$

e a distribuição condicional de \mathbf{y} dado τ e outros parâmetros é dada por:

$$(\mathbf{y}|\tau, \phi, \sigma_c^2, \sigma_\tau^2, \rho, \mu_1, \tau_0) \sim \mathcal{N}(\mathbf{H}_\sigma^{-1}\mathbf{a} + \mathbf{H}_\sigma^{-1}\mathbf{B}\tau, (1 - \rho^2)\sigma_c^2(\mathbf{H}'_\phi\mathbf{H}_\phi)^{-1}),$$

em que $\mathbf{a} = \frac{-\rho\sigma_c}{\mathbf{H}\alpha}$ e $\mathbf{B} = \mathbf{H}_\sigma + \frac{\rho\sigma_c}{\sigma_\tau}\mathbf{H}$.

Portanto, a densidade a priori de τ e a verossimilhança marginal são dadas por:

$$p(\tau|\sigma_c^2, \mu_1, \tau_0) = (2\pi\sigma_\tau^2)^{-\frac{T}{2}} e^{-\frac{1}{2\sigma_\tau^2}(\tau-\alpha)'\mathbf{H}'\mathbf{H}(\tau-\alpha)} \quad (19)$$

$$p(\mathbf{y}|\tau, \phi, \sigma_c^2, \sigma_\tau^2, \rho, \mu_1, \tau_0) = (2\pi\sigma_c^2(1 - \rho^2))^{-\frac{T}{2}} e^{-\frac{1}{2(1-\rho^2)\sigma_c^2}(\mathbf{H}_\phi\mathbf{y}-\mathbf{a}-\mathbf{B}\tau)'(\mathbf{H}_\phi\mathbf{y}-\mathbf{a}-\mathbf{B}\tau)} \quad (20)$$

Então, por resultados de regressão linear, temos:

$$(\tau|\mathbf{y}, \phi, \sigma_c^2, \sigma_\tau^2, \mu_1, \rho, \tau_0) \sim \mathcal{N}(\hat{\tau}, \mathbf{K}_\tau^{-1})$$

em que $\mathbf{K}_\tau = \frac{1}{\sigma_\tau^2}\mathbf{H}'\mathbf{H} + \frac{1}{(1-\rho^2)\sigma_c^2}\mathbf{B}'\mathbf{B}$ e $\hat{\tau} = \mathbf{K}_\tau^{-1}(\frac{1}{\sigma_\tau^2}\mathbf{H}'\mathbf{H}\alpha + \frac{1}{(1-\rho^2)\sigma_c^2}\mathbf{B}'(\mathbf{H}'_\phi\mathbf{y} - \mathbf{a}))$.

Para a obtenção de 2. $p(\phi|\mathbf{y}, \tau, \sigma_c^2, \sigma_\tau^2, \rho, \mu_1, \tau_0)$, 3. $p(\sigma_c^2|\mathbf{y}, \tau, \phi, \sigma_\tau^2, \rho, \mu_1, \tau_0)$, 4. $p(\sigma_\tau^2|\mathbf{y}, \tau, \phi, \sigma_c^2, \rho, \mu_1, \tau_0)$, 5. $p(\rho|\mathbf{y}, \tau, \phi, \sigma_c^2, \sigma_\tau^2, \mu_1, \tau_0)$ e 6. $p(\tau_0, \mu_1|\mathbf{y}, \tau, \phi, \sigma_c^2, \sigma_\tau^2, \tau_0)$, utiliza-se estratégia análoga à apresentada para 1. $p(\tau|\mathbf{y}, \phi, \sigma_c^2, \sigma_\tau^2, \rho, \mu_1, \tau_0)$.

Para a estimação com quebra de série do modelo descrito pelas equações (15 - 17), substitui-se (16) por:

$$\tau_t = \mu_1 \mathbf{1}(t < t_0) + \mu_2 \mathbf{1}(t \geq t_0) + \tau_{t-1} + u_t^T \quad (21)$$

em que $\mathbf{1}(A)$ representa a função indicadora que toma o valor 1 se a condição A for satisfeita e 0 caso contrário. Em relação ao modelo sem quebra de série, o único parâmetro adicional é μ_2 , cujas *priors* são idênticas a de μ_1 .

Quanto à identificação de quebra de série, a análise visual da série do PIB, a qual pode ser feita observando algum dos gráficos já apresentados em que constam a série do PIB e o componente de tendência da respectiva estimação, sugere que houve quebra na série do produto, por exemplo, em 2009. Ademais, considerando a dimensão da recessão de 2014-2016, como já referido a mais longa do período de datação do CODACE-FGV, é intuitivo pensar que houve queda na taxa de crescimento do produto potencial.

A fim de averiguar se houve quebra de série, inicialmente testa-se, contra a hipótese nula de que não há quebra estrutural, se há quebra. O teste foi conduzido

utilizando a função *Fstats*, presente no pacote *strucchange* do software R ³. O nível de significância adotado foi de 0,01 e o p-valor do teste foi menor do que a referida probabilidade de erro tipo I, de modo que rejeitou-se a hipótese nula. Para identificar os pontos de quebra, utilizou-se a função *breakpoints*, também do pacote *strucchange*, baseada no trabalho de Bai e Perron (2003). A implementação retornou quatro pontos de quebra, referentes aos seguintes trimestres: 2006(1), 2009(4), 2012(2) e 2015(1).

4.2 MODELOS DE TENDÊNCIA DETERMINÍSTICA

Nesta seção prossegue-se com a apresentação dos modelos cuja estimação é feita através da metodologia de Grant e Chan (2017). Em relação ao componente de tendência utilizado, substitui-se (16) no modelo descrito por (15 - 17) pela seguinte equação:

$$\tau_t = \mu_1 \mathbf{1}(t < t_0) + \mu_2 \mathbf{1}(t \geq t_0) + \tau_{t-1}. \quad (22)$$

O componente cíclico é modelado como em (17) e $c_t \sim \mathcal{N}(0, \sigma_c^2)$. No modelo descrito por (15), (21) e (17), os parâmetros são ϕ , σ_c^2 , μ_1 , μ_2 e τ_0 . As distribuições posteriores são obtidas iterando sequencialmente 1. $p(\sigma | \mathbf{y}, \sigma_c^2, \mu_1, \mu_2, \tau_0)$, 2. $p(\sigma_c^2 | \mathbf{y}, \sigma, \mu_1, \mu_2, \tau_0)$ e 3. $p(\tau_0, \mu_1, \mu_2 | \mathbf{y}, \sigma, \sigma_c^2)$ em processo similar ao descrito para a obtenção da distribuição posterior de τ na seção anterior.

