

Visualização Espacial no Ensino Fundamental: rotações no GeoGebra

Daniele Vargas Oliveira, PPGEMAT/UFRGS, danieleoliveira.mat@gmail.com, ORCID
iD 0000-0002-8680-4135

Vandoir Stormowski, PPGEMAT/UFRGS, vandoir.stormowski@ufrgs.br . ORCID iD
0000-0001-5290-5889

Resumo

Este artigo apresenta um estudo desenvolvido no âmbito de um programa de pós graduação que analisa as contribuições do software GeoGebra no processo de visualização espacial no Ensino Fundamental, por meio de uma sequência didática que aborda atividades envolvendo rotação e superfícies de revolução. Foram elaboradas seis atividades que foram aplicadas em seis encontros remotos com alunos do 8º e 9º ano do Ensino Fundamental de uma escola da rede privada de Porto Alegre. Trata-se de uma pesquisa de caráter qualitativo fundamentada na Teoria dos Registros de Representação Semiótica de Raymond Duval bem como a construção do processo de visualização para Angel Gutiérrez. As análises sinalizaram que, por meio dos diferentes registros de representação envolvidos e das habilidades de visualização exigidas no contexto do GeoGebra, os alunos apresentaram avanços acerca da visualização espacial e da compreensão dos conceitos geométricos abordados.

Palavras-chave: Geometria Espacial; GeoGebra Classrom; Visualização; Rotação; Registros de Representação Semiótica.

Spatial Visualization in Elementary School: rotations in GeoGebra

Abstract

This article presents a study developed as part of a postgraduate program that analyzes the contributions of the GeoGebra software in the spatial visualization process in Elementary School, through a didactic sequence that addresses activities involving rotation and surfaces of revolution. Six activities were developed and applied in six remote meetings with students from the 8th and 9th grade of elementary school at a private school in Porto Alegre. It is a qualitative research based on Raymond Duval's Theory of Semiotic Representation Records as well as the construction of the visualization process for Angel Gutiérrez. The analyzes signaled that, through the different records of representation involved and the visualization skills required in the context of GeoGebra, students presented advances in spatial visualization and understanding of the geometric concepts covered.

Keywords: Spatial Geometry; GeoGebra Classroom; Visualization; Rotation; Registers of Semiotic Representation.

1. Introdução

No contexto educacional atual é importante destacar a relevância da inserção de recursos tecnológicos como alternativas para qualificar o processo de aprendizagem. Como salienta Basso e Gravina (2012, p.12), “Nossas rotinas de sala de aula também

deveriam incorporar, cada vez mais, as tecnologias, pois elas também influenciam nas nossas formas de pensar, de aprender, de produzir”.

Diante das possibilidades que estes recursos permitem, torna-se relevante refletir e pesquisar acerca dos avanços possíveis nas abordagens que envolvem ensino e aprendizagem de matemática. Este processo, com suporte nas tecnologias digitais, permite “novas possibilidades de criação, produção e veiculação de conhecimento se descortinam” (GRAVINA, 2015, pág. 238), potencializando o ensinar e o aprender no contexto da matemática.

Há mais de duas décadas é possível encontrar resultados de pesquisas que destacam as potencialidades dos recursos digitais na aprendizagem de matemática (MARIOTTI, 2000; GRAVINA, 2001). Dentre estes recursos destacamos os softwares de Matemática Dinâmica (MD), tal como o GeoGebra, onde a dinamicidade permite ao aluno interagir com diferentes formas de representação matemática, e que ao mesmo tempo externalizam e internalizam novos pensamentos durante o processo contínuo de ação/reação entre o aluno e software de MD (GRAVINA, 2015), pois é no movimento sobre os elementos representados nestes recursos que é possível identificar características e propriedades fundamentais para a compreensão dos conceitos. A aprendizagem é promovida na interação entre o aluno e recurso digital de MD.

Uma peculiaridade do GeoGebra é a possibilidade de interagir/produzir com diferentes representações (gráficas, algébricas, geométricas, etc) de um mesmo objeto matemático. Este é uma potencialidade relevante para a aprendizagem em matemática, segundo Duval (2010), pois é na mobilização de diferentes formas de representar que se desenvolve o conhecimento em matemática. Outra característica do software de MD é o aspecto de visualização, essencial na aprendizagem da Geometria Espacial e no desenvolvimento do pensamento geométrico (GUTIÉRREZ, 1992).

