

## **DIMENSIONAMENTO ÓTIMO DE UM SISTEMA DE RECURSOS HÍDRICOS DE GRANDE PORTE: O PROJETO ARCO-ÍRIS, NORDESTE DO BRASIL**

**Alex Gama de Santana**

*Superintendência de Recursos Hídricos da Bahia (SRH)*  
[alex@srh.ba.gov.br](mailto:alex@srh.ba.gov.br)

**Antonio Eduardo Leão Lanna**

*Instituto de Pesquisas Hidráulicas – Universidade Federal do Rio Grande do Sul*  
[lanna@if.ufrgs.br](mailto:lanna@if.ufrgs.br)

### **RESUMO**

*A grande carência de água no Nordeste brasileiro é evidente, sendo uma das principais causas de seu atraso econômico. Na busca de alternativas para desenvolver a região têm sido preconizada a adoção da agricultura irrigada. Foram identificados solos aptos para esta atividade, cujas demandas totais não apenas superam as disponibilidades hídricas como são localizados em bacias carentes de água. Por isso, as transposições de água entre bacias hidrográficas são uma alternativa de intervenção que deverão ser adotadas com frequência cada vez maior. A complexidade de dimensionamento de sistemas de recursos hídricos, compostos por vários cursos de água e centros de consumo, ligados por reservatórios, canais e estações de bombeamento é um desafio para a engenharia de recursos hídricos. Técnicas de otimização matemática podem contribuir para responder a este desafio, viabilizando a adoção de alternativas economicamente eficientes e financeiramente viáveis.*

*Este trabalho propõe uma metodologia de dimensionamento de sistemas complexos e de grande porte como os mencionados. A técnica utilizada é a programação linear. O modelo otimiza as dimensões dos elementos de projeto de forma a atender as demandas hídricas dos centros de consumo com mínimo valor presente dos custos de investimento, operação e manutenção. O teste é realizado em um sistema de recursos hídricos baseado no Projeto Arco-Íris, em estudo pela Companhia de Desenvolvimento do Vale do São Francisco (CODEVASF), localizado no Estado de Pernambuco.*

### **INTRODUÇÃO**

A Companhia de Desenvolvimento do Vale do São Francisco (CODEVASF) tem analisado uma

alternativa de desenvolvimento para o Nordeste Brasileiro denominada "Projeto semi-árido: uma proposta para desenvolvimento do semi-árido nordestino e do Vale do São Francisco", no qual se prevê a criação de doze grandes sistemas que têm como principal fonte hídrica o rio São Francisco. Eles atenderiam a todos os estados nordestinos.

É prevista a construção de diversos reservatórios em cursos de água intermitentes, interligados por canais em nível (sem declividade). Tais canais foram concebidos para transportar a água em ambos os sentidos, dependendo das disponibilidades serem maiores ou menores nos reservatórios que os unem. Cada sistema seria alimentado pelo manancial perene do São Francisco, de forma suplementar, quando as demandas hídricas exigirem. As captações seriam realizadas em quatro seções deste rio: nos reservatórios de Sobradinho, Itaparica e Xingó e em seção próxima à cidade de Cabrobó, PE. A Tabela 1 apresenta uma listagem destes sistemas, informando a área irrigada, extensão dos canais, número de reservatórios, de estações de bombeamento e de hidrelétricas, e estimativas expeditas de custos de implantação. As hidrelétricas serão construídas para aproveitar as quedas criadas nas interligações das bacias.

Nota-se que a complexidade destes sistemas, resultantes do grande número de elementos de projeto, estabelece um desafio de engenharia econômica que os métodos tradicionais não são aptos a enfrentar.

### **OBJETIVO**

O artigo apresenta uma metodologia de dimensionamento de sistemas de recursos hídricos de grande porte, com múltiplos elementos, com as características dos sistemas do Projeto Semi-Árido.

O objetivo será a minimização do valor atual dos custos agregados de investimento, manutenção e operação. Pequenas alterações podem ser introduzidas para estabelecer como objetivo a

**Tabela 1. Projetos de interligação de bacias (CODEVASF, 1996).**

| Projetos         | Captação <sup>1</sup> | UF    | Área Irrigada (ha) | Canais (km) | Reservatórios | Estações de bombeamento | Hidrelétricas | Custo (10 <sup>6</sup> R\$) |
|------------------|-----------------------|-------|--------------------|-------------|---------------|-------------------------|---------------|-----------------------------|
| Bahia Norte      | S                     | BA    | 145.000            | 1.020       | 65            | 6                       | 9             | 1.095                       |
| Sertão de PE     | S                     | PE    | 172.250            | 1.555       | 57            | 10                      | 6             | 1.560                       |
| Jacaré Verde     | S                     | BA    | 132.750            | 530         | 21            | 8                       | 1             | 625                         |
| Terra Nova       | S                     | PE    | 75.000             | 335         | 23            | -                       | 1             | 255                         |
| Piauí-Canindé    | S                     | BA/PI | 110.000            | 445         | 33            | 4                       | 4             | 705                         |
| Arco-Iris        | C                     | PE    | 42.000             | 225         | 17            | 5                       | 1             | 150                         |
| Via Prata        | C                     | CE/RN | 8.000              | 145         | 6             | 6                       | -             | 780                         |
| Bacias Cearenses | C                     | CE    | 265.000            | 2.250       | 210           | -                       | 39            | 3.590                       |
| Jati-Açu         | C                     | PB/RN | 300.000            | 1.250       | 33            | -                       | 21            | 3.180                       |
| Sertão Alagoano  | I                     | AL    | 94.000             | 320         | 32            | 5                       | 3             | 575                         |
| Alto Sergipe     | I                     | BA/SE | 55.000             | 335         | 25            | -                       | 1             | 315                         |
| Xingó            | X                     | SE    | 15.000             | 50          | 8             | 2                       | -             | 70                          |
| <b>TOTAL</b>     | -                     | -     | <b>1.412.000</b>   | -           | -             | -                       | -             | <b>13.006</b>               |

<sup>1</sup> Local de captação: S = reservatório de Sobradinho; C = rio São Francisco, próximo à cidade de Cabrobó (PE), na mesma seção de captação prevista para o projeto de transposição em análise; I = reservatório de Itaparica; X = reservatório de Xingó.

maximização do valor atual dos benefícios líquidos agregados, resultantes da diferença dos fluxos de benefícios e custos. Restrições para atender a demandas ambientais e de equidade social poderão ser igualmente introduzidas no modelo.

## CASO EM ESTUDO: O PROJETO ARCO-ÍRIS

Este projeto, conforme mostra a Tabela 1, é concebido com 17 pequenos reservatórios e 17 trechos de canais que os interligam, com 5 estações de bombeamento que fazem as ligações dos diferentes níveis topográficos. É previsto o suprimento de cerca de 42.000 hectares de áreas irrigáveis e o abastecimento de diversas cidades e vilas que se localizam ao longo dos canais e reservatórios. A Figura 1 mostra a sua localização.

A captação principal é feita no rio São Francisco, próximo à cidade de Cabrobó. O sistema de canais tem uma extensão aproximada de 225 km, finalizando com uma transposição de água para o açude Poço da Cruz, próximo à cidade de Ibimirim, PE. A Figura 2 apresenta o perfil longitudinal do projeto, com os desníveis a serem vencidos. No esquema apresentado, os reservatórios são representados pela letra R seguida de um número que significa a sua sequência a partir do rio São Francisco. Da mesma forma, os bombeamentos são representados pela letra B. Foram omitidos os reservatórios intermediários em mesmo nível,