4.3 COMPARAÇÃO VIA VEROSSIMILHANÇA MARGINAL

Nesta seção apresenta-se uma visão geral da técnica de Grant e Chan (2017) para realizar a comparação bayesiana entre modelos usando a verossimilhança marginal e, em seguida, esboça-se a técnica de *importance sampling* baseada no método da entropia cruzada aprimorado para calcular a verossimilhança marginal.

Considere que se deseja comparar um conjunto de modelos $\{M_1, \dots, M_k\}$. Cada modelo é formalmente definido por dois componentes: uma função de verossimilhança $p(\mathbf{y} | \theta_k, M_k)$ que depende do vetor de parâmetros específico do modelo, θ_k , e uma densidade a priori $p(\theta_k | M_k)$. A verossimilhança marginal sob o modelo M_k é definida como:

$$p(y | M_k) = \int p(\mathbf{y} | \theta_k, M_k) p(\theta_k | M_k) d\theta_k \quad (23)$$

³ <https://www.r-project.org/>

A verossimilhança marginal pode ser interpretada como uma densidade prévia dos dados sob o modelo M_k avaliado nos dados observados \mathbf{y} . Nesse sentido, se os dados são mais prováveis sob o modelo, a verossimilhança marginal associada a ele deve ser maior.

Computar a verossimilhança marginal não é um processo simples, pois a integral em (23) em geral não pode ser obtida analiticamente, de modo que usualmente é necessário empregar alguma estratégia numérica. Grant e Chan (2017) adotam uma versão aprimorada do método da entropia cruzada para estimar a verossimilhança marginal, a qual é esboçada a seguir.

Suponha que se deseja estimar $p(\mathbf{y}|M_k)$, a verossimilhança marginal sob o modelo M_k . Por conveniência, deixa-se de usar o índice do modelo M_k . Considere $p(\mathbf{y})$, $p(\mathbf{y}|\theta)$ e $p(\theta)$ a verossimilhança marginal, a verossimilhança e a *prior*. Idealmente deseja-se, via *importance sampling*, obter a densidade posterior $p(\theta|\mathbf{y})$. No entanto, essa densidade só é conhecida até uma constante e, portanto, não pode ser utilizada diretamente. Contudo, ela oferece uma boa referência para a obtenção da densidade ideal.

A ideia é encontrar uma densidade que esteja "próxima" à densidade ideal via *importance sampling*. Operacionalmente, o que é feito é encontrar uma família conveniente de distribuições tal que a distância de entropia cruzada em relação à densidade ideal é minimizada. Uma vez que essa densidade, digamos $g(\cdot)$, é encontrada, ela é utilizada para construir o estimador de *importance sampling*:

$$\widehat{p(\mathbf{y})} = \frac{1}{R} \sum_{r=1}^R \frac{p(\mathbf{y}|\theta^{(r)})p(\theta^{(r)})}{g(\theta^{(r)})} \quad (24)$$

em que $\theta^{(1)}, \dots, \theta^{(r)}$ são extraídos da densidade de *importance sampling* $g(\theta)$. Maiores detalhes técnicos podem ser encontrados em Chan e Eisenstat (2015).

4.3.1 Resultados da Estimação

Os resultados para a comparação entre modelos estão na tabela a seguir. A tabela com a média posterior estimada para todos os parâmetros de todos os modelos está no Apêndice A. O desvio padrão numérico encontra-se entre parênteses. Os modelos denotados como "CNO" referem-se às estimações via método dos componentes não-observáveis, enquanto "DT" diz respeito às estimações via tendência determinística. Os números após o traço (-) em cada modelo referem-se à data da quebra de série. Por exemplo, "CNO-06" denota o modelo de componentes não-observáveis com quebra de série no primeiro trimestre de 2006. Os modelos CNO1 e CNO2 representam a estimação via componentes não-observáveis sem quebra de série, tais que em CNO1

tem-se $\rho = 0$ e em CNO2 vale $\rho \neq 0$. Na tabela, os modelos encontram-se em ordem decrescente de ajuste aos dados.

