

## ALGORITMO MATEMÁTICO PARA SIMULAR COMPORTAS TELECOMANDADAS

Luís Carlos Brusa, Carlos E. M. Tucci

Instituto de Pesquisas Hidráulicas – UFRGS  
Av. Bento Gonçalves, 9500 – Caixa Postal 15029  
91501-970 Porto Alegre, RS

### RESUMO

*Em sistemas de reservatórios e canais de distribuição de água para irrigação podem ser utilizadas comportas telecomandadas para permitir uma distribuição mais eficiente. Neste trabalho é apresentado um algoritmo matemático para simular o funcionamento de uma comporta automática. O algoritmo é do tipo proporcional e foi desenvolvido utilizando o conceito do “nível controlado”. Este algoritmo determina em cada período de tempo, o sentido e a intensidade do movimento a ser aplicado na comporta, mediante a comparação do nível de água calculado e o nível de água requerido, numa única seção de controle. A simulação desses sistemas, em regime não-permanente é realizada através da solução numérica das equações de Saint-Venant e de condições de contorno internas específicas. Os resultados obtidos demonstraram a aplicabilidade das formulações.*

obedecendo calendários de distribuição preestabelecidos. O funcionamento do sistema é regulado na admissão; b) *Regulação por Jusante*: os volumes de água afluentes ao sistema são determinados pelos volumes retirados nas tomadas de água dos usuários, sendo eles, portanto, os que regulam o funcionamento do sistema.

Os sistemas de regulação realizam o controle do nível de água no interior de cada trecho (a montante ou a jusante) ou controlam os volumes de água neles armazenados.

Neste artigo é apresentado um algoritmo matemático que permite acionar automaticamente uma comporta que regula a descarga de um reservatório com base no nível de água calculado e no nível de água considerado objetivo ou alvo. A comparação entre o nível de água calculado e o nível objetivo é realizada numa única seção, denominada seção de controle “SC” e localizada no extremo de jusante do trecho de canal (Figura 1).

### INTRODUÇÃO

O gerenciamento de sistemas hidráulicos exige flexibilidade de operação na regulação de níveis e vazões. Nos sistemas de irrigação a distribuição temporal e espacial da água é fundamental para tornar o empreendimento economicamente viável.

A regulação das vazões é realizada através de comportas operadas por sensores mecânicos e/ou eletrônicos, baseados em elementos hidráulicos da distribuição de vazão.

De acordo com Rijo (1993) a regulação de canais pode ser realizada por dois métodos: a) *Regulação por Montante*: onde as vazões afluentes ao sistema determinam a disponibilidade de vazão a distribuir

### ALGORITMOS DE REGULAÇÃO

Os algoritmos de regulação automática mais conhecidos são os tipos *Proporcional*, *Integral* e *Derivada*, os quais são descritos por Rijo (1993) da seguinte maneira:

No algoritmo do tipo *Proporcional*, a resposta a qualquer desvio do parâmetro ou variável de regulação em relação ao seu valor de referência, é realizada utilizando uma relação fixa e linear entre o valor da variável de regulação e a posição do regulador ou órgão de regulação. Neste algoritmo, a posição do regulador é determinada em função do desvio verificado entre o valor observado da variável de regulação e seu valor de referência, mediante uma constante de proporcionalidade, expressa por:

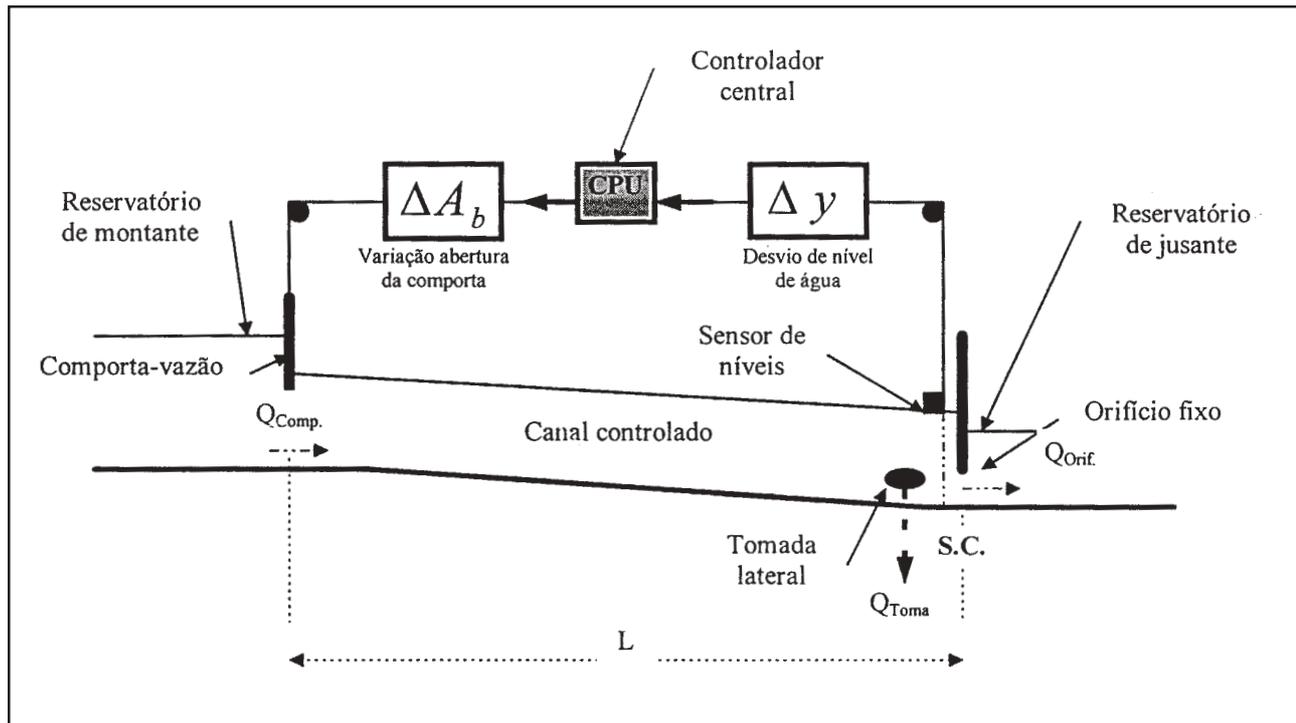


Figura 1. Comporta telecomandada - princípio de funcionamento.

$$\Delta A_b = \eta_1 \cdot Z \quad (1)$$

onde:  $\Delta A_b$  = variação da abertura do regulador;  $\eta_1$  = constante de proporcionalidade ou parâmetro de calibração do sistema de regulação; e  $Z$  = desvio ou erro da variável de regulação em relação ao seu valor de objetivo.

