# PLANEJAMENTO POR OTIMIZAÇÃO LINEAR DE UM SISTEMA DE RECURSOS HÍDRICOS SEM REGULARIZAÇÃO: BACIA DO RIO PARACATÚ

### Jorge V. Pilar

Instituto de Pesquisas Hidráulicas, Universidade Federal de Rio Grande do Sul jpilar@if1.if.ufrgs.br

#### A. Eduardo Lanna

Instituto de Pesquisas Hidráulicas, Universidade Federal de Rio Grande do Sul lanna@if1.if.ufrgs.br

### **RESUMO**

As águas são escassas, tanto sob uma ótica quantitativa como qualitativa, e as obras necessárias para aproveitá-las são geralmente caras. Como os recursos hídricos, e também os econômicos e financeiros, são limitados, os esforços no sentido de um planejamento hídrico racional apresentam um interesse real para a sociedade. Neste trabalho são analisados vários modelos para o planejamento do uso dos recursos hídricos de bacias hidrográficas cujos rios não são regularizados por reservatórios. São utilizadas técnicas simples de otimização linear e apresentados os resultados da aplicação destes modelos à bacia do rio Paracatú, onde preponderam projetos de irrigação.

### INTRODUÇÃO

A água é imprescindível para a vida e, portanto, sempre foi e será objeto de demanda. A satisfação das necessidades domésticas, urbanas, de irrigação, de geração de energia, tem sido o objeto do planejamento hídrico.

Em matéria de recursos hídricos é preciso planificar a longo prazo em virtude do tempo de maturação e da vida útil das obras hidráulicas, o que faz com que as decisões tomadas possam atingir várias gerações, com efeitos, usualmente, irreversíveis (Barth, 1987). Não é exagero afirmarse que os projetos destinados a satisfazer as demandas do ano 2025 deveriam estar num estágio avançado de projeto no início do próximo século (Evaluación, 1997).

É comum ouvir-se a opinião de que existe uma brecha entre a teoria acadêmica e a engenharia prática na gestão dos recursos hídricos (Simonovic, 1992). Neste trabalho tenta-se dar uma resposta a esta reclamação através da apresentação de uma formulação metodológica simples, mas não simplista, para ser aplicada na fase de planejamento estratégico de um sistema de recursos

hídricos sem regularização de reservatórios, que é posteriormente testada na bacia do rio Paracatú. Mostra-se que as técnicas de otimização que têm sido desenvolvidas nas academias, apresentam potencial de aplicação nos problemas decisórios de engenharia, sem que isto apresente grandes complexidades metodológicas ou computacionais.

### **METODOLOGIA**

A metodologia foi proposta por Lanna (1986), sendo as hipóteses mais significativas as seguintes:

- a localização dos pontos de demanda já foi definida numa etapa anterior do planejamento do sistema:
- as dimensões dos elementos de projeto são fixas: uma vez adotada, não há possibilidade de expansão ou de con-
- traccoum projeto seja viável, ele será implantado no início do período de análise, ou seja, a implantação não é função do tempo;
- a abordagem é "determinista", ou seja, considerando o futuro como conhecido, sendo que os dados de entrada são as séries de dados hidrológicos observados no passado ou sintetizados por diferentes técnicas da hidrologia operacional.

A função-objetivo (FO) é de fundamental importância em um problema de otimização e o sucesso depende de sua correta eleição. Embora possa ser motivo de fortes (e interessantes) debates, adotou-se a maximização do Valor Presente dos Benefícios Líquidos (VPBL) como função-objetivo. Considerou-se que o VPBL reflete razoa-velmente os objetivos de um plano de recursos hídricos voltado à maximização da renda agregada regional ou nacional.

Não existindo regularização, o sistema estará composto por uma cadeia de "trechos" de rio. Os volumes que entram e saem de cada um destes trechos são esquematizados na Figura 1. O significado das siglas utilizadas é o seguinte:  $QS_{n-1} = vazão$  de saída do trecho anterior n-1;  $QS_n = vazão$  de saída do próprio trecho n;  $Q_n = vazão$  da bacia incremental contribuinte ao trecho n;  $DF_n =$  demandas fixas do trecho n;  $DV_n =$  demandas variáveis do trecho n.

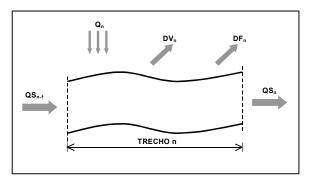


Figura 1. Volumes que intervêm no balanço hídrico de um trecho de rio.

No contexto deste trabalho, dois tipos de demandas foram denominadas "fixas", pois supõese que sejam atendidas sempre que houver água disponível: a) as demandas de primeiríssima prioridade, como as da população, e que devem ser compulsoriamente atendidas quando possível, e b) as demandas cujo valor é tão baixo que o seu atendimento não ofereceria problemas, ainda com disponibilidades hídricas muito baixas.

As demandas variáveis são as de irrigação, que dependem da dimensão do projeto implantado ou a ser implantado.

A restrição básica que deve ser observada é a equação de balanço hídrico que, no caso de um trecho de rio, como conseqüência da baixa capacidade de armazenamento do trecho, fica como:

$$QS_n = QS_{n-1} + Q_n - DF_n - DV_n$$
 (1)

O termo a esquerda desta equação é a entrada ou afluência hídrica no trecho; o da direita são as saídas, ou defluências, cuja soma deve ser, no mínimo, igual à vazão de restrição adotada para o trecho (QEC<sub>n</sub>). Esta, quando é fixada de forma a atender a restrições ambientais, tem sido denominada como vazão ecológica:

$$QS_{n-1} + Q_n - DF_n - DV_n \ge QEC_n$$
 (2)

As contribuições e demandas de um trecho de rio foram contabilizadas no ponto de controle (PC) do extremo de jusante. Para exemplificar, o trecho 1 foi caracterizado pelas demandas e contribuições contabilizadas no PC1, o trecho 2, pelas demandas e contribuições contabilizadas no PC2, etc. Ou seja, é indistinto falar de trecho ou de PC.

