

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
ESCOLA DE ENGENHARIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

GEDERSON ALVARO DA CRUZ

**MODELO PARA PLANEJAMENTO DA
EXPANSÃO DE SISTEMAS DE
DISTRIBUIÇÃO CONSIDERANDO
CONFIABILIDADE**

Porto Alegre
2021

GEDERSON ALVARO DA CRUZ

**MODELO PARA PLANEJAMENTO DA
EXPANSÃO DE SISTEMAS DE
DISTRIBUIÇÃO CONSIDERANDO
CONFIABILIDADE**

Dissertação de mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal do Rio Grande do Sul como parte dos requisitos para a obtenção do título de Mestre em Engenharia Elétrica.
Área de concentração: Energia

ORIENTADOR: Prof. Dra. Mariana Resener

COORIENTADOR: Prof. Dr. Sérgio Haffner

Porto Alegre
2021

GEDERSON ALVARO DA CRUZ

**MODELO PARA PLANEJAMENTO DA
EXPANSÃO DE SISTEMAS DE
DISTRIBUIÇÃO CONSIDERANDO
CONFIABILIDADE**

Esta dissertação foi julgada adequada para a obtenção do título de Mestre em Engenharia Elétrica e aprovada em sua forma final pelo Orientador e pela Banca Examinadora.

Orientador: _____

Prof. Dra. Mariana Resener, UFRGS

Doutora pela Universidade Federal do Rio Grande do Sul –
Porto Alegre, Brasil

Banca Examinadora:

Prof. Dr. Rubén Augusto Romero Lázaro, UNESP – Ilha Solteira
Doutor pela Universidade Estadual de Campinas – Campinas, Brasil

Prof. Dr. Eduardo Nobuhiro Asada, USP – São Carlos
Doutor pela Universidade Estadual de Campinas – Campinas, Brasil

Prof. Dr. Luís Alberto Pereira, UFRGS – Porto Alegre
Doutor pela Universität Kaiserslautern – Kaiserslautern, Alemanha

Coordenador do PPGEE: _____

Prof. Dr. Sérgio Haffner

Porto Alegre, julho de 2021.

DEDICATÓRIA

Dedico este trabalho aos meus pais, Maria Solange Alvaro da Cruz e Gedeon Vergara da Cruz, e à minha noiva, Bruna de Souza Souza. O amor, a paciência e o incentivo destas pessoas foram essenciais nesta jornada.

AGRADECIMENTOS

Ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica (PPGEE) pela oportunidade de realização de trabalhos em minha área de pesquisa.

À Prof. Dra. Mariana Resener e ao Prof. Dr. Sérgio Haffner, por orientarem com dedicação, paciência e profissionalismo este trabalho.

À colega Bibiana Maitê Petry Ferraz por todo apoio prestado durante a realização deste trabalho e pela sua dedicação às questões administrativas do Laboratório de Sistemas Elétricos de Potência (LASEP).

Aos colegas do PPGEE: Cláudia Theis da Silveira, Danielle Jorge Madruga, Ígor Martins dos Santos, Kauã Minho Antunez, Luan Garcia Rodrigues e Rodrigo Borges Tavares pela amizade e companheirismo durante esta jornada.

À Miriam Rosek e demais secretárias do Departamento de Engenharia Elétrica, pelo atendimento gentil e competente.

À CAPES pela provisão da bolsa de mestrado.

RESUMO

Este trabalho apresenta um modelo de otimização para o problema do planejamento da expansão de sistemas de distribuição considerando confiabilidade. A adição de novos ramos e o recondutoramento dos ramos existentes são as alternativas de investimento presentes no plano de expansão. Além disso, o modelo de otimização avalia as perdas de energia nos alimentadores, as violações dos limites de tensão nodal e a confiabilidade para encontrar o melhor plano de expansão dos sistemas de distribuição. A confiabilidade é obtida por meio dos principais indicadores, isto é, da energia não fornecida, do índice de frequência de interrupção média do sistema e do índice de duração média da interrupção do sistema. A função objetivo do modelo de otimização é formada por três componentes: custos de investimento, custos de operação, e custos de confiabilidade. Neste trabalho, o ponto de operação em regime permanente dos sistemas de distribuição é calculado por meio de um modelo linearizado. Além disso, o modelo de otimização proposto utiliza função objetivo linear, restrições lineares e variáveis contínuas e inteiras, podendo ser representado como um problema de programação linear inteira mista (PLIM). O modelo de otimização foi descrito na linguagem de programação OPL e resolvido através do *solver* CPLEX. Para demonstrar a aplicabilidade do modelo de otimização, quatro casos que contemplam diferentes funções objetivos foram implementados em dois sistemas de distribuição: um de 10 nós e outro de 54 nós. Os resultados numéricos evidenciam a relevância da consideração da confiabilidade no planejamento da expansão de sistemas de distribuição.

Palavras-chave: Modelo de otimização, Problema do planejamento da expansão de sistemas de distribuição, Confiabilidade, Programação Linear Inteira Mista.

ABSTRACT

This work presents an optimization model for the expansion planning problem of distribution systems considering reliability. The addition of new branches and the reconductoring of existing branches are the investment alternatives in the expansion plan. In addition, the optimization model evaluates energy losses of the feeders, nodal voltage limit violations and reliability to find the best expansion plan of the distribution system. Reliability is obtained by means of the main indexes, i.e. energy not supplied (ENS), system average interruption frequency index (SAIFI), and system average interruption duration index (SAIDI). The objective function of the optimization model is composed of three components: investment costs, operating costs, and reliability costs. In this work, the steady state operating point of the distribution systems are calculated using a linearized model. In addition, the proposed optimization model uses a linear objective function, linear constraints, and continuous and integer variables, and it is represented as a mixed-integer linear programming (MILP) problem. The optimization model is described in the OPL programming language and solved using the CPLEX solver. In order to demonstrate the applicability of the optimization model, four cases contemplating different objective functions were implemented in two distribution systems: a 10-node system and a 54-node system. The numerical results demonstrate the relevance of considering reliability in expansion planning of distribution systems.