No algoritmo do tipo *Integral*, a resposta a qualquer desvio ou erro leva em consideração os valores observados nos ciclos de regulação anteriores, integrando o desvio ou erro observado sobre esse intervalo. A variação na abertura do regulador está baseada na magnitude e na duração do desvio observado, e pode ser expressa mediante:

$$\Delta A_b = \eta_2 \cdot \int_0^T Z \cdot dt \quad (2)$$

onde:  $\eta_2$  = parâmetro de calibração do algoritmo,  $T$  = tempo considerado; e  $dt$  = diferencial em relação ao tempo.

O terceiro algoritmo, denominado do tipo *Derivada*, leva em conta a taxa de variação do desvio ou erro. A forma geral deste algoritmo é dada mediante a Equação (3).

$$\Delta A_b = \eta_3 \cdot \frac{dZ}{dt} \quad (3)$$

onde:  $\eta_3$  = parâmetro de calibração do algoritmo; e  $dZ$  = diferencial do desvio ou erro.

Neste estudo é apresentado um algoritmo matemático, do tipo proporcional, que permite acionar automaticamente uma comporta que regula um reservatório ou canal com base no nível de água estimado pelo modelo e no nível definido como meta na seção.

## MODELO MATEMÁTICO

O escoamento não-permanente em rios e canais, geralmente, pode ser considerado gradualmente variado e unidimensional. Este tipo de fluxo é representado pelas equações de Saint-Venant

(ESV), sendo apresentadas por Liggett e Cunge (1975) da seguinte forma:

$$\frac{\partial y}{\partial t} + \frac{1}{T} \cdot \frac{\partial Q}{\partial x} = 0 \quad (4)$$

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{Q^2}{A} \right) + g \cdot A \cdot \frac{\partial y}{\partial x} + g \cdot A \cdot S_f = 0 \quad (5)$$

onde: Q = vazão; A = área da seção transversal ao escoamento; y = cota da superfície de água; T = largura do canal; x = espaço; t = tempo; g = aceleração da gravidade; e S<sub>f</sub> = declividade da linha de energia.

As ESV não possuem solução analítica geral com exceção de condições muito simplificadas e de aplicação prática limitada (Yevjevich, 1975). Para proceder a sua solução utilizou-se o esquema implícito de diferenças finitas de Preissmann (Cunge, Holly e Verwey, 1980).

O escoamento sobre uma soleira espessa com comporta-vagão pode ser livre ou afogado, por sua vez o fluxo pode ou não estar influenciado pela abertura da comporta. Quando o escoamento sobre uma soleira espessa com comporta-vagão não está influenciado pela abertura da mesma, a situação é equivalente ao fluxo sobre uma soleira espessa (Cunge e Woolhiser, 1975).

O critério para identificar o tipo de escoamento é o seguinte:

$$(Y_{jus} - Y_g) \leq \frac{2}{3} \cdot (Y_{mon} - Y_g) \quad (6)$$

$$(Y_{jus} - Y_g) > \frac{2}{3} \cdot (Y_{mon} - Y_g) \quad (7)$$

onde: Y<sub>mon</sub> = cota da superfície da água na seção de montante; Y<sub>jus</sub> = cota da água na seção de jusante; e Y<sub>g</sub> = cota da soleira de fundo, conforme mostrado na Figura 2.

Quando é verificada a Inequação (6) o fluxo é denominado livre, caso contrário o escoamento é afogado (Inequação 7).

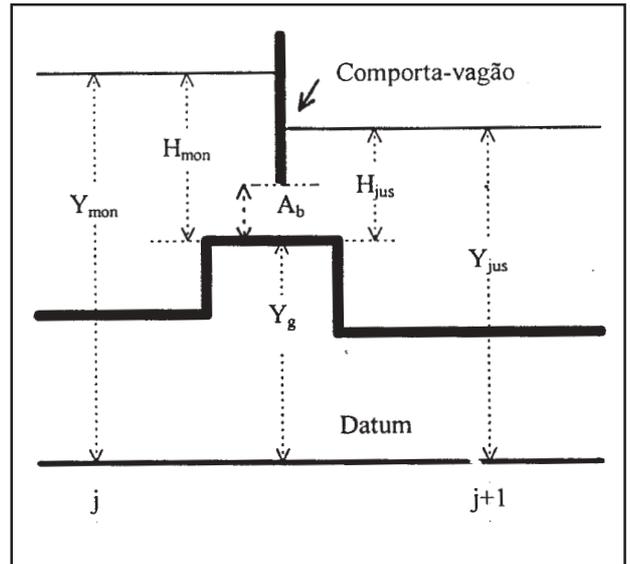


Figura 2. Fluxo através de uma soleira espessa com comporta-vagão. Adaptado de Cunge e Woolhiser (1975).

As equações que representam o escoamento através de uma soleira espessa com comporta-vagão são:

$$Q_j^{(t+1)} = Q_{j+1}^{(t+1)} \quad (8)$$

e

$$Q_G = C_d \cdot A_b \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot [(Y_{mon} - Y_g) - A_b]} \quad (9)$$

ou

$$Q_G = C_d \cdot A_b \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot (Y_{mon} - Y_{jus})} \quad (10)$$

onde: Q<sub>G</sub> = vazão sob a comporta; C<sub>d</sub> = coeficiente de descarga da comporta; e A<sub>b</sub> = área de abertura da comporta. Os índices indicam o tempo (t+1) e a posição no espaço (j).

A Formulação (8) é denominada equação de continuidade e a equação dinâmica é representada mediante as Equações (9) ou (10), segundo o fluxo livre ou afogado.

