

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
CENTRO ESTADUAL DE PESQUISAS EM SENSORIAMENTO REMOTO E METEOROLOGIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM SENSORIAMENTO REMOTO

FRANCK ROSA DA SILVA

**CONTRIBUIÇÃO PARA A DETERMINAÇÃO DA SEPARAÇÃO GEOIDE E
QUASE- GEOIDE NO TERRITÓRIO BRASILEIRO**

PORTO ALEGRE

2021

Rosa da Silva, Franck
CONTRIBUIÇÃO PARA A DETERMINAÇÃO DA SEPARAÇÃO
GEOIDE E QUASE- GEOIDE NO TERRITÓRIO BRASILEIRO /
Franck Rosa da Silva. -- 2021.

79 f.

Orientador: Sérgio Florêncio de Souza.

Dissertação (Mestrado) -- Universidade Federal do
Rio Grande do Sul, Centro Estadual de Pesquisas em
Sensoriamento Remoto e Meteorologia, Programa de
Pós-Graduação em Sensoriamento Remoto, Porto Alegre,
BR-RS, 2021.

1. Separação geoide e quase geoide. 2. Correção
Topográfica. 3. Correção Gravimétrica. 4. Modelo de
densidade variável. I. Florêncio de Souza, Sérgio,
orient. II. Título.

FRANCK ROSA DA SILVA

**CONTRIBUIÇÃO PARA A DETERMINAÇÃO DA SEPARAÇÃO GEOIDE E
QUASE- GEOIDE NO TERRITÓRIO BRASILEIRO**

Dissertação de mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Sensoriamento Remoto como requisito parcial para a obtenção do título de mestre em Sensoriamento Remoto e Geoprocessamento.

Orientador: Prof. Dr. Sérgio Florêncio de Souza

PORTO ALEGRE

2021

FRANCK ROSA DA SILVA

**CONTRIBUIÇÃO PARA A DETERMINAÇÃO DA SEPARAÇÃO GEOIDE E
QUASE- GEOIDE NO TERRITÓRIO BRASILEIRO**

Banca Examinadora:

Prof. Dr. Felipe Geremia Nievinski – PPGSR/UFRGS

Prof. Dr. Roosevelt de Lara Santos Junior – IGEO/UFRGS

Prof. Dr. Reginaldo Macedônio da Silva – IGEO/UFRGS

Prof. Dr. Sérgio Florêncio de Souza (Orientador) – PPGSR/UFRGS

Aprovado em 30 de agosto de 2021.

Dedico este trabalho à toda minha família, em especial ao meu pai Francisco Rosa da Silva, que já se encontra junto à gloriosa presença do Altíssimo.

AGRADECIMENTOS

À Deus e ao mestre Jesus de Nazaré por terem me dado forças para prosseguir em frente.

À minha esposa Leidiane e ao nosso filho Matheus por todo incentivo diante das dificuldades que se apresentaram e pela compreensão e cumplicidade nas horas de descanso e lazer que precisei abdicar para concluir este trabalho.

À Universidade Federal do Rio Grande do Sul, em especial ao Programa de Pós-Graduação em Sensoriamento Remoto, pela oportunidade de realizar o Curso de Mestrado em uma das instituições mais renomadas do Brasil.

Ao meu orientador, Professor Sérgio Florêncio de Souza, pelas contribuições inestimáveis na construção desse trabalho e pela paciência nas inúmeras discussões teóricas que por vezes adentravam a madrugada.

Ao Professor Roosevelt De Lara Santos Junior, por disponibilizar seu tempo e seu vasto conhecimento da área, para contribuir com valiosas dicas e observações que foram muito importantes na condução desta pesquisa.

Ao amigo Rodrigo da Silva Ferraz que, com sua camaradagem e seu conhecimento técnico e teórico, contribuiu com valiosas sugestões que foram muito úteis na construção e finalização desse estudo.

Aos meus familiares, em especial minha mãe Isabel Maria da Silva, que, apesar da distância, sempre me incentivou a continuar buscando meus sonhos.

Ao Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística pela disponibilização gratuita dos dados que foram utilizados na presente dissertação.

À Universidade de *New Brunswick* pela disponibilização gratuita do mapa de densidade variável mundial que foi utilizado no presente estudo.

“Faça as coisas o mais simples que puder, porém não as mais simples”.

Albert Einstein

RESUMO

A separação entre o geoide e o quase geoide, entendida como a diferença entre as altitudes normal e ortométrica, pode ser da ordem de centímetros, podendo chegar a metros em áreas de grande variação altimétrica, estando relacionada com a densidade das massas topográficas e da resolução do modelo topográfico utilizado. Neste contexto, o objetivo principal desta pesquisa consistiu em avaliar a SGQG no Brasil, a partir de quatro metodologias distintas. A primeira calculou a SGQG pela diferença entre as altitudes normais e ortométricas. A segunda empregou a anomalia da gravidade simplificada de Bouguer. A terceira introduziu a correção do terreno e na quarta foi adicionada a correção gravimétrica. O estudo foi desenvolvido utilizando-se dados altimétricos e gravimétricos disponibilizados pelo IBGE, dados altimétricos do SRTM com resolução 3" e do mapa de densidade variável derivado do mapa geológico do Brasil. Os resultados mostraram que a SGQG obtida através da primeira e segunda metodologias não apresentaram diferenças significativas entre si. A anomalia gravimétrica simplificada de Bouguer correspondeu no Brasil, em média, a cerca de 92,5% do total da SGQG, em ambos os modelos de densidade. Introduzindo-se as correções do terreno e gravimétrica, verifica-se que a combinação destas correspondeu a 7,5% da SGQG, sendo a maior contribuição na região sul, confirmando que essas correções não devem ser negligenciadas, principalmente em regiões de maiores altitudes, uma vez que produziram diferenças significativas estatisticamente conforme teste de Tukey realizado comparando-se os diferentes experimentos. A adoção do modelo de densidade variável produziu resultados que diferiram cerca de 4,7% do modelo de densidade constante, sendo esta diferença maior na região centro-oeste, de 9,1%. A principal contribuição desta pesquisa, foi a constatação da viabilidade da incorporação do modelo de densidade variável e das correções topográfica e gravimétrica no cálculo da SGQG em âmbito nacional.

Palavras-chave: Separação geoide e quase geoide. Correção Topográfica. Correção Gravimétrica.

ABSTRACT

The geoid and quasi-geoid separation, understood as the difference between normal and orthometric heights, can be in order of centimeters, reaching meters in great height variation areas, being related to the topographic mass density and resolution of the elevation model used. In this context, the main objective of this research was evaluate the GQS in Brazil, using four different methodologies. The first calculated GQS by the difference between normal and orthometric heights. The second employed the simplified Bouguer gravity anomaly. The third introduced the terrain correction and the fourth added the gravimetric correction. The study was developed using height and gravimetric data provided by IBGE, height data from SRTM with 3" resolution and the variable density map derived from the geological map of Brazil. Results showed that the GQS obtained through the first and second methodologies did not present significant differences. The simplified Bouguer gravimetric anomaly corresponded in Brazil, on average, about 92.5% of the total GQS, in both density models. By introducing the terrain and gravimetric corrections, appears that the combination of these corresponded to 7.5% of the GQS, being the largest contribution in the southern region, confirming that these corrections should not be neglected, especially in regions with higher variation heights, since they produced statistically significant differences according to Tukey's test performed by comparing different experiments. The adoption of the variable density model produced results that differed about 4.7% from the constant density model, with this difference being greater in the Midwest region, close to 9.1%. The main contribution of this research was the feasibility of incorporation the variable density model and the topographic and gravimetric corrections in the nationwide calculation of the GQS.

Keywords: Geoid and quasigeoid separation. Topographic Correction. Gravimetric Correction.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Principais superfícies de referência	20
Figura 2 – Correção do terreno.....	24
Figura 3 – Zonas de Hayford.....	25
Figura 4 – Geometria do octante	26
Figura 5 – Distribuição das EEGG em território brasileiro.....	30
Figura 6 – Posicionamento dos pontos de MDT visando a CT e CG.....	31
Figura 7 – Mapa altimétrico do Brasil.....	31
Figura 8 – Mapa geológico do Brasil fornecido pelo IBGE.....	34
Figura 9 – Mapa de densidade variável mundial.....	34
Figura 10 – Mapa de densidade variável estimado do Brasil	35
Figura 11 – Fluxograma das fases envolvidas	37
Figura 12 – Anomalias simplificadas de Bouguer com densidade constante.....	39
Figura 13 – Anomalias simplificadas de Bouguer com densidade variável	39
Figura 14 – Correção do terreno com densidade constante	40
Figura 15 – Correção do terreno com densidade variável	40
Figura 16 – Correção gravimétrica	41
Figura 17 – Variação da SGQG no Brasil de acordo com as metodologias de cálculo adotadas.....	44
Figura 18 – SGQG obtida pela Equação (21) completa com densidade constante...44	
Figura 19 – SGQG obtida pela Equação (21) completa com densidade variável	45
Figura 20 – Comparação do RMS da SGQG calculada pela Equação (21) completa, por região geográfica, em função das altitudes médias das estações gravimétricas.....	46
Figura 21 – Variação da SGQG por região	49
Figura 22 – Diferença entre os valores de SGQG utilizando-se diferentes modelos de densidade.....	50
Figura 23 – Correlação da SGQG com a altitude e densidade variável.....	51
Figura 24 – Correlação da SGQG com a anomalia simplificada de Bouguer.....	52
Figura 25 – Correlação da SGQG com a correção do terreno	52
Figura 26 – Correlação da SGQG com a correção gravimétrica	53

Figura 27 – Contribuições das anomalias gravimétricas para a SGQG, em termos do RMS, nas diferentes regiões geográficas do Brasil.....	55
Figura 28 – Teste de comparação de médias de Tukey aplicado aos experimentos que calcularam a SGQG no Brasil utilizando-se diferentes modelos de densidade e adicionando-se as CT e CG.....	56
Figura 29 – Teste de comparação de médias de Tukey aplicado aos experimentos que calcularam a SGQG na região norte do Brasil utilizando-se diferentes modelos de densidade e adicionando-se as CT e CG.....	57
Figura 30 – Teste de comparação de médias de Tukey aplicado aos experimentos que calcularam a SGQG na região nordeste do Brasil utilizando-se diferentes modelos de densidade e adicionando-se as CT e CG.....	58
Figura 31 – Teste de comparação de médias de Tukey aplicado aos experimentos que calcularam a SGQG na região centro-oeste do Brasil utilizando-se diferentes modelos de densidade e adicionando-se as CT e CG.....	59
Figura 32 – Teste de comparação de médias de Tukey aplicado aos experimentos que calcularam a SGQG na região sudeste do Brasil utilizando-se diferentes modelos de densidade e adicionando-se as CT e CG.....	60
Figura 33 – Teste de comparação de médias de Tukey aplicado aos experimentos que calcularam a SGQG na região sul do Brasil utilizando-se diferentes modelos de densidade e adicionando-se as CT e CG.....	61

LISTA DE QUADROS E TABELAS

Quadro 1 – Classes litológicas que compõem o mapa geológico do Brasil	33
Quadro 2 – Classificação da correlação linear entre a SGQG e as principais grandezas envolvidas em sua determinação.....	53
Tabela 1 – Distribuição das EEGG pelo Brasil e regiões	29
Tabela 2 – Densidades médias estimadas das diferentes classes litológicas do mapa geológico do Brasil	36
Tabela 3 – Estatísticas provenientes do cálculo das altitudes ortométricas rigorosas de Helmert e altitudes normais no Brasil.....	38
Tabela 4 – Estatísticas provenientes do cálculo das anomalias gravimétricas no Brasil utilizando-se dados disponíveis no BDG.....	38
Tabela 5 – Estatísticas da SGQG na região norte, em valores absolutos.....	47
Tabela 6 – Estatísticas da SGQG na região nordeste, em valores absolutos.....	47
Tabela 7 – Estatísticas da SGQG na região centro-oeste, em valores absolutos.....	48
Tabela 8 – Estatísticas da SGQG na região sudeste, em valores absolutos	48
Tabela 9 – Estatísticas da SGQG na região sul, em valores absolutos	49
Tabela 10 – Variação percentual do RMS da SGQG utilizando o modelo de densidade variável em relação ao modelo de densidade constante nas diferentes regiões geográficas do Brasil	50
Tabela 11 – Contribuições percentuais das anomalias gravimétricas para o cálculo da SGQG nas diferentes regiões geográficas do Brasil	54
Tabela 12 – Total de experimentos, tomados 2 a 2, que apresentaram diferenças significativas entre si, no território brasileiro.....	56
Tabela 13 – Total de experimentos, tomados 2 a 2, que apresentaram diferenças significativas entre si, na região norte do Brasil.....	57
Tabela 14 – Total de experimentos, tomados 2 a 2, que apresentaram diferenças significativas entre si, na região nordeste do Brasil.....	58
Tabela 15 – Total de experimentos, tomados 2 a 2, que apresentaram diferenças significativas entre si, na região centro-oeste do Brasil.....	59
Tabela 16 – Total de experimentos, tomados 2 a 2, que apresentaram diferenças significativas entre si, na região sudeste do Brasil.....	60

Tabela 17 – Total de experimentos, tomados 2 a 2, que apresentaram diferenças significativas entre si, na região sul do Brasil.....	61
---	----

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

ANOVA	Análise de Variância
BDG	Banco de Dados Geodésicos
CG	Correção Gravimétrica
CT	Correção Topográfica
EG	Estação Gravimétrica
EEGG	Estações Gravimétricas
EP	Estação de Poligonal
GPS	<i>Global Positioning System</i>
GQS	<i>Geoid Quasigeoid Separation</i>
GRS-80	<i>Geodetic Reference System 1980</i>
IBGE	Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística
IDW	<i>Inverse Distance Weighted</i>
IHRF	<i>International Height Reference Frame</i>
IHRS	<i>International Height Reference System</i>
MDT	Modelo Digital do Terreno
MGG	Modelo Global do Geopotencial
PCGF	Problema de Contorno da Geodésia Física
QGIS	<i>Quantum Gis</i>
RAAP	Rede Altimétrica de Alta Precisão
RAFB	Rede Altimétrica Fundamental do Brasil
REALT	Reajustamento da Rede Altimétrica com Números Geopotenciais
REG	Relatório de Estação Geodésica
RMS	<i>Root Mean Square</i>
RN	Referência de Nível
RRNN	Referências de Nível
SAT	Estação de Satélite
SGB	Sistema Geodésico Brasileiro
SGQG	Separação Geoide Quase Geoide
SIG	Sistema de Informações Geográficas
SIRGAS	Sistema de Referência Geocêntrico para as Américas
SRTM	<i>Shuttle Radar Topography Mission</i>

VT

Vértice de Triangulação

LISTA DE SÍMBOLOS

h	Altitude Elipsoidal
H^N	Altitude Normal
H^{ort}	Altitude Ortométrica
N	Altura Geoidal
Q	Amplitude Total Studentizada
θ	Ângulo Vertical Entre o Centro da Zona de Hayford e a Elevação Máxima do Octante
Δg	Anomalia da Gravidade
ζ	Anomalia de Altitude
Δg^F	Anomalia de Ar-Livre
Δg_{BO}	Anomalia Gravimétrica Completa de Bouguer
Δg_B	Anomalia Gravimétrica Simplificada de Bouguer
G	Constante Gravitacional
B	Correção Devida ao Platô de Bouguer
g^{CT}	Correção do Terreno
g_{Seg}^{CT}	Correção do Terreno Dentro de Um Segmento da Zona de Hayford
g_{Comp}^{CT}	Correção do Terreno do Segmento da Zona de Hayford Dividida em Octantes
ρ	Densidade
ρ_0	Densidade Padrão de 2670 kg/m ³
l	Distância Tridimensional Entre o Ponto de Cálculo e o Ponto de MDT
δg_P^{BO}	Distúrbio da Gravidade no Ponto
\bar{g}	Gravidade Média Entre a Superfície e o Geoide
$\bar{\gamma}$	Gravidade Normal Média
γ_e	Gravidade Normal no Equador
γ_P	Gravidade Normal no Pólo
γ	Gravidade Normal Referenciada ao Elipsóide
g	Gravidade Superficial
φ	Latitude Geodésica do Ponto
λ	Longitude Geodésica do Ponto

n	Número de Compartimentos
N_{exp}	Número de Experimentos
f	Número de Graus de Liberdade do Teste de Tukey
t	Número de Tratamentos do teste de Tukey
C	Número do Geopotencial
V_g^T	Potencial Topográfico no Geoide
V_p^T	Potencial Topográfico no Ponto da Superfície
$QMRes$	Quadrado Médio dos Resíduos Provenientes da Tabela da ANOVA
R_C	Raio Com Centro na Zona de Hayford até o Ponto de MDT Situado no Centro do Octante
R	Raio da Esfera Aproximada ao Geoide Global
a	Semi-eixo Maior do Elipsóide
b	Semi-eixo Menor do Elipsóide
δg^{-BO}	Valor Médio do Distúrbio da Gravidade Entre o Nível Médio dos Mares e o Ponto na Superfície Topográfica

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	13
1.1	Considerações iniciais	13
1.2	Objetivo	15
1.3	Justificativa	16
1.4	Estrutura da Dissertação	16
2	REFERENCIAL TEÓRICO	18
2.1	Separação Geoide-Quase Geoide	19
2.2	Reduções Gravimétricas.....	21
2.3	Correção do Terreno	23
2.4	Correção Gravimétrica	27
3	MATERIAIS E MÉTODOS	29
3.1	Banco de Dados Geodésicos	29
3.2	Cálculo das Correção do Terreno e Gravimétrica no Brasil.....	30
3.3	Mapa de Densidade das Massas Topográficas do Brasil.....	32
3.4	Determinação da Separação Geoide Quase Geoide.....	37
3.5	Verificação da Existência de Diferenças Significativas Entre as Metodologias para o Cálculo da SGQG Utilizando-se Diferentes Modelos de Densidade.....	41
4	RESULTADOS E DISCUSSÕES	43
4.1	Resultados Obtidos para o Território Brasileiro.....	43
4.2	Resultados Obtidos para as Regiões Geográficas do Brasil.....	45
4.3	Análise de Correlação entre a SGQG e as Principais Variáveis Utilizadas em sua Determinação.....	50
4.4	Contribuições das Anomalias Gravimétricas para o Valor da SGQG.....	54
4.5	Verificação da Existência de Diferenças Significativas Entre os Experimentos.....	55
5	CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES	62
	REFERÊNCIAS	64
	APÊNDICE A	68

1 INTRODUÇÃO

1.1 Considerações Iniciais

Os sistemas altimétricos podem ser definidos como um sistema no qual se quantifica a separação entre duas superfícies de referência, segundo uma determinada direção específica (SEVERO et al, 2013). Atualmente, discute-se a modernização dos sistemas de altitudes dos países onde os mesmos sejam capazes de auxiliar os usuários a determinarem altitudes elipsoidais, ortométricas ou normais em qualquer ponto (FREIRE, 2016). De acordo com Ferreira, Freitas e Heck (2011), o primeiro tipo de altitude não é relacionada com o campo da gravidade terrestre, ou seja, pontos com a mesma altitude elipsoidal não descrevem uma superfície equipotencial. Por outro lado, as altitudes normais e as ortométricas preservam o significado físico, pois ambas se relacionam com o número do geopotencial.

De acordo com Flury e Rummel (2009), a separação entre as altitudes ortométricas e normais é normalmente da ordem de alguns centímetros, mas pode chegar a metros em áreas com extrema variação altimétrica. A maior parte deste efeito é devido às variações das densidades das massas topográficas e da resolução e exatidão do Modelo Topográfico utilizado. A modelagem adequada das superfícies de referência destas altitudes pode proporcionar uma conversão de alta confiabilidade entre as mesmas, permitindo a interconexão com sistemas altimétricos adotados por países vizinhos.

Em meados de 2018, o Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE) tornou oficial o emprego da altitude normal ao sistema vertical brasileiro, incorporando-a ao Sistema Geodésico Brasileiro (SGB), que é a referência para o posicionamento de alta precisão no Brasil (IBGE, 2018). Desta forma, o Brasil passa a seguir as recomendações internacionais para o estabelecimento de um Sistema de Referência Internacional de Altitudes (*International Height Reference System - IHRS*) e a respectiva realização (materialização) global (*International Height Reference Frame - IHRF*).

De acordo com IBGE (2018), o Brasil possui uma malha gravimétrica irregularmente distribuída, apresentando vários trechos de descontinuidade nos circuitos gravimétricos, principalmente nas regiões norte e sul do país, comprometendo a informação gravimétrica dos desníveis nivelados e criando a

necessidade da mesma ser obtida por interpolação de valores da gravidade ou a partir de modelos globais do geopotencial (MGG). Nesse contexto, a determinação acurada da separação entre o geóide e o quase geóide (SGQG), traduzida como a diferença entre as altitudes ortométrica e normal, é imprescindível para a modernização do sistema altimétrico de países com grandes extensões territoriais como o Brasil.

A recomendação oficial do SIRGAS sobre as altitudes físicas é de utilizar a altitude normal, adotada atualmente no Brasil. Entretanto, na realização do sistema, cada país poderá introduzir o tipo de altitude física que prefira, junto com a superfície de referência correspondente: geóide para as altitudes ortométricas ou quase geóide para altitudes normais. Desta forma, os valores dos números geopotenciais disponibilizados pelo IBGE, provenientes do reajustamento da Rede Altimétrica de Alta Precisão (RAAP), também podem ser utilizados para determinar altitudes ortométricas, que são associadas ao geóide local. A preferência por um ou outro sistema requer a adoção de modelos geoidais ou quase-geoidais que forneçam respectivamente, altura geoidal (N) e anomalia de altitude (ζ) com precisão de poucos centímetros.

Assim, conceitos de altitude ortométrica ou normal devem ser aplicados às referências de nível (RRNN) e estações gravimétricas (EEGG) da Rede Altimétrica Fundamental do Brasil (RAFB), de forma a definir um padrão unificado para as altitudes. Diante deste cenário, a introdução da variação da densidade das massas topográficas, juntamente com os valores das correções topográfica e gravimétrica na determinação da SGQG, pode se revestir de grande importância na determinação de altitudes físicas em território brasileiro. Pesquisas considerando estes efeitos devem ser realizadas, possibilitando a determinação da altitude ortométrica e da SGQG de maneira mais realista.

Alguns estudos abordando a SGQG foram elaborados ao longo dos anos como por exemplo Tenzer et al (2005) que adotaram um modelo de densidade constante utilizando como área de estudo as montanhas rochosas do Canadá. Flury e Rummel (2009), nos alpes suíços e austríacos, Muhammad, Zulfiqar e Muhammad (2010), no Paquistão e Filmer, Featherstone e Kuhn (2010), nos alpes australianos, utilizaram a mesma metodologia. Outros estudos seguiram a mesma linha como Godah, Szelachowska e Krynski (2014) na Polônia, Li, Shen e Zhou (2015) na China e Hejrati e Najafi-Alamdari (2017) nas montanhas rochosas dos EUA. Por outro lado, trabalhos

como os de Tenzer e Vanícek (2003), Tenzer e Vanícek (2006) e Vanícek, Kingdon e Santos (2012) no Canadá, Foroughi e Tenzer (2017) no Himalaia e Tenzer et al (2021) de forma global, utilizaram um modelo de densidades variável em contraponto ao modelo de densidade constante.

Dentro do contexto brasileiro alguns trabalhos abordaram a questão da SGQG regionalmente como Ferreira, Freitas e Heck (2011) no estado do Paraná, Severo et al (2013), no estado do Rio Grande do Sul e Albarici et al (2019) no estado de São Paulo. Marotta, Almeida e Chuerubim (2019) verificaram a influência da densidade lateral na determinação de um geóide local no Distrito Federal. Os resultados destes estudos evidenciam a necessidade da adoção de uma modelagem da densidade das massas topográficas com o intuito de obter-se um melhor refinamento na obtenção de altitudes físicas em comparação com as altitudes obtidas através do modelo de densidade constante.

Desta forma, abre-se a perspectiva de uma modelagem apropriada para a transformação entre altitudes ortométricas e normais, onde a principal contribuição da presente pesquisa em relação aos estudos mencionados reside na adoção de um modelo de densidade variável, combinado com a introdução das correções do terreno e gravimétrica no cálculo da SGQG em âmbito nacional.

1.2 Objetivo

Diante do exposto, o objetivo da presente dissertação é avaliar a SGQG no Brasil, a partir de quatro metodologias distintas:

1. A primeira calcula a SGQG pela diferença entre as altitudes normal e ortométrica.
2. A segunda utiliza a anomalia gravimétrica simplificada de Bouguer no cálculo da SGQG.
3. A terceira introduz a correção topográfica tomando-se como referência as formulações de Flury e Rummel (2009) e Sjöberg (2010).
4. A quarta metodologia faz uso da correção gravimétrica proposta por Sjöberg (2010).

