



Instituto de
MATEMÁTICA
E ESTATÍSTICA



UFRGS

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL

INSTITUTO DE MATEMÁTICA E ESTATÍSTICA

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA

**A APRENDIZAGEM DE MÚLTIPLOS E DIVISORES: COOPERAÇÃO E
RECURSOS DIGITAIS**

VICTOR RICARDO CORONEL FLORES

Porto Alegre
2021

VICTOR RICARDO CORONEL FLORES

**A APRENDIZAGEM DE MÚLTIPLOS E DIVISORES: COOPERAÇÃO E
RECURSOS DIGITAIS**

Trabalho de Conclusão de Curso de Graduação apresentado ao Departamento de Matemática Pura e Aplicada do Instituto de Matemática e Estatística da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, como requisito parcial para obtenção do grau de Licenciado em Matemática.

Orientador: Prof. Dr. Vandoir Stormowski

Porto Alegre
2021

Instituto de Matemática e Estatística
Departamento de Matemática

**A APRENDIZAGEM DE MÚLTIPLOS E DIVISORES: COOPERAÇÃO E
RECURSOS DIGITAIS**
Victor Ricardo Coronel Flores

Aprovado em:

Banco examinador:

Prof. Dr. Vandoir Stormowski – Orientador
UFRGS

Prof^a. Dra. Débora da Silva Soares
UFRGS

Prof^a. Dra. Maria Cecilia Bueno Fischer
UFRGS

AGRADECIMENTOS

Gostaria de começar agradecendo a minha mãe, Elizabeth Flores, por ter me apoiado e me incentivado todo caminho da graduação, ao meu pai, Victor Coronel, com saudade por ter me mostrado a importância dos estudos e ao meu irmão Victor Manuel por me fazer enxergar que a dedicação traz lindas recompensas.

Uma pessoa que também me acompanhou e me ajudou por toda essa jornada de graduação foi minha namorada e companheira Taianny Machado. Contigo aprendi que controlamos a tempestade que há dentro de nós. Obrigado por me dar a força necessária para vencer os obstáculos que enfrentei.

Agradeço aos meus amigos e colegas do curso de matemática: Leonardo Muniz, Mauricio Dieckman, Matheus Dauã, Felipe Borges, Filipe Marques e em especial Mayara Becker por ter me apoiado até o último momento do curso. Além da minha amiga Jacqueline Bazan por me auxiliar nos estudos desde minha infância. Com certeza, eu não estaria aqui se não fosse por vocês.

Sou muito grato ao professor Vandoir Stormowski por ter aceitado ser meu orientador neste trabalho e por toda a disposição e paciência comigo ao longo dos semestres. Também agradeço aos outros professores com quem aprendi durante as etapas da graduação; em especial as professoras Débora Silva e Maria Cecília Fischer por avaliarem este trabalho e contribuírem para sua melhora.

Por fim, deixo meu agradecimento à Universidade Federal do Rio Grande Do Sul, em especial ao corpo docente do Instituto de Matemática e Estatística e Faculdade de Educação, pela oportunidade de formação gratuita e de qualidade.

Dedico este trabalho às pessoas que acham inviável escrever longos textos. Deste modo, apresento que atitudes podem gerar efeitos surpreendentes.

RESUMO

O presente trabalho de conclusão de curso apresenta uma forma de ensino de múltiplos e divisores, sustentado na cooperação em grupos, por meio de recursos digitais, em uma turma do Ensino Fundamental. Nos últimos anos presenciamos ainda o pouco uso de modelos diferentes aos convencionais no ensino da matemática, divergindo dos alunos que estão acostumados a ambientes interativos, sejam eles virtuais ou presenciais. Impulsionado pelo progresso feito no uso da tecnologia na educação, o método *Peer Instruction* tornou-se uma alternativa para propiciar a interação entre alunos, professores, tecnologia, ensino e aprendizagem. Por meio de uma sequência de perguntas de múltipla escolha, podemos ceder aos estudantes momentos de trabalho coletivo, interação entre pares e experimentações sobre a ideia de conceitos de múltiplos e divisores. Caracterizamos o presente estudo em um viés metodológico qualitativo que consistiu na elaboração, aplicação e reflexão das perguntas da atividade sobre o tema. Os dados analisados foram produzidos a partir da justificativa escrita pelos estudantes, bem como de observações por meio de fotos, capturas de telas e diário de campo. O conceito de cooperação de Jean Piaget, que foi utilizado como fundamentação teórica desse estudo tem a finalidade de analisar o trabalho coletivo dos alunos durante as questões matemáticas apresentadas. Assim, direcionando o conhecimento em ações de interação entre aluno-aluno no processo de aprendizagem. O uso do aplicativo *Plickers* recebe destaque nesse estudo, já que por meio do seu uso o professor apresenta as questões matemáticas e consegue respostas imediatas dos estudantes. Por fim, verificamos que a partir da análise dos dados, se apresentam ações cooperativas com frequência entre os pares ou grupos, o que propicia o processo de aprendizagem matemática.

Palavras-chave: Ensino da Matemática; *Peer Instruction*; Aplicativo *Plickers*; Cooperação; Múltiplos e Divisores.

RESUMEN

El presente trabajo de conclusión del curso presenta un método de aprendizaje de múltiplos y divisores, sustentado en la cooperación en grupos, a través de recursos digitales, en una clase de primaria. En los últimos años hemos visto poco uso de modelos distintos a los convencionales en la enseñanza de las matemáticas, divergiendo de los estudiantes acostumbrados a entornos interactivos, ya sean virtuales o presenciales. Impulsado por el progreso logrado en el uso de la tecnología en la educación, el método *Peer Instruction* se ha convertido en una alternativa para propiciar la interacción entre estudiantes, maestros, tecnología, enseñanza y aprendizaje. Por medio de una secuencia de preguntas de opción múltiple, brindamos a los estudiantes momentos de trabajo colectivo, interacción entre pares y experimentos sobre la idea de conceptos de múltiplos y divisores. Caracterizamos el presente estudio en un sesgo metodológico cualitativo que consistió en la elaboración, aplicación y reflexión de las preguntas de la actividad sobre el tema. Los datos analizados se elaboraron a partir de la justificación redactada por los alumnos, así como a partir de observaciones a través de fotografías, capturas de pantalla y diario de campo. El concepto de cooperación de Jean Piaget, que sirvió de base teórica para este estudio, tiene como objetivo analizar el trabajo colectivo de los estudiantes durante las preguntas matemáticas presentadas. Así, el conocimiento se dirige a acciones de interacción alumno-alumno en el proceso de aprendizaje. En este estudio se destaca el uso de la aplicación *Plickers*, ya que mediante su uso el docente presenta las preguntas matemáticas y obtiene respuestas inmediatas de los estudiantes. Finalmente, encontramos que a partir del análisis de datos, las acciones cooperativas suelen presentarse entre parejas o grupos, lo que proporciona el proceso de aprendizaje matemático.

Palavras-chave: Enseñanza de las matemáticas; *Peer Instruction*; Aplicación *Plickers*; Cooperación; Múltiplos y Divisores.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Método <i>Peer Instruction</i> _____	23
Figura 2 – .Biblioteca de questão do site <i>Plickers</i> _____	25
Figura 3 – Exemplo de um cartão numero 3_____	26
Figura 4 – Professor obtendo respostas dos alunos_____	26
Figura 5 –Aluna explicando a resolução de um problema no papel pard_____	32
Figura 6 – Resposta do aluno C_____	33
Figura 7 – Resposta do aluno I_____	34
Figura 8 – Questão da Olimpíada Brasileira de Matemática_____	36
Figura 9 – Resposta da aluna F_____	37
Figura 10– <i>Print</i> da votação, momento 2 método <i>Peer Instruction</i> _____	38
Figura 11 – <i>Print</i> da votação, momento 4 método <i>Peer Instruction</i> _____	39
Figura 12 – Resposta do aluno H_____	39

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO	10
2. REFERENCIAL TEÓRICO	14
2.1 Aprendizagem de Múltiplos e Divisores de Um Número Natural	15
2.2 Trabalho em Ambiente Cooperativo ou Colaborativo?	17
2.3 O Método <i>Peer Instruction</i>	21
2.4 O Aplicativo <i>Plickers</i>	24
3. METODOLOGIA	28
4. SÍNTESE DO RELATO E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS	31
5. CONSIDERAÇÕES FINAIS	42
6. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	45
APÊNDICE A- TERMO DE CONSENTIMENTO INFORMADO	49
APÊNDICE B- TERMO DA CONCORDÂNCIA DA INSTITUIÇÃO	50
APÊNDICE C- QUESTIONÁRIO	51

1. INTRODUÇÃO:

Gostar de ensinar, contribuir para o desenvolvimento pessoal e ter uma relação de diálogo com os alunos são as minhas motivações para trilhar uma carreira docente. Foi na Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul (PUCRS) onde iniciei o curso de Licenciatura em Matemática. A aproximação com a realidade escolar se iniciou no Projeto Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência (PIBID), em 2012 e continuou quando ingressei no mesmo curso na Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS). Meus relacionamentos com o ambiente escolar e acadêmico me permitiram explorar ideias que geraram resultados empíricos a respeito da aprendizagem de cooperação/colaboração dos alunos em sala de aula. Foi na Universidade Federal, no primeiro semestre de Licenciatura em Matemática, que tive a certeza que o tema do meu trabalho de conclusão de curso seria relacionado ao uso de tecnologias digitais em sala de aula para o ensino e a aprendizagem de matemática. No início do curso tive a oportunidade de realizar a disciplina Computador na Matemática Elementar I, além disso, na sétima etapa da graduação cursei a disciplina de Laboratório de Prática de Ensino-Aprendizagem em Matemática III, na qual tive a oportunidade de trabalhar com dois colegas que me apresentaram o aplicativo *Plickers* e o método *Peer Instruction*, logo percebi o potencial desses recursos para desenvolver conceitos e relações matemáticas.

A partir de debates das disciplinas de estágio em educação matemática, percebi que aulas expositivas podem trazer o foco para a repetição mecânica do conteúdo sem proporcionar a possibilidade de debater, criar, elaborar e testar hipóteses. Aulas expositivas podem inibir momentos de reflexão do quê, ou qual objeto está sendo estudado. No meu percurso escolar não foi diferente. A falta de compreensão de uma simples operação, como a multiplicação, faz com que o aluno apenas memorize ao invés de entender a essência fundamental de um conceito matemático. Deste modo, as dificuldades que experimentei como aluno escolar e estagiário universitário, despertaram meu interesse em criar cenários diferentes, que não permitam os alunos aprender somente de forma repetitiva, e sim instigá-los a participar da discussão de problemas, para serem participantes ativos no processo de ensino e de aprendizagem. Segundo Freire (1996) não é a educação que torna o ser humano educável, mas a consciência de sua inconclusão que gerou sua educabilidade. Assim, a partir de influências da minha escolaridade básica em relação às experiências atuais na universidade, que originou-se meu interesse neste trabalho.

O ensino da matemática é obrigatório durante toda educação básica. De acordo com as minhas experiências em sala de aula, os alunos não relacionam o estudo com aplicabilidade nas suas vivências. A matemática é uma disciplina necessária para “desenvolver o raciocínio lógico, o espírito de investigação e a capacidade de produzir argumentos convincentes, recorrendo aos conhecimentos matemáticos para compreender e atuar no mundo”(BRASIL, 2017). Porém, existe a possibilidade do desinteresse no estudo da matemática que prejudica ainda mais a aprendizagem dos alunos. Pesquisas mostram que a provável falta de interesse na matemática está gerando carência de profissionais na área de ciência, tecnologia e engenharia em 90% das empresas brasileiras (ROMIO, PAIVA, 2017).

Torna-se necessário para um futuro professor, explorar abordagens diferentes de aulas expositivas e pensar em alternativas de metodologias de ensino que qualifiquem e aprimorem a aprendizagem em matemática, em razão da real dificuldade que vivenciei durante toda minha trajetória acadêmica. As universidades brasileiras têm abordado este tema com diversas perspectivas. Tanto na UFRGS quanto na PUCRS, pude conhecer algumas disciplinas que as universidades disponibilizam para capacitar o futuro docente. Aprendi sobre o ato de ensinar e ideias a respeito de educar e não adestrar, nem impor conhecimento para uma pessoa, mas sim, constatar que o professor deve ser um mediador no processo de aprender.

Na UFRGS tive contato com a utilização de tecnologia digital na disciplina de Computador na Matemática Elementar I, já no primeiro semestre. Estudando e refletindo, concordo com Cavalcanti (2012) em que os professores precisam aprender a manipular e manusear as tecnologias apoderando-se de suas potencialidades. Mas, não devem substituir as “velhas tecnologias” pelas “novas tecnologias”, devem se adequar e resgatar as peculiaridades de cada docente. A utilização da tecnologia e metodologia de ensino em sala de aula pode envolver um desdobramento pela parte de quem está ensinando, concomitantemente a um desprendimento de como foi ensinado. O fato de tornar diferente o que foi aprendido do que irá ser ensinado é um grande desafio a ser realizado pelo professor.