O maior inconveniente na modelação matemática do escoamento através de comportas é a determinação de C<sub>d</sub>. Para

determinar  $C_D$  existe o gráfico de HENRY (Rajaratnam e Subramanya, 1967), ou mediante expressões matemáticas como a apresentada por Swamee (1992), entre outras; entretanto, este coeficiente é próprio de cada estrutura e deve ser determinado experimentalmente. A abertura da comporta no tempo "t+1" é determinada mediante a seguinte expressão:

$$A_b^{(t+1)} = A_b^{(t)} + \Delta A_b^{(t)} \quad (11)$$

onde:  $\Delta A_b^{(t)}$  = variação na abertura da comporta no tempo "t";  $A_b^{(t)}$  e  $A_b^{(t+1)}$  = representa a abertura da comporta no tempo "t" e "t+1", respectivamente; e

$$\Delta A_b^{(t)} = SIG \cdot V_{gate} \cdot \Delta t \quad (12)$$

onde: SIG = sinal que indica o sentido do movimento da comporta; Vgate = velocidade de movimento da comporta; e  $\Delta t$  = intervalo de tempo de cálculo.

O coeficiente SIG indica o sinal do movimento do regulador. É um coeficiente adimensional que pode ser igual a "1" (caso seja necessário abrir o regulador); a "-1" (caso

seja necessário fechar o regulador); ou a "0" (caso em que o regulador deva permanecer na posição que tinha no período anterior) (Figura 3).

O critério utilizado para atribuir a SIG os valores "0", "1" ou "-1" está esquematizado na Figura 3 e nas considerações seguintes:

- a. da Figura 3a verifica-se que no tempo "t" o nível da água é maior que o nível objetivo. A pergunta que o algoritmo computacional faz é: o regulador fecha?, para responder a esta pergunta procede-se a análise da tendência do movimento do nível de água, sendo a tendência determinada mediante comparação da leitura do nível em dois períodos de tempo consecutivos. No caso A1, o desvio (diferença em valor absoluto entre o nível de água calculado e o nível de água objetivo) no tempo "t" em comparação com o desvio ocorrido no tempo "t-1" está aumentando, portanto o algoritmo indica fechar o regulador (SIG=-1). No caso A2, o desvio em "t" com relação ao desvio ocorrido em "t-1" está diminuindo, neste caso a abertura do regulador não muda (SIG=0);

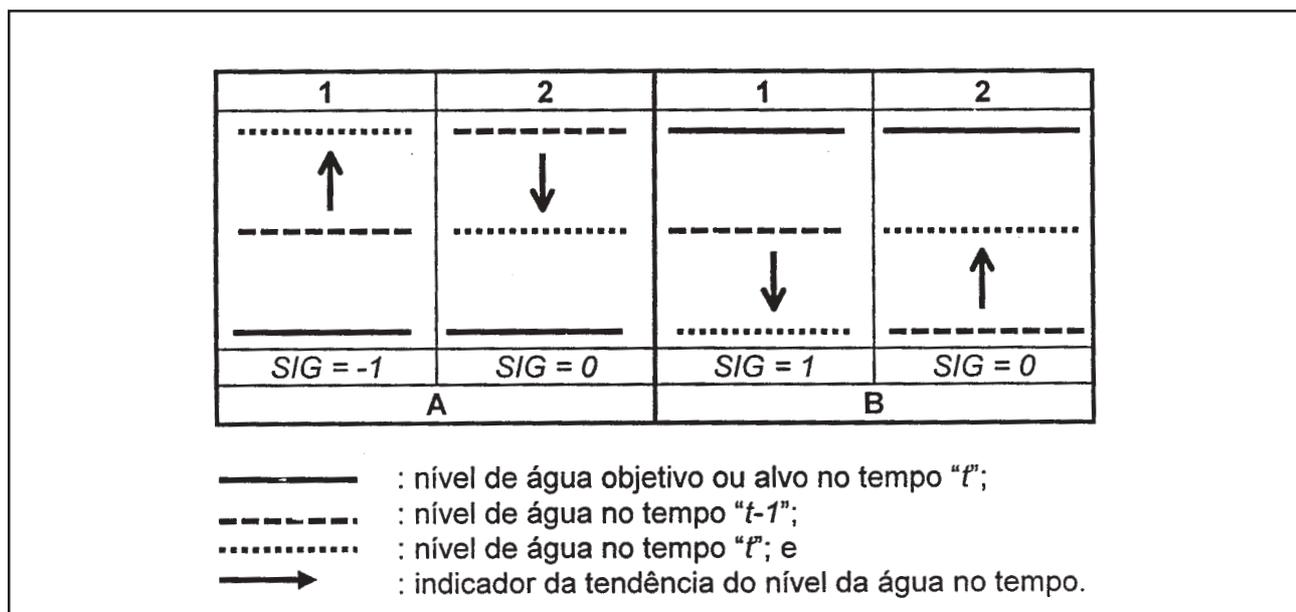


Figura 3. Coeficiente SIG - critério de determinação.

- b. da Figura 3b observa-se que o nível de água no tempo "t" é menor que o nível objetivo, o algoritmo pergunta: o regulador abre?, da análise da tendência do nível de água o algoritmo indica para abrir no caso B1 (SIG=1) e em B2 a abertura do regulador não muda (SIG=0) e;
- c. quando num determinado tempo "t", o desvio está dentro da banda de sensibilidade, o algoritmo indica para não mudar a abertura do regulador (SIG=0).

O outro coeficiente é a velocidade de movimentação do regulador (VGATE). Este é um valor não-negativo com dimensão de velocidade (cm/ Δt ou m/ Δt ).

Na determinação do coeficiente VGATE foram consideradas duas alternativas:

1. Método por "bandas" (Tabela 1a e Figura 4a): nesta figura qualquer valor observado no desvio do nível de água compreendido, por exemplo, entre D<sub>1</sub> e D<sub>2</sub>, o regulador se movimentará com uma única velocidade igual a "V<sub>1</sub>", correspondente a essa banda de desvio. Considerando-se que no período de tempo "t" ocorram as seguintes condições: a) o nível da água está sob o nível objetivo; b) o desvio "Δ<sub>1</sub>" pertence à banda definida entre D<sub>1</sub> e D<sub>2</sub>; e c) existe uma tendência no movimento da superfície de água desfavorável (Figura 3b1),

Tabela 1. Valores desvio-velocidade de movimentação do regulador.