Keywords: Optimization model, Expansion planning problem of distribution systems, Reliability, Mixed-integer linear programming.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura nº 1 -	Circuito conectando dois nós.	37
Figura nº 2 -	Diagrama ilustrativo do modelo de otimização.	40
Figura nº 3 -	Função de representação da violação dos limites de tensão. . .	46
Figura nº 4 -	Restrições lineares utilizadas para aproximar as perdas de potência ativa nos ramos.	47
Figura nº 5 -	Restrições lineares utilizadas para aproximar o limite do fluxo de corrente nos ramos.	49
Figura nº 6 -	Sistema de distribuição de três nós.	51
Figura nº 7 -	Sistema de distribuição de três nós com a representação das restrições de cerca.	51
Figura nº 8 -	Regime de incentivos do SAIFI.	59
Figura nº 9 -	Topologia inicial do sistema de distribuição de 10 nós.	64
Figura nº 10 -	Topologia inicial do sistema de distribuição de 54 nós.	65
Figura nº 11 -	Regime de incentivos do SAIFI com os parâmetros adotados. .	68
Figura nº 12 -	Regime de incentivos do SAIDI com os parâmetros adotados. .	69
Figura nº 13 -	Topologia do Caso 1 para o sistema de 10 nós.	70
Figura nº 14 -	Perfis de tensão do Caso 1 para o sistema de 10 nós.	70
Figura nº 15 -	Topologia do Caso 2 para o sistema de 10 nós.	71
Figura nº 16 -	Perfis de tensão do Caso 2 para o sistema de 10 nós.	71
Figura nº 17 -	Topologia do Caso 3 para o sistema de 10 nós.	72
Figura nº 18 -	Perfis de tensão do Caso 3 para o sistema de 10 nós.	73
Figura nº 19 -	Topologia do Caso 4 para o sistema de 10 nós.	73
Figura nº 20 -	Topologia do Caso 1 para o sistema de 54 nós.	77
Figura nº 21 -	Perfis de tensão do Caso 1 para o sistema de 54 nós.	78
Figura nº 22 -	Topologia do Caso 2 para o sistema de 54 nós.	79
Figura nº 23 -	Perfis de tensão do Caso 2 para o sistema de 54 nós.	80
Figura nº 24 -	Topologia do Caso 3 para o sistema de 54 nós.	81
Figura nº 25 -	Perfis de tensão do Caso 3 para o sistema de 54 nós.	82
Figura nº 26 -	Topologia do Caso 4 para o sistema de 54 nós.	83
Figura nº 27 -	Perfis de tensão do Caso 4 para o sistema de 54 nós.	84
Figura nº 28 -	Sistema de distribuição de 4 nós.	96
Figura nº 29 -	Solução para a rede de quatro nós.	98
Figura nº 30 -	Resultado do exemplo numérico da determinação do número de consumidores a jusante de cada ramo do sistema de 4 nós. .	100
Figura nº 31 -	Regime de incentivos do SAIFI para o exemplo numérico. . .	101
Figura nº 32 -	Topologia alternativa 1.	105
Figura nº 33 -	Topologia alternativa 2.	105

Figura n° 34 - Topologia alternativa 3.	105
Figura n° 35 - Topologia alternativa 4.	106
Figura n° 36 - Topologia alternativa 5.	106
Figura n° 37 - Topologia alternativa 6.	106
Figura n° 38 - Topologia alternativa 7.	106

LISTA DE TABELAS

Tabela nº 1 -	Resumo das características do modelo proposto e dos modelos correlacionados com o modelo proposto	34
Tabela nº 2 -	Resumo dos casos analisados em cada sistema de distribuição .	62
Tabela nº 3 -	Níveis de carregamento do sistema de distribuição de 10 nós. .	64
Tabela nº 4 -	Parâmetros dos condutores disponíveis para o sistema de 10 nós.	64
Tabela nº 5 -	Comprimento dos ramos candidatos ao recondutoramento do sistema de distribuição de 54 nós.	66
Tabela nº 6 -	Comprimento dos ramos candidatos à adição do sistema de distribuição de 54 nós.	66
Tabela nº 7 -	Demanda de potência e consumidores em cada nó do sistema de 54 nós.	66
Tabela nº 8 -	Níveis de carregamento do sistema de distribuição de 54 nós. .	67
Tabela nº 9 -	Parâmetros dos condutores disponíveis para o sistema de 54 nós.	67
Tabela nº 10 -	Índices de diferença das tensões para o sistema de 10 nós (Caso 1)	71
Tabela nº 11 -	Índices de diferença das tensões para o sistema de 10 nós (Caso 2)	72
Tabela nº 12 -	Índices de diferença das tensões para o sistema de 10 nós (Caso 3)	72
Tabela nº 13 -	Resumo dos custos de expansão dos casos analisados no sistema de distribuição de 10 nós	74
Tabela nº 14 -	Resumo dos indicadores de confiabilidade do sistema de 10 nós.	74
Tabela nº 15 -	Características e tempo de processamento do modelo de otimização para os casos analisados no sistema de 10 nós.	75
Tabela nº 16 -	Índices de diferença das tensões para o sistema de 54 nós (Caso 1)	79
Tabela nº 17 -	Índices de diferença das tensões para o sistema de 54 nós (Caso 2)	81
Tabela nº 18 -	Índice de diferenças das tensões para o sistema de 54 nós (Caso 3)	83
Tabela nº 19 -	Índice de diferenças das tensões para o sistema de 54 nós (Caso 4)	85
Tabela nº 20 -	Resumo dos custos de expansão dos casos analisados no sistema de distribuição de 54 nós	85
Tabela nº 21 -	Resumo dos indicadores de confiabilidade do sistema de 54 nós	86
Tabela nº 22 -	Características e tempo de processamento do modelo de otimização para os casos analisados no sistema de 54 nós.	87

Tabela nº 23 -	Resultados parciais do SAIFI e do SAIDI para o sistema de distribuição de 10 nós (Caso 1).	108
Tabela nº 24 -	Resultados parciais da ENS para o sistema de distribuição de 10 nós no nível de carregamento 1 (Caso 1).	109
Tabela nº 25 -	Resultados parciais da ENS para o sistema de distribuição de 10 nós no nível de carregamento 2 (Caso 1).	109
Tabela nº 26 -	Resultados parciais da ENS para o sistema de distribuição de 10 nós no nível de carregamento 3 (Caso 1).	109
Tabela nº 27 -	Resultados parciais do SAIFI e do SAIDI para o sistema de distribuição de 10 nós (Caso 2).	110
Tabela nº 28 -	Resultados parciais da ENS para o sistema de distribuição de 10 nós no nível de carregamento 1 (Caso 2).	111
Tabela nº 29 -	Resultados parciais da ENS para o sistema de distribuição de 10 nós no nível de carregamento 2 (Caso 2).	111
Tabela nº 30 -	Resultados parciais da ENS para o sistema de distribuição de 10 nós no nível de carregamento 3 (Caso 2).	111
Tabela nº 31 -	Resultados parciais do SAIFI e do SAIDI para o sistema de distribuição de 54 nós (Caso 1).	112
Tabela nº 32 -	Resultados parciais da ENS para o sistema de distribuição de 54 nós no nível de carregamento 1 (Caso 1).	114
Tabela nº 33 -	Resultados parciais da ENS para o sistema de distribuição de 54 nós no nível de carregamento 2 (Caso 1).	115
Tabela nº 34 -	Resultados parciais da ENS para o sistema de distribuição de 54 nós no nível de carregamento 3 (Caso 1).	117
Tabela nº 35 -	Resultados parciais do SAIFI e do SAIDI para o sistema de distribuição de 54 nós (Caso 2).	118
Tabela nº 36 -	Resultados parciais da ENS para o sistema de distribuição de 54 nós no nível de carregamento 1 (Caso 2).	120
Tabela nº 37 -	Resultados parciais da ENS para o sistema de distribuição de 54 nós no nível de carregamento 2 (Caso 2).	121
Tabela nº 38 -	Resultados parciais da ENS para o sistema de distribuição de 54 nós no nível de carregamento 3 (Caso 2).	122
Tabela nº 39 -	Resultados parciais do SAIFI e do SAIDI para o sistema de distribuição de 54 nós (Caso 3).	124
Tabela nº 40 -	Resultados parciais da ENS para o sistema de distribuição de 54 nós no nível de carregamento 1 (Caso 3).	126
Tabela nº 41 -	Resultados parciais da ENS para o sistema de distribuição de 54 nós no nível de carregamento 2 (Caso 3).	127
Tabela nº 42 -	Resultados parciais da ENS para o sistema de distribuição de 54 nós no nível de carregamento 3 (Caso 3).	128
Tabela nº 43 -	Resultados parciais do SAIFI e do SAIDI para o sistema de distribuição de 54 nós (Caso 4).	130
Tabela nº 44 -	Resultados parciais da ENS para o sistema de distribuição de 54 nós no nível de carregamento 1 (Caso 4).	131
Tabela nº 45 -	Resultados parciais da ENS para o sistema de distribuição de 54 nós no nível de carregamento 2 (Caso 4).	133
Tabela nº 46 -	Resultados parciais da ENS para o sistema de distribuição de 54 nós no nível de carregamento 3 (Caso 4).	134