Nesta perspectiva, o presente artigo apresenta um estudo que visa responder à pergunta: *Quais as contribuições do GeoGebra no processo de desenvolvimento da habilidade de visualização espacial, quando se faz uso de atividades envolvendo rotação?* Para tanto, foi elaborada uma sequência didática que foi ofertada a um grupo de alunos dos oitavos e nonos anos do Ensino Fundamental de uma escola da rede particular da cidade de Porto Alegre – RS. Tal sequência aborda atividades de rotação e superfícies de revolução que não costumam ser abordadas no Ensino Fundamental, no contexto do GeoGebra. Planejamento, elaboração, aplicação e análise da sequência estão fundamentadas na Teoria dos Registros de Representação Semiótica de Raymond Duval bem como a relação entre visualização e aprendizagem matemática a partir dos estudos de Angel Gutiérrez.

O presente artigo apresenta, a partir de agora, a seguinte estrutura: aporte teórico seguido da metodologia e apresentação das atividades, bem como a análise dos resultados e considerações finais.

2. Registros de Representação Semiótica

No processo de aprendizagem de matemática, as representações semióticas são fundamentais para o desenvolvimento do pensamento matemático, sendo a Teoria de Registros de Representação Semiótica de Raymond Duval umas das principais referências para pesquisas que tratam do tema.

Duval (2012) explicita que na matemática, os objetos estudados não são palpáveis, concretos, como em diversas outras áreas do conhecimento. Ou seja, são objetos abstratos, e a única forma de lidar com os mesmos é através das suas diferentes representações. Um mesmo objeto matemático pode apresentar diferentes representações, tal como uma reta, por exemplo, que pode ser representada por uma equação (representação algébrica), por

um gráfico (representação gráfica) ou ainda descrevendo suas propriedades e características (representação em língua natural).

No entanto, é fundamental não confundir o objeto analisado com uma de suas possíveis representações, embora isso seja um paradoxo cognitivo, uma vez que, como salienta Duval (2012, pág. 268): “como os sujeitos em aprendizagem poderiam não confundir os objetos matemáticos com as suas representações semióticas, se eles podem tratar apenas com as representações semióticas?”. O autor salienta que cada representação do objeto é parcial, pois a representação evidencia parte das características do objeto. Em uma analogia podemos pensar em fotografias ou vídeos de uma pessoa, onde cada registro (foto ou vídeo) pode evidenciar algumas características da pessoa representada, mas sempre serão uma parte das características da pessoa que o registro representa.

Neste sentido, é essencial para a aprendizagem que o aluno mobilize diferentes representações de um mesmo objeto (DYRVOLD, 2020). Nesta mobilização, são possíveis dois tipos de transformações: os tratamentos e as conversões. Conforme Duval (2010), os tratamentos são transformações que ocorrem dentro do mesmo registro, tal como uma equação (registro algébrico) que é simplificada para uma equação (registro algébrico) equivalente. Ao mesmo tempo a conversão consiste “em mudar de registro conservando os mesmos objetos denotados: por exemplo, passar da escrita algébrica de uma equação à sua representação gráfica” (DUVAL, 2010, pág. 16).

Essa importância da mobilização de diferentes registros no processo de ensino e aprendizagem em matemática é enfatizada por Capone et al. (2020), que destaca o desenvolvimento de competências imprescindíveis para a aprendizagem e desenvolvimento dos alunos em matemática. Dyrvold (2020) salienta a atenção que se deve ter para possibilitar que os alunos estabeleçam relações efetivas entre os diferentes símbolos em matemática, de modo que a dificuldade ou fluência dos alunos em matemática está diretamente relacionada.

O GeoGebra, como software de MD, possui como uma característica a utilização de diferentes registros para representar o mesmo objeto matemático. Por exemplo, representando uma reta por dois pontos na Janela Gráfica do software temos também a equação reduzida da reta na Janela Algébrica. E movimentando um dos pontos, a reta muda a inclinação na Janela Gráfica e a equação da reta é atualizada simultaneamente na Janela Algébrica. Além dos diferentes registros de representação semiótica destacados por Duval (2010), o Geogebra possui a característica da representação dinâmica permitindo a interação e movimento sobre os objetos representados, o que lhe acrescenta características peculiares de registro, também classificados como registros dinâmicos de representação semiótica (GRAVINA, 2015; STORMOWSKI, 2015).