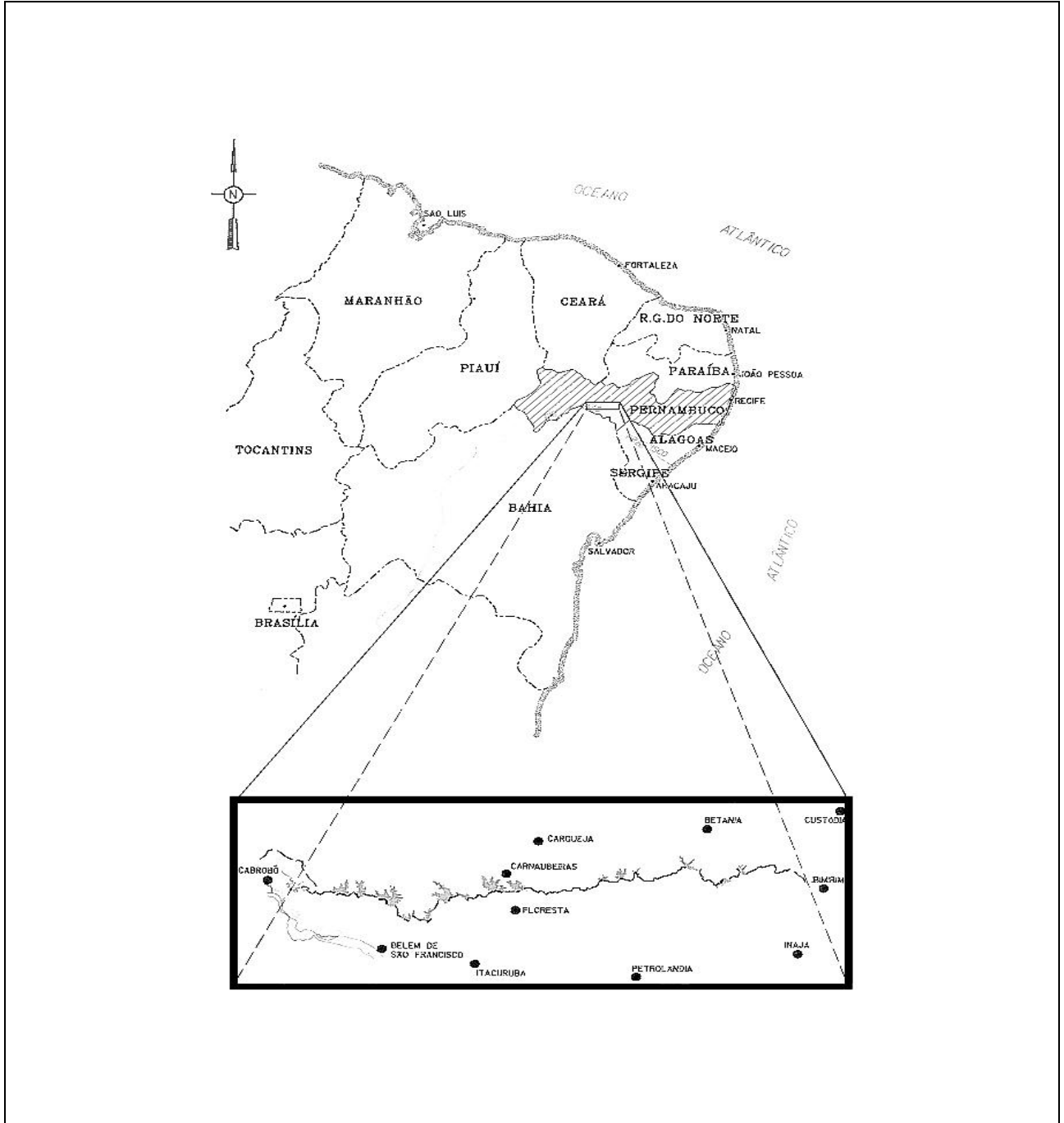
pois eles teriam um comportamento de um único reservatório, uma vez que são interligados.

O conceito básico deste projeto, bem como dos demais citados na Tabela 1, está em reter as águas escoadas superficialmente durante a época de chuva para o seu aproveitamento posterior, buscando otimizar o balanço hídrico de cada reservatório. Isto é facultado pela permuta de volumes de água retidos nas diversas sub-bacias de cada sistema, aproveitando a interligação das mesmas através em canais de nível. Os bombeamentos fazem a ligação do sistema entre as diferentes cotas topográficas. Quando for necessário, o sistema seria alimentado pelas águas do rio São Francisco para o suprimento das demandas supridas em qualquer ponto do projeto.

## METODOLOGIA

A metodologia de dimensionamento foi baseada na Programação Linear. Esta técnica tem sido usada para otimizar grandes sistemas de recursos hídricos, inclusive com não linearidades, tratadas através de artifícios, entre os quais o de aproximações sucessivas e o da programação separável (Lanna, 1980; Reznicek et al., 1991; Vadas et al., 1995; Oliveira, 1996).

No primeiro artifício, lineariza-se a função de forma que o ajuste seja melhor em uma faixa onde se estima previamente que deverá se encontrar o valor da variável decisória na solução ótima. Caso isto ocorra, o problema está resolvido; caso



**Figura 1. Localização do projeto Arco-íris no nordeste brasileiro.**

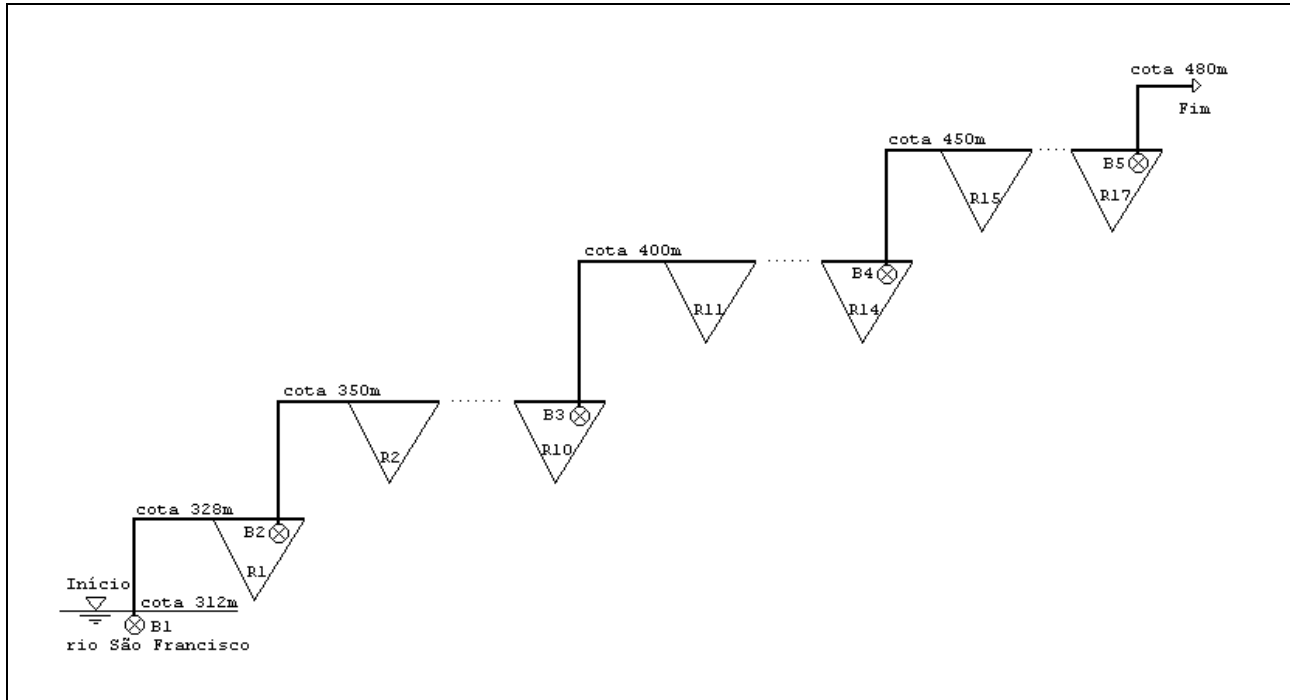
contrário, faz-se passar a nova linearização usando o resultado obtido como referência para melhor ajuste da função linear. O procedimento é repetido iterativamente até que se obtenha a convergência.

Na segunda alternativa, não há necessidade de ajuste iterativo. A convergência é garantida pela convexidade da função linearizada e, portanto, para que possa ser aplicada, esta condição deve ocorrer. No problema tratado, ambos os tipos de

artifício tiveram que ser aplicados, devido às formas das funções de custo que foram adotadas.

