UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL ESCOLA DE ENGENHARIA - CURSO DE ENGENHARIA MECÂNICA TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO

PROJETO VOLTADO À MANUFATURA ADITIVA UTILIZANDO IMPRESSÃO 3D SLA E OTIMIZAÇÃO TOPOLÓGICA

por

Henrique Gomes Dadda

Monografia apresentada ao Departamento de Engenharia Mecânica da Escola de Engenharia da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, como parte dos requisitos para obtenção do diploma de Engenheiro Mecânico.

DADOS INTERNACIONAIS DE CATALOGAÇÃO

Dadda, Henrique Gomes PROJETO VOLTADO À MANUFATURA ADITIVA UTILIZANDO IMPRESSÃO 3D SLA E OTIMIZAÇÃO TOPOLÓGICA / Henrique Gomes Dadda. -- 2021.

30 f.

Orientador: Daniel Milbrath De Leon.

Trabalho de conclusão de curso (Graduação) -- Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Escola de Engenharia, Curso de Engenharia Mecânica, Porto Alegre, BR-RS, 2021.

1. Manufatura Aditiva. 2. Impressão 3D SLA. 3. Otimização Topológica. 4. Restrição de Tensão. I. De Leon, Daniel Milbrath, orient. II. Título.

Henrique Gomes Dadda

PROJETO VOLTADO À MANUFATURA ADITIVA UTILIZANDO IMPRESSÃO 3D SLA E OTIMIZAÇÃO TOPOLÓGICA

ESTA MONOGRAFIA FOI JULGADA ADEQUADA COMO PARTE DOS REQUISITOS PARA A OBTENÇÃO DO TÍTULO DE ENGENHEIRO MECÂNICO

APROVADA EM SUA FORMA FINAL PELA BANCA EXAMINADORA DO CURSO DE ENGENHARIA MECÂNICA

Prof. Dr. Cirilo Seppi Bresolin Coordenador(a) do Curso de Engenharia Mecânica

Áreas de concentração: Mecânica dos Sólidos

Orientador: Prof. Dr. Daniel Milbrath de Leon

Comissão de Avaliação:

Prof. Daniel Milbrath de Leon

Prof. Jakson Manfredini Vassoler

Prof. Herbert Martins Gomes

DEDICATÓRIA

Dedico a minha mãe, a meu pai e a meu irmão pelo apoio incondicional, pelos exemplos de dedicação e por todos os sacrifícios feitos para construir o caminho que me trouxe até aqui.

AGRADECIMENTOS

Aos colegas e professores da UFRGS, pelos ensinamentos que tornaram a apresentação desse trabalho possível.

Ao LAMECC e Brasilata S.A., por proporcionar oportunidades de aplicar meus conhecimentos na prática.

Ao GMAp, por disponibilizar suas dependências para realização deste trabalho.

Aos integrantes do GMAp, técnico Rodrigo Rodrigues de Barros, pós-doc Leonel Echer e doutorando Boris Nahuel Rojo Tanzi, pelo apoio nos testes realizados e na fabricação dos componentes estudados nesse trabalho.

Aos amigos e familiares, pelo apoio e contribuições para o desenvolvimento deste trabalho.

Engineering is the art of modelling materials we do not wholly understand, into shapes we cannot precisely analyze, so as to withstand forces we cannot properly assess, in such a way that the public has no reason to suspect the extent of our ignorance.

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL ESCOLA DE ENGENHARIA - CURSO DE ENGENHARIA MECÂNICA TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO – 2021

PROJETO VOLTADO À MANUFATURA ADITIVA UTILIZANDO IMPRESÃO 3D SLA E OTIMIZAÇÃO TOPOLÓGICA

Dadda, Henrique Gomes

Henriquegdadda@gmail.com

Resumo. Manufatura aditiva conquista cada vez mais espaço dentro da indústria e, aliada a potentes ferramentas de projeto, estimula a produção de componentes mecânicos com geometrias cada vez mais arrojadas visando o melhor aproveitamento de recursos. Todavia, alguns fatores limitam a aplicação de tais métodos, principalmente no que diz respeito à dificuldade técnica de prever o comportamento mecânico dos componentes produzidos. Este trabalho propõe e testa uma metodologia para o projeto de componentes mecânicos fabricados por impressão 3D SLA, utilizando o método de otimização topológica para minimização da flexibilidade. O material utilizado é caracterizado por ensaios mecânicos e, por meio da utilização de restrição de tensão no problema de otimização, visa-se viabilizar o projeto. A realização das análises numéricas utilizando o método de elementos finitos e das otimizações é feita utilizando o software comercial ANSYS (versão 19.1). As topologias finais são impressas usando impressão 3D SLA e sujeitas a ensaios mecânicos, reproduzindo as condições de contorno utilizadas no caso numérico, para validar a metodologia. Por meio de exemplos numéricos e experimentais, se mostra a eficiência da metodologia proposta.

Palavras-chave: Manufatura Aditiva, Impressão 3D SLA, Otimização Topológica, Restrição de Tensão

Project focused on additive manufacturing using 3D SLA printing and topology optimization Abstract. Additive manufacturing conquers a bigger participation in the industry and, combined with powerful design tools, encourages the production of mechanical components with bolder geometries aiming to better utilize resources. Nevertheless, its application is still limited by some factors, mostly regarding the technical difficulty to predict the mechanical behaviors of the fabricated components. This paper proposes and tests a design methodology for mechanical components produced by 3D SLA printing, using topology optimization to minimize their compliance. The material used is characterized by tensile tests and through the application of a stress constrain in the optimization problem, it is intended to qualify the project. The numerical simulations using the finite element method and the topology optimizations are performed utilizing the commercial software ANSYS (release 19.1). The final topologies are printed by 3D SLA printing and subjected to mechanical tests, reproducing the boundary conditions of the numerical case, to validate the methodology. Through numerical and experimental examples, the efficiency of the proposed methodology is shown.

Keywords: Additive Manufacturing, SLA 3D Printing, Topology Optimization, Stress Constrain

NOMENCLATURA

Símbolos		
e	Subscrito que indica o elemento	
E	Módulo de elasticidade	[MPa]
E_{sec}	Módulo secante	[MPa]
f	Fração volumétrica prescrita	
F	Vetor de forças em cada grau de liberdade da malha de elementos finitos	[<i>N</i>]
${g}_0$	Função objetivo para uma dada variável de projeto \boldsymbol{x}	
k_e	Matriz de rigidez para elemento \boldsymbol{e}	[N/m]
K	Matriz de rigidez global	[N/m]
n	Número de elementos utilizados para discretizar o domínio	
u_e	Vetor de deslocamento para elemento \boldsymbol{e}	[m]
U	Matriz de deslocamento global	[m]
V_0	Volume do domínio inicial	$[m^3]$
V	Volume da topologia	$[m^3]$
x	Vetor de parâmetros de projeto	
x_{min}	Vetor de valores mínimos para densidade relativa	
$\overline{\sigma}$	Limite supeior de tensão	[MPa]
σ_{rup}	Tensão de ruptura	[MPa]
Letras Gre	egas	
υ	Coeficiente de Poisson do material	
ρ	Densidade do material	$[g/cm^3]$
σ	Tensão	[MPa]
Abreviatur CAD CP GMAP MMA OC OT s. a.	ras e acrômimos Desenho assistido por computador (do inglês, <i>Computer-aided design</i>) Corpo de prova Grupo de Mecânica Aplicada Método das Assíntotas Móveis (do inglês, <i>Method of Moving Asymptotes</i>) Critério de Ótimo (do inglês, <i>Optimality Criteria</i>) Otimização Topológica Sujeito a	