É claro que o software possui as diferentes representações em sua interface, não garante que o aluno irá fazer ou compreender a transformação de uma representação em outra. Por isso Iori (2018) destaca a importância da consciência dos professores sobre estes aspectos da aprendizagem em matemática, de modo que devem planejar atividades que façam os alunos articular efetivamente estas diferentes representações. E é nesta direção que as atividades planejadas, e que estão nas seções seguintes deste artigo, querem apontar.

3. Visualização na matemática

Segundo Gutiérrez (1992), os alunos tendem a apresentar maior facilidade no movimento de objetos à mão livre num comparativo com a interação com um computador, com movimentos mais rápidos que inviabilizam uma maior reflexão acerca de suas ações. Já quando estão movimentando tais objetos no computador, os movimentos são mais restritos em termos de velocidade, incentivando assim aos alunos a repensar melhor suas

estratégias de movimentação, e, por conseguinte, tal reflexão permite um maior desenvolvimento de habilidades espaciais. Nesta perspectiva, Gutiérrez considera “a ‘visualização’ na matemática como o tipo de raciocínio atividade baseada no uso de elementos visuais ou espaciais, mentais ou físicos, realizada para resolver problemas ou provar propriedades” (1996, pág. 7). E segundo o autor é composta por: imagens mentais, representações externas, processos de visualização, e habilidades de visualização.

Para Gutiérrez (1996), uma *imagem mental* nada mais é que uma representação cognitiva de uma propriedade ou um conceito por meio de elementos visuais ou espaciais. Já os *processos de visualização* o autor explica que é uma ação que pode ser tanto mental quanto física, e que tem relação direta com a imagem mental. Neste item temos dois processos específicos: primeiramente a interpretação visual da informação visando a criação de imagens mentais, ou a interpretação de imagens visando a formação de informações.

Agora, no que se refere a *habilidades de visualização*, há alguns pontos a se considerar, visto que dependendo do problema a ser resolvido, as habilidades exigidas serão diferentes. A seguir as principais delas, evidenciando as habilidades envolvidas, conforme Gutiérrez (1996):

- *Percepção do fundo da figura*: observar a figura isolada em um fundo complexo.
- *Constância perceptual*: não confundir as características e propriedades de um objeto mediante sua movimentação ou características do traço de sua representação.
- *Rotação mental*: construir imagens mentais e imaginá-las em movimento.
- *Percepção de posições espaciais*: construir relações entre objetos observados.
- *Discriminação visual*: observar as diferenças ou semelhanças entre objetos, imagens ou imagens mentais.

Costa (2019) estabelece a relação entre os estudos de Gutiérrez e outros autores que tratam do tema, e destaca que a visualização é uma das características que perpassa os escritos de diferentes autores, e deste modo, a visualização é entendida como essencial quando se analisa o desenvolvimento do pensamento geométrico. De forma semelhante, Settimy e Bairral (2019), abordam a relação entre visualização e dificuldades de aprendizagem em geometria, e utilizam a expressão ‘pensamento visual’ destacando a importância da visualização no desenvolvimento do pensamento geométrico.

Para Gutiérrez, o processo de construção do pensamento espacial interpassa as relações entre a construção de imagens mentais, com suas representações internas, para as representações externas, e tal relação permeia-se nas habilidades e processos de visualização aqui já apresentados.

Neste sentido, reafirmamos a potencialidade do GeoGebra também na perspectiva teórica de Gutiérrez, pois, ainda segundo o autor, é fundamental o desenvolvimento de habilidades que possibilitem construir, mover, transformar e analisar imagens mentais de objetos 3D, que derivem de uma representação plana, o que é perfeitamente funcional a partir dos recursos disponíveis pelo software.

E são as características do software de MD que permitem articular conceitos não usuais no Ensino Fundamental (curvas e superfícies de revolução) com aspectos tão importantes para a formação matemática nesse período escolar, tais como a visualização e representações em geometria.