LISTA DE ABREVIATURAS

ANEEL	Agência Nacional de Energia Elétrica
ASAI	<i>Average Service Availability Index</i>
CID	<i>Customer Interruption Duration</i>
CIF	<i>Customer Interruption Frequency</i>
ENS	<i>Energy Not Supplied</i>
FCNL	Fluxo de Carga Não Linear
GD	Geração distribuída
MA	Modelo Aproximado
ML	Modelo Linear
NSGA	<i>Non Sorting Genetic Algorithm</i>
OPL	<i>Optimization Programming Language</i>
PL	Programação linear
PLIM	Programação linear inteira mista
PNL	Programação não linear
PNLIM	Programação não linear inteira mista
PSO	<i>Particle Swarm Optimization</i>
SAIDI	<i>System Average Interruption Duration Index</i>
SAIFI	<i>System Average Interruption Frequency Index</i>
SDEE	Sistemas de distribuição de energia elétrica
SPEA	<i>Strength Pareto Evolutionary Algorithm</i>

LISTA DE SÍMBOLOS

Descrição dos conjuntos

Ψ^A	Conjunto dos ramos candidatos à adição.
Ψ^B	Conjunto dos ramos do sistema.
Ψ^C	Conjunto dos condutores disponíveis para investimento.
Ψ^D	Conjunto dos nós com carga.
Ψ^J	Conjunto dos níveis de carregamento.
Ψ^N	Conjunto dos nós do sistema.
Ψ^R	Conjunto dos ramos candidatos ao recondutoramento.
Ψ^S	Conjunto dos nós com subestação.

Variáveis inteiras e binárias

\mathbf{x}	Vetor de variáveis binárias relacionadas aos investimentos.
x_{km}^{Rc}	Variável binária que indica o recondutoramento do ramo km utilizando o condutor do tipo c .
x_{km}^{Ac}	Variável binária que indica a adição do ramo km utilizando o condutor do tipo c .
y_{km}^R	Variável binária que indica a utilização do ramo km (candidato ao recondutoramento) com o condutor preexistente.
y_{km}^{Rc}	Variável binária que indica a utilização do ramo km (candidato ao recondutoramento) com o condutor do tipo c .
y_{km}^{Ac}	Variável binária que indica a utilização do ramo km (candidato à adição) com o condutor do tipo c .
y_{S-1}^R	Variável binária que indica a utilização do ramo $S-1$ (candidato ao recondutoramento) com o condutor preexistente.
y_{S-1}^{Rc}	Variável binária que indica a utilização do ramo $S-1$ (candidato ao recondutoramento) com o condutor do tipo c .
y_{1-2}^{Ac}	Variável binária que indica a utilização do ramo $1-2$ (candidato à adição) com o condutor do tipo c .

y_{S-2}^{Ac}	Variável binária que indica a utilização do ramo S–2 (candidato à adição) com o condutor do tipo c .
y_{S-1}^{A1}	Variável binária que indica a utilização do ramo S–1 (candidato à adição) com o condutor do Tipo 1.
y_{1-2}^{A1}	Variável binária que indica a utilização do ramo 1–2 (candidato à adição) com o condutor do Tipo 1.
y_{1-3}^{A1}	Variável binária que indica a utilização do ramo 1–3 (candidato à adição) com o condutor do Tipo 1.
y_{3-2}^{A1}	Variável binária que indica a utilização do ramo 3–2 (candidato à adição) com o condutor do Tipo 1.
ρ_{km}^R	Variável binária que indica o sentido do fluxo de energia do ramo km (candidato ao recondutoramento).
ρ_{km}^A	Variável binária que indica o sentido do fluxo de energia do ramo km (candidato à adição).
ρ_{S-1}^A	Variável binária que indica o sentido do fluxo de energia do ramo S–1 (candidato à adição).
ρ_{1-2}^A	Variável binária que indica o sentido do fluxo de energia do ramo 1–2 (candidato à adição).
ρ_{1-3}^A	Variável binária que indica o sentido do fluxo de energia do ramo 1–3 (candidato à adição).
ρ_{3-2}^A	Variável binária que indica o sentido do fluxo de energia do ramo 3–2 (candidato à adição).
β_3^{SF}	Variável binária auxiliar da Zona 3 do SAIFI.
β_5^{SF}	Variável binária auxiliar da Zona 5 do SAIFI.
β_3^{SD}	Variável binária auxiliar da Zona 3 do SAIDI.
β_5^{SD}	Variável binária auxiliar da Zona 5 do SAIDI.
N_{km}	Número de consumidores a jusante do ramo km .
N_{km}^R	Número de consumidores a jusante do ramo km (candidato ao recondutoramento).
N_{km}^{R+}	Variável auxiliar positiva que assume o valor da variável N_{km}^R quando o fluxo de energia do ramo km está no mesmo sentido do preestipulado pela matriz incidência nó-ramo.
N_{km}^{R-}	Variável auxiliar positiva que assume o valor da variável N_{km}^R quando o fluxo de energia do ramo km está no sentido oposto do preestipulado pela matriz incidência nó-ramo.
N_{km}^A	Número de consumidores a jusante do ramo km (candidato à adição).
N_{km}^{A+}	Variável auxiliar positiva que assume o valor da variável N_{km}^A quando o fluxo de energia do ramo km está no mesmo sentido do preestipulado pela matriz incidência nó-ramo.

N_{km}^{A-}	Variável auxiliar positiva que assume o valor da variável N_{km}^A quando o fluxo de energia do ramo km está no sentido oposto do preestipulado pela matriz incidência nó-ramo.
N_{S-1}^A	Número de consumidores a jusante do ramo $S-1$ (candidato à adição).
N_{S-1}^{A+}	Variável auxiliar positiva que assume o valor da variável N_{S-1}^A quando o fluxo de energia no ramo $S-1$ está no mesmo sentido do preestipulado pela matriz incidência nó-ramo.
N_{S-1}^{A-}	Variável auxiliar positiva que assume o valor da variável N_{S-1}^A quando o fluxo de energia no ramo $S-1$ está no sentido oposto do preestipulado pela matriz incidência nó-ramo.
N_{1-2}^A	Número de consumidores a jusante do ramo $1-2$ (candidato à adição).
N_{1-2}^{A+}	Variável auxiliar positiva que assume o valor da variável N_{1-2}^A quando o fluxo de energia no ramo $1-2$ está no mesmo sentido do preestipulado pela matriz incidência nó-ramo.
N_{1-2}^{A-}	Variável auxiliar positiva que assume o valor da variável N_{1-2}^A quando o fluxo de energia no ramo $1-2$ está no sentido oposto do preestipulado pela matriz incidência nó-ramo.
N_{1-3}^A	Número de consumidores a jusante do ramo $1-3$ (candidato à adição).
N_{1-3}^{A+}	Variável auxiliar positiva que assume o valor da variável N_{1-3}^A quando o fluxo de energia no ramo $1-3$ está no mesmo sentido do preestipulado pela matriz incidência nó-ramo.
N_{1-3}^{A-}	Variável auxiliar positiva que assume o valor da variável N_{1-3}^A quando o fluxo de energia no ramo $1-3$ está no sentido oposto do preestipulado pela matriz incidência nó-ramo.
N_{3-2}^A	Número de consumidores a jusante do ramo $3-2$ (candidato à adição).
N_{3-2}^{A+}	Variável auxiliar positiva que assume o valor da variável N_{3-2}^A quando o fluxo de energia no ramo $3-2$ está no mesmo sentido do preestipulado pela matriz incidência nó-ramo.
N_{3-2}^{A-}	Variável auxiliar positiva que assume o valor da variável N_{3-2}^A quando o fluxo de energia no ramo $3-2$ está no sentido oposto do preestipulado pela matriz incidência nó-ramo.