A: Método por "bandas"		B: Método por "interpolação linear"	
Desvio (Δ)	Veloc.Comporta (V <sub>g</sub> )	Desvio (Δ)	Veloc.Comporta (V <sub>g</sub> )
0 ≤  Δ  ≤ D <sub>1</sub>	0	0	0
D <sub>1</sub> ≤  Δ  ≤ D <sub>2</sub>	V <sub>1</sub>	D <sub>1</sub>	0
D <sub>2</sub> ≤  Δ  ≤ D <sub>3</sub>	V <sub>2</sub>	D <sub>2</sub>	V <sub>1</sub>
D <sub>3</sub> ≤  Δ  ≤ D <sub>4</sub>	V <sub>3</sub>	D <sub>3</sub>	V <sub>2</sub>
		D <sub>4</sub>	V <sub>3</sub>

O valor de D<sub>1</sub> coincide com a sensibilidade ao movimento da comporta.

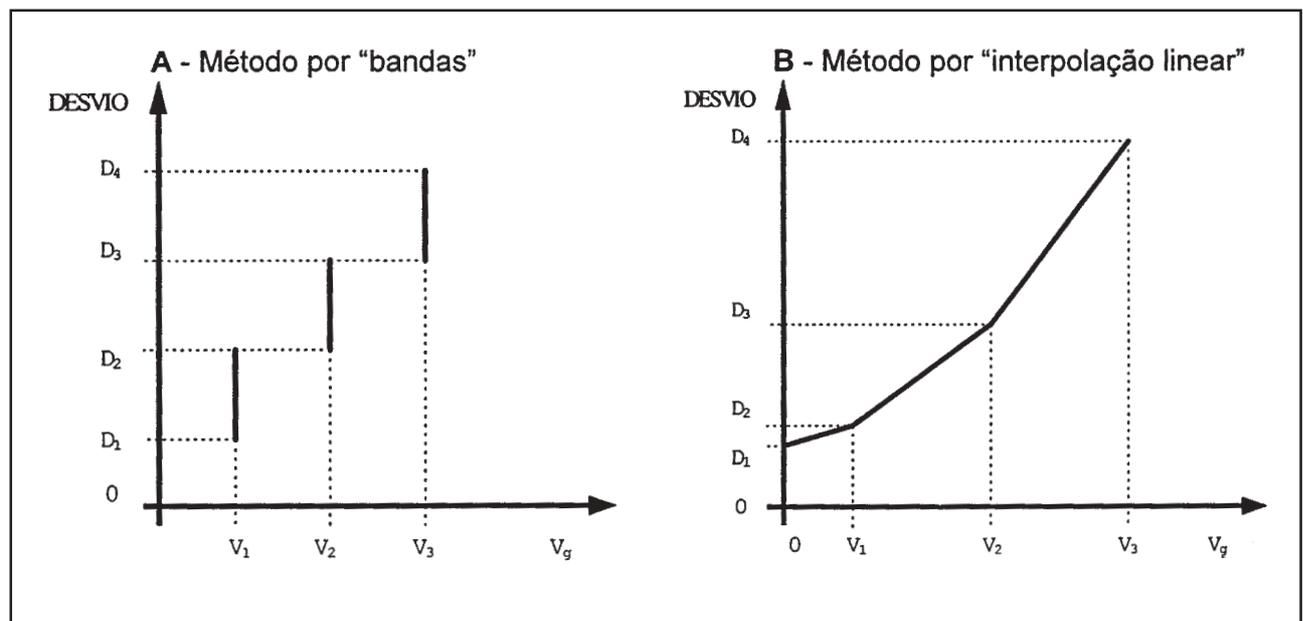


Figura 4. Coeficiente "VGATE" - forma de determinação.

nestes casos o algoritmo indica a abertura do regulador com uma velocidade  $V_1$ . O ingresso de um maior volume de água no trecho regulado provoca a elevação no nível de água, ficando este, agora acima do nível objetivo, com novo valor observado no desvio " $\Delta_2$ " e também pertencente à banda definida entre  $D_1$  e  $D_2$ , onde observa-se uma tendência no movimento desfavorável (Figura 3a1), logo o algoritmo indica fechar o regulador com a mesma velocidade  $V_1$ . Este movimento de abrir/fechar durante intervalos de tempo sucessivos e com a mesma velocidade de movimentação do regulador, provocou a instabilidade do modelo. Para solucionar este inconveniente foi introduzida a alternativa descrita a seguir;

2. Fazendo-se uso do método denominado "interpolação linear" (Tabela 1b e Figura 4b), incorporado um coeficiente que pondera a "magnitude do desvio", isto é, quanto maior for o desvio, maior será a velocidade de movimentação do regulador. Esta ponderação é realizada computacionalmente mediante uma interpolação linear da curva desvio-velocidade (Figura 4b).

## LINEARIZAÇÃO DO FLUXO AFOGADO

Considerando que a expressão que permite simular o escoamento através de comportas possa ser representada mediante:

$$Q_g = f(K_g; Y_{mon}; Y_{jus}) \quad (13)$$

onde:  $K_g$  = coeficiente que envolve o coeficiente de descarga, dimensões geométricas da comporta e aceleração da gravidade.

O modelo matemático utiliza a versão linearizada das ESV, a equação que representa o escoamento através da comporta deve ser linearizado mediante

desenvolvimento em série de Taylor, resultando na Equação (14).

$$Q^{(t+1)} = Q^{(t)} + \frac{\partial Q^{(t)}}{\partial Y_{mon}} \cdot \Delta Y_{mon} + \frac{\partial Q^{(t)}}{\partial Y_{jus}} \cdot \Delta Y_{jus} \quad (14)$$

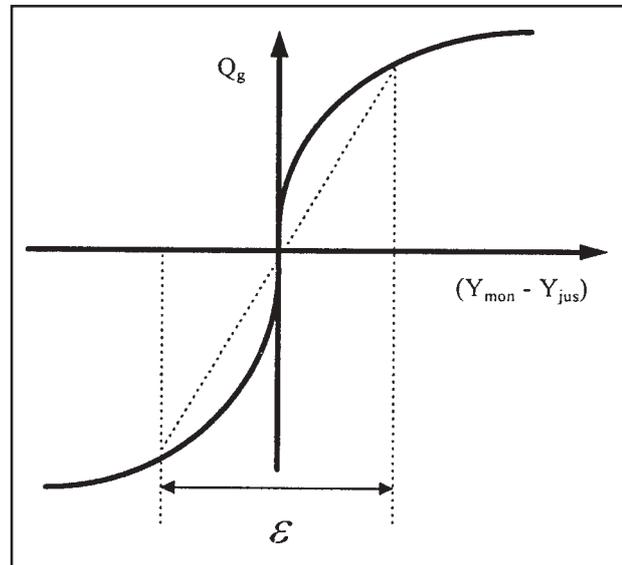


Figura 5. Variação da função de descarga através de comportas. Fonte: Cunge, Holly e Verwey, (1980).