Para o alcance do objetivo proposto, utilizou-se o modelo de densidade variável resultante do mapa de variação da densidade das massas topográficas obtido a partir

do mapa geológico do Brasil, em consonância com dados altimétricos e gravimétricos de EEGG disponíveis no Banco de Dados Geodésicos (BDG) do IBGE, e dados altimétricos do *Shuttle Radar Topography Mission* (SRTM) com resolução de 3".

1.3 Justificativa

O presente trabalho é justificado pelas razões expostas a seguir:

1. Introduzir um modelo de densidade variável das massas topográficas para determinação de altitudes físicas, comparando-o ao modelo de densidade constante.
2. Verificar a viabilidade e os impactos da introdução das correções do terreno e gravimétrica na SGQG em âmbito nacional.
3. Verificar se os resultados obtidos com a adoção do modelo de densidade variável, combinados com a introdução das correções do terreno e gravimétrica no cálculo da SGQG estão condizentes com trabalhos similares realizados no Brasil e no Exterior.

1.4 Estrutura da Dissertação

A presente dissertação apresenta a seguinte estruturação:

1. Introdução: Neste capítulo são apresentadas as considerações iniciais sobre o assunto a ser abordado, o objetivo e a justificativa.
2. Referencial Teórico: Neste capítulo são citados alguns trabalhos relacionados ao tema da dissertação, abordando a teoria que apresenta algumas definições e considerações atinentes ao cálculo de altitudes físicas, reduções gravimétricas e correções, focando na determinação da separação entre o geoide e o quase geoide.
3. Materiais e Métodos: apresenta a metodologia empregada no presente estudo, descrevendo os dados utilizados e detalhando os experimentos realizados, relatando os cálculos envolvidos para atingir o objetivo da dissertação.
4. Resultados e Discussões: são apresentados os resultados obtidos e as discussões pertinentes das análises realizadas e suas respectivas correlações com trabalhos similares.

5. Conclusões e Recomendações: Neste capítulo são apresentadas as conclusões da investigação numérica conduzida e algumas sugestões e recomendações para futuros trabalhos relacionados ao tema.
6. Referências: Apresentação das referências bibliográficas utilizadas na dissertação.

2 REFERENCIAL TEÓRICO

A seleção do tipo de altitude a ser usada e a escolha da superfície de referência são primordiais em aplicações práticas da altimetria. Assim, distinguem-se dois tipos fundamentais de altitudes: não vinculadas ao campo da gravidade terrestre, conhecidas como as altitudes geométricas (elipsoidais) e as ligadas ao conceito físico do campo da gravidade, chamadas altitudes físicas (dinâmicas, ortométricas, normais etc) (BLITZKOW, CAMPOS E FREITAS, 2004).

O significado físico destas altitudes está associado a gravimetria, o que possibilita a determinação das mesmas através de números geopotenciais. As altitudes niveladas, por sua vez, podem estar compreendidas entre os dois conceitos, geométrico e físico, dependendo do caso, uma vez que estas são obtidas empregando-se um nível ou uma estação total, de forma que o eixo vertical coincida com a direção do vetor da gravidade no ponto em questão e as visadas sejam tangentes às superfícies equipotenciais passantes pelo ponto.

De acordo com Vanícek, Kingdon e Santos (2012), a superfície de referência clássica, fisicamente significativa, o geoide, introduzido por Listing (1873), é a superfície natural para se referir as altitudes, podendo ser obtido com precisão de 1 a 2 cm, e de 2 a 3 cm em regiões mais complexas, tendo a distribuição da densidade das massas topográficas e a quantidade e distribuição de observações da gravidade como um dos elementos essenciais para sua determinação. Para Sjöberg (2018), o geoide é a superfície equipotencial que serve como referencial vertical à Geodésia e à Geofísica.

Em contrapartida, o quase geoide, proposto por Molodensky, Eremeev e Yurkina (1962), não possui uma superfície equipotencial de referência, e sim uma modelagem matemática associada juntamente ao significado de altitude física, sendo que sua determinação não depende do valor da densidade das massas topográficas no interior da crosta terrestre (DE LARA, SOUZA e REISS, 2020). Entretanto, para fins geológicos e ou geofísicos, as altitudes normais apresentam resultados similares às altitudes ortométricas na prática, evidenciando que o quase geoide apresenta significância física similar ao geoide, uma vez que ambas as superfícies de referência podem ser utilizadas para estes objetivos.

Para Flury e Rummel (2009) a separação do geoide e do quase geoide (SGQG), apresentada em Heiskanen e Moritz (1967), relaciona as teorias de Stokes e Helmert com a teoria de Molodensky, associando um referencial matemático a um referencial físico. Além de não estarem associadas à variação de densidade na crosta terrestre, a utilização das altitudes normais é recomendada pelo SIRGAS visando ao IHRF e ITRF. Entretanto, as altitudes ortométricas preservam a associação à gravimetria, sendo determinadas através de observações reais de valores da gravidade.

Desta forma, para que um sistema altimétrico robusto, que pode ser entendido como aquele em que as altitudes normais e ortométricas são determinadas através da técnica GPS/GNSS, seja devidamente realizado, torna-se imprescindível o conhecimento preciso da diferença entre estas altitudes, possibilitando a integração de dados com países que utilizem diferentes referenciais altimétricos. Além disso, a determinação acurada desta diferença permite modelar precisamente a conformação do campo gravitacional local, a partir do conhecimento da variação da densidade das massas topográficas litológicas relacionadas com este campo.

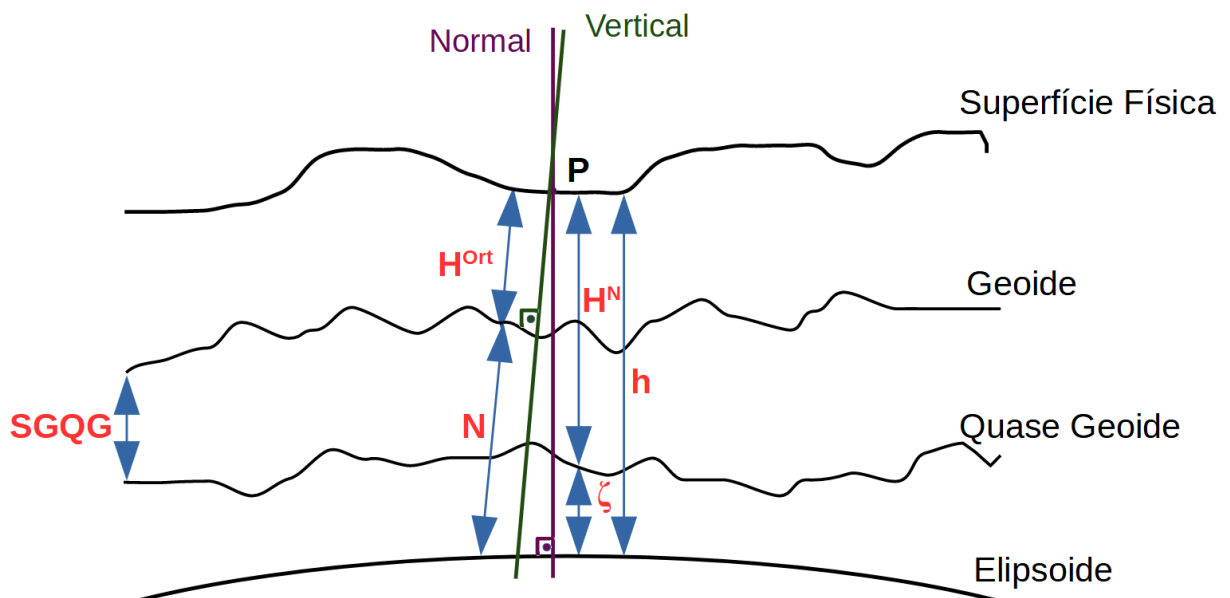
Segundo Sjöberg (2010), além do conhecimento da distribuição da densidade das massas topográficas e das anomalias gravimétricas de Bouguer, outros fatores como as correções topográfica (ou do terreno) e gravimétrica podem contribuir com valores da ordem do centímetro para a SGQG, exceto nas superfícies oceânicas, onde o geoide e o quase geoide são coincidentes. A primeira correção leva em consideração o efeito das massas externas ao geoide sobre a estação gravimétrica, ao passo que a segunda está atrelada ao distúrbio médio da gravidade ao longo da linha de prumo entre a estação e o geoide.

A determinação destes valores relaciona-se com a resolução do Problema de Contorno da Geodésia Física (PCGF), que é a determinação da função potencial do campo de gravidade que envolve a distribuição de massa e o efeito rotacional da Terra e que permite deduzir a sua forma (GUIMARÃES E BLITZKOW, 2011). Entretanto, para a determinação precisa destas variáveis torna-se imprescindível ter a disposição um arcabouço confiável de dados altimétricos e gravimétricos que proporcione uma melhor modelagem da componente vertical do sistema geodésico de um país de dimensões continentais como o Brasil.

2.1 Separação Geoide-Quase Geoide

Face ao exposto, e com a finalidade de permitir a visualização dos principais elementos abordados, a Figura 1 representa de forma simplificada as principais superfícies de referência envolvidas no presente estudo: o elipsoide, representado através de uma modelagem geométrica da Terra; o geóide, que representa a superfície referencial para o campo gravitacional verdadeiro; a altura geoidal (N), que pode ser entendida como sendo a separação geóide-elipsoide; a vertical que é a linha de força do campo gravítico real passando pelo ponto na superfície terrestre, sendo ortogonal ao geóide; a normal que é a linha de força do campo gravítico teórico passando pelo ponto na superfície terrestre e ortogonal ao elipsoide; a altitude ortométrica (H^{ort}), que é medida sobre a vertical entre o geóide e o ponto na superfície terrestre; a altitude elipsoidal (h) que é contada sobre a normal entre o elipsoide e o ponto na superfície terrestre; a anomalia de altitude (ζ) que é a distância sobre a normal entre o elipsoide e o quase geóide e a altitude normal (H^N) que é a distância sobre a normal entre o quase geóide e o ponto localizado na superfície terrestre.

Figura 1 – Principais superfícies de referência.



Fonte: O Autor.

Neste estudo adotou-se os modelos matemáticos aplicados por Heiskanen e Moritz (1967), Flury e Rummel (2009), Sjöberg (2010). Sendo assim, analisando a Figura 1, as seguintes aproximações podem ser realizadas partindo-se do pressuposto da condição de não paralelismo das superfícies de referência:

$$h \cong H^{ort} + N \quad (1)$$

$$h \cong H^N + \zeta \quad (2)$$

Subtraindo-se a Equação (1) da Equação (2) obtém-se como resultado a SGQG pela simples diferença entre as altitudes normal e ortométrica, representada pela Equação (3):

$$SGQG = N - \zeta = H^N - H^{ort} \quad (3)$$

Os valores das altitudes ortométrica e normal também podem ser expressos em função dos valores médios das gravidades medidas (\bar{g}) e normais ($\bar{\gamma}$) e pelo número geopotencial (C), conforme Equações (4) e (5):

$$H^{ort} = \frac{C}{\bar{g}} \quad (4)$$

$$H^N = \frac{C}{\bar{\gamma}} \quad (5)$$

$$C = H^N \bar{\gamma} = H^{ort} \bar{g} \quad (6)$$

Combinando-se a Equação (3) com a Equação (6) e efetuando-se as devidas simplificações, obtém-se a seguinte igualdade:

$$SGQG = N - \zeta = H^N - H^{ort} = \left(\frac{\bar{g} - \bar{\gamma}}{\bar{\gamma}} \right) H^{ort} \quad (7)$$

2.2 Reduções Gravimétricas

De acordo com Flury e Rummel (2009), a Equação (8), relaciona as gravidades média e a medida em um ponto, ao gradiente vertical (relacionado à redução do ar livre) e a equação de Poisson, a qual realiza a inclusão do valor da densidade das massas topográficas e o valor da constante gravitacional (G) em função da altitude ortométrica do ponto (H^{ort}):

$$\bar{g} = g + \left(\frac{1}{2} \frac{\partial \gamma}{\partial h} - 2\pi G \rho \right) H^{ort} \quad (8)$$

Combinando-se as Equações (4) e (8), chega-se à expressão que calcula a altitude ortométrica rigorosa de Helmert em função da densidade das massas topográficas:

$$H^{ort} = \frac{C}{g + \left(\frac{1}{2} \frac{\partial \gamma}{\partial h} - 2\pi G \rho \right) H^{ort}} \quad (9)$$

Utilizando-se o valor de densidade constante $\rho_0 = 2670 \text{ kg/m}^3$, e a aproximação do gradiente vertical da gravidade como sendo $\frac{\partial \gamma}{\partial h} \cong 0,3086 \text{ mGal/m}$, a Equação (9) pode ser simplificada para:

$$H^{ort} = \frac{C}{g + 0,0424 H^{ort}} \quad (10)$$

Da mesma forma, de acordo com Ferreira, Freitas e Hack (2011), a Equação (11) apresenta o valor da gravidade normal média em relação à gravidade normal calculada para um ponto e o gradiente da normal:

$$\bar{\gamma} \cong \gamma - \frac{1}{2} \frac{\partial \gamma}{\partial h} H^{ort} \quad (11)$$

A gravidade normal referenciada ao elipsoide pode ser calculada através da fórmula de Somigliana, conforme Gemael (2012), e representada pela Equação (12):

$$\gamma = \frac{a\gamma_e \cos^2 \varphi + b\gamma_p \sin^2 \varphi}{\sqrt{a^2 \cos^2 \varphi + b^2 \sin^2 \varphi}} \quad (12)$$

onde γ é a gravidade normal, a é o semi-eixo maior, b é o semi-eixo menor, γ_e é a gravidade normal no equador, γ_p é a gravidade normal no pólo e φ é a latitude geodésica do ponto.

A anomalia simplificada de Bouguer, conforme Heiskanen e Moritz (1967), é dada por:

$$\Delta g_B \cong \Delta g + \Delta g^F - B \quad (13)$$

onde $\Delta g = g - \gamma$ é a anomalia da gravidade, $\Delta g^F = 0,3086H^{ort}$ é a anomalia de ar-livre ou *free-air* e $B = 2\pi G\rho H^{ort}$ é a correção devida ao platô de Bouguer.

Subtraindo-se a Equação (8) da Equação (11), resulta na aproximação dada pela Equação (14) a seguir:

$$\bar{g} - \bar{\gamma} \cong \Delta g_B \quad (14)$$

Sendo assim, conforme Sjöberg (2010), o cálculo da SGQG empregando a anomalia simplificada de Bouguer (Δg_B) é realizado através da combinação das Eq. (7) e (14) resultando:

$$SGQG = N - \zeta \cong \left(\frac{\Delta g_B}{\bar{\gamma}} \right) H^{ort} \quad (15)$$

2.3 Correção do Terreno

A anomalia representada pela Equação (14) não leva em consideração a correção de terreno devido às massas topográficas remanescentes externas ao geóide. Sendo assim, a Equação (16), apresenta a forma completa para cálculo do valor da anomalia de Bouguer (Δg_{BO}):

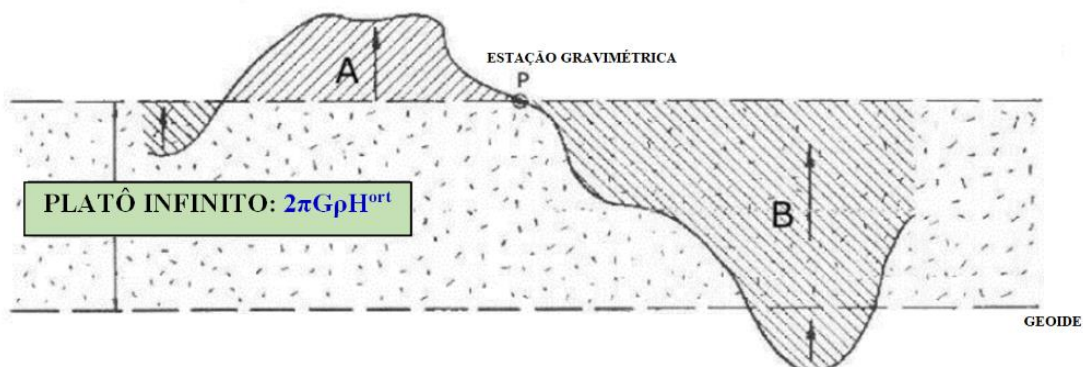
$$\Delta g_{BO} \cong \Delta g + \Delta g^F - B + g^{CT} \quad (16)$$

De acordo com Matos (2005), o Platô de Bouguer possui espessura constante equivalente à altitude da estação P, podendo ocorrer massas no entorno deste ponto que não são consideradas ou removidas sem que existam (Figura 2). Assim, torna-se necessária a adição de uma componente devido às massas topográficas acima do ponto P e uma componente para corrigir a massa considerada abaixo dessa estação. Essa correção, conforme Heiskanen e Moritz (1967), é calculada pela integral de Newton, conforme Equação (17):

$$g^{CT} = \frac{G\rho R^2}{2} \iint \frac{[H(x,y,z) - H_P(x_P, y_P, z_P)]^2}{l^3(x_P - x, y_P - y, z_P - z)} dx dy \quad (17)$$

onde R é o raio de uma esfera aproximada ao geóide global, sendo considerado neste estudo como sendo o raio médio do elipsoide GRS-80, (x_P, y_P, z_P) é a coordenada do ponto de cálculo, (x, y, z) são as coordenadas do ponto de MDT, l é a distância tridimensional e $1/l^3(x_P - x, y_P - y, z_P - z)$ é o Kernel entre os pontos (x_P, y_P, z_P) e (x, y, z) .

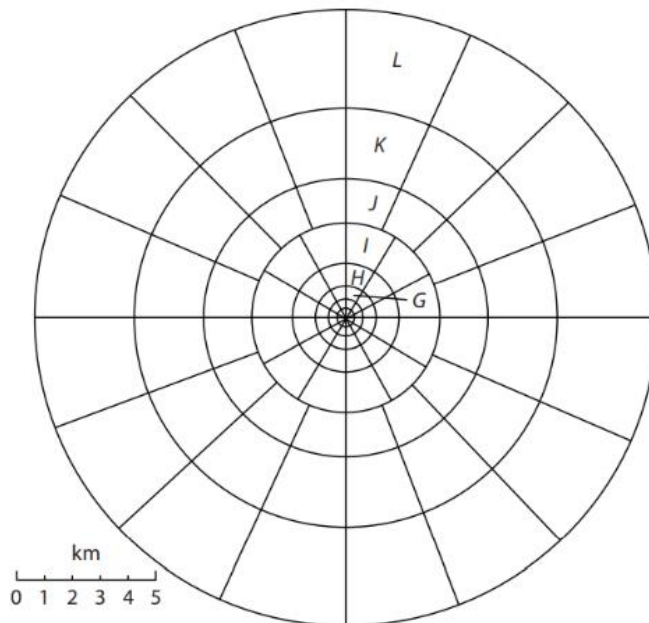
Figura 2 – Correção do Terreno.



Para Hinze, Von Frese e Saad (2013), outra forma de calcular a correção do terreno, produzindo praticamente os mesmos resultados da utilização da Equação (17), é através da utilização das “Zonas de Hayford”. Este método envolve a compartimentalização da área por meio de círculos concêntricos com raios cuja origem é a EG situada no ponto de estudo, conforme Figura 3. A correção do terreno aproximada dentro de cada segmento é calculada conforme a Equação (18):

$$g_{Seg}^{CT} = 2\pi G\rho R_c(1 - \cos\theta) \quad (18)$$

Figura 3 – Zonas de Hayford.



Fonte: HINZE, VON FRESE E SAAD (2013).

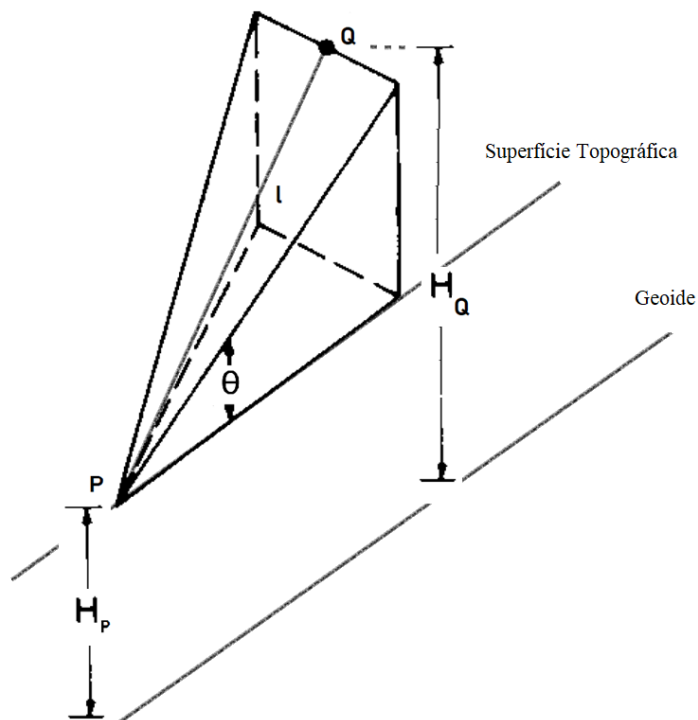
Entretanto, a Equação (18) fornece o valor da correção do terreno para o segmento inteiro de uma determinada zona. De acordo com Kane (1962), cada segmento pode ser fracionado em 8 partes iguais denominadas “octantes” (Figura 4), sendo o valor total da correção do terreno o somatório da contribuição de cada “octante circular”.

$$g_{Comp}^{CT} = \frac{\pi}{4} G\rho R_c(1 - \cos\theta) \quad (19)$$

$$g^{CT} = \sum_{i=1}^n g_{Comp}^{CT} \quad (20)$$

onde θ é o ângulo vertical entre o centro da zona e a elevação máxima do octante circular de cada compartimento, $R_c = l \cos \theta$ é o raio com centro na zona até o ponto de MDT situado dentro do compartimento, n é o número de compartimentos, H_p e H_Q são, respectivamente, a altitude ortométrica do ponto P e a altitude ortométrica do ponto de MDT Q.

Figura 4 – Geometria do octante.



Fonte: Adaptado DE KANE, 1962.

Ao analisar as formulações apresentadas nas Equações 18, 19 e 20 e a representação esquemática da Figura 4, verifica-se que a correção do terreno, de acordo com Blum (1999), é usualmente realizada dividindo-se a região que envolve o ponto de medida em pequenos corpos de forma geométrica simples sobre o mapa topográfico da área, de modo que se possa facilmente calcular sua atração.

Entretanto, de acordo com Luiz e Silva (1995), para fins de simplificação da implementação dos cálculos, ao invés de realizar a divisão circular do terreno, pode ser utilizada uma malha regular de pontos em uma área de topografia digitalizada,

sendo mais prático quando a área é de grandes dimensões, obtendo-se o valor da correção do terreno ponto a ponto, considerando que o ponto de MDT utilizado na correção esteja no centro do octante circular considerado.

2.4 Correção Gravimétrica

Para Flury e Rummel (2009) e Sjöberg (2010), a Equação (15) não é devidamente apropriada para o cálculo da SGQG em regiões montanhosas, devendo ser introduzida, ainda, a correção gravimétrica, conforme a Equação (21) a seguir:

$$SGQG = N - \zeta \cong \left(\frac{\Delta g_B}{\bar{\gamma}} \right) H^{ort} + \frac{V_g^T - V_P^T}{\bar{\gamma}} + \frac{\delta g^{-BO} - \delta g_P^{BO}}{\bar{\gamma}} H^{ort} \quad (21)$$

onde δg_P^{BO} é o distúrbio da gravidade no ponto P, V_g^T e V_P^T são os potenciais topográficos no geoide e na superfície, respectivamente, e δg^{-BO} é o valor médio do distúrbio da gravidade entre o nível médio dos mares e o ponto na superfície topográfica.

De acordo com Flury e Rummel (2009), para o cálculo do segundo termo da Equação (21), correspondente à correção topográfica (CT), utiliza-se a expressão que calcula a redução gravimétrica completa de Poincaré-Prey para pontos no interior das massas topográficas, de acordo com a Equação (22):

$$\bar{g} = g + \frac{1}{2} \frac{\partial \gamma}{\partial h} H^{ort} - 2\pi\rho G H^{ort} + \frac{1}{H^{ort}} (V_g^T - V_P^T) + g^{CT} \quad (22)$$

Procedendo à devida simplificação dos termos da Equação (22) e dividindo ambos os membros pela gravidade normal, chega-se à expressão que determina o valor da CT:

$$CT = \frac{V_g^T - V_P^T}{\bar{\gamma}} \cong \left(\frac{g^{CT}}{\bar{\gamma}} \right) H^{ort} \quad (23)$$

Para o cálculo do terceiro termo da Equação (21), correspondente à correção gravimétrica (CG), utilizou-se a aproximação proposta por Sjöberg (2010):

$$CG = -\frac{H^{ort^2}}{2\bar{\gamma}} \frac{\partial \Delta g_P^F}{\partial H^{ort}} \quad (24)$$

sendo $\frac{\partial \Delta g_P^F}{\partial H^{ort}}$ o gradiente vertical da anomalia de ar livre calculado através da Eq. (25) a seguir (HEISKANEN E MORITZ, 1967; MUHAMMAD, ZULFIQAR e MUHAMMAD, 2010; HEJRATI e NAJAFI-ALAMDARI, 2017):

$$\frac{\partial \Delta g_P^F}{\partial H^{ort}} = \frac{R^2}{2\pi} \iint \frac{\Delta g^F - \Delta g_P^F}{l^3(x_P-x, y_P-y, z_P-z)} dx dy - \frac{2}{R} \Delta g_P^F \quad (25)$$

onde Δg^F é a anomalia de ar livre do ponto de MDT disposto em uma malha regular de pontos em torno do ponto de cálculo e Δg_P^F é anomalia de ar-livre no ponto.

