

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
ESCOLA DE ENGENHARIA - CURSO DE ENGENHARIA MECÂNICA
TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO

OTIMIZAÇÃO MULTIOBJETIVO DE PLACAS DE MATERIAIS COMPÓSITOS

por

Guilherme Sager

Monografia apresentada ao Departamento de Engenharia Mecânica da Escola de Engenharia da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, como parte dos requisitos para obtenção do diploma de Engenheiro Mecânico.

Porto Alegre, novembro de 2021.

CIP - Catalogação na Publicação

Sager, Guilherme
OTIMIZAÇÃO MULTI OBJETIVO DE PLACAS DE MATERIAIS
COMPÓSITOS. / Guilherme Sager. -- 2021.
14 f.
Orientador: Walter Jesus Paucar Casas.
Coorientador: Herbert Martins Gomes.

Trabalho de conclusão de curso (Graduação) --
Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Escola de
Engenharia, Curso de Engenharia Mecânica, Porto Alegre,
BR-RS, 2021.

1. Otimização multiobjetivo. 2. Materiais compósitos.
3. Frequência natural. 4. Carga crítica de flambagem.
I. Casas, Walter Jesus Paucar, orientador. II. Gomes,
Herbert Martins, coorient. III. Título.

Elaborada pelo Sistema de Geração Automática de Ficha Catalográfica da UFRGS com os
dados fornecidos pelo(a) autor(a).

Guilherme Sager

OTIMIZAÇÃO MULTIOBJETIVO DE PLACAS DE MATERIAIS COMPÓSITOS

ESTA MONOGRAFIA FOI JULGADA ADEQUADA COMO PARTE DOS
REQUISITOS PARA A OBTENÇÃO DO TÍTULO DE
ENGENHEIRO MECÂNICO
APROVADA EM SUA FORMA FINAL PELA BANCA EXAMINADORA DO
CURSO DE ENGENHARIA MECÂNICA

Prof. Dr. Cirilo Sperb Bresolin
Coordenador do Curso de Engenharia Mecânica

Área de Concentração: Mecânica dos Sólidos

Orientador: Prof. Dr. Walter Jesus Paucar Casas

Coorientador: Prof. Dr. Herbert Martins Gomes

Comissão de Avaliação:

Prof. Dr. Daniel Milbrath De Leon

Prof. Dr. Letícia Fleck Fadel Miguel

Prof. Dr. Walter Jesus Paucar Casas

Porto Alegre, novembro de 2021.

“The only difference between screwing around and science is writing it down”

Adam Savage

AGRADECIMENTOS

Primeiramente.

Agradeço aos professores Walter Jesus Paucar Casas e Herbert Martins Gomes pelo apoio e suporte durante a elaboração do trabalho, a qualidade final é reflexo do comprometimento que ambos demonstraram em me orientar.

Agradeço a meus pais, Silvana Maria Camerin Sager e Jorge André Rolão Sager, por me fornecer todas as oportunidades que recebi, pelo trabalho e apoio em minha árdua jornada pelo curso de engenharia.

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
ESCOLA DE ENGENHARIA - CURSO DE ENGENHARIA MECÂNICA
TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO – 2021

OTIMIZAÇÃO MULTI OBJETIVO DE PLACAS DE MATERIAIS COMPÓSITOS

Guilherme Sager

gui_sager@hotmail.com

Resumo. Com a introdução de materiais compósitos em áreas de engenharia, a necessidade de melhorar seus projetos e reduzir custo de manufatura cresceu juntamente com suas aplicações. No entanto, as funções objetivo para cada aplicação possuem relações antagônicas em relação as demais, como: frequência fundamental, carga de flambagem e rigidez efetiva. Estas variáveis de projeto podem ser otimizadas individualmente, mas fazer isto comprometeria a confiabilidade das demais. Portanto, para que seja elaborado um estudo que tenha orientação da fibra como um parâmetro único, uma ferramenta de otimização multiobjetivo foi implementada para ser resolvida de forma computacional antes de ser experimentado. Neste trabalho os ângulos em cada camada são avaliados em relação às funções objetivo escolhidas e plotados em soluções ótimas de Pareto. A metodologia apresentada pode ser utilizada como referência para experimentos e projetos ótimos de placas de materiais compósitos.

Palavras-chave: otimização multiobjetivo, materiais compósitos, frequência natural, carga crítica de flambagem.

Multiobjective optimization of laminated composite plates

Abstract. With the introduction of composite materials in the engineering field, the need for better designed materials and cheaper manufacturing has grown alongside it. However, the objective functions required for each application may be antagonistic in relation to others, such as the fundamental frequency, buckling load and effective stiffness. These design variables can be optimized individually, but in doing so it compromises the integrity of the others. Therefore in order to elaborate a study with ply orientation as a single parameter, a multiobjective optimization tool is implemented to perform computational solving prior to experimentation. In this work the angles of each ply is evaluated in relation to the determined objective functions and plotted in Pareto-optimal solutions. The methodology presented can be used for experimentations reference and ideal optimized design of laminated composite plates.

Keywords: multiobjective optimization, composite materials, fundamental frequency, critical buckling load.

SUMÁRIO

| | | |
|-------|---|----|
| 1 | INTRODUÇÃO | 1 |
| 1.1 | Motivação..... | 1 |
| 1.2 | Objetivos | 2 |
| 2 | REVISÃO BIBLIOGRÁFICA | 2 |
| 3 | FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA..... | 3 |
| 3.1 | Otimização | 3 |
| 3.1.1 | Algoritmo <i>Differential Evolution</i> (DE)..... | 4 |
| 3.2 | Otimização Multiobjetivo | 4 |
| 3.3 | Materiais Compósitos | 5 |
| 3.3.1 | Lâmina de material composto em estado plano de tensões | 5 |
| 3.4 | Funções Objetivo | 6 |
| 3.4.1 | Falha do Material (critério de Tsai-Wu) | 6 |
| 3.4.2 | Carga limite de Flambagem | 7 |
| 3.4.3 | Frequências Naturais..... | 7 |
| 4 | EXPERIMENTOS NUMÉRICOS..... | 7 |
| 4.1 | Otimização mono-objetivo para maximização do fator de carga flambagem λ | 7 |
| 4.2 | Otimização mono-objetivo para maximização da 1 ^a frequência natural ω_1 | 8 |
| 4.3 | Otimização multiobjetivo para Maximização do fator de carga de Flambagem, 1 ^a . Frequência Natural e Coeficiente de segurança Tsai-Wu | 9 |
| 5 | CONCLUSÕES | 13 |
| | REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS..... | 14 |
| | APÊNDICE..... | 15 |
| | ANEXOS | 17 |

LISTA DE FIGURAS

| | |
|---|----|
| Figura 1 – Definição das coordenadas e orientação das fibras em relação aos eixos do laminado $[45^0/0^0/90^0]$. (Fonte: Kaw, Mechanics of Composite Materials.) | 5 |
| Figura 2 – Resultado obtido para maximização da carga de flambagem de placa laminada. (Fonte: Próprio autor.) | 8 |
| Figura 3 – Resultado obtido para maximização da 1ª. frequência natural de placa laminada. (Fonte: Próprio autor.) | 9 |
| Figura 4 – Fronteira de Pareto para otimização multiobjetivo de placa laminada. (Fonte: Próprio autor.) | 10 |
| Figura 5 – Variáveis de Projeto para otimização multiobjetivo de placa laminada. (Fonte: Próprio autor.) | 11 |
| Figura A.1 – Fronteira de Pareto para caso B. (Fonte: Próprio autor.) | 15 |
| Figura A.2 – Fronteira de Pareto para caso C. (Fonte: Próprio autor.) | 15 |
| Figura A.3 – Fronteira de Pareto para caso D. (Fonte: Próprio autor.) | 16 |
| Figura A.4 Cargueiro KC-390 da Embraer. (Fonte: Wikipedia). | 17 |
| Figura A.5 Componentes de uma pá de turbina de aerogerador. (Fonte: Wikipedia). | 17 |

LISTA DE TABELAS

| | |
|---|----|
| Tabela 1 – Propriedades Elásticas para o material composto no exemplo 4.1. | 8 |
| Tabela 2 – Propriedades Elásticas para o material composto no exemplo 4.2. | 9 |
| Tabela 3 – Propriedades do material composto no exemplo 4.3. | 10 |
| Tabela 4 – Resultados função objetivo para pontos extremos caso A. | 11 |
| Tabela 5 – Resultados função objetivo para pontos extremos caso B. | 12 |
| Tabela 6 – Resultados função objetivo para pontos extremos caso C. | 12 |
| Tabela 7 – Resultados função objetivo para pontos extremos caso D. | 12 |
| Tabela 8 – Comparativo das funções objetivo para os estudos de caso. | 13 |

1 INTRODUÇÃO

Atualmente vem crescendo o uso de materiais compósitos em diferentes indústrias, como da engenharia aeroespacial, automotiva, entre outras. Vê-se também uma crescente necessidade de melhorar a eficiência de uso destes materiais de forma a evitar a elaboração de projetos caros que façam uso exagerado destes. O uso excessivo pode tornar economicamente inviável um determinado projeto. Além do mais, a presença de falhas internas afeta a segurança, que pode gerar chances da ocorrência de acidentes que podem ferir gravemente pessoas. Tais preocupações devem estar sempre sendo contabilizadas durante pesquisas. Neste trabalho, irá se avaliar o comportamento de placas de materiais compósitos tendo como variáveis de projeto o ângulo de orientação das fibras, de forma a encontrar soluções ótimas para diversas funções objetivo. Por fim, combinando as soluções em um processo multiobjetivo, irá se determinar soluções ideais para diferentes aplicações do composto, de forma a garantir a redução de custo e aumento de confiabilidade do projeto.