4. Metodologia e Proposta de atividades

A sequência didática formulada para esta pesquisa é composta de seis atividades que foram adaptadas para o GeoGebra on-line, em razão da pandemia do Covid-19. Os alunos participantes são estudantes de uma escola particular de Ensino Fundamental da cidade de Porto Alegre e foram convidados mediante interesse e disponibilidade para a

atividade on-line, sendo que 4 eram do 9º ano e 2 eram do 8º ano do Ensino Fundamental, totalizando 6 alunos. As atividades foram realizadas em duplas e aplicadas de maneira remota, por meio do GeoGebra Classroom e Google Meet. Utilizaremos como fonte de informações para análise as anotações do diário de campo da professora pesquisadora, as transcrições das gravações realizadas das aplicações, assim como as produções escritas e construções via plataforma GeoGebra Classroom, realizadas pelos alunos participantes desta pesquisa. Para este artigo, foram selecionadas atividades que envolviam construções envolvendo rotação de pontos e superfícies de revolução. O critério de seleção destas atividades está relacionado com o fato de que elas abordam a essência das atividades que compõe a sequência didática na íntegra.

As duas primeiras atividades abordaram a construção de figuras derivadas da rotação de pontos e segmentos de reta em torno dos eixos x , y e z . Em ambas as atividades os alunos foram desafiados a deduzir informações por meio da observação da construção, bem como explicitar suas observações. Para tanto, os alunos deveriam exercitar a percepção do fundo da figura, o que segundo Gutiérrez (1996, pág. 10, tradução nossa) é “a habilidade de observar a figura mesmo que isolada em um fundo complexo”, bem como a habilidade de constância perceptual, que também segundo o autor (1996, pág. 10, tradução nossa) é “a habilidade de não confundir as características e propriedades de um objeto mediante sua movimentação ou espessura do traço de sua representação, cor ou tamanho”.

Também é importante ressaltar que se fazia necessária a realização dos tratamentos dos registros tridimensionais para as bidimensionais, bem como das conversões entre as janelas de visualização e a janela algébrica, através da habilidade de rotação mental: “a habilidade de construir imagens mentais dinâmicas e imaginá-las em movimento”. (GUTIÉRREZ, 1996, pág 10, tradução nossa).

Na última atividade os alunos deveriam realizar a construção de uma superfície de revolução de sua autoria, aplicando as habilidades exercitadas ao longo de todas as atividades realizadas nos encontros anteriores.

É importante salientar que o planejamento, elaboração e aplicação das atividades considerou sempre as características e potencialidades do GeoGebra, de modo a mobilizar diferentes registros de representação semiótica (DUVAL, 2010; DUVAL, 2012) e a exploração da interação que o software proporcionam, para o desenvolvimento da visualização espacial (GUTIÉRREZ, 1992; GUTIÉRREZ, 1996).

A seguir apresentamos o relato e a análise da aplicação das atividades.

5. Descrição e análise praticados resultados

A análise buscou foco em situações relevantes para serem detalhadas com base no aporte teórico. Os alunos foram identificados numericamente para preservar sua identidade.

Na primeira atividade analisada, os alunos receberam uma imagem de uma construção, restrita a janela 3D, para que eles pudessem observar e depois reproduzir em um applet disponível na sequência. Para facilitar para o leitor acompanhamento da análise deste encontro, segue a construção na janela de visualização 3D e sua solução na janela de visualização 2D, conforme figura 1.

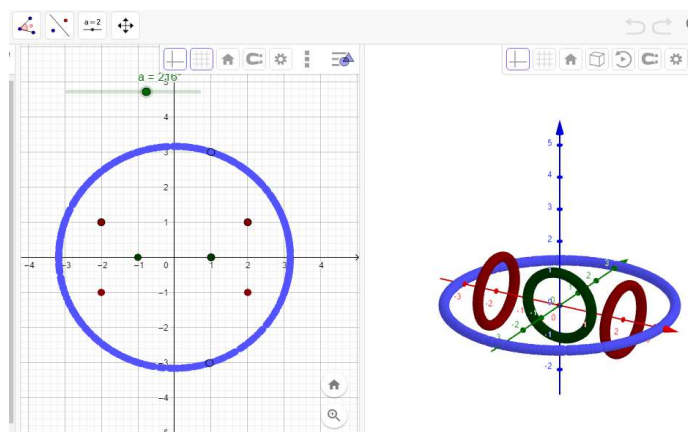


Figura 1 – Construção solicitada. Fonte: Acervo dos autores.

