Estimação em Modelos de Mistura de Distribuições Independentes

Cleber Bisognin[1]

Régis Nunes Vargas[2]

Aneli Torres Venturini[3]

Segundo McLachlan e Peel (2000), a história dos modelos de mistura finita remonta a mais de um século com Pearson (1894), cujos modelos são baseados em uma mistura de duas componentes normais univariadas. O Modelo de Mistura de Distribuições Independente, segundo Zuchini e Macdonald (2009), consiste de um número finito m de distribuições componentes associando-se para cada uma dessas distribuições um valor $0 < \delta_i < 1$, para $1 \leq i \leq k$, onde $\sum_{i=1}^{k} \delta_i = 1$, são denominadas probabilidades de mistura. Uma variável aleatória X satisfaz o Modelo de Mistura de Distribuições Independente se sua função densidade (ou massa) de probabilidade satisfaz $f_X(x) = \sum_{i=1}^{k} \delta_i f_{X_i}(x)$, onde $X_1, \cdots, X_k$, são variáveis aleatórias independentes, definidas no mesmo espaço de probabilidade $(\Omega, \mathcal{F}, \mathbb{P})$, com função densidade (ou massa) de probabilidade dadas, respectivamente, por $f_{X_1}(\cdot), \cdots, f_{X_k}(\cdot)$. Neste trabalho provamos que $f_X(x)$, satisfaz as propriedades de função densidade (e massa) de probabilidade, calculamos o valor esperado, momento de ordem *t*, $t \in \mathbb{Z}$, variância. Definimos a função de verossimilhança e os estimadores de máxima verossimilhança. Realizamos simulações de Monte Carlo, utilizando a distribuição de Poisson, isto é, $X_1 \sim P(\lambda_1)$ e $X_2 \sim P(\lambda_2)$, com $\lambda_i \in \{2, 3, 5, 7\}$, para $i = 1, 2$. Utilizamos tamanho amostral $n \in \{100, 300, 500, 1000\}$, $k = 2$ e 1000 replicações. Analisamos o vício, erro quadrático médio e variância do estimador de máxima verossimilhança para cada um dos parâmetros estimados em cada caso. Quando λ_1 e λ_2 são próximos o vício, o erro quadrático médio e a variância são maiores na estimação de ambos os parâmetros. Conforme λ_1 e λ_2 se distanciam, ambas as características analisadas diminuem sua magnitude. Esta característica ocorre para todos os tamanhos amostrais. Também fazemos uma aplicação com dados do registro dos tremores de terra de magnitude maior ou igual a sete (7:0), no mundo, que ocorreram entre 1900-2006.

Palavras-chave: *Modelos de Mistura de Distribuições Independentes, Poisson, Estimação de Máxima Verossimilhança, Tamanho Amostral.*

[1] DEST - UFRGS - Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Email: cbisognin@*ufrgs.br*
[2] PPGMAT - UFRGS - Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Email: regisnv@yahoo.com.br
[3] DEST - UFRGS - Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Email: aneliventurini@yahoo.com.br

Referências

[1] MCLACHLAN, G. J. e PEEL, D. *Finite Mixture Models*. New York: Wiley Series in Probability and Statistics, 2000.

[2] PEARSON, K. *Contributions to the Theory of Mathematical Evolution*. Philosophical Transactions of the Royal Society of London, 1894.

[3] ZUCCHINI, W. e MACDONALD, I. L. *Hidden Markov Models for Time Series: an introduction using R*. Londres: Chapman and Hall, 2009.

[1] DEST - UFRGS - Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Email: cbisognin*@ufrgs.br*
[2] PPGMAT - UFRGS - Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Email: regisnv@yahoo.com.br
[3] DEST - UFRGS - Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Email: aneliventurini@yahoo.com.br