Um material compósito é definido pela existência de duas ou mais fases. Estas fases apresentam propriedades mecânicas diferentes e ao serem combinadas comportam-se como um novo material. Para materiais compostos de duas fases, como o de foco neste estudo, cada uma delas possui uma nomenclatura e função. A matriz é a base e confere ao material final a sua estrutura. O reforço é caracterizado por ser fibroso e possuir propriedades mecânicas a serem realçadas com a sua inclusão.

1.1 Motivação

Otimizar materiais compósitos com um único objetivo apenas, pode torná-lo mais susceptível à piora do desempenho em outros objetivos. Assim, a otimização simultânea para diversos objetivos é a solução lógica para atender, de forma ponderada, todos estes objetivos. O uso do material composto pode aumentar o tempo de vida-útil de peças e reduzir custos de manufatura. Entretanto também é pertinente olhar-se pela perspectiva de sustentabilidade e questões ambientais. Materiais compósitos pertencem a um mercado sem muitos meios de serem reciclados, uma vez que a matriz e a fibra são unidas, não é viável a separação para reaproveitamento. Portanto, se faz cada vez mais necessário garantir que se use o mínimo possível de material e que esta quantidade seja aproveitada pelo máximo período de uso previsto do compósito. Juntamente a isto, há a responsabilidade social de proteger o usuário, garantindo que o produto final possua a mesma ou até mesmo maior segurança dos produtos que utilizam a tecnologia empregada nos projetos usuais.

Um bom exemplo da aplicação do uso de compósitos está na indústria de geração de energia. Grande parte das pás de aerogeradores são construídas com materiais híbridos metálicos e de compostos reduzindo grandemente o peso destes componentes (Anexos, Figura A.5). Também há largo emprego na indústria aeroespacial e um exemplo prático é o cargueiro KC-390 da Embraer o qual tira proveito dos materiais compósitos. De acordo com a revista *Aviões Militares*, 2016, a estrutura primária da aeronave é principalmente metálica, mas o KC-390 usa também uma grande quantidade de compósitos nos seus componentes. Todas as superfícies móveis, menos o *slat* (metálico porque tem requisitos de degelo e isso é feito com ar quente), como os *flaps*, *ailerons*, profundor, leme e *spoilers*, são de materiais compósitos. O estabilizador horizontal é também em compósitos, assim como a carenagem asa-fuselagem e uma grande estrutura designada por *spoonson*, nas laterais, que acolhe os trens de aterragem principais e alguns sistemas. O radome, as portas de trem de pouso, inclusive do nariz, as carenagens entre as empenagens, a ponta das asas, são também em materiais compósitos, mas a estrutura primária básica da fuselagem e da asa é metálica, tal como a estrutura da empenagem. Isto tornou possível ter grandes ganhos em autonomia de voo. No Anexo (Figura A.4) encontra-se uma figura desta aeronave.

1.2 Objetivos

Este trabalho tem por objetivo otimizar materiais compósitos laminados frente a mais de uma função objetivo, levando em conta a teoria clássica de laminação e validando os resultados frente trabalhos da literatura. Dentre estas funções usualmente empregadas para materiais compósitos estão, o fator de segurança frente à falha, a característica dinâmica do composto representada pelas suas frequências naturais e o fator de carga de flambagem.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Uma boa revisão sobre o tema de otimização multiobjetivo em materiais compósitos foi desenvolvida em Teters e Kregers (1996), onde um apanhado sobre artigos anteriores a este é apresentada. Nele são descritas as funções objetivo mais comuns utilizadas como a capacidade máxima de suporte, mínimo peso e/ou custo, condutividade térmica e expansão térmica prescritas. É salientado que as mesmas são funções objetivo conflitantes. O trabalho conclui que o ângulo das fibras de reforço e a quantidade relativa de fibras na direção longitudinal possuem influência na resposta mecânica do material e podem ser considerados variáveis de projeto para estudos futuros.

Aydin e Secil Artem (2009) em seu estudo, avaliam com funções multiobjetivo, o projeto ótimo de fibras de carbono usado em áreas da engenharia aeroespacial. Nestas aplicações os materiais devem exibir pouca densidade, alta rigidez e coeficientes baixos de expansão térmica (CTE- *coefficient of thermal expansion*) e umidade (CME- *coefficient of moisture expansion*). As variáveis de otimização são a orientação das fibras e fração de volume que cada fibra ocupa. Equações simplificadas são usadas para estimar a rigidez e a resistência das lâminas de acordo com a fração volumétrica e propriedades mecânicas da fibra e da matriz. Tenta-se minimizar a resposta dinâmica térmica pós-flambagem e maximizar os níveis de temperatura de flambagem distribuídos ao longo da lâmina. O estudo aplica os parâmetros espessura e orientação das fibras. A teoria de deformação cortante de von-Karman. As respostas foram baseadas em estudos da curva de Pareto para Peso x Deflexão e Peso x Custo. Eles chegaram à conclusão que apenas a minimização da CTE é suficiente para obter o melhor composto e não é necessário resolver um novo problema de otimização para minimizar o CME.

O artigo de Gillet, Francescato, e Saffre (2009) avalia e compila diversos estudos e seus resultados. Considera-se as escolhas sobre a qualidade das configurações, bem como a confiabilidade do processo de otimização destes mesmos estudos. São revisadas diversas funções objetivo e variáveis de projeto, e comparadas a qualidade final dos laminados com aqueles da literatura, como orientação de fibras, número de camadas, e propriedades dos materiais. No trabalho é mostrada qual a relevância que cada uma destas funções e variáveis de projeto tem na performance do composto. Particularmente, em problemas envolvendo otimização de laminados elementares, o fator de maior influência é o componente material. São usados os algoritmos genéticos como ferramenta de otimização. Inicia-se se discutindo problemas elementares de forma a se avaliar a influência da orientação no desempenho de placas de materiais compósitos. Em seguida, é avaliada a orientação das fibras do composto resultante do processo de otimização quanto à confiabilidade. Em geral, dependendo da escolha das variáveis de projeto e função objetivo, o desempenho final da estrutura de composto pode ser afetado.

O estudo por Luo, Hong e Liu (2015) procura utilizar métodos multiobjetivo para compreender a relação de parâmetros geométricos e desempenho do material submetido a vibrações. A fim de se evitar ressonâncias destrutivas, a frequência natural da placa é maximizada. Soluções analíticas em laminados simétricos e assimétricos, sob diferentes condições de contorno são utilizadas para estudar a influência nas características vibratórias do laminado. Os parâmetros avaliados no estudo são anisotropia ortogonal, número de camadas, razão largura-espessura e comprimento-largura em relação à frequência natural. Os erros relativos finais ficaram dentro de uma margem de 5%, o que os autores consideraram um bom valor em termos de engenharia. Em observação final, a mudança dos ângulos das lâminas não possui grande influência na alteração da frequência natural.

No artigo de Roque e Martins (2018), utilizou-se um algoritmo de otimização DE (*Differential Evolution*) para encontrar uma solução ótima para placas de compósitos montadas de forma simétrica e assimetricamente. O laminado é composto de 8 camadas de mesma espessura e simplesmente apoiado. O algoritmo busca maximizar a primeira frequência natural e os resultados obtidos para laminados simétricos são coerentes com os encontrados em materiais de literatura. Foi constatado também que a resposta apresenta valores muito superiores quando as condições de contorno são alteradas e que em laminados assimétricos os resultados apresentaram acoplamento higrotérmico de curvatura estável ou HTCC (*hygrothermal curvature-stable coupling*) de acordo com os autores.

O artigo de Bharambe e Kulkarni (2019) estuda a influência de parâmetros como orientação de fibras e carregamento uni- e biaxiais sobre a carga de flambagem máxima que uma placa pode suportar por meio de métodos de otimização multiobjetivo. Os resultados de simulações são em seguida comparados com resultados experimentais para compreender-se a confiabilidade dos métodos aplicados no estudo. Com o uso de algoritmos genéticos para a avaliação, os resultados foram validados em experimentos controlados em laboratório que apresentam faixas aceitáveis de erro.