É importante destacar ao leitor, que as circunferências que aparecem na Figura 1 são obtidas com a rotação de pontos em torno dos eixos com a variação de um ângulo. Ou seja, de acordo com o movimento sobre o parâmetro ângulo (que neste caso varia de 0° a 360°), os pontos giram em torno de elementos (pontos, retas, ou eixos, conforme escolhas do aluno), de modo que as circunferências obtidas são os “rastros” dos pontos após o movimento, ou seja, as circunferências são formadas por pontos que são as diferentes posições da rotação de um ponto em torno de um eixo.

Como os alunos receberam apenas uma imagem da construção exposta na janela de visualização 3D, eles tiveram que deduzir informações de uma situação estática, bem como explicitar suas observações. Para tanto, os alunos exercitaram a percepção do fundo da figura, o que segundo Gutiérrez (1996, pág. 10, tradução nossa) é “a habilidade de observar a figura mesmo que isolada em um fundo complexo”, bem como a habilidade de constância perceptual, que também segundo o autor (1996, pág. 10, tradução nossa) é “a habilidade de não confundir as características e propriedades de um objeto mediante sua movimentação ou espessura do traço de sua representação, cor ou tamanho”.

Também é importante ressaltar que se fez necessária a realização dos tratamentos dos registros tridimensionais para as bidimensionais (DUVAL, 2010), bem como das conversões entre as janelas de visualização e a janela algébrica, através da habilidade de rotação mental, que é “a habilidade de construir imagens mentais dinâmicas e imaginá-las em movimento” (GUTIÉRREZ, 1996, pág 10, tradução nossa).

Na sequência solicitamos aos alunos que registrassem suas observações detalhadamente, considerando objetos geométricos envolvidos, rotações e eixos. O objetivo deste detalhamento era permitir a compreensão de todo o processo de visualização e interpretação do aluno referente à imagem. Eles foram incentivados novamente a compartilhar suas visualizações e estratégias de construção entre si. A seguir, na figura 2, um exemplo de construção.

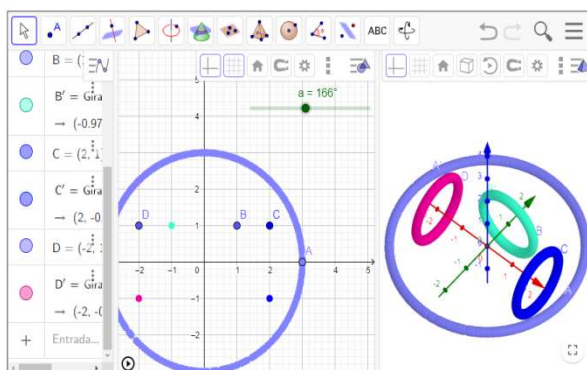


Figura 2 – Construção aluna 2. Fonte: Acervo dos autores.

Consideramos, ao analisarmos a construção da aluna, que embora ela tenha conseguido compreender que um dos pontos estava sendo rotacionado em torno do eixo Y, ela não conseguiu localizar-se corretamente no espaço, equivocando-se sobre a posição deste ponto em relação ao eixo Y. Compreendemos que tal dificuldade está englobada em duas vertentes: dificuldade na conversão do registro gráfico para o algébrico bem como a fragilidade da habilidade de percepção de relações espaciais (GUTIÉRREZ, 1996), considerando que a aluna não conseguiu ter exatidão na posição do ponto.

A segunda atividade que será apresentada buscou aplicar as habilidades visuais por meio de uma construção na janela 2D, gerada pelas rotações de dois segmentos de retas na janela de visualização 3D. Visando facilitar para o leitor o acompanhamento da análise, segue a solução da construção.