Com base na Figura 5 observa-se que quando  $Y_{mon} \cong Y_{jus}$ , as derivadas da Equação (14) são muito grandes em valor absoluto e tendem a infinito quando  $Y_{mon} \rightarrow Y_{jus}$ , provocando em consequência, que  $Q^{(t+1)}$  assumam um valor muito grande, existindo uma incoerência entre a vazão real (calculada mediante a Equação 10) e a vazão numérica determinada pela Expressão (14). Este inconveniente computacional foi solucionado determinando a vazão numérica através de uma interpolação linear quando  $|Y_{mon} - Y_{jus}| < \epsilon$ , sendo "ε" uma tolerância da ordem do centímetro (Cunge, Holly e Verwey, 1980).

## RESULTADOS

Com a finalidade de verificar o funcionamento do algoritmo matemático desenvolvido, escolheu-se o exemplo teórico

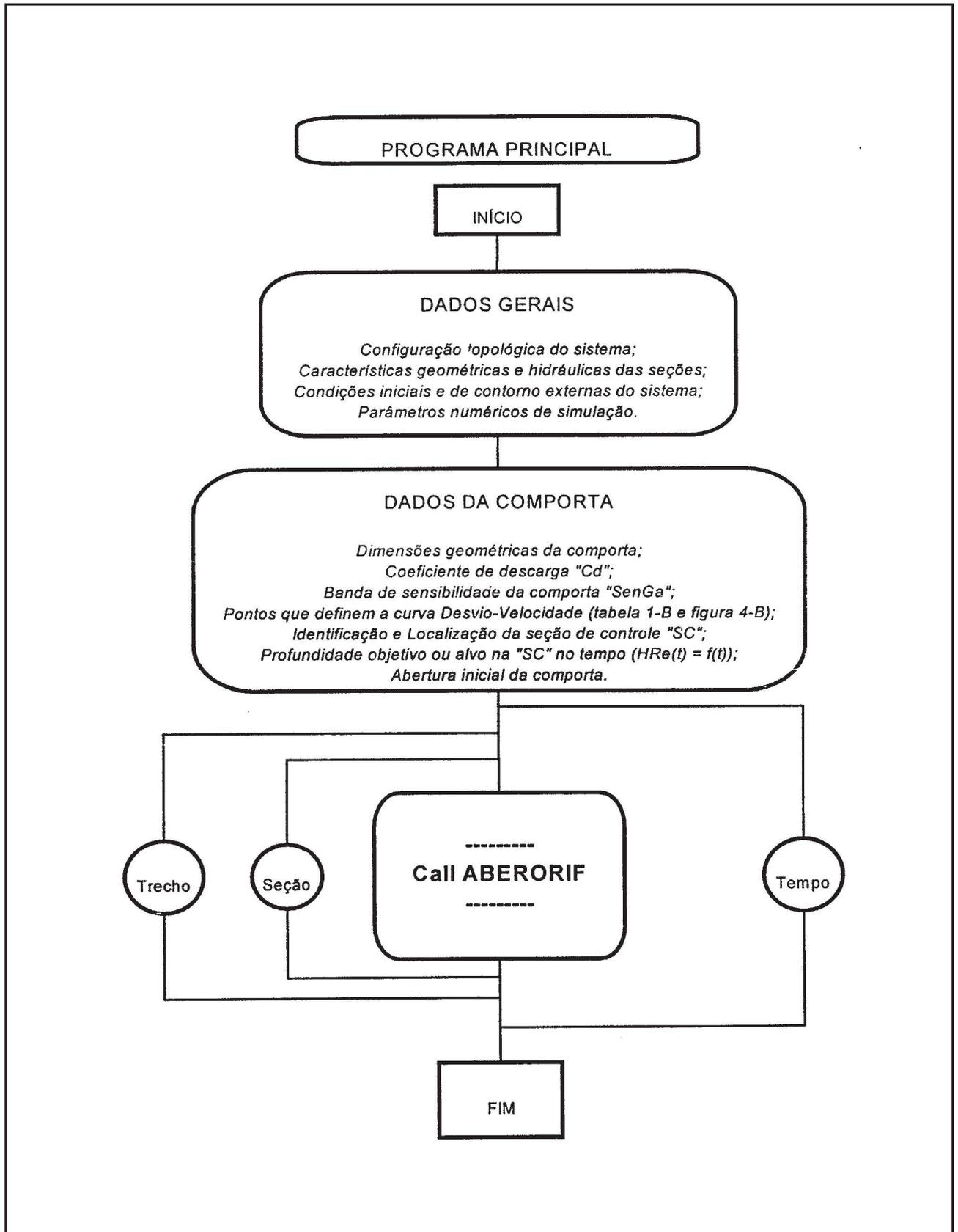


Figura 6. Fluxograma do algoritmo da comporta telecomandada.