SCP Programação Convexa Sequencial (do ingês, Sequenital Convex Programming)

SIMP Material Sólido Isotrópico com Penalização (do inglês, Solid Isotropic Material with Penalization)

SLA Estereolitografia (do inglês, StereoLithography Apparatus)

UV Radiação ultravioleta

Sumário

NOMENCLATURA	viii
1. INTRODUÇÃO	1
1.1 OBJETIVOS	2
2. ESTADO DA ARTE	2
3. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	4
4. METODOLOGIA	5
4.1 Caracterização do Material	5
4.2 Discretização do problema e otimizações topológicas	6
4.3 Simulação numérica final e ensaio experimental	6
5. RESULTADOS E DISCUSSÃO	6
5.1 Caracterização do material	6
5.2 Discretização do problema e otimizações topológicas	8
5.3 Simulação numérica final	10
5.4 Ensaio experimental	12
6. CONCLUSÃO	14
6.1 Sugestões para trabalhos futuros	15
REFERÊNCIAS	16
APÊNDICE A	19
APÊNDICE B	20

1. INTRODUÇÃO

Tanto na indústria como no ambiente acadêmico, uma área de muito interesse refere-se ao aperfeiçoamento de métodos para o dimensionamento de componentes. O advento de softwares comerciais, que utilizam o método de elementos finitos para analisar tensão e deformação, contribuiu muito com o avanço no projeto de componentes mecânicos. Todavia, o projeto final ainda é fortemente ligado aos conhecimentos prévios do projetista.

A otimização estrutural é um assunto que sempre despertou interesse por possibilitar a redução e o aproveitamento de forma mais eficiente do material utilizado em componentes mecânicos. Os primeiros trabalhos tratando Otimização Estrutural foram realizados em 1872. Entretanto, devido às limitações tecnológicas da época, os trabalhos foram deixados de lado pela inviabilidade de suas fabricações. Com o advento de novas tecnologias, materiais e métodos de fabricação, este ramo da engenharia vem se desenvolvendo rapidamente nas últimas décadas.

Outra área que conquista cada vez mais espaço na indústria e apresenta grande perspectiva de expansão é a manufatura aditiva, principalmente a impressão 3D. Este crescimento, que pode ser observado na Figura 1, se dá principalmente devido ao aperfeiçoamento e ao desenvolvimento de novas técnicas e materiais.

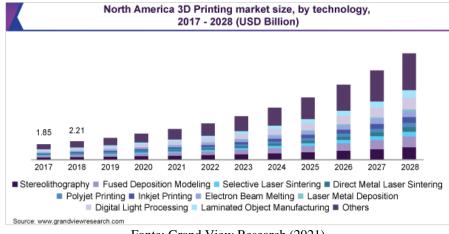


Figura 1- Histórico e projeção do crescimento do market size da impressão 3D.

Fonte: Grand View Research (2021)

Uma das técnicas mais difundidas é a de fabricação por deposição de material fundido, conhecida como FDM (*Fused Depositon Modeling*, na sigla em inglês). Todavia, uma técnica que evolui em um ritmo muito forte é a impressão 3D SLA (*StereoLithography Apparatus*, na sigla em inglês). Este processo é na verdade mais antigo que o FDM. Os primeiros registros sobre esta tecnologia são atribuídos a Hideo Kodama, em 1981, porém a consolidação deste método de impressão, que consiste na utilização de um processo estereolitográfico para solidificar uma resina fotossensível, aconteceu em 1986 com a concessão de uma patente a Charles Hull (Gibson *et al*, 2010).

Como citado, a impressão 3D SLA utiliza um processo estereolitográfico que acontece dentro do tanque da resina. O raio UV "desenha" a camada de impressão através da cura da resina, a plataforma então é movimentada de acordo com a espessura da camada (tipicamente entre 0,05 e 0,1 mm) e uma nova camada é produzida. Este processo se repete até a obtenção da geometria final. Esta geometria, porém, não sai da impressora completamente curada, necessitando assim de um pós-processamento. A Figura 2 apresenta os principais componentes e o esquema geral de funcionamento de uma impressora 3D SLA.

Upside-Down (Inverted) SLA

1 Printed Part
2 Supports
3 Resin
4 Build Platform
5 Laser
6 Galvanometers
7 X-Y Scanning Mirror
8 Laser Beam
9 Resin Tank

Figura 2- Principais componentes e esquema de funcionamento geral de impressoras 3D SLA.

Fonte: Formlabs (2021)

Na impressão 3D SLA a orientação é definida a partir da configuração do CAD dentro do tanque de resina, sendo 0° a configuração paralela ao plano *xz* indicando.

O pós-processamento ocorre após a polimerização do material, a plataforma sobe para fora do tanque e o excesso de resina é drenado. O modelo é então removido da plataforma, retira-se o excesso de resina através de uma lavagem e coloca-o em um compartimento onde ficará exposta a raios UV para a cura final. Este processo de cura pós-impressão permite que os objetos atinjam melhores propriedades mecânicas e tornem mais estáveis.

A impressão 3D SLA permite um alto nível de resolução que pode produzir peças com detalhamento muito superior ao FDM (Finnes, 2015), fazendo com que este método de fabricação venha sendo aplicado na engenharia biomédica e na prototipagem de componentes (Melchels, 2010). Além disso, sua implementação alinhada a métodos de otimização topológica sugere um futuro promissor para a difusão de ambas as tecnologias.

Contudo, para que sua aplicação possa ser estendida para a produção industrial, ainda existem problemas associados ao custo de produção, limitações quanto às dimensões dos componentes produzidos e dificuldade técnica em prever o comportamento mecânico dos componentes impressos. Um dos motivos para tal é que processos de impressão 3D podem gerar peças de mesma geometria com comportamentos mecânicos diferentes devido aos parâmetros adotados na fabricação, fato que, embora exista conteúdo na literatura, há muito espaço para desenvolvimento.

1.1 OBJETIVOS

Considerando o cenário apresentado, este trabalho propõe: realizar o projeto de componentes mecânicos fabricados por impressão 3D SLA utilizando o método de otimização topológica, para minimização de flexibilidade e limite inferior de tensão mecânica máxima; Validação da metodologia adotada através da impressão das geometrias propostas e realização de ensaios mecânicos.