Tabela 1 – Comparação entre Modelos

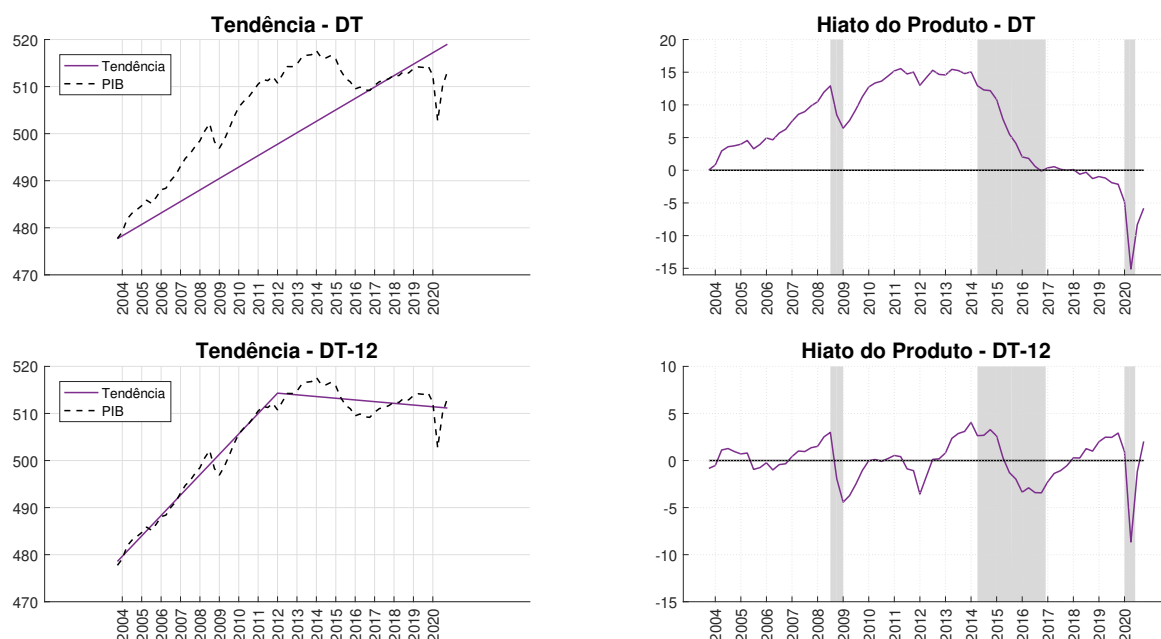
Modelo	Log da Verossimilhança Marginal
CNO-12	-147.7198 (0.1323)
CNO-15	-148.1763 (0.0301)
CNO-12,15	-148.3121 (0.0334)
CNO-09,12	-148.4004 (0.1283)
CNO-06,12	-148.5234 (0.0881)
CNO-09,15	-148.5991 (0.0507)
CNO-06,15	-148.6276 (0.0539)
CNO-09	-148.7267 (0.0886)
CNO1	-149.2121 (0.0325)
CNO-06	-149.2220 (0.1619)
CNO-06,09	-149.3119 (0.0598)
CNO2	-149.4800 (0.0712)
DT	-156.2125 (0.1524)
DT-12	-191.9225 (0.2284)
DT-15	-207.9970 (0.1282)
DT-09	-209.8787 (0.1115)
DT-06	-217.5947 (0.1777)

Fonte: Elaboração própria (2021)

Vê-se que qualquer especificação do modelo de componentes não-observáveis, cuja tendência é estocástica, é superior ao modelo de tendência determinística para o ajuste dos dados brasileiros, independentemente de o modelo de tendência determinística ter quebra de série ou não. Em particular, DT, sem quebra de série, é melhor do que qualquer modelo de tendência determinística com quebra de série. Quanto ao relaxamento da hipótese de independência entre choques transitórios e permanentes presente no modelo de Clark (1987), observa-se que o modelo com $\rho \neq 0$, CNO2, não superou CNO1, no qual $\rho = 0$. Contudo, o melhor modelo, CNO-12, é um modelo de componentes não-observáveis com quebra de série em 2012(2) e $\rho \neq 0$, o que aponta uma queda da taxa de crescimento da tendência antes mesmo da recessão de 2014–2016. O segundo melhor modelo, CNO-15, representa o modelo com a quebra na recessão de 2014-2016, o que sinaliza a significativa queda do crescimento no período a partir da crise. O terceiro melhor modelo, CNO-12,15, indica a penalização da comparação pela verossimilhança marginal, que assinala que uma segunda quebra não é necessária à medida que não melhora substancialmente o ajuste dos dados.

A seguir apresentam-se os resultados de estimação dos modelos DT, DT-12, CNO1, CNO2, CNO-12 e CNO12,15. A Figura 12 apresenta os gráficos com os componentes de tendência e cíclico para os modelos DT e DT-12.

Figura 12 – Tendência e Hiato do Produto - Modelos: DT e DT-12



Fonte: Elaboração própria (2021)

Como esperado para modelos cuja variação no produto é dada pela variação no componente cíclico, tanto em DT quanto em DT-12 os ciclos são amplos e persistentes. Em particular, o modelo DT foi o único, entre todos os modelos apresentados nesse trabalho, em que o hiato não vai ao campo negativo durante nas recessão de 2008 – 2009 e de 2014 – 2016 e, portanto, distancia-se de uma descrição razoável dos fatos estilizados da economia brasileira. No modelo DT-12, a quebra de série resultou em redução da inclinação do componente tendência, o que, por sua vez, diminuiu a amplitude do ciclo, de modo que esse tornou-se negativo ainda dentro do período recessivo. No modelo DT o hiato é negativo ao final do período de estimação, contudo, considerando o desempenho nos períodos anteriores de crise, esse fato é insuficiente para que seja tomado como um bom modelo para descrever o estado da economia. A Tabela 2, a seguir, apresenta a média posterior dos parâmetros. Como dito anteriormente, utilizou-se 0,47% como média a priori. O desvio padrão está entre parênteses.

Tabela 2 – Média Posterior: Modelos DT e DT-12

Parâmetro	Média Posterior	
	DT	DT-12
μ_1	0.60 (0.13)	1.08 (0.03)
μ_2	-	-0.09 (0.03)
σ_c^2	2.84 (0.14)	2.78 (0.18)

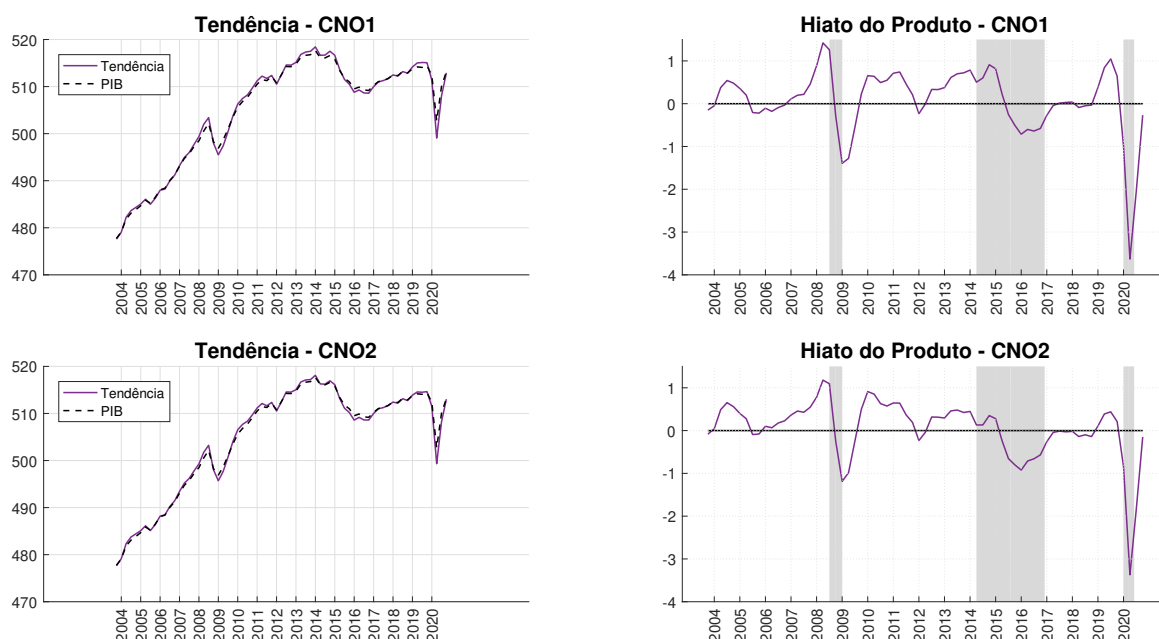
Fonte: Elaboração própria (2021)