Variáveis contínuas

$\mathbf{f}_j^{\text{Re,R}}$	Vetor da parte real das correntes nos ramos candidatos ao recondutoramento no nível de carregamento j [pu].
$\mathbf{f}_j^{\text{Re,A}}$	Vetor da parte real das correntes nos ramos candidatos à adição no nível de carregamento j [pu].
$\mathbf{f}_j^{\text{Im,R}}$	Vetor da parte imaginária das correntes nos ramos candidatos ao recondutoramento no nível de carregamento j [pu].
$\mathbf{f}_j^{\text{Im,A}}$	Vetor da parte imaginária das correntes nos ramos candidatos à adição no nível de carregamento j [pu].

\mathbf{g}_j^{Re}	Vetor da parte real das injeções nodais de corrente no nível de carregamento j [pu].
\mathbf{g}_j^{Im}	Vetor da parte imaginária das injeções nodais de corrente no nível de carregamento j [pu].
\mathbf{V}_j	Vetor das tensões nodais no nível de carregamento j [pu].
\mathbf{z}	Vetor das violações dos limites de tensão nodal [pu].
\mathbf{p}	Vetor das perdas de potência ativa [pu].
$\bar{f}_{km,j}$	Fasor corrente no ramo km no nível de carregamento j [pu].
$f_{km,j}^{\text{Re}}$	Parte real da corrente no ramo km no nível de carregamento j [pu].
$f_{km,j}^{\text{Re,R}}$	Parte real da corrente no ramo km (candidato ao recondutoramento) no nível de carregamento j [pu].
$f_{km,j}^{\text{Re,A}}$	Parte real da corrente no ramo km (candidato à adição) no nível de carregamento j [pu].
$f_{km,j}^{\text{Im}}$	Parte imaginária da corrente no ramo km no nível de carregamento j [pu].
$f_{km,j}^{\text{Im,R}}$	Parte imaginária da corrente no ramo km (candidato à adição) no nível de carregamento j [pu].
$f_{km,j}^{\text{Im,A}}$	Parte imaginária da corrente no ramo km (candidato à adição) no nível de carregamento j [pu].
$g_{m,j}^{\text{Re}}$	Parte real da injeção de corrente no nó m no nível de carregamento j [pu].
$g_{m,j}^{\text{Im}}$	Parte imaginária da injeção de corrente no nó m no nível de carregamento j [pu].
$\bar{V}_{m,j}$	Fasor de tensão no nó m no nível de carregamento j [pu].
$V_{m,j}$	Tensão no nó m no nível de carregamento j [pu].
$V_{k,j}$	Tensão no nó k no nível de carregamento j [pu].
$\Delta\bar{V}_{km,j}$	Fasor da queda de tensão do ramo km no nível de carregamento j [pu].
$\Delta V_{km,j}$	Queda de tensão do ramo km no nível de carregamento j [pu].
$\Delta V_{km,j}^{\text{MA}}$	Queda de tensão do ramo km no nível de carregamento j do modelo aproximado [pu].
$z_{m,j}$	Violação dos limites de tensão no nó m no nível de carregamento j [pu].
$p_{km,j}^{\text{perdas}}$	Perda de potência ativa no ramo km no nível de carregamento j [pu].
$p_{km,j}^{\text{perdas,R}}$	Perdas de potência ativa no ramo km (candidato ao recondutoramento) no nível de carregamento j [pu].
$p_{km,j}^{\text{perdas,A}}$	Perdas de potência ativa no ramo km (candidato à adição) no nível de carregamento j [pu].
$f_{km,j}^{2\text{Re}}$	Aproximação do quadrado da parte real da corrente no ramo km no nível de carregamento j [pu].

$f_{km,j}^{2Re,R}$	Aproximação do quadrado da parte real da corrente no ramo km (candidato ao recondutoramento) no nível de carregamento j [pu].
$f_{km,j}^{2Re,A}$	Aproximação do quadrado da parte real da corrente no ramo km (candidato à adição) no nível de carregamento j [pu].
$f_{km,j}^{2Im}$	Aproximação do quadrado da parte imaginária da corrente no ramo km no nível de carregamento j [pu].
$f_{km,j}^{2Im,R}$	Aproximação do quadrado da parte imaginária da corrente no ramo km (candidato ao recondutoramento) no nível de carregamento j [pu].
$f_{km,j}^{2Im,A}$	Aproximação do quadrado da parte imaginária da corrente no ramo km (candidato à adição) no nível de carregamento j [pu].
$SAIFI$	Índice da frequência média de interrupção do sistema [falhas/ano].
$SAIDI$	Índice da duração média de interrupção do sistema [horas/ano].
ENS	Energia elétrica não fornecida [kWh/ano].
$SAIFI_{km}^R$	Variável auxiliar positiva relacionada com a parcela do SAIFI causada pelas interrupções do ramo km (candidato ao recondutoramento) [falhas/ano].
$SAIFI_{km}^A$	Variável auxiliar positiva relacionada com a parcela do SAIFI causada pelas interrupções do ramo km (candidato à adição) [falhas/ano].
$SAIDI_{km}^R$	Variável auxiliar positiva relacionada com a parcela do SAIDI causada pelas interrupções do ramo km (candidato ao recondutoramento) [horas/ano].
$SAIDI_{km}^A$	Variável auxiliar positiva relacionada com a parcela do SAIDI causada pelas interrupções do ramo km (candidato à adição) [horas/ano].
ENS_{km}^R	Variável auxiliar positiva relacionada com a parcela da ENS causada pelas interrupções do ramo km (candidato ao recondutoramento) [kWh/ano].
ENS_{km}^A	Variável auxiliar positiva relacionada com a parcela da ENS causada pelas interrupções do ramo km (candidato à adição) [kWh/ano].
$P_{km,j}$	Demanda de potência ativa a jusante do ramo km no nível de carregamento j [pu].
$P_{km,j}^R$	Demanda de potência ativa a jusante do ramo km (candidato ao recondutoramento) no nível de carregamento j [pu].
$P_{km,j}^{R+}$	Variável auxiliar positiva que assume o valor da variável $P_{km,j}^R$ quando o fluxo de energia do ramo km está no mesmo sentido do preestipulado pela matriz incidência nó-ramo [pu].
$P_{km,j}^{R-}$	Variável auxiliar positiva que assume o valor da variável $P_{km,j}^R$ quando o fluxo de energia do ramo km está no sentido oposto do preestipulado pela matriz incidência nó-ramo [pu].
$P_{km,j}^A$	Demanda de potência ativa a jusante do ramo km (candidato à adição) no nível de carregamento j [pu].
$P_{km,j}^{A+}$	Variável auxiliar positiva que assume o valor da variável $P_{km,j}^A$ quando o fluxo de energia do ramo km está no mesmo sentido do preestipulado pela matriz incidência nó-ramo [pu].