### **FUNÇÃO-OBJETIVO**

A função-objetivo adotada foi a minimização do valor presente dos custos de investimento, operação e manutenção. O propósito foi o de se



**Figura 2. Perfil longitudinal do projeto Arco-íris.**

adotar uma abordagem custo-efetividade, em que era pretendido o suprimento das demandas hídricas, ao mínimo custo. Sua formulação é:

$$\text{Min} \left\{ \begin{array}{l} \sum_{i=1}^{NRES} C[R(i)] + \sum_{k=1}^{NCAN} C[Q_v(k)] + \sum_{j=1}^{NBOMB} C[Q_b(j)] + \\ \sum_{t=1}^N \left\{ \sum_{i=1}^{NRES} O \& M[R(i)] + \sum_{k=1}^{NCAN} O \& M[Q_v(k)] + \sum_{j=1}^{NBOMB} \left\{ M[Q_b(j)] + \sum_{t=1}^{12} O[Q_b(t,j)] \right\} \right\} \end{array} \right\} \quad (1)$$

onde:  $C[R(i)]$  é o custo de investimento no reservatório  $i$  para uma capacidade útil  $R(i)$ , com  $i = 1, \dots, NRES$ ;  $O \& M[R(i)]$  é custo anual, atualizado, de Operação e Manutenção (O&M) do reservatório  $i$  para uma capacidade útil  $R(i)$ , durante o período de análise de  $N$  anos;  $C[Q_v(k)]$  é o custo de investimento no canal  $k$  para uma capacidade de vazão máxima  $Q_v(k) = Q_{cmax}(k)$ , com  $k = 1, \dots, NCAN$ ;  $O \& M[Q_v(k)]$  é o valor atualizado dos custos anuais de operação e manutenção no segmento de canal  $k$ , para uma capacidade máxima de vazão  $Q_v(k)$  durante o período de análise  $N$ ;  $C[Q_b(j)]$  é o custo de investimento na estação de bombeamento  $j$  para uma vazão máxima de recalque  $Q_b(j) = Q_{bmax}(j)$ , com  $j = 1, \dots, NBOMB$ ;  $M[Q_b(j)]$  é o custo anual, atualizado, de manutenção da estação de bombeamento  $j$ , para uma vazão máxima de recalque  $Q_{bmax}(j)$ ;  $O[Q_b(t,j)]$  é o custo mensal de operação da estação de bombeamento  $j$ , para uma vazão média  $Q_b(t,j)$  no intervalo mensal de operação  $t$ , atualizado.

## RESTRIÇÕES FÍSICAS DO MODELO

As restrições consideradas foram:

### Restrição do tipo 1: balanço hídrico nos reservatórios:

$$S(t+1,i) = S(t,i) + q(t,i) + P(t,i) + Q_b(t,j) - Q_b(t,j+1) - d(t,i) - E(t,i) - V(t,i) \quad (2)$$

onde  $S(t,i)$  é o armazenamento no reservatório  $i$  no início do mês  $t$ ;  $S(t+1,i)$  é o armazenamento no reservatório  $i$  no início do mês  $t+1$ ;  $q(t,i)$  é o volume natural afluyente ao reservatório  $i$  durante o mês  $t$ ;  $P(t,i)$  é a precipitação sobre o reservatório  $i$  durante o mês  $t$ ;  $Q_b(t,j)$  é o volume do bombeamento  $j$ , durante o mês  $t$  (entra no reservatório);  $Q_b(t,j+1)$  é o volume do bombeamento  $j+1$  durante o mês  $t$  (sai do reservatório);  $d(t,i)$  é a descarga do reservatório  $i$  durante o mês  $t$ , para atendimento às demandas nele supridas;  $E(t,i)$  é a evaporação do reservatório  $i$  durante o mês  $t$ ;  $V(t,i)$  é o vertimento do reservatório  $i$  durante o mês  $t$ .

### Restrição do tipo 2: limite de armazenamento nos reservatórios:

$$S_{min}(i) \leq S(t,i) \leq S_{max}(i) \quad (3)$$

onde  $S_{min}(i)$  e  $S_{max}(i)$  são os armazenamentos do volume morto e do nível operacional máximo do

reservatório *i*, respectivamente. A equação de balanço hídrico trabalha apenas com volumes úteis. Portanto, definido o volume morto, a linearização da equação área *versus* volume fica melhor ajustada, tendo como zero da função o armazenamento mínimo.

### **Restrição do tipo 3: igualdade entre a vazão máxima afluente ao canal *k* e a do bombeamento *j*.**

Esta restrição auxilia no dimensionamento do trecho de canal que recebe os volumes bombeados do reservatório de montante para jusante, volumes estes que são obtidos pela variável de bombeamento:

$$Q_{bmax}(j) = Q_{cmax}(k) \quad (4)$$

onde  $Q_{cmax}(k)$  é a capacidade máxima de vazão do segmento de canal *k* e  $Q_{bmax}(j)$  é a vazão máxima da estação de bombeamento *j*.

### **Restrição do tipo 4: vazões máximas de bombeamento e vazões de bombeamento mensal:**

$$Q_{bmax}(j) \geq Q_b(t,i) \quad (5)$$

onde  $Q_{bmax}(j)$  é vazão máxima mensal a ser bombeada pela estação *j*. Esta vazão é utilizada no dimensionamento da potência máxima a ser instalada.

## **FUNÇÕES DE CUSTO DE INVESTIMENTO**

Estas funções foram desenvolvidas durante o processo de resolução do problema, ajustando-se às peculiaridades do sistema e às informações disponíveis. Foram empregadas estimativas compatíveis com uma análise prévia de viabilidade. As funções de custo são não lineares e, para adaptá-las à PL, foram linearizadas pelos dois artifícios descritos: aproximações sucessivas e programação separável.

Para as funções de custo de reservatórios é possível aplicar as do tipo apresentadas em ELETROBRÁS (1985) ou adaptadas a partir da composição dos diversos itens de custos (Manual de Irrigação, 1993), apresentados no trabalho de Santana (1998). Nesta aplicação empregou-se uma

função de custo de reservatórios com base em informações do Departamento Nacional de Obras Contra as Secas (DNOCS) sobre custos de açudes construídos no Ceará. A função ajustada, neste caso, foi convexa. Assim, adotou-se o artifício de programação separável, segmentando a curva em três trechos de reta. A técnica adotada foi a explicada por Braga (1987).

A equação derivada da linearização com o uso da programação separável é mostrada abaixo:

$$\text{CustoR}(i) = a_a \cdot \text{VOLa}(i) + a_b \cdot \text{VOLb}(i) + a_c \cdot \text{VOLc}(i) \quad (6)$$

onde  $\text{CustoR}(i)$  é o custo do reservatório *i*;  $a_a$  é o coeficiente angular da reta no trecho "A";  $a_b$  é o coeficiente angular da reta no trecho "B";  $a_c$  é o coeficiente angular da reta no trecho "C";  $\text{VOLa}(i)$  é o volume máximo no trecho "A";  $\text{VOLb}(i)$  é o volume máximo no trecho "B";  $\text{VOLc}(i)$  é o volume máximo no trecho "C".

Para a função de custo de estações de bombeamento foi adotado o procedimento da composição de custo dos diversos elementos que compõem uma estação de bombeamento (Manual de Irrigação, 1993; Santana, 1998), sendo que ainda se fez necessário adotar o artifício de aproximações sucessivas. O mesmo ocorreu no caso de custos dos canais: nesta situação o problema foi a estimativa prévia da velocidade de fluxo, que foi sucessivamente ajustada.

## **CUSTOS ANUAIS**

Os custos anuais contabilizados no processo de otimização referem-se aos gastos com operação e manutenção dos elementos de projeto. Geralmente, os custos de operação e manutenção podem ser estimados como um percentual dos custos de investimentos em análises prévias de viabilidade.

Exceção se aplicou aos custos de operação das estações de bombeamento, pois aí devem ser também incluídos os custos de consumo de energia elétrica. Este é função do volume de água bombeado mensalmente para o atendimento às demandas. O custo estimado foi de US\$ 0,051 por kWh.

## **SIMPLIFICAÇÕES**

Na aplicação da metodologia proposta neste trabalho foram feitas algumas simplificações, muitas das quais seriam desnecessárias caso houvesse disponibilidade de dados referentes ao estu-

do de caso proposto. Elas serão apresentadas a seguir.