Conforme a amplitude dos ciclos dos modelos DT e DT-12 permite intuir, esses modelos apresentam as maiores variâncias para o componente de cíclico, σ_c^2 , entre as estimações feitas utilizando a metodologia de Grant e Chan (2017), tendo valores próximos a σ_τ^2 dos demais modelos, conforme será visto a seguir. Quanto às taxas de crescimento do componente de tendência, μ , DT retornou taxa anualizada de 2,4%, enquanto DT-12 resultou em taxas anualizadas de 4,32% e -0,36% para o período até 2012(2) e após 2012(2), respectivamente. Nota-se o resultado contraintuitivo em DT-12 para μ_2 , uma vez que o componente de tendência aproxima o produto potencial e não se espera variação negativa do produto potencial na ausência de eventos extremos como guerras. No entanto, o sinal de μ_2 aponta para o expressivo pior desempenho da economia brasileira no período recente, assim como indica que é o período mais recente da história econômica do país que diferencia as taxas μ_1 dos modelos DT e DT-12.

A Figura 13 apresenta os resultados da estimação para os modelos CNO1 e CNO2. Inicialmente, nota-se a semelhança entre os resultados dos modelos CNO1 e CNO2 tanto no que concerne ao componente de tendência quanto em relação ao componente cíclico. Como esperado para um modelo em que os choques de oferta são os mais importantes na variação do produto, a flutuação do PIB em torno do potencial é pequena, o que gera um componente cíclico de baixa amplitude, de modo que para ambos os modelos o hiato do produto situa-se entre 1,5% e -4%. Excluindo os segundo e terceiro trimestres de 2020, o hiato fica entre 1,5% e -1,5% em ambos os modelos. Ademais, vale observar que em ambos os modelos o hiato do produto é negativo ao fim do período de estimação.

Em particular, no quarto trimestre de 2020 o hiato é de -0,27% para o modelo CNO1 e é de -0,15% para o modelo CNO2. No Relatório de Inflação do Banco Central do Brasil de março de 2021 o hiato é de -3,9%, como já mencionado, e o BCB vê o hiato chegando a valores neutros em 2022. Como o componente cíclico estimado do BCB é mais amplo, é natural que o valor do hiato, em valor absoluto, seja maior. O que torna a presente estimação mais distante dos fatos estilizados da economia é a persistência do hiato, a qual indica recuperação do tipo “V”.

Figura 13 – Tendência e Hiato do Produto - Modelos: CNO1 e CNO2



Fonte: Elaboração própria (2021)

Quanto ao relaxamento da hipótese de independência entre u_t^c e u_t^r , a observação dos gráficos mostra que essa sofisticação não afetou substancialmente os resultados visuais, embora o modelo CNO1, em que $\rho = 0$, tenha sido considerado superior a CNO2 pela da verossimilhança marginal.

A Tabela 3 apresenta a média posterior estimada dos parâmetros. O desvio padrão posterior está entre parênteses. Tanto o modelo CNO1 quanto o modelo CNO2 retornaram média posterior de 0,53%, o que implica um crescimento anualizado médio de 2,12%. Calculando-se a razão σ_τ^2/σ_c^2 obtém-se aproximadamente 2,85 para CNO1 e 3,44 para CNO2, indicando que nessa estimação os choques permanentes são mais importantes para explicar a variação no produto do que os choques transitórios. Quanto à correlação entre u_t^c e u_t^r , nota-se pela estimação do modelo CNO2 que retornou o sinal esperado do parâmetro, uma vez que é natural pensar que quando ocorre um crescimento do produto potencial, digamos pelo aumento da produtividade, as firmas investem mais, o desemprego cai, há estímulo da demanda agregada, etc.

Tabela 3 – Média Posterior: Modelos CNO1 e CNO2

Parâmetro	Média Posterior	
	CNO1	CNO2
μ	0.53 (0.20)	0.53 (0.19)
ϕ_1	1.21 (0.18)	1.21 (0.18)
ϕ_2	-0.57 (0.16)	-0.59 (0.17)
σ_C^2	0.89 (0.62)	0.72 (0.65)
σ_T^2	2.54 (0.39)	2.48 (0.44)
ρ	-	0.26 (0.38)

Fonte: Elaboração própria (2021)

A próxima tabela apresenta a estimação dos parâmetros dos modelos CNO-12 e CNO-12,15.