Na Inequação (2), agrupando do lado esquerdo as "variáveis de decisão" e do lado direito os "valores fixos", obtém-se:

$$DV_n \le QS_{n-1} + Q_n - DF_n - QEC_n \tag{3}$$

Desenvolvendo o termo QS<sub>n-1</sub>, obtém-se:

$$\sum_{i=a}^{n} DV_{i} \leq \sum_{i=a}^{n} Q_{i} - \sum_{i=a}^{n} DF_{i} - QEC_{n}$$
 (4)

onde o limite a dos operadores somatório representa o primeiro PC de montante, com influência no trecho n.

Embora possa parecer evidente, é preciso fazer um esclarecimento: apenas uma parcela do volume retirado para atender alguma demanda é efetivamente consumido (uso consuntivo), enquanto que a parcela restante retorna ao rio novamente. Neste trabalho, foi considerado que este retorno aporta, e fica disponível, apenas no trecho imediatamente de jusante (o fato de estar trabalhando com intervalo de tempo mensal justifica esta simplificação).

A porção da demanda que é efetivamente consumida é estabelecida por um coeficiente de uso consuntivo k. Portanto, para que retorne ao rio o produto de (1-k) e a demanda, primeiramente deve ser retirada a totalidade desta demanda. O que aparece como uma obviedade, deve ser considerado com muito cuidado na hora de se fazer o balanço hídrico, uma vez que contabilizar indiscriminadamente apenas a fração k da demanda como consumo pode conduzir a situações falsas.

A determinação das demandas variáveis (variáveis de decisão), que neste problema são as demandas dos projetos de irrigação, é a questão central em um problema de otimização deste tipo. Neste trabalho, essas variáveis foram definidas segundo uma abordagem "binária" que é comum nos casos onde os elementos de projeto já tenham sido definidos em dimensão (demanda) e localização (O'Laoghaire e Himmelblau, 1974; Lanna, 1986). Nela, a existência de um elemento de projeto é caracterizada pelos valores de duas variáveis inteiras e binárias:

- a variável de implantação V<sub>j</sub>, que adota valor 1 no caso em que o elemento j deva ser implantado (no início do período de análise) e 0 no caso contrário;
- a variável de atendimento anual U(t), que adota valor 1 no caso em que que exista a demanda do elemento de projeto j no ano t, significando que ele foi implantado, e 0 no caso contrário em que este elemento não foi implantado.

A seguir, são apresentadas as restrições que devem ser verificadas em todos os trechos e intervalos de tempo do período de análise. A Inequação (5) é a versão com variáveis "binárias" da Inequação (4). A Inequação (6) apenas representa a condição lógica e necessária de que  $U(t)_n \leq V_n$ , ou seja, que  $U_n(t)$  somente poderá ser unitário, e portanto a demanda existir, quando o elemento de projeto tiver sido implantado e  $V_n$  for unitário. Ela será denominada como inequação de compatibilidade.

$$\begin{split} &\sum_{i=a}^{n} \left[ k_{V} \cdot \mathsf{DV}(m)_{i} \cdot \mathsf{U}(t)_{i} \right] \leq \\ &\leq \sum_{i=a}^{n} \left[ \mathsf{Q}(t,m)_{i} - k_{F} \cdot \mathsf{DF}(m)_{i} \right] - \mathsf{QEC}_{n} \end{split} \tag{5}$$

$$U(t)_{n} - V_{n} \le 0 \tag{6}$$

onde:  $DV(m)_i$  = demanda variável (irrigação) do PC i, no mês m;  $DF(m)_i$  = demanda fixa, do PC i, no mês m;  $U(t)_i$  = variável binária associada ao atendimento da demanda  $DV(m)_i$  no ano t (1 significa que a demanda será atendida e 0 que a demanda não será atendida);  $V_n$  = variável binária associada à implantação ou não dos projetos do PC n;  $Q(t,m)_i$  = vazão da bacia incremental contribuinte ao trecho i, no ano t e no mês m;  $QEC_n$  = vazão ecológica do trecho n; a = primeiro PC com influência a montante do PCn; k = coeficientes de uso consuntivo; o índice V representa as demandas variáveis e o F as demandas fixas; n indica o PC em análise, variando de 1 (primeiro PC) até N (último PC).

A função-objetivo utilizada, maximização do VPBL, pode ser equacionada como:

$$FO = Max \begin{cases} N^{o}PC & T \\ \sum\limits_{j=1}^{T} \sum\limits_{t=1}^{T} \left| -V_{j} \cdot C_{j} \right| \end{cases} \tag{7}$$

onde: FA(t) = fator de atualização de pagamentos simples; BL<sub>i</sub> = valor do benefício líquido esperado

do PC j, que se obtém subtraindo os custos das receitas decorrentes da venda da produção agrícola deste PC;  $C_j$  = custo de implantação dos projetos de irrigação do PC j;  $N^oPC$  = número de PCs; T = período de análise em anos (horizonte de planejamento).

No contexto da abordagem binária, foram desenvolvidas e testadas três formulações diferentes:

- 1. variante "tudo ou nada";
- 2. variante "com alternativas pré-definidas";
- 3. variante "com penalizações".

Nas formulações a serem apresentadas a seguir, as letras que acompanham as variáveis representam o seguinte: I = irrigação dos novos projetos; E = irrigação existente.

### Variante "tudo ou nada"

Esta é a abordagem menos complexa e reduz o problema a uma questão simples: novos projetos de irrigação serão implantados ou não. As restrições, inequações de compatibilidade e função-objetivo são apresentadas a seguir.