$P_{km,j}^{A-}$	Variável auxiliar positiva que assume o valor da variável $P_{km,j}^A$ quando o fluxo de energia do ramo km está no sentido oposto do preestipulado pela matriz incidência nó-ramo [pu].
$P_{km,1}$	Demanda de potência ativa a jusante do ramo km no nível de carregamento 1 [pu].
$P_{km,2}$	Demanda de potência ativa a jusante do ramo km no nível de carregamento 2 [pu].
$P_{km,3}$	Demanda de potência ativa a jusante do ramo km no nível de carregamento 3 [pu].
σ_1^{SF}	Variável auxiliar positiva que armazena a parcela do SAIFI pertencente à Zona 1 [falhas/ano].
σ_2^{SF}	Variável auxiliar positiva que armazena a parcela do SAIFI pertencente à Zona 2 [falhas/ano].
σ_3^{SF}	Variável auxiliar positiva que armazena a parcela do SAIFI pertencente à Zona 3 [falhas/ano].
σ_4^{SF}	Variável auxiliar positiva que armazena a parcela do SAIFI pertencente à Zona 4 [falhas/ano].
σ_5^{SF}	Variável auxiliar positiva que armazena a parcela do SAIFI pertencente à Zona 5 [falhas/ano].
σ_1^{SD}	Variável auxiliar positiva que armazena a parcela do SAIDI pertencente à Zona 1 [horas/ano].
σ_2^{SD}	Variável auxiliar positiva que armazena a parcela do SAIDI pertencente à Zona 2 [horas/ano].
σ_3^{SD}	Variável auxiliar positiva que armazena a parcela do SAIDI pertencente à Zona 3 [horas/ano].
σ_4^{SD}	Variável auxiliar positiva que armazena a parcela do SAIDI pertencente à Zona 4 [horas/ano].
σ_5^{SD}	Variável auxiliar positiva que armazena a parcela do SAIDI pertencente à Zona 5 [horas/ano].
δ	Fator para conversão das parcelas anuais de custo em valor presente.
C^{total}	Valor presente do custo total da expansão do sistema de distribuição [\$].
C^{inv}	Valor presente do custo total de investimento [\$].
C^{oper}	Valor presente do custo total de operação [\$].
C^{conf}	Valor presente do custo total da confiabilidade [\$].
C^{man}	Valor presente do custo total de manutenção [\$].
C^{vio}	Valor presente do custo total das violações dos limites de tensão nodal [\$].
C^{per}	Valor presente do custo total das perdas de energia nos alimentadores [\$].
C^{ENS}	Valor presente do custo total da ENS [\$].

C^{SF}	Valor presente do custo total do SAIFI [\\$].
C^{SD}	Valor presente do custo total do SAIDI [\\$].
C_{anual}^{SF}	Custo anual do SAIFI [\\$].
C_{anual}^{SD}	Custo anual do SAIDI [\\$].
$\bar{\varepsilon}_j^V$	Índice de diferença das tensões no nível de carregamento j .
$\varepsilon_{m,j}^V$	Valor absoluto da diferença relativa das tensões calculadas no nó m no nível de carregamento j .
$V_{m,j}^{ML}$	Tensão do nó m no nível de carregamento j obtida pelo ML [pu].
$V_{m,j}^{FCNL}$	Tensão do nó m no nível de carregamento j obtida pelo FCNL [pu].
ε^p	Índice de diferença das perdas de energia.
p_{perdas}^{ML}	Perda anual de energia nos alimentadores obtida por meio do ML [pu].
p_{perdas}^{FCNL}	Perda anual de energia nos alimentadores obtida pelo FCNL [pu].

Parâmetros

\mathbf{S}^R	Matriz incidência nó-ramo para os ramos candidatos ao recondutoramento.
\mathbf{S}^A	Matriz incidência nó-ramo para os ramos candidatos à adição.
\mathbf{d}_j^{Re}	Vetor da parte real das demandas nodais de corrente no nível de carregamento j [pu].
\mathbf{d}_j^{Im}	Vetor da parte imaginária das demandas nodais de corrente no nível de carregamento j [pu].
$s_{m,km}^R$	Elemento da matriz incidência nó-ramo pertencente ao nó m e ao ramo km (candidato ao recondutoramento).
$s_{m,km}^A$	Elemento da matriz incidência nó-ramo pertencente ao nó m e ao ramo km (candidato à adição).
$d_{m,j}^{Re}$	Parte real da demanda de corrente no nó m no nível de carregamento j [pu].
$d_{m,j}^{Im}$	Parte imaginária da demanda de corrente no nó m no nível de carregamento j [pu].
S_{base}	Potência base do sistema [kVA].
$\bar{S}_{m,j}$	Demanda de potência complexa no nó m no nível de carregamento j [pu].
P_m	Demanda de potência ativa no nó m [kW].
$P_{m,j}$	Demanda de potência ativa no nó m no nível de carregamento j [pu].
Q_m	Demanda de potência reativa no nó m [kvar].
$Q_{m,j}$	Demanda de potência reativa no nó m no nível de carregamento j [pu].
\bar{Z}_{km}	Impedância série do ramo km [pu].
R_{km}	Resistência do condutor instalado no ramo km por unidade de comprimento [pu/km].

R_{km}^R	Resistência do condutor preexistente no ramo km (candidato ao recondutoramento) por unidade de comprimento [pu/km].
R_{km}^{Rc}	Resistência do condutor do tipo c , candidato à instalação no recondutoramento do ramo km , por unidade de comprimento [pu/km].
R_{km}^{Ac}	Resistência do condutor do tipo c , candidato à instalação na adição do ramo km , por unidade de comprimento [pu/km].
X_{km}	Reatância do condutor instalado no ramo km por unidade de comprimento [pu/km].
X_{km}^R	Reatância do condutor preexistente no ramo km (candidato ao recondutoramento) por unidade de comprimento [pu/km].
X_{km}^{Rc}	Reatância do condutor do tipo c , candidato à instalação no recondutoramento do ramo km , por unidade de comprimento [pu/km].
X_{km}^{Ac}	Reatância do condutor do tipo c , candidato à instalação na adição do ramo km , por unidade de comprimento [pu/km].
ℓ_{km}	Comprimento do ramo km [km].
ℓ_{km}^R	Comprimento do ramo km (candidato ao recondutoramento) [km].
ℓ_{km}^A	Comprimento do ramo km (candidato à adição) [km].
$K_{km,j}$	Fator de ajuste para o cálculo da queda de tensão do ramo km no nível de carregamento j .
$K_{km,j}^R$	Fator de ajuste para o cálculo da queda de tensão no ramo km (candidato ao recondutoramento) no nível de carregamento j .
$K_{km,j}^A$	Fator de ajuste para o cálculo da queda de tensão no ramo km (candidato à adição) no nível de carregamento j .
$\Delta V_{km,j}^{FC}$	Queda de tensão exata do ramo km no nível de carregamento j do fluxo de carga [pu].
T	Horizonte de planejamento em anos.
$i\%$	Taxa de juros anual em %.
$\$$	Unidade monetária.
C_{km}^{Rc}	Custo de investimento do condutor do tipo c , candidato à instalação no recondutoramento do ramo km , por unidade de comprimento [\$/km].
C_{km}^{Ac}	Custo de investimento do condutor do tipo c , candidato à instalação na adição do ramo km , por unidade de comprimento [\$/km].
C_{km}^{MS}	Custo de investimento dos módulos de saída (barramento, disjuntor e sistemas de medição/proteção) para a adição do ramo km [\$/km].
CM_{km}^R	Custo anual de manutenção do condutor preexistente no ramo km (candidato ao recondutoramento) por unidade de comprimento [\$/km].
CM_{km}^{Rc}	Custo anual de manutenção do condutor do tipo c , candidato à instalação no recondutoramento do ramo km , por unidade de comprimento [\$/km].