Tabela 4 – Média Posterior: Modelos CNO-12 e CNO-12,15

Parâmetro	Média Posterior	
	CNO-12	CNO-12,15
μ_1	1.01 (0.24)	1.00 (0.25)
μ_2	0.03(0.24)	0.38(0.45)
μ_3	-	-0.08(0.30)
ϕ_1	1.15 (0.17)	1.15 (0.18)
ϕ_2	-0.56 (0.16)	-0.58 (0.16)
σ_C^2	1.02 (0.74)	0.85 (0.69)
σ_T^2	1.91 (0.75)	2.09 (0.65)
ρ	0.33 (0.38)	0.33 (0.38)

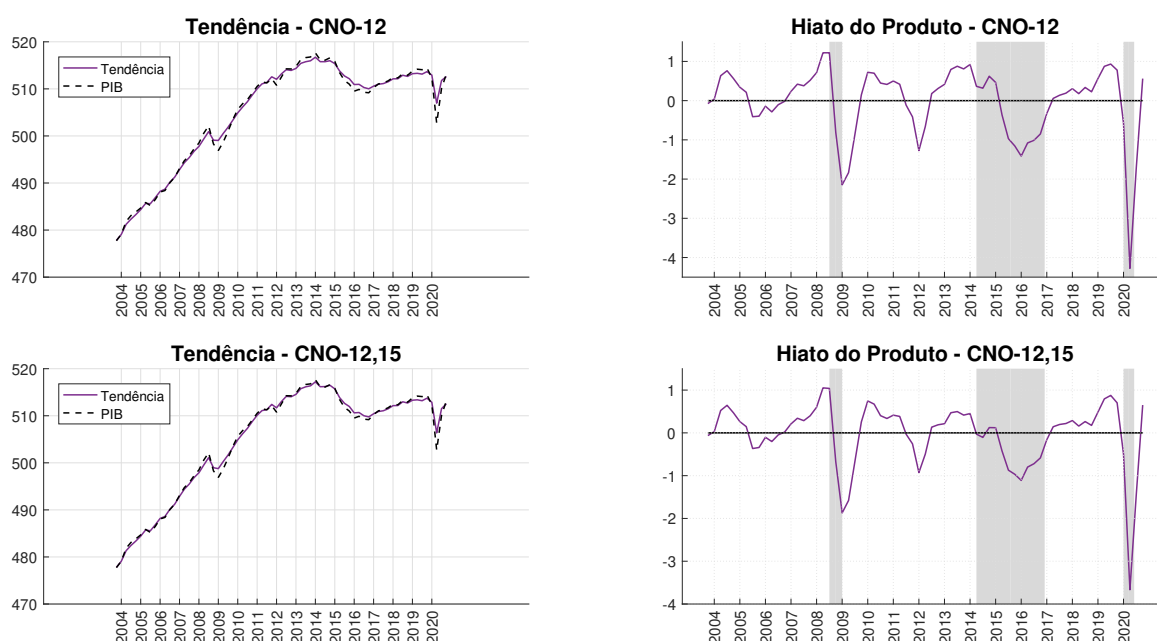
Fonte: Elaboração própria (2021)

Nota-se que, em ambos os modelos, a média posterior da taxa de crescimento do componente de tendência até 2012(2), μ_1 , é de 1%, implicando uma taxa anualizada de 4%. A comparação entre os modelos a partir do segundo trimestre de 2012 indica o impacto da crise de 2014–2016. De um lado, no modelo CNO-12,15 a taxa trimestral de crescimento do componente de tendência de 2012(2) a 2014(4), μ_2 , implica taxa anualizada de cerca de 1,5%. De outro, para o modelo CNO-12, com apenas uma quebra, a taxa de crescimento de 2012(2) a 2020(4), dada pelo parâmetro μ_2 deste modelo, implica taxa anualizada de 0,12%. Assim, ao isolar o período que não inclui a maior recessão brasileira, ganha-se 1,38% na taxa anualizada de crescimento do componente de tendência.

O parâmetro μ_3 do modelo CNO-12,15 retornou sinal contra-intuitivo, resultando em taxa de variação negativa de 0,32% ao ano. Uma vez que o componente de tendência aproxima o produto potencial, o sinal negativo não é razoável em períodos que não incluem fatos extremos como guerras, mas fornece intuição quanto ao impacto da crise na economia brasileira.

Quanto à razão $\sigma_{\tau}^2/\sigma_c^2$, obteve-se 1,87 para CNO-12 e 2,46 para CNO-12,15, de modo que os choques transitórios são mais importantes do que os permanentes na decomposição da variância do produto, característica compartilhada com os modelos CNO1 e CNO2. Vale destacar que CNO-12, o melhor modelo de acordo com a verossimilhança marginal, é aquele que apresenta a menor entre as razões $\sigma_{\tau}^2/\sigma_c^2$, conforme tabela do Apêndice A. Assim, embora os choques transitórios sejam relativamente mais importantes do que os permanentes na decomposição da variação do produto, o modelo que apresenta o melhor ajuste aos dados também é aquele que melhor equilibra a variação do produto entre choques permanentes e choques transitórios. Ademais, também em comum com os modelos CNO1 e CNO2, os modelos CNO-12 e CNO-12,15 apresentaram estimação para ρ próxima de 0,3. A seguir apresentam-se os gráficos para tendência e ciclo dos modelos CNO-12 e CNO-12,15.

Figura 14 – Tendência e Hiato do Produto - Modelos: CNO-12 e CNO-12,15



Fonte: Elaboração própria (2021)

Observa-se que, comparativamente aos modelos CNO1 e CNO2, os hiatos de CNO-12 e CNO-12,15 são mais amplos. Isso ocorre porque mais da variância do produto é decomposta pelo componente cíclico do que em CNO1 e CNO2. Em particular, o hiato de CNO-12 é o mais amplo entre os apresentados para o modelo de componentes não-observáveis. Verifica-se em CNO-12 que o hiato, nas recessões de 2008-2009 e 2014-2016, fica abaixo de -2% e -1%, respectivamente, o que não acontece em CNO1, CNO2 e CNO-12,15. No último, o hiato não atinge -2% na recessão de 2008-2009.

Para o fim da amostra, nota-se que o hiato é positivo tanto para CNO-12 quanto para CNO-12,15, de modo que ambos os modelos são inconsistentes com os fatos estilizados para o período recente. Nesse sentido, o fato de CNO-12 ter sido o modelo que mais compensou a decomposição da variância do PIB entre choques permanentes e transitórios não foi suficiente para tornar a estimação mais persistente. Aqui, vale destacar que o hiato do produto divulgado pelo BCB no relatório de inflação de março de 2021, cuja estimação também começa em 2003(4), encontra-se negativo desde o fim de 2015. Portanto, para além de balancear a proporção da variância decomposta entre tendência e ciclo num modelo de tendência estocástica, CNO-12 teria também que aumentar a persistência do ciclo, o que não aconteceu.