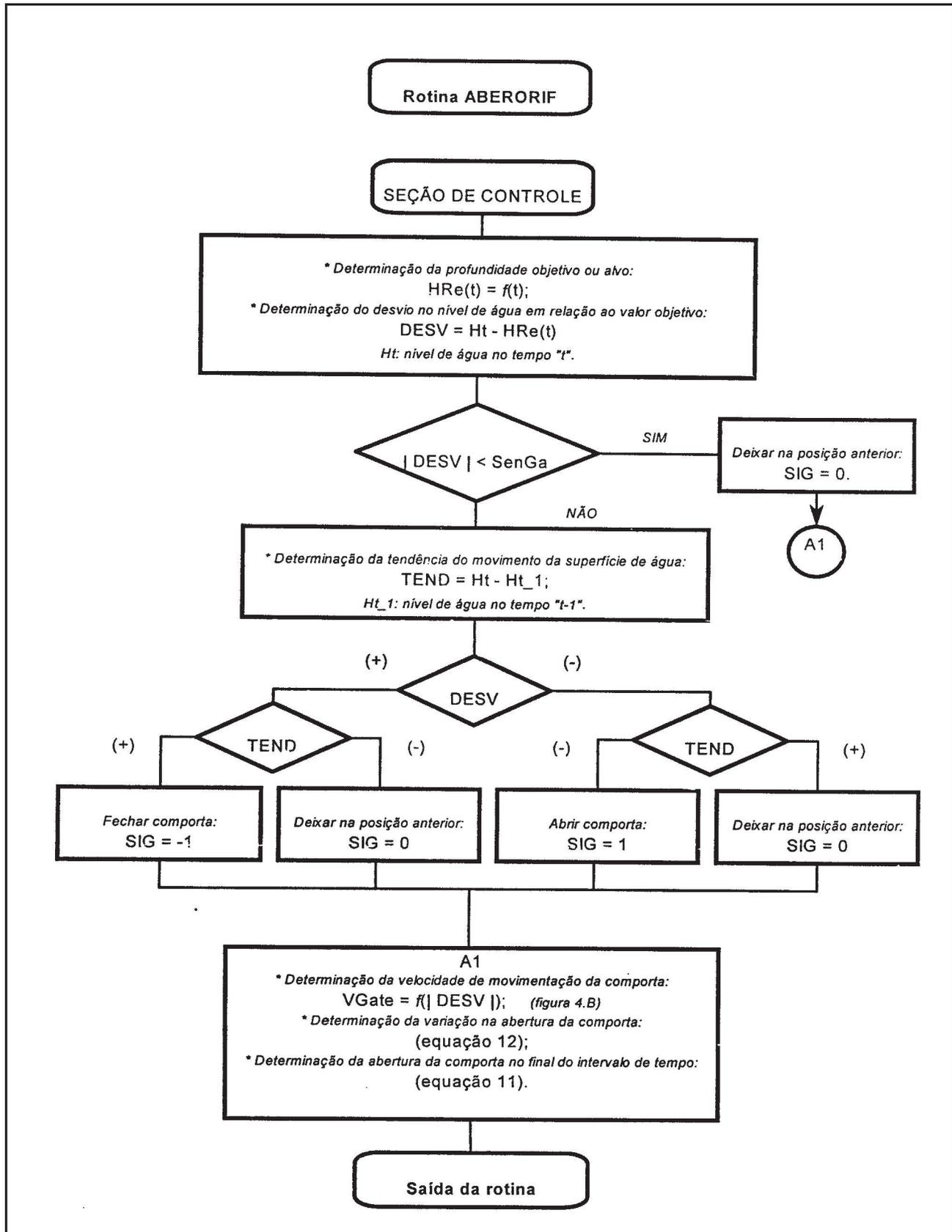


Figura 6. Fluxograma do algoritmo da comporta telecomandada (continuação).

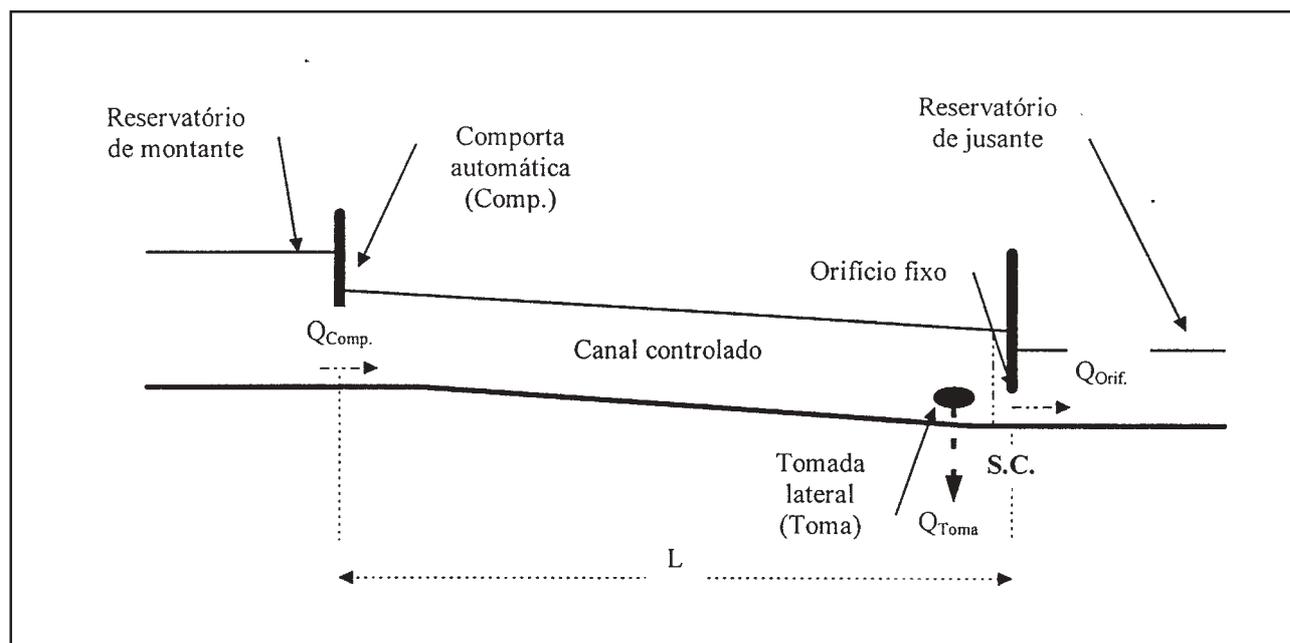


Figura 7. Layout do sistema.

proposto por Reddy (1990). O layout do sistema está representado na Figura 7.

O canal da Figura 7 é de seção trapezoidal e está limitado por um orifício de abertura fixa no extremo de jusante e por uma comporta-vagão no extremo de montante; próximo do extremo de jusante do canal está localizada a seção de controle -SC-. Na SC a profundidade objetivo permanece constante e igual a 1,18m; a sensibilidade no desvio de níveis é  $\pm 0,01\text{m}$ , com o qual a banda de sensibilidade fica limitada entre as profundidades 1,17m e 1,19m.

Na Tabela 2 são apresentados os dados geométricos do canal, na Tabela 3 estão demonstradas as características geométricas e hidráulicas da comporta automática e do orifício de abertura fixa e na Tabela 4 os parâmetros de funcionamento da comporta telecomandada (conforme apresentado na Tabela 1b).