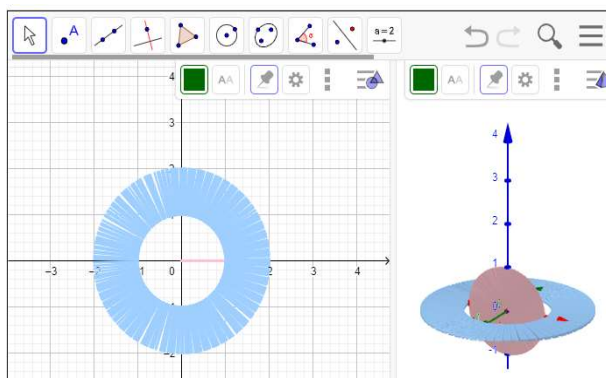


Figura 3 - Construção solicitada. Fonte: Acervo dos autores.

A realização desta construção exigiu os tratamentos (DUVAL, 2010) dos registros tridimensionais para bidimensionais, ao mesmo tempo que se faziam necessárias as conversões (DUVAL, 2010) entre os registros gráfico e algébrico para identificar possibilidades de coordenadas para os segmentos que, ao serem rotacionados, gerariam a figura solicitada. Seguimos com o exemplo da construção da aluna 1, conforme figura 4.

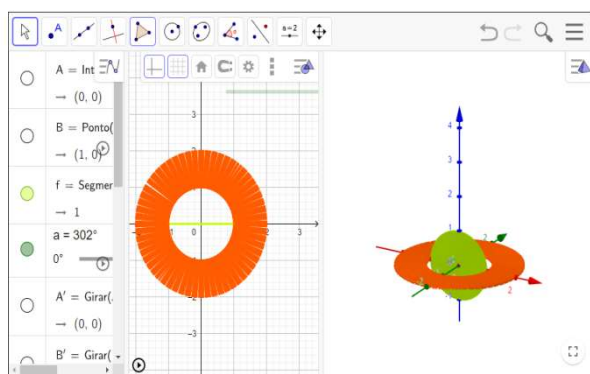


Figura 4 - Construção aluna 1. Fonte: Acervo dos autores.

Por meio da análise de sua construção, concluímos que o aluno aplicou corretamente suas observações e registros, construindo a figura solicitada adequadamente. Tais transformações realizadas pelo aluno foram possíveis por meio das habilidades de rotação mental e percepção de relações espaciais, ambas descritas por Gutiérrez (1996). A aplicação dessas habilidades permitiu ao aluno imaginar as figuras resultantes das rotações dos segmentos, bem como identificar possíveis posições para os segmentos por meio das relações entre os objetos espaciais, tais como eixos e posições dos segmentos em relação à esses eixos.

É válido enfatizarmos que em ambas as atividades, os alunos foram protagonistas dos tratamentos e conversões envolvidos, para que fosse possível extrair as informações necessárias para realizar a construção exigida. Neste contexto, o GeoGebra atuou como meio facilitador para que essas transformações (DUVAL, 2012) ocorressem e fosse possível realizar constatações.

Nesta última atividade foi solicitada aos alunos a reprodução de um objeto, à livre escolha, por meio da rotação de segmentos de reta e/ou pontos, explicitando a razão de sua escolha e descrevendo o processo de construção. Esta atividade teve um caráter de encerramento da sequência de atividades desenvolvida até aqui, numa perspectiva de dar autonomia aos alunos, para que seja possível observar quais habilidades serão aplicadas espontaneamente por eles, na realização da atividade envolvendo superfície de revolução. Seguimos com a construção do aluno 5.

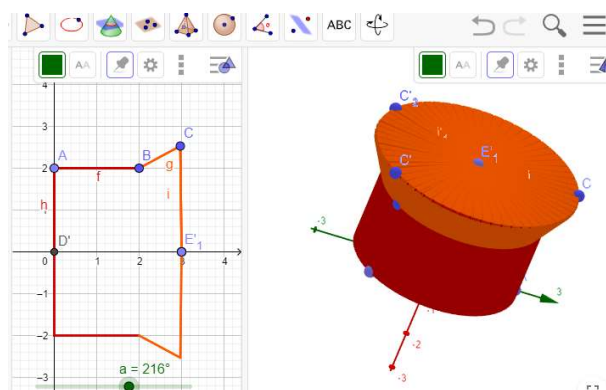


Figura 5 – Construção aluno 5. Fonte: acervo dos autores.