Na sétima etapa da graduação, cursei a disciplina de Laboratório de Prática de Ensino-Aprendizagem em Matemática III, na qual tive a oportunidade de trabalhar com dois colegas que me apresentaram o *Peer instruction*¹. Um método de ensino que faz com que os alunos interajam entre si procurando explicar, uns aos outros, os conceitos estudados, elaborando hipóteses e apresentando a solução das questões conceituais. Ao mesmo tempo, conheci uma

¹ Será apresentado na seção 2.4.

possibilidade de usar o método com a plataforma *Plickers*², que é uma ferramenta disponível gratuitamente na web. A plataforma permite apresentar uma questão de múltipla escolha e com auxílio de um celular o professor escaneia as respostas da turma, possibilitando conhecer em tempo real as alternativas selecionadas pelos alunos.

Após trabalhar com o método *Peer Instruction*, percebi que poderia ser aplicado na educação básica. A oportunidade surgiu quando um colega da universidade e professor de matemática em uma escola estadual me convidou para estagiar na escola em que ele atuava, onde era o único professor da área, por este motivo me deu a liberdade de escolher a turma. O professor acabava de lecionar o conteúdo de múltiplos e divisores de números inteiros em uma das turmas. Com isso tive a oportunidade de aplicar o tema que particularmente gosto, pelas possibilidades de questionamentos e discussões de conceitos.

A preocupação em rever os conteúdos de múltiplos e divisores surgiu na minha formação básica, pois no meu caso multiplicar e dividir era um ato de decorar. Foi no final do Ensino Fundamental onde entendi que multiplicar é somar parcelas iguais determinadas vezes. Aprendi também que a operação de dividir é o ato inverso de multiplicar. Meu interesse na aplicação da pesquisa foi criar um ambiente onde os alunos possam expor suas ideias e reflexões a respeito do conteúdo a ser trabalhado, e com o auxílio das interações que o método *Peer Instruction* disponibiliza a respeito da aprendizagem em sala de aula.

A primeira vez que consegui aplicar este método, foi dentro da disciplina de laboratório III, vivenciando a troca de ideias dos alunos a respeito de cada questão que surgia, percebendo também o envolvimento e interesse que os aproximavam. Durante as aulas que ministrei, me deparei com momentos de cooperação e colaboração presentes entre grupos o que facilitava a resolução de problemas. Neste texto, fundamento esses conceitos de "cooperação" e "colaboração" segundo Piaget (1976) que serão apresentados na página 17 deste texto.

Com meus interesses e vivências desenvolvi este trabalho que resume antigas inquietudes de criança, para aprender sem ter que decorar e o empenho de concluir a minha formação acadêmica. Neste trabalho permeiam conversas e diálogos entre Educação Matemática com o uso de tecnologias. Primeiramente, trago reflexões e autores que agregaram para a formação e compreensão sobre Tecnologias Digitais de Informação e Comunicação (TDIC). Discuto sobre a utilização do aplicativo *Plickers* e como ele pode auxiliar no processo da aprendizagem, e tem como pergunta norteadora: **“Como o aplicativo *Plickers* aliado ao método *Peer Instruction* contribuem a criar um ambiente**

² Será apresentado na seção 2.4.

cooperativo/colaborativo no processo de aprendizagem de múltiplos e divisores dos números naturais?”. Por meio da presente pesquisa, procuro apresentar e aplicar o método *Peer instruction* em uma turma do Ensino Fundamental, com um olhar reflexivo, deixando visível os desafios da aplicabilidade da metodologia, tendo como objetivo analisar o recurso do aplicativo *Plickers* mediada pela metodologia *Peer Instruction* para verificar suas potencialidades em sala de aula.

Este trabalho está composto e organizado em seis capítulos e três apêndices. Posterior a este capítulo introdutório, será apresentada a fundamentação teórica que sustenta a pesquisa, em um capítulo com quatro subcapítulos onde exploramos a aprendizagem de múltiplos e divisores de um número natural, o trabalho em ambiente cooperativo ou colaborativo, o método *Peer Instruction* e por fim, o aplicativo *Plickers*. Em seguida, o terceiro capítulo discorre sobre abordagem metodológica, o quarto capítulo é a síntese do relato e discussão dos resultados. Nas considerações finais se apresentam as conclusões da pesquisa. Logo, temos as referências bibliográficas e os apêndices.

2. REFERENCIAL TEÓRICO

Lápis, caderno, borracha, quadro e giz são objetos tecnológicos usados pelo professor na condução do processo de ensino e de aprendizagem. O avanço rápido das tecnologias colocou em evidência a tecnologia digital da informação e comunicação (TDIC) com objetivo de apoiar os professores a implementar metodologias ativas, alinhando ao aluno uma postura responsável, em seu processo de aprender, de tal modo que acabe buscando a autonomia e autorregulação³ na sua aprendizagem (MOTA; ROSA, 2017). Cerutti (2017) afirma que além de ter aulas expositivas torna-se necessário pensar na tecnologia digital como ferramenta a ser utilizada em sala de aula, e enfatiza que isso requer empenho do professor para buscar conhecimentos que auxiliem na utilização destes recursos, tornando assim a aula mais dinâmica.

No entanto, estando na era da modernização da sociedade, Mozart Neves Ramos, integrante do Conselho Nacional de Educação, expressou em 2012: “o Brasil ainda tem uma escola do século XIX, professores do século XX e alunos do século XXI”(RAMOS, 2012). De fato, este trabalho também trata sobre aprimorar o contexto da sala de aula, levando em consideração as tecnologias disponíveis atualmente para uma boa parte dos alunos.

Na pesquisa de Ramos (2012), o autor justifica a importância do uso do celular em sala de aula, assim como o movimento dos alunos perante as questões projetadas e debatidas em sala de aula na aplicação do método *Peer instruction*. Tal dinâmica pode promover o envolvimento do estudante de tal forma que perceba que o professor não é o condutor do processo de aprendizagem, e sim através da atividade de interação incentiva coletivamente a busca da compreensão de tal conteúdo (OLIVERIA; RECHIA, 2017).

O método *Peer instruction* possibilita criar um espaço de colaboração e cooperação entre os participantes, por isso na seção 2.2 discorreremos sobre as ideias de Jean Piaget para definir esses conceitos, que possam dar argumentos para a análise dos dados coletados nesse trabalho.

³ Significado segundo dicionário online Dicio: “Ação ou efeito de se autorregular, regular a si mesmo sem intervenção externa: autorregulação do comportamento.”. Disponível em <https://www.dicio.com.br/autorregulacao/>. Acesso em: 04 março 2021.

2.1 Aprendizagem de múltiplos e divisores de um número natural

Muito se discute sobre a bagagem de conhecimentos adquiridos no Ensino Fundamental com o intuito de sustentar uma gama de conhecimentos a serem adquiridos no Ensino Médio. O aprendizado da matemática se dá como a estrutura de um edifício, onde é necessário ter a base sólida para poder seguir construindo. Marques (2014) frisa que o conceito teórico e a aplicabilidade de múltiplos e divisores são apontados como sérios problemas no Ensino Médio, de modo a destacar a importância da aprendizagem dos conceitos de múltiplos e divisores no Ensino Fundamental.

Primeiramente, sobre o processo de aprendizagem de múltiplos e divisores, temos Santos et al (2019) os quais afirmam que é “preciso compreender os diferentes conceitos nas variadas situações relacionadas às operações [de multiplicação e divisão], para que se possa dar real significado às suas estratégias de resolução de problemas matemáticos” (SANTOS et al, 2019, p. 154). Os autores, retomam conhecimentos matemáticos prévios para construir e fundamentar futura abordagem com os conceitos de múltiplos e divisores.

Temos as pesquisas de Soppelsa e Fontana (2016); Rosa et al (2019), Santos et al (2019) e Castro et al (2016), nas quais foram analisadas situações que envolvem os campos conceituais de Gerard Vergnaud diante da possibilidade de compreender a complexidade e relações envolvidas na aprendizagem desses conceitos do campo multiplicativo. Santos et al (2019) em suas argumentações sobre o processo de aprendizagem, afirmam que a “aprendizagem ocorre por meio da conceitualização. Nesse sentido, aprender determinado conteúdo escolar requer a formação de inúmeros conceitos com os quais este conteúdo está relacionado”(SANTOS et al, 2019, p. 154).

Nessa perspectiva torna-se necessário que o estudante passe por uma variedade de situações conceituais para que ocorra a aprendizagem das operações de multiplicação e divisão. Essa definição conversa com Soppelsa e Fontana (2016) os quais afirmam que os alunos constroem seu conhecimento por meio de reflexões das diferentes situações que vivenciam. Os autores apresentam potencialidades na construção de conceitos em diferentes níveis de ensino.

Soppelsa e Fontana (2016) discorrem sobre o campo conceitual para argumentar os seus estudos sobre o processo de aprendizagem de múltiplos e divisores, mais especificamente na estrutura multiplicativa, um conceito de extrema relevância para seus estudos nessa área de pesquisa. Castro et al (2016) afirmam que a estrutura multiplicativa é o conjunto de conceitos e situações que envolvem multiplicação e divisão. Tal estrutura requer que os alunos

entendam os números e seus símbolos, pois as operações exigem compreensão de novos significados e um novo conjunto de invariantes relacionadas às operações de multiplicação e divisão. Os autores trazem um mapeamento de pesquisas brasileiras relacionadas ao ensino de estruturas multiplicativas no ensino fundamental: Defesas efetuadas durante os anos de 1997 a 2014 pesquisadas no Banco de Teses da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) e no site da Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações (BDTD). Verifica-se 19 produções dentre elas 15 dissertações e 4 teses.

Nessa linha de raciocínio, Rosa (2019) propõe que a investigação científica de tais conceitos reflete na aprendizagem de Aritmética, Geometria e Álgebra. A autora ressalta que é importante trazer estudos sobre as práticas pedagógicas na medida em que se apresenta o cenário atual sobre o tema. Alerta também sobre a precariedade da formação de professores em relação ao processo de conceituação da matemática. Um conceito que também aparece nos estudos de Castro et al, no qual se define que identificar as transformações, as relações, as propriedades dos objeto do mundo é compreendida como conceituar.

Santos et al (2019) realizaram uma pesquisa sobre a distribuição dos conceitos de multiplicação e divisão no livro didático diante das situações propostas. O livro didático adotado foi utilizado por 115 escolas públicas da Mata Norte de Pernambuco. E o trabalho analisou a contribuição que os livros têm para auxílio dos professores. A análise documental indicou que a vasta repetição de problemas similares pode ser negativa para o aprendizado do estudante. Pelos autores citados, é importante que estudantes após o 6º ano do Ensino Fundamental estejam predeterminados a lidar com diversas situações que envolvam os raciocínios voltados às operações de multiplicação e divisão. Indicam que professores levem em consideração livros didáticos e esquemas de ações que envolvem a prática docente. Os resultados corroboram o que Rosa (2019) expressa, e o quanto as situações de aprendizagem propostas nos anos iniciais do Ensino Fundamental refletem na aprendizagem dos conceitos matemáticos nos anos escolares posteriores.

Temos também os aportes de Brehm (2015), que apresenta um estudo sobre o uso do jogo “segredos dos números”, a fim de desenvolver a importância dos números primos na construção de um número. Também com a finalidade de procurar uma solução para o ensino de múltiplos e divisores, Brehm (2015) propõe um estudo que auxilie estudantes do quinto ano do ensino fundamental na construção de tais conceitos matemáticos, utilizando uma sequência didática onde os alunos são apresentados a diversas situações, tornando evidente o processo de aprendizagem sobre a construção de múltiplos e divisores de algum número.

Sobre alguns sentidos envolvidos na multiplicação, os estudos de Helioro (2004) discorrem que o sentido do raciocínio multiplicativo é mais complexo do que o raciocínio aditivo. Salienta que “a ideia de que a multiplicação não pode ser apresentada apenas como uma adição de parcelas iguais” (HELIODO, 2004; P. 6). Reconhece que a formalização da matemática pode bloquear o mecanismo da criação, e poderá surgir mesmo com o material didático como ferramenta auxiliar, a necessidade do professor propiciar diversas situações a respeito da complexidade que é o raciocínio multiplicativo.