Em um estudo multiobjetivo sobre otimização para placas de materiais compósitos, desenvolvido por Serhat e Basdogan (2019) são definidos como funções objetivo a frequência natural da placa, fator de carga de flambagem e rigidez equivalente. As soluções encontradas são avaliadas pelos seus respectivos critérios de falha, onde se maximiza a frequência natural, maximiza o fator de carga de flambagem e pelo critério de primeira falha (*First Ply Failure*) com Tsai-Wu, minimiza-se a tensão crítica. Os resultados são representados por curvas de fronteiras de Pareto. As variáveis de projeto são parâmetros de laminação como número de camadas, espessura relativa e a orientação da fibra (ângulo da fibra). Os resultados observados mostram que tais funções possuem comportamentos conflitantes e que levam a mais de uma solução. A resposta é obtida em função da opção mais desejável pelo uso final e que estudos complementares seriam de grande benefício para tais aplicações. Os autores concluem que a proposta apresentada permitiu o aumento da capacidade de carga das placas laminadas além do aumento do desempenho em termos dinâmicos.

Na UFRGS, o trabalho de Santana (2021) utiliza uma formulação CLT para análise de materiais compósitos laminados onde a confiabilidade é avaliada frente a presença de incertezas nas propriedades dos materiais e carregamentos. O código desenvolvido foi o ponto de partida para o trabalho que será desenvolvido aqui.

3 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

3.1 Otimização

Segundo Arora (2011), o projeto de um sistema pode ser formulado como problemas de otimização em que uma medida de desempenho é otimizada enquanto todos os outros requisitos são satisfeitos. Ainda neste conceito ele afirma que qualquer problema em que certos parâmetros precisam ser determinados para satisfazer as restrições pode ser formulado como um problema de otimização. Desta forma, matematicamente, o processo de otimização (para minimização) pode ser colocado como:

$$\begin{array}{ll} \text{Minimizar} & f(\mathbf{X}) \\ \text{Sujeito a} & g_i(\mathbf{X}) \leq 0 \quad i = 1, \dots, p \\ & h_j(\mathbf{X}) = 0 \quad j = 1, \dots, q \end{array}, \quad (1)$$

onde $\mathbf{X} = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}^T$ é o vetor de n variáveis de projeto, e x_i são cada uma destas variáveis, $g_i(\mathbf{X})$ são as p restrições de desigualdade do problema e $h_j(\mathbf{X})$ são as q restrições de igualdade do problema. No caso de materiais compósitos, $f(\mathbf{X})$ pode representar ora o fator de segurança quanto à falha da peça, ora alguma das frequências naturais, ora o fator de carga de flambagem, entre outras funções objetivo. Para as variáveis de projeto x_i , elas podem assumir,

dependendo daquilo que se deseja otimizar, o ângulo das fibras do materiais compósito, o número de camadas, espessura de cada camada, alguma propriedade elástica do material (por exemplo, o módulo elástico para fibra de vidro, aramida, fibra de carbono, epóxi, etc.). Em materiais compósitos, exemplos de restrições de igualdade $h(\mathbf{X})$ e desigualdade $g(\mathbf{X})$ são: primeira frequência natural igual a um valor limite $\omega_1 = \omega_{lim}$, primeiro fator de carga de flambagem menor que 1, $\lambda_1 \leq 1$, fator de segurança, representado pela tensão equivalente de resistência de um compósito (p.e., Tsai-Wu) menor que 1, $\sigma_{Tsai-Wu} \leq 1$.

3.1.1 Algoritmo *Differential Evolution* (DE)

Os algoritmos heurísticos representam uma gama de algoritmos baseados em heurísticas e que resolvem problemas relacionados às hipóteses básicas de não-suavidade, não-diferenciabilidade, múltiplas funções objetivo, variáveis de projeto inteiras, etc., necessárias para o uso algoritmos clássicos. Segundo Arora (2011), o algoritmo de evolução diferencial (DE) trabalha com uma população de soluções candidatas. Existem quatro etapas na execução do algoritmo DE básico: (i) Geração da população inicial de soluções. (ii) Mutaç o com diferen a de vetores para gerar o chamado vetor de projeto doador. (iii) Cruzamento / recombina o para gerar o chamado vetor de projeto tentativo. (iv) Sele o, ou seja, aceita o ou rejei o do vetor de projeto tentativo usando a fun o de custo. A equa o para a gera o da popula o inicial   definida como:

$$x_j^{(i,0)} = x_{jL} + r_{ij} (x_{jU} - x_{jL}) \quad (2)$$

onde, r_{ij} s o n meros aleat rios entre 0 e 1, x_{jU} e x_{jL}   o limite superior e inferior para a vari vel de projeto j . A gera o do vetor de projeto doador   feito como:

$$\mathbf{V}^{(p,k)} = \mathbf{X}^{(r_1,k)} + F(\mathbf{X}^{(r_2,k)} - \mathbf{X}^{(r_3,k)}) \quad (3)$$

onde k   a itera o, F   um fator de escala (entre 0,4 e 1) e r_1, r_2 e r_3 s o 3 solu es aleat rias diferentes selecionadas da popula o de solu es candidatas. A opera o de cruzamento para obter um elemento do vetor tentativo $U_j^{(p,k)}$   feita como:

$$U_j^{(p,k)} = \begin{cases} v_i^{(p,k)} & \text{se } r_{pj} \leq CR \text{ ou } j = j_r \\ x_j^{(p,k)} & \text{caso contr rio} \end{cases} \quad j = 1, \dots, n \quad (4)$$

onde CR   a probabilidade de cruzamento. Por  ltimo, para aceitar ou n o o vetor tentativo, e trocar pelo vetor doador,   feito $\mathbf{X}^{(p,k+1)} = \mathbf{U}^{(p,k)}$ se $f(\mathbf{X}^{(p,k+1)}) < f(\mathbf{U}^{(p,k)})$, caso contr rio $\mathbf{X}^{(p,k+1)} = \mathbf{X}^{(p,k)}$.

3.2 Otimiza o Multiobjetivo

Segundo Arora (2011) existem muitas aplica es pr ticas onde o projetista pode desejar otimizar duas ou mais fun es objetivo simultaneamente. Estes s o chamados problemas de otimiza o multiobjetivo. Matematicamente ele   semelhante ao problema da Equa o (1) e pode ser colocado como:

$$\begin{array}{ll} \text{Minimizar} & \mathbf{f}(\mathbf{X}) = \{f_1(\mathbf{X}), f_2(\mathbf{X}), \dots, f_m(\mathbf{X})\}^T \\ \text{Sujeito a:} & g_i(\mathbf{X}) \leq 0 \quad i = 1, \dots, p \\ & h_j(\mathbf{X}) = 0 \quad j = 1, \dots, q \end{array} \quad (5)$$

onde agora, $\mathbf{f}(\mathbf{X})$   o vetor de m fun es objetivo a serem minimizadas simultaneamente. A otimiza o multiobjetivo oferece mais liberdade para a tomada de decis es de projeto uma vez que disponibiliza um conjunto de solu es, igualmente vi veis, e que atendem as rela es de custo-benef cio das fun es objetivo conflitantes. Domin ncia   o conceito em que, sendo duas solu es vi veis, \mathbf{X}_1 e \mathbf{X}_2 , de um problema com m objetivos conflitantes, uma solu o \mathbf{X}_1   considerada

fortemente não-dominada por uma solução \mathbf{X}_2 se, e somente se, atender $\forall i \in (1, \dots, m) | f_i(\mathbf{X}_1) \leq f_i(\mathbf{X}_2)$ e também $\exists i \in (1, \dots, m) | f_i(\mathbf{X}_1) < f_i(\mathbf{X}_2)$.

Essas duas condições de dominância podem ser interpretadas da seguinte forma: uma solução é considerada um conjunto ótimo de Pareto se não existir outra solução viável capaz de melhorar todos os objetivos conflitantes simultaneamente. Elas formam o conjunto P_s , onde $P_s = \{\mathbf{X}_i \in \mathbf{X} | \nexists \mathbf{X}_j > \mathbf{X}_i\}$. Ao conjunto de todos os vetores solução não-dominados no espaço das funções objetivo, dá-se o nome de Fronteira de Pareto $P_f = \{f(\mathbf{X}_i) | \mathbf{X}_i \in P_s\}$ a qual é usualmente graficada, par a par, para as múltiplas funções objetivos.

No software Matlab (2012) há dois algoritmos utilizados para otimização multiobjetivo, o *gamultobj* e o *paretosearch*. Ambos têm suas vantagens e desvantagens. Este trabalho fará uso do segundo que é um caso particular do algoritmo DMS (*Direct Multi Search*), descrito em Custódio et al. (2011) e que não é baseado em gradientes das funções. O algoritmo *paretosearch* usa a pesquisa de padrão em um conjunto de pontos para pesquisar iterativamente por pontos não-dominados. Teoricamente, o algoritmo converge para pontos próximos da verdadeira fronteira de Pareto. Segundo Custódio et al. (2011), o método gera o máximo possível de pontos na frente de Pareto a partir de um procedimento de votação, mantendo a estrutura geral o suficiente para acomodar outras estratégias como uma etapa de pesquisa local. Os autores demonstram que a metodologia tem uma capacidade de gerar uniformemente toda a frente de Pareto com número razoavelmente menor que outros métodos.