 a. Restrições de balanço hídrico (ou balanço de massas): uma para cada mês do período de análise e para cada PC:

$$\begin{split} &\sum_{i=a}^{n} \sum_{s=1}^{S} \begin{pmatrix} k_{1} \cdot DI(m)_{i,s} \cdot UI(t)_{i,s} + \\ + k_{E} \cdot DE(m)_{i} \cdot UE(t)_{i} \end{pmatrix} \leq \\ &\leq &\sum_{i=a}^{n} \begin{bmatrix} Q(t,m)_{i} - \\ k_{P} \cdot (DU(m)_{i} + DR_{i}) - \\ - DG_{i} \end{bmatrix} - QEC_{n} \end{split} \tag{8}$$

onde: DI(m)<sub>i,s</sub> = demanda de irrigação, para o mês m, no sub-projeto s do PC i; DE(m)<sub>i</sub> = demanda de irrigação, para o mês m, dos perímetros existentes no PC i; DU(m)<sub>i</sub> = demanda, para o mês m, da população urbana do PC i; DG<sub>i</sub> = demandas rurais difusas (população rural e gado, respectivamente) do PC i; UI(t)<sub>i.s</sub> = variável binária associada ao atendimento da demanda de irrigação DI(m)i,s; UE(t)<sub>i</sub> = o mesmo, mas para a demanda de irrigação  $DE(m)_i$ ;  $k_i$  e  $k_E$  = coeficientes de uso consuntivo das culturas agrícolas projetadas e existentes respectivamente; k<sub>P</sub> = coeficiente de uso consuntivo da população; Q(t,m)<sub>i</sub> = vazão da bacia incremental contribuinte ao trecho i, no ano t e no mês m;  $QEC_n$  = vazão ecológica do trecho n; a = primeiro PC com influência a montante do PCn; n = indica o PC em análise: varia desde 1 (primeiro PC) até N (último PC).

Nesta inequação, os índices i representam os PCs; n corresponde o PC sendo analisado e "a" o PC mais a montante com influência no PCn.

 Inequações de compatibilidade: tem-se uma para cada ano do período de análise e para cada sub-projeto de irrigação de cada PC:

$$UI(t)_{i,s} - VI_{i,s} \le 0 \tag{9}$$

sendo VI<sub>i,s</sub> a variável binária de implantação de cada sub-projeto 's' no PC i.

As áreas sob irrigação existentes não intervêm nas inequações de compatibilidade já que não existem variáveis 'V' associadas a elas (pois já foram implantadas anteriormente).

c. Função-objetivo: FO = MAX Z sendo Z igual a:

$$\frac{\underset{i=1}{N^{o}PC} \underset{s=1}{S} \left[ \sum_{t=1}^{T} FA(t) \cdot \begin{pmatrix} UI(t)_{i,s} \cdot BLI_{i,s} + \\ + UE(t)_{i,s} \cdot BLE_{i,s} \end{pmatrix} - - - \begin{pmatrix} VI_{i,s} \cdot CI_{i,s} \end{pmatrix} \right] }{- \left( VI_{i,s} \cdot CI_{i,s} \right) }$$
 (10)

onde: FA(t) = fator de atualização de pagamentos simples; t = intervalo de tempo (anos); T = número de anos do horizonte de planejamento; S = número total de subprojetos de irrigação de cada Pci.

# Variante "com alternativas pré-definidas"

A formulação anterior é muito inflexível: um projeto será implantado ou não - uma demanda é atendida na sua totalidade ou não. Para introduzir maior fexibilidade nesta formulação foi desenvolvida esta segunda alternativa, na qual cada subprojeto em cada PC foi testado em três tamanhos diferentes, o que, com o tamanho nulo, resulta em quatro alternativas. Estes tamanhos foram estabelecidos como 100%, 75% ou 50% do tamanho máximo projetado, mais o tamanho nulo.

Esta variante permite que o atendimento às demandas de irrigação, em um ano qualquer, seja

menor ou igual à dimensão de implantação. Por exemplo, se a dimensão de implantação for 75% da referência, o atendimento às demandas poderá ser de 75%, ou 50%, ou zero, da demanda de referência, mas não de 100%, lembrando que a referência é a dimensão máxima da área irrigada projetada.

A seguir são apresentadas as restrições e função-objetivo desta variante:

 a. Restrições de balanço hídrico: como no caso anterior, tem-se uma para cada mês do período de análise e para cada PC:

$$\sum_{i=a}^{n} \sum_{s=1}^{S} \sum_{y=1}^{3} \begin{bmatrix} k_{i} \cdot DI(m)_{i,s,y} \cdot UI(t)_{i,s,y} + \\ + k_{E} \cdot DE(m)_{y} \cdot UE(t)_{y} \end{bmatrix} \leq \sum_{i=a}^{n} \begin{bmatrix} Q(t,m)_{i} - k_{P} \cdot (DU(m)_{i} + DR_{i}) - \\ - DG_{i} \end{bmatrix} - (11)$$

A única novidade na nomenclatura dessa formulação é constituída pela introdução do índice y, que representa cada uma das diferentes alternativas de tamanho (y = 1 equivale a 100%, y = 2 equivale a 75% e y = 3 equivale a 50% da referência).

Inequações de compatibilidade entre as variáveis U e V - tem-se uma para cada ano do período de análise, para cada subprojeto de irrigação de cada PC:

$$\begin{pmatrix} UI(t)_{i,s,100\%} + 0.75 \cdot UI(t)_{i,s,75\%} + \\ + 0.50 \cdot UI(t)_{i,s,50\%} \end{pmatrix} - \\ - \begin{pmatrix} 1 \cdot VI_{i,s,100\%} + 0.75 \cdot VI_{i,s,75\%} + \\ + 0.50 \cdot VI_{i,s,50\%} \end{pmatrix} \leq 0$$
 (12)

 c. Inequações de compatibilidade entre as variáveis U - tem-se uma para cada ano do período de análise, para cada sub-projeto de irrigação de cada PC:

$$\sum_{y=1}^{3} UI(t)_{i,s,y} \le 1$$
 (13)

$$\sum_{y=1}^{3} UE(t)_{i,s,y} \le 1$$
 (14)

Nestas inequações, de novo, as letras I e E representam, respectivamente, os perímetros projetados e os existentes.

 d. Inequações de compatibilidade entre as variáveis V - tem-se uma por sub-projeto de irrigação de cada PC.

$$\sum_{v=1}^{3} VI_{i,s,y} \le 1 \tag{15}$$

e. Função-objetivo: FO = MAX Z sendo a função Z igual a:

$$\sum_{i=1}^{N \text{PPC S}} \sum_{s=1}^{3} \sum_{t=1}^{T} FA(t) \cdot \begin{pmatrix} UI(t)_{i,s,y} \cdot BLI_{i,s,y} + \\ + UE(t)_{i,s,y} \cdot BLE_{i,s,y} \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} II(t)_{i,s,y} \cdot BLE_{i,s,y} + \\ - III(t)_{i,s,y} \cdot BLE_{i,s,y} \end{pmatrix}$$
 (16)

## Variante "com penalizações"

Em um trabalho de otimização das dimensões de implantação de projetos de irrigação, o planejador poderia formular a seguinte pergunta: "Se nos intervalos com escassez de água as demandas fossem atendidas por uma fonte alternativa, e o seu custo levado em consideração no processo de otimização, as dimensões dos perímetros irrigados a serem implantados não poderiam ser aumentadas?"