Conforme as ideias dos autores que foram apresentados acima, o questionário aplicado na pesquisa abordou questões similares, mas de formas diversas. O intuito foi a procura de definições que os alunos os façam próprias, identificando as propriedades e relações matemáticas a respeito dos conteúdos de múltiplos e divisores. As pesquisas feitas auxiliaram na ampliação de uma perspectiva a respeito da importância da aprendizagem matemática no Ensino Fundamental. Paralelamente, a leitura e reflexões modelaram a prática em sala de aula.

2.2 Trabalho em Ambiente Cooperativo ou colaborativo?

Este trabalho versa sobre uma tentativa de se criar um ambiente de colaboração ou cooperação entre os estudantes de modo a se promover a aprendizagem matemática. E preciso encadear as produções individuais e coletivas dos sujeitos, sendo elas de extrema importância para a ponderação sobre os dados produzidos.

Para diferenciar cooperação e colaboração, Piaget (1973) afirma que “**cooperar** na ação é operar em comum, isto é, ajustar por meio de novas operações (qualitativas ou métricas) de correspondência, reciprocidade ou complementaridade, as operações executadas por cada um dos parceiros” (PIAGET, 1973, p. 105, grifo meu). Nas palavras do pesquisador, cooperar é trocar ideias ou sugestões a respeito de um problema matemático, por exemplo. Por outro lado, para Piaget (1973) a **colaboração** “resume-se à reunião das ações que são realizadas isoladamente pelos parceiros, mesmo quando o fazem na direção de um objetivo comum” (PIAGET, 1973, p.105). Ou seja, quando há um trabalho coletivo, o sujeito colabora ao realizar sua tarefa individualmente para ao fim juntar-se com o seu grupo.

Ainda sobre a diferenciação entre colaboração e cooperação, Corbellini e Becker (2019) apresentam na sua pesquisa que:

A **cooperação** vai além, pois se encontra vinculada à interação, requerendo vínculos e reciprocidade afetiva entre os componentes do processo de construção de conhecimento. Essas interações possibilitam a mudança do sujeito em sua estrutura de conhecimento e do grupo como um todo, gerando novas possibilidades no sistema de interações.(COBELLINI; BECKER, 2019, p.33)

É importante colocar o enfoque para cooperação que reforça a ideia de Piaget que “a cooperação constitui o sistema das operações interindividuais, isto é, dos agrupamentos operatórios que permitem ajustar umas às outras as operações dos indivíduos” (PIAGET, 1973, p. 105). Esta monografia está interessada em pesquisar as contribuições sobre cooperação, visto que, para Piaget (1973) distancia da ideia individualismo em fazer os sujeitos operar em conjunto ou entre pares. Para compreender a cooperação faz-se necessário investigar aspectos nos diálogos entre pares.

Em consonância ao trabalho de Piaget (1973) referindo-se a cooperação interindividuais, Morais e Barbosa (2021) apresentam reflexões na sua pesquisa sobre fomentar cenários que:

(...) permite criar uma situação na qual a única forma de alcançar as metas pessoais é mediante as metas da equipe, fazendo com que a aprendizagem e o esforço por aprender sejam muito mais valorizados entre os companheiros, aumentando a motivação geral pela aprendizagem, assim como o reforço e a ajuda que se proporcionam mutuamente, nesse sentido (MORAIS; BARBOSA, 2021, p. 36).

Assim, reforçamos a ideia que a aprendizagem cooperativa pode criar cenários onde há a possibilidade de favorecer o estudante a desenvolver a capacidade de comunicação. Indo ao encontro de Piaget (1973), a cooperação afasta o individualismo fazendo operar em conjunto com os outros companheiros.

Pinto (2020) analisa contribuições da cooperação entre pares na construção de ideias matemáticas, entretecendo-as com o trabalho coletivo, a noção de regras lógicas e a importância de fazeres individuais e coletivos, além de responder como o equilíbrio de troca de Piaget (1973) constitui em cooperação de pensamentos. Para tanto, é necessário “estabelecer os equilíbrios de trocas [...] e, após, estruturar um conjunto de regras que forma uma lógica formal” (PINTO, 2020, p.16). A autora salienta que se não há acordo por parte de um sujeito sobre alguma proposição, não haverá equilíbrio de troca.

Portanto, para que ocorra cooperação, Piaget (1973) afirma que é necessário equilíbrio de troca entre os sujeitos enquanto são estabelecidas três condições descritas na pesquisa de Pinto (2020):

1ª Condição: Dois sujeitos devem estar em uma mesma escala de valores (regras morais e jurídicas etc.) intelectuais, apresentados por meio de símbolos comuns homogêneos. Essa escala deve comportar três características complementares: a) uma linguagem; b) um sistema de fundamentos definidos entre indivíduos, mesmo que convirjam inteiramente ou divirjam em parte, mas que seja possível traduzir esses fundamentos de um sistema de um sujeito para o sistema do outro; c) certo número de proposições pondo estes fundamentos em relação, admitidos em acordo, que também valham de referência em caso de discussão entre os sujeitos.

2ª Condição: Igualdade geral dos valores em jogo nas variações de proposições em que Piaget (1973) enfatiza que deve haver: a) o acordo sobre os valores reais e virtuais; e b) a conservação das proposições reconhecidas. Sem acordo, não há equilíbrio e as discussões só são possíveis se houver as conservações.

3ª Condição: Possibilidade de retornar sem cessar às validades reconhecidas anteriormente, ou seja, é a atualização possível em todo o tempo dos valores virtuais. Esta condição causa **reversibilidade** (compreender pontos de vista diferentes), e também a **reciprocidade** (concordar com diferentes pontos de vista) (PINTO, 2020, p. 16, grifo meu).

Sobre a importância de compreender a aprendizagem cooperativa, Morais e Barbosa (2021) em seu estudo apresentam conhecimentos básicos e fundamentais para a promoção de ações que possibilitem o desenvolvimento cooperativo. Este estudo é composto pela revisão de literatura dos conteúdos teóricos e metodológicos, alguns fundamentados pelos estudos sobre Epistemologia e Psicologia genética de Piaget. Na mesma pesquisa, Morais e Barbosa (2021) ressaltam que para desenvolver a aprendizagem significativa faz-se necessário uma implementação de estruturas cooperativa que:

necessita de formação, intencionalidade e planejamento sistematizado, para que sejam levadas em conta e realizadas suas condições essenciais. Também se deve ter ciência de seus diferentes níveis e âmbitos de implantação, seja no contexto da sala de aula, seja no da instituição educativa. (MORAIS; BARBOSA, 2021, p.53).

No entanto, os itens citados acima não são condições suficientes para a implementação das estruturas cooperativas. Em consonância, Pinto (2020) constrói sua pesquisa efetuando estratégias delineadas para identificar a cooperação dos estudantes em sala de aula.

Portanto, se analisará nesta pesquisa a cooperação entre pares em três ações:

Ação de correspondência é quando, por exemplo, em uma discussão entre duas pessoas sobre determinado assunto, as duas expressam a mesma opinião ou pensamento sobre o assunto, assim identificaríamos pensamentos correspondentes. **A ação de reciprocidade** seria destacada quando encontramos ideias recíprocas ou simétricas na conversa entre os pares. Por último, mas não menos importante, temos a **ação de complementaridade** que pode estar descrita em uma discussão em que um sujeito complementa a ideia ou raciocínio do outro com argumentos complementares (PINTO, 2020, p.19, grifo meu).

Eventualmente, Bona e Drey (2013) apresentam estudos sobre o conceito epistemológico da cooperação piagetiana e interação no espaço de aprendizagem digital para

matemática, em especial o ambiente social *Facebook*. A articulação entre os conceitos faz surgir uma construção virtual, na qual “a construção se dá por meio do processo de interação entre professor/aluno e aluno/aluno mediado pelo uso da linguagem” (BONA; DREY, 2013, p.14). As autoras apontam que o cruzamento entre cooperação e interação social pode ser muito proveitoso para construção da aprendizagem.

Além disso, em outra pesquisa, Bona (2012) enfatiza que as tecnologias digitais são recursos atrativos para aprender a aprender matemática via interações cooperativas entre os estudantes do ensino médio. Mostra-se assim que este processo de aprendizagem influencia diretamente na cooperação entre os estudantes.

Menezes et al (2019) apresentaram cooperação dos sujeitos junto ao uso das tecnologias digitais produzindo reflexões, a partir da visão de acadêmicos de Licenciatura em Matemática. Os dados levantados sinalizaram a aceitação dos participantes em relação à cooperação, sendo que consideraram a proposta como válida, destacando as trocas de experiências resultando em elaboração/interação/análise de tabelas, gráficos, aproveitando o uso de tecnologias digitais.

Para além das pesquisas acadêmicas, encontra-se na Base Nacional Comum Curricular (BNCC) que de acordo com a oitava competência específica de matemática para o Ensino Fundamental, o documento requer mudanças no processo de ensino e aprendizagem da disciplina. Determinando que cabe ao professor da turma:

Interagir com seus pares de forma **cooperativa**, trabalhando coletivamente no planejamento e desenvolvimento de pesquisas para responder a questionamentos e na busca de soluções para problemas, de modo a identificar aspectos consensuais ou não na discussão de uma determinada questão, respeitando o modo de pensar dos colegas e aprendendo com eles” (BRASIL, 2018, p. 267, grifo meu).

Durante a pandemia, pesquisas por meio de cooperação podem se fazer presentes. A partir de o trabalhos que se ancoram na ideia de cooperação entre pares encontra-se a investigação do processo individual e interindividual dos sujeitos. Corbellini e Becker (2019) realizaram uma pesquisa em um curso de especialização na educação a distância, analisando diversas interações que ocorreram no Moodle, chats e fóruns. Estas ferramentas subsidiaram a elaboração dos Mapas De Trocas Intelectuais⁴, auxiliando no entendimento das dificuldades e potencialidades dos estudantes. Assim, permitindo que o professor observe o

⁴ É um conceito apresentado por Cobellini e Becker (2019, p.32) como sendo “um procedimento para a observação do desenvolvimento da cooperação no acompanhamento e na avaliação da aprendizagem e da construção de conhecimentos novos dos alunos pelo docente”.

“desenvolvimento da cooperação no acompanhamento e na avaliação da aprendizagem e da construção de conhecimentos novos dos alunos.”(COBELLINI; BECKER, 2019, p.32).

Mediante o exposto, podemos ver que a cooperação é estimulada a partir de atividades que valorizam a ação em coletivo, contribuindo na reflexão, construção e reconstrução do conhecimento. Por outro lado, também se faz presente o uso da colaboração entre os indivíduos, expressando as ideias avulsas e concluídas. Portanto, com a utilização do método *Peer Instruction* pode-se propiciar momentos de cooperação e colaboração na sala de aula.

2.3 Método *Peer Instruction*

No início dos anos 1990, foi desenvolvido pelo professor de física Eric Mazur, da Universidade de Harvard, a metodologia *Peer instruction*. Este método de ensino interativo tem sido abordado em diferentes instituições pelo mundo e em diferentes contextos como por exemplo, na dissertação de mestrado de Freire (2019), Muller (2013) , nos artigos Araujo e Mazur (2013) e revista de Dumont Et al (2016), entre outros.

Sobre a metodologia *Peer Instruction*, Mazur (1997) seu criador, considera um método que prevê a interação entre pares. O autor, em colaboração com Araújo “busca promover a aprendizagem com foco no questionamento para que os alunos passem mais tempo em classe pensando e discutindo ideias sobre o conteúdo, do que passivamente assistindo exposições orais por parte do professor” (ARAÚJO; MAZUR, 2013, p. 364). Já a pesquisa de Oliveira e Rechia (2017) apresenta um relato de experiência sobre a utilização do método *Peer instruction* para aulas de lógica matemática. Tal trabalho foi desenvolvido com estudantes de um curso técnico em informática integrado ao Ensino Médio. Os resultados mostraram um contraste entre aqueles realizados em 2017, comprovando um desempenho de maior aprendizagem com o uso do método, com os estudantes da mesma disciplina em 2016 sem o método.

Dentre as diferentes metodologias ativas, *Peer Instruction* ou “instrução pelos colegas” (IPC) é com mais frequência encontrada nas literaturas, e utilizada nos cursos superiores dos Estados Unidos, Canadá e Austrália (CROUCH et al., 2007). A Metodologia Ativa é uma estratégia de ensino centrada no estudante onde o mesmo assume o papel de protagonista no seu próprio aprendizado, experimentando, desenhando e criando, segundo Moran (2018).