2. ESTADO DA ARTE

Polímeros são materiais que, na maioria das vezes, são de origem orgânica e compostos por hidrocarbonetos. Uma possível classificação para estes materiais é feita segundo seu

comportamento perante uma elevação na temperatura, a qual os divide entre termoplásticos e termorrígidos. Termoplásticos têm estruturas lineares e ramificadas, amolecendo quando aquecidos e endurecendo quando resfriados, em um processo reversível que pode ser repetido. De maneira contrária, polímeros termorrígidos (ou termofixos) irão permanecer rígidos uma vez que foram endurecidos. Suas estruturas apresentam ligações cruzadas e em rede. Entre alguns materiais termorrígidos, pode-se destacar os epóxis, resinas fenólicas e algumas resinas poliéster (Callister e Rethwish, 2018).

É intuitivo pensar que polímeros, de maneira geral, possuam comportamento altamente não linear. No entanto, diversos polímeros disponíveis para impressão possuem comportamento quase linear até sua ruptura. Uma possível classificação para os plásticos se dá quanto ao seu módulo de elasticidade E, sendo que este pode ser um plástico rígido, caso tenha $E > 700 \, MPa$, semirrígido, caso $700 \ge E \ge 70 \, MPa$, ou não-rígido caso apresente $E < 70 \, MPa$ (ASTM D883).

Sanji (2020) conduziu um estudo no qual analisou as propriedades mecânicas de componentes fabricados por impressão 3D SLA em cinco diferentes orientações de impressão. O estudo evidencia que, entre os diversos fatores que influenciam as propriedades mecânicas dos componentes, a orientação de impressão é uma das mais importantes.

Concomitantemente, Shim (2020) analisou, além das propriedades mecânicas de componentes fabricados por impressão 3D SLA, a influência da orientação de impressão em três diferentes orientações na acurácia dimensional, características de superfície e adesão microbiana. Foi concluído que a orientação de impressão tem grande influência nas propriedades do componente final e que é um fator que deve ser cuidadosamente levado em consideração na fabricação.

Zguris (2016), por sua vez, apresentou como as propriedades mecânicas de componentes oriundo da impressão 3D SLA são afetados pelo processo de cura UV.

Bendsøe e Kikuchi (1988) desenvolveram um dos primeiros trabalhos voltados para otimização topológica. Os autores dissertam sobre algumas das limitações da otimização de forma, que geralmente resulta em geometrias finais com topologias equivalentes àquelas da condição inicial, e sobre como este método de otimização, em vários casos, demandava reconstruções da malha para poder realizar a análise de elementos finitos. Estes fatores motivaram o algoritmo desenvolvido pelos autores.

Simultaneamente, foram desenvolvidos trabalhos que trouxeram outras formas de otimização além do método OC (*Optimality Criteria*, na sigla em inglês), desenvolvido por Prager (1968) e utilizado no trabalho de Bendsøe e Kikuchi (1988). Um desses métodos foi o MMA (*Method of Moving Asymptotes*, na sigla em inglês), desenvolvido por Svanberg (1987), que aproxima a solução de um problema não convexo através de aproximações convexas em conjunto com assíntotas móveis para estabilizar ou acelerar a convergência da solução aproximada.

Zillober (1993; 2001; 2002) desenvolveu em seguida o método SCP (Sequenital Convex Programming, na sigla em inglês), o qual é uma extensão do MMA. Este método utiliza as derivadas de todas as funções presentes no problema de otimização topológica. O autor propõe a rejeição de etapas que não levam à solução ótima, a fim de assegurar a convergência do problema de otimização. O teste de admissão é realizado através da implementação de uma função mérito, a qual tem como objetivo medir o progresso e permitir que a função objetivo e as restrições sejam combinadas de uma maneira adequada.

Sigmund (2001) desenvolveu a implementação de um algoritmo para otimização topológica em um código de MATLAB com 99 linhas para fins educacionais. Este trabalho utilizou o método OC junto de um filtro de sensibilidades para impedir a formação de elementos com valores de densidade intermediários. Esse código exemplifica, mesmo que apenas para casos com uma única restrição, como um problema de otimização topológica pode ser

implementado, quebrando alguns conceitos sobre a complexidade de solução de métodos de otimização por gradiente.

Posteriormente, trabalhos focados em criar técnicas auxiliares na solução de problemas de otimização topológica com restrição de tensão foram desenvolvidos (LE *et al.*, 2010; HOLMBERGQUE *et al.*, 2013). Nesses trabalhos são descritos alguns dos métodos apresentados anteriormente em conjunto a um método de penalização de densidades intermediárias, conhecido por SIMP (*Solid Isotropic Material with Penalization*, na sigla em inglês). Esse método auxilia o problema matemático a ficar bem-posto, entretanto, ele favorece o aparecimento de variáveis de projeto entre 0 e 1 - área cinza (BENDSØE; SIGMUND, 2004). Isso deve ser resolvido com uma interpretação dos resultados no pós-processamento.

3. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Dentre as diferentes classificações de um problema de otimização estrutural, a otimização topológica é considerada a forma mais genérica, pois permite que elementos adquiram valores nulos para suas variáveis de projeto e a conectividade dos nós da malha de elementos finitos seja variável. Em contrapartida, otimizações de forma e dimensão exigem a conectividade de todos seus elementos, tornando-se assim menos versáteis frente à otimização topológica. (BENDSØE; KIKUCHI, 1988; BENDSØE; SIGMUND, 2004; CHRISTENSEN; KLARBRING, 2009).

O desenvolvimento das otimizações topológicas no software utilizado, ANSYS 19.1, é feito por meio do método SIMP, onde a abordagem aplicada se baseia na pseudodensidade dos elementos de malha do modelo. Para cada elemento da malha é atribuído uma variável de projeto x_e e que penaliza o módulo de Elasticidade do elemento conforme a equação abaixo:

$$\begin{cases}
E_e = E_{min} + x_e^p (E_0 - E_{min}) \\
s. a.: x_e \in [0,1]
\end{cases}$$
(1)

onde s.a. denota "sujeito a", E_0 é o módulo de elasticidade do material base, E_{min} é um valor mínimo próximo de zero para evitar problemas numéricos e p é um fator de penalização. Para o trabalho será utilizado p=3.