Como tentativa de dar resposta a esta questão, totalmente pertinente, foi formulada esta abordagem, que penaliza aqueles meses em que a vazão ecológica não é satisfeita. Esta penalização é feita através de um fator que deve refletir o custo do atendimento das demandas por uma fonte alternativa. O raciocínio empregado é mostrado a seguir.

A restrição de balanço hídrico, na sua forma genérica é expressa como:

$$\begin{array}{l} \sum\limits_{i=a}^{n}Q(t,m)_{i}-\sum\limits_{i=a}^{n}DF(m)_{i}-\sum\limits_{i=a}^{n}DV(m)_{i}\geq QEC_{n} \end{array} \tag{17}$$

Para transformá-la de inequação para equação precisa-se da incorporação de uma variável de excesso (ou folga), que será chamada de PN:

$$\begin{array}{l} \sum\limits_{i=a}^{n}Q(t,m)_{i}-\sum\limits_{i=a}^{n}DF(m)_{i}-\sum\limits_{i=a}^{n}DV(m)_{i}-\\ -PN(t,m)_{n}=QEC_{n} \end{array} \tag{18}$$

É evidente que, no caso em que a vazão ecológica seja satisfeita, a variável PN é positiva. Mas, poderá acontecer que em alguns meses do período de análise, e em alguns PCs, esta variável seja menor que zero. É nesses meses que a penalização deve ser aplicada.

$$PN(t,m)_n \ge 0 \implies$$
 Não há penalização (ou o suprimento é realizado com folga).

Para implementar esta opção a variável PN é definida como:

$$PN = PN1 - PN2 \tag{19}$$

Tanto PN1 como PN2 são variáveis não negativas e apenas esta última (PN2) intervém na função-objetivo, multiplicada pelo coeficiente de penalização, como será mostrado mais adiante. O coeficiente de penalização poderia ser o custo do atendimento às demandas através da fonte alternativa, ou mesmo a perda sofrida pela quebra de produção.

A seguir, são apresentadas as restrições e a função-objetivo desta abordagem.

 a. Restrições de balanço hídrico - tem-se uma para cada mês do período de análise e para cada PC:

$$\sum_{i=a}^{n} \begin{bmatrix} S \\ \sum_{s=1}^{n} \left[ k_{l} \cdot DI(m)_{s} \cdot UI(t)_{s} + \right] \\ + k_{E} \cdot DE(m) \cdot UE(t) \end{bmatrix} + \\
+ \left[ PN1(t,m) - PN2(t,m) \right] _{i} = \\
= \sum_{i=a}^{n} \begin{bmatrix} Q(t,m) - k_{P} \cdot (DU(m) + DR) - \\ - DG \end{bmatrix}_{i} - (20) \\
- QEC_{n}$$

O significado das variáveis e dos índices é o mesmo das duas abordagens anteriores.

 b. Inequações de compatibilidade - tem-se uma para cada ano do período de análise e para cada sub-projeto de irrigação de cada PC:

$$UI(t)_{s} - VI_{s} \le 0 \tag{21}$$

c. Função-objetivo: FO = MAX Z sendo a função Z igual a:

$$\begin{cases} N^{\circ}PC & S \\ \sum\limits_{i=1}^{T} \sum\limits_{s=1}^{T} \left[ \sum\limits_{t=1}^{T} FA(t) \cdot \begin{pmatrix} UI(t)_{i,s} \cdot BLI_{i,s} + \\ + UE(t)_{i,s} \cdot BLE_{i,s} \end{pmatrix} - \right] \\ - \left\{ \lambda \cdot \sum\limits_{i=1}^{N^{\circ}PC} \sum\limits_{t=1}^{T} \sum\limits_{m=1}^{12} PN2(t,m)_{i} \right\} \end{cases}$$
(22)

onde a novidade é o fator de penalização  $\lambda$ : ele é o custo do atendimento às demandas utilizando uma fonte alternativa de água.

# **APLICAÇÃO**

As abordagens metodológicas apresentadas foram aplicadas ao estudo da otimização da dimensão de projetos de irrigação na bacia do rio Paracatú, para seis séries de 30 anos (período de análise), que varreram os 55 anos de dados hidrológicos disponíveis da seguinte forma: anos 1 a 30; anos 6 a 35; anos 11 a 40; anos 16 a 45; anos 21 a 50 e: anos 26 a 55.

Adotou-se 60% como coeficiente de uso consuntivo para a irrigação, 20% para as demandas da população e 100% para as demandas animais. A taxa de desconto utilizada foi de 12%.

### Características da área de aplicação

As informações sobre esta bacia foram obtidas em PLANO (1998). Esta bacia localiza-se a noroeste do Estado de Minas Gerais, a sudeste de Goiás e a leste do Distrito Federal (Figura 2). O rio Paracatú drena uma área de 45.625 km² e tem um uso predominantemente agropecuário: existem na bacia 37.084,60 ha sob irrigação e projeta-se ampliar esta área irrigada a 184.866,60 ha. O rebanho que pretendia-se atender era da ordem de 800.000 cabeças (bovinos). A população urbana da bacia é da ordem de 180.000 habitantes e a rural de 140.000 habitantes.

Os pontos onde são realizadas as captações foram agrupados em 15 PCs (captações a fio d'água, ou seja, sem reservatórios). O esquema adotado é apresentado na Figura 3.

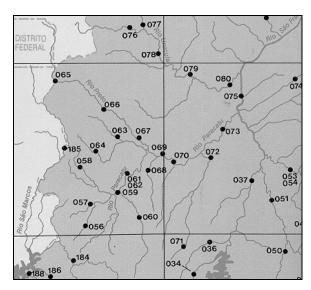


Figura 2. Localização do rio Paracatú.