O objetivo principal do método *Peer Instruction* é promover a interação entre os colegas e estimulá-los a resolverem problemas conceituais que são previamente elaborados

pelo professor (FREIRE, 2019). Na mesma pesquisa salienta-se a defasagem da aprendizagem em matemática dos anos anteriores de uma turma do ensino médio. Com a finalidade de resolver as dificuldades dos estudantes, o autor usou uma combinação de duas metodologias ativas: sala de aula invertida e *Peer Instrucion*. O autor relata que os métodos trouxeram uma melhora na aprendizagem para os alunos e conclui que o método *Peer Instruction*:

Resulta em um verdadeiro aprendizado, pois possibilita ao aluno buscar soluções para questões propostas individualmente, e em tempo simultâneo, já que obtém o *feedback* do professor. Além disso, ele pode conversar com seu colega, interagindo socialmente, e conferindo suas respostas, aprendendo com os acertos e principalmente com os erros, num ambiente dinâmico, no qual o tempo de aula passa muito rápido (FREIRE, 2019, p.72).

Para Freire (2019) a utilização do método *Peer Instruction*, tendo como o auxílio o aplicativo *Plickers*, contribui no processo de aprendizado tendo em vista o aproveitamento do tempo do professor em sala de aula. Por outro lado, Moura (2017) destaca que a aplicação do método “não necessita necessariamente, o uso de tecnologia da informação, tornando-se acessível a todo professor independente dos recursos disponíveis na escola em que atua” (MOURA, 2017, p. 68). A autora ainda destaca “o papel do professor e do aluno no processo de ensino e de aprendizagem, tendo em vista que já não é mais o professor o detentor do saber e o aluno mero receptor” (MOURA, 2017, p. 69), e sim uma construção e validação coletiva do conhecimento. Também se dispõe a mostrar que a interação entre pares facilita o processo do sujeito de aprender a aprender, o que significaria “o desenvolvimento da capacidade do estudante em buscar seu próprio conhecimento” (MOURA, 2017, p. 28).

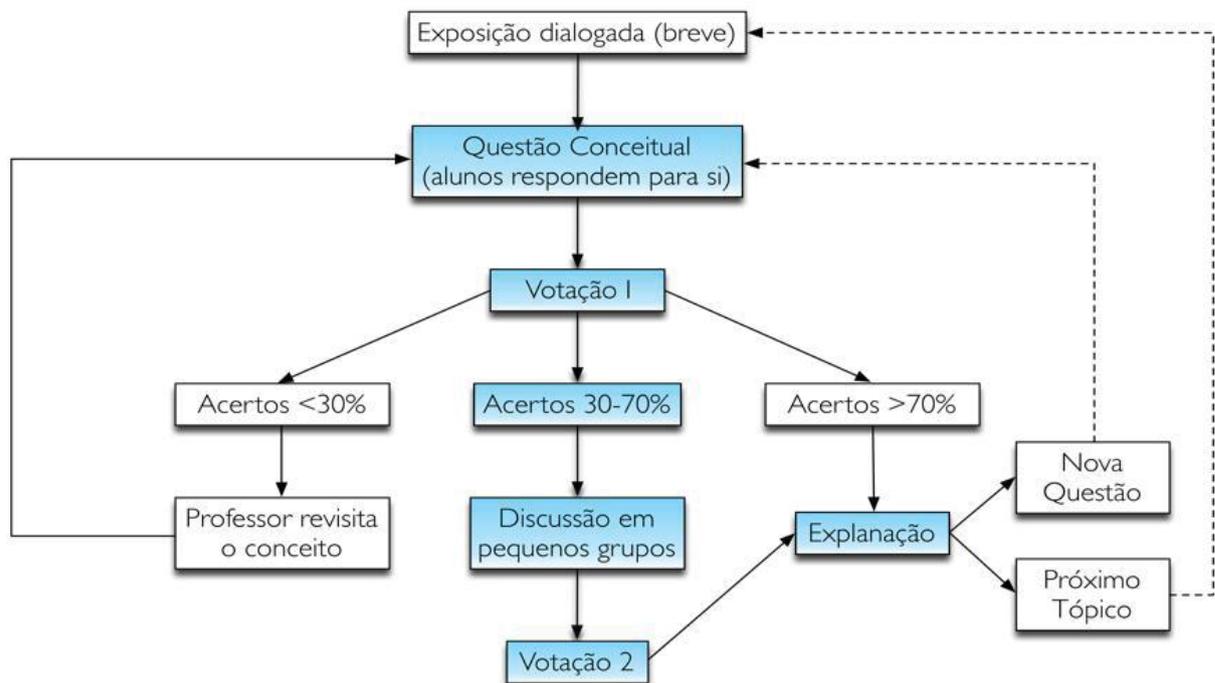
No âmbito da dificuldade em implementar o método *Peer Instruction*, Muller (2013) apresenta um estudo com dois graduandos do curso de licenciatura em física, no seu período de estágio de docência. Os resultados apresentados mostram os principais conflitos vivenciados pelos graduandos relacionando a escolha dos testes conceituais ao comportamento dos estudantes durante a votação. E o que caracteriza os testes conceituais? Araujo e Mazur (2013) descrevem os testes conceituais como questões que exigem uma reflexão e que não são respondidos simplesmente aplicando uma fórmula; uma questão importante para fomentar a discussão de estudos matemáticos em sala de aula. Porém, Muller (2013) destaca como vantagens a discussão entre os estudantes e o engajamento da sua própria aprendizagem. Além disso, o autor infere que as aulas se tornaram menos cansativas do que as tradicionais na perspectiva dos alunos.

Ainda sobre os impactos da metodologia *Peer Instruction*, Muller et al (2017) analisam contextos e possíveis modificações a respeito das implementações do método, além

da sua flexibilidade em poder aplicar nas diversas áreas do conhecimento. Os autores ressaltam a necessidade de haver novas pesquisas ancoradas em estruturas conceituais e teóricas sobre o processo de aprendizagem do método *Peer Instruction*.

Ademais, sobre como o método *Peer Instruction* pode ser realizado na prática em sala de aula, Araujo e Mazur (2013) ilustram o processo de aplicação do método, destacando todas as ações derivadas da questão conceitual, conforme a figura 1.

Figura 1- Método *Peer instruction*



Fonte: Araujo e Mazur (2013, p 370)

Com base na proposta de Mazur (1997), mas desde o ponto de vista do pesquisador, foram estabelecidos 5 momentos nos quais os alunos iriam participar durante toda a atividade:

- Momento 1: Projetar a questão aos alunos e os mesmos pensam sobre tal indagação. Para em seguida os estudantes respondem individualmente na plataforma *Plickers*.
- Momento 2: Apresentar, no projetor, as respostas anônimas à turma.
- Momento 3: Orientar os alunos a resolverem a mesma questão, visto que já tem um panorama das respostas anônimas, dialogando entre si ou consultando os materiais disponíveis, neste momento deve-se evidenciar as ações que apontem à cooperação.
- Momento 4: As novas respostas anônimas da turma serão expostas no projetor.

- Momento 5: Revelar e discutir a resposta certa aos alunos. Aqui se espera expor os resultados da cooperação.

Esta pesquisa consiste em avaliar o processo de aprendizagem de maneira detalhada analisando as respostas dos estudantes nos questionários aplicados. Implementando o método *Peer instruction* em sala de aula se pretende propiciar momentos de cooperação de forma a proporcionar a aprendizagem sobre múltiplos e divisores.

Retomando a pesquisa de Moura (2017), a autora destaca que a aprendizagem ativa estimula a reflexão e a crítica no processo de aprendizagem, e dentre as diversas modalidades que estão vinculadas a esta metodologia ativa encontra-se um caminho de aprendizagem baseado no método *Peer Instruction*, traduzindo: aprendizagem entre pares. Conclui também que o foco do aprendizado encontra-se na interação professor/aluno e aluno/aluno. No entanto, Bergmann e Sams (2016) destacam que a metodologia ativa se caracteriza em colocar atenção no estudante e no processo de aprendizagem dele. Nesse sentido, pode-se concluir que este método propicia interação e autonomia na aprendizagem, que nesta pesquisa se alia na tecnologia do aplicativo *Plickers*.

2.4 O Aplicativo *Plickers*

Na presente monografia, será utilizada a plataforma *Plickers*, como auxílio para o método *Peer instruction*. O *Plickers* é disponibilizado na versão web e aplicativo para dispositivos móveis. A plataforma permite que o professor escaneie os cartões de resposta que se encontram com os discentes e ao mesmo tempo publica eles em tempo real. Também, o aplicativo proporciona que os alunos vejam o próprio desempenho durante as aulas. Auxilia o professor a identificar dificuldades, predisposição a respeito das questões e estratégias personalizadas. O aplicativo *Plickers* é utilizado como uma ferramenta que pode contribuir para metodologia ativa *Peer instruction*. Os autores Silva et al (2017) descrevem que:

Além de ser um aplicativo gratuito, o mesmo elimina a necessidade de que cada aluno possua um dispositivo conectado ao computador do professor. Na verdade, não é necessário que o professor faça uso computador ou conexão com a internet durante a atividade, uma vez que o aplicativo permite que se utilize apenas os cartões resposta e o smartphone ou tablet para a coleta e armazenamento das respostas dos alunos (SILVA ET AL, 2018, p. 513).

Além do mais, o professor pode observar as respostas dos seus alunos de forma instantânea e avaliar de forma dinâmica. Ademais de poder servir como um caderno de chamada para controlar a frequência dos mesmos (LIMA, 2018).

Esta plataforma permite a criação de bibliotecas onde as questões podem ser confeccionadas e cadastradas pelo professor. Podendo ser inseridas, de maneira livre, em outros questionários. A questão de múltipla escolha deve possuir quatro alternativas sendo uma delas a correta, definida pelo professor.

Figura 2 - Biblioteca de questões do site *Plickers*.



Fonte: (acervo do autor, 2019).

O site/aplicativo permite que os resultados obtidos de cada teste sejam salvos no seu cadastro, na base de dados da plataforma. Como mostra na figura 2. Desta forma, basta o professor se cadastrar na plataforma⁵ e baixar o aplicativo em um *smartphone* ou *tablet*, com o dispositivo Android e IOS.

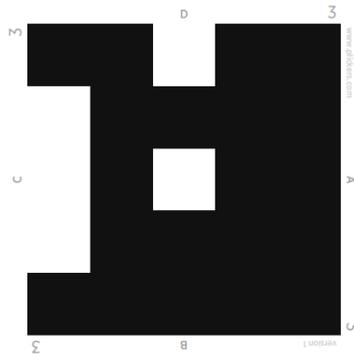
O site disponibiliza para os professores 40 cartões de respostas que devem ser impressos e entregues aos estudantes. Todos os cartões possuem figuras diferentes, assim a câmera do celular diferencia o aluno que utiliza. Outra forma de identificar cada aluno é pela numeração que há em cada carta, possibilitando ao professor o cadastramento dos alunos no aplicativo. Estes cartões apresentam legendas com letras pequenas: “a”, “b”, “c” e “d” onde apenas o portador do cartão pode saber qual questão está sendo indicada. Além disso, o método *Peer Instruction* e os cartões de respostas proporcionam aos alunos privacidade na escolha de cada alternativa, no sentido de que cada estudante não sabe o que o colega escolheu como resposta.

Cabe ao estudante responder a questão com a alternativa que considere correta. Por exemplo, se o estudante levantar a placa exatamente como está na figura 3, estará escolhendo

⁵ Disponível em: <https://www.plickers.com/>. Acesso em: 16 jun. 2020

o item D como resposta. A leitura será dada apresentando a placa com o lado superior da respectiva alternativa. A figura 3 apresenta uma imagem do cartão *Plicker* utilizado em sala de aula.

Figura 3- Exemplo de um cartão número 3.



Fonte: Site *Plickers*

O uso desta tecnologia tem como obrigatoriedade somente ao professor ter acesso à internet, visto que os alunos respondem somente os cartões disponibilizados. No momento da votação, o professor pode conferir se todos votaram. Neste momento podemos ver do lado direito um projetor, conforme a Figura 4, onde as respostas dos alunos são instantaneamente vistas em grupo. Neste instante caberá ao professor analisar imediatamente o desenvolvimento da turma e tomar medidas necessárias para fomentar o ensino e a aprendizagem.

Figura 4- Professor obtendo respostas dos alunos.



Fonte : Site Matemática e Tecnologia - Tutorial *Plickers*

Porém, como aprimorar o contexto em sala de aula? O artigo de Lima (2018) apresenta um estudo do uso das tecnologias móveis em uma turma do nono ano. O autor relata

a coerência que há entre a evolução dos alunos e as avaliações teóricas realizadas, no decorrer do trimestre. E, ainda, conclui que a utilização do aplicativo *plickers* o auxiliou a identificar as dificuldades de entendimento tanto do aluno, quanto da turma.

3. METODOLOGIA

Ao iniciar este capítulo se considera oportuno retomar a questão norteadora: **“Como o aplicativo *Plickers* aliado ao método *Peer Instruction* contribuem a criar um ambiente cooperativo/colaborativo no processo de aprendizagem de múltiplos e divisores dos números naturais?”**. Tem-se como objetivo desta pesquisa analisar como a tecnologia pode contribuir para a constituição de um ambiente cooperativo e que este ambiente propicie a compreensão de conceitos matemáticos. Esta proposta foi pensada e planejada para que, no decorrer da pesquisa, de alguma forma o aluno ocupasse o papel de protagonista da sua própria aprendizagem.