Tratando-se de estruturas rígidas nas quais o objetivo é minimizar a flexibilidade, baseando-se no trabalho de Sigmund (2001), a topologia ótima pode ser definida como aquela que minimiza a função objetivo $g_0(x)$ conforme apresentado na Equação 2.

$$\begin{cases}
\min_{x} : g_{0}(x) = \mathbf{U}^{T} \mathbf{K} \mathbf{U} = \sum_{e=1}^{n} (x_{e})^{p} \mathbf{u}_{e}^{T} \mathbf{k}_{e} \mathbf{u}_{e} \\
s. a. : \frac{V(x)}{V_{0}} = f \\
: \mathbf{K} \mathbf{U} = \mathbf{F} \\
: \sigma_{e}(x) \leq \bar{\sigma} \\
: 0 < \mathbf{x}_{min} \leq \mathbf{x} \leq 1
\end{cases} \tag{2}$$

onde U e F são os vetores de deslocamento e força global, respectivamente, K é a matriz de rigidez global, u_e e k_e são as matrizes de deslocamento e rigidez do elemento e, respectivamente, x é o vetor de variáveis de projeto, x_{min} é o vetor de densidades relativas mínimas (o qual deve ser diferente de zero a fim evitar singularidades), n é o número de elementos utilizados para discretizar o domínio, V(x) e V_0 são o volume do material e volume do domínio, respectivamente, f é a fração volumétrica estabelecida, σ_e é o valor de tensão equivalente (von-Mises) do conjunto de elementos do domínio e $\bar{\sigma}$ é o limite superior de tensão

estabelecido para o problema. Em estudos que, como o presente, tratam de materiais que apresentam densidade constante, pode-se facilmente multiplicar esta por V(x) e V_0 e então utilizar uma fração mássica.

Das diferentes metodologias de solução apresentadas na seção anterior, o otimizador matemático utiliza o método SCP (ANSYS, 2018). As restrições aplicadas no problema são fração volumetria máxima e limite global de tensão equivalente (von-Mises). O problema de restrição de tensão é resolvido através normalização das tensões dos elementos do domínio, e esta norma deve ser mantida abaixo do limite superior de tensão, $\bar{\sigma}$, estipulado. Pode-se ilustrar a ideia geral da restrição de tensão pela Equação 3.

$$\max \sigma_e \le \bar{\sigma} \tag{3}$$

A fim de transformar a desigualdade em um problema diferenciável, utiliza-se a norma p para aproximar o valor máximo de tensão dentro do domínio viável. Desta forma, obtém-se a Equação 4.

$$\max \sigma_e = \|\boldsymbol{\sigma}_D\|_{\infty} \le \|\boldsymbol{\sigma}_D\|_p \tag{4}$$

onde σ_D representa o vetor de todas as tensões dos elementos do domínio. A fim de melhorar a precisão da aproximação, é utilizada a técnica proposta por Le (2010). Nesta, a norma p também é utilizada, porém com o advento de um fator c que depende das iterações anteriores, de maneira a deixar o problema de restrição de tensão mais fácil de ser controlado pelo otimizador. Essa aproximação melhora a precisão bem como as estimativas dos valores de tensão.

4. METODOLOGIA

A metodologia proposta consiste na caracterização do material por meio de ensaios mecânicos, discretização do problema utilizando o método de elementos finitos seguido de simulações numéricas e otimizações topológicas visando obter topologias que minimizam a flexibilidade do problema para as variáveis de projeto adotas, e uma etapa final onde topologias finais serão fabricadas e ensaiadas, a fim de validar a metodologia através de uma comparação entre resultados reais e numéricos.

4.1 Caracterização do Material

Por se tratar de um material não amplamente utilizado e caracterizado na engenharia, parte por ser diretamente influenciado por diversos parâmetros de fabricação conforme apresentado nos estudos descrito na revisão bibliográfica, foram realizados ensaios de tração, a fim de caracterizar o material.

Para este trabalho, os corpos de prova (CPs) foram fabricados pela impressora Creality LD-002H utilizando uma resina disponibilizada pelo GMAp, cujos parâmetros de impressão e processo de cura podem ser conferidos no APÊNDICE A. O processo de impressão foi definido, a partir de um modelo em CAD, no software fornecido juntamente com a impressora. A rigidez do plástico foi definida através de ensaios preliminares e foi concluído que se trata de um plástico rígido (ASTM D883). A geometria utilizada foi a tipo IV e a velocidade de deslocamento da garra recomendada é de 5 *mm/min* (ASTM D638).

Os ensaios de tração foram realizados em 5 corpos de prova respeitando as recomendações da norma ASTM D638. Foi utilizada uma máquina universal de ensaios

Shimadzu AGS-X 250, Célula de carga 1 kN, e um *clip gauge* de abertura máxima 25 mm. Com os dados obtidos, foram aferidas as propriedades do material.

4.2 Discretização do problema e otimizações topológicas

Com as propriedades mecânicas definidas, foi definido o domínio no qual a análise estrutural e otimizações topológicas serão realizadas, além das condições de contorno e das restrições do problema de otimização. Os resultados das otimizações foram exportados para um software de CAD, do próprio ANSYS, no qual pequenos ajustes foram realizados, a fim de simplificar a geometria e remover detalhes indesejados, como concentradores de tensão. Foram então realizadas análises nas topologias finais, das quais os resultados serão comparados com o ensaio mecânico.

4.3 Simulação numérica final e ensaio experimental

A impressão das topologias finais utilizou os mesmos parâmetros adotados para impressão dos corpos de prova, mantendo então consistência com o comportamento do material ensaiado. Ensaios de flexão de três pontos, replicando da melhor forma possível as condições de contorno aplicadas nas simulações numéricas, foram realizados na mesma máquina na qual foi realizado o ensaio de tração. Os resultados do ensaio real foram comparados com os obtidos através das simulações numéricas e serão apresentados na próxima seção.

5. RESULTADOS E DISCUSSÃO

5.1 Caracterização do material

A Figura 3 ilustra o *setup* dos ensaios de tração na máquina onde estes foram realizados e os corpos de prova pós ensaio.

(a) (b)

Figura 3- (a) *Setup* do ensaio de tração; (b) Corpos de prova utilizados.

Fonte: Autor

Percebe-se que as rupturas se deram de forma semelhante em todos os CPs, aos resultados apresentados por Sanji (2020) para as orientações de impressão 0° e 90°. Os resultados dos ensaios de tração do material, para o intervalo capturado pelo *clip gauge*, são apresentados na Figura 4.

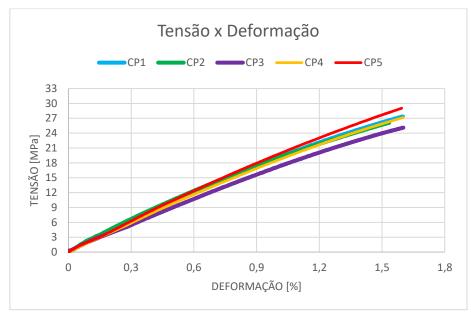


Figura 4- Tensão x Deformação para ensaio de tração realizados.

Fonte: Autor

Ao observar o comportamento da curva tensão x deformação, é intuitivo que se pense em um material não-linear. Todavia, a versão 19.1 do ANSYS não suporta a utilização de um modelo de material não-linear para realização de suas otimizações topológicas utilizando o método de densidades. Portanto, devido às limitações encontradas, foi optado por seguir o modelo sugerido por norma (ASTM D638, A1.3) e aproximar o comportamento do material por um modelo elástico linear utilizando E_{sec} . A Tabela 1 apresenta os valores adotados para caracterizar o material e o desvio padrão, s, referente a cada um destes.

Tabela 1- Valores utilizados para caracterizar o material oriundo do processo de fabricação por impressão 3D SLA.