CM_{km}^{Ac}	Custo anual de manutenção do condutor do tipo c , candidato à instalação na adição do ramo km , por unidade de comprimento [\$/km].
CM_{km}^{MS}	Custo anual de manutenção dos módulos de saída (barramento, disjuntor e sistemas de proteção/medição) do ramo km [\$].
CV	Fator de penalização anual pela violação dos limites de tensão nodal [\$/hora].
CE	Custo da energia elétrica [\$/kWh].
R^{En}	Receita esperada pela entrega de energia elétrica [\$/kWh].
Δt_j	Duração anual do nível de carregamento j [horas].
V_m^{\min}	Limite mínimo de tensão no nó m [pu].
V_m^{\max}	Limite máximo de tensão no nó m [pu].
V^{ref}	Tensão de referência [pu].
a_p, b_p	Constantes utilizadas na aproximação das parcelas $(f_{km,j}^{\text{Re}})^2$ e $(f_{km,j}^{\text{Im}})^2$ para o cálculo das perdas de potência.
N^{RL}	Número de restrições lineares para o cálculo das perdas de potência.
$f_{km}^{\max,R}$	Capacidade máxima de corrente do condutor preexistente no ramo km (candidato ao recondutoramento) [pu].
$f_{km}^{\max,Rc}$	Capacidade máxima de corrente do condutor do tipo c , candidato à instalação no recondutoramento do ramo km [pu].
$f_{km}^{\max,Ac}$	Capacidade máxima de corrente do condutor do tipo c , candidato à instalação na adição do ramo km [pu].
g_m^{\max}	Limite máximo da injeção de corrente no nó m [pu].
B_{\max}^R	Recurso financeiro disponível para os investimentos no recondutoramento dos ramos existentes [\$].
B_{\max}^A	Recurso financeiro disponível para investimento na adição de novos ramos [\$].
M	Valor grande o bastante que é usado nas restrições disjuntivas. Embora sempre seja utilizada a mesma notação, para cada tipo de disjunção o valor deve ser determinado de modo que não acarrete limitações para o problema.
λ_{km}	Taxa de falhas anual do ramo km [falhas/ano].
λ_{km}^R	Taxa de falhas anual do ramo km (candidato ao recondutoramento) com o condutor preexistente [falhas/ano].
λ_{km}^{Rc}	Taxa de falhas anual do ramo km (candidato ao recondutoramento) com o condutor do tipo c [falhas/ano].
λ_{km}^{Ac}	Taxa de falhas anual do ramo km (candidato à adição) com o condutor do tipo c [falhas/ano].
$\lambda_{km,j}$	Taxa de falhas anual do ramo km no nível de carregamento j [falhas/ano].
r_{km}	Duração da interrupção do ramo km [horas/falha].

r_{km}^R	Duração da interrupção do ramo km (candidato ao recondutoramento) com o condutor preexistente [horas/falha].
r_{km}^{Rc}	Duração da interrupção do ramo km (candidato ao recondutoramento) com o condutor do tipo c [horas/falha].
r_{km}^{Ac}	Duração da interrupção do ramo km (candidato à adição) utilizando o condutor c [horas/falha].
N_m	Número de consumidores conectados no nó m .
Rec_{\max}^{SF}	Recompensa máxima aplicada ao SAIFI [\$].
Rec_{\max}^{SD}	Recompensa máxima aplicada ao SAIDI [\$].
Pen_{\max}^{SF}	Penalidade máxima aplicada ao SAIFI [\$].
Pen_{\max}^{SD}	Penalidade máxima aplicada ao SAIDI [\$].
TR^{SF}	Taxa de incentivo da recompensa por unidade do SAIFI [\$.ano/falhas].
TR^{SD}	Taxa de incentivo da recompensa por unidade do SAIDI [\$.ano/horas].
TP^{SF}	Taxa de incentivo da penalidade por unidade do SAIFI [\$.ano/falhas].
TP^{SD}	Taxa de incentivo da penalidade por unidade do SAIDI [\$.ano/horas].
PR_{\max}^{SF}	Ponto de recompensa máxima do SAIFI [falhas/ano].
PR_{\max}^{SD}	Ponto de recompensa máxima do SAIDI [horas/ano].
PP_{\max}^{SD}	Ponto de penalidade máxima do SAIDI [horas/ano].
PP_{\max}^{SF}	Ponto de penalidade máxima do SAIFI [falhas/ano].
PR^{SF}	Ponto de recompensa do SAIFI [falhas/ano].
PR^{SD}	Ponto de recompensa do SAIDI [horas/ano].
PP^{SF}	Ponto de penalidade do SAIFI [falhas/ano].
PP^{SD}	Ponto de penalidade do SAIDI [horas/ano].

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	24
1.1	Objetivos	25
1.2	Estrutura do trabalho	26
2	PLANEJAMENTO DA EXPANSÃO DE SISTEMAS DE DISTRIBUIÇÃO CONSIDERANDO CONFIABILIDADE	28
2.1	Revisão da Bibliografia Recente	28
2.2	Análise dos modelos de otimização para o planejamento da expansão de sistemas de distribuição considerando confiabilidade	33
3	MODELO PARA PLANEJAMENTO DA EXPANSÃO DE SISTEMAS DE DISTRIBUIÇÃO CONSIDERANDO CONFIABILIDADE	36
3.1	Representação do sistema de distribuição	36
3.1.1	Cargas	36
3.1.2	Circuitos	37
3.2	Definição do Escopo do Planejamento da Expansão	38
3.3	Formulação do Modelo de Otimização	40
3.3.1	Função Objetivo	40
3.3.2	Restrições do Bloco I	43
3.3.3	Restrições do Bloco II	45
3.3.4	Restrições do Bloco III	51
3.3.5	Restrições do Bloco IV	53
4	ESTUDOS DE CASO E RESULTADOS	62
4.1	Descrição dos estudos de caso	62
4.2	Descrição da validação do modelo linear	63
4.3	Descrição dos sistemas de distribuição	63
4.3.1	Sistema de distribuição de 10 nós	64
4.3.2	Sistema de distribuição de 54 nós	65
4.3.3	Parâmetros gerais	68
4.4	Resultados	69
4.4.1	Resultados do sistema de distribuição de 10 nós	69
4.4.2	Comparação entre os estudos de caso do sistema de distribuição de 10 nós	73
4.4.3	Resultados do sistema de distribuição de 54 nós	77
4.4.4	Comparação entre os estudos de caso do sistema de distribuição de 54 nós	85
4.4.5	Análise geral dos resultados	88