A introdução da CT e da CG pode contribuir com alguns ou vários centímetros aos valores da SGQG, dependendo da conformação topográfica da área de estudo, proporcionando um melhor refinamento dos dados obtidos, tanto para o modelo de densidade constante como para o modelo de densidade variável. No caso da presente pesquisa, esta área é o próprio território brasileiro, com suas respectivas regiões geográficas.

Para maiores informações sobre a contribuição destas correções aos valores da SGQG, consultar Flury e Rummel (2009), Sjöberg (2010), Muhammad, Zulfiqar e Muhammad (2010) e Hejrati e Najafi-Alamdari (2017).

3. MATERIAIS E MÉTODOS

3.1 Banco de Dados Geodésicos (BDG)

De acordo com IBGE (2020a), o BDG engloba o conjunto de informações sobre as estações de referência que constituem o Sistema Geodésico Brasileiro (SGB), implantadas desde 1939, sendo este sistema constituído pelas Redes Altimétrica, Planialtimétrica e Gravimétrica. A primeira é determinada através de estações do tipo referência de nível (RN). A segunda é constituída por estações de satélite – SAT (podendo ser classificadas em GPS ou DOPPLER), estações de poligonal (EP) e vértices de triangulação (VT). O terceiro tipo de rede é formado pelas estações do tipo Gravimétrica (EG).

As coordenadas, altitudes e/ou gravidades destas estações são determinadas por meio da aplicação de procedimentos e modelos geodésicos de alta precisão, compatíveis com as finalidades a que se destinam, e estão disponíveis através do Relatório de Estação Geodésica (REG) gerado pela aplicação. Os principais dados utilizados no presente estudo foram os valores de gravidades superficiais, altitudes ortométricas, números do geopotencial e altitudes normais, sendo estes dois últimos disponibilizados pelo IBGE a partir de julho de 2018, após o reajustamento da RAAP brasileira.

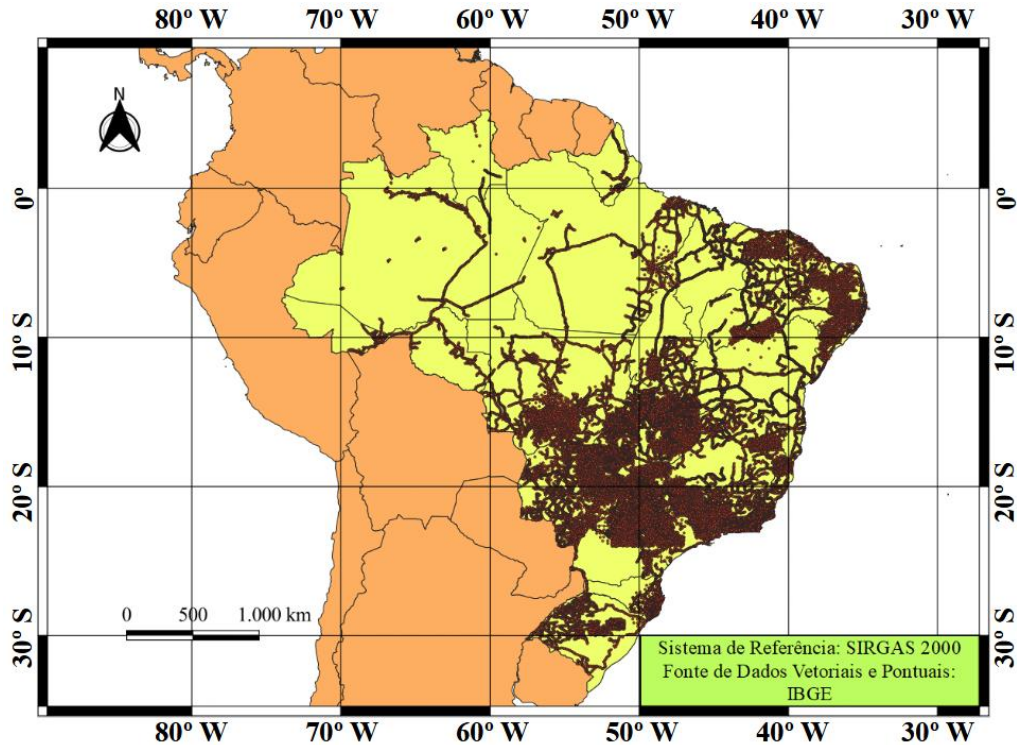
Tendo em vista a disponibilidade gratuita dos dados altimétricos e gravimétricos no BDG do IBGE para a comunidade acadêmico-científica, foram selecionadas 55.215 estações gravimétricas distribuídas em circuitos nas cinco regiões geográficas do Brasil. O posicionamento destas estações pelo território nacional está discriminado conforme a Tabela 1 e Figura 5 a seguir.

Tabela 1 – Distribuição das EEGG pelo Brasil e regiões.

Região	Total Região	Total
Norte	5316	55215
Nordeste	12888	
Centro-Oeste	15909	
Sudeste	16380	
Sul	4722	

Fonte: o Autor.

Figura 5 – Distribuição das EEGG em território brasileiro.



Fonte: O Autor.

3.2 Cálculo das correções do terreno e gravimétrica no Brasil

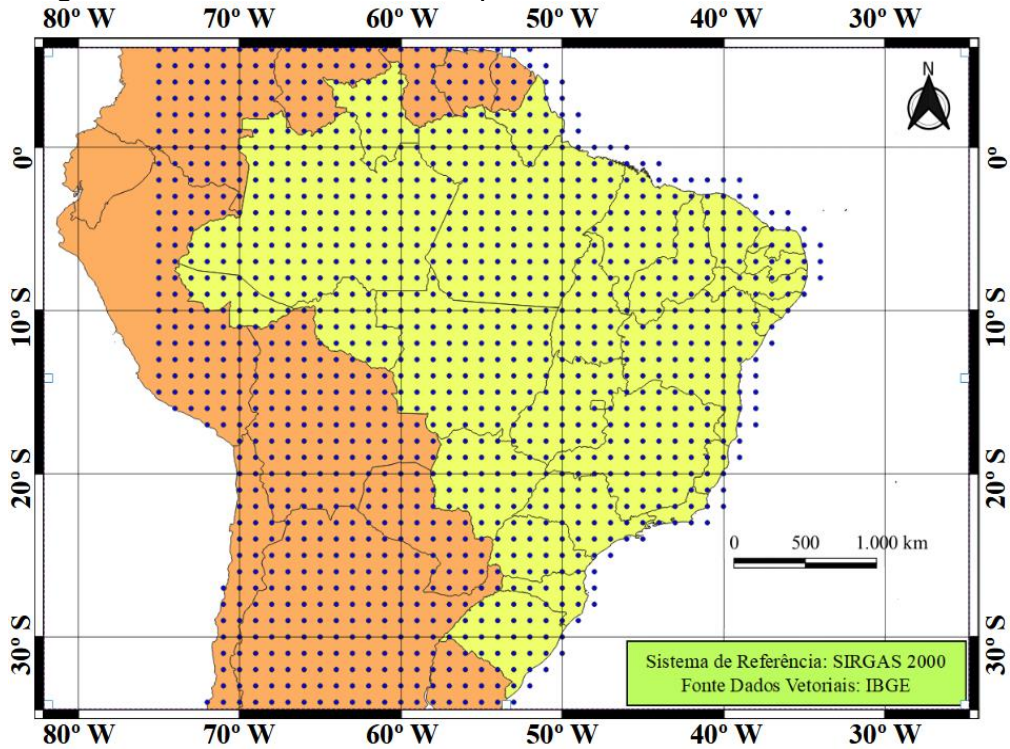
Para o cálculo das correções do terreno e gravimétrica, utilizou-se uma grade regular de pontos de um modelo digital de elevações provenientes do SRTM com resolução de 90 m cobrindo o território brasileiro. Tomou-se como posicionamento destes pontos o enquadramento da América do Sul entre as latitudes 6° N e 36° S e as longitudes 33° W e 75° W, com espaçamento entre pontos de 1° x 1°, totalizando 1.315 pontos de MDT, conforme Figura 6.

De acordo com Hirt et al (2019), a utilização do SRTM com resolução de 3" proporcionou a geração de um modelo global de correção do terreno com uma acurácia de 0,2 mGal. Sendo assim, a introdução de dados deste modelo digital pode fornecer um mapa detalhado desta anomalia gravimétrica na área de estudo. Os dados de elevação utilizados nesta pesquisa podem ser encontrados para download no endereço <https://www.cnpm.embrapa.br/projetos/relevobr/download/index.htm> ou podem ser obtidos pontualmente através do endereço eletrônico <https://www.gpsvisualizer.com/elevation>.

A utilização destes dados do SRTM possibilitou a geração de um mapa altimétrico contendo a conformação aproximada do relevo com as altitudes

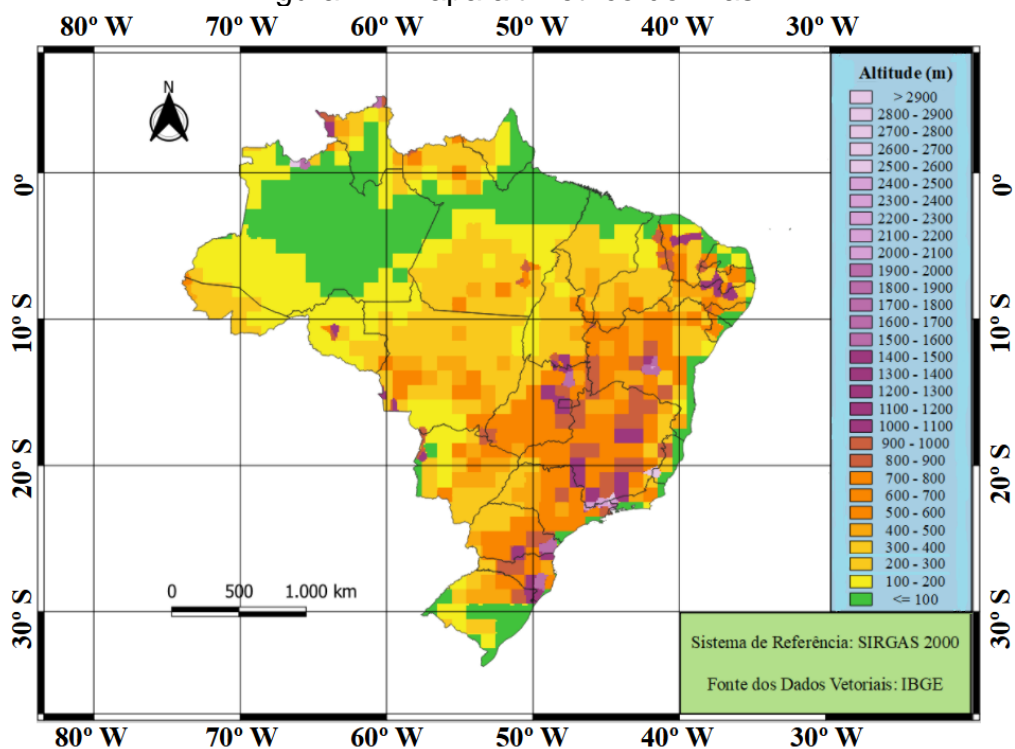
aproximadas do Brasil, de acordo com a Figura 7. Verifica-se que, com base nestes dados, a maior parte do território brasileiro possui altitudes abaixo dos 1.000 m, não ultrapassando os 3.000 m nos casos extremos.

Figura 6 – Posicionamento dos pontos de MDT visando a CT e CG.



Fonte: O Autor.

Figura 7 – Mapa altimétrico do Brasil.



Fonte: O Autor.

3.3 Mapa de Densidade das Massas Topográficas do Brasil

O conhecimento da densidade no interior da crosta ainda é uma tarefa de difícil execução, obrigando a adoção de medidas mais simplificadas sobre a densidade do material que compõe a litosfera, e também a utilização de informações que são coletadas das rochas encontradas na superfície terrestre. A modelagem da estrutura geológica é uma atividade complexa que exige a compreensão de dados específicos, com seus respectivos valores. Além disso, requer a entrada de uma experiência diferente combinada com a fusão e integração de conjuntos de dados heterogêneos. Para obter o resultado desejado e a regularização dos valores dessas massas variáveis utilizaram-se valores médios, usando unidades geológicas existentes, através de estudos geológicos.

Desta forma, para a criação do mapa de variação de densidades topográficas, seguiu-se a metodologia proposta por Pagiatakis e Armenakis (1999). Nesse trabalho estão descritos os procedimentos necessários para a geração do mapa de variação das densidades das massas topográficas a partir de um mapa geológico digitalizado, com o auxílio de um Sistema de Informações Geográficas (SIG). Sendo assim, o mapa de densidades das massas topográficas do Brasil, utilizado neste estudo, foi compilado a partir do mapa geológico do Brasil (Figura 8), que constitui uma síntese simplificada da geologia do país, na escala 1: 24.000.000. Esse apresenta 24 classes litológicas classificadas com base nos principais tipos de sedimentos, rochas sedimentares, metamórficas e ígneas, conforme Quadro 1.

Com a finalidade de obter os valores médios de densidade para cada tipo de rocha, criou-se um projeto utilizando o *software Quantum Gis* (QGIS) 3.14, tomando-se uma amostra aproximada de 10% dos pontos escolhidos no BDG do IBGE, distribuídos pelo território nacional de acordo com a conformação da malha gravimétrica disponibilizada. O arquivo com as coordenadas pontuais destas estações selecionadas foi importado juntamente com os arquivos matriciais do mapa geológico disponibilizado pelo IBGE e do recorte do mapa de densidade variável mundial (Figura 9) referente à América do Sul, elaborado por Sheng et al (2019) e disponibilizado pela Universidade de *New Brunswick* no endereço <https://www.unb.ca/fredericton/engineering/depts/gge/resources.html> com resoluções de 1°, 5' e 30". Após a importação para o QGIS, os dados utilizados na elaboração do

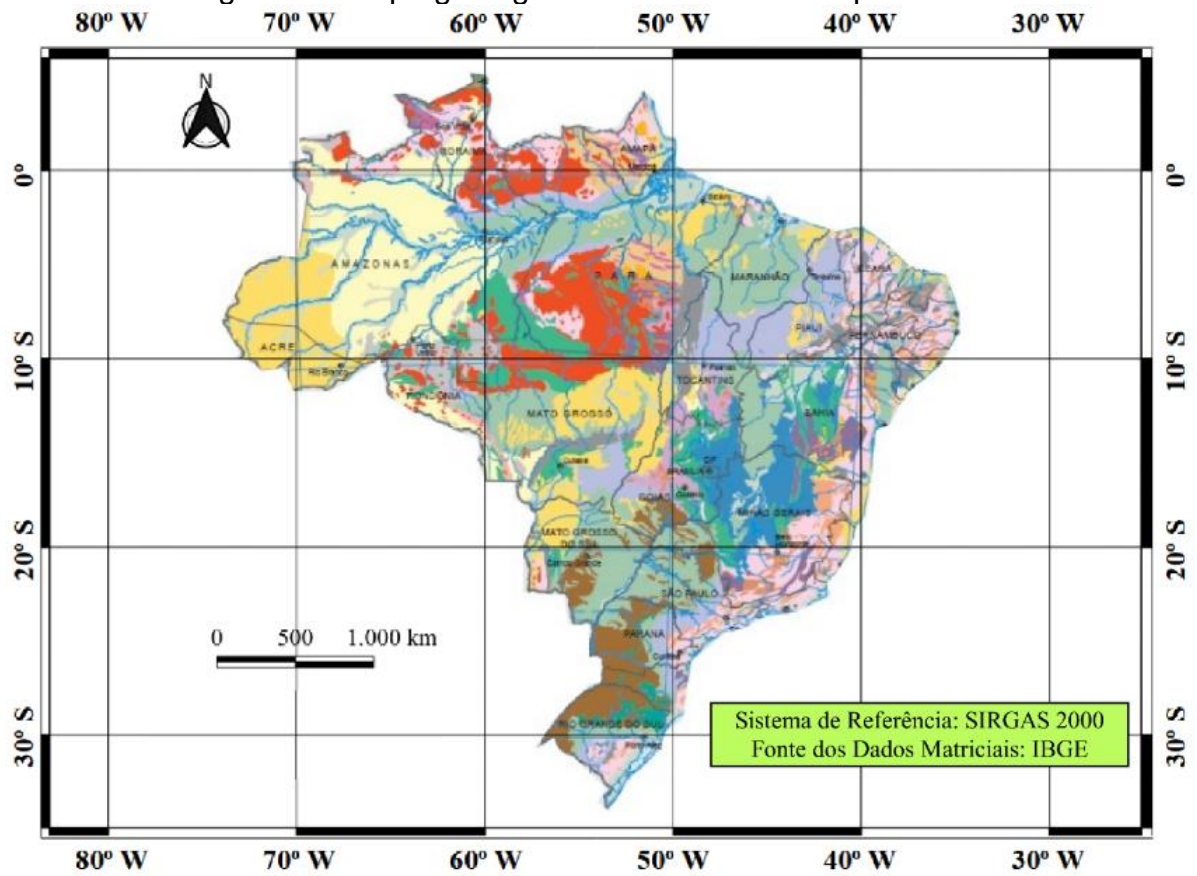
mapa de densidade variável do Brasil foram todos georreferenciados em relação ao SIRGAS 2000.

Quadro 1 – Classes litológicas que compõem o mapa geológico do Brasil.

Legenda	Classificação
1	Sedimentos relativos a aluviões atuais e terraços mais antigos do Holoceno
2	Sedimentos arenosos do Pleistoceno
3	Sedimentos argilosos e arenosos podendo incluir níveis carbonosos do Terciário
4	Rochas sedimentares: argilitos, arenitos e conglomerados
5	Rochas sedimentares: arenitos, argilitos e conglomerados
6	Rochas sedimentares de granulometria grossa podendo incluir rochas vulcânicas
7	Rochas de metamorfismo incipiente a baixo em sedimentos arenosos e argilocarbonáticos
8	Rochas de metamorfismo baixo a médio em sedimentos arenosos a argilocarbonáticos
9	Rochas sedimentares arenosos e folhelhos metamorfizados e retrabalhados no paleoproterozoico
10	Rochas areníticas e folhelhos metamorfizados
11	Rochas sedimentares e vulcanossedimentares de grau metamórfico baixo a médio
12	Rochas metamórficas de origem sedimentar de baixo a médio grau metamórfico
13	Rochas de textura gnáissica de médio a alto grau metamórfico, origem magmática ou sedimentar
14	Rochas de textura gnáissica de origem magmática e/ou sedimentar de médio grau metamórfico e rochas graníticas desenvolvidas durante o tectonismo
15	Rochas de textura gnáissica de origem magmática e/ou sedimentar de médio a alto grau metamórfico e rochas graníticas desenvolvidas durante o tectonismo
16	Rochas máfica-ultramáficas metamorfizadas
17	Rochas verdes (greenstone belt)
18	Rochas graníticas e rochas verdes (greenstone belt)
19	Rochas vulcânicas félsicas
20	Rochas intrusivas, principalmente diques de composição cálcio-alcálicas e corpos circulares de composição alcalina e kimberlítica
21	Rochas magmáticas
22	Rochas magmáticas de origem extrusiva e intrusiva de composição félsica e máfica (posicionadas no final ou após o tectonismo)
23	Rochas magmáticas de composição félsica e máfica
24	Rochas vulcânicas máficas

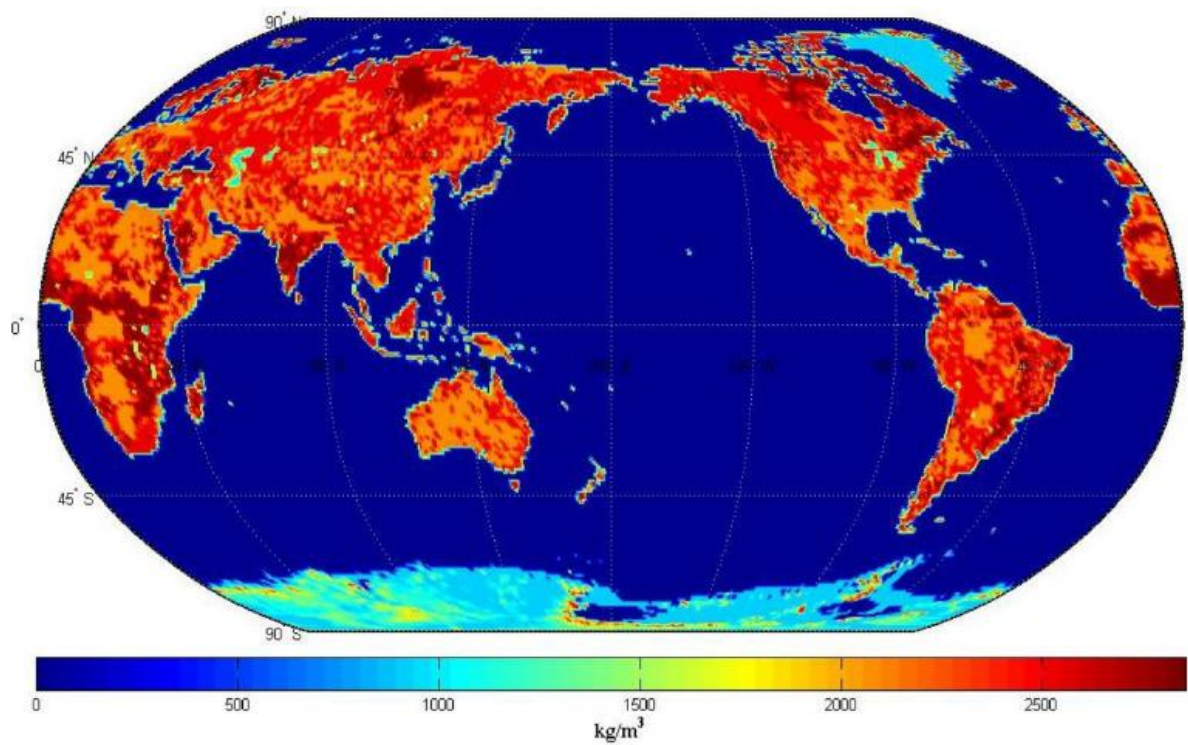
Fonte: Adaptado de IBGE, 2020b.

Figura 8 – Mapa geológico do Brasil fornecido pelo IBGE.



Fonte: ADAPTADO DE IBGE, 2020b.

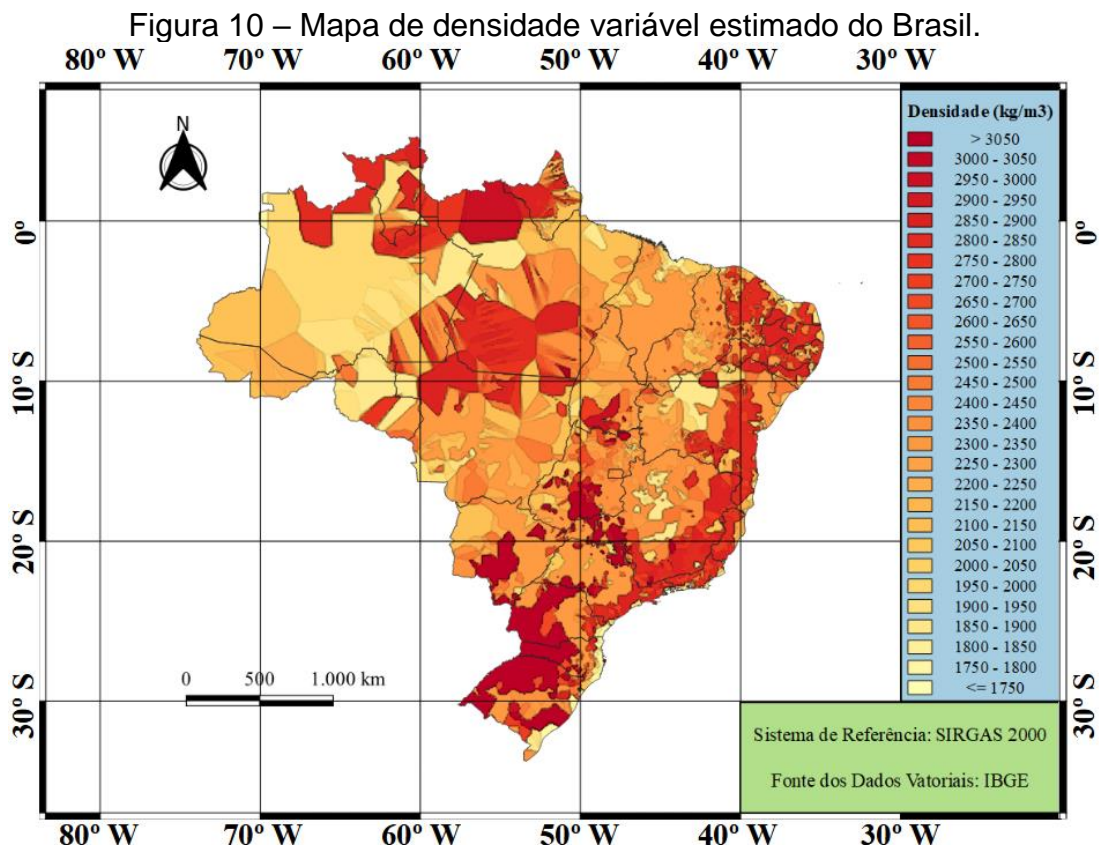
Figura 9 – Mapa de densidade variável mundial.