Ao analisarmos a construção do aluno, percebemos que sua estratégia de construção envolveu um segmento de reta coincidente com o eixo y, ligado a um segmento de reta paralelo ao eixo x, que por sua vez estava ligado a um segmento de reta inclinado que finalizava se ligando a um segmento de reta paralelo ao eixo y. Tal estratégia de construção, por meio da rotação em torno do eixo x, resultou na figura planejada pelo aluno, que ele denominou como uma lanterna. Percebemos que para a construção desta superfície de revolução, o aluno aplicou os conceitos de posições relativas entre retas, condizente com seu objetivo, bem como apresentou as habilidades de visualização necessárias para construir mentalmente seu objeto e reproduzi-lo no GeoGebra. Acreditamos que tal percepção por parte do aluno se deu em sua capacidade de realizar o tratamento entre as janelas de visualização 2D para 3D associada a sua habilidade de percepção de relações espaciais, que é a “habilidade de construir as relações entre os objetos observados” (GUTIÉRREZ, 1996, p.10), neste caso entre os eixos e os segmentos de reta que seriam rotacionados.

Consideramos importante ressaltar que as atividades de rotação e visualização espacial envolvidas nesta sequência não são comuns na matemática abordada no Ensino Fundamental. Sendo assim, é possível que essa possa ser uma das razões para as dificuldades que alguns alunos apresentaram inicialmente. Tal proposição baseia-se no fato de que no decorrer dos encontros, os alunos mostraram maior autonomia e melhor desempenho na realização das atividades, o que entendemos ser um indício de incorporação das habilidades de visualização.

6. Considerações finais

O presente artigo apresentou um estudo desenvolvido no âmbito de um programa de pós graduação que visou responder à pergunta: *Quais as contribuições do GeoGebra no processo de desenvolvimento da habilidade de visualização espacial, quando se faz uso de atividades envolvendo rotação?*

Ressaltamos que encontramos contribuições do GeoGebra para o desenvolvimento da habilidade de visualização espacial. Tal conclusão se deu pelas análises realizadas frente à produção dos alunos. Ao longo das atividades, percebemos que os alunos gradualmente foram se apropriando das habilidades de visualização descritas por Gutiérrez (1996), em particular das habilidades de rotação mental e percepção de relações espaciais, bem como o exercício das habilidades de constância perceptual e percepção do fundo da figura, conforme iniciaram os trabalhos com rotações de objetos geométricos e superfícies de revolução.

Em relação às transformações que Duval (2010) descreve, percebemos indícios de realização de tratamentos e conversões. Os tratamentos foram exigidos entre ambas as janelas de visualização: ora ocorriam da janela 2D para 3D e em outros momentos da janela 3D para a 2D. As conversões ocorreram entre os registros gráficos e algébrico, especificamente entre as coordenadas dos objetos e suas posições nas janelas de visualização, e também ocorreram alternadamente. Esta constante mobilização de registros está de acordo com o que Duval (2010) enfatiza para que ocorra a aprendizagem de matemática.

Desta forma, a partir da sequência didática proposta, destacamos a contribuição do software de MD Geogebra em três aspectos: i) no desenvolvimento da habilidade de visualização espacial, estabelecendo relações entre pontos, ângulos de giro, representação 2D e 3D, para gerar curvas ou superfícies no espaço; ii) na aprendizagem em matemática, articulando diferentes representações semióticas de um mesmo objeto matemático; iii) na possibilidade de apresentar um conteúdo não usual ao Ensino Fundamental, tal como as curvas e superfícies de revolução.

Consideramos que o desenvolvimento das habilidades de visualização mencionadas nesta pesquisa esteve intimamente ligado aos tratamentos realizados pelos alunos. Tal consideração tem base nas análises das atividades, em que foi possível perceber que era por meio dos tratamentos entre as janelas de visualização 2D e 3D, realizados de maneira alternada conforme a particularidade da tarefa, que os alunos conseguiam exercitar as habilidades, como por exemplo ao realizar a rotação mental de um segmento, ou identificar quais segmentos estavam por trás de uma superfície de revolução. Por meio desta constatação, reforçamos as contribuições do GeoGebra para o desenvolvimento da visualização espacial, pois seu dinamismo presente na associação entre suas janelas de visualização 2D e 3D, permite a verificação de relações entre objetos geométricos que não seriam fáceis, ou até mesmo possíveis, com outras tecnologias, como lápis e papel. Esperamos que este artigo venha a contribuir para a pesquisa em Educação Matemática, assim como à prática da pesquisadora e dos demais professores que se interessarem pela temática aqui abordada.