# Condições iniciais e projetos a serem implantados

A situação inicial e as características dos projetos a serem implantados são as que se descrevem a seguir:

- As culturas existentes e a implantar podem ser classificadas, em função do tipo de irrigação a utilizar, em dois tipos: culturas sob irrigação por inundação (arroz) e culturas sob irrigação por aspersão (culturas várias, ou policulturas).
- Nos 15 PCs já existiam 37.084,60 ha de perímetros irrigados com produção de culturas várias (policulturas), estando sua distribuição detalhada na Tabela 1.
- No que se refere à irrigação por inundação (arroz), está sendo cogitada a implantação de 10 áreas sob irrigação: uma no PC4, uma no PC6, duas no PC14 e as seis restantes no PC15, que totalizam 6.290 ha.
- Pensa-se implantar 18 novas áreas sob irrigação por aspersão: duas no PC2, uma no PC3, três no PC5, duas no PC6, cinco no PC7, duas no PC10 e três no PC12, totalizando isto 81.492 ha.

### **Dados disponíveis**

Dispunha-se de 55 anos de dados de vazões mensais das bacias incrementais de cada PC

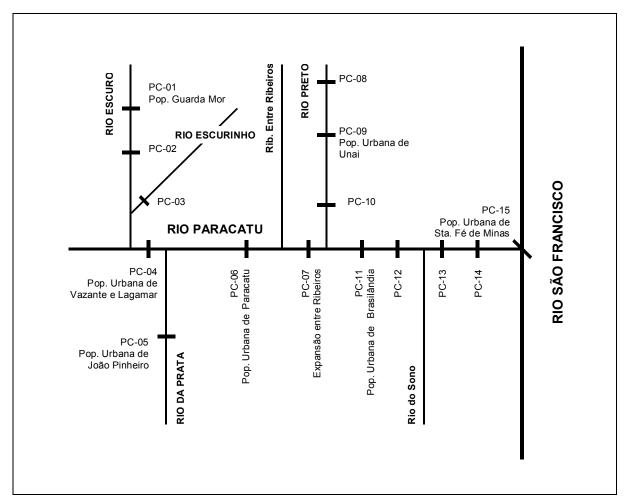


Figura 3. Esquema adotado para a bacia do rio Paracatu.

e dos dados de demandas da população urbana, rural, do gado e das de irrigação.

Na Tabela 1 são apresentadas as médias mensais das vazões na foz (PC15) e as demandas unitárias da irrigação por inundação e por aspersão. Nesta tabela, é possível apreciar as estações úmida (outubro a março) e seca (abril a setembro).

Dispunha-se também dos dados de vazões ecológicas para cada PC.

Todos os dados utilizados neste trabalho (hidrológicos, do calendário agrícola adotado e econômicos) encontram-se detalhados no trabalho de Pilar (1998).

### **RESULTADOS**

A análise dos resultados será feita em separado para a irrigação por inundação e para a irrigação por aspersão.

## Irrigação por inundação

O resultado da otimização mostrou, para as três abordagens, o seguinte:

- todos os perímetros projetados são factíveis de serem implantados;
- as demandas desses perímetros poderiam ser atendidas todos os anos, na sua totalidade.

Os resultados obtidos para os projetos de irrigação por inundação foram os esperados, devido a dois motivos principais: as demandas de irrigação do arroz coincidem com os meses de maior oferta hídrica, quando não existe escassez, e a superfície dos projetos de irrigação por inundação que se pretende implantar é pequena em face à esta disponibilidade de água.

Tabela 1. Ofertas hídricas no PC15 e demandas unitárias.