3.3 Materiais Compósitos

Segundo Kaw (2006), materiais compósitos reforçados por fibras são formados pelo adequado empilhamento de lâminas finas constituídas de fibras unidirecionais alinhadas em certa direção e uma matriz. Cada uma das lâminas pode ser simplificada como sob estado plano de tensões caso não haja carregamentos atuando fora do plano desta lâmina (teoria clássica de laminação, CLT-*Classical Lamination Theory*).

3.3.1 Lâmina de material composto em estado plano de tensões

As relações constitutivas na direção principal das fibras (orientadas a um certo ângulo θ em relação aos eixos do material (Figura 1) permitem relacionar as tensões e deformações, através da teoria generalizada de Hooke, para materiais ortotrópicos, pela Equação (6):

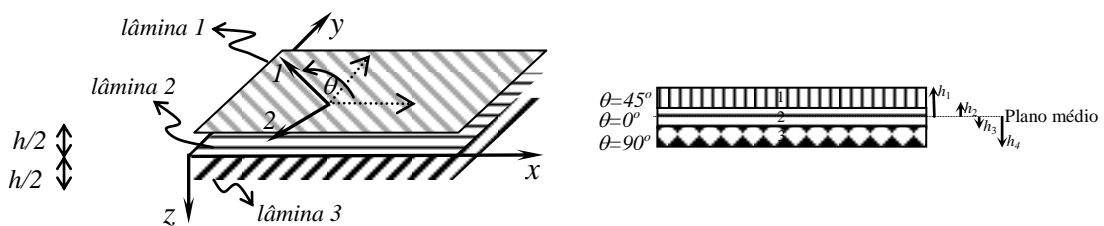


Figura 1 – Definição das coordenadas e orientação das fibras em relação aos eixos do laminado $[45^0/0^0/90^0]$.
(Fonte: Kaw, Mechanics of Composite Materials.)

$$\{\sigma_1, \sigma_2, \tau_{12}, \tau_{23}, \tau_{31}\}^T = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & 0 & 0 & 0 \\ Q_{21} & Q_{22} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & Q_{66} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & Q_{44} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & Q_{55} \end{bmatrix} \{\varepsilon_1, \varepsilon_2, \gamma_{12}, \gamma_{23}, \gamma_{31}\}^T \quad (6)$$

onde $Q_{11} = E_1/(1 - \nu_{12}\nu_{21})$, $Q_{22} = E_2/(1 - \nu_{21}\nu_{12})$, $Q_{12} = \nu_{12}E_1/(1 - \nu_{12}\nu_{21})$, $Q_{66} = G_{12}$, $Q_{44} = G_{23}$ e $Q_{55} = G_{32}$. As constantes elásticas E_1 , E_2 , G_{12} , G_{23} , G_{32} , ν_{12} , ν_{21} são os módulos elásticos longitudinais, transversais e coeficientes de Poisson nas direções principais 1,2 das fibras da lâmina. Para obter as tensões na direção do composto (x, y) , pode-se rotacionar estas tensões

utilizando uma matriz de rotação [T], tomando-se o cuidado quanto às deformações por distorção. Assim, tem-se:

$$[T] = \begin{bmatrix} \cos(\theta)^2 & \text{sen}(\theta)^2 & 2\text{sen}(\theta)\cos(\theta) & 0 & 0 \\ \text{sen}(\theta)^2 & \cos(\theta)^2 & -2\text{sen}(\theta)\cos(\theta) & 0 & 0 \\ -\text{sen}(\theta)\cos(\theta) & \text{sen}(\theta)\cos(\theta) & \cos(\theta)^2 - \text{sen}(\theta)^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cos(\theta) & \text{sen}(\theta) \\ 0 & 0 & 0 & -\text{sen}(\theta) & \cos(\theta) \end{bmatrix} \quad (7)$$

E para obter as tensões no sistema de coordenadas (x, y) do composto, faz-se:

$$\{\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}, \tau_{yz}, \tau_{zx}\}^T = [T]^{-1}[Q][R][T][R]^{-1}\{\varepsilon_x, \varepsilon_y, \gamma_{xy}, \gamma_{yz}, \gamma_{zx}\}^T \quad (8)$$

onde $\{\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}, \tau_{yz}, \tau_{zx}\}^T$ é o vetor das tensões no sistema de coordenadas do composto e [R] é a matriz de Reuter (matriz diagonal unitária com três últimos termos iguais a 2) para corretamente rotacionar as deformações por distorção.

Assumindo-se que as seções transversais permanecem planas durante a flexão (hipóteses de Kirchoff) é possível obter as matrizes [A], [B] e [D] que relacionam tensões e deformações em cada uma das lâminas do laminado levando em conta a sua distância (h) em relação ao plano médio:

$$A_{ij} = \sum_{k=1}^{nc} [\bar{Q}_{ij}]_k (h_k - h_{k-1}) \quad (9)$$

$$B_{ij} = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^{nc} [\bar{Q}_{ij}]_k (h_k^2 - h_{k-1}^2) \quad (10)$$

$$D_{ij} = \frac{1}{3} \sum_{k=1}^{nc} [\bar{Q}_{ij}]_k (h_k^3 - h_{k-1}^3) \quad (11)$$

onde nc é o numero de lâminas do compósito. Desta forma, os esforços finais resistentes do laminado ficam definidos como:

$$\{N_x, N_y, N_{xy}, M_x, M_y, M_{xy}\}^T = \begin{bmatrix} [A] & [B] \\ [B] & [D] \end{bmatrix} \{\varepsilon_x^0, \varepsilon_y^0, \gamma_{xy}^0, \kappa_x^0, \kappa_y^0, \kappa_{xy}^0\}^T \quad (12)$$

onde $N_x, N_y, N_{xy}, M_x, M_y$ e M_{xy} são os esforços atuantes no laminado, $\varepsilon_x^0, \varepsilon_y^0, \gamma_{xy}^0, \kappa_x^0, \kappa_y^0$ e κ_{xy}^0 são as deformações, distorções e curvaturas no plano médio do laminado.

3.4 Funções Objetivo

3.4.1 Falha do Material (critério de Tsai-Wu)

Dentre os diversos critérios existentes para prever a falha de um laminado composto o critério de Tsai-Wu é um dos mais empregados por representar relativamente bem o estado de falha baseada no estado de tensões em cada uma das lâminas (Kaw, 2006). Pelo critério, uma determinada lâmina terá falhado quando:

$$H_1\sigma_1 + H_2\sigma_2 + H_6\tau_{12} + H_{11}\sigma_1^2 + H_{22}\sigma_2^2 + H_{66}\tau_{12}^2 + 2H_{12}\sigma_1\sigma_2 < 1 \quad (13)$$

com $H_1 = 1/(\sigma_1^T)_{ult} - 1/(\sigma_1^C)_{ult}$, $H_{11} = 1/[(\sigma_1^C)_{ult}(\sigma_1^T)_{ult}]$, $H_2 = 1/(\sigma_2^T)_{ult} - 1/(\sigma_2^C)_{ult}$, $H_{22} = 1/[(\sigma_2^C)_{ult}(\sigma_2^T)_{ult}]$, $H_6 = 0$, $H_{66} = 1/(\tau_{12})_{ult}^2$ e $H_{12} = 1/2 \sqrt{1/[(\sigma_1^C)_{ult}(\sigma_1^T)_{ult}(\sigma_2^C)_{ult}(\sigma_2^T)_{ult}]}$. Também ult representa o valor experimental último para as tensões normais 1 e 2 e cisalhantes τ_{12} na direção da fibra para T, tração e C, compressão. Na verdade para um determinado estado de tensões no sistema de coordenadas da lâmina, o fator de segurança λ pode ser calculado para um estado de tensões proporcional obtido pela solução da equação de 2º. Grau:

$$\lambda^2(H_{11}\sigma_1^2 + H_{22}\sigma_2^2 + H_{66}\tau_{12}^2 + 2H_{12}\sigma_1\sigma_2) + \lambda(H_1\sigma_1 + H_2\sigma_2 + H_6\tau_{12}) - 1 = 0 \quad (14)$$

Em se tratando do critério de falha de laminados, se isto ocorrer em alguma lâmina (qualquer que seja ela, *First Ply Failure*), então considera-se o laminado falhado. O menor valor,

dentre todos para cada lâmina, avaliados no seu topo e base, será o valor do fator de segurança $\lambda = \min(\lambda_1, \dots, \lambda_{2nc})$ do laminado, sendo valores menores que 1, indicação de falha para aquele carregamento e estado de tensão. Quanto maior λ , mais seguro está o laminado para a ocorrência da falha em alguma lâmina.