Fonte: SHENG et al, 2019.

As informações sobre a densidades das rochas existentes nas áreas mapeadas foram baseadas nos estudos realizados por Seigel, Brcic e Mistry (1995), Sharma (1997) e Tenzer et al (2011). De acordo com Marotta, Almeida e Chuerubim (2019), valores de densidades podem ser associados entre as rochas que pertencem ao mesmo grupo ou outro grupo cujas composições químicas e/ou mineralógicas sejam semelhantes, obtendo-se um valor médio estimado para cada classe litológica existente em território nacional. Desta forma, para a compilação deste mapa, seguiu-se os valores tabelados de densidades para cada tipo de rocha na literatura, conforme discriminado no Apêndice A.

Os valores de densidade foram comparados ponto a ponto em ambos os mapas, obtendo-se um valor médio de densidade para cada classe litológica. Os resultados indicaram que as densidades variaram, de 1770 kg/m³ para a classe litológica menos densa até 3100 kg/m³ para a classe mais densa, conforme Tabela 2. De posse destes valores de densidade, utilizou-se o interpolador IDW do QGIS para a geração do mapa de densidade variável estimado do Brasil (Figura 10). As densidades das demais EEGG foram obtidas por interpolação utilizando-se a ferramenta *Point Sampling Tool*, também disponível no QGIS 3.14.



Fonte: O Autor.

Tabela 2 – Densidades médias estimadas das diferentes classes litológicas do mapa geológico do Brasil.

Classificação	Leg	Densidades kg/m ³					
		Seigel, Brcic e Mistry (1995)	Sharma (1997)	Tenzer et al (2011)	Sheng et al (2019) (UNB)	Média	Desvio Padrão
Sedimentos	1	1.900,00	1.800,00	1.669,50	1.710,14	1.769,91	102,44
	2	1.900,00	1.800,00	2.024,80	1.939,71	1.916,13	93,29
	3	2.166,67	2.334,50	2.163,67	2.142,15	2.201,75	89,17
Rochas Sedimentares	4	2.274,00	2.237,67	2.367,09	2.295,63	2.293,60	54,52
	5	2.274,00	2.237,67	2.367,09	2.295,63	2.293,60	54,52
	6	2.310,00	2.506,50	2.450,71	2.374,75	2.410,49	86,04
Rochas Metamórficas	7	2.404,17	2.334,50	2.394,29	2.294,33	2.356,82	51,80
	8	2.432,14	2.397,60	2.421,50	2.386,01	2.409,31	21,21
	9	2.530,00	2.456,50	2.401,20	2.300,00	2.421,93	96,90
	10	2.530,00	2.456,50	2.401,20	2.292,86	2.420,14	99,92
	11	2.795,00	2.750,00	2.518,33	2.374,70	2.609,51	197,98
	12	2.622,50	2.650,00	2.521,75	2.500,00	2.573,56	73,79
	13	2.882,50	2.750,00	2.805,20	2.843,01	2.820,18	56,43
	14	2.882,50	2.750,00	2.805,20	2.900,00	2.834,43	69,74
	15	2.882,50	2.750,00	2.805,20	2.900,00	2.834,43	69,74
	16	3.065,00	3.070,00	2.973,57	3.082,63	3.047,80	50,04
	17	3.170,00	3.288,33	3.036,00	2.906,12	3.100,11	165,38
18	2.998,33	3.132,50	2.906,40	2.900,00	2.984,31	108,53	
Rochas Ígneas	19	2.710,00	2.697,50	2.545,40	2.669,23	2.655,53	75,38
	20	2.840,56	2.909,00	2.780,73	2.900,00	2.857,57	59,55
	21	2.799,62	2.971,43	2.753,82	2.881,82	2.851,67	95,80
	22	2.804,17	2.971,43	2.753,82	2.900,00	2.857,36	97,26
	23	2.812,92	2.971,43	2.765,63	2.820,31	2.842,57	89,25
	24	2.976,00	3.081,00	2.951,38	3.100,00	3.027,10	74,31
Valor Médio Total		2.623,44	2.637,67	2.565,98	2.571,21	2.599,57	84,71
Diferença Percentual em Relação à Densidade Padrão de 2670 kg/m ³		1,7%	1,2%	3,9%	3,7%	2,6%	-

Fonte: O Autor.

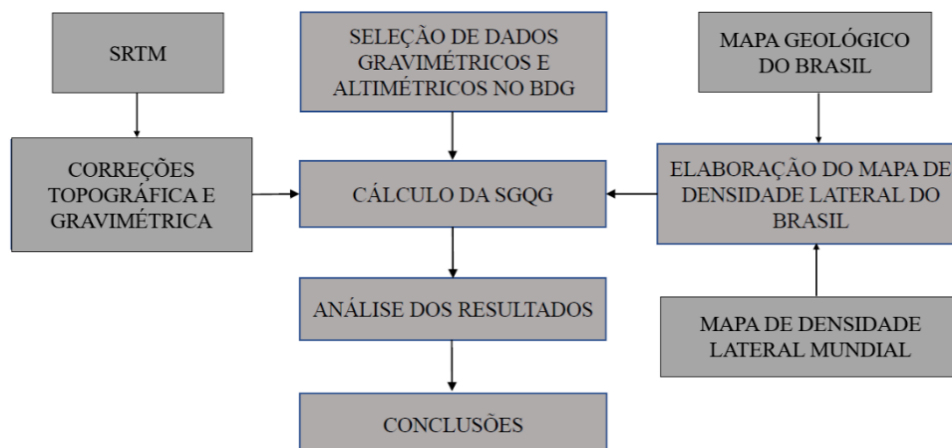
Observa-se, com base na Figura 10, que as densidades do mapa obtido não seguiram exatamente o delineamento dos contornos das classes litológicas representadas no mapa original, devido ao processo de interpolação. Esta constatação advém do fato dos arquivos vetoriais que deram origem ao mesmo não estarem disponíveis para manipulação geoespacial, apenas o arquivo matricial. Entretanto, os resultados obtidos com a interpolação dos valores amostrais

mostraram-se plenamente adequados à pesquisa, não representando dificuldades à consecução dos objetivos do presente estudo. A inserção destes valores nas formulações matemáticas, que permitiram calcular as anomalias gravimétricas e a SGQG, mostraram-se consistentes e em consonância com a literatura que aborda a questão da variação da densidade das massas topográficas. Verifica-se, ainda, que o mapa de variação de densidades final apresenta similaridade visual e numérica com o mapa mundial elaborado por Sheng et al (2019) e disponibilizado pela Universidade de *New Brunswick*.

3.4 Determinação da Separação Geoide Quase Geoide

A metodologia desenvolvida no presente estudo tem por objetivo calcular o valor da SGQG e sua variação em função do valor da densidade das massas topográficas e das correções topográfica e gravimétrica no Brasil, baseando-se na teoria desenvolvida no capítulo 2 visando sua aplicação com a utilização de dados altimétricos e gravimétricos de alta confiabilidade. Dentro deste contexto, três grupos de dados são fundamentais para a consecução do objetivo proposto: dados altimétricos (altitudes ortométricas, altitudes normais do BDG do IBGE e altitudes de MDT do SRTM com resolução de 3”), dados gravimétricos provenientes do BDG e o mapa de densidade das massas topográficas do Brasil, obtido através da compilação de dados empíricos provenientes do mapa geológico do Brasil fornecido pelo IBGE e do mapa de densidade variável mundial disponibilizado por Sheng et al (2019). O fluxograma representado pela Figura 11 apresenta, de forma resumida, as atividades desenvolvidas neste estudo, descrevendo as suas principais etapas.

Figura 11 – Fluxograma das fases envolvidas.



Os dados descritos nos itens 3.1 a 3.3 foram utilizados para calcular a SGQG a partir da simples diferença entre as altitudes normal e ortométrica e do método proposto por Sjöberg (2010) que, além da anomalia simplificada de Bouguer, leva em consideração as correções topográfica e gravimétrica. As altitudes ortométricas de Helmert foram determinadas pelas Equações (9) e (10), adotando, além da densidade padrão de 2670 kg/m^3 , o modelo de densidade variável. As altitudes normais foram obtidas a partir do BDG e também foram calculadas utilizando-se a Equação (5). A anomalia simplificada de Bouguer e a correção do terreno também foram calculadas utilizando-se os dois modelos de densidade. A correção gravimétrica foi determinada em função das Equações (24) e (25). As Tabelas 3 e 4 fornecem as estatísticas básicas das altitudes ortométricas, altitudes normais, anomalias simplificadas de Bouguer, correção do terreno e correção gravimétrica, com suas representações gráficas ilustradas nas Figuras 12, 13, 14, 15 e 16, respectivamente.

Tabela 3 – Estatísticas provenientes do cálculo das altitudes ortométricas rigorosas de Helmert e altitudes normais no Brasil.

Dado	Modelo de Densidade	Densidade Média (kg/m^3)	Mínimo (m)	Máximo (m)	Média (m)	Desvio Padrão (m)	RMS (m)
H^N	-	-	0,510	1.864,198	422,250	303,253	519,878
H^{prt}	Constante	2670	0,510	1.864,394	422,283	303,284	519,922
	Variável	2452	0,510	1.864,421	422,281	303,282	519,920
$H^N - H^{prt}$	Constante	2670	-0,029	0,211	0,032	0,033	0,046
$H^N - H^{prt}$	Variável	2452	-0,038	0,223	0,031	0,032	0,044

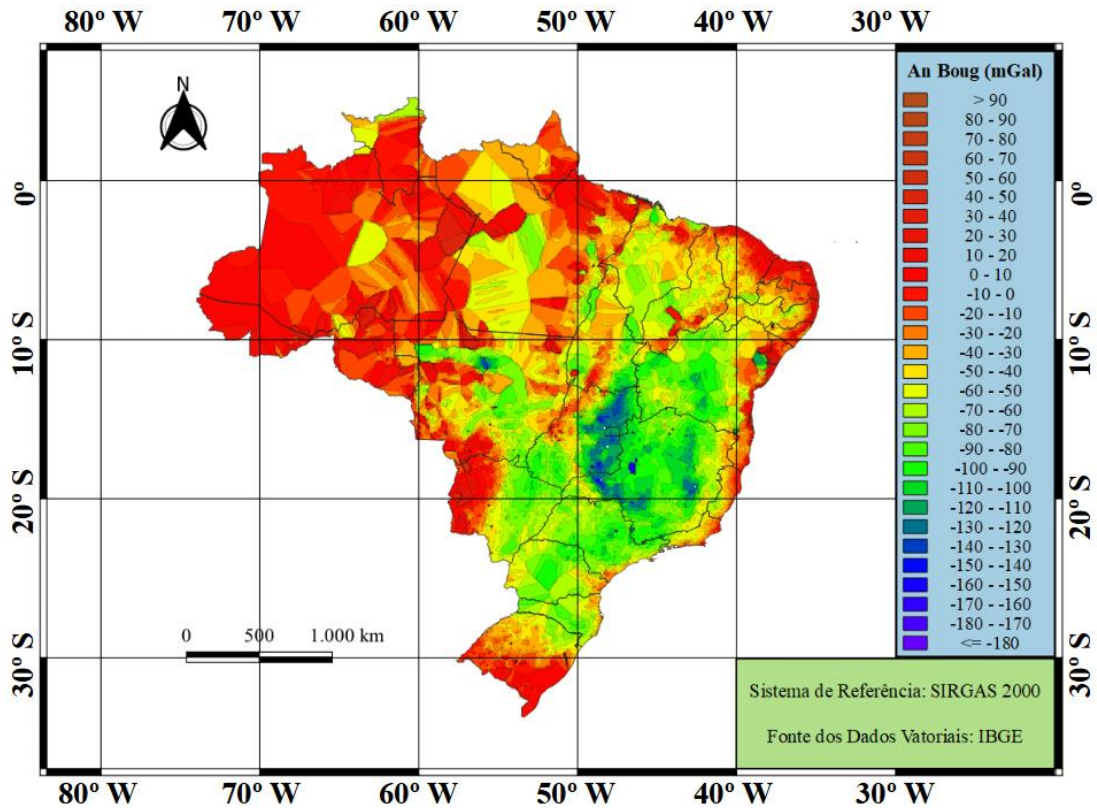
Fonte: O Autor.

Tabela 4 – Estatísticas provenientes do cálculo das anomalias gravimétricas no Brasil utilizando-se dados disponíveis no BDG.

Dado	Modelo de Densidade	Densidade Média (kg/m^3)	Mínimo (mGal)	Máximo (mGal)	Média (mGal)	Desvio Padrão (mGal)	RMS (mGal)
Δg_B	Constante	2670	-186,866	98,823	-54,856	37,447	66,420
	Variável	2452	-188,569	98,786	-51,858	36,326	63,316
CT	Constante	2670	2,307	14,988	4,225	1,097	4,365
	Variável	2452	1,727	15,989	3,867	1,093	4,018
CG	Constante	2670	-0,784	19,938	0,559	1,498	1,599
	Variável	2452	-0,784	19,939	0,559	1,498	1,599

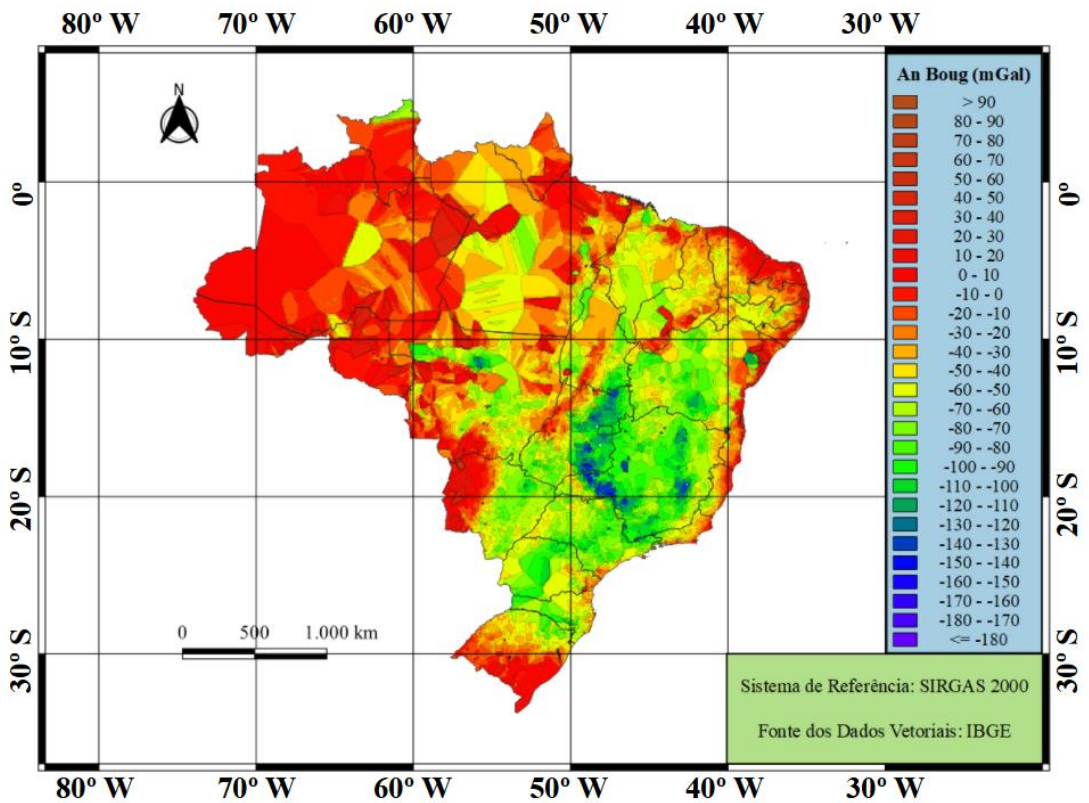
Fonte: O Autor.

Figura 12 – Anomalias simplificadas de Bouguer com densidade constante.



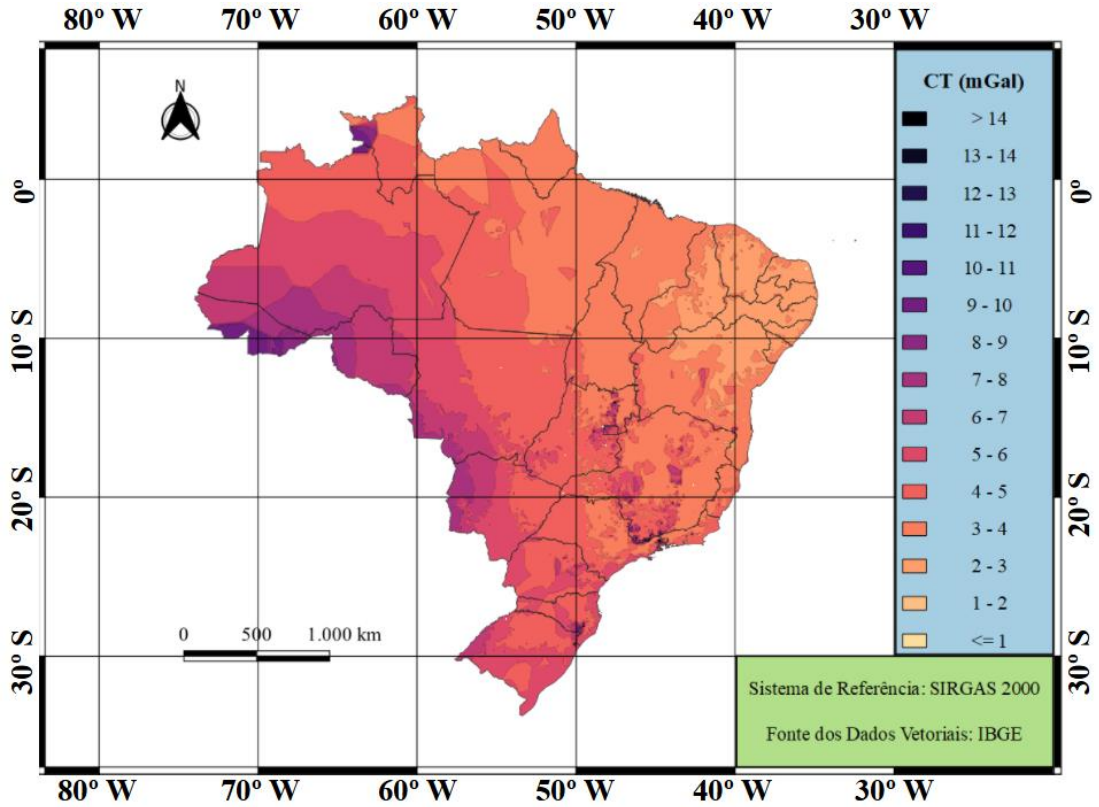
Fonte: O Autor.

Figura 13 – Anomalias simplificadas de Bouguer com densidade variável.



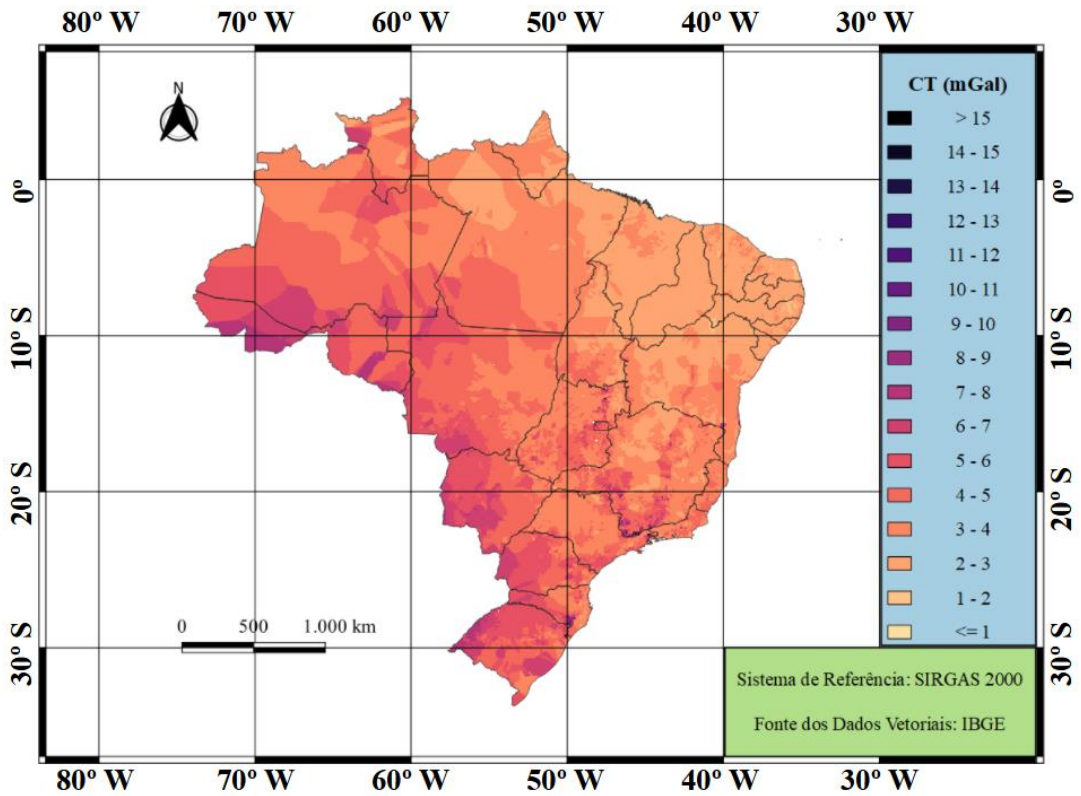
Fonte: O Autor.

Figura 14 – Correção do terreno com densidade constante.



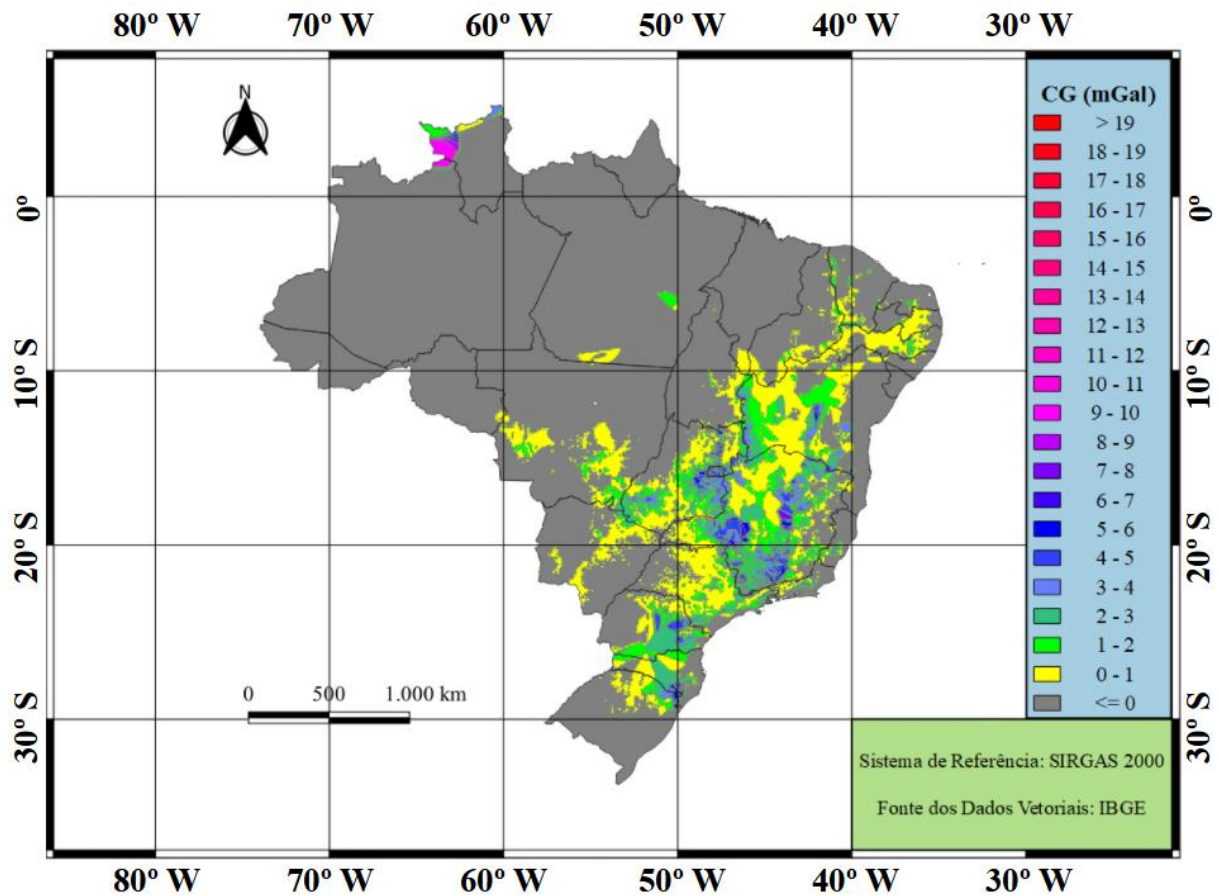
Fonte: O Autor.