5 CONCLUSÃO	90
5.1 Trabalhos futuros	91
REFERÊNCIAS	92
APÊNDICE A EXEMPLO NUMÉRICO DA DETERMINAÇÃO DO NÚMERO DE CONSUMIDORES A JUSANTE DE CADA RAMO	96
APÊNDICE B EXEMPLO NUMÉRICO DO REGIME DE INCENTIVOS	101
B.1 SAIFI na Zona 1	102
B.2 SAIFI na Zona 2	102
B.3 SAIFI na Zona 3	103
B.4 SAIFI na Zona 4	103
B.5 SAIFI na Zona 5	103
APÊNDICE C TOPOLOGIAS ALTERNATIVAS DO CASO 1 PARA O SISTEMA DE 10 NÓS	105
APÊNDICE D CÁLCULO ANALÍTICO DOS INDICADORES DE CONFIABILIDADE	107
D.1 Sistema de distribuição de 10 nós	107
D.1.1 Caso 1	108
D.1.2 Caso 2	110
D.1.3 Caso 3	112
D.2 Sistema de distribuição de 54 nós	112
D.2.1 Caso 1	112
D.2.2 Caso 2	118
D.2.3 Caso 3	124
D.2.4 Caso 4	129

1 INTRODUÇÃO

Um sistema de distribuição consiste na conexão existente entre as subestações de distribuição e os consumidores de energia elétrica, incluindo os alimentadores primários, transformadores de distribuição e circuitos secundários (KHATOR; LEUNG, 1997). Um sistema de distribuição típico está em constante crescimento devido ao aumento da demanda de carga dos consumidores, obrigando as distribuidoras de energia elétrica a realizar esquemas de planejamento da expansão da rede periodicamente. O planejamento da expansão de sistemas de distribuição visa basicamente determinar as melhores opções de investimento para atender o crescimento da demanda de forma econômica e eficiente dentro de um horizonte de planejamento, respeitando critérios técnicos e restrições impostas ao sistema (GITIZADEH; VAHED; AGHAEI, 2013).

Nesse contexto, os modelos de otimização representam uma importante ferramenta para auxiliar na obtenção de um plano de expansão que resulte em um benefício econômico para a distribuidora de energia elétrica e um aumento na satisfação dos consumidores (KHATOR; LEUNG, 1997; GANGULY; SAHOO; DAS, 2013). Para lidar com o problema do planejamento da expansão de sistemas de distribuição, os modelos de otimização utilizam duas abordagens: planejamento de estágio único e planejamento de múltiplos estágios. Os modelos de estágio único alocam os investimentos para um momento específico do horizonte de planejamento. Os modelos de múltiplos estágios resolvem uma série de modelos de estágio único, alocando os investimentos de acordo com a necessidade de cada período do horizonte de planejamento (FLETCHER; STRUNZ, 2007).

Entre as opções de investimento analisadas no planejamento da expansão, pode-se citar o recondutoramento de circuitos existentes, a construção de novos circuitos ou subestações, assim como a determinação da capacidade, localização e instalação de novos equipamentos (VAHIDINASAB et al., 2020). O investimento no recondutoramento de circuitos existentes pode ser indicado quando há perdas excessivas de energia no sistema de distribuição, quando a capacidade máxima de corrente dos condutores é violada, quando as magnitudes de tensão do sistema de distribuição são inferiores ao seu limite mínimo (FRANCO et al., 2013), ou quando há a necessidade de melhoria dos indicadores de confiabilidade do fornecimento de energia elétrica (RESENER, 2016).

O investimento na construção de novos circuitos pode ocorrer devido à necessidade de ampliação do sistema de distribuição para atender as demandas de carga em áreas onde não há circuitos existentes. Além disso, dependendo das alternativas de rotas, o investimento na construção de novos circuitos tem relação com a definição da rota ideal dos alimentadores, sendo um aspecto importante no planejamento da expansão de sistemas de distribuição (BOULAXIS; PAPADOPOULOS, 2002). A definição da rota ideal está relacionada à redução das perdas de energia, melhoria dos níveis de tensão e aumento da confiabilidade.

As violações dos níveis de tensão nodal e as perdas de energia estão entre os critérios técnicos frequentemente considerados nos modelos de otimização para planejamento da expansão dos sistemas de distribuição. Recentemente, os modelos de otimização também têm considerado aspectos relacionados à confiabilidade do fornecimento de energia elétrica (VAHIDINASAB et al., 2020; ZIARI; LEDWICH; GHOSH, 2011; MUNOZ-DELGADO; CONTRERAS; ARROYO, 2016, 2018a; JOOSHAKI et al., 2019b).

As distribuidoras de energia elétrica geralmente devem fornecer tensão de atendimento dentro de limites específicos durante todo o tempo, ou seja, o perfil da tensão ao longo do tempo deve estar sempre próximo ao valor de referência (VAHIDINASAB et al., 2020). Um perfil de tensão adequado traz benefícios para os consumidores e para a distribuidora de energia elétrica, pois a operação da rede de distribuição dentro dos limites de tensão evita compensações financeiras a serem pagas aos consumidores no caso de serviço inadequado (RESENER, 2016).

A preocupação com as perdas de energia dentro das distribuidoras de energia elétrica é constante, pois estas implicam custos adicionais (RESENER, 2016). As perdas elétricas podem ser divididas de acordo com sua origem em perdas técnicas e perdas não técnicas. As perdas técnicas são intrínsecas aos sistemas de distribuição e ocorrem devido ao processo físico de transporte da energia, enquanto que as perdas não técnicas são relacionadas ao processo de comercialização (erros de medição, fraudes e, principalmente, furto da energia elétrica) (QUEIROZ, 2010).

A confiabilidade é definida como a capacidade de atender continuamente as necessidades dos consumidores de energia elétrica com a quantidade e qualidade exigidas (CHOWDHURY; KOVAL, 2009). Os indicadores de confiabilidade mais comuns em nível de distribuição são a energia não fornecida, o índice de frequência de interrupção média do sistema e o índice de duração média da interrupção do sistema. Assim, a fim de atender simultaneamente os requisitos econômicos e de confiabilidade no problema do planejamento da expansão de sistemas de distribuição, é necessário considerar os indicadores de confiabilidade nos modelos de otimização.

Levando em conta o tipo de variáveis e equações, os modelos de otimização podem ser classificados como de programação linear (PL), programação não linear (PNL), programação linear inteira mista (PLIM) ou programação não linear inteira mista (PNLIM). Para cada tipo de modelo matemático existem diversas técnicas de otimização conhecidas (GONCALVES, 2013). Uma variedade de técnicas de otimização são propostas para resolver o problema do planejamento da expansão de sistemas de distribuição, incluindo métodos de programação matemática e algoritmos evolutivos heurísticos (GITIZADEH; VAHED; AGHAEI, 2013). Nos últimos anos, os *solvers* comerciais baseados nas técnicas exatas de otimização tornaram-se extremamente eficientes com o avanço das novas técnicas de resolução baseadas em algoritmos *branch and bound* especializados. Por consequência, as abordagens baseadas em modelos de PLIM tornaram-se bastante atrativas (GONCALVES, 2013).