3.4.2 Carga limite de Flambagem

Segundo Bharambe e Kulkarni (2017), determinar a capacidade de carga de flambagem de uma placa composta sob cargas compressivas no plano é essencial para o projeto de estruturas compostas. A flambagem pode produzir a falha prematura da estrutura. Para uma placa composta simplesmente suportada submetida à carga biaxial compressiva no plano, o fator de carga flambagem pode ser calculado da seguinte forma:

$$\lambda^{m,n} = \left[\frac{D_{11}m^4 + 2(D_{12} + 2D_{66})m^2n^2(a/b)^2 + 2D_{22}n^4(a/b)^4}{m^2N_x + n^2(a/b)^2N_y} \right] \quad (15)$$

onde, a e b são as dimensões do laminado, N_x e N_y as forças normais por unidade de comprimento no plano do laminado nas direções x e y . m e n são os números de onda (inteiros) que deverão ser varridos (p.e. 1 a 4) para obter o menor fator de carga de flambagem dentre todos os valores $\lambda = \min(\lambda^{m,n})$ com $m, n = 1, \dots, 4$. O valor λ é adimensional e corresponde ao fator que, multiplicado igualmente aos desforços atuantes, faria o laminado flambar em uma determinada forma. Obviamente quanto maior for este fator, mais difícil será a ocorrência da flambagem. Valores menores que um indicarão a falha por flambagem para o carregamento atual. Este modelo de cálculo simples foi escolhido devido a sua rapidez na avaliação de carga de flambagem o que é essencial para as otimizações que estão por vir.

3.4.3 Frequências Naturais

De acordo com Luo et al. (2015), as frequências naturais de vibração de uma placa de compósito simplesmente apoiada podem ser avaliadas como:

$$(\omega^2)^{m,n} = \frac{\pi^4}{\rho h} [D_{11}(m/a)^4 + 2(D_{12} + 2D_{66})(m/a)^2(n/b)^2 + D_{22}(n/b)^4] \quad (16)$$

sendo ρ a densidade do laminado, h a sua espessura total. m e n tem o mesmo significado anterior, assim como a e b . Em geral, a primeira frequência natural é a de maior interesse, de forma que tem-se que varrer os valores de m e n , e ficar com o menor valor, $\omega_1^2 = \min[(\omega^2)^{m,n}]$, e neste trabalho adotou-se $m, n = 1, \dots, 4$.

4 EXPERIMENTOS NUMÉRICOS

4.1 Otimização mono-objetivo para maximização do fator de carga flambagem λ

Este exemplo se baseia no exemplo de Bharambe e Kulkarni, 2017. Em seu artigo, são analisadas cargas de flambagem de placas de materiais compósitos pelo Ansys e pelo software Optistruct além de descrever ensaios experimentais das referidas placas sob diversas condições de contorno. Busca-se a configuração ótima da orientação das lâminas que maximiza a carga de flambagem de placas de laminados compósitos, obtida por Karakaya e Soykasap, 2009. O exemplo consta da placa LC2 que contém 64 lâminas de grafite-epóxi. As propriedades utilizadas para este exemplo estão na Tabela 1.

Tabela 1 – Propriedades Elásticas para o material composto no exemplo 4.1.

| Propriedades Elásticas | Valores | Unidades |
|------------------------|---------|----------|
| E_{11} | 127,6 | GPa |
| E_{22} | 13,0 | GPa |
| G_{12} | 6,4 | GPa |
| ν_{12} | 0,3 | - |

O laminado é simétrico e construído em *cross-ply*, sendo sua espessura total de 8,128 mm. A placa é simplesmente apoiada nos 4 bordos, com dimensões $a = 50.8$ mm e $b = 50.8$ mm e carga biaxial de $N_x = 1$ N/m e $N_y = 1$ N/m. A solução ótima encontrada por Karakaya e Soykasap, 2009 é $[\pm 45_{16}]_s$ com fator de carga de flambagem de $\lambda = 242823,1$. Utilizando o software Ansys, Bharamble e Kulkarni, para a mesma configuração ótima encontram $\lambda = 247942,0$.

Para resolver o problema usou-se o algoritmo DE, assumindo 16 orientações de fibra discretas como variáveis de projeto $[\pm\theta_1 \dots \pm\theta_{16}]_s$ e parâmetros heurísticos: $n=10$, $CR=0,8$, $F=1,3$, número máximo de iterações de 500. Para as variáveis de projeto assumiu-se como restrições laterais $\theta_i \in \{0^\circ 30^\circ 45^\circ 60^\circ 90^\circ\}$, escolhidos desta forma a fim de se comparar com o trabalho da literatura. O resultado obtido foi $[\pm 45_{16}]_s$ que resulta em $\lambda = 242844,36$ que é a mesma orientação encontrada por Karakaya e Soykasap, 2009. A Figura 2 traz o resultado obtido para variáveis de projeto e função objetivo.

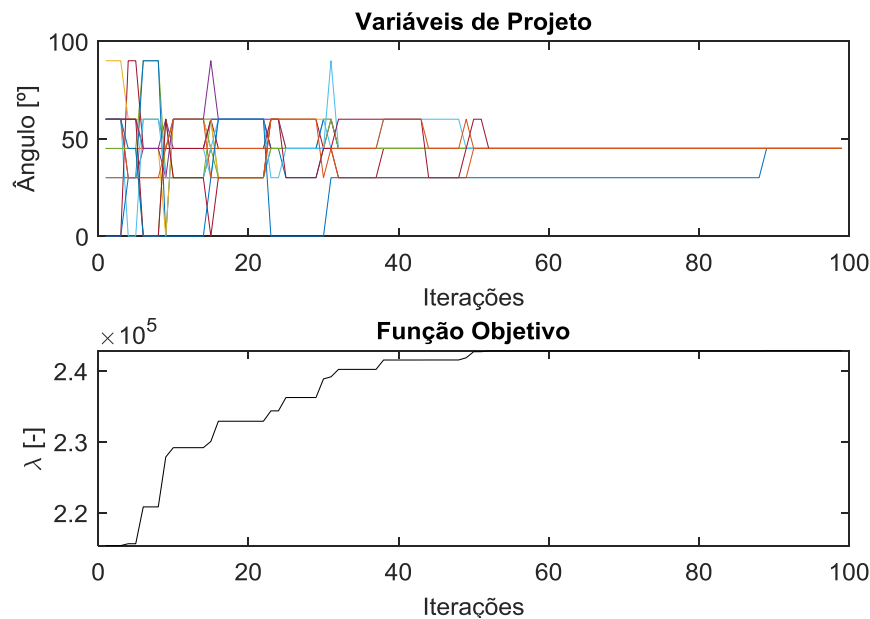


Figura 2 – Resultado obtido para maximização da carga de flambagem de placa laminada. (Fonte: Próprio autor.)

4.2 Otimização mono-objetivo para maximização da 1ª frequência natural ω_1

O segundo exemplo se baseia no exemplo de Roque, 2018 e Serhat e Basdogan, 2019. Trata-se da maximização da 1ª frequência natural ω de uma placa simplesmente apoiada de laminado composto de grafite-epóxi de 8 lâminas. As propriedades utilizadas para este exemplo estão na Tabela 2. A espessura total do laminado é de $h = 10$ mm. A densidade é de $\rho = 1450$ kg/m³. A placa tem dimensões $a = 100$ mm e $b = 100$ mm.

Tabela 2 – Propriedades Elásticas para o material composto no exemplo 4.2.

| Propriedades Elásticas | Valores | Unidades |
|------------------------|---------|----------|
| E_{11} | 138 | GPa |
| E_{22} | 8,9 | GPa |
| G_{12} | 7,1 | GPa |
| ν_{12} | 0,3 | - |

Para efeitos de comparação será utilizada a frequência normalizada, como indicado no referido trabalho: $\Omega = \omega a^2 \sqrt{\rho / (E_{22} h^3 / 12 (1 - \nu_{12} \nu_{21}))}$. O problema é tratado como de 8 variáveis discretas de projeto com restrição lateral para os ângulos $-90^\circ \leq \theta_i \leq 90^\circ$, com variação de 5° de incremento. A melhor solução encontrada por Roque, 2018 e Narita, 2003 foram respectivamente $[-45^\circ/45^\circ/45^\circ/45^\circ]_s$ com $\Omega = 53,77$ e $[45^\circ/-45^\circ/-45^\circ/-45^\circ]_s$ com $\Omega = 56,32$. A pequena diferença atribuída à teoria utilizada para a simulação (FSDT em Roque, 2018 e CPLT em Narita, 2003).