Tabela 2. Propriedades geométricas do canal.

Características do canal	Valor
Largura de fundo ( $b_o$ ) (m)	1,70
Talude lateral (z) (v:h)	1:1
Comprimento (L) (m)	5000
Declividade de fundo ( $S_o$ ) (m/km)	0,30

Tabela 3. Propriedades geométricas e hidráulicas da comporta automática e do orifício de abertura fixa.

Características Hidráulicas	Comporta automática	Orifício
Forma da seção	retangular	retangular
Largura (m)	1,70	1,70
Abertura (máxima) (m)	1,70	0,40
Coefficiente descarga	0,75	0,75

Tabela 4. Parâmetros de funcionamento da comporta automática.

Desvio ( $\Delta$ ) (m)	Veloc. Comporta ( $V_g$ ) (cm/s)
0,000	0,000
0,010	0,000
0,025	0,025
0,075	0,075
0,250	0,100

As condições de contorno consideradas para a solução das ESV foram: no extremo de montante um reservatório de profundidade constante (3,20m); no extremo de jusante um reservatório de profundidade constante (1,14m) e hidrograma na tomada lateral ( $Q_{Toma}$ ). As condições iniciais foram obtidas realizando a simulação em regime permanente, considerando a comporta telecomandada como um orifício de abertura

fixa ( $A_{b1} = 0,80\text{m}$ ), e retirando da tomada lateral uma vazão constante de  $2,50\text{m}^3/\text{s}$ .

Nos dois testes realizados a condição de transiente foi provocada na tomada lateral. No primeiro teste, a condição de transiente é representada pelo hidrograma da Figura 8 através da variação de  $Q_{\text{Toma}}$  desde  $2,50\text{m}^3/\text{s}$  até  $2,75\text{m}^3/\text{s}$  num intervalo de tempo de 15 minutos (este intervalo de tempo é válido para as duas simulações realizadas), permanecendo constante neste valor durante 11 horas e 15 minutos, retornando depois ao valor inicial. Os resultados da variação da profundidade na seção de controle e a banda de sensibilidade podem ser observados na Figura 9, e o da abertura da comporta na Figura 10. Na Figura 8 é representada a vazão que escoava sob a comporta ( $Q_{\text{Comp.}}$ ). No segundo teste, fez-se variar  $Q_{\text{Toma}}$  desde  $2,50\text{m}^3/\text{s}$  até  $2,25\text{m}^3/\text{s}$ , retornando-se novamente ao valor inicial de  $2,50\text{m}^3/\text{s}$ . Estes resultados estão apresentados nas Figuras 11, 12 e 13, respectivamente.

## CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES

Foi desenvolvido um algoritmo matemático para simular o dispositivo de movimentação de uma comporta automática. Dos testes realizados podem ser extraídas as seguintes conclusões:

- Embora as perturbações sejam de pouca magnitude (menor que 10% da vazão de equilíbrio determinada mediante simulação em regime permanente) o tempo que demora o sistema em alcançar uma nova estabilidade é excessivo (aproximadamente 5 horas); isto é justificável já que a distância que separa a seção de controle de profundidades e a localização do regulador é grande (5000m);
- A medida que o valor da faixa de sensibilidade diminui, o tempo que demora o sistema em lograr sua estabilização aumenta, podendo até suceder que a mesma não seja

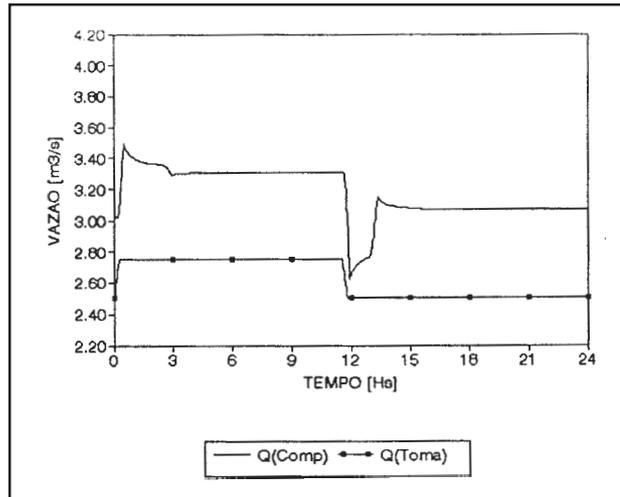


Figura 8. Hidrograma na tomada lateral  $Q_{\text{Toma}}$  e na comporta telecomandada  $Q_{\text{Comp.}}$

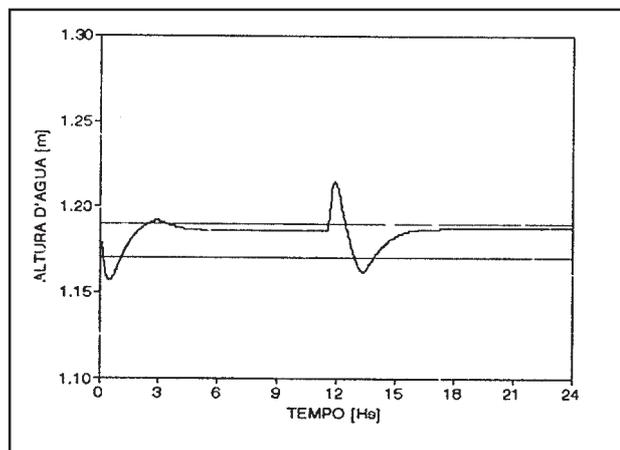


Figura 9. Altura de água na seção de controle.

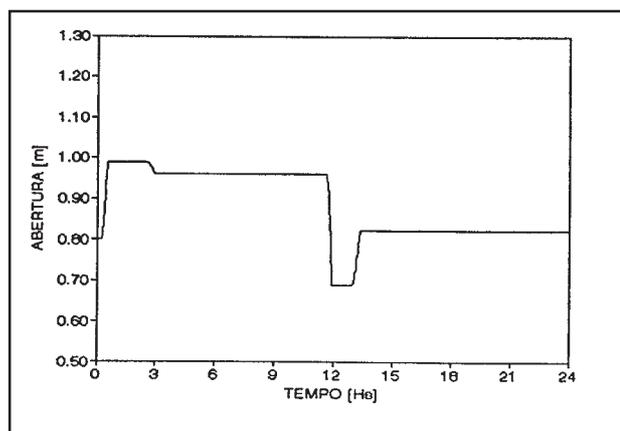


Figura 10. Abertura da comporta telecomandada.