Figura 15 – Correção do terreno com densidade variável.



Fonte: O Autor.

Figura 16 – Correção gravimétrica.



Fonte: O Autor.

3.5 Verificação da existência de diferenças significativas entre as metodologias para o cálculo da SGQG utilizando-se diferentes modelos de densidade

Para fins de comparação entre os resultados dos diferentes experimentos que deram origem aos valores de SGQG no Brasil e em suas regiões geográficas, com base nas quatro metodologias propostas, podem ser aplicados testes paramétricos como a Análise de Variância (ANOVA) ou o teste não paramétrico de Kruskal-Wallis a um nível de significância α , para verificar a existência de diferenças significativas entre os mesmos. De acordo com Montgomery, Runger e Calado (2000), a ANOVA é um procedimento utilizado para comparar três ou mais tratamentos, baseando-se na decomposição da variável resposta em partes que podem ser atribuídas aos tratamentos (variância entre) e ao erro experimental (variância dentro). Conforme Ferraz e Souza (2021), o teste baseia-se no fato da hipótese básica (H_0) indicar que não existe variação significativa entre os dados analisados dentro do mesmo grupo e entre os outros grupos de comparação e a hipótese alternativa (H_1) indica que os

dados possuem variância significativa. O segundo teste é utilizado como uma alternativa à ANOVA, no caso das amostras dos diferentes tratamentos não possuírem uma distribuição normalizada, sendo que a análise consiste em obter o posto ou "ranking" de cada uma das observações. O menor valor recebe o posto nº 1, o segundo o posto nº 2 e assim por diante, até que todas as observações sejam levadas em consideração. Quando ocorrerem empates de valores, atribui-se o valor médio entre as observações (MONTGOMERY e RUNGER, 2002).

Entretanto, os dois testes citados anteriormente, não indicam precisamente entre quais grupos a diferença é significativa. Sendo assim, devido ao grande volume de dados produzido pelos diferentes métodos de cálculo da SGQG no Brasil e regiões, torna-se interessante a utilização de testes de comparações múltiplas, como o Teste de Tukey, para identificar quais tratamentos diferem significativamente entre si a um nível de significância α . De acordo com Montgomery e Runger (2003), o teste consiste em determinar a menor diferença significativa entre a média de dois grupos, em diferentes experimentos, utilizando a amplitude total studentizada Q :

$$\bar{Y}_{m\acute{a}x} - \bar{Y}_{m\acute{i}n} = Q \sqrt{\frac{QMRes}{N_{exp}}} \quad (26)$$

onde $\bar{Y}_{m\acute{a}x}$ e $\bar{Y}_{m\acute{i}n}$ são as maiores e menores médias amostrais, respectivamente, de um grupo de p amostras, $QMRes$ é o quadrado médio dos resíduos provenientes da tabela da ANOVA e N_{exp} é o número de experimentos.

Para experimentos com tamanhos de amostra iguais, o Teste de Tukey indica que duas médias são significativamente diferentes se o valor absoluto da diferença observada $|\bar{Y}_i - \bar{Y}_j|$ exceder o valor estatístico do teste:

$$T_{\alpha} = g_{\alpha}(t, f) \sqrt{\frac{QMRes}{N_{exp}}} \quad (27)$$

onde $g_{\alpha}(t, f)$ é o valor tabelado do limite percentual superior da amplitude total studentizada, t é o número de tratamentos e f é o número de graus de liberdade.

4 RESULTADOS E DISCUSSÕES

Este capítulo apresenta os resultados da SGQG no Brasil e suas regiões geográficas, empregando quatro metodologias distintas de cálculo. Observando-se os resultados obtidos, verificou-se que a amplitude de variação da densidade das massas topográficas em relação ao valor médio $\rho_0 = 2670 \text{ kg/m}^3$, no Brasil, foi de 1770 kg/m^3 a 3100 kg/m^3 (33,7% e 16,1%, respectivamente). O valor médio das densidades das 55215 EEGG foi de 2452 kg/m^3 , variando 8,2% em relação ao valor médio adotado como densidade padrão.

4.1 Resultados obtidos para o território brasileiro

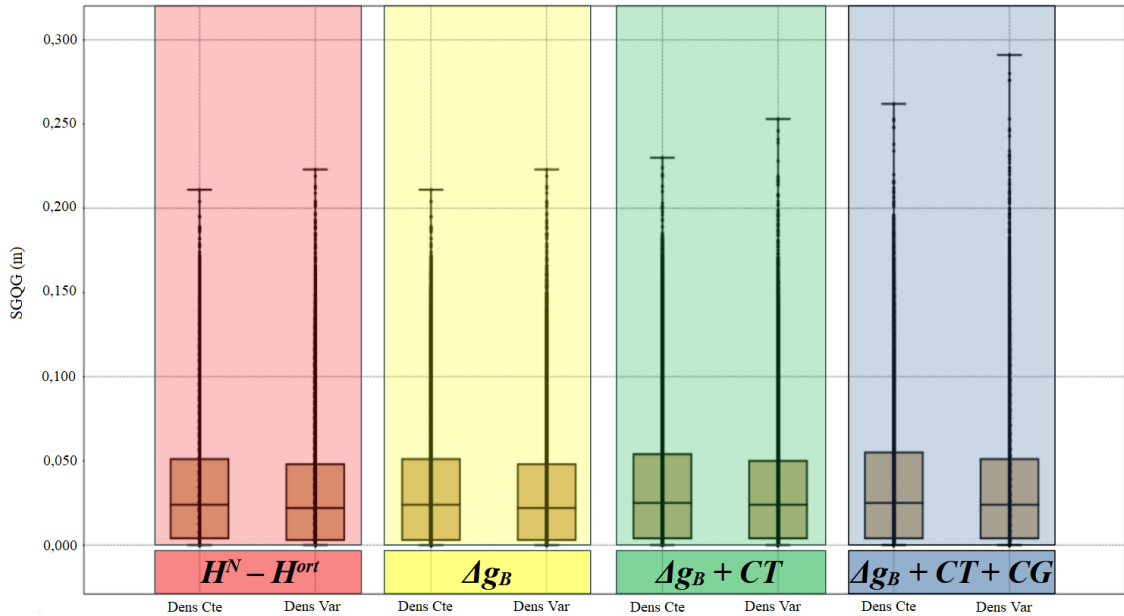
O cálculo da SGQG utilizando o primeiro termo da Eq. (21), pela anomalia gravimétrica simplificada de Bouguer, produziu resultados praticamente coincidentes com a utilização da Eq. (3), que calcula esta mesma separação pela diferença entre as altitudes ortométrica e normal, sendo o RMS (*Root Mean Square*) calculado igual a 0,046 m e 0,044 m para os modelos de densidade constante e variável, respectivamente. Ao introduzir a correção do terreno na 3ª metodologia de cálculo, o RMS passou para 0,049 m, no modelo de densidade padrão, e para 0,046 m, no modelo variável, correspondendo somente esta correção, em média, a 4,7% da SGQG no Brasil.

A 4ª metodologia, que introduziu a correção gravimétrica, resultou em incrementos de valores de ordem milimétrica para a SGQG, nos dois modelos de densidade adotados, sendo este incremento médio da ordem de 2,7% da SGQG em todo país, concordando com o resultado obtido por Muhammad, Zulfiqar e Muhammad (2010), que calcularam a influência dessa correção na SGQG em cerca de 3%. A combinação das duas correções correspondeu, em média, a 7,5% da SGQG em todo o país. O efeito destas correções pode ser verificado através da Figura 17, que representa a variação quantitativa da SGQG nacionalmente, considerando os dois modelos de densidade, através de gráficos do tipo “*boxplot*”.

Constata-se, com base nos resultados obtidos, que a utilização do modelo de densidade variável diferiu percentualmente do modelo de densidade constante, no território nacional, em média 4,7% para o RMS nas quatro metodologias de cálculo utilizadas, concordando com o valor previsto por Foroughi e Tenzer (2017) que calcularam esta variação em cerca de 5%. As Figuras 17 e 18 mostram o resultado

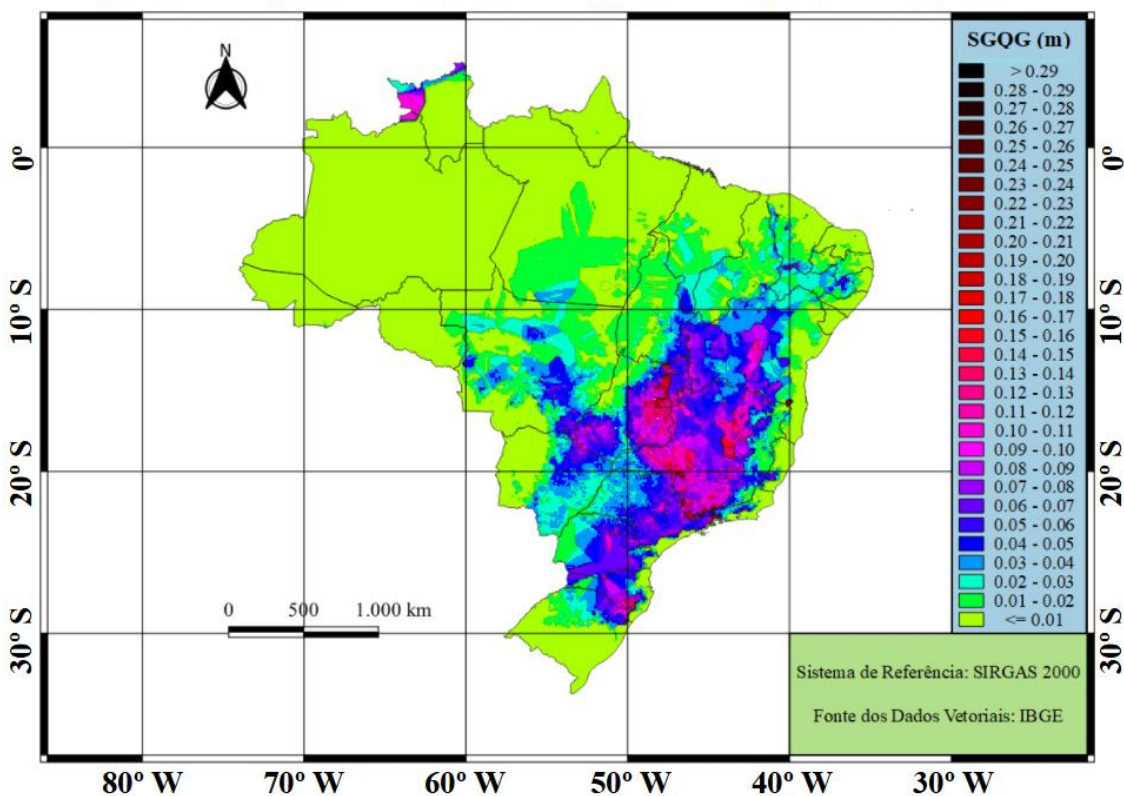
da SGQG no Brasil, calculada pelo desenvolvimento completo da Equação (21), nos dois modelos de densidade utilizados.

Figura 17 – Variação da SGQG no Brasil de acordo com as metodologias de cálculo adotadas.



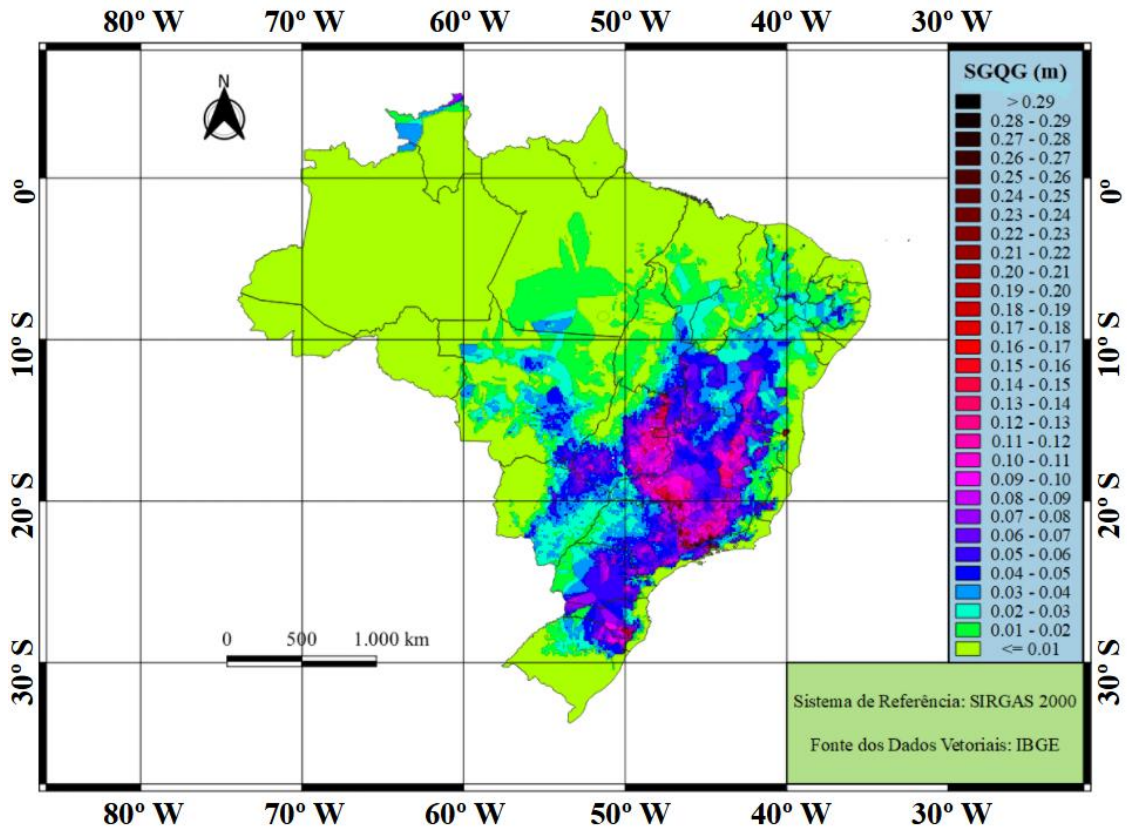
Fonte: O Autor.

Figura 18 - SGQG obtida pela Equação (21) completa com densidade constante.



Fonte: O Autor.

Figura 19 - SGQG obtida pela Equação (21) completa com densidade variável.



Fonte: O Autor.

4.2 Resultados obtidos para as regiões geográficas do Brasil

As Tabelas 5, 6, 7, 8 e 9 apresentam as estatísticas básicas da SGQG nas regiões geográficas do país. A Figura 20 representa a relação existente entre o valor de RMS da SGQG, por região, em função da altitude média das estações, com os maiores valores de SGQG ocorrendo em regiões com maiores altitudes, indicando a existência de uma relação linear entre estas variáveis, nas quatro metodologias adotadas.

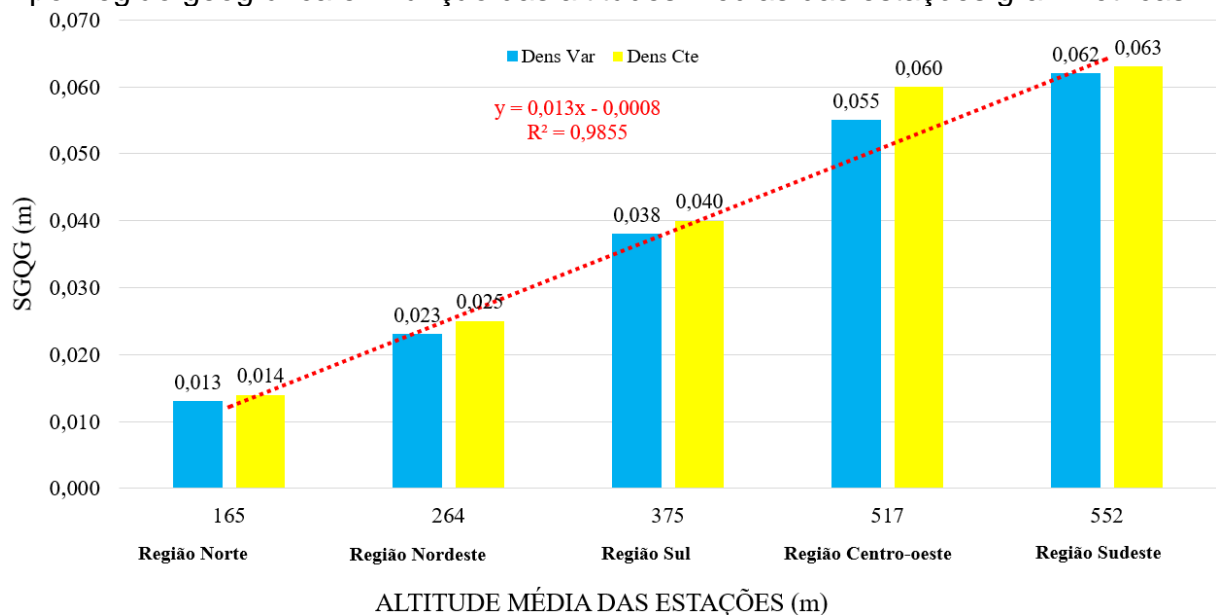
Em relação à variação regional dos valores de densidade, verificou-se que a região norte apresentou a maior diferença em relação ao valor médio de 2670 kg/m^3 , sendo a média das densidades das estações gravimétricas igual a 2337 kg/m^3 , variando 12,5%. A região sudeste apresentou a menor variação, com o valor de 5,5%, sendo a densidade média das estações igual a 2523 kg/m^3 . Os valores de densidade das estações localizadas nas regiões nordeste, centro-oeste e sul variaram respectivamente, 8,2%, 10,0% e 6,1%.

Observa-se que a influência da densidade variável foi maior na região centro-oeste e menor na região sudeste, sendo que estas duas regiões possuem as maiores

altitudes médias dentro do território nacional, indicando não haver, necessariamente, uma relação de linearidade entre estas variáveis. Numericamente, a maior diferença entre as SGQG calculadas entre os dois modelos foi observada na região norte, de 0,066 m. A Figura 21 ilustra a variação da SGQG por região, tomada sobre as EEGG disponibilizadas pelo BDG do IBGE, utilizando-se a Equação (21) completa, a Figura 22 mostra as diferenças visuais entre a SGQG calculada utilizando-se diferentes modelos de densidade e a Tabela 10 mostra as diferenças percentuais do RMS da SGQG por região geográfica.

Regionalmente, assim como no resto do país, o cálculo da SGQG utilizando o primeiro termo da Equação (21) produziu praticamente os mesmos resultados quando comparado com a utilização da Equação (3), em todas as regiões geográficas do país. As regiões centro-oeste e sudeste, que possuem as maiores altitudes médias, apresentaram os maiores RMS para a SGQG nos dois modelos de densidade adotados e em todas as metodologias empregadas. As regiões norte e nordeste foram as que apresentaram as menores separações, possuindo as menores altitudes médias. Os resultados obtidos para as regiões sul e sudeste estão condizentes com os valores encontrados por Ferreira, Freitas e Heck (2011) no Paraná, Severo et al (2013) no Rio Grande do Sul e Albarici et al (2019) em São Paulo, onde a SGQG atingiu valores da ordem de 20 cm, 10 cm e 30 cm, respectivamente.

Figura 20 – Comparação do RMS da SGQG calculada pela Equação (21) completa, por região geográfica em função das altitudes médias das estações gravimétricas.



Fonte: O Autor.

Tabela 5 - Estatísticas da SGQG na região norte, em valores absolutos.

Dado		Dens Cte	Dens Var
Dens Média (kg/m ³)		2670	2337
$N - \zeta$ Mínimo (m)	$H^N - H^{ort}$	0,000	0,000
	Δg_B	0,000	0,000
	$\Delta g_B + CT$	0,000	0,000
	$\Delta g_B + CT + CG$	0,000	0,000
$N - \zeta$ Máximo (m)	$H^N - H^{ort}$	0,127	0,107
	Δg_B	0,127	0,107
	$\Delta g_B + CT$	0,136	0,115
	$\Delta g_B + CT + CG$	0,146	0,125
$N - \zeta$ Média (m)	$H^N - H^{ort}$	0,007	0,007
	Δg_B	0,007	0,007
	$\Delta g_B + CT$	0,008	0,007
	$\Delta g_B + CT + CG$	0,008	0,007
$N - \zeta$ Desvio Padrão (m)	$H^N - H^{ort}$	0,011	0,010
	Δg_B	0,011	0,010
	$\Delta g_B + CT$	0,012	0,011
	$\Delta g_B + CT + CG$	0,012	0,011
$N - \zeta$ RMS (m)	$H^N - H^{ort}$	0,013	0,012
	Δg_B	0,013	0,012
	$\Delta g_B + CT$	0,014	0,013
	$\Delta g_B + CT + CG$	0,014	0,013

Fonte: O Autor.

Tabela 6 - Estatísticas da SGQG na região nordeste, em valores absolutos.

Dado		Dens Cte	Dens Var
Dens Média (kg/m ³)		2670	2450
$N - \zeta$ Mínimo (m)	$H^N - H^{ort}$	0,000	0,000
	Δg_B	0,000	0,000
	$\Delta g_B + CT$	0,000	0,000
	$\Delta g_B + CT + CG$	0,000	0,000
$N - \zeta$ Máximo (m)	$H^N - H^{ort}$	0,148	0,160
	Δg_B	0,148	0,160
	$\Delta g_B + CT$	0,157	0,169
	$\Delta g_B + CT + CG$	0,166	0,178
$N - \zeta$ Média (m)	$H^N - H^{ort}$	0,014	0,013
	Δg_B	0,014	0,013
	$\Delta g_B + CT$	0,015	0,014
	$\Delta g_B + CT + CG$	0,015	0,014
$N - \zeta$ Desvio Padrão (m)	$H^N - H^{ort}$	0,018	0,017
	Δg_B	0,018	0,017
	$\Delta g_B + CT$	0,019	0,018
	$\Delta g_B + CT + CG$	0,020	0,018
$N - \zeta$ RMS (m)	$H^N - H^{ort}$	0,023	0,021
	Δg_B	0,023	0,021
	$\Delta g_B + CT$	0,024	0,022
	$\Delta g_B + CT + CG$	0,025	0,023

Fonte: O Autor.

Tabela 7 - Estatísticas da SGQG na região centro-oeste, em valores absolutos.

Dado		Dens Cte	Dens Var
Dens Média (kg/m ³)		2670	2404
$N - \zeta$ Mínimo (m)	$H^N - H^{ort}$	0,000	0,000
	Δg_B	0,000	0,000
	$\Delta g_B + CT$	0,000	0,000
	$\Delta g_B + CT + CG$	0,000	0,000
$N - \zeta$ Máximo (m)	$H^N - H^{ort}$	0,211	0,191
	Δg_B	0,211	0,191
	$\Delta g_B + CT$	0,230	0,208
	$\Delta g_B + CT + CG$	0,252	0,231
$N - \zeta$ Média (m)	$H^N - H^{ort}$	0,043	0,039
	Δg_B	0,043	0,039
	$\Delta g_B + CT$	0,045	0,041
	$\Delta g_B + CT + CG$	0,046	0,042
$N - \zeta$ Desvio Padrão (m)	$H^N - H^{ort}$	0,036	0,032
	Δg_B	0,036	0,032
	$\Delta g_B + CT$	0,037	0,034
	$\Delta g_B + CT + CG$	0,039	0,035
$N - \zeta$ RMS (m)	$H^N - H^{ort}$	0,056	0,051
	Δg_B	0,056	0,051
	$\Delta g_B + CT$	0,059	0,053
	$\Delta g_B + CT + CG$	0,060	0,055

Fonte: O Autor.

Tabela 8 – Estatísticas da SGQG na região sudeste, em valores absolutos.