7. Referências

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular (BNCC)**. Brasília: MEC. 2017. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_20dez_site.pdf. Acesso em: 20 janeiro 2020.

CAPONE, R.; ADESSO, M. G.; REGNO, F. D.; LOMBARDI, L.; TORTORIELLO, F. S. Mathematical competencies: a case study on semiotic systems and argumentation in an



Italian High School. **International Journal of Mathematical Education in Science and Technology**, p. 1-16, 2020.

COSTA, A. P. **A construção de um modelo de níveis de desenvolvimento do pensamento geométrico: o caso dos quadriláteros notáveis**. Recife: UFPE, 2019. Tese de doutorado.

DUVAL, R. Registros de representação semiótica e funcionamento cognitivo do pensamento. Florianópolis, **Revista Eletrônica de Educação Matemática**, v.07, n.2, p.266-297, 2012. Disponível em: <https://periodicos.ufsc.br/index.php/revemat/article/view/1981-1322.2012v7n2p266>. Acesso em: 15 janeiro 2020.

DUVAL, R. **Registros de representações semióticas e funcionamento cognitivo da compreensão em matemática**. In: MACHADO, S,D,A. Aprendizagem em Matemática. Registros de representação semiótica. São Paulo: Papirus editora, 2010.

DYRVOLD, A. Relations between semiotic resources in mathematics tasks: a source of students' difficulties. **Research in Mathematics Education**, p. 1-19, 2020.

GRAVINA, M. A. **Os ambientes de geometria dinâmica e o pensamento hipotético-dedutivo**. 2001. Tese (Doutorado em Informática na Educação) - UFRGS, Porto Alegre.

GRAVINA, M. A. O potencial semiótico do GeoGebra na aprendizagem da geometria: uma experiência ilustrativa. **Vidya**, v. 35, n. 2, p. 18, 2015.

GRAVINA, M. A., BÚRIGO, E. Z., BASSO, M.V.A., GARCIA, V.C.V. (org.) **Matemática, Mídias Digitais e Didática** - tripé para formação do professor de Matemática. Porto Alegre: Evangraf, 2012.

GUTIÉRREZ, A. **Children's ability for using different plane representations of space figures**. IN: Batturo, A.R. (ed.), *New directions in geometry education* (Centre for Math. and Sc. Education, Q.U.T.: Brisbane, Australia), p. 33-42, 1996. Disponível em: <https://www.uv.es/angel.gutierrez/marcotex.html>. Acesso em: 26 janeiro 2020.

GUTIÉRREZ, A. **Procesos y habilidades en visualización espacial**. Memorias del Tercer Simposio Internacional sobre Investigación en Educación Matemática: Geometría, p. 44-59, 1992. Disponível em: <https://www.uv.es/angel.gutierrez/marcotex.html>. Acesso em: 20 janeiro 2020.

IORI, M. Teachers' awareness of the semio-cognitive dimension of learning mathematics. **Educational Studies in Mathematics**, v. 98, n. 1, p. 95-113, 2018.

MARIOTTI, M. A. Introducing to proof: the mediation of a dynamic software environment. **Educational Studies in Mathematics**, Netherlands, vol. 44, p.25-53, 2000.

SETTIMY, T. F.O.; BAIRRAL, M. A. Visualização em sala de aula: revelando descobertas de estudantes do sexto ano do Ensino Fundamental. **Jornal Internacional de Estudos em Educação Matemática**, Rio de Janeiro, v.12, n.3, p. 258-267, 2019.

STORMOWSKI, V. **Formação de professores de matemática para o uso de tecnologia: uma experiência com o GeoGebra na modalidade EAD**. Porto Alegre: PPGIE/UFRGS, 2015. Tese de doutorado.