	Valor médio	S	
$\rho (g/mm^3)$	1,184	-	
E_{sec} (MPa)	2013	223,6	
σ_{rup} (MPa)	34,07	5,25	
ν	0,35	-	

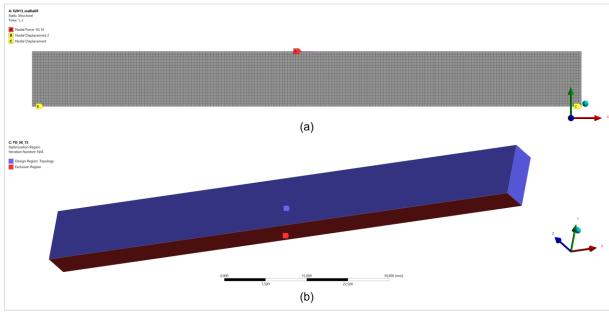
A densidade ρ é informada pelo fornecedor da resina. O coeficiente de Poisson, ν , foi retirado da bibliografia. Foi adotada uma tensão admissível de projeto 15~MPa como a tensão a ser utilizada para o cálculo E_{sec} . Este valor é o mesmo que será utilizado como restrição de tensão global no problema de otimização e esta escolha foi baseada na hipótese de que este subterfúgio manterá a estrutura em um intervalo de trabalho que será suficientemente bem representado pela aproximação linear adotada, ainda que erros são esperados para regiões onde

a estrutura estará sobre uma tensão superior. A tensão de ruptura, σ_{rup} , foi obtida através dos ensaios de tração.

5.2 Discretização do problema e otimizações topológicas

O caso a ser estudo é um viga bi-apoiada, de dimensões $100 \, mm$ de largura, $10 \, mm$ de altura e $5 \, mm$ de espessura. A viga está sob uma carga $F = 50 \, N$ atuando no ponto central. A escolha da geometria foi feita a fim de facilitar a realização dos ensaios de flexão de três pontos. O modelo de elementos finitos foi criado utilizando elementos sólidos hexaédricos de $20 \, nós$ com tamanho de elemento de $0,25 \, mm$. O domínio discretizado possuía $40.000 \, elementos \, e$ $179.061 \, nós$. A Figura 5 ilustra o domínio utilizado e a aplicação das condições de contorno bem como a região excluída das otimizações.

Figura 5- Domínio utilizado no qual se ilustra (a) discretização e aplicação das condições de contorno (b) região de otimização (em azul) e região de exclusão (em vermelho).



Fonte: Autor

O carregamento e as condições de apoio foram distribuídos em uma largura de 2 *mm*, a fim de facilitar a réplica das mesmas condições de contorno no ensaio real a ser realizado. Todas as otimizações topológicas foram realizadas utilizando como função objetivo a minimização da flexibilidade da viga, restrição de tensão equivalente (von-Mises) global de 15 *MPa* e apenas a retenção de massa foi variada. Como região de exclusão, foi a área destacada em vermelho na Figura 5 (b). Esta escolha teve o intuito de facilitar a impressão futura das topologias finais para evitar empenamento de seções durante a cura.

Além disso, as otimizações topológicas tinham número máximo de iterações 1500, fator de penalização p=3, densidade normalizada mínima 0,001 e critério de convergência de 0,05%, conforme sugerido para otimizações que utilizam restrição de tensão (ANSYS, 2018). Além disso, foi utilizada uma restrição de manufatura de extrusão na direção z, forçando então que a topologia otimizada tenha secção constante ao longo do eixo z. Foram realizadas otimizações para três diferentes retenções de massa, as topologias finais já ajustadas e redesenhadas são apresentadas na Figura 6.

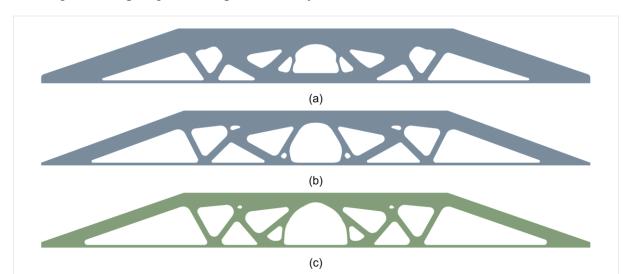


Figura 6- Topologias finais para as retenções de massa (a) 50%, (b) 40% e (c) 35%.

Fonte: Autor

O resultado é muito interessante no que diz respeito a alterações geométricas sofridas para ajustar a geometria à restrição de tensão. Nota-se que as geometrias compartilham de algumas regiões onde sempre há uma concentração maior de material. Além disso, percebe-se que o comportamento de (a), (b) e (c) segue um padrão, sendo que com a diminuição de massa disponível para a obtenção das topologias, há expansão de alguns furos a fim de se reajustar à restrição de tensão. Além disso, a título de curiosidade, foi realizada uma otimização extra na qual foi utilizada a mesma retenção de massa de (c), porém a restrição de tensão foi alterada para 10 MPa. A Figura 7 apresenta o resultado.

Figura 7- Topologias finais para retenção de massa em 35% com restrição de tensão de (a) 15MPa e (b) 10MPa.



Fonte: Autor

Observa-se que utilizando uma restrição de tensão diferente, a geometria passa por alterações mais visíveis, mesmo que alguns pontos continuem recebendo uma "atenção" maior quanto à alocação de massa.

Uma observação importante é sobre o processo de tratamento das topologias. Não é possível realizar análises diretamente nas geometrias oriundas do otimizador pois essas são geradas em formato STL (geometria facetada). Assim, é obrigatório realizar uma etapa de pós processamento, na qual os resultados da otimização são interpretados e as geometrias são redesenhadas. Durante esta etapa, alguns elementos de pseudodensidade intermediárias, entre 0 e 1, podem ser removidos ou adicionados na geometria final. A remoção de elementos de pseudodensidade intermediárias, ou "marginais" conforme intitulado pelo software, pode ocasionar em resultados com variações nos resultados de tensão. Em contrapartida, a adição de elementos intermediários pode ocasionar em elevação na massa final da topologia, como apresentado na Tabela 2.

Tabela 2- Comparação entre massa final alcançada no otimizador e massa da topologia final após etapa de pós-processamento.

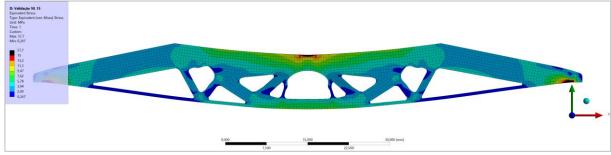
Restrição de Tensão (MPa)	15	15	15	10
Massa da Geometria Final Otimizador (%)	50	40	35	35
Massa da Geometria Final Tratada (%)	56,3	42,4	37,8	36,2

Fica evidente que a retenção de massa final pode apresentar variação frente ao valor desejado, conforme explicado anteriormente. O valor elevado para o caso de retenção de massa de 50% se deve ao fato de que durante o pós-processamento foram adicionados elementos marginais que compunham um reforço na região da peça. O APÊNDICE B ilustra uma comparação entre as topologias resultantes pré e pós processadas na qual a região citada pode ser observada. Outro fator a ser considerado é a suavização da topologia no pós-processamento, que deve ser realizado cuidadosamente, a fim de não descaracterizar a topologia obtida ao final da otimização e então retroceder frente à otimização proposta.