Dado		Dens Cte	Dens Var
Dens Média (kg/m ³)		2670	2523
$N - \zeta$ Mínimo (m)	$H^N - H^{ort}$	0,000	0,000
	Δg_B	0,000	0,000
	$\Delta g_B + CT$	0,000	0,000
	$\Delta g_B + CT + CG$	0,000	0,000
$N - \zeta$ Máximo (m)	$H^N - H^{ort}$	0,204	0,223
	Δg_B	0,204	0,223
	$\Delta g_B + CT$	0,224	0,253
	$\Delta g_B + CT + CG$	0,262	0,291
$N - \zeta$ Média (m)	$H^N - H^{ort}$	0,048	0,047
	Δg_B	0,048	0,047
	$\Delta g_B + CT$	0,050	0,049
	$\Delta g_B + CT + CG$	0,051	0,050
$N - \zeta$ Desvio Padrão (m)	$H^N - H^{ort}$	0,033	0,034
	Δg_B	0,033	0,034
	$\Delta g_B + CT$	0,035	0,035
	$\Delta g_B + CT + CG$	0,036	0,037
$N - \zeta$ RMS (m)	$H^N - H^{ort}$	0,058	0,058
	Δg_B	0,058	0,058
	$\Delta g_B + CT$	0,061	0,060
	$\Delta g_B + CT + CG$	0,063	0,062

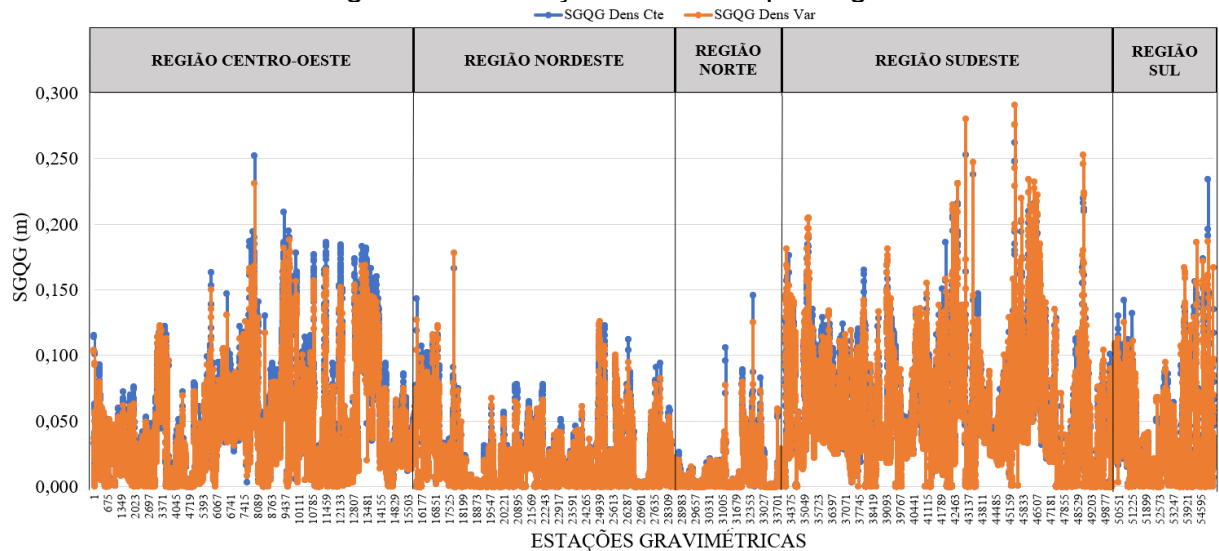
Fonte: O Autor.

Tabela 9 – Estatísticas da SGQG na região sul, em valores absolutos.

Dado		Dens Cte	Dens Var
Dens Média (kg/m^3)		2670	2508
$N - \zeta$ Mínimo (m)	$H^N - H^{ort}$	0,000	0,000
	Δg_B	0,000	0,000
	$\Delta g_B + CT$	0,000	0,000
	$\Delta g_B + CT + CG$	0,000	0,000
$N - \zeta$ Máximo (m)	$H^N - H^{ort}$	0,177	0,153
	Δg_B	0,177	0,153
	$\Delta g_B + CT$	0,203	0,170
	$\Delta g_B + CT + CG$	0,234	0,187
$N - \zeta$ Média (m)	$H^N - H^{ort}$	0,024	0,023
	Δg_B	0,024	0,023
	$\Delta g_B + CT$	0,026	0,025
	$\Delta g_B + CT + CG$	0,026	0,026
$N - \zeta$ Desvio Padrão (m)	$H^N - H^{ort}$	0,027	0,025
	Δg_B	0,027	0,025
	$\Delta g_B + CT$	0,029	0,027
	$\Delta g_B + CT + CG$	0,030	0,029
$N - \zeta$ RMS (m)	$H^N - H^{ort}$	0,036	0,034
	Δg_B	0,036	0,034
	$\Delta g_B + CT$	0,039	0,037
	$\Delta g_B + CT + CG$	0,040	0,038

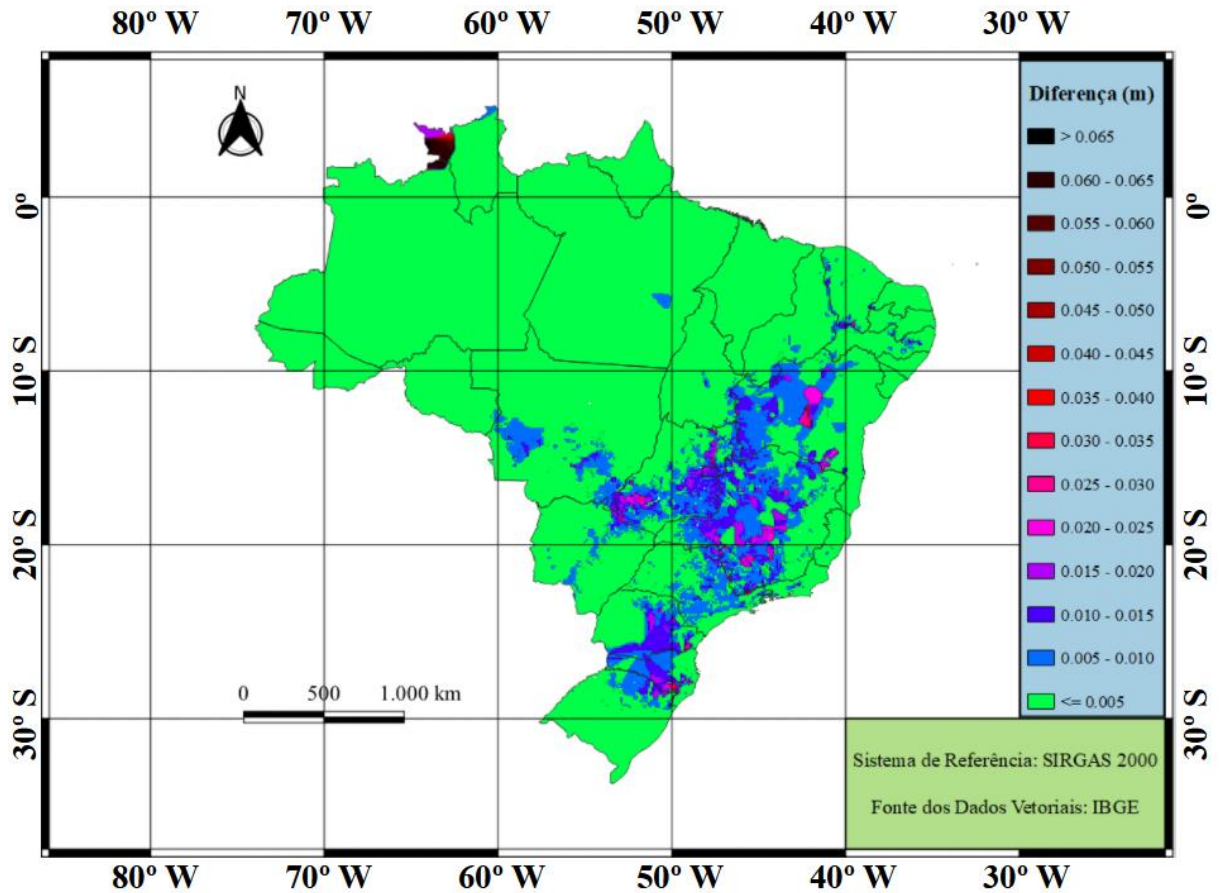
Fonte: O Autor.

Figura 21 –Variação da SGQG por região.



Fonte: O Autor.

Figura 22 – Diferença entre os valores de SGQG utilizando-se diferentes modelos de densidade.



Fonte: O Autor.

Tabela 10 – Variação percentual do RMS da SGQG utilizando o modelo de densidade variável em relação ao modelo de densidade constante nas diferentes regiões geográficas do Brasil.

SGQG	Norte	Nordeste	Centro-oeste	Sudeste	Sul
$H^N - H^{ort}$	7,7%	8,7%	8,9%	0,0%	5,6%
Δg_B	7,7%	8,7%	8,9%	0,0%	5,6%
$\Delta g_B + CT$	7,1%	8,3%	10,2%	1,6%	5,1%
$\Delta g_B + CT + CG$	7,1%	8,0%	8,3%	1,6%	5,0%
Variação Média	7,4%	8,4%	9,1%	0,8%	5,3%

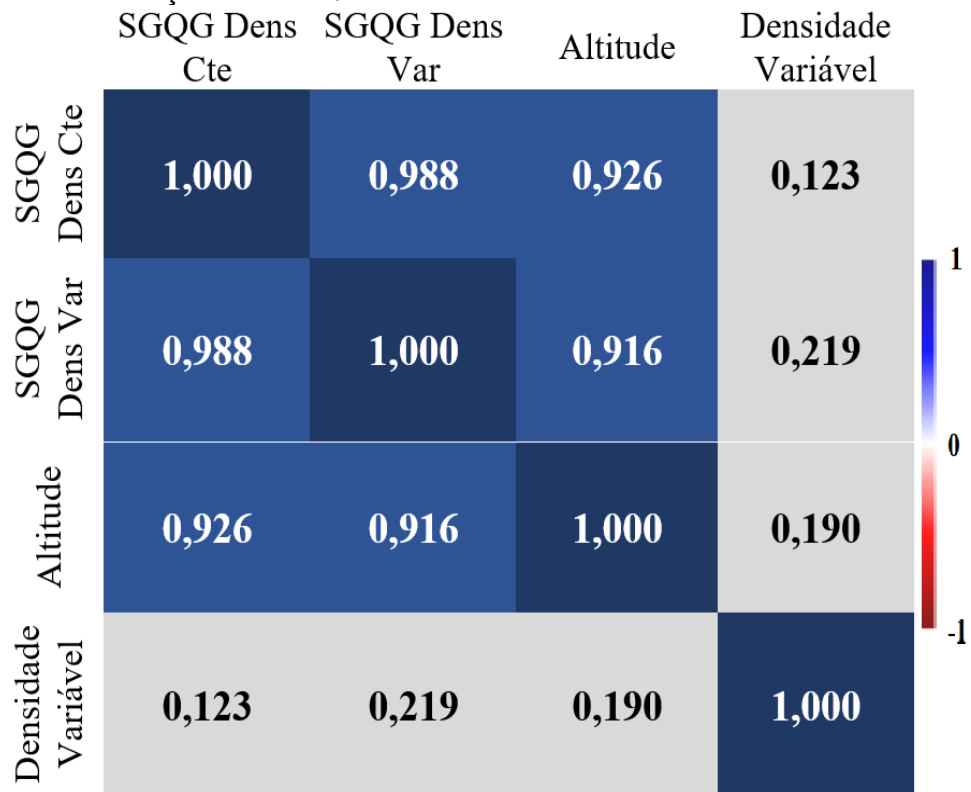
Fonte: O Autor.

4.3 Análise de Correlação entre a SGQG e as principais variáveis utilizadas em sua determinação

A Figura 23 mostra a relação entre a SGQG, no Brasil, e as principais variáveis envolvidas no estudo. A partir dessa figura, constata-se a não existência de linearidade entre os valores da SGQG e as densidades das estações, ou seja, a SGQG é altamente correlacionada com a altitude, de acordo com a Equação (7), independentemente do modelo de densidade adotado e em todas as metodologias de cálculo empregadas, apresentando correlação linear muito forte com a mesma.

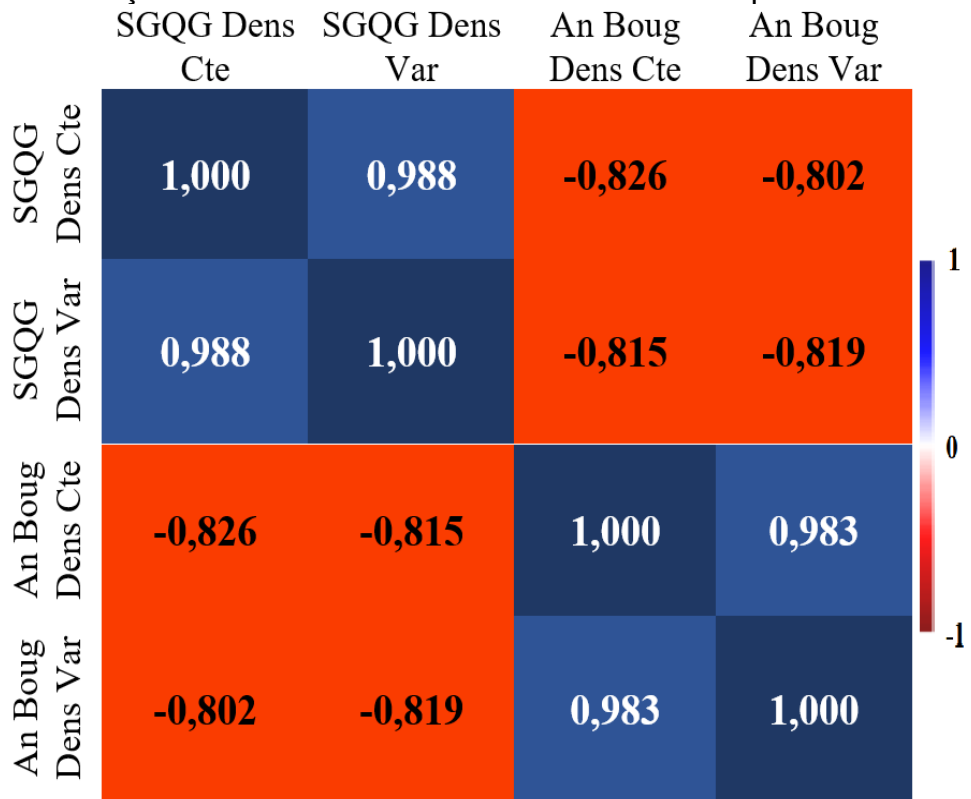
Entretanto, a Equação (21), proposta por Sjöberg (2010), considera a influência das anomalias gravimétricas simplificadas de Bouguer, correção do terreno e correção gravimétrica no relacionamento entre o geóide e o quase geóide. Desta forma, uma análise de correlação também foi realizada para verificar a existência de linearidade entre estas anomalias gravimétricas e a SGQG, em território brasileiro, conforme Figuras 24, 25 e 26. Com base nestes resultados foi possível estabelecer uma classificação, baseada em Mukaka (2012), entre as correlações das principais variáveis envolvidas e a SGQG no Brasil de acordo com o Quadro 2.

Figura 23 – Correlação da SGQG no Brasil com a altitude e densidade variável.



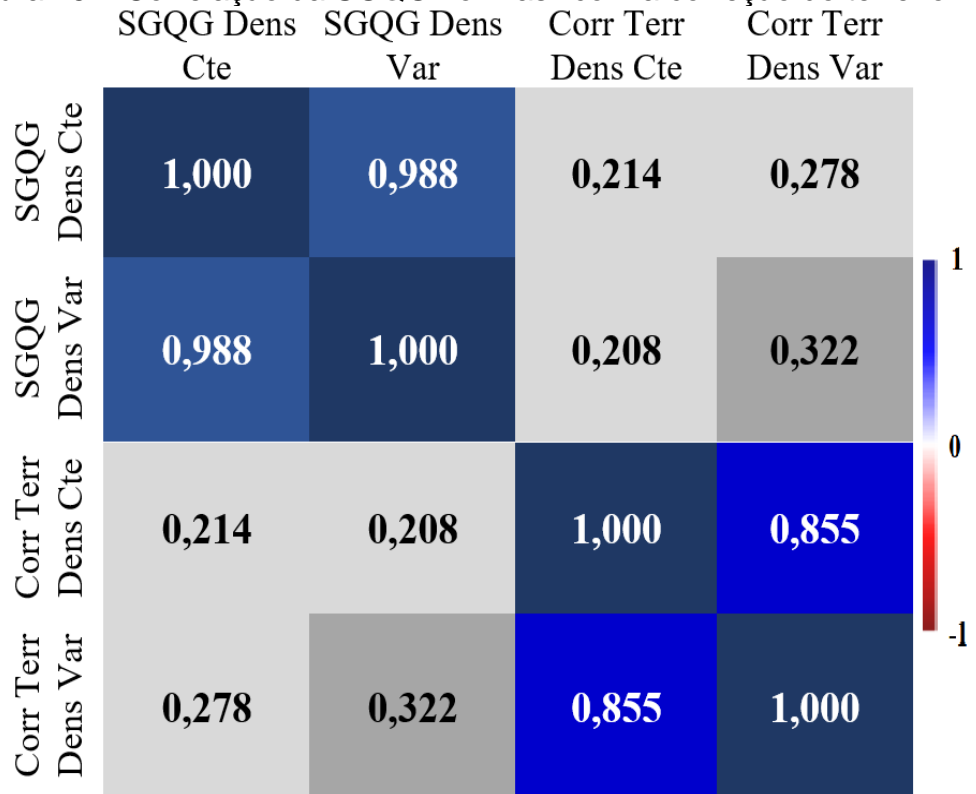
Fonte: O Autor.

Figura 24 – Correlação da SGQG no Brasil com a anomalia simplificada de Bouguer.



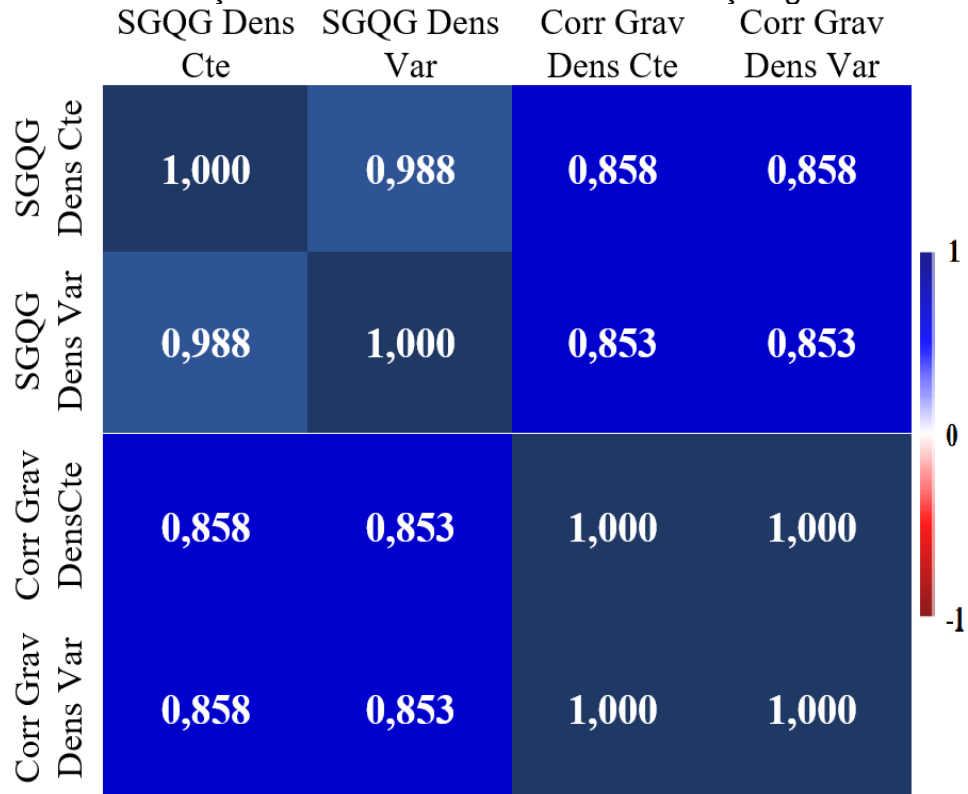
Fonte: O Autor.

Figura 25 – Correlação da SGQG no Brasil com a correção do terreno.



Fonte: O Autor.

Figura 26 – Correlação da SGQG no Brasil com a correção gravimétrica.



Fonte: O Autor.

Quadro 2 – Classificação da correlação linear entre a SGQG e as principais variáveis envolvidas em sua determinação.

SGQG	Altitude	Anomalia Simplificada de Bouguer		Correção do Terreno		Correção Gravimétrica		Densidade Variável
		Dens Cte	Dens Var	Dens Cte	Dens Var	Dens Cte	Dens Var	
Dens Cte	Muito Forte	Forte	Forte	Muito Fraca	Muito Fraca	Forte	Forte	Muito Fraca
Dens Var	Muito Forte	Forte	Forte	Muito Fraca	Fraca	Forte	Forte	Muito Fraca

Fonte: O Autor.

De acordo com os dados obtidos, verifica-se que, embora sua contribuição seja menor que a da correção do terreno para a SGQG no Brasil, a correção gravimétrica apresenta forte correlação linear com a mesma ao aumentar as altitudes das EG, sendo este fato observado diretamente na Figura 16, ficando demonstrado que sua influência ocorre em regiões extremamente montanhosas, conforme Sjöberg (2010).

Em relação à correção do terreno, os resultados da análise de correlação demonstraram que a relação de linearidade entre esta e a SGQG pode ser fraca ou

muito fraca dependendo do modelo de densidade adotado. De acordo com Jamur (2012), o fato da correlação linear entre a CT e a SGQG ser pequena é decorrente dos efeitos das massas topográficas externas na razão inversa da distância ao centro de cada elemento de massa considerado no entorno do ponto de cálculo.

4.4 Contribuições das anomalias gravimétricas para o valor da SGQG

Ao analisar a contribuição das anomalias gravimétricas, verifica-se que a anomalia simplificada de Bouguer foi responsável pela quase totalidade dos valores da separação entre o geóide e o quase geóide no Brasil, sendo maior na região norte, com 94,3% do valor total, e apresentando menor percentual na região sul, com 89,2%, em média.

A correção topográfica impactou os valores da separação em diferentes magnitudes, conforme a região geográfica, sendo mais pronunciada, percentualmente, na região sul, contribuindo em média com 6,9% para o total, e menos percebida na região nordeste, aumentando a separação em 4,5%. Quantitativamente, esta correção contribui com um aumento máximo para a SGQG de 0,029 m e de 0,030 m, respectivamente, no modelo de densidade constante e variável, na região sudeste.

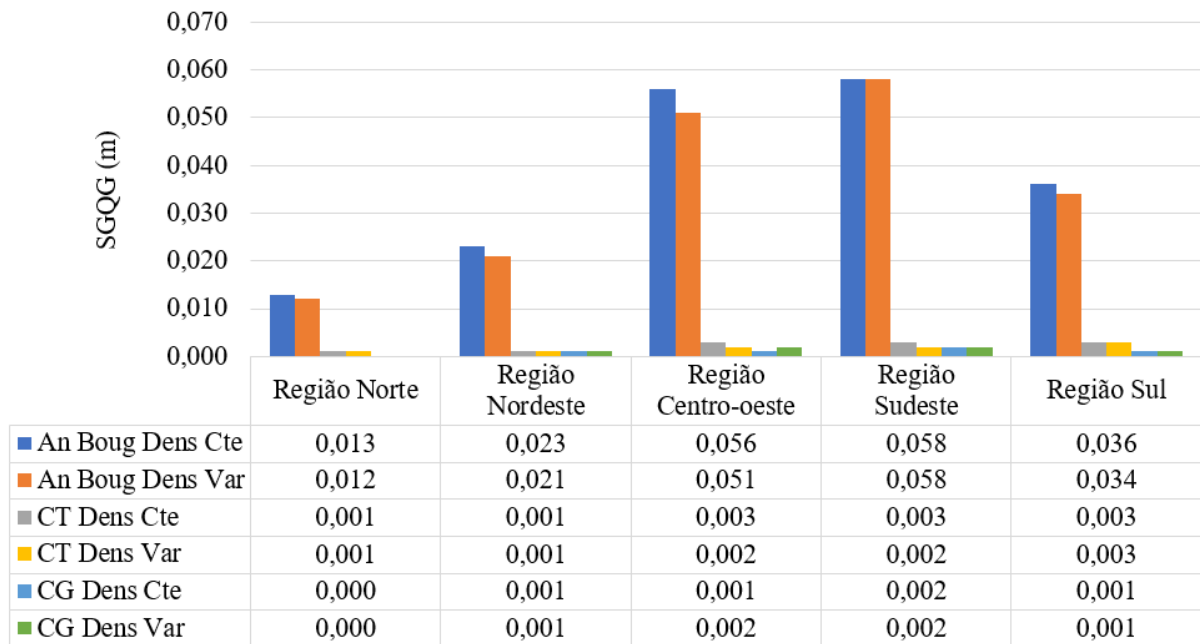
A correção gravimétrica, percentualmente, foi menos sentida em todas as regiões, sendo maior na região sul com 3,9% do total e menor na região norte com 0,4%, em média. A contribuição máxima desta correção foi de 0,038 m, em ambos os modelos de densidade adotados, na região sudeste do país, onde se localiza a EG de maior altitude. A Tabela 11 resume os percentuais de cada parcela da Equação (21) no cálculo da SGQG nas diferentes regiões, estando representadas graficamente na Figura 27.