A pesquisa em questão tem caráter qualitativo, visando a melhor análise dos dados coletados durante a parte prática do trabalho. Deste modo pretende-se analisar os fatos com a intenção de entender os pensamentos dos alunos em relação a metodologia *Peer Instruction*. Neste tipo de pesquisa o investigador se interessa mais pelo processo do que simplesmente pelos resultados apresentados de forma descritiva e analisados de forma indutiva (BOGDAN; BLIKEN, 1994).

A coleta de dados foi feita durante os encontros. Foram capturas de telas, fotos e uso de um caderno onde foi feito o relato das aulas. Estas notas ajudaram a relembrar e reviver cada encontro em sala de aula. Dados relevantes para a construção desta pesquisa. Também, foram utilizadas as resoluções dos estudantes, das atividades feitas em sala de aula. Foi incentivado aos estudantes para que fizessem anotações e escrevessem o máximo, mesmo que não soubessem desenvolver a questão. Para a análise dos dados, foram selecionadas as anotações mais relevantes que expressavam divergências, dúvidas e raciocínio que poderiam indicar ações que constituam momentos de cooperação.

Os planejamentos das atividades tiveram como objetivo oportunizar cenários que permitam o aprendizado sobre múltiplos e divisores. Como também, a participação de todo o grupo de estudantes mediante atividades e abordagens que incentivem o coletivo a se expressar. Com a finalidade de construir com os estudantes o conceito de múltiplos e divisores e explicitar suas aplicações práticas, trazemos questões que envolvem situações do cotidiano.

Foi escolhido o método *Peer Instruction* para abordar questões conceituais e reflexivas sobre múltiplos e divisores, pois segundo Mazur (1997) é um método que pode melhorar a interação entre colegas e professores e pode gerar debates coletivos sobre os conceitos matemáticos trabalhados. O autor também reforça que este método pode construir um cenário

no qual o aluno pode argumentar sobre suas escolhas, abrindo a possibilidade para uma reconstrução coletiva de ideias.

Utilizou-se o site *Plickers*, uma plataforma online. Essa plataforma permite que o professor interaja diretamente com o celular obtendo um resultado imediato a respeito das respostas dos alunos. A interação entre o celular, *card* e computador se dá na medida em que o professor obtém as respostas dos alunos e apresenta para a sala de aula com a intenção de criar um diálogo entre professor-aluno e aluno-aluno. No *card* estão demarcadas as respostas a,b,c e d. As questões foram projetadas na tela e todos conseguiram visualizar, cada aluno recebeu um *card* que utilizou para marcar a resposta sem o uso do computador, logo o aplicativo instalado no celular escaneou os votos dos estudantes.

A pesquisa foi realizada na Escola Estadual de Ensino Fundamental Professor Ivo Corseuil, escola da rede pública, em Porto Alegre, com um grupo de 20 alunos do sétimo ano do ensino fundamental regular, para a aplicação do projeto no horário da aula. Foi escolhida uma turma do sétimo ano, sem nenhuma relação com o pesquisador, porém já havia desenvolvido o tema de múltiplos e divisores dos números naturais. Todos os alunos participaram das atividades, mas só foi coletado nove termos de consentimento⁶ assinados pelos responsáveis. Logo, temos informações específicas somente destes nove alunos e para anonimato eles serão representados pelas letras do alfabeto: A, B, C, D, E, F, G, H e I.

A prática foi realizada durante 4 períodos. No primeiro encontro ocorreu a apresentação do pesquisador e dos alunos onde foi explicado o funcionamento da plataforma *Plickers*. Neste dia fiz questões testes usando o recurso para que os alunos pudessem experimentar e tirar suas dúvidas sobre o *Plickers*. Já no segundo e terceiro encontros foram apresentadas as questões envolvendo o conteúdo proposto, que eles já conheciam. Um total de 9 perguntas que abordam o critério de divisibilidade, números de divisores, múltiplos de um número natural, divisores de zero, sendo uma questão das Olimpíadas Brasileiras de Matemática das Escolas Públicas (OBMEP). Caracterizada como múltipla escolha, onde cada questão tem quatro alternativas sendo uma única alternativa correta. A atividade proposta está integralmente em anexo a partir da página 51.

De experiências em turmas semelhantes e sobre o assunto escolhido, percebe-se que os alunos utilizam determinadas formas de expressar os conceitos aprendidos em aula. Por exemplo, utilizam a expressão “da pra dividir” quando a divisão tem resto zero. Baseado nesse argumento foi elaborada a questão 7, mas criou uma confusão no entendimento. Portanto, evitaremos para futuras intervenções a utilização de expressões.

⁶ O Termo de Consentimento encontra-se no Apêndice deste trabalho.

Durante as atividades foram programados 5 momentos nos quais os alunos iriam participar durante toda atividade:

- Momento 1: Projetar a questão aos alunos e os mesmos pensam sobre tal indagação. Para em seguida os estudantes respondem individualmente na plataforma *Plickers*.
- Momento 2: Apresentar, no projetor, as respostas anônimas à turma.
- Momento 3: Orientar os alunos a resolverem a mesma questão, visto que já tem um panorama das respostas anônimas, dialogando entre si ou consultando os materiais disponíveis, neste momento deve-se evidenciar as ações que apontem à cooperação.
- Momento 4: As novas respostas anônimas da turma serão expostas no projetor.
- Momento 5: Revelar e discutir a resposta certa aos alunos. Aqui se espera expor os resultados da cooperação.

Os estudantes, individualmente ou em grupos, puderam fazer anotações, discutir e observar as consequências de cada questão. Enquanto a turma realizou a atividade, o professor pôde observar, avaliar e fomentar a discussão. Para que isto acontecesse, foi estabelecido um tempo médio de entre três e cinco minutos por questão para logo apresentar as respostas.

4. SÍNTESE DO RELATO E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

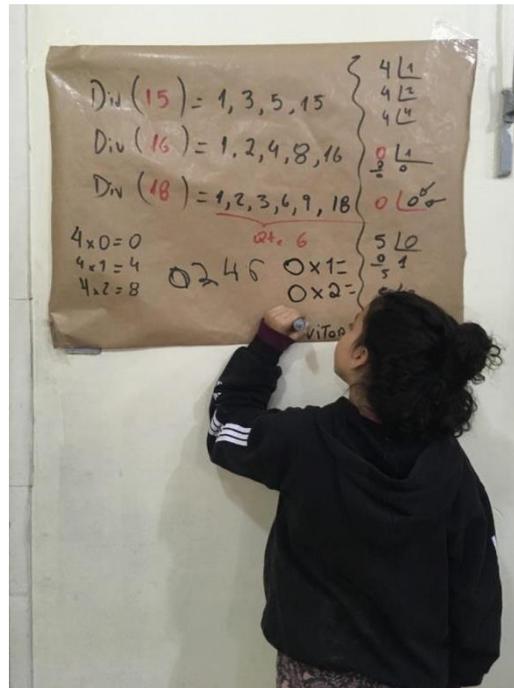
Houve 23 alunos presentes na primeira aula da atividade proposta como prática da pesquisa em foi utilizado metodologia *Peer Instruction* e o aplicativo *Plickers*. No início da aula os alunos foram levados para sala de audiovisuais. Para a instalação dos recursos necessários com a finalidade de utilizar a plataforma *Plickers*, foi preciso aguardar respostas a fatores externos, esperar a diretora chegar para inserir a senha da internet e a secretaria da escola imprimir os *cards* de respostas. Porém, um imprevisto ocorreu e quebrou a impressora no momento da impressão, este fato ocupou ainda mais tempo de espera. Então, durante um período e meio, foi preciso conversar a respeito de assuntos do interesse dos alunos, como por exemplo, futebol, carreira profissional que gostariam de seguir, filmes, séries da Netflix... Uma estratégia para aproveitar o tempo de espera e criar vínculos de aproximação com os alunos. Este foi o momento de conhecer os alunos e de perceber situações e limitações presentes na realidade de cada um deles. Assim, foi importante fazer movimentos distintos aos que foram planejados com o objetivo de buscar a aproximação que possibilitassem criar conexões para contribuir com as aulas de matemática.

Após está introdução, iniciou-se a explicação sobre o projeto que seria aplicado na turma, e pediu-se que nos dias posteriores entregassem o termo de consentimento para fazer parte da análise do projeto. A maioria não prestou atenção nas explicações, então se decidiu fazer a primeira questão para exemplificar na prática como é a dinâmica de uma aula com a plataforma *Plickers*. Assim, a primeira questão foi usada para exemplo, não fazendo parte da pesquisa, porque pediu-se para todos os alunos mostrarem a folha de resposta sem ter refletido sobre tal pergunta.

Na segunda questão apareceram outras dificuldades, como o empecilho de explicar para turma sem a disponibilidade de um quadro branco. No espaço da sala de aula somente haviam prateleiras com livros didáticos, caixa de som, televisão, mesas e cadeiras. Porém, com a turma agitada e somada a algumas deficiências, o tempo passou e a aula chegou ao fim. Após, foi preciso ir até a diretoria para explicar a situação e alcançar soluções. Apartir daí foi utilizada cartolina para substituir o quadro.

No segundo encontro, a escola forneceu o papel pardo utilizado na aplicação da pesquisa. Com o auxílio dos alunos, foi implementado o quadro para escrever o que fosse necessário, como pode ser visto na Figura 5.

Figura 5: Aluna explicando a resolução de um problema no papel pardo



Fonte: Acervo do autor.

Dessa maneira, apresentou-se a segunda questão com o método *Peer Instruction* usando a plataforma *Plickers*. Foi abordada, então, a pergunta sobre a quantidade de divisores que possui o número 6, com quatro alternativas de resposta, sendo somente uma correta. As alternativas eram: a) 5, b) 4, c) 3 e d) 2. Estimamos algumas respostas interessantes como, por exemplo, a resposta da aluna F que escreveu que inicialmente havia pensado em outra alternativa, mas que depois de uma troca de ideias com a colega chegou a concluir que a resposta final era a letra “C”. Neste momento, identificamos a presença da ação cooperativa. A partir da resposta da aluna F pode-se concluir que houve um diálogo entre os pares, conseguindo assim estabelecer uma relação de troca para resolver as questões abordadas. Piaget (1973) enfatiza que as interações entre os sujeitos possibilita a mudança dos sujeitos em sua estrutura de conhecimento, assim gerando um novo sistema de interações. Desta forma se mostra como as relações podem contribuir para estabelecer troca de ideias entre os sujeitos.

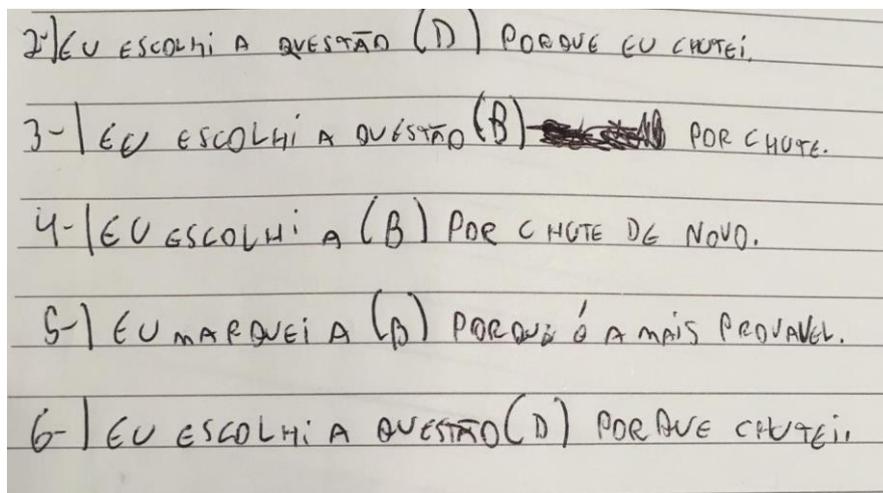
Já a resposta da aluna I, na qual escreveu no seu questionário, marcou a alternativa “B”, a qual é correta, além de descrever todos os números divisores de 6: 1, 2, 3 e 6. Não dando indícios que modificou a alternativa por influência de colegas. No entanto, no momento em que foi revelada a resposta no projetor, a aluna I se disponibilizou em explicar para turma a sua resposta no quadro. Analisando este momento percebe-se que ocorreu colaboração entre a aluna I perante a turma, pois a estudante expõe sua ideia concluída. Para Piaget (1973) a colaboração contempla a primeira condição de equilíbrio de troca. Neste caso não houve troca

de ideias que poderiam abrir discussões em igualdade e nem a possibilidade de compreender e concordar com pontos de vistas diferentes. Portanto, não se deram as condições para que este momento possa constituir-se em cooperação. Infelizmente, somente foi realizada uma questão nesta aula por motivos de atrasos e conexão com a plataforma *Plickers*.