	JAN	FEV	MAR	ABR	MAI	JUN	JUL	AGO	SET	OUT	NOV	DEZ
ANO					OFE	RTAS HÍDR	RICAS (m3/	s)				
1	441.58	895.03	1076.61	333.51	228.84	157.27	172.69	140.14	106.39	78.41	439.54	470.03
2	624.94	325.51	673.64	887.00	234.44	200.14	184.62	142.29	118.36	154.12	195.60	335.53
3	1072.64	638.61	922.22	389.99	333.34	237.13	185.63	141.92	126.71	119.23	509.97	1071.05
4	2551.13	1339.58	935.13	540.19	389.39	293.88	233.95	176.63	137.09	211.38	847.98	1762.84
5	897.22	940.94	691.28	486.74	326.62	278.40	206.58	166.96	129.45	168.45	327.69	762.64
6	1447.79	1793.63	1186.03	3275.97	765.91	419.60	312.21	264.02	223.89	343.46	735.74	1434.83
7	2537.17	748.04	873.93	856.16	520.05	380.00	313.29	270.79	206.79	102.77	110.53	602.28
8	637.80	737.78	1095.41	1273.99	417.87	292.33	235.97	189.52	177.84	139.11	390.03	898.37
9	1125.74	717.40	760.97	538.65	292.55	262.23	225.41	170.31 223.67	177.84	155.24	219.34	2106.01
10 11	876.95 641.07	3055.13 643.66	1297.50 550.79	648.11 538.23	469.49 250.86	317.95 197.39	253.55 185.23	160.97	213.78 131.25	225.11 276.76	401.31 544.37	673.81 692.53
12	613.48	681.31	597.22	491.91	204.20	103.39	123.66	110.50	96.97	77.88	65.12	385.24
13	484.67	711.47	1728.37	622.98	258.69	203.77	149.17	105.42	74.06	187.04	234.55	598.01
14	240.98	149.60	505.27	450.81	206.40	133.15	99.37	64.70	79.69	135.80	294.18	1054.03
15	685.50	1197.60	591.55	456.90	168.36	151.86	123.05	70.12	64.89	83.43	163.04	636.08
16	394.49	457.65	293.06	544.35	238.70	163.62	134.38	98.87	75.80	102.21	445.66	934.10
17	1212.94	601.76	1073.38	351.98	370.15	342.49	230.32	169.61	147.70	131.88	589.30	1539.90
18	2041.15	1597.97	2350.75	1875.26	778.23	534.03	401.69	304.68	284.17	292.06	422.22	969.06
19	682.53	1031.85	651.44	706.35	386.45	282.39	261.15	204.14	197.12	246.57	208.80	337.55
20	847.03	500.62	1052.14	373.43	247.12	209.77	178.01	150.64	123.04	169.82	537.07	434.81
21	982.02	1105.28	1319.54	610.02	397.50	284.95	227.59	173.48	146.04	129.38	365.96	1037.41
22	1995.36	1766.04	939.60	447.68	396.14	217.86	165.30	126.26	99.14	100.58	177.62	395.03
23	1139.70	1202.13	1039.24	450.25	362.49	244.18	194.19	152.97	154.36	228.95	409.92	1910.15
24	1507.20	1204.33	519.92	361.59	287.78	238.63	194.01	160.21	131.29	103.78	214.35	172.49
25	1160.81	1146.34	511.23	386.30	247.57	174.41	146.09	118.07	92.22	239.10	609.21	628.01
26	986.46	906.92	1354.17	737.96	373.78	278.48	235.51	168.52	134.35	343.19	683.14	723.35
27	1663.55	1875.00	969.76	629.59	447.84	323.88	271.75	200.02	113.64	268.99	476.76	855.58
28	832.25	936.02	795.55	585.33	324.19	239.31	197.08	154.89	131.83	112.01	350.53	1030.94
29	874.34	1031.04	1180.89	566.40	343.25	265.13	265.13	194.97	204.89	238.90	372.02	711.26
30	592.92	664.62	562.05	304.36	243.05	168.34	129.82	118.16	99.18	209.04	1026.36	1180.57
31	1774.54	1416.37	903.88	533.50	354.04	266.98	224.99	183.96	183.00	332.86	473.37	1582.03
32	220.51	191.95	307.45	185.60	104.02	115.72	79.54	74.13	78.15	204.65	742.78	1711.97
33	633.19 710.57	598.98 536.94	659.62 808.53	508.19 704.89	254.06 295.17	196.81 226.23	186.15 194.69	133.76 152.69	114.69 130.93	256.46 406.47	756.29 768.79	765.50 748.19
34 35	645.26	337.30	1272.76	977.63	488.08	314.72	253.61	217.76	166.73	263.76	235.34	376.08
36	684.31	590.40	249.63	434.04	208.75	153.62	136.22	107.43	88.41	184.80	470.38	375.48
37	269.92	351.20	435.92	204.48	151.02	114.93	132.19	74.46	230.53	232.18	675.93	1279.03
38	1300.99	1060.52	393.45	513.94	283.81	226.19	178.84	137.33	136.74	197.84	319.09	743.18
39	1582.03	958.91	1295.45	796.50	453.21	392.14	284.96	221.31	194.45	310.82	304.98	1261.93
40	2002.53	3506.08	1521.20	928.49	588.77	507.43	394.30	315.77	303.58	277.97	577.53	579.98
41	1970.39	2259.03	1125.92	1150.22	584.78	474.48	385.04	296.15	282.53	259.67	528.95	1114.35
42	1899.09	847.38	816.59	879.89	482.68	394.91	299.94	259.90	205.55	404.27	1313.52	1375.40
43	1936.84	1267.74	1955.94	1206.56	662.57	515.41	435.93	357.79	301.37	306.58	334.02	500.80
44	1811.69	2588.09	1539.36	1136.61	625.86	473.43	399.78	313.74	299.15	587.09	1065.64	1686.77
45	866.35	551.24	516.39	793.28	347.75	283.86	245.72	221.38	266.00	230.99	249.45	832.69
46	1517.76	1179.17	1196.40	614.51	424.16	310.23	261.41	227.87	205.66	229.86	356.98	740.43
47	1873.21	1332.68	706.02	415.48	325.28	257.08	234.20	231.36	201.50	176.52	190.04	459.94
48	530.40	380.89	429.91	353.85	241.35	177.53	180.52	125.14	139.72	171.03	284.96	1196.28
49	837.38	980.90	832.70	607.45	355.22	261.94	215.14	181.11	142.31	196.64	301.49	662.51
50	559.81	682.83	562.44	303.41	205.31	175.31	157.05	138.36	144.49	197.39	594.41	2186.65
51	1443.85	703.88	637.93	352.95	336.65	242.94	245.82	202.07	200.79	200.24	222.53	272.87
52	704.39	815.80	1363.69	1087.60	470.71	314.54	239.09	215.93	201.00	277.37	455.90	759.21
53	1625.67	3205.34	1420.09	883.38	607.43	420.76	342.54	278.21	269.52	458.95	1437.99	1693.77
54 55	1125.09 1891.57	1204.24 745.91	761.38 1913.92	579.36 795.41	378.14 465.29	331.60 362.72	254.01 292.40	230.80 246.05	216.08 199.63	231.87 174.95	264.15 451.37	856.26 778.11
	0.00	2.61	0.99	IANDAS UN 1.04	0.00	OA IRRIGAÇ 0.00	0.00	NUNDAÇÃO 0.00	0.00 (lts/s/ha)	0.00	0.00	2.03
	0.00	2.01								0.00	0.00	2.03
	0.00	0.00	0.00	1ANDAS UI 0.14	NITÁRIAS I 0.16	0.31	ÇÃO POR A 0.48	ASPERSÃO 0.63	(lts/s/ha) 1.08	0.28	0.00	0.00
	0.00	0.00	0.00	U. 1 <del>-7</del>	0.10	0.01	0.70	0.00	1.00	0.20	0.00	0.00

### Irrigação por aspersão

Com referência à irrigação por aspersão, a otimização mostrou que nem sempre será possível atender às demandas de todos os perímetros projetados e, mesmo, existentes. Isto também não foi um resultado surpreendente, devido ao fato de que a superfície dos novos perímetros que se pretende implantar representa 2.2 vezes a área dos existentes e, também, porque o pico da demanda acontece no mês de setembro, no qual a oferta hídrica atinge, normalmente, seu valor mínimo anual. É em situações como estas, que podem ser chamadas de situações de conflito, que a abordagem analisaapresenta as suas vantagens e potencialidades para subsidiar ao tomador de decisões.

Os resultados obtidos, apresentados nas Tabelas 2, 3 e 4, mostraram variações para os perímetros a serem implantados nos PCs 2 e 5.