Tabela 11 – Contribuições percentuais das anomalias gravimétricas para o cálculo do RMS da SGQG nas diferentes regiões geográficas do Brasil.

Dado	Norte		Nordeste		Centro-oeste		Sudeste		Sul	
	Dens Cte	Dens Var	Dens Cte	Dens Var	Dens Cte	Dens Var	Dens Cte	Dens Var	Dens Cte	Dens Var
Δg_B	94,1%	94,5%	93,7%	93,7%	92,9%	92,9%	92,5%	92,4%	89,1%	89,2%
	94,3%		93,7%		92,9%		92,5%		89,2%	
CT	5,4%	5,1%	4,5%	4,5%	4,7%	4,6%	4,6%	4,6%	6,9%	6,9%
	5,3%		4,5%		4,7%		4,6%		6,9%	
CG	0,5%	0,4%	1,7%	1,8%	2,4%	2,5%	2,9%	3,0%	4,0%	3,9%
	0,4%		1,8%		2,4%		2,9%		3,9%	

Fonte: O Autor.

Figura 27 – Contribuições das anomalias gravimétricas para a SGQG, em termos do RMS, nas diferentes regiões geográficas do Brasil.



Fonte: O Autor.

4.5 Verificação da existência de diferenças significativas entre os experimentos

O teste de Tukey foi aplicado nos experimentos que calcularam a SGQG no Brasil e Regiões. Além da formulação apresentada no Capítulo 3, item 3.5, outra maneira de se avaliar a significância da estatística do teste de Tukey consiste na análise do P-valor (FERRAZ e SOUZA, 2021). Caso $P\text{-valor} < \alpha$ rejeita-se a hipótese básica, caso contrário, não se rejeita a hipótese H_0 , ou seja, não há evidências de diferenças significativas entre os experimentos. Os grupos de comparação representam os valores de SGQG calculados empregando-se as 4 metodologias apresentadas, sendo os resultados obtidos do teste exibidos nas Figuras 28, 29, 30, 31, 32 e 33. Os valores acima da diagonal principal representam a estatística Q do teste e abaixo da diagonal estão representados os P-valores das comparações.



Sendo assim, alguns tratamentos, comparados dois a dois, apresentaram diferenças significativas, onde o P-valor foi menor do que o nível de significância utilizado de 5% (intervalo de confiança de 95%), concluindo-se que existe pelo menos uma discrepância do ponto de vista estatístico que difere da outra, seja comparando-se diferentes modelos de densidade ou experimentos que utilizaram o mesmo modelo, adicionando-se as diferentes correções previstas pela Equação (21). As tabelas 12 a 17 apresentam uma síntese destas comparações, em termos percentuais,

evidenciando que a variação da densidade das massas topográficas e as correções topográfica e gravimétrica devem ser levadas em consideração no cálculo da SGQG.

Figura 28 – Teste de comparação de médias de Tukey aplicado aos experimentos que calcularam a SGQG no Brasil utilizando-se diferentes modelos de densidade e adicionando-se as CT e CG.

SGQG	(1) Dens Cte	(1) Dens Var	(2) Dens Cte	(2) Dens Var	(3) Dens Cte	(3) Dens Var	(4) Dens Cte	(4) Dens Var
(1) Dens Cte	-	12,454	0,097	12,579	12,667	0,666	16,152	3,718
(1) Dens Var	0,001	-	12,356	0,126	25,120	11,788	28,606	16,171
(2) Dens Cte	0,900	0,001	-	12,482	12,764	0,568	16,250	3,815
(2) Dens Var	0,001	0,900	0,001	-	25,246	11,914	28,732	16,297
(3) Dens Cte	0,001	0,001	0,001	0,001	-	13,332	3,486	8,949
(3) Dens Var	0,900	0,001	0,900	0,001	0,001	-	16,818	4,383
(4) Dens Cte	0,001	0,001	0,001	0,001	0,211	0,001	-	12,435
(4) Dens Var	0,145	0,001	0,124	0,001	0,001	0,041	0,001	-

LEGENDA:

(1): $N - \zeta = H^N - H^{ort}$	 Experimentos com Diferença significativa  Experimentos sem Diferença significativa
(2): $N - \zeta = \left(\frac{\Delta_{GB}}{\bar{v}}\right) H^{ort}$	
(3): $N - \zeta = \left(\frac{\Delta_{GB}}{\bar{v}}\right) H^{ort} + \frac{V_G^T - V_P^T}{\bar{v}}$	
(4): $N - \zeta = \left(\frac{\Delta_{GB}}{\bar{v}}\right) H^{ort} + \frac{V_G^T - V_P^T}{\bar{v}} + \frac{\delta g^{-B0} - \delta g_P^{B0}}{\bar{v}} H^{ort}$	

Fonte: O Autor.

Tabela 12 – Total de experimentos, tomados 2 a 2, que apresentaram diferenças significativas entre si, no território brasileiro.



Dado	Total	Percentual
Comparações 2 x 2	28	100%
Diferenças significativas entre diferentes modelos de densidade	12	42,86%
Diferenças significativas entre os mesmos modelos de densidade, adicionando-se a CT e CG	9	32,14%
Total de experimentos com diferenças significativas	21	75,00%

Fonte: O Autor.

Figura 29 – Teste de comparação de médias de Tukey aplicado aos experimentos que calcularam a SGQG na região norte do Brasil utilizando-se diferentes modelos de densidade e adicionando-se as CT e CG.

SGQG	(1) Dens Cte	(1) Dens Var	(2) Dens Cte	(2) Dens Var	(3) Dens Cte	(3) Dens Var	(4) Dens Cte	(4) Dens Var
(1) Dens Cte	-	2,284	0,197	2,529	3,495	0,680	3,389	0,545
(1) Dens Var	0,714	-	2,090	0,245	5,779	2,964	5,673	2,829
(2) Dens Cte	0,900	0,796	-	2,335	3,688	0,873	3,582	0,738
(2) Dens Var	0,610	0,900	0,692	-	6,024	3,209	5,917	3,074
(3) Dens Cte	0,208	0,001	0,153	0,001	-	2,815	0,106	2,950
(3) Dens Var	0,900	0,420	0,900	0,311	0,489	-	2,709	0,135
(4) Dens Cte	0,243	0,002	0,181	0,001	0,900	0,534	-	2,844
(4) Dens Var	0,900	0,483	0,900	0,369	0,427	0,900	0,476	-

LEGENDA:

(1): $N - \zeta = H^N - H^{ort}$	 Experimentos com Diferença significativa  Experimentos sem Diferença significativa
(2): $N - \zeta = \left(\frac{\Delta_{GB}}{\bar{V}}\right) H^{ort}$	
(3): $N - \zeta = \left(\frac{\Delta_{GB}}{\bar{V}}\right) H^{ort} + \frac{V_{\bar{G}}^T - V_{\bar{P}}^T}{\bar{V}}$	
(4): $N - \zeta = \left(\frac{\Delta_{GB}}{\bar{V}}\right) H^{ort} + \frac{V_{\bar{G}}^T - V_{\bar{P}}^T}{\bar{V}} + \frac{\delta_{\bar{G}}^{-BO} - \delta_{\bar{G}}^{BO}}{\bar{V}} H^{ort}$	

Fonte: O Autor.

Tabela 13 – Total de experimentos, tomados 2 a 2, que apresentaram diferenças significativas entre si, na região norte do Brasil.



Dado	Total	Percentual
Comparações 2 x 2	28	100%
Diferenças significativas entre diferentes modelos de densidade	4	14,29%
Diferenças significativas entre os mesmos modelos de densidade, adicionando-se a CT e CG	0	0,00%
Total de experimentos com diferenças significativas	4	14,29%

Fonte: O Autor.

Figura 30 – Teste de comparação de médias de Tukey aplicado aos experimentos que calcularam a SGQG na região nordeste do Brasil utilizando-se diferentes modelos de densidade e adicionando-se as CT e CG.

SGQG	(1) Dens Cte	(1) Dens Var	(2) Dens Cte	(2) Dens Var	(3) Dens Cte	(3) Dens Var	(4) Dens Cte	(4) Dens Var
(1) Dens Cte	-	6,3064	0,186	6,552	4,526	2,191	5,459	1,292
(1) Dens Var	0,001	-	6,120	0,246	10,832	4,115	11,765	5,015
(2) Dens Cte	0,900	0,001	-	6,366	4,712	2,005	5,645	1,105
(2) Dens Var	0,001	0,900	0,001	-	11,078	4,361	12,011	5,260
(3) Dens Cte	0,030	0,001	0,020	0,001	-	6,717	0,933	5,818
(3) Dens Var	0,753	0,071	0,832	0,043	0,001	-	7,650	0,900
(4) Dens Cte	0,003	0,001	0,002	0,001	0,900	0,001	-	6,750
(4) Dens Var	0,900	0,009	0,900	0,005	0,001	0,900	0,001	-

LEGENDA:

(1): $N - \zeta = H^N - H^{ort}$	 Experimentos com Diferença significativa  Experimentos sem Diferença significativa
(2): $N - \zeta = \left(\frac{\Delta g_B}{\bar{v}}\right) H^{ort}$	
(3): $N - \zeta = \left(\frac{\Delta g_B}{\bar{v}}\right) H^{ort} + \frac{V_g^T - V_p^T}{\bar{v}}$	
(4): $N - \zeta = \left(\frac{\Delta g_B}{\bar{v}}\right) H^{ort} + \frac{V_g^T - V_p^T}{\bar{v}} + \frac{\delta g^{-BO} - \delta g_P^{BO}}{\bar{v}} H^{ort}$	

Fonte: O Autor.

Tabela 14 – Total de experimentos, tomados 2 a 2, que apresentaram diferenças significativas entre si, na região nordeste do Brasil.



Dado	Total	Percentual
Comparações 2 x 2	28	100%
Diferenças significativas entre diferentes modelos de densidade	11	39,29%
Diferenças significativas entre os mesmos modelos de densidade, adicionando-se a CT e CG	8	28,57%
Total de experimentos com diferenças significativas	19	67,86%

Fonte: O Autor.

Figura 31 – Teste de comparação de médias de Tukey aplicado aos experimentos que calcularam a SGQG na região centro-oeste do Brasil utilizando-se diferentes modelos de densidade e adicionando-se as CT e CG.

SGQG	(1) Dens Cte	(1) Dens Var	(2) Dens Cte	(2) Dens Var	(3) Dens Cte	(3) Dens Var	(4) Dens Cte	(4) Dens Var
(1) Dens Cte	-	13,285	0,005	13,290	8,878	5,350	11,537	2,690
(1) Dens Var	0,001	-	13,280	0,005	22,163	7,935	24,822	10,595
(2) Dens Cte	0,900	0,001	-	13,285	8,883	5,345	11,542	2,685
(2) Dens Var	0,001	0,900	0,001	-	22,168	7,940	24,826	10,600
(3) Dens Cte	0,001	0,001	0,001	0,001	-	14,228	2,629	11,568
(3) Dens Var	0,004	0,001	0,004	0,001	0,001	-	16,886	2,660
(4) Dens Cte	0,001	0,001	0,001	0,001	0,556	0,001	-	14,226
(4) Dens Var	0,542	0,001	0,545	0,001	0,001	0,555	0,001	-

LEGENDA:

(1): $N - \zeta = H^N - H^{ort}$	 Experimentos com Diferença significativa  Experimentos sem Diferença significativa
(2): $N - \zeta = \left(\frac{\Delta g_B}{\bar{v}}\right) H^{ort}$	
(3): $N - \zeta = \left(\frac{\Delta g_B}{\bar{v}}\right) H^{ort} + \frac{V_g^T - V_P^T}{\bar{v}}$	
(4): $N - \zeta = \left(\frac{\Delta g_B}{\bar{v}}\right) H^{ort} + \frac{V_g^T - V_P^T}{\bar{v}} + \frac{\delta g^{-BO} - \delta g_P^{BO}}{\bar{v}} H^{ort}$	

Fonte: O Autor.

Tabela 15 – Total de experimentos, tomados 2 a 2, que apresentaram diferenças significativas entre si, na região centro-oeste do Brasil.



Dado	Total	Percentual
Comparações 2 x 2	28	100%
Diferenças significativas entre diferentes modelos de densidade	14	50,00%
Diferenças significativas entre os mesmos modelos de densidade, adicionando-se a CT e CG	8	28,57%
Total de experimentos com diferenças significativas	22	78,57%

Fonte: O Autor.

Figura 32 – Teste de comparação de médias de Tukey aplicado aos experimentos que calcularam a SGQG na região sudeste do Brasil utilizando-se diferentes modelos de densidade e adicionando-se as CT e CG.

SGQG	(1) Dens Cte	(1) Dens Var	(2) Dens Cte	(2) Dens Var	(3) Dens Cte	(3) Dens Var	(4) Dens Cte	(4) Dens Var
(1) Dens Cte	-	4,648	0,037	4,699	8,817	3,877	12,845	7,902
(1) Dens Var	0,023	-	4,611	0,051	13,465	8,525	17,493	12,550
(2) Dens Cte	0,900	0,025	-	4,663	8,853	3,914	12,882	7,939
(2) Dens Var	0,020	0,900	0,022	-	13,516	8,577	17,545	12,602
(3) Dens Cte	0,001	0,001	0,001	0,001	-	4,939	4,029	0,914
(3) Dens Var	0,111	0,001	0,103	0,001	0,011	-	8,968	4,025
(4) Dens Cte	0,001	0,001	0,001	0,001	0,084	0,001	-	4,943
(4) Dens Var	0,001	0,001	0,001	0,001	0,900	0,084	0,011	-

LEGENDA:

(1): $N - \zeta = H^N - H^{ort}$	 Experimentos com Diferença significativa  Experimentos sem Diferença significativa
(2): $N - \zeta = \left(\frac{\Delta_{GB}}{\bar{y}}\right) H^{ort}$	
(3): $N - \zeta = \left(\frac{\Delta_{GB}}{\bar{y}}\right) H^{ort} + \frac{V_E^T - V_P^T}{\bar{y}}$	
(4): $N - \zeta = \left(\frac{\Delta_{GB}}{\bar{y}}\right) H^{ort} + \frac{V_E^T - V_P^T}{\bar{y}} + \frac{\delta_g^{-BO} - \delta_{g_P}^{BO}}{\bar{y}} H^{ort}$	

Fonte: O Autor.

Tabela 16 – Total de experimentos, tomados 2 a 2, que apresentaram diferenças significativas entre si, na região sudeste do Brasil.



Dado	Total	Percentual
Comparações 2 x 2	28	100%
Diferenças significativas entre diferentes modelos de densidade	12	42,86%
Diferenças significativas entre os mesmos modelos de densidade, adicionando-se a CT e CG	10	35,72%
Total de experimentos com diferenças significativas	22	78,57%

Fonte: O Autor.

Figura 33 – Teste de comparação de médias de Tukey aplicado aos experimentos que calcularam a SGQG na região sul do Brasil utilizando-se diferentes modelos de densidade e adicionando-se as CT e CG.

SGQG	(1) Dens Cte	(1) Dens Var	(2) Dens Cte	(2) Dens Var	(3) Dens Cte	(3) Dens Var	(4) Dens Cte	(4) Dens Var
(1) Dens Cte	-	1,907	0,023	1,928	4,795	2,799	6,446	4,433
(1) Dens Var	0,873	-	1,884	0,022	6,701	4,705	8,353	6,340
(2) Dens Cte	0,900	0,883	-	1,906	4,818	2,822	6,469	4,456
(2) Dens Var	0,864	0,900	0,874	-	6,723	4,727	8,375	6,362
(3) Dens Cte	0,016	0,001	0,015	0,001	-	1,996	1,651	0,362
(3) Dens Var	0,496	0,020	0,486	0,019	0,836	-	3,648	1,635
(4) Dens Cte	0,001	0,001	0,001	0,001	0,900	0,164	-	2,013
(4) Dens Var	0,037	0,001	0,035	0,001	0,900	0,900	0,828	-

LEGENDA:

(1): $N - \zeta = H^N - H^{ort}$	 Experimentos com Diferença significativa  Experimentos sem Diferença significativa
(2): $N - \zeta = \left(\frac{\Delta_{GB}}{\bar{y}}\right) H^{ort}$	
(3): $N - \zeta = \left(\frac{\Delta_{GB}}{\bar{y}}\right) H^{ort} + \frac{v_E^T - v_P^T}{\bar{y}}$	
(4): $N - \zeta = \left(\frac{\Delta_{GB}}{\bar{y}}\right) H^{ort} + \frac{v_E^T - v_P^T}{\bar{y}} + \frac{\delta_{g^{-BO}} - \delta_{g_P^{BO}}}{\bar{y}} H^{ort}$	

Fonte: O Autor.

Tabela 17 – Total de experimentos, tomados 2 a 2, que apresentaram diferenças significativas entre si, na região sul do Brasil.

Dado	Total	Percentual
Comparações 2 x 2	28	100%
Diferenças significativas entre diferentes modelos de densidade	6	21,43%
Diferenças significativas entre os mesmos modelos de densidade, adicionando-se a CT e CG	8	28,57%
Total de experimentos com diferenças significativas	14	50,00%

Fonte: O Autor.

5 CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES

Dentro do contexto do presente estudo, verificou-se que o cálculo da SGQG pelo 1º termo da equação proposta por Sjöberg (2010), que faz uso da anomalia simplificada de Bouguer, comparado à simples diferença entre as altitudes ortométricas e normais apresentaram valores similares. A parcela da SGQG correspondente à anomalia simplificada de Bouguer, no Brasil, correspondeu, em média, a 92,5% do total nos dois modelos de densidade adotados. Ao introduzir os valores das correções do terreno e gravimétrica, verifica-se uma diferença entre os valores calculados.

A primeira correção teve maior impacto, percentualmente, na região sul, correspondendo a 6,9% da SGQG, sendo que a contribuição numérica desta foi de ordem centimétrica em regiões de maiores altitudes, como é o caso das regiões sudeste e centro-oeste, onde a SGQG ultrapassa os 0,250 m, chegando a quase 0,300 m, de acordo com os dados utilizados nos experimentos. A segunda correção adicionou valores de ordem milimétrica (abaixo de 1 cm) à SGQG em 54.919 das 55.215 EEGG utilizadas, ou seja, 99,46% das estações, sendo mais representativa, também, na região sul do Brasil. A combinação das duas correções nesta região representou 10,8% do total da SGQG, baseado nos dados utilizados, levando à conclusão de que a 4ª metodologia é a mais recomendada por introduzir variáveis que levam à valores mais realistas da SGQG.

A introdução do modelo de densidade variável no cálculo da SGQG, nacionalmente, produziu resultados próximos às altitudes normais e ao modelo de densidade constante, estando dentro das perspectivas do IBGE com a implantação do sistema de altitudes normais no Brasil. A maior diferença observada entre os RMS das SGQG calculadas foi da ordem de 9,1% na região centro-oeste. O modelo de densidade variável diferiu quantitativamente, em média, cerca de 0,004 m do modelo de densidade constante, com uma diferença máxima de 0,066 m, estando condizente com os resultados obtidos por Tenzer et al (2021), que calcularam o valor da SGQG globalmente, com uma diferença média estimada de 0,020 m entre os dois modelos, com um desvio padrão variando de 0,050 a 0,100 m dentro do território brasileiro.

Os maiores valores de SGQG foram observados nas regiões centro-oeste e sudeste devido às maiores elevações destas regiões, nos dois modelos adotados. Estes resultados condizem com a análise de correlação realizada, onde constata-se

que a SGQG apresenta correlação muito forte com a altitude e muito fraca com a densidade.

Conclui-se, com base nos resultados obtidos e na análise estatística realizada através do teste de comparações múltiplas de Tukey, que tanto a densidade variável como as correções topográfica e gravimétrica não podem ser desconsideradas. A adoção do modelo variável de densidades e destas correções no cálculo da SGQG produziu resultados estatisticamente significativos na maioria dos experimentos analisados, principalmente em regiões com maiores elevações, como o sudeste e centro-oeste do Brasil, concordando com as previsões de Flury e Rummel (2009) e Sjöberg (2010).

Como recomendação para futuros trabalhos, é desejável a aplicação da metodologia proposta em regiões, dentro do território nacional, de maiores altitudes, uma vez que as EEGG disponíveis, selecionadas e utilizadas não dispõem de tal característica, ficando abaixo dos 2.000 m de altitude. Sugere-se realizar o mesmo experimento introduzindo as estações SAT-GPS e referência de nível (RN) disponíveis no BDG do IBGE com altitudes maiores do que as disponibilizadas pelas EEGG, associando um dado gravimétrico às mesmas.

Sugere-se, ainda, o teste de outras metodologias para o cálculo da CT e CG, bem como a utilização de modelos digitais com resoluções melhores do que o utilizado no presente estudo, com a finalidade de ratificar ou retificar a metodologia ora empregada, introduzindo uma análise estatística para identificação e eliminação de *outliers* para identificar valores superestimados e discrepantes.

Por fim, recomenda-se a compilação de um mapa de densidades das massas topográficas de abrangência nacional em escala maior e mais detalhado, levando em consideração a influência de outros fatores como a existência de grandes massas d'água e de corpos hídricos elevados no interior dos continentes, de forma a fornecer valores de densidades mais confiáveis ao cálculo da SGQG.

REFERÊNCIAS

- ALBARICI, F. L.; FOROUGH, I.; GUIMARÃES, G. N.; SANTOS, M.; TRABANCO, J. **A New Perspective for Physical Heights in Brazil**. Boletim de Ciências Geodésicas, 25(1). 2019. DOI. 10.1590/s1982-21702019000100001.
- BLITZKOW, D.; CAMPOS, I. de O.; FREITAS, S. R. C. de. **Altitude: O que interessa e como equacionar**. Anais do I Simpósio de Ciências Geodésicas e Tecnologias da Geoinformação. Recife, 2004. Disponível em: <http://sites.poli.usp.br/ptr/ltg/FTP/altitude.pdf>. Acesso em: 15 dez. 2020.
- BLUM, M.L.B. **Processamento e Interpretação de Dados de Geofísica Aérea no Brasil Central e Sua Aplicação à Geologia Regional e à Prospecção mineral**. Instituto de Geociências. Tese de Doutorado, 229p. Universidade de Brasília. 1999
- DE LARA, R., SOUZA, S. F. de, REISS, M. L. L. **Separação Geoide-Quasegeoide e sua variação em função da densidade lateral no município de Porto Alegre-RS**. Revista Sodebras. Vol. 16, nº 180, Dez 2020. ISSN 1809-3957. DOI. 10.29367/issn.1809-3957.15.2020.180.88.
- FERRAZ, R. DA S.; SOUZA, S. F. DE. **A Influência das Edificações no Cálculo do Efeito Gravitacional das Massas Topográficas – Estudo de Caso na Cidade de Porto Alegre – RS (Brasil)**. Revista Brasileira de Cartografia, v. 73, n. 1, p. 134-149. 2021. DOI. 10.14393/rbcv73n1-55253.
- FERREIRA, V. G., FREITAS, S. R. C. de, HECK, B.. **A separação entre o geoide e o quase geoide: uma análise no contexto brasileiro**. Revista Brasileira de Cartografia n.63 Edição Especial 40 anos, p.39-50. 2011.
- FILMER, M. S.; FEATHERSTONE, W. E.; KUHN, M.. **The effect of EGM2008-based normal, normal-orthometric and Helmert orthometric height systems on the Australian levelling network**. Journal of Geodesy, v. 84, n. 8, p. 501-513. 2010. DOI. 10.1007/s00190-010-0388-0.
- FLURY, J., RUMMEL, R.. **On the geoid-quasigeoid separation in mountain areas**. Springer: Journal of Geodesy v.83, p.829-847, 2009. DOI. 10.1007/s00190-009-0302-9
- FOROUGH, I., TENZER, R.. **Comparation of different methods for estimating the geoid-to-quasi-geoid separation**. Geophysical Journal International v.210, p.1001-1020, 2017. DOI. 10.1093/gji/ggx221.
- FREIRE, A. A. R.. **Análise da aderência da rede altimétrica fundamental do Brasil às altitudes físicas empregando-se modelos globais do geopotencial**. Dissertação de Mestrado. Instituto Militar de Engenharia. 2016.
- GEMAEL, C.. **Introdução à Geodésia Física**. Ed. da UFPR. Curitiba, 2012.
- GODAH, W.; SZELACHOWSKA, M.; KRYNSKI, J.. **Accuracy assessment of GOCE-based geopotential models and their use for modelling the gravimetric**

quasigeoid-A case study for Poland. *Geodesy and cartography*, v. 63, n. 1. 2014. DOI. 10.2478/geocart-2014-0001.

GUIMARÃES, G. D. N.; BLITZKOW, D.. **Problema de valor de contorno da Geodésia: uma abordagem conceitual.** *Boletim de Ciências Geodésicas*, v. 17, n. 4, p. 607-624, 2011. DOI. 10.1590/S1982-21702011000400007.