5.3 Simulação numérica final

As topologias finais tratadas foram fabricadas para realização dos ensaios enquanto foram realizadas análises estruturais de validação. Para a realização das simulações de validação que serão comparadas com o ensaio, foram utilizadas as mesmas condições de contorno das otimizações topológicas. O campo de tensão resultante para o caso de retenção de massa em 50% é apresentado na Figura 8.

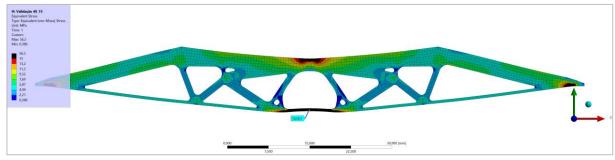
Figura 8- Resultado do campo de tensão equivalente (von-Misses) para o caso de retenção de massa 50%, restrição de tensão 15 *MPa* sob as mesmas condições aplicadas nas OTs.



Fonte: Autor

O campo de tensão ilustra que, para o carregamento de 50 N, a estrutura se mostra sobre pequena solicitação, indicando que a otimização topológica teve êxito em manter a restrição de tensão aplicada. Pode-se desconsiderar as regiões ilustradas em preto na Figura 8, que extrapolaram a restrição de tensão de 15 MPa, pois estas são oriundas da aplicação das condições de contorno que foram aplicadas diretamente nos nós, gerando então uma concentração de tensão fictícia. Observando tal resultado é então esperado que esta topologia não sofra nenhuma espécie de ruptura durante o ensaio de flexão de três pontos para o carregamento proposto na análise. A Figura 9 apresenta o resultado do campo de tensão para a topologia de retenção de massa em 40%.

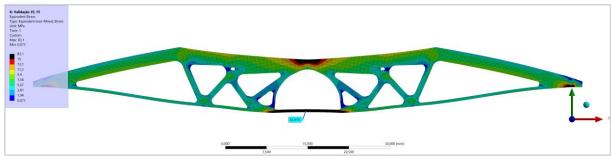
Figura 9- Resultado do campo de tensão equivalente (von-Mises) para o caso de retenção de massa 40%, restrição de tensão 15 *MPa* sob as mesmas condições aplicadas nas OTs.



Fonte: Autor

O campo de tensão ilustrada que, de forma geral, as solicitações são mais distribuídas na topologia e não mais concentradas na região central, como no caso apresentado na Figura 8. Além disso, percebe-se que a topologia está sobre solicitações mais elevadas e já são presentes regiões com tensões mais elevadas. Ainda assim, observando-se o campo de tensão e desconsiderando os concentradores de tensão, nota-se que de forma geral a geometria se encontra dentro da restrição de tensão estabelecida. Porém, é visível que uma parcela da região de exclusão do domínio de otimização extrapola a restrição de tensão (região destacada em preto na parte central inferior da topologia, que apresenta tensão de 18,05 MPa). Tal comportamento pode ser resultado da metodologia de solução aplicada pelo software na otimização, uma vez que esta pode gerar elementos de densidade intermediárias, entre 0 e 1, que quando é feita a interpolação para a topologia final esses elementos intermediários viram 0 ou 1, e isto pode incidir em diferença no resultado interpolado, conforme discutido na seção anterior. É esperado que tal região seja onde ocorrerá a falha do componente. Contudo, considerando as hipóteses adotadas, análises mais profundas quanto ao comportamento nesta região não são aconselháveis uma vez que, regiões de tensão elevada não estariam tratando de regiões da curva tensão deformação na qual o modelo adotado representa de forma adequada o comportamento real do material. O resultado da simulação sujeita a retenção de massa de 35% é apresentado na Figura 10.

Figura 10- Resultado do campo de tensão equivalente (von-Mises) para o caso de retenção de massa 35%, restrição de tensão 15 *MPa* sob as mesmas condições aplicadas nas OTs.

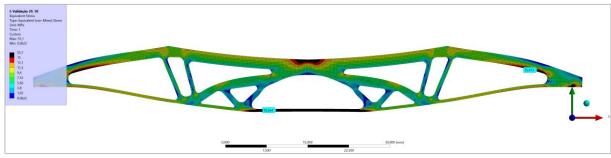


Fonte: Autor

Observa-se o mesmo comportamento encontrado no caso anterior, com uma maior distribuição de solicitações elevadas na topologia. Além disso, a região de exclusão do domínio se manteve em um patamar de 18,92 *MPa*. De forma geral a otimização foi bem-sucedida e a geometria estará restrita a um intervalo de trabalho no qual terá seu material bem representado

segundo o modelo adotado. O resultado do caso de retenção de massa em 35% e restrição de tensão em 10 *MPa* é apresentado na Figura 11.

Figura 11- Resultado do campo de tensão equivalente (von-Mises) para o caso de retenção de massa 35%, restrição de tensão 10 *MPa* sob as mesmas condições aplicadas nas OTs.



Fonte: Autor

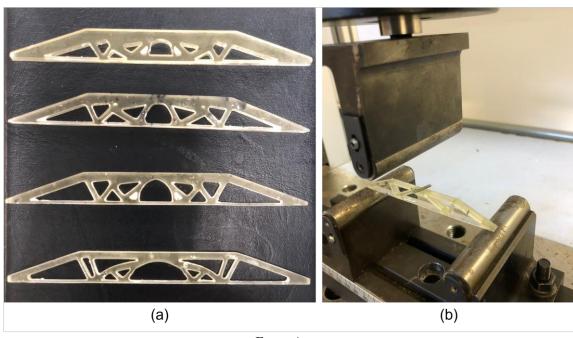
Observa-se o mesmo padrão encontrado nos demais casos. O campo de tensão apresentado ilustra uma topologia que atua sobre solicitações mais altas que os casos anteriores. Porém, percebe-se que além das regiões de aplicação das condições de contorno e de exclusão do domínio, há regiões da geometria que extrapolaram o limite de tensão (15,41 *MPa*, como ilustrado no lado direito da imagem). Ao comparar as Figura 10 e Figura 11, percebe-se que no caso de restrição de tensão de 15 *MPa*, a região citada não apresenta valores elevados de tensão. Todavia, esta possui uma maior espessura comparada ao caso de restrição de tensão de 10 *MPa*, fato este que também pode contribuir na diferença das massas finais apresentada na Tabela 2. Desta forma, além de ser um possível resultado da metodologia de solução aplicada pelo software na otimização, conforme discutido anteriormente, é plausível associar a alteração de tensão verificada à etapa de pós-processamento na qual a topologia foi redesenhada, processo este que é sujeito à interpretação.