### Comparação dos resultados

A comparação dos resultados será feita visando dois aspectos:

- 1. Sensibilidade em relação às séries temporais hidrológicas: apenas as áreas projetadas para os PCs 2 e 5 mostraram-se sensíveis. Na Tabela 2, que apresenta os resultados para a variante "tudo ou nada", pode-se verificar que a viabilidade dos projetos a serem implantados nos PCs 2 e 5 varia conforme a série utilizada. O mesmo pode ser observado na Tabela 4, que mostra os resultados da variante "com alternativas pré-definidas". Portanto, é nestes PCs onde deveria ser focalizada a atenção do tomador de decisões na hora de fazer as escolhas. Os projetos que se pretende implantar nos outros PCs não apresentam sensibilidade às séries temporais hidrológicas ou seja eles são viáveis segundo as três formulações e com as dimensões máximas.
- 2. Sensibilidade em relação à função-objetivo: os resultados mostraram que a função-objetivo aumentou com a flexibilidade da variante do modelo geral utilizada. A primeira variante ("tudo ou nada") é a mais rígida das três, enquanto a variante "com penalizações" permite estender a implantação dos projetos até o limite da viabilidade econômica do suprimento das demandas, com uma fonte de água alternativa.

## **CONCLUSÕES**

Neste trabalho foram apresentadas tanto a formulação quanto a aplicação de três variantes de um modelo de otimização. O modelo e suas variantes mostraram-se eficazes, pois os resultados obtidos são um interessante subsídio para o processo decisório, e até eficientes, pois foram obtidos com custos (computacionais) muito baixos.

A programação convexa, em especial a programação linear, foi utilizada sem necessidade de simplificações (linearizações) grosseiras.

O problema que foi abordado neste trabalho pode ser considerado complexo pois:

- a bacia não possui (nem estão previstos) reservatórios que permitam uma regularização das vazões;
- existem 15 pontos onde devem ser verificadas as equações de balanço hídrico, cada um deles com vários tipos de demandas, como por exemplo de irrigação por inundação e por aspersão, de populações urbanas e rurais, além de dessedentação animal;
- as duas características anteriores fazem com que as equações de balanço hídrico dos pontos mais a jusante sejam muito extensas, devido às disponibilidades de água dependerem das retiradas em cada um dos pontos com influência a montante.

Apesar da complexidade indicada, o desenvolvimento dos modelos foi bastante simples, utilizando ferramentas de uso diário de qualquer profissional da engenharia, como por exemplo simples microcomputadores tipo PC.

Seria impróprio considerar uma das variantes aplicadas como melhor que as outras, pois cada uma delas mostra-se adequada para responder questões diferentes:

- o projeto x é viável de ser implantado?
- se não é viável em seu tamanho máximo, seria viável num tamanho menor, por exemplo 75% ou 50%?
- considerando que a demanda, nos meses de pouca oferta hídrica seja atendida com fontes de água alternativas, e seu custo levado em conta, não seria possível ampliar o tamanho do projeto a ser implantado?

Tabela 2. Resultados da otimização para a variante "tudo ou nada".

PC	Projeto	Área projetada			Série de vazô	ões adotadas 55 anos de d	ados)	
		(ha)	1-30	6-35	11-40	16-45	21-50	26-55
2	2.1	3 784.00	0	1	0	0	0	1
	2.2	4 312.00	1	1	1	1	1	1
3	3.1	2 176.00	1	1	1	1	1	1
	5.1	5 232.00	1	1	1	1	1	1
5	5.2	3 248.00	0	1	0	1	0	1
	5.3	3 968.00	1	1	1	1	1	1
6	6.1	11 536.00	1	1	1	1	1	1
	6.2	6 016.00	1	1	1	1	1	1
	7.1	7 008.00	1	1	1	1	1	1
	7.2	512.00	1	1	1	1	1	1
7	7.3	6 344.00	1	1	1	1	1	1
	7.4	2 816.00	1	1	1	1	1	1
	7.5	5 500.00	1	1	1	1	1	1
10	10.1	4 768.00	1	1	1	1	1	1
	10.2	2 312.00	1	1	1	1	1	1
	12.1	5 820.00	1	1	1	1	1	1
12	12.2	3 790.00	1	1	1	1	1	1
	12.3	2 350.00	1	1	1	1	1	1
Função (	Objetivo (milh	ões de US\$)	3422.260	4125.326	3422.260	4163.639	4080.075	4148.433

Nota: 1 significa implantação do projeto; 0 significa não implantação do projeto.

Tabela 3. Resultados da otimização para a variante "com penalizações".

PC	Projeto	Área projetada		(com r	Série de vazô eferência aos		lados)	
		(ha)	1-30	6-35	11-40	16-45	21-50	26-55
2	2.1	3 784.00	1	1	1	1	1	1
	2.2	4 312.00	1	1	1	1	1	1
3	3.1	2 176.00	1	1	1	1	1	1
	5.1	5 232.00	1	1	1	1	1	1
5	5.2	3 248.00	1	1	1	1	1	1
	5.3	3 968.00	1	1	1	1	1	1
6	6.1	11 536.00	1	1	1	1	1	1
	6.2	6 016.00	1	1	1	1	1	1
	7.1	7 008.00	1	1	1	1	1	1
	7.2	512.00	1	1	1	1	1	1
7	7.3	6 344.00	1	1	1	1	1	1
	7.4	2 816.00	1	1	1	1	1	1
	7.5	5 500.00	1	1	1	1	1	1
10	10.1	4 768.00	1	1	1	1	1	1
	10.2	2 312.00	1	1	1	1	1	1
	12.1	5 820.00	1	1	1	1	1	1
12	12.2	3 790.00	1	1	1	1	1	1
	12.3	2 350.00	1	1	1	1	1	1
Função	Objetivo (milh	ões de US\$)	5081.268	5076.635	5056.443	5081.391	5084.273	5085.565

Nota: 1 significa implantação do projeto; 0 significa não implantação do projeto.

Tabela 4. Resultados da otimização para a variante "com alternativas pré-definidas".