## CONCEPÇÃO DE RESERVATÓRIOS EQUIVALENTES

Os reservatórios que estão interligados por canais na mesma cota topográfica foram considerados como um único reservatório, pois os mesmos funcionam como vasos comunicantes. Isto implica considerar: 1) a curva cota x área x volume, do reservatório equivalente como sendo um somatório das áreas e volumes dos reservatórios que o compõem; 2) as demandas a serem atendidas sendo a soma das demandas de cada reservatório que estão na mesma cota; 3) a vazão afluente a cada um dos reservatórios, e a chuva sobre o mesmo, também constituída por um somatório dos valores individuais. Desta forma, apenas quatro reservatórios equivalentes foram considerados no dimensionamento do sistema proposto, como mostrado na Figura 3.

O volume de cada reservatório equivalente, obtido como resultado do processo de dimensionamento, deverá ser redistribuído em uma segunda fase pelos reservatórios individualizados, de forma otimizada.

Os reservatórios equivalentes são:

- R1 - equivale ao próprio R1 adotado no sistema original, na cota 330 m;
- R2 - equivale aos reservatórios R2 até R10, na cota 350 m;
- R3 - equivale aos reservatórios R11 até R14, na cota 400 m;
- R4 - equivale aos reservatórios R15 até R17, na cota 450 m.

## DADOS DE ALIMENTAÇÃO DO MODELO

Foram adotados intervalos de tempo mensal para as variáveis hidrológicas. Como elas não eram disponíveis, foram aplicadas aproximações, com base nos valores de seções regionais. Este procedimento, que seria inaplicável a estudos reais, foi justificado nesta situação em que se pretendeu tão somente testar a metodologia desenvolvida.

Com relação às demandas hídricas, relacionadas às áreas irrigadas, adotou-se a seguinte distribuição em relação a cada reservatório equiva-

lente: (esta distribuição segue a proporção de área irrigada com capacidade armazenamento).

- R1 atendendo a demanda de área equivalente a 2.520 ha;
- R2, área de 21.840 ha;
- R3, área de 10.080 ha;
- R4, área de 7.560 ha;

com um total de 42.000 hectares irrigados. Supõe-se, igualmente, em nova simplificação, que serão irrigadas culturas perenes com uma demanda de 1,0 l/s.ha.

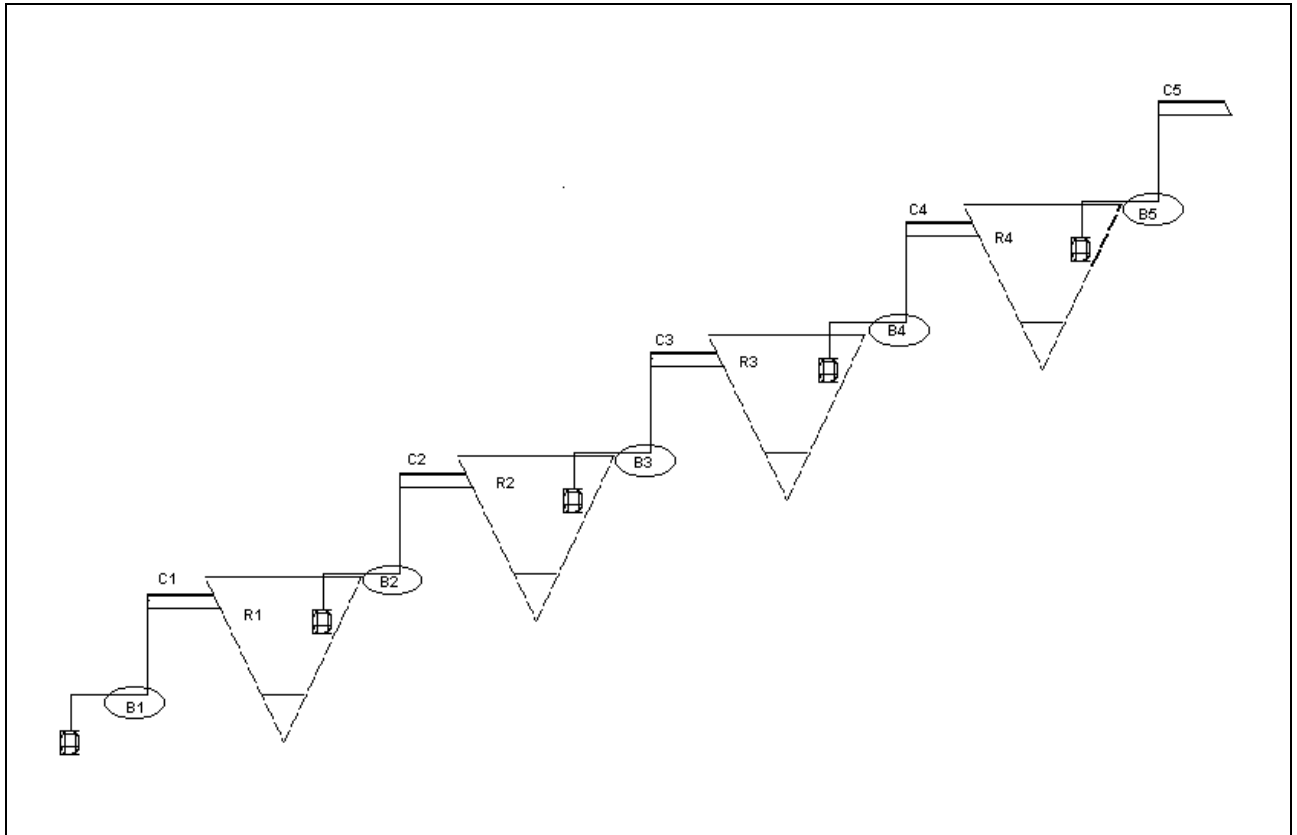
## APLICAÇÃO

Os elementos de projeto a serem dimensionados são 4 reservatórios, 5 estações de bombeamento e 5 trechos de canais. O período de análise, dado pela extensão dos dados hidrológicos, foi de 36 anos, sendo o modelo aplicado determinístico. A taxa de desconto utilizada nas atualizações dos fluxos de custo foi de 8% ao ano. Supôs-se, também, que os reservatórios iniciariam vazios. O problema de otimização linear obtido possui 9.979 linhas (restrições) e 9.999 colunas (variáveis), com 27.344 elementos diferentes de zero. O software utilizado foi a versão Extended do LINDO. A solução ótima foi obtida na iteração 6.734. O tempo de processamento total foi de 20 minutos, sendo 11 minutos no processamento de otimização e 9 minutos para a análise de sensibilidade, usando um microcomputador com processador Pentium com 166 MHz.

## RESULTADOS E DISCUSSÃO

Os resultados iniciais apresentaram um valor atual mínimo dos custos do sistema, com investimentos, operação e manutenção em 36 anos, de US\$ 147.730.700. As dimensões dos elementos de projeto com seus respectivos custos estão apresentados nas Tabelas 2 a 4. A primeira aproximação das dimensões dos canais e das estações de bombeamento, para efeitos de linearização, foi adotada arbitrariamente. Os resultados são apresentados nas colunas da primeira aproximação. Estes resultados indicaram a faixa de valores onde a linearização deveria ser estabelecida, gerando a segunda aproximação, que satisfaz os requisitos de precisão.