HAMMER, S. **Terrain corrections for gravimeter stations.** *Geophysics*, v. 4, p. 184–194, 1939. DOI. <http://dx.doi.org/10.1190/1.1440495>

HEISKANEN, W. A., MORITZ, H.. **Physical Geodesy.** W.H. Freeman, San Francisco. 364p. 1967.

HEJRATI, S.; NAJAFI-ALAMDARI, M. **On The Computation Of a Precise Geoid-to-Quasigeoid Separation.** *International Archives of the Photogrammetry, Remote Sensing & Spatial Information Sciences*, v. 42, 2017. DOI. 10.5194/isprs-archives-XLII-4-W4-489-2017.

HINZE, W. J.; VON FRESE, R. R. B.; SAAD, A. H. **Gravity and magnetic exploration: Principles, practices, and applications.** Cambridge University Press. 2013.

HIRT, C., YANG, M., KUHN, M., BUCHA, B., KURZMANN, A., PAIL, R. **SRTM2gravity: an ultrahigh resolution global model of gravimetric terrain corrections.** *Geophysical Research Letters*, 46(9), 4618-4627. 2019. DOI. 10.1029/2019GL082521.

IBGE. **Reajustamento da rede altimétrica com números geopotenciais 2018.** Disponível em: <https://www.ibge.gov.br/geociencias/downloads-geociencias.html>. Acesso em: 20 jun. 2020.

IBGE. **Banco de Dados Geodésicos.** Disponível em: < <https://www.ibge.gov.br/geociencias/informacoes-sobre-posicionamento-geodesico/rede-geodesica/16327-banco-de-dados-geodesicos.html?=&t=o-que-e>>. 2020a. Acesso em 05 ago. 2020.

IBGE. **Esboço Geológico.** Disponível em: <https://atlascolar.ibge.gov.br/mapas-atlas/mapas-do-brasil/diversidade-ambiental.html>. 2020b. Acesso em: 07 ago. 2020.

JAMUR, K. P. **Análise de alternativas para a determinação dos efeitos gravitacionais de massas anômalas na Região do DVB.** Tese de Doutorado. Universidade Federal do Paraná. 2012.

KANE, M. F. **A comprehensive system of terrain corrections using a digital computer.** *Geophysics*. 455-462. 1962. DOI. 10.1190/1.1439044.

LI, J.; SHEN, W.; ZHOU, X.. **Direct regional quasi-geoid determination using EGM2008 and DEM: A case study for Mainland China and its vicinity areas.** *Geodesy and Geodynamics*, v. 6, n. 6, p. 437-443. 2015. DOI. 10.1016/j.geog.2015.12.002.

LISTING, J. B. **Über Unsere Jetzige Kenntniss der Gestalt und Grösse der Erde.** Königliche Gesellschaft der Wissenschaften, 33–98. 1873.

LUIZ, J.G.; SILVA, L.M.C. **Geofísica de Prospecção.** Belém, UFPA, Cejup, 311p. 1995.

MAROTTA, G.; ALMEIDA, Y.; CHUERUBIM, M. L.. **Análise da Influência do Valor de Densidade na Estimativa do Modelo Geoidal Local para o Distrito Federal, Brasil.** Revista Brasileira de Cartografia, v. 71, n. 4, p. 1089-1113. 2019. DOI. 10.14393/rbcv71n4-49274.

MATOS, A. C. O. C. **Implementação de modelos digitais de terreno para aplicações na área de geodésia e geofísica na América do Sul.** Tese de Doutorado. Universidade de São Paulo. 2005.

MOLODENSKY, M. S., EREMEEV V. F., YURKINA M. I. **Methods for study of the external gravitational field and figure of the Earth.** Translated from Russian. Israel program for scientific translations. Jerusalem 1962. 248 pp.

MONTGOMERY, D. C.; RUNGER, G. C.; CALADO, V. **Estatística Aplicada e Probabilidade Para Engenheiros.** Rio de Janeiro: Grupo Gen-LTC. 2000.

MONTGOMERY, D. C.; RUNGER, G. C. **Applied Statistics and Probability for Engineers.** 3^a ed. New York: John Wiley & Sons, 976 p. 2002.

MONTGOMERY, D.C.; RUNGER, G.C. **Applied Statistics and Probability for Engineers.** 3rd Edition, John Wiley & Son, Inc., Hoboken. 2003.

MUHAMMAD, S.; ZULFIQAR, A.; MUHAMMAD, A.. **Vertical gravity anomaly gradient effect of innermost zone on geoid-quasigeoid separation and an optimal integration radius in planar approximation.** Applied Geomatics, v. 2, n. 1, p. 9-19, 2010. DOI. 10.1007/s12518-010-0015-z.

MUKAKA, M. M. **A guide to appropriate use of correlation coefficient in medical research.** Malawi medical journal, v. 24, n. 3, p. 69-71. 2012.

PAGIATAKIS, S. D.; ARMENAKIS, C.. **Gravimetric geoid modelling with GIS.** International Geoid Service Bulletin, v. 8, p. 105-112. 1999.

SEIGEL, H. O.; BRCIC, I.; MISTRY, P. **A guide to high precision land gravimeter surveys.** Scintrex Limited, v. 222, n. 1, p. 1-122. 1995.

SEVERO, T. C., SOUZA, S. F. D., MATSUOKA, M. T., GEHLEN, A. K. **Estudo das correções gravimétricas para altitudes físicas aplicadas aos desníveis da RAAP.** Boletim de Ciências Geodésicas, 19(3), 472-497. 2013. DOI. 10.1590/S1982-21702013000300008.

SHARMA, P. V.. **Environmental And Engineering Geophysics.** Cambridge University Press. 475p. 1997.

SHENG, M. B., SHAW, C., VANICEK, P., KINGDON, R. W., SANTOS, M., FOROUGH, I. **Formulation and validation of a global laterally varying**

topographical density model. Tectonophysics, 762, 45-60. 2019. DOI. 10.1016/j.tecto.2019.04.005.

SJÖBERG, L. E.. **A strict formula for geoid-to-quasigeoid separation.** Springer-Verlag: Journal of Geodesy. v.84, p.699-702, 2010. DOI. 10.1007/s00190-010-0407-1.

SJÖBERG, L. E.. **On the geoid and orthometric height vs. quasigeoid and normal height.** Journal of Geodetic Science, v.8-1, p.115–120, 2018. DOI. 10.1515/jogs-2018-0011.

TENZER, R.; VANÍČEK, P.. **Correction to Helmert's orthometric height due to actual lateral variation of topographical density.** Revista Brasileira de Cartografia, v. 55, n. 2. 2003.

TENZER, R., VANÍČEK, P., SANTOS, M., FEATHERSTONE, W. E., KUHN, M. **The rigorous determination of orthometric heights.** Journal of Geodesy, 79(1), 82-92. 2005. DOI. 10.1007/s00190-005-0445-2.

TENZER, R.; VANÍČEK, P. **Geoid-Quasigeoid Correction in Formulation of the Fundamental Formula Of Physical Geodesy.** Revista Brasileira de Cartografia, v. 55, n. 1, 20 fev. 2006.

TENZER, R., SIRGUEY, P., RATTENBURY, M., NICOLSON, J.. **A digital rock density map of New Zealand.** Computers & geosciences, 37(8), 1181-1191. 2011. DOI. 10.1016/j.cageo.2010.07.010.

TENZER, R., CHEN, W., RATHNAYAKE, S., PITOŇÁK, M. **The effect of anomalous global lateral topographic density on the geoid-to-quasigeoid separation.** Journal of Geodesy, 95(1), 1-20. 2021. DOI. 10.1007/s00190-020-01457-6.

VANÍČEK, P., KINGDON, R., SANTOS, M.. **Geoid versus quasigeoid: a case of physics versus geometry.** Contributions to Geophysics and Geodesy, 42(1), 101-118. 2012. DOI. 10.2478/v10126-012-0004.

**APÊNDICE A – DENSIDADES DAS PRINCIPAIS CLASSES LITOLÓGICAS DO
ESBOÇO GEOLÓGICO DO BRASIL**

Ordem	Tipo	Classificação	DENSIDADES (Kg/m ³)			SEDIMENTO / ROCHA
			Seigel, Brcic e Mistry (1995)	Sharma 1997	Tenzer et al 2011	
1	Sedimentos	Sedimentos relativos a aluviões atuais e terraços mais antigos do Holoceno	1.800,00	-	-	Soil (Solo)
			2.000,00	1.800,00	2.048,00	Sand (Areia)
			-	-	1.390,00	Lignite (Linhito)
			-	-	1.528,00	Diatomite (Diatomito)
			-	-	1.712,00	Coal (Carvão)
			1.900,00	1.800,00	1.669,50	
2	Sedimentos	Sedimentos arenosos do Pleistoceno	-	-	1.528,00	Diatomite (Diatomito)
			-	-	1.979,00	Silte (Lodo)
			1.800,00	-	-	Soil (Solo)
			2.000,00	1.800,00	2.048,00	Sand (Areia)
			-	-	2.204,00	Mudstone (Lamito)
			-	-	2.365,00	Greensand (Areia Verde)
			1.900,00	1.800,00	2.024,80	
3	Sedimentos	Sedimentos argilosos e arenosos podendo incluir níveis carbonosos do Terciário	-	-	1.528,00	Diatomite (Diatomito)
			-	-	1.979,00	Silte (Lodo)
			2.000,00	1.800,00	2.048,00	Sand (Areia)
			1.800,00	-	-	Soil (Solo)
			2.115,00	-	2.067,00	Clay (Argila)
			-	-	2.204,00	Mudstone (Lamito)
			2.485,00	2.525,00	2.335,00	Shale (Folhelo)
			-	-	2.365,00	Greensand (Areia Verde)
			2.185,00	2.388,00	2.463,00	Sandstone (Arenito)
			2.415,00	2.625,00	2.484,00	Limestone (Calcario)
2.166,67	2.334,50	2.163,67				
4	Rochas Sedimentares	Rochas sedimentares: argilitos, arenitos e conglomerados	2.000,00	1.800,00	2.048,00	Sand (Areia)
			-	-	2.067,00	Claystone (Mudrock)
			-	-	2.204,00	Mudstone (Lamito)
			2.050,00	-	2.309,00	Gravel (Cascalho)
			2.485,00	2.525,00	2.335,00	Shale (Folhelo)
			-	-	2.347,00	Siltstone (Siltito)
			-	-	2.365,00	Greensand (Areia Verde)
			2.185,00	2.388,00	2.463,00	Sandstone (Arenito)
			-	-	2.570,00	Conglomerate (Conglomerados)
			2.650,00	-	2.639,00	Greywacke (Grauvaca)
			-	-	2.691,00	Argillite (Argilito)
			2.274,00	2.237,67	2.367,09	

5	Rochas Sedimentares	Rochas sedimentares: arenitos, argilitos e conglomerados	2.000,00	1.800,00	2.048,00	Sand (Areia)
			-	-	2.067,00	Claystone (Mudrock)
			-	-	2.204,00	Mudstone (Lamito)
			2.050,00	-	2.309,00	Gravel (Cascalho)
			2.485,00	2.525,00	2.335,00	Shale (Folhelo)
			-	-	2.347,00	Siltstone (Siltito)
			-	-	2.365,00	Greensand (Areia Verde)
			2.185,00	2.388,00	2.463,00	Sandstone (Arenito)
			-	-	2.570,00	Conglomerate (Conglomerados)
			2.650,00	-	2.639,00	Greywacke (Grauvaca)
			-	-	2.691,00	Argillite (Argilito)
2.274,00	2.237,67	2.367,09				
6	Rochas Sedimentares	Rochas sedimentares de granulometria grossa podendo incluir rochas vulcânicas	-	-	2.291,00	Breccia (Brecha)
			2.050,00	-	2.309,00	Gravel (Cascalho)
			2.590,00	-	-	Dolomite (Dolomita)
			-	-	2.347,00	Siltstone (Siltito)
			2.185,00	2.388,00	2.463,00	Sandstone (Arenito)
			2.415,00	2.625,00	2.484,00	Limestone (Calcario)
			-	-	2.570,00	Conglomerate (Conglomerados)
			-	-	2.691,00	Argillite (Argilito)
2.310,00	2.506,50	2.450,71				
7	Rochas Metamórficas	Rochas de metamorfismo incipiente a baixo em sedimentos arenosos e argilocarbonáticos	2.000,00	1.800,00	2.048,00	Sand (Areia)
			-	-	2.204,00	Mudstone (Lamito)
			2.485,00	2.525,00	2.335,00	Shale (Folhelo)
			2.590,00	-	-	Dolomite (Dolomita)
			2.185,00	2.388,00	2.463,00	Sandstone (Arenito)
			2.415,00	2.625,00	2.484,00	Limestone (Calcario)
			-	-	2.510,00	Sínter (Sínter Calcáreo)
			2.750,00	-	2.716,00	Marble (Mármore)
2.404,17	2.334,50	2.394,29				
8	Rochas Metamórficas	Rochas de metamorfismo baixo a médio em sedimentos arenosos a argilocarbonáticos	2.000,00	1.800,00	2.048,00	Sand (Areia)
			-	-	2.204,00	Mudstone (Lamito)
			2.485,00	2.525,00	2.335,00	Shale (Folhelo)
			2.590,00	-	-	Dolomite (Dolomita)
			2.185,00	2.388,00	2.463,00	Sandstone (Arenito)
			2.415,00	2.625,00	2.484,00	Limestone (Calcario)
			-	-	2.510,00	Sínter (Sínter Calcáreo)
			2.600,00	2.650,00	2.612,00	Quartzite (Quartzo)
			2.750,00	-	2.716,00	Marble (Mármore)
2.432,14	2.397,60	2.421,50				

9	Rochas Metamórficas	Rochas sedimentares arenosos e folhelhos metamorizados e retrabalhados no paleoproterozoico	-	-	2.204,00	Mudstone (Lamito)
			2.485,00	2.525,00	2.335,00	Shale (Folhelo)
			2.800,00	-	-	Slate
			-	-	2.365,00	Greensand (Areia Verde)
			2.185,00	2.388,00	2.463,00	Sandstone (Arenito)
			2.650,00	-	2.639,00	Greywacke (Grauvaca)
			2.530,00	2.456,50	2.401,20	
10	Rochas Metamórficas	Rochas areníticas e folhelhos metamorizadas	-	-	2.204,00	Mudstone (Lamito)
			2.485,00	2.525,00	2.335,00	Shale (Folhelo)
			2.800,00	-	-	Slate
			-	-	2.365,00	Greensand (Areia Verde)
			2.185,00	2.388,00	2.463,00	Sandstone (Arenito)
			2.650,00	-	2.639,00	Greywacke (Grauvaca)
			2.530,00	2.456,50	2.401,20	
11	Rochas Metamórficas	Rochas sedimentares e vulcanossedimentares de grau metamórfico baixo a médio	-	-	1.986,00	Pyroclastic (Rocha Piroclastica)
			-	-	2.757,00	Mylonite (Mylonito)
			2.795,00	2.750,00	2.812,00	Gneiss (Gnaisse)
			2.795,00	2.750,00	2.518,33	
12	Rochas Metamórficas	Rochas metamórficas de origem sedimentar de baixo a médio grau metamórfico	-	-	1.986,00	Pyroclastic (Rocha Piroclastica)
			2.600,00	2.650,00	2.612,00	Quartzite (Quartzo)
			2.645,00	-	2.732,00	Schist (Xisto)
			-	-	2.757,00	Mylonite (Mylonito)
			2.622,50	2.650,00	2.521,75	
13	Rochas Metamórficas	Rochas de textura gnáissica de médio a alto grau metamórfico, origem magmática ou sedimentar	-	-	2.757,00	Mylonite (Mylonito)
			-	-	2.765,00	Granulite (Granulito)
			-	-	2.800,00	Hornfels (Corneana)
			2.795,00	2.750,00	2.812,00	Gneiss (Gnaisse)
			2.970,00	-	2.892,00	Amphibolite (Anfibolito)
			2.882,50	2.750,00	2.805,20	
14	Rochas Metamórficas	Rochas de textura gnáissica de origem magmática e/ou sedimentar de médio grau metamórfico e rochas graníticas desenvolvidas durante o tectonismo	-	-	2.757,00	Mylonite (Mylonito)
			-	-	2.765,00	Granulite (Granulito)
			-	-	2.800,00	Hornfels (Corneana)
			2.795,00	2.750,00	2.812,00	Gneiss (Gnaisse)
			2.970,00	-	2.892,00	Amphibolite (Anfibolito)
			2.882,50	2.750,00	2.805,20	

15	Rochas Metamórficas	Rochas de textura gnáissica de origem magmática e/ou sedimentar de médio a alto grau metamórfico e rochas graníticas desenvolvidas durante o tectonismo	-	-	2.757,00	Mylonite (Mylonito)
			-	-	2.765,00	Granulite (Granulito)
			-	-	2.800,00	Hornfels (Corneana)
			2.795,00	2.750,00	2.812,00	Gneiss (Gnaisse)
			2.970,00	-	2.892,00	Amphibolite (Anfibolito)
			2.882,50	2.750,00	2.805,20	
16	Rochas Metamórficas	Rochas máfica-ultramáficas metamorfizadas	2.750,00	2.600,00	2.634,00	Serpentinite (Serpentinito)
			-	-	2.800,00	Hornfels (Corneana)
			3.370,00	3.395,00	-	Eclogite
			-	-	2.923,00	Greenschist (Xisto Verde)
			-	-	2.955,00	Metavolcanic (Rocha Metavulcanica)
			3.075,00	3.215,00	3.093,00	Peridotite (Peridotito)
			-	-	3.122,00	Pyroxenite (Piroxenito)
			-	-	3.288,00	Ultramafic (Ultramáficas)
			3.065,00	3.070,00	2.973,57	
17	Rochas Metamórficas	Rochas verdes (greenstone belt)	2.970,00	-	2.892,00	Amphibolite (Anfibolito)
			-	-	2.923,00	Greenschist (Xisto Verde)
			-	-	2.955,00	Metavolcanic (Rocha Metavulcanica)
			-	-	3.122,00	Pyroxenite (Piroxenito)
			-	3.215,00	-	Peridotite (Peridotito)
			-	3.255,00	-	Dunite (Dunito)
			3.370,00	3.395,00	-	Eclogite
			3.135,00	3.233,75	2.973,11	
18	Rochas Metamórficas	Rochas graníticas e rochas verdes (greenstone belt)	2.655,00	2.665,00	2.640,00	Granite (Granito)
			2.970,00	-	2.892,00	Amphibolite (Anfibolito)
			-	-	2.923,00	Greenschist (Xisto Verde)
			-	-	2.955,00	Metavolcanic (Rocha Metavulcanica)
			-	-	3.122,00	Pyroxenite (Piroxenito)
			-	3.215,00	-	Peridotite (Peridotito)
			-	3.255,00	-	Dunite (Dunito)
			3.370,00	3.395,00	-	Eclogite
2.998,33	3.132,50	2.906,40				
19	Rochas Ígneas	Rochas vulcânicas félsicas	2.525,00	-	2.207,00	Rhyolite (Riolito)
			-	-	2.402,00	Dacite (Dacito)
			2.705,00	-	-	Acid Igneous
			2.790,00	-	-	Quartzdiorite
			2.655,00	2.665,00	2.640,00	Granite (Granito)
			2.730,00	2.730,00	2.681,00	Granodiorite (Granodiorito)
			2.855,00	-	2.797,00	Diorite (Diorito)
2.710,00	2.697,50	2.545,40				

20	Rochas Ígneas	Rochas intrusivas, principalmente diques de composição cálcio-alcalinas e corpos circulares de composição alcalina e kimberlítica	-	-	2.402,00	Dacite (Dacito)
			-	-	2.591,00	Trachyte (Traquito)
			2.655,00	2.665,00	2.640,00	Granite (Granito)
			2.730,00	2.730,00	2.681,00	Granodiorite (Granodiorito)
			2.765,00	-	2.719,00	Syenite (Sienito)
			2.850,00	2.950,00	2.749,00	Dolerite (Diabase)
			2.790,00	-		Quartzdiorite
			2.745,00	-		Porphyry (Pórfiro)
			2.855,00	-	2.797,00	Diorite (Diorito)
			3.100,00	2.985,00	2.884,00	Gabbro (Gabro)
			-	-	2.910,00	Lamprophyre (Lamprófiro)
			3.075,00	3.215,00	3.093,00	Peridotite (Peridotito)
			-	-	3.122,00	Pyroxenite (Piroxenito)
			2.840,56	2.909,00	2.780,73	
21	Rochas Ígneas	Rochas magmáticas	2.525,00		2.207,00	Rhyolite (Riolito)
					2.402,00	Dacite (Dacito)
					2.536,00	Phonolite (Fonolito)
			2.600,00		2.565,00	Andesite (Andesito)
					2.591,00	Trachyte (Traquito)
			2.655,00	2.665,00	2.640,00	Granite (Granito)
			2.730,00	2.730,00	2.681,00	Granodiorite (Granodiorito)
				3.255,00		Dunite (Dunito)
			2.705,00			Acid Igneous
			2.790,00			Quartzdiorite
			2.745,00			Porphyry (Pórfiro)
			2.765,00		2.719,00	Syenite (Sienito)
			2.850,00	2.950,00	2.749,00	Dolerite (Diabase)
			3.000,00	3.000,00	2.768,00	Basalt (Basalto)
			2.855,00		2.797,00	Diorite (Diorito)
					2.863,00	Spilite (spilito)
			3.100,00	2.985,00	2.884,00	Gabbro (Gabro)
					2.910,00	Lamprophyre (Lamprófiro)
			3.075,00	3.215,00	3.093,00	Peridotite (Peridotito)
					3.122,00	Pyroxenite (Piroxenito)
		3.288,00	Ultramafic (Ultramáficas)			
2.799,62	2.971,43	2.753,82				

22	Rocha Ígneas	Rochas magmáticas de origem extrusiva e intrusiva de composição félsica e máfica (posicionadas no final ou após o tectonismo)	2.525,00		2.207,00	Rhyolite (Riolito)
					2.402,00	Dacite (Dacito)
					2.536,00	Phonolite (Fonolito)
			2.600,00		2.565,00	Andesite (Andesito)
					2.591,00	Trachyte (Traquito)
			2.655,00	2.665,00	2.640,00	Granite (Granito)
			2.730,00	2.730,00	2.681,00	Granodiorite (Granodiorito)
			2.705,00			Acid Igneous
				3.255,00		Dunite (Dunito)
			2.790,00			Quartzdiorite
			2.765,00		2.719,00	Syenite (Sienito)
			2.850,00	2.950,00	2.749,00	Dolerite (Diabase)
			3.000,00	3.000,00	2.768,00	Basalt (Basalto)
			2.855,00		2.797,00	Diorite (Diorito)
					2.863,00	Spillite (spillito)
			3.100,00	2.985,00	2.884,00	Gabbro (Gabro)
					2.910,00	Lamprophyre (Lamprófiro)
			3.075,00	3.215,00	3.093,00	Peridotite (Peridotito)
					3.122,00	Pyroxenite (Piroxenito)
					3.288,00	Ultramafic (Ultramáficas)
		2.804,17	2.971,43	2.753,82		
23	Rocha Ígneas	Rochas magmáticas de composição félsica e máfica	2.525,00		2.207,00	Rhyolite (Riolito)
					2.402,00	Dacite (Dacito)
					2.536,00	Phonolite (Fonolito)
					2.591,00	Trachyte (Traquito)
			2.655,00	2.665,00	2.640,00	Granite (Granito)
			2.730,00	2.730,00	2.681,00	Granodiorite (Granodiorito)
			2.765,00		2.719,00	Syenite (Sienito)
			2.705,00			Acid Igneous
			2.705,00			Acid Igneous
				3.255,00		Dunite (Dunito)
			2.850,00	2.950,00	2.749,00	Dolerite (Diabase)
			2.790,00			Quartzdiorite
			3.000,00	3.000,00	2.768,00	Basalt (Basalto)
			2.855,00		2.797,00	Diorite (Diorito)
					2.863,00	Spillite (spillito)
			3.100,00	2.985,00	2.884,00	Gabbro (Gabro)
					2.910,00	Lamprophyre (Lamprófiro)
			3.075,00	3.215,00	3.093,00	Peridotite (Peridotito)
					3.122,00	Pyroxenite (Piroxenito)
					3.288,00	Ultramafic (Ultramáficas)
		2.812,92	2.971,43	2.765,63		

24	Rocha Ígnea	Rochas vulcânicas máficas	2.850,00	2.950,00	2.749,00	Dolerite (Diabase)
			3.000,00	3.000,00	2.768,00	Basalt (Basalto)
			2.855,00		2.797,00	Diorite (Diorito)
			3.100,00	2.985,00	2.884,00	Gabbro (Gabro)
				3.255,00		Dunite (Dunito)
					2.910,00	Lamprophyre (Lamprófiro)
			3.075,00	3.215,00	3.093,00	Peridotite (Peridotito)
					3.122,00	Pyroxenite (Piroxenito)
					3.288,00	Ultramafic (Ultramáficas)
			2.976,00	3.081,00	2.951,38	

Fonte: Elaboração Própria.