Conforme o BCB no Relatório de Inflação de setembro de 2020, são fatos estilizados da economia brasileira as pressões inflacionárias sobre o hiato no período anterior ao da crise financeira global e desinflacionárias no período imediatamente posterior. Nos anos subsequentes, há pressões inflacionárias até o início da crise de 2014-2016, momento a partir do qual as pressões sobre o hiato passam a ser desinflacionárias, embora com processo de fechamento do hiato até o fim de 2019, e então nova abertura em 2020 com o impacto da pandemia de Covid-19 (BANCO CENTRAL DO BRASIL, 2020).

Assim, o modelo CNO-12 alinhou-se com os fatos estilizados até a crise de 2014-2016. A partir de 2020, o hiato do produto pelo modelo CNO-12 aponta que o PIB está acima do potencial até início de 2019, indicando pressões inflacionárias. Com a crise de saúde pública iniciada em 2020, o hiato torna-se novamente negativo, mas fica positivo já no quarto trimestre de 2020 em 0,5%. Considerando um hiato cujo máximo global é de 1,2%, o valor de 0,5% para 2020(4) não pode ser considerado neutro. No entanto, o BCB indica nas previsões do Relatório de Inflação de março de 2021 que o hiato se aproxima de níveis neutros somente em 2022 (BANCO CENTRAL DO BRASIL, 2021).

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Esse trabalho objetivou estimar o produto potencial e o hiato do produto da economia brasileira no período entre o quarto trimestre de 2003 e o quarto trimestre de 2020 por métodos tradicionais de decomposição da série do PIB, os quais aproximam o produto potencial e o hiato do produto, respectivamente, pelos componentes de tendência e cíclico. Inicialmente, estimações foram realizadas utilizando os métodos da tendência linear, tendência quadrática, filtro HP, decomposição de Beveridge-Nelson e uma modificação da decomposição de Beveridge-Nelson, chamada filtro de Beveridge-Nelson. As estimações utilizando como metodologias a tendência linear, a tendência quadrática e filtro HP resultaram em componentes de tendência com considerável flutuação em torno do produto, o que gerou ciclos amplos e persistentes relativamente ao método da decomposição de Beveridge-Nelson.

No caso da tendência linear, a amplitude do ciclo é de tal magnitude que, no primeiro trimestre de 2015, quando o país já estava em recessão conforme datação do CODACE–FGV, O PIB ainda estava 5% acima do potencial. Nesse método, desde que torna-se negativo no quarto trimestre de 2015, o hiato permanece negativo até o fim do período de estimação. A adição de um termo quadrático na forma funcional que descreve o produto potencial do método de tendência quadrática traz curvatura ao componente de tendência, melhorando a aderência do modelo à realidade uma vez que a taxa de variação do produto potencial não precisa ser constante como no método de tendência linear. No entanto, o hiato do produto torna-se positivo ao fim da amostra, indo em oposição aos fatos estilizados recentes da economia e às estimativas do Banco Central do Brasil. A decomposição via filtro HP aproximou-se do método da tendência quadrática, também apresentando componente cíclico positivo ao fim da amostra. Ademais, esses últimos dois métodos, em linha com o trabalho de Oliveira (2013) e utilizando a metodologia do NBER, indicam a datação de recessão no período entre o segundo trimestre de 2004 até o segundo trimestre de 2006.

Entre os métodos inicialmente apresentados, a decomposição de Beveridge-Nelson apresentou o ciclo de menor amplitude, gerando inconsistências como o fechamento completo do hiato do produto ainda dentro do período recessivo de 2014–2016. A fim de aprimorar a estimação de Beveridge-Nelson, aplicou-se uma modificação visando restringir a proporção da variância dos choques de tendência como fração da variância geral do erro de previsão, chamada de filtro de Beveridge-Nelson. Essa remodelagem foi capaz de aumentar a amplitude do ciclo, mas a persistência permaneceu prejudicada, com o hiato fechando totalmente, em termos objetivos, dentro do período da recessão de 2014–2016.

Tomando as diferenças no que concerne à amplitude e persistência do hiato do produto e as inconsistências relativas à descrição dos fatos estilizados da economia,

considerou-se relevante realizar uma comparação entre modelos com categorias distintas no que se refere à forma como decompõem a variância do produto, mas estimados de forma semelhante. Para tanto utilizou-se a metodologia de Grant e Chan (2017), que utiliza a verossimilhança marginal para comparar um modelo de tendência determinística – em que a variância do produto é decomposta totalmente pelo componente cíclico – e o modelo de componentes não-observáveis, que utiliza tendência estocástica de modo que a variação do produto é decomposta tanto pelo componente cíclico quanto pelo componente de tendência. Como resultado dessa comparação, obteve-se que o modelo de componentes não-observáveis apresentou melhor desempenho do que o modelo de tendência determinística em todas as caracterizações adotadas.

Em particular, a especificação do modelo de componentes não-observáveis que melhor ajustou os dados, identificada como CNO-12, tem quebra de série no segundo trimestre de 2012, indicando que a taxa média de crescimento do produto potencial, aproximada através da taxa de crescimento do componente de tendência, caiu de aproximadamente 4% ao ano no período anterior a 2012(2) para 0,12% ao ano a partir de 2012(2). Ademais, o modelo CNO-12 apresentou a menor razão entre as variâncias do componente de tendência e cíclico, o que mostra que o modelo que melhor ajustou os dados foi também aquele que melhor balanceou os impactos de choques transitórios e permanentes sobre o produto. No entanto, o modelo CNO-12 apresentou correspondência com os fatos estilizados da economia brasileira somente até a crise de 2014–2016.

O modelo que situou-se em terceiro lugar no ranking, denotado por CNO-12,15, foi um modelo de componentes não-observáveis com duas quebras de série, uma em 2012(2) e outra em 2015(1). Para CNO-12,15, a taxa média anualizada de crescimento do produto potencial também é de 4% até 2012(2). Entre 2012(2) e 2014(4) essa taxa é de 1,5%. Isso aponta na direção do impacto da crise de 2014–2016 sobre o produto potencial, pois indica que a taxa média de crescimento do produto potencial de 0,12% ao ano no modelo CNO-12 é explicada pela trajetória recente da economia brasileira. Ainda, vale destacar que CNO-12 e todos os demais modelos de componentes não-observáveis para os quais se permitiu correlação entre os choques permanentes e transitórios indicam correlação positiva próxima a 0,3.