Na segunda aproximação o valor presente mínimo dos custos reduziu-se para US\$ 145.066.700. Nota-se que, em termos de di-



**Figura 3. Esquema geral concebido para o projeto Arco-íris.**

**Tabela 2. Dimensões ótimas para os reservatórios.**

| Reservatórios equivalentes | Primeira aproximação           |                                | Segunda aproximação            |                                |
|----------------------------|--------------------------------|--------------------------------|--------------------------------|--------------------------------|
|                            | Volume Útil (hm <sup>3</sup> ) | Custo (em milhares de dólares) | Volume Útil (hm <sup>3</sup> ) | Custo (em milhares de dólares) |
| R1                         | 0,00                           | 0,00                           | 0,00                           | 0,00                           |
| R2                         | 0,00                           | 0,00                           | 0,16                           | 30,00                          |
| R3                         | 26,24                          | 5 163,00                       | 25,50                          | 5 015,00                       |
| R4                         | 87,13                          | 17 572,00                      | 84,08                          | 16 871,00                      |

**Tabela 3. Dimensões ótimas para os bombeamentos.**

| Estações de bombeamento | Primeira aproximação |                                | Segunda aproximação |                                |
|-------------------------|----------------------|--------------------------------|---------------------|--------------------------------|
|                         | Potência (kW)        | Custo (em milhares de dólares) | Potência (kW)       | Custo (em milhares de dólares) |
| B1                      | 6 591                | 14 507,00                      | 6 629               | 14 519,00                      |
| B2                      | 8 125                | 15 007,00                      | 8 175               | 15 020,00                      |
| B3                      | 6 507                | 7 828,00                       | 6 593               | 8 075,00                       |
| B4                      | 1 145                | 1 423,00                       | 1 238               | 1 612,00                       |
| B5                      | 386                  | 601,00                         | 386                 | 765,00                         |

**Tabela 4. Dimensões ótimas para os canais.**

| Canais equivalentes | Primeira aproximação                |                    | Segunda aproximação                 |                    |
|---------------------|-------------------------------------|--------------------|-------------------------------------|--------------------|
|                     | Vazão máxima (hm <sup>3</sup> /mês) | Custo (1.000*US\$) | Vazão máxima (hm <sup>3</sup> /mês) | Custo (1.000*US\$) |
| C1                  | 89,93                               | 1 189,00           | 90,44                               | 991,00             |
| C2                  | 83,14                               | 19 061,00          | 83,65                               | 16 750,00          |
| C3                  | 26,64                               | 3 817,00           | 26,98                               | 3 867,00           |
| C4                  | 4,69                                | 227,00             | 5,07                                | 256,00             |
| C5                  | 2,64                                | 163,00             | 2,64                                | 162,00             |

menção dos elementos do projeto, as modificações foram pequenas. Os custos dos canais mostraram-se sensíveis ao ajuste de vazões, sendo responsáveis pela redução na função-objetivo. De maneira geral, os resultados podem ser considerados iguais se forem observadas apenas as dimensões das estruturas hidráulicas. Isto era de se esperar, pois ao se usar os mesmos dados hidrométricos (chuva, vazão, demanda etc.) o balanço hídrico não muda consideravelmente, fazendo com que os bombeamentos sejam praticamente os mesmos, consumindo a mesma energia.

Na Figura 4, pode-se verificar através das vazões médias mensais de longo período, para os cinco bombeamentos (QB1 a QB5), as ordens de grandezas das vazões. Em especial o bombeamento B1, que representa as retiradas de água do rio São Francisco, tem suas vazões médias mensais entre 40 e 70 hm<sup>3</sup>/mês ou 15 a 27 m<sup>3</sup>/s.

Os dois primeiros reservatórios têm capacidades nula e próxima de zero, respectivamente. Isto explica por que as vazões bombeadas do rio São Francisco (QB1) e da estação seguinte (QB2) são muito semelhantes: a rigor, a água bombeada do manancial atende a todas as demandas dos trechos 1 e 2. O efeito pretendido pela CODEVASF, de os bombeamentos suplementarem as vazões naturais de cada bacia hidrográfica atravessada pelos canais, ocorreu apenas nos trechos seguintes. Deve ser alertado que, sendo os dados hidrológicos estimados expeditamente, estes resultados não devem ser usados para avaliação deste projeto. Para isso, dados reais devem ser adotados.

A Figura 5 apresenta os valores bombeados a cada ano, mostrando que nos primeiros eles são mais elevados. Isto serve para encher os reservatórios mas, principalmente, para suprir um período de seca. Já o período dos anos 15 a 17 é bastante úmido, pois os níveis de bombeamento decrescem consideravelmente. Mostra-se, também, que o bombeamento na estação 5 é constante, igual a 1 m<sup>3</sup>/s. Este valor foi arbitrado para

atendimento das demandas supridas pelo açude de Poço da Cruz.

Na Tabela 5 apresentam-se os valores dos custos de investimentos, operação e manutenção dos elementos de projeto.

Os investimentos iniciais totais (reservatórios, bombeamentos e canais) são da ordem de US\$ 83.934.090,00, representando 58% dos custos totais do projeto. Os custos operacionais das estações de bombeamento representam uma parcela significativa do total, com cerca de US\$ 53.607.690,00. Porém, este custo é distribuído ao longo dos trinta e seis anos considerados. Já os custos de manutenção das estações de bombeamentos e os de O&M dos canais, são de US\$ 4.687.020,00 e US\$ 2.837.880,00, e representam 3% e 2% dos custos totais, respectivamente. Estes custos, também, são distribuídos ao longo dos trinta e seis anos.

## ANÁLISE DE SENSIBILIDADE DAS VARIÁVEIS DE ENTRADA

Análises de sensibilidade foram realizadas visando detectar variáveis relevantes e estratégias de investimentos na busca de informações.

No exemplo apresentado anteriormente, os reservatórios iniciaram o processo de otimização do dimensionamento vazios. O programa foi rodado para armazenamentos iniciais iguais a 0,00, 0,00, 20,00 e 80,00 hm<sup>3</sup> respectivamente, o que representa os reservatórios 3 e 4 iniciarem quase cheios. A função-objetivo praticamente não foi alterada e as dimensões das estruturas foram exatamente as mesmas. Portanto, os volumes iniciais, neste caso, foram pouco importantes com relação às dimensões dos reservatórios.

Na aplicação realizada no exemplo básico, a taxa de desconto utilizada foi de 8% ao ano. O modelo, também, foi testado considerando uma taxa de 12% ao ano. Como este fator é de atuali-



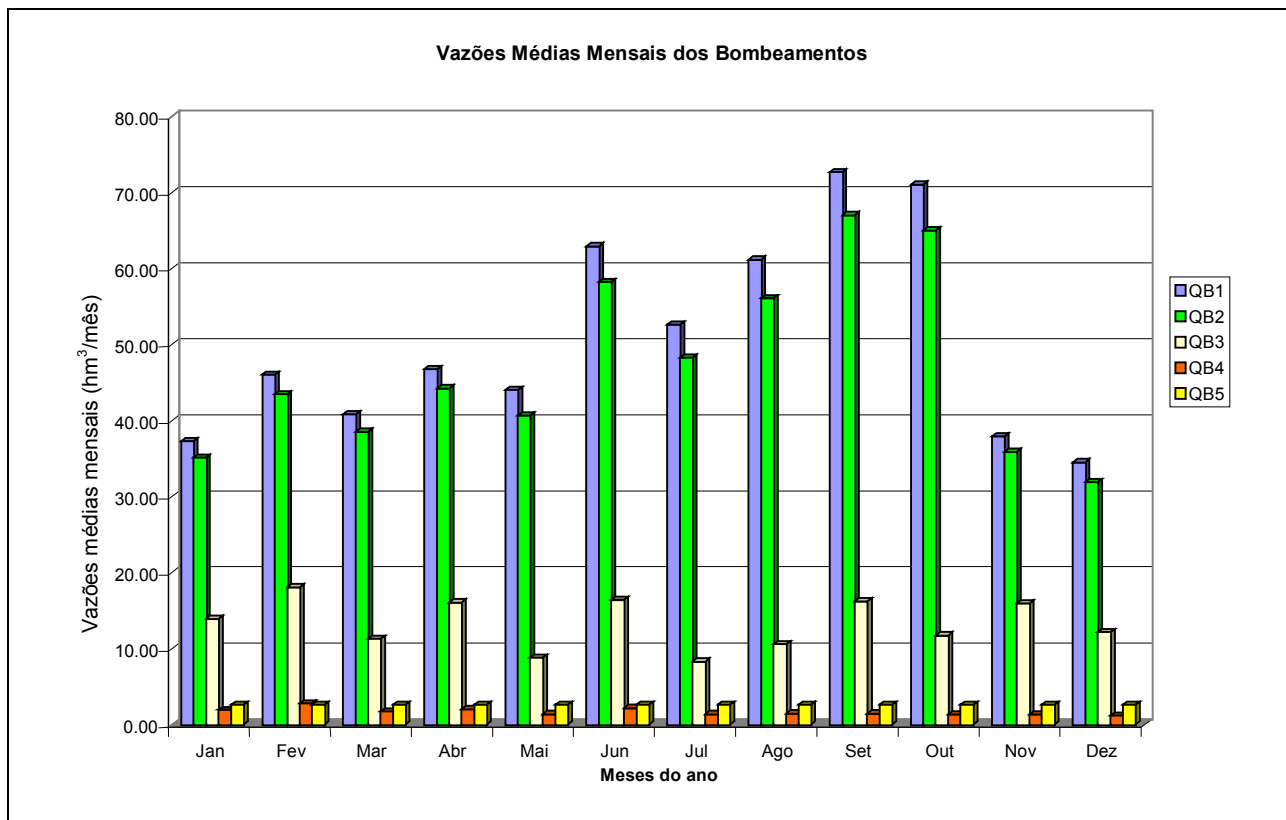


Figura 4. Vazões médias mensais dos bombeamentos em hm³/mês.