Para resolver o problema usou-se o algoritmo DE, assumindo 8 orientações de fibra discretas como variáveis de projeto $[\theta_1 \dots \theta_8]_s$ e parâmetros heurísticos: $n=10$, $CR=0,8$, $F=1,3$, número máximo de iterações de 500. O resultado obtido foi $[-45^\circ/45^\circ/45^\circ/45^\circ]_s$ com $\Omega = 54,082$ melhor que o resultado de Roque, 2018, mas inferior ao resultado de Narita, 2003. Na verdade, observando os resultados da população final do algoritmo, outras orientações também resultavam em frequência adimensional Ω igual à encontrada, como, por exemplo, $[45^\circ/-45^\circ/-45^\circ/-45^\circ]_s$ ou $[-45^\circ/45^\circ/-45^\circ/45^\circ]_s$, indicando ser este problema multimodal (possui mais de 1 ótimo). Na Figura 3 indica-se o resultado ao longo das iterações para orientação das fibras e função objetivo.

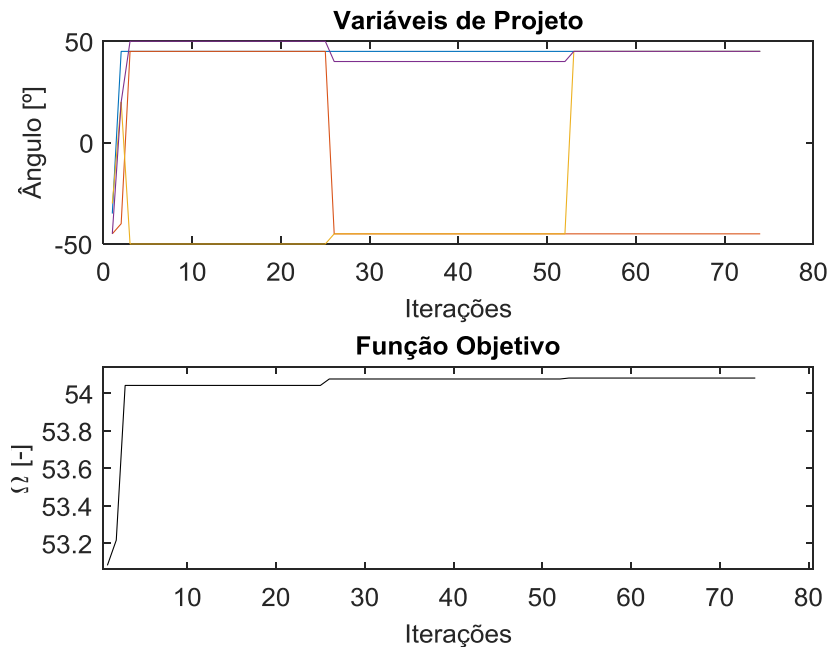


Figura 3 – Resultado obtido para maximização da 1ª. frequência natural de placa laminada. (Fonte: Próprio autor.)

4.3 Otimização multiobjetivo para Maximização do fator de carga de Flambagem, 1ª. Frequência Natural e Coeficiente de segurança Tsai-Wu

Neste exemplo, será feita a otimização multiobjetivo de um laminado composto de grafite-epóxi (12 lâminas) para funções objetivo (a) maximização do coeficiente de segurança para Tsai-

Wu, (b) maximização da primeira frequência fundamental e (c) maximização do fator de carga de flambagem. Será empregada uma placa simplesmente apoiada nos 4 bordos, com as propriedades utilizadas para este exemplo na Tabela 3. As dimensões da placa são: $a = 100$ mm e $b = 100$ mm e espessura total do laminado de $h = 1$ mm. As tensões limites para o material Grafite-Epóxi para o critério de falha de Tsai-Wu são: $(\sigma_1^T)_{ult} = 1,5$ GPa, $(\sigma_1^C)_{ult} = 1,5$ GPa, $(\sigma_2^T)_{ult} = 40$ MPa, $(\sigma_2^C)_{ult} = 246$, MPa $(\tau_{12})_{ult} = 68$ MPa. Assumiu-se uma carga biaxial de compressão de $N_x = 1000$ N/m e $N_y = -2000$ N/m.

Tabela 3 – Propriedades do material composto no exemplo 4.3.

| Propriedades do Material | Valores | Unidades |
|--------------------------|---------|-------------------|
| E_{11} | 138 | GPa |
| E_{22} | 8,9 | GPa |
| G_{12} | 7,1 | GPa |
| ν_{12} | 0,28 | - |
| ρ | 1380,0 | kg/m ³ |

Para resolver o problema usou-se o algoritmo *paretosearch*, assumindo orientações de fibra e 3 variáveis de projeto de forma que tem-se o laminado de 12 camadas como $[\pm\theta_1, \pm\theta_2 \pm\theta_3]_S$ e o número máximo de avaliações da função objetivo de 1×10^4 . Assumiu-se restrição lateral para os ângulos no intervalo $-90^\circ \leq \theta_i \leq 90^\circ$. Nas Figuras 4 e 5 estão os resultados para as fronteiras de Pareto e variáveis de projeto correspondentes. O tempo computacional para a análise deste caso foi de cerca de 50 segundos.

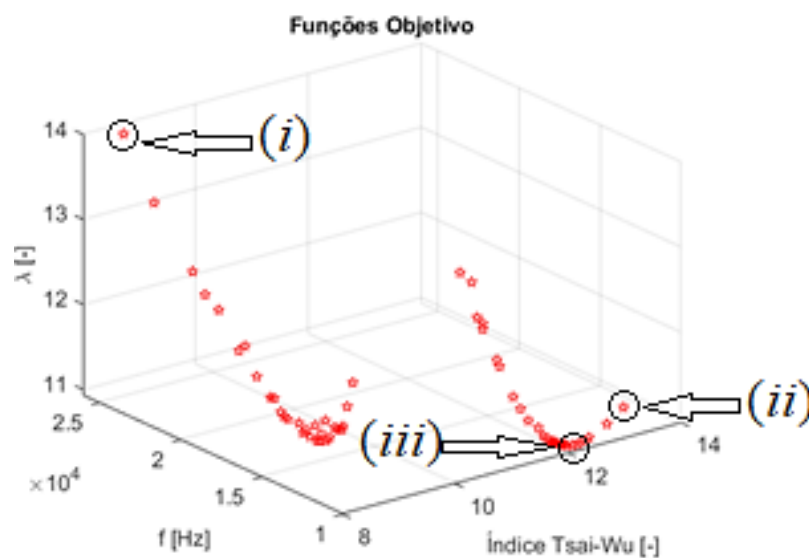


Figura 4 – Fronteira de Pareto para otimização multiobjetivo de placa laminada. (Fonte: Próprio autor.)

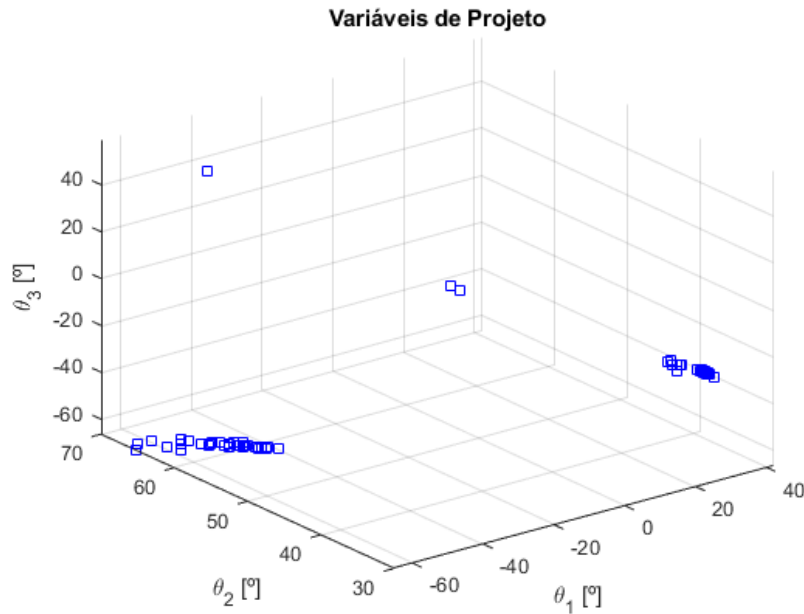


Figura 5 – Variáveis de Projeto para otimização multiobjetivo de placa laminada. (Fonte: Próprio autor.)

Para avaliar-se os extremos da função objetivo da solução obtida a seguir listam-se os resultados dos extremos da fronteira de Pareto. (i) Mínimo Tsai-Wu, máxima frequência natural e máximo fator de carga de flambagem. (ii) Máximo Tsai-Wu, mínima frequência natural e fator de carga de flambagem intermediário. (iii) Tsai-Wu intermediário, frequência natural intermediária e mínimo fator de carga de flambagem. Os índices i representam os mesmo pontos extremos em cada um dos casos estudados. Para o caso A, proposto nesta seção, é o proposto no início do estudo. Os valores encontrados para as 3 variáveis θ_n e as 3 funções objetivo $f_n(\mathbf{x})$ se encontram na Tabela 4, o programa foi executado 5 vezes, e se obteve uma média das respostas. Para facilitar a interpretação visual das tabelas, a cor vermelha representa um máximo, a verde um mínimo e a amarela um valor intermediário.