REFERÊNCIAS

- ARAUJO, C.; AREOSA, M.; GUILLÉN, O. Estimating Potential Output And The Output Gap For Brazil. In: ENCONTRO NACIONAL DE ECONOMIA, 32., 2004, João Pessoa. **Anais eletrônicos** [...]. ANPEC, 2004. Disponível em: <http://www.anpec.org.br/encontro2004/artigos/A04A041.pdf>. Acesso em: 27 fev. 2021.
- AREOSA, M. **Combining Hodrick-Prescott filtering with a production function approach to estimate output gap**. Banco Central do Brasil (Working Paper Series, 172), 2008. Disponível em: <https://www.bcb.gov.br/pec/wps/ingl/wps172.pdf>. Acesso em: 12 abr. 2021.
- BAI, J.; PERRON, P. Computation and analysis of multiple structural change models. **Journal of applied econometrics**, v. 18, n. 1, p. 1–22, 2003.
- BANCO CENTRAL DO BRASIL. **Relatório de Inflação**. Brasília, v. 6, n. 3, set. 2004.
- BANCO CENTRAL DO BRASIL. **Relatório de Inflação**. Brasília, v. 1, n. 2, set. 1999.
- BANCO CENTRAL DO BRASIL. **Relatório de Inflação**. Brasília, v. 13, n. 1, mar. 2011.
- BANCO CENTRAL DO BRASIL. **Relatório de Inflação**. Brasília, v. 22, n. 3, set. 2020.
- BANCO CENTRAL DO BRASIL. **Relatório de Inflação**. Brasília, v. 23, n. 1, mar. 2021.
- BARROSO, R. Produto potencial: conceitos, novas estimativas e considerações sobre sua aplicabilidade. **Revista Economia**, v. 8, n. 3, p. 437–462, 2007.
- BEVERIDGE, S.; NELSON, C. R. A new approach to decomposition of economic time series into permanent and transitory components with particular attention to measurement of the ‘business cycle’. **Journal of Monetary economics**, v. 7, n. 2, p. 151–174, 1981.
- BLANCHARD, O.; QUAH, D. The dynamic effects of aggregate demand and supply disturbances. **American Economic Review**, v. 79, n. 4, p. 655–673, 1989.
- BOGDANSKI, J.; TOMBINI, A.; WERLANG, S. **Implementing inflation targeting in Brazil**. Banco Central do Brasil (Working Paper Series, 01), 2000. Disponível em: <https://www.bcb.gov.br/pec/wps/ingl/wps01.pdf>. Acesso em: 27 fev. 2021.
- BONELLI, R.; FONSECA, R. Ganhos de produtividade e de eficiência: novos resultados para a economia brasileira. **Pesquisa e Planejamento Econômico**, v. 28, n. 2, p. 273–314, 1998.
- BONELLI, R.; MALAN, P. S. **Crescimento Econômico, Industrialização e Balanço de Pagamentos: O Brasil dos Anos 70 aos Anos 80**. Instituto de Pesquisa Econômica Aplicada (Texto para Discussão Interna, 60), 1983. Disponível em:

https://www.ipea.gov.br/portal/images/stories/PDFs/TDs/td_0060.pdf. Acesso em: 17 mar. 2021.

BONELLI, R.; MALAN, P. S. Os limites do possível: notas sobre balanço de pagamentos e indústria nos anos 70. **Pesquisa e Planejamento Econômico**, v. 6, n. 2, p. 353–406, 1976.

CARVALHO, J. C. **Estimativas do produto potencial, relação capital/produto e depreciação do estoque de capital**. Banco Nacional de Desenvolvimento Econômico e Social (Textos para Discussão, 44), 1996. Disponível em: https://web.bndes.gov.br/bib/jspui/bitstream/1408/13944/1/TD%2044%20-%20Estimativas%20do%20produto%20potencial%20%5b...%5d_P_BD.PDF. Acesso em: 26 mar. 2021.

CHAN, J.; EISENSTAT, E. Marginal likelihood estimation with the Cross-Entropy method. **Econometric Reviews**, v. 34, n. 3, p. 256–285, 2015.

CLARK, P. K. The cyclical component of US economic activity. **The Quarterly Journal of Economics**, v. 102, n. 4, p. 797–814, 1987.

GRANT, A.; CHAN, J. A Bayesian Model Comparison for Trend-Cycle Decompositions of Output. **Journal of Money, Credit and Banking**, v. 49, n. 2-3, p. 525–552, 2017.

HARVEY, A. C. Trends and cycles in macroeconomic time series. **Journal of Business & Economic Statistics**, v. 3, n. 3, p. 216–227, 1985.

HODRICK, R. J.; PRESCOTT, E. C. **Postwar US business cycles: an empirical investigation**. Northwestern University, Center for Mathematical Studies in Economics and Management Science (Discussion Paper, 451), 1981. Disponível em: <https://www.kellogg.northwestern.edu/research/math/papers/451.pdf>. Acesso em: 4 mar. 2021.

KAMBER, G.; MORLEY, J.; WONG, B. Intuitive and reliable estimates of the output gap from a Beveridge-Nelson filter. **Review of Economics and Statistics**, v. 100, n. 3, p. 550–566, 2018.

LARCH, M.; TURRINI, A. The cyclically adjusted budget balance in EU fiscal policymaking. **Intereconomics**, v. 45, n. 1, p. 48–60, 2010.

LAXTON, D.; TETLOW, R. **A simple multivariate filter for the measurement of potential output**. Bank of Canada (Technical Report, 59), 1992. Disponível em: <http://www.douglaslaxton.org/sitebuildercontent/sitebuilderfiles/LT.pdf>. Acesso em: 29 abr. 2021.

MISHKIN, F. S.; SCHMIDT-HEBBEL, K. **One Decade of Inflation Targeting in the World: What Do We Know and What Do We Need to Know?** National Bureau of Economic Research (Working Paper Series, 8397), 2001. Disponível em: <http://www.nber.org/papers/w8397>. Acesso em: 27 fev. 2021.