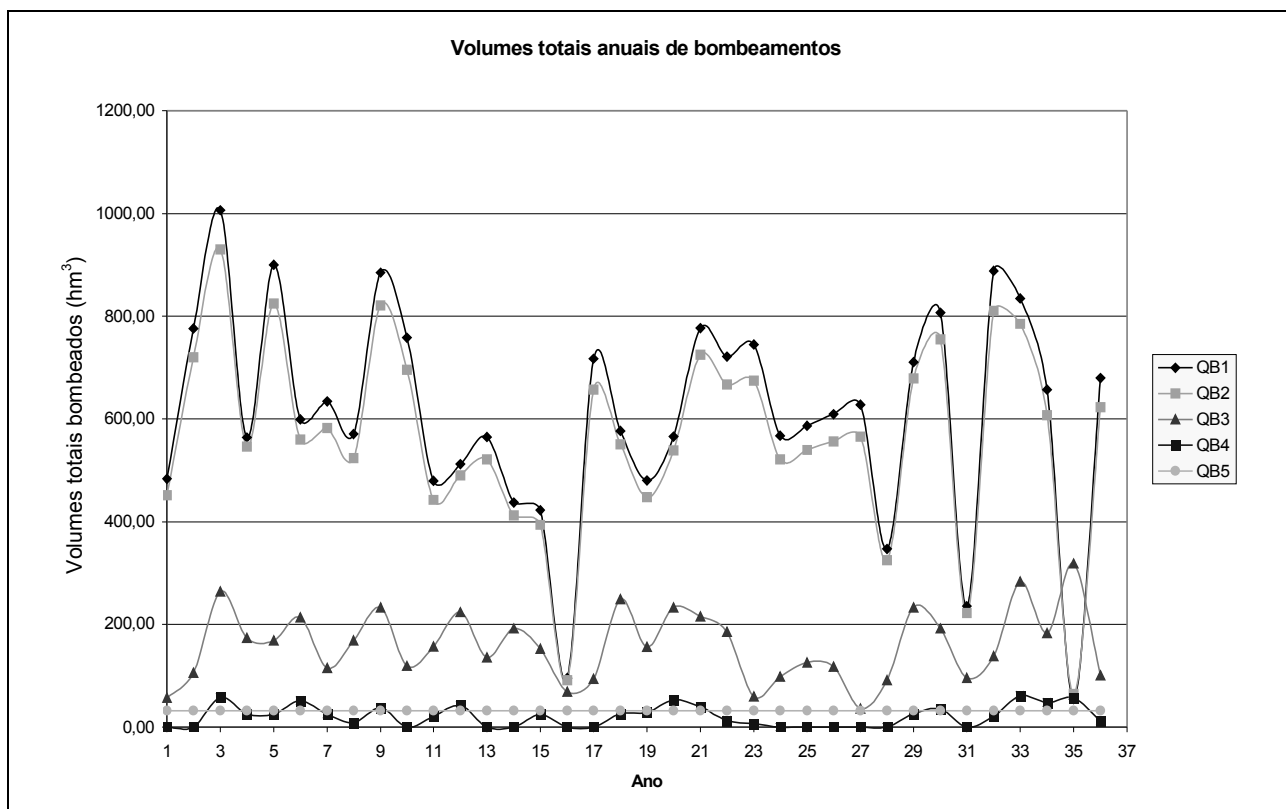


Figura 5. Volumes totais anuais dos bombeamentos em hm³.

**Tabela 5. Composição dos custos de implantação e O&M do projeto.**

| Elementos de projeto | Investimento Inicial<br>(1.000*US\$) | Operação<br>(1.000*US\$) | Manutenção<br>(1.000*US\$) | O&M<br>(1.000*US\$) | Subtotal<br>(1.000*US\$) |
|----------------------|--------------------------------------|--------------------------|----------------------------|---------------------|--------------------------|
| R1                   | 0,00                                 | -                        | -                          | 0,00                | 0,00                     |
| R2                   | 29,72                                | -                        | -                          | 0,35                | 30,07                    |
| R3                   | 5 015,44                             | -                        | -                          | 58,68               | 5 074,12                 |
| R4                   | 16 871,12                            | -                        | -                          | 197,39              | 17 068,51                |
| B1                   | 14 519,08                            | 16 425,04                | 1 701,64                   | -                   | 32 645,76                |
| B2                   | 15 020,00                            | 20 345,77                | 1 760,34                   | -                   | 37 126,11                |
| B3                   | 8 074,67                             | 13 450,58                | 946,35                     | -                   | 22 471,60                |
| B4                   | 1 612,44                             | 1 760,73                 | 188,98                     | -                   | 3 562,15                 |
| B5                   | 765,47                               | 1 625,57                 | 89,71                      | -                   | 2 480,75                 |
| C1                   | 991,09                               | -                        | -                          | 116,16              | 1 107,25                 |
| C2                   | 16 750,71                            | -                        | -                          | 1 963,18            | 18 713,89                |
| C3                   | 3 866,97                             | -                        | -                          | 453,21              | 4 320,18                 |
| C4                   | 255,57                               | -                        | -                          | 29,95               | 285,52                   |
| C5                   | 161,81                               | -                        | -                          | 18,96               | 180,77                   |
| Total                | 83 934,09                            | 53 607,69                | 4 687,02                   | 2 837,88            | 145 066,70               |

zação de valores futuros, o aumento representa uma queda na influência deles nas decisões presentes. O resultado (esperado) do teste foi uma redução de US\$ 18.114.600,00 no valor da função-objetivo.

Os detalhes estão apresentados nas Tabelas 6 a 8. Nota-se que, devido aos altos custos anuais de bombeamento, a solução com taxa de desconto 8% privilegia o armazenamento nos reservatórios 3 e 4, permitindo a redução das potências de bombeamento. Com o aumento da taxa de desconto, a diminuição do efeito dos custos futuros determina uma economia nas dimensões dos reservatórios, com aumento nos bombeamentos. Isto, também, significa maior uso das vazões do rio São Francisco.

Os investimentos iniciais nos reservatórios, estações de bombeamento e trechos de canais estão na faixa de US\$ 83.000.000. Este valor, em termos práticos, está na mesma ordem de grandeza do exemplo com taxa de desconto de 8% ao ano. A diferença apresentada foi de US\$ 1.032.170,00. A diferença maior na função objetivo (US\$ 17.082.430,00), que representa 94% do valor da mudança, está atribuída aos custos de O&M e, em especial, à operação das estações de bombeamento, que, como foi visto, tem um peso significativo nos custos totais. Portanto, é o custo que mais sofre influência na variação da taxa de desconto. Novamente alerta-se que estes custos são realizados ao longo dos trinta e seis anos de análise.

**Tabela 6. Resultado da otimização nos volumes úteis dos reservatórios (hm<sup>3</sup>).**

| Reservatórios | Taxas de desconto |       |
|---------------|-------------------|-------|
|               | 8%                | 12%   |
| R1            | 0,00              | 0,00  |
| R2            | 0,16              | 0,34  |
| R3            | 25,50             | 19,40 |
| R4            | 84,08             | 75,43 |

## VARIAÇÃO NO PERCENTUAL DE CUSTO DE O&M DOS RESERVATÓRIOS

O custo de operação e manutenção anual dos reservatórios (O&MR) foi calculado como sendo um percentual do custo de implantação. Foi inicialmente adotado 0,1%. Os testes foram realizados com 0,05%, 0,2% e 0,3%. Os resultados estão apresentados na Tabela 9. Pode-se concluir que, para a faixa de variação considerada, a função objetivo não é significativamente alterada havendo uma pequena mudança nas dimensões dos elementos de projeto. Percebe-se que há uma compensação, já observada na alteração das taxa de desconto: quando há diminuição nos volumes dos reservatórios há um aumento na potência dos bombeamentos e vice-versa.