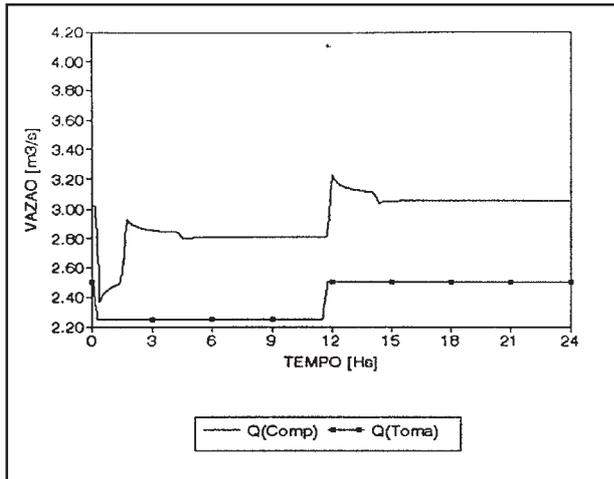


Figura 11. Hidrograma na tomada lateral  $Q_{Toma}$  e na comporta telecomandada  $Q_{Comp}$ .

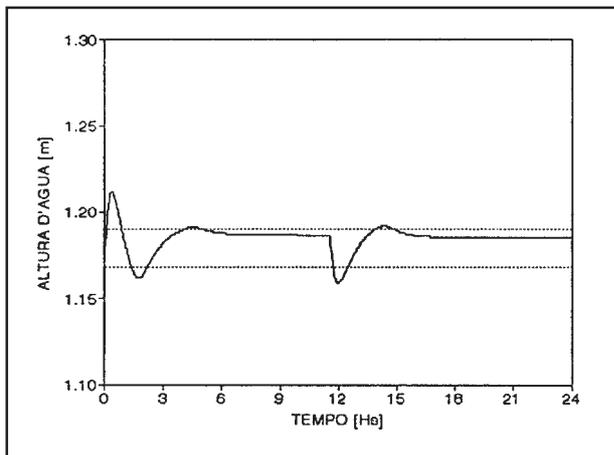


Figura 12. Altura de água na seção de controle.

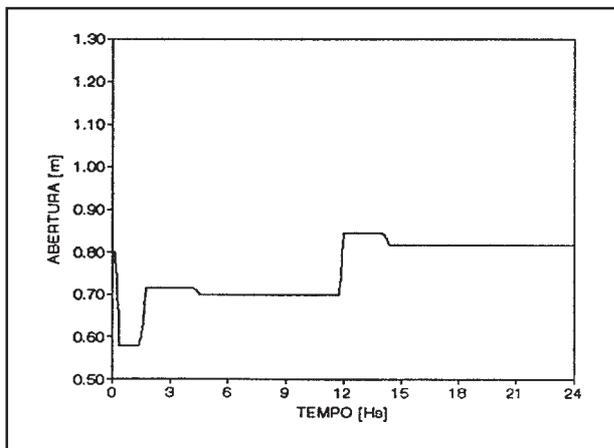


Figura 13. Abertura da comporta telecomandada.

alcançada por instabilidade hidráulica e numérica;

- O intervalo de tempo de simulação foi variado de 30 segundos até 5 minutos. Observou-se que à medida que o intervalo de tempo aumentava, o mesmo sucedia com o tempo que demorava o sistema em estabilizar-se, e o desvio no valor das variáveis de estado ( $Q$ ,  $y$  e  $Ab$ ) em relação aos valores de equilíbrio;
- Trabalhos futuros poderão ser orientados a incorporar no algoritmo de regulação outros métodos como o Integral e o Derivada, bem como incluir métodos que permitam otimizar a abertura do regulador com a finalidade de minimizar os desvios de níveis de água que ocorrem na seção de controle.

## REFERÊNCIAS

- CUNGE, J.A., WOOLHISER, D.A. 1975. Irrigation systems. In: MAHMOOD, K., YEVJEVICH, V. (ed.). *Unsteady flow in open channels*. Fort Collins: Water Resources Publications. v.2, ch.13, p.509-537.
- CUNGE, J.A., HOLLY, F.M., Jr, VERWEY, A. 1980. *Practical aspects of computational river hydraulics*. Boston: Pitman. 420p.
- LIGGETT, J.A., CUNGE, J.A. 1975. Numerical Methods of Solution of Unsteady Flow Equations. In: MAHMOOD, K., YEVJEVICH, V. (ed.). *Unsteady flow in open channels*. Fort Collins: Water Resources Publications. v.1, ch.4, p.89-182.
- RAJARATNAM, N., SUBRAMANYA, K. 1967. Flow equation for sluice gate. *Journal of the Irrigation and Drainage Division*, New York, v.93, n.3, p.167-186, Sept.
- REDDY, J.M. 1990. Local optimal control of irrigation canals. *Journal of Irrigation and Drainage Engineering*, New York, v.116, n.5, p.616-631, Sept./Oct..
- RIJO, M. 1993. *Regulações de Redes de Rega Colectivas em Superfície Livre*. Notas de Aula. Instituto Superior de Agronomia. Lisboa. 75p. Julho.
- SWAMEE, P.K. 1992. Sluice-gate discharge equations. *Journal of Irrigation and Drainage Engineering*, New York, v.118, n.1, p.56-60, Jan./Feb.

YEVJEVICH, V. 1975. Introduction. In: MAHMOOD, K., YEVJEVICH, V. (ed.). *Unsteady flow in open channels*. Fort Collins: Water Resources Publications. v.1, ch.1, p.1-27.

## **Mathematical Algorithm for Simulation of Automatic Gates**

### **ABSTRACT**

*In a system of irrigation channels electronic control of gates allows a more efficient water distribution. This paper presents an algorithm simulating an automatic gate. This algorithm is of the proportional type and was developed using the "controlled level" concept. In each time step, the direction and rate of change are calculated that must be applied to the gate by means of comparison between calculated and required water level in the controlled section. The simulation of these systems in unsteady state is obtained through the numerical solution of Saint-Venant equation and internal boundary conditions. The results obtained demonstrate the feasibility of the method.*