Na terceira aula encontramos um grupo de 20 alunos. Foi trabalhada da terceira questão até a sexta. Os alunos estavam conversando bastante, isso se tornou um fator positivo e negativo, favorável para este modelo de atividade que requer diálogo sobre os conceitos matemáticos em estudo, mas prejudicial quando perdem o foco e gera a desorganização de todos. Com isso, fica a dúvida de como recuperar a atenção dos alunos para que retomem o rumo da atividade e continue o momento da explicação. A estratégia adotada foi de suavizar o cenário colocando uma música como fundo no momento da resolução das questões e a pausa da mesma quando se apresentava a necessidade de explicar. Com isso, conseguimos dar sequência na atividade proposta.

Quando a aula encerrou, a revisão das respostas trouxe algumas surpresas, pois teve o aluno C que “chutou” na maioria das questões e que somente na quinta questão, apresenta algum indício de reflexão, como pode ser visto na Figura 6.

Figura 6: resposta do aluno C

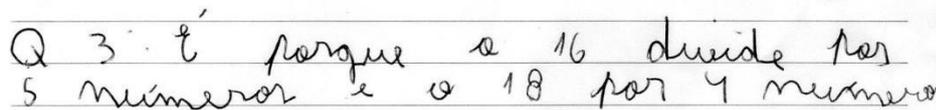


Fonte: acervo do autor.

Por outro lado, houve alunos que responderam corretamente algumas questões, mas também escolheram qualquer resposta nas questões que realmente não sabiam resolver. Para manter uma ordem cronológica, se apresenta as questões em ordem crescente. A primeira questão dessa aula foi a de número 3, na qual foi perguntado qual dos números entre: 15, 16, 17 e 18 existem mais divisores. Sobre esta questão, apresentamos o exemplo dos alunos B e I

que marcaram as respostas antes de trocar ideias, B escreve no seu questionário “Marquei a B, pois vi que tem bastantes divisores”, se referindo a alternativa “B” que denota o número 16 como aquele que tem mais divisores. I marca a mesma resposta, não sendo a alternativa correta, pois o número 18 contém uma maior quantidade de divisores. No entanto no momento da discussão os dois perceberam o erro. Nesse momento houve uma troca de ideias e definições que resultaram de importância para chegar à resposta verdadeira. B e I analisaram os divisores um por um, definiram conceitos e concluíram. Nota-se neste momento houve ação de cooperação por reciprocidade. Todos os diálogos e apreciações ficaram registrados no caderno de campo e foi essencial para a análise da pesquisa.

figura 7: resposta do aluno I



Q 3: é porque o 16 divide por 5 números e o 18 por 4 números

“Q3: É porque o 16 divide por 5 números e o 18 por 4 números”

Fonte: acervo do autor

Por essa resposta, pode-se perceber que apesar de seu raciocínio correto sobre a quantidade de divisores do número 16, errou ao contabilizar os divisores do número 18, esquecendo-se de dois divisores. Este fato mostra a importância do registro da justificativa nestas situações, em que apesar do aluno errar a questão, pode elucidar o seu raciocínio lógico com as suas palavras. Fica claro que esta pesquisa não prioriza a resposta correta na plataforma *Plickers* e sim, o processo de raciocínio lógico matemático durante a atividade.

Na questão seguinte, perguntou-se sobre os múltiplos dos números 3, 0, 2 e 4. Destacam-se os alunos D e I que escreveram uma justificativa do seu voto na alternativa “C” como correta, na qual dizia que “a soma dos três menores múltiplos de 2 é 6”. O aluno I argumentou que fez os cálculos mentais, não trazendo sobre o que pensou e como chegou nessa resposta. Já o aluno D justificou de maneira incorreta, afirmando que “normalmente os números iniciais são 1, 2 e 3”, aparentemente estava se referindo aos primeiros múltiplos do número 2, e que ao somar $1+2+3$ chegou também no resultado 6. Com essa resposta, refletiu-se que o conceito de múltiplo não estava consolidado para este aluno, ao afirmar que o número 1 e 3, números ímpares, poderiam ser múltiplos de 2, um número par. Ou por ter se confundido com a maneira em que encontramos os múltiplos, em que multiplicamos o número referido por 1, 2 e 3, como por exemplo, $1 \times 2 = 2$, $2 \times 2 = 4$ e $3 \times 2 = 6$ para obter 2, 4 e 6

como os múltiplos de 2. Concluiu-se que os alunos D e I argumentaram de formas distintas, mas justificadas e no final chegaram a mesma resposta, manifestando outro momento de reciprocidade e reversibilidade, nas quais significam respectivamente concordar com diferentes pontos de vistas e o outro que compreende. Portanto, houve cooperatividade entre os pares.

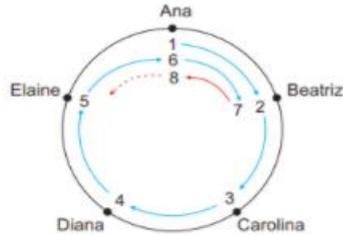
Na questão 5 a pergunta era sobre os números que são divisores de 0. Dentre as respostas que julgamos interessante, destacam-se as dos alunos D, E e G que justificaram assim suas respostas: o aluno D escreveu em seu questionário “qualquer número divisível por 0 é 0”, o que está errado. Nesse caso confundiu os critérios de divisibilidade, onde qualquer número natural, menos o zero, é divisor de zero. De acordo com Rosa (2019) o conceito não se forma só em um tipo de situação ele se estabelece a partir do conjunto de situações que referenciam suas propriedades. O aluno E iniciou justificando a sua dificuldade como nível médio, afirmando que estava com dúvida e destacando que “acho que 0 não tem divisor”, marcando a alternativa “a”, em que afirma que não existem divisores de zero. Neste momento percebe-se interação entre o aluno E perante o colega ao lado. Já a aluna G afirma que “a letra C está correta porque todos os números multiplicado por 0 é 0”, nesta fala percebe-se que a aluna realizou o cálculo inverso colocando cada número na posição do divisor, e multiplicando-o por zero, porém não identificou a exceção da afirmação: onde 0 não é divisor de qualquer número. Logo, cada pessoa expos seus motivos, mas nos últimos momentos todos marcaram respostas diferentes, o que definiria um momento de reversibilidade na ação de cooperação, onde cada um assimila o que outro fala, mas não muda sua posição a respeito da questão. Destaca-se a aluna G, pois se levantou para ir ao quadro explicitar seu argumento sobre os divisores de zero para a turma. Este fato é um indício de colaboração da aula perante os colegas, em que, segundo Piaget (1973) identifica que colaborar faz parte da cooperação no sentido de buscar o mesmo objetivo em comum. Percebe-se então, que o momento de colaboração pode contribuir à resolução das dúvidas em sala de aula.

Na seguinte pergunta, foi apresentada a questão das Olimpíadas Brasileira de Matemática na qual continha uma situação-problema a respeito de múltiplos de 7, conforme a Figura 8:

Figura 8: questão das olimpíadas brasileira de Matemática

9. Ana, Beatriz, Carolina, Diana e Elaine, em roda, brincam de falar números consecutivos. Ana começa falando 1, depois Beatriz fala 2 e assim por diante, conforme ilustrado na figura. Elas iniciam a brincadeira no sentido horário e mudam o sentido toda vez que o número falado for múltiplo de 7. Qual delas vai falar o número 32?

- A) Ana
- B) Beatriz
- C) Carolina
- D) Diana



Fonte: Prova da OBMP, nível 1, 2017.

Sobre esta questão destacam-se as reflexões dos alunos E e F, nas quais se evidenciam ideias contrárias. O aluno E argumenta que a questão é difícil: “não entendi, é confuso demais”, por precisar da interpretação do enunciado. Já o aluno F colocou como verdadeira a resposta B, mesmo sendo incorreta. Acredita-se que tenha pensado nesta alternativa pelo fato de quem falou o número 7, na questão, foi Beatriz e, seria ela que repetiria os múltiplos caso tivessem sete pessoas na roda; neste momento o aluno E construiu outra resposta a partir da elaboração do argumento do aluno F, concluindo que era Ana por ser a primeira. Observamos aqui um momento de ação de complementaridade na cooperação entre pares. Logo em seguida surge um momento de ação de colaboração do aluno F em sala de aula, se oferecendo a explicar no quadro a sua argumentação, contemplando assim, a primeira condição de Piaget (1947). Este fato pode-se ser visto parcialmente na figura 9.

Figura 9: resposta do aluno F

Handwritten mathematical work on a piece of brown paper. The work includes the following calculations and notations:

- $7 \times 1 = 7$
- $7 \times 2 = 14$
- $3 = 21$
- $7 = 28$
- Letters A, B, C, and D are written to the right of the first three equations.
- A long division problem is shown below: $910 \overline{) 013}$, with the steps -0 , -0 , and -0 written below the dividend.

Fonte: Acervo do autor

Na figura 9 percebe-se os cálculos exemplificados pelo aluno F. No quadro podemos ver as estratégias que utilizou para responder a questão das Olimpíadas Brasileiras de Matemática. Podemos observar como apresenta os múltiplos de sete para resolver a questão: $7 \times 1 = 7$, $7 \times 2 = 14$, etc. com a colaboração constante da turma.

No último encontro com a turma foram aplicadas as questões 7, 8 e 9, pois por falta de mais encontros não contemplamos todas as questões. A sétima questão foi uma pergunta de múltipla escolha, na qual o aluno tinha como pré-requisito ter o conceito de números par e ímpar. No entanto, notou-se que a dúvida da questão pairava no ar. Ouviam-se sussurros dos alunos dizendo: "não faço ideia", "como dividir par por ímpar?". Percebe-se que foi a formulação da pergunta e não o entendimento dos alunos, o que estava causando a dificuldade. Este fato se reflete no *print* dos votos, com respostas bem divididas na plataforma *Plickers*, conforme a Figura 10.

Figura 10: Print da votação, momento 2 do método *Peer Instruction*

Assinale a alternativa verdadeira:

A	<u>Todo número ímpar dá para dividir por 3.</u>	5
B	<u>Todo número par dá para dividir por ímpar.</u>	6
C	<u>Todo número par dá para dividir por 2.</u>	3
D	<u>Todo número ímpar dá para dividir por ímpar.</u>	4

Fonte: acervo do autor

Na figura 10 pode-se ver que os votos foram distribuídos entre as quatro alternativas mostrando uma divergência entre as respostas dos alunos. Neste momento não se identificaram diálogos entre os alunos, somente indagações repetidas no momento, concluindo não haver trocas de ideias. No entanto, a resposta imediata do aplicativo *Plickers* onde se evidenciou uma divisão de respostas quase parelha para todas as opções, deixa claro que houve, nessa questão, um entendimento confuso da questão.

No momento seguinte, na interação entre pares, percebeu-se que os alunos tinham dúvidas da pergunta em si, e a partir dos questionamentos formulados foi necessária a intervenção do professor para explicar a pergunta e o porquê dos termos utilizados. Após o entendimento, todos os alunos responderam unanimemente na alternativa "C". Este acontecimento foi importante para modificar a estrutura das perguntas nas próximas possíveis implementações, quer dizer utilizar a linguagem matemática para não criar confusão nos alunos, por exemplo, utilizar “é divisível” ao invés de “dá para dividir”, pois esta expressão pode abarcar a divisão em outros conjuntos numéricos que não são estudados nesta etapa escolar. Na figura 11 mostra-se as respostas anônimas dos alunos sendo expostas para toda turma.

Figura 11: Print da votação, momento 4 do método *Peer Instruction*

Assinale a alternativa verdadeira:

- | | | |
|---------------------------------------|----------------------------------------------|----|
| <input type="checkbox"/> A | Todo número ímpar dá para dividir por 3. | 0 |
| <input type="checkbox"/> B | Todo número par dá para dividir por ímpar. | 0 |
| <input checked="" type="checkbox"/> C | Todo número par dá para dividir por 2. | 18 |
| <input type="checkbox"/> D | Todo número ímpar dá para dividir por ímpar. | 0 |

Fonte: acervo do autor

A questão 8 envolve alternativas para responder a operação de divisão de 0 por 7. Nesta questão é importante assinalar o dialogo dos alunos E, G e H. O aluno E relatou: “difícil: porque me confundi com 0:7, pensei que fosse 7:0, meu colega me avisou”, com isso ele percebeu o erro e mesmo marcando a alternativa errada, o aluno E, percebe que não existe a divisão por 0 visto nas questões anteriores. Este fato mostra que com a sinalização do colega ele pode perceber o erro, com isso encontramos complementaridade no diálogo. Deste modo, permitindo a existência de diálogos conservamos as proposições a fim de poder estabelecer cooperação entre os estudantes. O aluno G deixou claro que “o resultado vai ser 0 e tem como dividir 0 por 7” marcando a alternativa correta “B”. Destaco na figura 12 a resposta do aluno H.