Tabela 4 – Resultados função objetivo para pontos extremos caso A.

| Ponto | Orientações [°] | $f_1(\mathbf{x})$ [-] | $f_2(\mathbf{x})$ [Hz] | $f_3(\mathbf{x})$ [-] |
|-------|--|-----------------------|------------------------|-----------------------|
| (i) | $\theta_1 = +68,620$ $\theta_2 = -69,801$ $\theta_3 = -69,162$ | 8,6783 | 31729,84 | 15,604 |
| (ii) | $\theta_1 = +37,254$ $\theta_2 = -35,276$ $\theta_3 = +34,872$ | 12,965 | 10268,51 | 11,373 |
| (iii) | $\theta_1 = +39,662$ $\theta_2 = -37,984$ $\theta_3 = +37,157$ | 12,242 | 10565,75 | 10,944 |

A fim de se obter resultados para diferentes casos e avaliar os resultados obtidos no algoritmo de otimização multiobjetivo foram avaliados casos que possuíssem parâmetros de entrada do problema diferentes. No caso B, a dimensão a foi substituída pelo valor de 200 mm. Neste e nos demais casos os outros parâmetros são mantidos inalterados. Os resultados obtidos para o caso B se encontram na Tabela 5. Para o estudo do caso C igualou-se $a = 300$ mm e os valores se encontram na Tabela 6. Por fim, no caso de estudo D, a matriz na qual se foram estabelecidas 3 variáveis de projeto foi substituída por uma matriz simétrica $[\theta_1, \theta_2, \theta_3, \theta_4, \theta_5, \theta_6]_S$ e o algoritmo teria 6 variáveis de projeto para otimizar antes de obter as novas fronteiras de Pareto. Os resultados para o

caso D se encontram na Tabela 7. As curvas de Pareto para os casos B a D se encontram no Apêndice e são respectivamente as figuras A.1, A.2 e A.3.

Tabela 5 – Resultados função objetivo para pontos extremos caso B.

| Ponto | Orientações[°] | $f_1(\mathbf{x})$ [-] | $f_2(\mathbf{x})$ [Hz] | $f_3(\mathbf{x})$ [-] |
|-------|--|-----------------------|------------------------|-----------------------|
| (i) | $\theta_1 = -69,594$ $\theta_2 = -71,059$ $\theta_3 = +70,767$ | 8,680 | 34082,37 | 16,400 |
| (ii) | $\theta_1 = +36,730$ $\theta_2 = +34,949$ $\theta_3 = -35,313$ | 13,071 | 10286,31 | 11,346 |
| (iii) | $\theta_1 = -39,837$ $\theta_2 = +37,918$ $\theta_3 = -37,204$ | 12,197 | 10587,18 | 10,934 |

Tabela 6 – Resultados função objetivo para pontos extremos caso C.

| Ponto | Orientações[°] | $f_1(\mathbf{x})$ [-] | $f_2(\mathbf{x})$ [Hz] | $f_3(\mathbf{x})$ [-] |
|-------|--|-----------------------|------------------------|-----------------------|
| (i) | $\theta_1 = +67,965$ $\theta_2 = -69,022$ $\theta_3 = -68,994$ | 8,688 | 30579,56 | 15,258 |
| (ii) | $\theta_1 = +36,694$ $\theta_2 = +34,600$ $\theta_3 = +34,318$ | 13,154 | 10242,91 | 11,339 |
| (iii) | $\theta_1 = +39,618$ $\theta_2 = +37,789$ $\theta_3 = +37,157$ | 12,243 | 10542,80 | 10,93 |

Tabela 7 – Resultados função objetivo para pontos extremos caso D.

| Ponto | Orientações[°] | $f_1(\mathbf{x})$ [-] | $f_2(\mathbf{x})$ [Hz] | $f_3(\mathbf{x})$ [-] |
|-------|--|-----------------------|------------------------|-----------------------|
| (i) | $\theta_1 = +67,465$ $\theta_2 = +69,009$ $\theta_3 = +68,343$ $\theta_4 = +77,812$ $\theta_5 = +99,375$ $\theta_6 = -25,312$ | 8,690 | 29723,80 | 14,961 |
| (ii) | $\theta_1 = +37,907$ $\theta_2 = -35,902$ $\theta_3 = +35,480$ $\theta_4 = -18,224$ $\theta_5 = -75,086$ $\theta_6 = -32,874$ | 12,762 | 10287,41 | 11,092 |
| (iii) | $\theta_1 = -39,778$ $\theta_2 = +37,870$ $\theta_3 = +37,190$ $\theta_4 = -61,447$ $\theta_5 = +89,288$ $\theta_6 = +89,887$ | 12,210 | 10573,80 | 10,934 |

Nota-se que em todos os dados apresentados nas tabelas anteriores, os pontos (i), (ii) e (iii) são representativos dos extremos encontrados nas Fronteiras de Pareto, já que possuem sempre algum máximo e/ou mínimo para cada uma das funções objetivo. Percebe-se também que do caso C para D (Tabela 6 e Tabela 7), quando se permitiu maior liberdade para os ângulos das camadas (não necessariamente simétricas aos pares), os ganhos das funções objetivo foram mínimos, apresentando praticamente os mesmos resultados para um caso (caso D), mais complexo em termos de otimização (6 variáveis de projeto).

Para que possam ser melhor comparados os resultados para cada uma das funções objetivo, foram expostos os valores de máximo para cada uma das funções objetivo nos 4 casos e partindo da variação de cada um deles em relação ao caso A. Os respectivos desvios de cada uma das mesmas se encontra logo abaixo ao valor absoluto de cada uma das $f_n(\mathbf{x})$. Este comparativo se encontra na Tabela 8 abaixo. Os valores de variação foram obtidos a partir da equação $\frac{f_1 - f_n}{f_1} * 100$.

Tabela 8 – Comparativo das funções objetivo para os estudos de caso.

| | A | B | C | D |
|------------------------|----------|----------|----------|----------|
| $f_1(\mathbf{x})$ [-] | 12,965 | 13,071 | 13,154 | 12,762 |
| Variação | 0,00% | -0,82% | -1,46% | 1,57% |
| $f_2(\mathbf{x})$ [Hz] | 31729,84 | 34082,37 | 30579,56 | 29723,80 |
| Variação | 0,00% | -7,41% | 3,63% | 6,32% |
| $f_3(\mathbf{x})$ [-] | 15,604 | 16,400 | 15,258 | 14,961 |
| Variação | 0,00% | -5,10% | 2,22% | 4,12% |

Para cada um dos casos, o código foi executado uma única vez, sem ser considerada qualquer diferença de resultado que pode ser causada pela variância do método de otimização.

5 CONCLUSÕES

Foram desenvolvidos neste trabalho algoritmos para avaliação das frequências naturais, tensões internas e fator de carga de flambagem para materiais compósitos baseado na teoria do CLT. Partiu-se de exemplos monoobjetivos otimizados pelo DEA e validando-os com dados da literatura mostrando resultados muito similares. Posteriormente foi expandido para exemplos multiobjetivos onde estudos paramétricos foram traçados.

O estudo demonstra que as escolhas de orientação da fibra possuem impacto direto nos coeficientes estabelecidos nas funções objetivos. É possível que o compósito seja projetado de forma a resistir às condições dinâmicas, de resistência e de flambagem específicas da aplicação. O estudo também prevê que as dimensões e restrições de variáveis apresentaram pouco impacto nos resultados, todos possuem variações dentro de um valor absoluto inferior a 7,5% do resultado do primeiro estudo. Percebe-se observando as tabelas dos casos apresentados que a orientação final das fibras das mais externas para as mais internas resultou em valores de ângulo muito próximos (caso C ponto i [$+67,965^\circ, -67,965^\circ, -69,022^\circ, +69,022^\circ, -68,994^\circ, +68,994^\circ$]_s e para o caso D ponto i [$+67,465^\circ, +69,009^\circ, +68,343^\circ, +77,812^\circ, +99,375^\circ, -25,312^\circ$]_s). Por conta da natureza dos testes numéricos, o programa utiliza valores diferentes a cada vez que é executado, portanto os resultados podem apresentar pequenas variações e desprezíveis para fins de resultados práticos. Dentro das respostas obtidas também é pertinente observar-se que este trabalho é limitado a matrizes simétricas e que nesta versão do algoritmo o resultado é iterado 1×10^4 vezes, não apresentando grandes variações neste intervalo, e não havendo diferenças importantes quando testado para um número de repetições superior que envolveu tempos maiores no processamento.