De forma geral, analisando-se os resultados apresentados nesta seção, à medida que a massa disponível para a topologia é reduzida configura-se a presença de valores mais altos de tensão e uma maior distribuição das solicitações na topologia.

5.4 Ensaio experimental

A Figura 12 mostra os corpos de prova para o ensaio de 3 pontos bem como seu *setup*. Foi feito o possível para melhor replicar a aplicação das condições de contorno utilizadas na simulação numérica no ensaio real.

Figura 12- Ensaio de 3 pontos, (a) corpos de prova fabricados e (b) *setup* do ensaio ilustrando metodologia adotada para replicar condições de contorno.



Fonte: Autor

Os CPs serão referenciados seguindo a nomenclatura M_T , onde M é o percentual de retenção de massa e T é o valor de restrição de tensão aplicado. Assim, a Figura 12(a) apresenta de cima a baixo os CPs 50_{15} , 40_{15} , 35_{15} e 35_{10} , os quais foram fabricados com os mesmos parâmetros utilizados anteriormente. A aplicação das condições de contorno, apresentadas na Figura 12(b) foi feita com o intuito de replicar da melhor forma possível as condições de contorno aplicadas nas análises de validação. Para tal, foram realizadas marcações para auxiliar o posicionamento dos CPs deixando 2 mm de apoio em cada lado e foi utilizada uma barra de alumínio com 2 mm de espessura, a fim de replicar a aplicação do carregamento da força.

Os ensaios foram realizados para três CPs para cada topologia, sendo que cada lote fabricado continha um CP de cada topologia, e com velocidade de aplicação de carga de 10 *mm/min*. O resultado a ser analisado é se a topologia suporta o carregamento 50 N, mesmo carregamento utilizado para OT e análises de validação. Os resultados são apresentados na Tabela 3.

Tabela 3- Resultados do ensaio de 3 pontos indicando se para um caso específico este suportou o carregamento utilizado nas simulações numéricas.

Topologia Ensaiada	50 ₁₅	40 ₁₅	35 ₁₅	35 ₁₀
Suportou carregamento?	sim	sim	sim	sim
Força Máxima Registrada (N)	114,74	55,00	54,82	50,96

De forma geral os resultados sugerem que a metodologia aplicada é válida. Além disso, após o ensaio até a força de 50 N, foi dado continuidade aos ensaios a fim de verificar a carga máxima suportada pelas topologias e a região de falha delas. Os resultados são apresentados na Figura 13.

35₁₅
40₁₅
50₁₅

Figura 13- Corpos de prova após ensaio de flexão de três pontos, destacando região de falha para as diferentes topologias ensaiadas.

Fonte: Autor

Analisando os resultados da topologia 50₁₅ apresentados, pode-se concluir que a metodologia implementada se mostrou eficaz. Esta topologia, que foi mantida por completo dentro dos limites de tensão admissível estipulado durante a simulação numérica, não apresentou falha para o carregamento estudado. Já os resultados das topologias 40₁₅, 35₁₅ e 35₁₀ indicam que além de prever a falha, quando a geometria é mantida por completo dentro da região de trabalho estipulada, é possível também prever as regiões de falha dos componentes. Essas regiões coincidem com o ponto de maior tensão registrado na simulação numérica, desconsiderando as regiões de aplicação das condições de contorno.

6. CONCLUSÃO

Pelas comparações realizadas entre os resultados numéricos e experimentais, conclui-se que a metodologia adotada se mostrou satisfatória para aplicação de otimização topológica em conjunto com impressão 3D SLA.

Além disso, os resultados sugerem que apesar das simplificações adotados quanto ao modelo do material (aproximação da rigidez do material pela utilização de um modelo linear elástico utilizando o módulo secante), não só a falha como a região de início desta foi identificada com sucesso.

Entretanto, a técnica de exclusão de regiões do domínio de otimização resultou em elementos, pertencentes a esta seleção, com elevados valores de tensão que ultrapassam o limite superior imposto na otimização. Esta questão fica bastante evidente nas Figura 9, Figura 10 e Figura 11. Uma possível solução seria a aplicação de uma restrição de tensão local nos elementos pertencentes à região de exclusão, porém esta análise está fora do escopo do presente trabalho. Ainda assim, é válido ressaltar que a escolha da região de exclusão é um aspecto importante quanto ao processo de impressão dos componentes.

O resultado do caso 50_{15} apresentado na Tabela 3 mostrou que a estratégia de limitar a tensão global do problema ao valor escolhido para o cálculo do módulo secante foi bem-

sucedida. Pode-se observar que, a carga de ruptura foi superior à carga aplicada no problema de otimização topológica.

6.1 Sugestões para trabalhos futuros

Como próximo passo no estudo de projetos voltados à manufatura aditiva por impressão 3D SLA utilizando o método de otimização topológica é recomendando que seja desenvolvido, ou adaptado, um método de solução para o problema de otimização que contemple a utilização de modelos de materiais não lineares, que possibilitem a caracterização dos comportamentos hiperelásticos do material, possibilitando assim gerar análises mais profundas quanto ao comportamento dos componentes utilizando simulações numéricas.

Outra sugestão é a realização de um estudo utilizando diferentes velocidades para os ensaios mecânicos, a fim de analisar se o material apresenta um comportamento viscoelástico que possa, de forma considerável, alterar os resultados obtidos. Além disso seria interessante realizar uma análise mais profundo quanto à comparação dos resultados numéricos e experimentais, utilizando, por exemplo, o comportamento da deformação ou deslocamento frente a força aplicada nas topologias.

REFERÊNCIAS

GRAND VIEW RESEARCH. 3D Printing Market Size, Share & Trends Analysis Report By Component, By Printer Type (Desktop, Industrial), By Technology, By Software, By Application, By Vertical, By Material, By Region, And Segment Forecasts, 2021 – 2028. **Grand View Research**, maio 2021. Disponível em:

https://www.grandviewresearch.com/industry-analysis/3d-printing-industry-analysis. Acesso em: 12 nov. 2021.

GIBSON, I.; et al. Development of Additive Manufacturing Technology. In: GIBSON, I.; et al. **Additive Manufacturing Technologies**. 3 ed. Vol. 17. Cham, Switzerland: Springer, 2021. cap. 2., p. 23-51. Disponível em: https://doi.org/10.1007/978-3-030-56127-7_2. Acesso em 2 nov. 2021.

FORMLABS. Guide to Stereolithography (SLA) 3D Printing. **Formlabs**, 12 maio 2019. Disponível em: https://formlabs.com/blog/ultimate-guide-to-stereolithography-sla-3d-printing. Acesso em: 12 nov. 2021.