PC	Projeto	Área	Série de vazões adotadas (com referência aos 55 anos de dados)						
		projetada* (ha)	1-30	6-35	11-40	16-45	21-50	26-55	
		3784 (100%)	1	1	0	0	0	1	
	2.1	2838 (75%)	0	0	0	1	0	0	
2		1892 (50%)	0	0	1	0	1	0	
		4312 (100%)	1	1	1	0	1	1	
	2.2	3234 (75%)	Ö	Ö	Ö	1	Ö	0	
		2156 (50%)	0	0	0	0	0	0	
		2176 (100%)	1	1	1	1	1	1	
3	3.1	1632 (75%)	0	0	0	0	0	0	
		1088 (50%)	0	0	0	0	0	0	
		5232 (100%)	1	1	0	1	1	1	
	5.1	3924 (75%)	0	0	1	0	0	0	
		2616 (50%)	0	0	0	0	0	0	
		3248 (100%)	1	1	0	1	0	1	
5	5.2	2436 (75%)	Ö	Ó	1	Ö	1	0	
	0.2	1624 (50%)	Ö	Ö	Ö	Ö	Ö	0	
		, ,							
	F 0	3968 (100%)	0	1	1	1	1	0	
	5.3	2976 (75%) 1984 (50%)	1 0	0 0	0 0	0 0	0 0	1 0	
	0.4	11536 (100%)	1	1	1	1	1	1	
6	6.1	8652 (75%) 5768 (50%)	0 0	0 0	0 0	0 0	0 0	0	
b		5768 (50%)	U	U	U	U	U	U	
		6016 (100%)	1	1	1	1	1	1	
	6.2	4512 (75%)	0	0	0	0	0	0	
		3008 (50%)	0	0	0	0	0	0	
		7008 (100%)	1	1	1	1	1	1	
	7.1	5256 (75%)	0	0	0	0	0	0	
		3504 (50%)	0	0	0	0	0	0	
		512 (100%)	1	1	1	1	1	1	
	7.2	384 (75%)	Ö	Ö	Ö	Ö	Ö	0	
		256 (50%)	0	0	0	0	0	0	
7		6244 (100%)	1	4	0	1	1	1	
	7.3	6344 (100%) 4758 (75%)	1 0	1 0	0 1	1 0	1 0	1 0	
	1.3	3172 (50%)	0	0	Ö	0	0	0	
		, ,	Ü	Ü		Ü		O	
		2816 (100%)	1	1	1	1	1	1	
	7.4	2112 (75%)	0	0	0	0	0	0	
		1408 (50%)	0	0	0	0	0	0	
		5500 (100%)	1	1	1	1	1	1	
	7.5	4125 (75%)	0	0	0	0	0	0	
		2750 (50%)	0	0	0	0	0	0	
		4768 (100%)	1	1	1	1	1	1	
	10.1	3576 (75%)	0	0	0	0	0	0	
10		2384 (50%)	0	0	0	0	0	0	
		2312 (100%)	1	1	1	1	1	1	
	10.2	1734 (72%)	Ó	Ö	Ó	Ó	Ó	Ö	
	-	1156 (50%)	0	0	0	0	0	0	
-	<del></del>	5820 (100%)	1	1	1	1	1	1	
	12.1	4365 (75%)	Ö	Ö	Ö	Ó	Ö	0	
		2910 (50%)	Ō	Ō	Ö	0	0	Ō	
12				4	4	4	4	4	
	12.2	3790 (100%)	1	1	1	1	1	1	
	12.2	2842.5 (75%) 1895 (50%)	0 0	0 0	0 0	0 0	0 0	0	
			U	U	U	U		U	
		2350 (100%)	1	1	1	1	1	1	
	12.3	1762.5 (75%)	0	0	0	0	0	0	
		1175 (50%)	0	0	0	0	0	0	
	ão Objetivo (milh		4049.213	4176.755	3551.194	4184.128	4178.290	4082.6	

Nota: 1 significa *implantação* do projeto; 0 significa *não implantação* do projeto. \*As percentagens que aparecem nesta coluna referem-se à área máxima.

Cada uma destas perguntas teria resposta com alguma das abordagens que foram desenvolvidas e aplicadas neste trabalho.

### **REFERÊNCIAS**

- EVALUACIÓN global de los recursos mundiales de agua dulce: artículo especial, (1997). Waterway, Boletín PHI, n.11, jul/set. (Comunicação via Internet: <a href="http://www.unesco.org.uy/phi/wateresp/Wat11/">http://www.unesco.org.uy/phi/wateresp/Wat11/</a> Wat11 artesp.html)
- BARTH, F. T. (1987). Fundamentos para a gestão dos recursos hídricos. In: *Modelos para gerenciamento de recursos hídricos*. São Paulo: Nobel: ABRH. p1-91. (Coleção ABRH de Recursos Hídricos,1).
- LANNA, A. E. (1986). Dimensionamento e/ou expansão da capacidade de um sistema de suprimento hídrico com técnicas de programação linear. In: Congreso Latino-Americano Sobre Métodos Computacionais Para Engenharia, 7, São Carlos. *Anais*. São Carlos: Escola de Egenharia. v2, p795-807.
- O'LAOGHAIRE, D. T., HIMMELBLAU, D. M. (1974). Optimal expansion of water resources system. New York: Academic Press. p272.
- PILAR, J. V. (1998). Otimização de um sistema de recursos hídricos sem regularização Caso analizado: bacia do rio Paracatú. Porto Alegre: UFRGS Programa de Pós-Graduação em Engenharia, Recursos Hídricos e Saneamento Ambiental. Dissertação (Mestrado).
- PLANO Diretor de Recursos Hídricos da Bacia do Rio Paracatú. (1998?). Secretaria de Recursos Hídricos. (Comunicação via Internet: <a href="http://www.mma.gov.br/port/SRH/rioParacatú">http://www.mma.gov.br/port/SRH/rioParacatú</a>. html).
- SIMONOVIC, S. P. (1992). Reservoir systems analysis: closing gap between theory and practice. *Journal of Water Resources Planning and Management*, New York, v118, n.3, p262-280.

# Planning an Unregulated Water Resources System by Linear Optimization: the Paracatu River Basin

### **ABSTRACT**

Water is scarce both from the quantitative and qualitative points of view. Hydraulic works needed to use it are usually expensive. Therefore, the efforts at rational planning of water resources are highly relevant for society, as economic and financial resources are often limited.

This paper presents several models to plan the use of river basins without reservoir regulation using linear optimization techniques. Simple Linear Programming techniques applied. The application of these models to Paracatu River basin, in Brazil, is presented.