**Tabela 7. Resultado da otimização nas potências das estações de bombeamento (kW).**

| Estações de Bombeamento | Taxas de desconto |       |
|-------------------------|-------------------|-------|
|                         | 8%                | 12%   |
| B1                      | 6 629             | 6 759 |
| B2                      | 8 175             | 8 348 |
| B3                      | 6 593             | 7 004 |
| B4                      | 1 238             | 1 501 |
| B5                      | 386               | 386   |

**Tabela 8. Resultado da otimização nas vazões máximas dos canais (hm<sup>3</sup>/mês).**

| Canais equivalentes | Taxas de desconto |       |
|---------------------|-------------------|-------|
|                     | 8%                | 12%   |
| C1                  | 90,44             | 92,22 |
| C2                  | 83,65             | 85,43 |
| C3                  | 26,98             | 28,67 |
| C4                  | 5,07              | 6,14  |
| C5                  | 2,64              | 2,64  |

## CUSTO DE ESCAVAÇÃO DOS CANAIS

O custo de escavação considerado inicialmente foi de US\$ 6,00/m<sup>3</sup> para um canal de terra. Este custo pode variar de acordo com o local e com o tipo de escavação (manual ou mecânica). Ele foi testado, também, para US\$ 4,00/m<sup>3</sup> e US\$ 8,00/m<sup>3</sup>. A Tabela 10 apresenta os resultados. Como é lógico, o aumento do custo de escavação determina a redução da dimensão dos canais e das estações de bombeamento; em compensação, há um aumento das dimensões dos reservatórios.

## VARIAÇÃO NO CUSTO DE ENERGIA ELÉTRICA

Esta variável influencia diretamente os custos operacionais das cinco estações de bombeamento. Este custo, como foi visto, é bastante representativo no custo final. Foi considerada uma pequena faixa de variação no custo de energia elétrica com valores US\$ 0,0384/kWh, US\$ 0,0442/kWh e US\$ 0,050/kWh respectivamente.

A variação na função-objetivo foi de aproximadamente 5% (Tabela 11). Quando este custo diminui a tendência é de que a potência de bombeamento aumente. O contrário acontece com os

reservatórios, para haver uma compensação no processo de otimização.

## VARIAÇÃO NO RENDIMENTO DO GRUPO MOTO-BOMBA

O rendimento do grupo moto-bomba foi considerado inicialmente como sendo de 80%. Com a mudança no valor do rendimento para 85%, a eficiência da bomba é maior. Conseqüentemente, as potências dimensionadas são menores, reduzindo os custos de implantação, manutenção e operação das estações de bombeamento. Porém, pode-se observar que no bombeamento B4 esta tendência não se verifica. Isto acontece devido ao fato de que, com o aumento do rendimento, as vazões máximas de bombeamento, também, tendem a aumentar; e neste bombeamento o fator de proporcionalidade "vazão" superou o de "potência". O inverso acontece para rendimento de 75%.

Com um rendimento de 75% diminui a eficiência, aumentando as potências das bombas, bem como seus custos associados. A variação na função-objetivo foi de 4% (Tabela 12).

## CONCLUSÕES

O modelo se mostrou coerente ao otimizar as dimensões dos elementos de projeto, minimizando o valor presente dos custos de investimento, operação e manutenção do sistema, ao mesmo tempo em que garantia o atendimento às demandas. Poderá, no entanto, ser questionada a escolha da função-objetivo e identificada a ausência de restrições importantes, especialmente com relação às condições de retirada de água do rio São Francisco. Do ponto de vista prático, sem dúvida, estes pontos restringem a relevância dos resultados apresentados, algo que já era restrito devido à utilização de informações hidrológicas não precisas.

Do ponto de vista metodológico, pouco há a se obstar. A função-objetivo adotada poderá ser alterada. Por exemplo, não haveria dificuldades em se adotar como critério a maximização de benefícios líquidos, caso fosse possível a estimativa da renda gerada pelo uso da água, ou outra medida de benefício. Poderia ser estabelecido como objetivo a minimização da retirada de água do rio São Francisco, no total, ou em certos períodos do ano. As questões de conflitos de uso de água deste manancial poderiam ser tratadas nas restrições. Por exemplo, limitar a retirada em determinados períodos ou permiti-la, desde que determinada vazão seja mantida a jusante da captação.

**Tabela 9. Análise da sensibilidade dos custos de O&M dos reservatórios.**

| Elemento de projeto          |   | Percentual da variável O&M dos reservatórios |         |         |         |
|------------------------------|---|--|---------|---------|---------|
|                              |   | 0,05%  | 0,1%    | 0,2%    | 0,3%    |
| R1                           | Volume útil dos reservatórios equivalentes (hm <sup>3</sup> ) | 0,00   | 0,00    | 0,00    | 0,00    |
| R2                           |   | 0,16   | 0,16    | 0,16    | 0,12    |
| R3                           |   | 26,00  | 25,49   | 23,38   | 22,95   |
| R4                           |   | 86,29  | 84,08   | 75,43   | 75,43   |
| B1                           | Potência das estações de bombeamento (kW)                     | 6 604  | 6 629   | 6 725   | 6 728   |
| B2                           |   | 8 142  | 8 175   | 8 303   | 8 307   |
| B3                           |   | 6 512  | 6 593   | 6 915   | 6 932   |
| B4                           |   | 1 170  | 1 238   | 1 501   | 1 501   |
| B5                           |   | 386  | 386     | 386     | 386     |
| C1                           | Vazão máxima dos canais equivalentes (hm <sup>3</sup> /mês)   | 90,11  | 90,44   | 91,76   | 91,79   |
| C2                           |   | 83,32  | 83,65   | 84,97   | 85,01   |
| C3                           |   | 26,65  | 26,99   | 28,30   | 28,37   |
| C4                           |   | 4,79   | 5,07    | 6,14    | 6,14    |
| C5                           |   | 2,64   | 2,64    | 2,64    | 2,64    |
| Função Objetivo (1.000*US\$) |   | 144 938                                      | 145 067 | 145 309 | 145 539 |

**Tabela 10. Análise da sensibilidade dos custos de escavação dos canais.**

| Elemento de projeto          |   | Custo de escavação dos canais (US\$/m <sup>3</sup> ) |         |         |
|------------------------------|---|--|---------|---------|
|                              |   | 4,00   | 6,00    | 8,00    |
| R1                           | Volume útil dos reservatórios equivalentes (hm <sup>3</sup> ) | 0,00   | 0,00    | 0,00    |
| R2                           |   | 0,00   | 0,16    | 0,72    |
| R3                           |   | 21,00  | 25,49   | 31,15   |
| R4                           |   | 75,43  | 84,08   | 87,68   |
| B1                           | Potência das estações de bombeamento (kW)                     | 6 738  | 6 629   | 6 553   |
| B2                           |   | 8 320  | 8 175   | 8 074   |
| B3                           |   | 6 996  | 6 593   | 6 271   |
| B4                           |   | 1 501  | 1 238   | 1 127   |
| B5                           |   | 386  | 386     | 386     |
| C1                           | Vazão máxima dos canais equivalentes (hm <sup>3</sup> /mês)   | 91,93  | 90,44   | 89,41   |
| C2                           |   | 85,14  | 83,65   | 82,62   |
| C3                           |   | 28,64  | 26,99   | 25,67   |
| C4                           |   | 6,14   | 5,07    | 4,62    |
| C5                           |   | 2,64   | 2,64    | 2,64    |
| Função Objetivo (1.000*US\$) |   | 136 670  | 145 067 | 153 170 |

A simplificação usada na transformação do sistema original, tornando-o um sistema de reservatórios equivalentes, foi uma alternativa razoável para facilitar a análise dos resultados do modelo. Porém, nada impede que o modelo considere todos os reservatórios, sem tal artifício. A maior dificuldade seria no dimensionamento dos canais que interligam reservatórios na mesma cota. Isto requereria um modelo hidrodinâmico, trabalhando associado ao de otimização, para estabelecer parâmetros

básicos dos canais. Um esquema de aproximações sucessivas poderia ser adotado nas computações.