Figura 12: Resposta do aluno H

8) ~~0~~ Eu estava em duvida de ser 0 ou 7. Mas depois da explicação do xxx eu entendi.

xxxxxxxxxxxxxxxxxxxx

“Eu estava em dúvida de ser 0 ou 7. Mas depois da explicação do xxx eu entendi.”

Fonte: acervo do autor

Na figura 11 pode ser observado que o aluno H conversou com seu colega, dando indícios que mudou de opinião para alternativa correta “B” em razão da troca de ideias entre pares. Neste caso houve uma cooperação, pois no diálogo percebeu o erro. Com o uso do método *Peer Instruction* com auxílio do aplicativo *Plickers* propicia-se o diálogo e debates favorecendo as ações cooperativas de Piaget (1973). Este momento proporciona troca de ideias e construção de conhecimento entre os estudantes. Em consequência, facilita a aprendizagem matemática.

A questão 9 foi a última pergunta a ser trabalhada em sala de aula, visto a falta tempo para finalizar toda a atividade. Tal questão resalta a possibilidade de poder ou não dividir qualquer número por 0, destaca-se os relatos dos alunos E, G e H. O aluno E é incisivo afirmando corretamente que não pode dividir por 0, argumentando que a resposta é indefinida. Por outro lado, o aluno G justifica ter acreditado que a resposta correta é letra “A”: qualquer número pode dividir por 0. Complementa que teve um diálogo com o colega onde depois de um discernimento das partes concluiu que a alternativa “C” (Não, pois existe somente um número que divide zero) era a correta. Já o aluno H relata que “achei bem fácil porque sei que 0 não é divisor” evidenciando que esclareceu suas dúvidas por meio do diálogo entre colegas deixando claro que expressaram a mesma opinião. Neste momento percebe-se uma ação de correspondência, pois segundo Piaget (1973) pode-se identificar elementos da cooperação quando se identifica diálogos com a mesma opinião entre dois sujeitos.

Acabamos trabalhando até a questão 9. No geral, a característica principal da turma foi de muita movimentação. Outros professores já haviam comentado que a turma era “impossível”. Trabalhar com outra metodologia fez chamar a atenção deles. Portanto, é no mínimo interessante conseguir levantar mais respostas dos alunos e incentiva-los a detalhar sobre o processo de aprendizagem. Esse fato nos faz questionar os motivos: talvez seja a quantidade de alunos em sala de aula? ou a explicação do professor? ou quais fatores devem ser abordados para propiciar a aprendizagem? Enfim, são muitas variáveis que fazem parte do desinteresse em sala de aula. Percebe-se que se precisa de tempo com os alunos e maturidade do professor para criar novos ambientes de aprendizado.

Com relação aos múltiplos e divisores como temática do questionário, se aprecia a necessidade de ajustar a parte teórica do conteúdo, para deixar claro os conceitos que irão utilizar os alunos no decorrer do seu processo de aprendizado. Por outro lado, vimos que a aplicação dos recursos digitais fez com que os alunos olhassem a matemática desde outra perspectiva, mais afim à geração que os agrupa; isso facilita a abertura de novas estratégias para uma melhor assimilação. Pela própria estruturação do método aplicado, obtivemos

momentos importantes de interação entre os alunos, com ações de reversibilidade, correspondência, complementaridade e colaboração, o que configura a cooperação.

5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Esta monografia mostrou a experiência realizada com uma turma do Ensino Fundamental II em Porto Alegre. A proposta foi inovar as aulas de múltiplos e divisores por meio de tecnologias digitais. O objetivo foi analisar os recursos do aplicativo *Plickers* como forma de verificar suas potencialidades desde o método *Peer Instruction*, buscando identificar o processo de aprendizagem entre pares. O aporte teórico aborda a cooperação baseada nas ações de complementaridade, correspondência e reciprocidade, que entram em consonância com as relações entre aluno-aluno, tecnologia, professor e ensino e o desenvolvimento da aprendizagem. Tópicos essenciais para encontrar uma melhor argumentação nos resultados desta pesquisa.

Reapresentando a questão que orientou esta pesquisa: **“Como o aplicativo *Plickers* aliado ao método *Peer Instruction* contribuem a criar um ambiente cooperativo/colaborativo no processo de aprendizagem de múltiplos e divisores dos números naturais?”**. Buscou-se, primeiramente, entender as maneiras de desenvolver uma pesquisa dentro do âmbito do ensino de múltiplos e divisores. Dando continuidade, aprofunda-se no referencial teórico de Piaget (1973) abordando o trabalho dos estudantes em ambiente cooperativo e colaborativo. Em seguida, abordam-se autores que debatem o uso do método *Peer Instruction* e o aplicativo *Plickers* como recurso de propiciar aprendizagem na educação matemática. Finaliza-se as considerações teóricas com a apresentação das contribuições e resultados da utilização do método *Peer Instruction*.

A partir das análises dos resultados pode-se inferir, sobre a utilização do método *Peer Instruction*, alguns aspectos positivos e negativos durante o experimento. Destaca-se como positivo o trabalho cooperativo e colaborativo, que encorajou o compartilhamento de ideias com o diálogo entre pares, o qual foi promovido pela reunião de grupos. A cooperação e colaboração propiciaram a interação entre os colegas que se enriqueceram pela metodologia ativa aplicada. Outro aspecto sobre a aprendizagem que o método *Peer Instruction* proporcionou foi o favorecimento do *feedback* imediato sobre a atividade abordada. Além de constatar que a utilização do aplicativo *Plickers* pode ser utilizado como uma ferramenta de análise de desempenho dos estudantes.

Para avaliar o desempenho dos alunos com a utilização do aplicativo *plickers*, obtiveram-se os resultados dos questionários formulados. Na maioria das questões avaliadas, as respostas não foram as corretas, isso indicaria que o conhecimento não foi assimilado pelos alunos como se esperaria, mas a pesquisa não era referida ao conhecimento e sim uma

provocação para encontrar momentos de cooperação e colaboração entre os discentes e com o apoio docente na busca pelo entendimento, utilizando para isso os recursos digitais. Dentro das ações que foram classificadas como cooperativas por Piaget (1973), se destacam as análises dos diálogos mostrando como os estudantes podem exercer ações entre si. Deste modo, os sujeitos podem entrar em acordo e possivelmente cheguem a encontrar a construção de um conceito matemático. Pode-se concluir que momentos de cooperação e colaboração foram estabelecidos em sala de aula, visto que houve ações de correspondência, reciprocidade e complementaridade. Tal como expressa Pinto (2020) basta ocorrer uma ação citada para haver cooperação.

Observa-se ainda, baseado nos objetivos previamente determinados, que a utilização do *Plickers*, vista desde suas potencialidades pedagógicas, principalmente na análise de desempenho, pode propiciar a redução da ansiedade para os alunos, pois fornece a resposta imediata ao final de cada questão. Além disso, esta ferramenta, pode servir como instrumento de melhoria da própria prática do professor, podendo acrescentar no processo de ensino em sala de aula.

A respeito das dificuldades enfrentadas pelo professor (a falta de internet e quadro branco ou algo que o substitua), estas podem ser corrigidas de forma que possa haver um aperfeiçoamento do processo de implementação da metodologia, como foi visto durante o primeiro encontro, onde se necessitava de quadro e internet para iniciar a aplicação da atividade. Desta forma, se faz necessário que o professor tenha uma atividade extra ou uma segunda opção de trabalho para os alunos. Já no sentido da avaliação dos educandos é necessário que o educador insira uma identificação nos *cards* com os nomes dos alunos para poder observar as respostas de cada um. Isso também auxilia a análise individual do desenvolvimento visto nos momentos de fazer e refazer a questão com o método *Peer Instruction*. Ainda sobre gerar resultados mais detalhados sobre a percepção dos estudantes, destaco o uso de gravador em sala de aula. Visto que podem ser analisados na íntegra os diálogos, e ter uma perspectiva mais ampla no processo de aprendizagem entre os estudantes. Além de ser possível adquirir dados e criar ambientes virtuais como, por exemplo, *chats*, fóruns de dúvidas e comentários em vídeos. Tais ambientes também permitem obter dados para futuras análises.

Outra questão a ser considerada em outras intervenções é o fato de fazer perguntas que não gerem dúvidas no entendimento do aluno, pois de todas as questões apresentadas a que gerou mais confusão na aula foi aquela formulada com “da para dividir” utilizando a linguagem própria dos alunos. Neste caso foi feita uma generalização do que poderia ser a

linguagem comum sem perceber que a questão estudada tem termos específicos que devem ser usados.

Após a escrita desta pesquisa desejo que ela sirva para gerar novas propostas de ensino de matemática, porém espero futuras retificações deste resultado, a fim de que surjam novas edições e novos olhares. Que este projeto tenha continuidade e que seja aperfeiçoado no tempo. Se faz importante a busca de novos recursos que façam alunos mais motivados a obter o conhecimento.

6. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ARAUJO, Ives Solano; MAZUR, Eric. **Instrução pelos colegas e ensino sob medida: uma proposta para o engajamento dos alunos no processo de ensino-aprendizagem de Física.** Caderno brasileiro de ensino de física. Florianópolis. Vol. 30, n. 2 (ago. 2013), p. 362-384, 2013.

BERGMANN, J.; SAMS, A. **A sala de aula invertida: uma metodologia ativa de aprendizagem.** Tradução Afonso Celso da Cunha Serra 1. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2014

BONA, Aline Silva de. **Espaço de Aprendizagem Digital da Matemática: o aprender a aprender por cooperação.** 2012.

BONA, Aline Silva de; SOUZA, Maria Thereza Costa Coelho de. **Aulas investigativas ea construção de conceitos de matemática: um estudo a partir da teoria de Piaget.** Psicologia USP, v. 26, n. 2, p. 240-248, 2015.

BOGDAN, Robert; BIKLEN, Sari. **Investigação qualitativa em educação: uma introdução à teoria e aos métodos.** Porto editora, 1994.

BREHM, Juneor dos Santos. **Múltiplos e divisores de números naturais um estudo no quinto ano do ensino fundamental.** 2015.

CAVALCANTE, M. B. **A educação frente as novas tecnologias: Perspectivas e desafios.** 2012. Disponível em: <https://escola-drxavierdealmeida.blogspot.com/2012/02/educacao-frente-as-novas-tecnologias.html>. Acesso em 02 agos. 2020

CORBELLINI, Silvana; BECKER, Maria Luiza Rheingantz. **Mapas de Trocas Intelectuais: representações para cooperação na educação a distância.** RENOTE: Novas Tecnologias na Educação. Vol. 17, no. 3 (dez. 2019), [10] p., 2019.

CERUTTI, Elisabete; NOGARO, Arnaldo. **Desafios docentes no ensino superior: entre a intencionalidade pedagógica e a inserção da tecnologia.** Revista Ibero-Americana de Estudos em Educação, v. 12, n. 3, p. 1592-1609, 2017.

CRISTINA TREVISIO, V; **AS RELAÇÕES SOCIAIS PARA JEAN PIAGET: implicações para a Educação Escolar.** 2013.

CROUCH, Catherine H. et al. **Peer instruction:** Engaging students one-on-one, all at once. Research-based reform of university physics, v. 1, n. 1, p. 40-95, 2007.

DE BONA, Aline Silva; DREY, Rafaela Fetzner. **Piaget e Vygotsky:** um paralelo entre as ideias de cooperação e interação no desenvolvimento de um espaço de aprendizagem digital. # Tear: Revista de Educação, Ciência e Tecnologia, v. 2, n. 1, 2013.

MORAES, Luiza Dumont de Miranda; CARVALHO, Regina Simplício; NEVES, Álvaro José Magalhães. **O Peer Instruction como proposta de metodologia ativa no ensino de química.** 2016.

FREIRE, Paulo. **Pedagogia da autonomia.** 51ª ed Editora: Paz e terra, 1996.

FREIRE, Helio Valdemar Damião; **Métodos combinados: sala de aula invertida e peer instruction como facilitadores do ensino da matemática.** Tese de doutorado. Universidade de São Paulo.

HELIODORO, Y. **Os sentidos do raciocínio multiplicativo e suas implicações para a docência na series iniciais.** Unicamp, 2004. Disponível em: <http://www.sbem.com.br/files/viii/pdf/01/MC01055380434.pdf> acesso em: 29 de abr. 2021.