FINNES, T. High-definition 3D printing—comparing SLA and FDM printing technologies. **The Journal of Undergraduate Research** 13.1, 2015: 3. Disponível em: http://openprairie.sdstate.edu/jur/vol13/iss1/3

MELCHELS, F. P. W.; FEIJEN, J.; GRIJPMA, D. W. A review on stereolithography and its applications in biomedical engineering. **Biomaterials** 31.24, 2010: 6121-6130. Disponível em: https://doi.org/10.1016/j.biomaterials.2010.04.050

CALLISTER, W. D.; RETHWISCH, D. G. Ciência e engenharia de materiais: uma introdução; tradução Sergio Murilo Stamile Soares. - 9. ed. - Rio de Janeiro: LTC, 2016.

AMERICAN SOCIETY FOR TESTING AND MATERIALS. **ASTM D883-17**: Standard terminology relating to plastics. West Conshohocken, 2017.

- SAINI, J. S. *et al.* Investigations of the mechanical properties on different print orientations in SLA 3D printed resin. **Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers**, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science 234.11, 2020: 2279-2293. Disponível em: https://doi.org/10.1177/0954406220904106
- SHIM, J. S. *et al.* Printing accuracy, mechanical properties, surface characteristics, and microbial adhesion of 3D-printed resins with various printing orientations. **The Journal of prosthetic dentistry** 124.4, 2020: 468-475. Disponível em: https://doi.org/10.1016/j.prosdent.2019.05.034
- ZGURIS, Z. How mechanical properties of stereolithography 3D prints are affected by UV curing. **Formlabs White Paper**, 2016: 1-11. Disponível em: http://nagyformatumu.hu/files/sla-3d-uv-curing-test.pdf

BENDSØE, M. P.; KIKUCHI, N. Generating optimal topologies in structural design using a homogenization method. **Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering**, [s. l.], v. 71, p. 197–224, 1988. Disponível em: https://doi.org/10.1016/0045-7825(88)90086-2

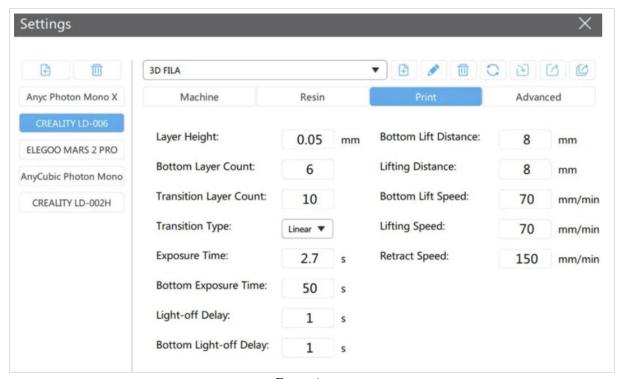
- PRAGER, W. Optimality Criteria in Structural Design. **Proceedings of the National Academy of Sciences**, [s. l.], v. 61, n. 3, p. 794–796, 1968. Disponível em: https://doi.org/10.1073/pnas.61.3.794
- SVANBERG, K., The Method of Moving Asymptotes a new method for structural optimization, **International Journal for Numerical Methods in Engineering**, 24:359-373, 1987. Disponível em: https://doi.org/10.1002/nme.1620240207
- ZILLOBER, Ch., A globally convergent version of the method of moving asymptotes, **Structural Optimization**, 6(3):166-174, 1993. Disponível em: https://doi.org/10.1007/BF01743509
- ZILLOBER, Ch., Global convergence of a nonlinear programming method using convex approximations, **Numerical Algorithms**, 27(3):256-289, 2001. Disponível em: https://doi.org/10.1023/A:1011841821203
- ZILLOBER, Ch., A combined convex approximation interior point approach for large scale nonlinear programming, **Optimization and Engineering**, 2(1):51-73, 2001. Disponível em: https://doi.org/10.1023/A:1011822920332
- ZILLOBER, Ch., SCPIP an efficient software tool for the solution of structural optimization problems, **Structural and Multidisciplinary Optimization**, 24(5), 2002. Disponível em: https://doi.org/10.1007/s00158-002-0248-5
- SIGMUND, O. A 99 line topology optimization code written in matlab. **Structural and Multidisciplinary Optimization**, [s. l.], v. 21, n. 2, p. 120–127, 2001. Disponível em: https://doi.org/10.1007/s001580050176
- LE C. *et al.* Stress-based Topology Optimization for continua, **Structural and Multidisciplinary Optimization**, 41(4):605-620, 2010. Disponível em https://doi.org/10.1007/s00158-009-0440-y
- HOLMBERG, E.; TORSTENFELT, B.; KLARBRING, A. Stress constrained topology optimization, **Structural and Multidisciplinary Optimization**, 48(1):33-47, 2013. Disponível em: https://doi.org/10.1007/s00158-012-0880-7
- BENDSØE, M. P., SIGMUND, O. **Topology optimization**: theory, methods, and applications. Springer Science & Business Media, 2004.
- CHRISTENSEN, P.; KLARBRING, A. "An Introduction to Structural Optimization." Dordrecht: Springer Netherlands, 2009. ISSN 0925-0042. (Solid Mechanics and Its Applications). v. 153. Disponível em: https://doi.org/10.1007/978-1-4020-8666-3
- Bendsøe, M., Sigmund, O. **Material interpolation schemes in topology optimization**. Archive of Applied Mechanics 69, 635–654 (1999). Disponível em: https://doi.org/10.1007/s004190050248
- ANSYS. Mechanical User's Guide. 2018

AMERICAN SOCIETY FOR TESTING AND MATERIALS. **ASTM D638-14**: Standard test method for tensile properties of plastics. West Conshohocken, 2014.

APÊNDICE A

Este apêndice mostra os parâmetros utilizados para impressão durante todo o projeto.

Figura 14- Parâmetros utilizados para as impressões 3D SLA realizadas neste projeto.



Fonte: Autor

Os parâmetros indicados na Figura 14 são os indicados pelo fornecedor para a resina utilizada.

- O processo de cura foi por exposição em câmara fechada com luz ultravioleta tipo A (UVA) com comprimento de onda de 395 *nm* até 407 *nm*.
 - O emissor é formado por seis leds de potência unitária igual a 3 W (totaliznado 18 W).
 - O refletor é do tipo luz negra fabricado pela Deltrônica.
- O tempo total de exposição direta foi de aproximadamente três horas sob emissão contínua.

APÊNDICE B

São apresentadas comparações entre as topologias finais pré e pós processadas.

Figura 15- Comparação topologia 50_{15}

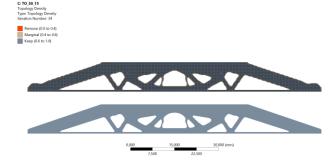


Figura 16- Comparação topologia 40_{15}

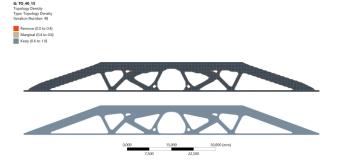


Figura 17- Comparação topologia 35_{15}

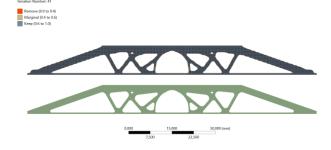


Figura 18- Comparação topologia ${\bf 35_{10}}$