A maior restrição metodológica é a abordagem ser determinística, ou seja, o futuro ser considerado conhecido, através de dados históricos, projeções ou séries sintetizadas por modelo estocásticos. Esta situação faz com que o “custo da incerteza” não onere os resultados, como na situação decisória real. Este custo pode determinar, por exemplo, que muito antes dos reservatórios encon-

**Tabela 11. Análise da sensibilidade dos custos de energia elétrica.**

| Elemento de projeto          |  | Custo da energia elétrica por kWh |            |            |
|------------------------------|--|-----------------------------------|------------|------------|
|                              |  | US\$0,0384                        | US\$0,0442 | US\$0,050  |
| R1                           |  | 0,00                              | 0,00       | 0,00       |
| R2                           | Volume útil<br>(hm <sup>3</sup> )      | 0,16                              | 0,16       | 0,16       |
| R3                           |  | 21,87                             | 25,49      | 28,93      |
| R4                           |  | 75,43                             | 84,08      | 87,68      |
| B1                           |  | 6 737                             | 6 629      | 6 567      |
| B2                           | Potência<br>(kW)                       | 8 320                             | 8 175      | 8 093      |
| B3                           |  | 6 955                             | 6 593      | 6 389      |
| B4                           |  | 1 501                             | 1 238      | 1 128      |
| B5                           |  | 386                               | 386        | 386        |
| C1                           |  | 91,92                             | 90,44      | 89,61      |
| C2                           | Vazão máxima<br>(hm <sup>3</sup> /mês) | 85,14                             | 83,65      | 82,82      |
| C3                           |  | 28,47                             | 26,99      | 26,15      |
| C4                           |  | 6,14                              | 5,07       | 4,62       |
| C5                           |  | 2,64                              | 2,64       | 2,64       |
| Função Objetivo (1.000*US\$) |  | 137 955,00                        | 145 066,70 | 152 059,20 |

**Tabela 12. Análise da sensibilidade dos rendimentos do grupo moto-bomba.**

| Elemento de projeto          |  | Rendimento do grupo moto-bomba (%) |            |            |
|------------------------------|--|------------------------------------|------------|------------|
|                              |  | 75%                                | 80%        | 85%        |
| R1                           |  | 0,00                               | 0,00       | 0,00       |
| R2                           | Volume útil<br>(hm <sup>3</sup> )      | 0,45                               | 0,16       | 0,00       |
| R3                           |  | 28,91                              | 25,49      | 22,28      |
| R4                           |  | 87,68                              | 84,08      | 75,43      |
| B1                           |  | 7 007                              | 6 629      | 6 335      |
| B2                           | Potência<br>(kW)                       | 8 636                              | 8 175      | 7 822      |
| B3                           |  | 6 783                              | 6 593      | 6 562      |
| B4                           |  | 1 203                              | 1 238      | 1 413      |
| B5                           |  | 412                                | 386        | 364        |
| C1                           |  | 89,64                              | 90,44      | 91,83      |
| C2                           | Vazão máxima<br>(hm <sup>3</sup> /mês) | 82,85                              | 83,65      | 85,05      |
| C3                           |  | 26,03                              | 26,99      | 28,54      |
| C4                           |  | 4,62                               | 5,07       | 6,14       |
| C5                           |  | 2,64                               | 2,64       | 2,64       |
| Função Objetivo (1.000*US\$) |  | 151 568,80                         | 145 066,70 | 139 184,50 |

trarem-se com reduzido volume acumulado, seja sensato estabelecer racionamento das demandas para evitar carências mais pronunciadas de água. Tem sido observado que este "custo da incerteza" pode piorar em cerca de 10% os resultados econômicos obtidos com abordagens determinísticas (Lanna, 1980). Em geral, é prática aconselhável conectar um modelo de otimização determinística com um modelo de simulação, onde a regra operacional do sistema é avaliada supondo que o futuro é aleatório (Vieira Neto, 1990; Vieira Neto & Lanna,

1993). Desta forma, o modelo de otimização determinística realiza uma primeira aproximação relacionada às dimensões e às regras operacionais do sistema, que são aprimoradas, como que através de uma "sintonia fina", pelo modelo de simulação.

Concluindo, os resultados apresentados podem ser considerados uma primeira aproximação das dimensões ótimas do sistema. Não obstante, estas informações são relevantes na avaliação das viabilidades econômica, financeira e política dos investimentos preconizados, o que pode de-

terminar o prosseguimento dos estudos ou seja, a “sintonia fina”, ou simplesmente o abandono do projeto.

## REFERÊNCIAS

- BRAGA JUNIOR, B. P. F. (1987) Técnicas de otimização e simulação aplicadas em sistemas de recursos hídricos. In: *Modelos Para Gerenciamento de Recursos Hídricos*. São Paulo: ABRH: Nobel. Cap. 5, p. 427-518.
- CODEVASF (1996) *Projeto Semi-Árido: Uma Proposta para desenvolvimento do semi-árido Nordeste e do Vale do São Francisco*. Brasília.
- ELETRORÁS (1985) *Manual de Minicentrais Hidrelétricas*. [s. l.] p. 530.
- LANNA, A. E. L. (1980). *Optimal Weekly Releases from a Multireservoir Hydropower System*, Dissertação de Doutorado, Colorado State University.
- OLIVEIRA, J. A. (1995) *Otimização de operação de um sistema de reservatórios para irrigação e abastecimento urbano*. Porto Alegre: UFRGS - Curso de Pós-Graduação em Recursos Hídricos e Saneamento Ambiental, 113 f. Dissertação (Mestrado).
- REZNICEK, K. K.; CORMIE, D. A.; BARRITT-FLATT, P. E.; SIMONOVIC, S. P. (1991) *Comparison of Algorithms for Hydropower Optimization: Manitoba Hydro Case Study*. Civil Engineering Systems, London, vol. 8 n° 1, p. 3-8, março.
- SANTANA, A. G. (1998) *Dimensionamento Ótimo de um Sistema de Recursos Hídricos de Grande Porte*. Porto Alegre: UFRGS - Curso de Pós-Graduação em Recursos Hídricos e Saneamento Ambiental, 137 f. Dissertação (Mestrado).
- VADAS, R. G.; GARCIA, L. A.; LABADIE, J. W. (1995) A methodology for water quantity and quality assessment for wetland development. *Water Science and Technology*, Oxford, vol. 31 n° 8, p. 293-300.
- VIEIRA NETO, J. F. (1990) *Dimensionamento Ótimo do Sistema de Irrigação e Barragens da Bacia do Rio Acaraú, Ceará*. Porto Alegre: UFRGS - Curso de Pós-Graduação em Recursos Hídricos e Saneamento Ambiental 123 f. Dissertação (Mestrado).
- VIEIRA NETO, J.; LANNA, A. E. L. (1993) Aplicação da otimização matemática no dimensionamento do projeto de irrigação do Vale do Baixo Acaraú, Ceará Simpósio Brasileiro de Recursos Hídricos, *Anais*, vol. 2 p. 378-87. Rio de Janeiro.

## **Optimum Sizing of a Large Water Resources System: The Arco-Iris Project, Northeastern Brazil**

### **ABSTRACT**

*Water scarcity in the Brazilian Northeast is one the main causes of its underdevelopment. Irrigated agriculture has been suggested as an alternative to this region's development. Irrigable soils have been identified but their total water demand exceeds water availability and, also, they are located in basins with water scarcity. Therefore, interbasin water diversion is an alternative that may often be adopted in the future. The complexity of water resource systems sizing is a challenge to water resources engineering, when there are several water courses and consumption centers, linked by reservoirs, channels and pumping stations. Optimization techniques can contribute to achieving such a goal, allowing economically efficient and financially feasible alternatives.*

*This paper proposes a methodology to optimally size complex, large-scale systems such as the above mentioned one. The technique adopted is linear programming. The model optimizes the project element sizes as to supply the consumption center water demands with the minimum current value of investment, operation and maintenance costs. A test is performed in a water resources system based on the Arco-Íris project, which is being studied by the Companhia de Desenvolvimento do Vale do São Francisco (CODEVASF), in the state of Pernambuco, Brazil.*