LIMA, Yuri Theodoro Barbosa de. **Tecnologia e modelos físicos:** a utilização dos plickers e a construção do medidor de distâncias no ensino da matemática. 2018.

SILVA, BRUNO FRANÇA MARQUES SA. **MÚLTIPLOS E DIVISORES: IMPORTANTES FERRAMENTAS NO ENSINO MÉDIO.** 2014.

MAZUR, E. (1997) **Peer instruction: A user's manual.** Pap/Dskt ed. [S.l.] Prentice Hall, Inc., p. 253.

MORAIS, Alessandra de; BARBOSA, Laís Marques. Aprendizagem Cooperativa: conceitos básicos, fundamentação, elementos essenciais, técnicas e métodos. In : MORAIS, Alessandra de; BARBOSA, Laís Marques; BATAGLIA, Patrícia Unger Raphael; MORAIS, Mariana Lopes de (org.). **Aprendizagem Cooperativa: fundamentos, pesquisas e experiências educacionais brasileiras**. Marília: Oficina Universitária; São Paulo: Cultura Acadêmica, 2021. p.25-56.DOI: <https://doi.org/10.36311/2021.978-65-86546-92-7.p25-56>

MORAN, J.; BACICH, L.; **Metodologias ativas para uma educação inovadora: uma abordagem teórica-prática**. Editora: Penso. 2018

MENEZES, Rhômulo Oliveira; BRAGA, Roberta Modesto; DO ESPÍRITO SANTO, Adilson Oliveira. **COOPERAÇÃO NO DESENVOLVIMENTO DE ATIVIDADES DE MODELAGEM NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA**. REAMEC-Rede Amazônica de Educação em Ciências e Matemática, v. 7, n. 1, p. 147-170, 2019.

_MOURA, B. **Aplicação do *Peer Instruction* no ensino de matemática de quinto ano do ensino fundamental**. 2017. Dissertação (Mestre em ciências) Programa de Mestrado Profissional em Projetos Educacionais de Ciência, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2017.

MÜLLER, Maykon Gonçalves et al. **Uma revisão da literatura acerca da implementação da metodologia interativa de ensino *Peer Instruction* (1991 a 2015)**. Revista Brasileira de Ensino de Física, v. 39, n. 3, 2017.

MÜLLER, Maykon Gonçalves. **Metodologias interativas de ensino na formação de professores de Física: um estudo de caso com o *Peer Instruction***. 2013.

PIAGET, J. **Estudos Sociológicos**. Forense. Rio de Janeiro. 1973.

PINTO, Shéridan dos Reis. **Ações cooperativas e tecnologias móveis: planejamento, prática e análise de uma sequência de atividades sobre funções reais na escola básica**. 2020.

RAMOS, M. N. **'Brasil tem escola do século XIX', afirma especialista em educação.** Globo News, 8 de nov. de 2012. Disponível em: <http://g1.globo.com/globo-news/noticia/2012/11/brasil-tem-escola-do-seculo-xix-afirma-especialista-em-educacao.html>. Acesso em: 22 de mar. de 2020.

ROMIO, T; PAIVA, S; **Kahoot e GoConqr: uso de jogos educacionais para o ensino da matemática**, 2017, p 90-94. Disponível em: <file:///C:/Users/casa/Downloads/5234-21251-1-PB.pdf>. Acesso em: 14 de Nov. de 2020.

DE OLIVEIRA SILVA, Diego; SALES, Gilvandenys Leite; DE CASTRO, Juscileide Braga. **A utilização do aplicativo Plickers como ferramenta na implementação da metodologia Peer Instruction.** Revista Eletrônica Científica Ensino Interdisciplinar, v. 4, n. 12, p. 502-516, 2018.

APÊNDICE A - TERMO DE CONSENTIMENTO INFORMADO

Eu, _____, R.G. _____, responsável pelo(a) aluno(a) _____, da turma _____, declaro, por meio deste termo, que concordei em que o(a) aluno(a) participe da pesquisa intitulada _____, desenvolvida pelo(a) pesquisador(a) **Victor Ricardo Coronel Flores**. Fui informado(a), ainda, de que a pesquisa é coordenada/orientada por **Vandoir Stormowski**, a quem poderei contatar a qualquer momento que julgar necessário, por meio do telefone **(51) 33086225** ou e-mail **vandoir.stormowski@ufrgs.br**.

Tenho ciência de que a participação do(a) aluno(a) não envolve nenhuma forma de incentivo financeiro, sendo a única finalidade desta participação a contribuição para o sucesso da pesquisa. Fui informado(a) dos objetivos estritamente acadêmicos do estudo, que, em linhas gerais, são:.....

Fui também esclarecido(a) de que os usos das informações oferecidas pelo(a) aluno(a) será apenas em situações acadêmicas (artigos científicos, palestras, seminários etc.), identificadas apenas pela inicial de seu nome e pela idade.

A colaboração do(a) aluno(a) se fará por meio de entrevista/questionário escrito etc, bem como da participação em oficina/aula/encontro/palestra, em que ele(ela) será observado(a) e sua produção analisada, sem nenhuma atribuição de nota ou conceito às tarefas desenvolvidas. No caso de fotos ou filmagens, obtidas durante a participação do(a) aluno(a), autorizo que sejam utilizadas em atividades acadêmicas, tais como artigos científicos, palestras, seminários etc, sem identificação. Esses dados ficarão armazenados por pelo menos 5 anos após o término da investigação.

Cabe ressaltar que a participação nesta pesquisa não infringe as normas legais e éticas. No entanto, poderá ocasionar algum constrangimento dos entrevistados ao precisarem responder a algumas perguntas sobre o desenvolvimento de seu trabalho na escola. A fim de amenizar este desconforto será mantido o anonimato das entrevistas. Além disso, asseguramos que o estudante poderá deixar de participar da investigação a qualquer momento, caso não se sinta confortável com alguma situação

Como benefícios, esperamos com este estudo, produzir informações importantes sobre _____, a fim de que o conhecimento construído possa trazer contribuições relevantes para a área educacional.

A colaboração do(a) aluno(a) se iniciará apenas a partir da entrega desse documento por mim assinado.

Estou ciente de que, caso eu tenha dúvida, ou me sinta prejudicado(a), poderei contatar o(a) pesquisador(a) responsável no endereço **Av. protásio Alves 5377/telefone(51)997144949/e-mail ricardocoronel2203@gmail.com**.

Qualquer dúvida quanto a procedimentos éticos também pode ser sanada com o Comitê de Ética em Pesquisa (CEP) da Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS), situado na Av. Paulo Gama, 110 - Sala 317, Prédio Anexo 1 da Reitoria - Campus Centro, Porto Alegre/RS - CEP: 90040-060 e que tem como fone 55 51 3308 3738 e email etica@propesq.ufrgs.br

Fui ainda informado(a) de que o(a) aluno(a) pode se retirar dessa pesquisa a qualquer momento, sem sofrer quaisquer sanções ou constrangimentos.

Porto Alegre, _____ de _____ de _____.

Assinatura do Responsável:

Assinatura do(a) pesquisador(a):

Assinatura do Orientador da pesquisa:

APÊNDICE B- TERMO DE CONCORDÂNCIA DA INSTITUIÇÃO



UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
INSTITUTO DE MATEMÁTICA E ESTATÍSTICA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE MATEMÁTICA



Porto Alegre, 5 de 7 de 2019.

Prezada Professora Francine Möller
Diretora da EEEF Professor Ivo Corseuil

O(A) aluno(a) Victor Ricardo Gonard Flores, atualmente é graduando(a) regularmente matriculado(a) no Curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal do Rio Grande do Sul.

Como parte das exigências do Departamento de Matemática Pura e Aplicada para obtenção do título de Licenciado em Matemática pela Universidade Federal do Rio Grande do Sul, o(a) graduando(a) Victor Ricardo C. Flores está desenvolvendo um Trabalho de Conclusão de Curso (TCC). O TCC produzido deve resultar em material didático de qualidade que possa ser utilizado por outros professores de Matemática. Neste sentido, torna-se extremamente importante realizar experimentos educacionais e, por esta razão, estamos solicitando a sua autorização para que este trabalho possa ser desenvolvido na escola sob sua Direção.

Em caso de manifestação de sua concordância, por favor, registre sua ciência ao final deste documento, o qual está sendo encaminhado em duas vias.

Enquanto pesquisador(a) e professor(a) responsável pela orientação do desenvolvimento do TCC pelo(a) graduando(a), reitero nosso compromisso ético com os sujeitos dessa pesquisa colocando-nos à disposição para quaisquer esclarecimentos durante e após a realização da coleta de dados. Para tanto, deixo à disposição o seguinte telefone de contato: (51) _____ (Telefone de Contato do(a) Orientador(a)).

Agradecemos a sua atenção.

Cordialmente,

Ciente,

Francisca dos Santos
Vice Diretora
Id 2781425/01

Nome do Orientador(a)
Professor(a) do Departamento de Matemática Pura e Aplicada

ESCOLA ESTADUAL DE ENSINO FUNDAMENTAL
PROFESSOR IVO CORSEUIL
PORTARIA DE DESIGNAÇÃO Nº 00021
DE 15/01/2001 D.O. 26/01/2001
PORTO ALEGRE - RS

APÊNDICE C - QUESTIONÁRIO

1) Como devemos proceder para saber se um número é divisor de outro?

- a) Subtraindo o dividendo pelo divisor.
- b) Dividir o número por 2, 3, 4 e 5 . E caso o resto seja 0, então o número é divisível.
- c) Utilizando os critérios de divisibilidade.
- d) Multiplicando o quociente pelo dividendo.

2) Quantos divisores possui o número 6?

- a) 5
- b) 4
- c) 3
- d) 2

3) Qual número tem mais divisores?

- a) 15
- b) 16
- c) 17
- d) 18

4) Qual afirmação está correta?

- a) Os quatro primeiros múltiplos de 3 são {0, 3,5,9.}
- b) Os três primeiros múltiplos de 0 são {0, 1,2.}
- c) A soma dos três menores múltiplos de 2 é 6.
- d) A multiplicação dos três primeiros múltiplos de 4 é 32.

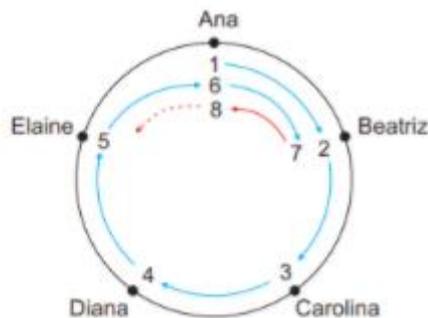
5) Quais são os divisores de 0?

- a) 0
- b) 1 e 0
- c) todos os números naturais
- d) todos os números naturais menos o zero

6) (Questão 9 - Modificada- da Olimpíadas Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (OBMEP) - 2017, nível 1)

9. Ana, Beatriz, Carolina, Diana e Elaine, em roda, brincam de falar números consecutivos. Ana começa falando 1, depois Beatriz fala 2 e assim por diante, conforme ilustrado na figura. Elas iniciam a brincadeira no sentido horário e mudam o sentido toda vez que o número falado for múltiplo de 7. Qual delas vai falar o número 32?

- A) Ana
- B) Beatriz
- C) Carolina
- D) Diana



7) Assinale a alternativa verdadeira:

- a) Todo número par dá para dividir por 2
- b) Todo número ímpar dá para dividir por ímpar
- c) Todo número par dá para dividir por ímpar
- d) Todo número ímpar dá para dividir por 3

8) Podemos dividir 0/7?

- a) Sim, pois o resultado é 7
- b) Sim, pois o resultado é 0
- c) Não, pois não podemos dividir qualquer número por 7
- d) Não, pois não existe resultado

9) Podemos dividir algum número por zero?

- a) Sim, qualquer número
- b) Sim, somente o 7
- c) Não, pois existe somente um número que divide zero
- d) Não, pois a divisão é indefinida

10) Quantos divisores tem o número 36?

- a) 7
- b) 8
- c) 9
- d) 10

11) Qual é a afirmativa verdadeira?

- a) o Zero é múltiplo de todos os números.
- b) o Zero é o menor divisor de um número.
- c) o Zero é divisor de todos os números.
- d) o Zero tem o número 1 como múltiplo.

12) Todas as afirmativas abaixo são verdadeiras, EXCETO:

- a) Todo número natural é múltiplo de 1.
- b) O número 1 só não é múltiplo de si mesmo.
- c) Todo número natural é múltiplo de si mesmo.
- d) O Zero é múltiplo de qualquer número natural

13) O número cuja fatoração completa é igual a $2 \times 3 \times 5$ é divisível pelo números abaixo, exceto :

- a) 2

b) 6

c) 15

d) 18