Em uma proposta de seguimento para este estudo seria variar a quantidade e a espessura das camadas, avaliando o impacto das mesmas nas funções objetivo, assumindo estes parâmetros como variáveis de projeto. Este trabalho foi realizado inteiramente de forma computacional, uma avaliação experimental em um ambiente controlado seria um bom complemento para o estudo e agregaria mais confiabilidade aos resultados obtidos de forma puramente numérica. Também é recomendado que estudos seguintes avaliem flutuações nos resultados ótimos, pois o método numérico pode apresentar variações independentes da mudança dos parâmetros.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ARORA, J. S. **Introduction to Optimum design**. Cambridge, Ma, USA, Academic Press. 896p. 2011.

AYDIN, L.; ARTEM, H. S. Multiobjective Genetic Algorithm optimization of the composite laminates as a satellite structure material for coefficient of thermal expansion and elastic modulus, **2009 4th International Conference on Recent Advances in Space Technologies**, 2009, pp. 114-119, doi: 10.1109/RAST.2009.5158179.

BHARAMBE, P.; KULKARNI, N. S. Buckling Load Maximization of Laminated Composite Plates. **International Journal of Engineering Science and Computing**, V. 7, No.7, 2017.

CUSTÓDIO, A. L., MADEIRA, J. F. A., VAZ, A. I. F., VICENTE, L. N. Direct Multisearch for Multiobjective Optimization. **SIAM Journal of Optimization**. 2011. Vol. 21, No. 3, pp. 1109–1140.

GILLET, A.; FRANCESCATO, P.; SAFFRE, P. Single- and Multi-objective Optimization of Composite Structures: The Influence of Design Variables. **Journal of Composite Materials**, Vol. 44, No. 4, 2009.

KARAKAYA, S.; SOYKASAP, Ö. (2009). Buckling optimization of laminated composite plates using genetic algorithm and generalized pattern search algorithm. *Struct Multidisc Optim.* 39:477-486, 2009. doi: 10.1007/s00158-008-0344-2

KAW, A. K. **Mechanics of Composite Materials**. Boca Raton, Florida, USA, CRC-Press; Taylor & Francis Group, LLC, 2ª Edição, 2006.

LUO, Y.; HONG, M.; LIU, Y. Analytical Solutions to the Fundamental Frequency of Arbitrary Laminated Plates under Various Boundary Conditions. **Journal of Marine Science and Application** 14: 46-52, 2015.

MATLAB. **Matrix Laboratory**, 2012. Version 6.0 (R2012b), Natick, Massachusetts: The MathWorks Inc.

ROQUE, C. M. C.; MARTINS, P. A. L. S. Maximization of fundamental frequency of layered composites using differential evolution optimization. **Composite Structures**. 2018. Vol. 183 pp 77-83, ISSN 0263-8223.

SANTANA, T. B., **Modelos substitutos com amostras de preenchimento aplicados à confiabilidade de materiais compósitos**. Trabalho de conclusão de curso, Departamento de Engenharia Mecânica, UFRGS, Porto Alegre. 2021.

SERHAT, G.; BASDOGAN, I. Multi-objective optimization of composite plates using lamination parameters. **Materials & Design**, Vol.180, 2019, doi: 107904, ISSN 0264-1275.

TETERS, G. A.; KREGERS, A. F. Multi-objective optimization of composite structures. A Review. **Mechanics of Composite Material**. V. 32, No.3, 1996.

APÊNDICE

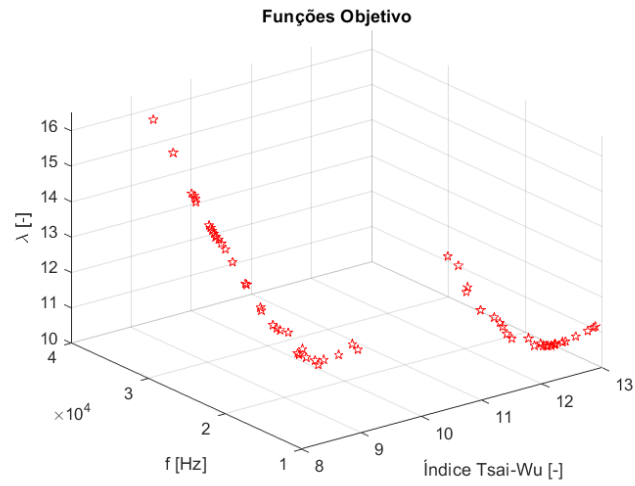


Figura A.1 – Fronteira de Pareto para caso B. (Fonte: Próprio autor.)

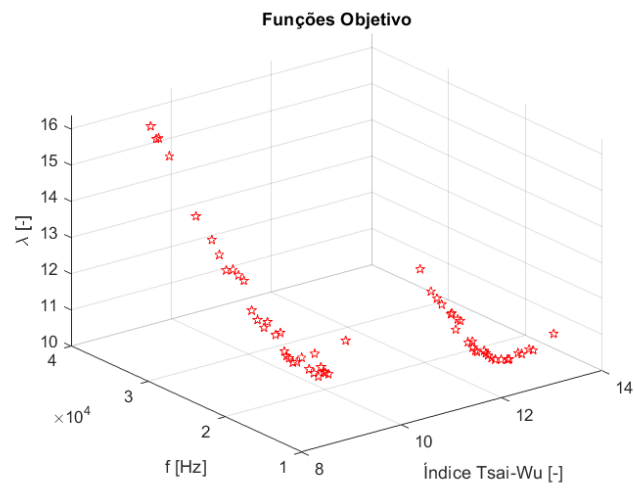


Figura A.2 – Fronteira de Pareto para caso C. (Fonte: Próprio autor.)

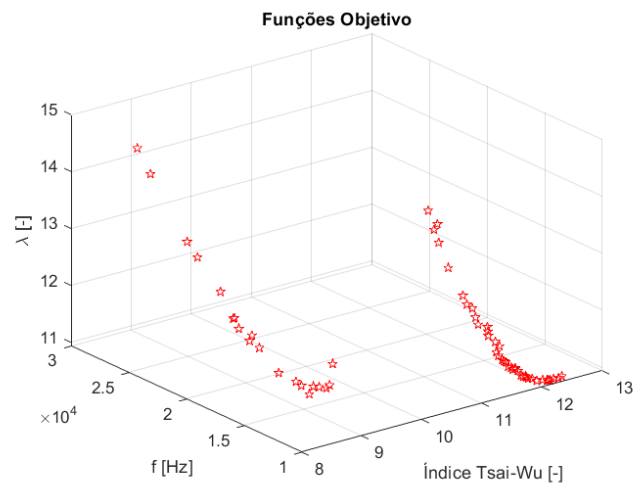


Figura A.3 – Fronteira de Pareto para caso D. (Fonte: Próprio autor.).

ANEXOS



Figura A.4 Cargueiro KC-390 da Embraer. (Fonte: Wikipedia).

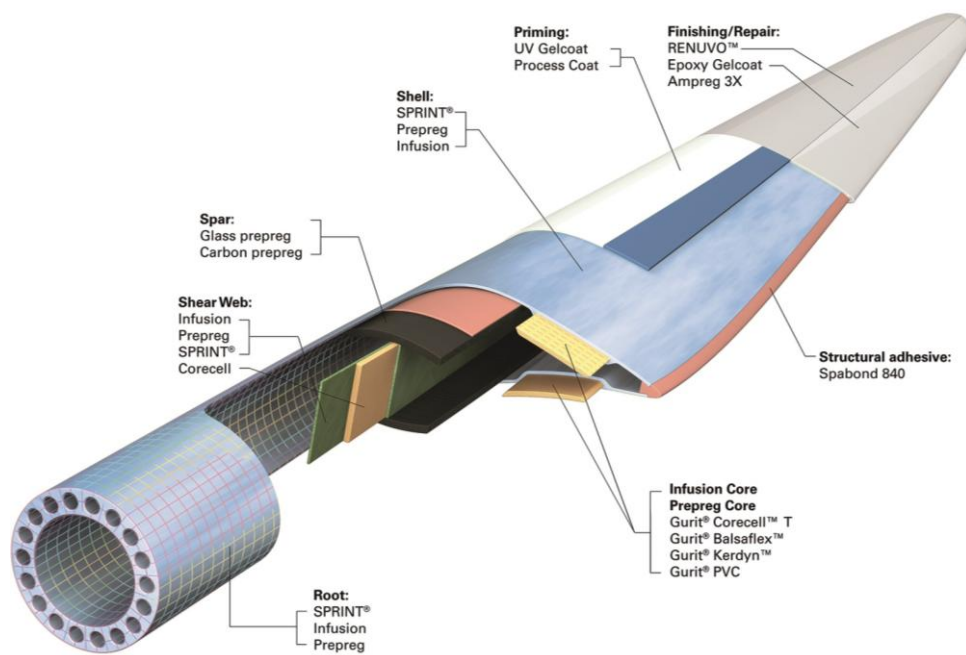


Figura A.5 Componentes de uma pá de turbina de aerogerador. (Fonte: Wikipedia).