MOURRE, G. et al. **The cyclically-adjusted budget balance used in the EU fiscal framework: an update**. European Commission - Directorate-General for Economic and Financial Affairs (Economic Papers, 478), 2013. Disponível em: https://ec.europa.eu/economy_finance/publications/economic_paper/2013/pdf/ecp478_en.pdf. Acesso em: 4 mar. 2021.

OKUN, A. M. Potential GNP: its measurement and significance. In: PROCEEDINGS OF THE BUSINESS & ECONOMIC STATISTICS SECTION OF THE AMERICAN STATISTICAL ASSOCIATION, 190., 1962. Disponível em: <https://mileskorak.files.wordpress.com/2016/01/okun-potential-gnp-its-measurement-and-significance-p0190.pdf>. Acesso em: 27 fev. 2021.

OLIVEIRA, L. P. **Estimação estrutural para o produto: uma análise para o Brasil**. 2013. Dissertação de Mestrado – Faculdade de Ciências Econômicas - Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre.

PEREIRA, P. L. V. Estimação do hiato do produto via componentes não observados. **Brazilian Review of Econometrics**, v. 6, n. 2, p. 47–68, 1986.

PORTUGAL, M. S. Measures of capacity utilization: Brazil 1920/1988. **Revista Análise Econômica**, v. 11, n. 19, p. 89–102, 1993.

SILVA FILHO, T. N. T. **Estimando o produto potencial brasileiro: uma abordagem de função de produção**. Banco Central do Brasil (Working Paper Series, 17), 2001. Disponível em: <https://www.bcb.gov.br/pec/wps/port/wps17.pdf>. Acesso em: 12 abr. 2021.

SOUZA JÚNIOR, J. R. C. **Produto potencial: conceitos, métodos de estimação e aplicação à economia brasileira**. Instituto de Pesquisa Econômica Aplicada, (Texto para Discussão, 1130), 2005. Disponível em: https://www.ipea.gov.br/portal/images/stories/PDFs/TDs/td_1130.pdf. Acesso em: 12 abr. 2021.

TAYLOR, J. B. Discretion versus policy rules in practice. **Carnegie-Rochester Conference Series on Public Policy**, v. 39, p. 195–214, 1993. Disponível em: https://web.stanford.edu/~johntayl/Onlinepaperscombinedbyyear/1993/Discretion_versus_Policy_Rules_in_Practice.pdf. Acesso em: 27 fev. 2021.

APÊNDICE A – TABELA COMPLETA - MODELOS CNO-12 A DT-06

Tabela 5 – Média Posterior - Modelos CNO-12 a DT-06

Modelo	Parâmetro								
	μ_1	μ_2	μ_3	ϕ_1	ϕ_2	σ_c^2	σ_r^2	ρ	$\frac{\sigma_r^2}{\sigma_c^2}$
CNO-12	1.01 (0.24)	0.03 (0.24)	-	1.15 (0.17)	-0.56 (0.16)	1.02 (0.74)	1.91 (0.75)	0.33 (0.38)	1.87
CNO-15	0.86 (0.23)	-0.10 (0.31)	-	1.16 (0.18)	-0.59 (0.16)	0.75 (0.62)	2.26 (0.54)	0.29 (0.37)	3.01
CNO-12,15	1.00 (0.25)	0.38 (0.45)	-0.08 (0.30)	1.15 (0.18)	-0.58 (0.16)	0.85 (0.69)	2.09 (0.65)	0.33 (0.38)	2.46
CNO-09,12	1.01 (0.30)	0.91 (0.46)	0.04 (0.25)	1.16 (0.17)	-0.57 (0.16)	0.93 (0.72)	2.03 (0.70)	0.33 (0.37)	2.18
CNO-06,12	1.00 (0.49)	0.97 (0.29)	0.04 (0.24)	1.16 (0.17)	-0.56 (0.16)	0.95 (0.73)	1.98 (0.74)	0.36 (0.38)	2.08
CNO-09,15	1.01 (0.31)	0.64 (0.33)	-0.09 (0.31)	1.17 (0.18)	-0.58 (0.16)	0.83 (0.68)	2.20 (0.60)	0.29 (0.37)	2.65
CNO-06,15	1.01 (0.52)	0.79 (0.25)	-0.10 (0.31)	1.17 (0.18)	-0.59 (0.17)	0.78 (0.66)	2.24 (0.57)	0.30 (0.38)	2.87
CNO-09	1.04 (0.32)	0.25 (0.23)	-	1.21 (0.17)	-0.57 (0.16)	0.87 (0.70)	2.25 (0.59)	0.28 (0.38)	2.59
CNO1	0.53 (0.20)	-	-	1.21 (0.18)	-0.57 (0.16)	0.89 (0.62)	2.54 (0.39)	-	2.85
CNO-06	1.04 (0.53)	0.44 (0.21)	-	1.22 (0.18)	-0.57 (0.17)	0.80 (0.68)	2.43 (0.48)	0.23 (0.37)	3.04
CNO-06,09	0.99 (0.52)	0.97 (0.41)	0.25 (0.23)	1.22 (0.17)	-0.57 (0.16)	0.88 (0.71)	2.27 (0.58)	0.28 (0.58)	2.58
CNO2	0.53 (0.19)	-	-	1.21 (0.18)	-0.59 (0.17)	0.72 (0.65)	2.48 (0.44)	0.26 (0.38)	3.17
DT	0.60 (0.13)	-	-	-	-	2.84 (0.14)	-	-	-
DT-12	1.08 (0.03)	-0.09 (0.03)	-	-	-	2.78 (0.18)	-	-	-
DT-15	0.87 (0.05)	-0.35 (0.11)	-	-	-	2.83 (0.15)	-	-	-
DT-09	1.29 (0.10)	0.16 (0.06)	-	-	-	2.84 (0.15)	-	-	-
DT-06	1.41 (0.44)	0.46(0.09)	-	-	-	2.86 (0.13)	-	-	-

Fonte: Elaboração própria (2021)