1.1 Objetivos

O objetivo geral deste trabalho é propor um modelo de PLIM para planejamento da expansão de sistemas de distribuição considerando confiabilidade. Neste modelo de otimização, a adição de novos ramos e o recondutoramento de ramos existentes são as alternativas de investimento presentes no plano de expansão. Além disso, o modelo de otimização avalia as perdas de energia nos alimentadores, as violações dos limites de ten-

são nodal e a confiabilidade para encontrar o melhor plano de expansão dos sistemas de distribuição.

A abordagem aqui proposta é uma extensão do modelo apresentado por Resener (2016), no qual já haviam sido representados os diversos componentes do sistema de distribuição, as perdas de energia nos alimentadores e as violações dos limites de tensão nodal, sendo este aplicado para sistemas com topologia conhecida. Os principais avanços do presente trabalho são:

- a possibilidade de definir a rota dos alimentadores;
- a possibilidade de considerar os indicadores de confiabilidade.

Para alcançar o objetivo geral proposto no trabalho, torna-se necessário o cumprimento dos seguintes objetivos específicos:

- modificar o equacionamento do modelo disponível para considerar a possibilidade da adição de novos ramos;
- adicionar a restrição de radialidade para garantir que os alimentadores sejam radiais;
- adicionar as restrições de cerca para aumentar a eficiência do algoritmo *branch and bound* na solução do modelo de otimização;
- adicionar a formulação necessária para determinar os indicadores de confiabilidade (ENS, SAIDI e SAIFI);
- adicionar a formulação necessária para obter o número de consumidores e a demanda de potência ativa a jusante de cada ramo do sistema de distribuição;
- adicionar a formulação necessária para calcular os custos associados aos indicadores de confiabilidade (ENS, SAIDI e SAIFI).

Para validar o modelo proposto, os resultados numéricos de dois sistemas de distribuição são apresentados, comparando os planos de expansão de diferentes estudos de caso. Em todos os testes, o modelo proposto foi descrito na linguagem OPL (*Optimization Programming Language*) e resolvido pelo *solver* CPLEX, considerando um *gap* relativo de otimalidade de 0,01% (CPLEX, 2017).

1.2 Estrutura do trabalho

Os próximos capítulos deste trabalho estão organizados da seguinte forma:

- o Capítulo 2 apresenta as características dos principais trabalhos que abordam modelos de otimização para o problema do planejamento da expansão de sistemas de distribuição considerando confiabilidade. Em seguida, é feita uma análise dos trabalhos descritos com o intuito de estabelecer uma visão geral sobre o problema. Por fim, é apresentada uma comparação entre o modelo proposto e os modelos correlacionados ao modelo proposto;
- o Capítulo 3 apresenta o modelo de PLIM para planejamento da expansão de sistemas de distribuição considerando confiabilidade;

- o Capítulo 4 apresenta os sistemas de distribuição e os estudos de caso utilizados para validar o modelo de otimização proposto. Em seguida, os resultados numéricos são apresentados, comparando os planos de expansão de diferentes estudos de caso;
- o Capítulo 5 apresenta as conclusões com base nos estudos de caso e as sugestões de trabalhos futuros.

2 PLANEJAMENTO DA EXPANSÃO DE SISTEMAS DE DISTRIBUIÇÃO CONSIDERANDO CONFIABILIDADE

O planejamento da expansão de sistemas de distribuição energia elétrica (SDEE) é um problema complexo que tem sido estudado há décadas por diversos pesquisadores. A literatura técnica e científica mostra que os modelos do planejamento da expansão de SDEE possuem diferentes características, as quais foram sendo incorporadas e adaptadas ao longo do tempo devido às mudanças na operação dos sistemas elétricos. Desta forma, neste capítulo, é apresentada uma revisão bibliográfica sobre alguns dos modelos propostos para solucionar o problema do planejamento da expansão de SDEE, com foco nos trabalhos que abordam critérios de confiabilidade. Além disso, no final do capítulo, serão apresentados comentários e análises de forma a estabelecer uma visão geral sobre os trabalhos estudados.

2.1 Revisão da Bibliografia Recente

Nesta seção, serão descritas diferentes abordagens para o problema do planejamento da expansão de SDEE que foram apresentados nas duas últimas décadas. Como existem centenas de trabalhos com temáticas nesta área, buscou-se relacionar alguns com o objetivo de mostrar a diversidade de modelos e de métodos de solução, de forma a embasar a análise, descrita na seção seguinte, e também as escolhas que foram realizadas na definição da abordagem empregada nesta dissertação.

Lin, Yang e Tsay (2000) propuseram um modelo de otimização de programação não linear inteira mista (PNLIM) para o planejamento da expansão de sistemas de distribuição abordando critérios de confiabilidade. A função objetivo do modelo proposto minimiza o custo de investimento em subestações e alimentadores, o custo das perdas de potência ativa nos alimentadores, e o custo de confiabilidade do sistema. O custo de confiabilidade foi calculado como uma função linear do fluxo nos alimentadores do sistema de distribuição. A resolução do modelo de otimização foi obtida por meio de programação evolutiva e os resultados numéricos para uma rede de distribuição real de 11,4 kV da Companhia de Energia de Taiwan mostraram que o roteamento dos circuitos é diferente quando a confiabilidade é ou não considerada no modelo.

Ramírez Rosado e Bernal Agustín (2001) propuseram um modelo de otimização de PNLIM cujas funções objetivo são minimizar o custo da expansão do sistema de distribuição e maximizar a confiabilidade do sistema de distribuição. As alternativas do plano de expansão são o dimensionamento e a localização de alimentadores futuros (de operação e de reserva) e subestações. A avaliação da confiabilidade da rede de distribuição é feita por meio da energia não fornecida. O modelo proposto foi resolvido através de programação

evolutiva e aplicado a um sistema real de 180 nós que opera com uma tensão de 10 kV.

Miguez *et al.* (2002), diferentemente dos trabalhos supracitados, propuseram um modelo de otimização para o planejamento sem a presença de circuitos preexistentes (*green-field planning*). A função objetivo do modelo proposto minimiza o custo de investimento em subestações e alimentadores (de operação e de reserva), o custo das perdas de energia e o custo relacionado com a confiabilidade. Para calcular o custo relacionado com a confiabilidade, os autores utilizaram o número de interrupções do sistema, considerando apenas a presença de um disjuntor na saída das subestações. A solução do modelo é baseada em uma técnica de troca de ramos que obtém uma solução inicial factível, a qual é melhorada através de um algoritmo heurístico. Para validar o modelo proposto, os autores utilizaram um sistema de distribuição composto por 387 nós e 9 subestações.

Um modelo de otimização possibilístico (*fuzzy*) para o planejamento ótimo multiobjetivo de sistemas de distribuição foi apresentado por Ramírez Rosado e Domínguez Navarro (2004). Neste modelo, são determinadas as soluções não dominadas correspondentes à otimização simultânea do custo de expansão *fuzzy*, nível de confiabilidade *fuzzy* e exposição (otimização de robustez) dos sistemas de distribuição. O custo de expansão se refere aos custos para a construção de novas subestações e novos alimentadores. O nível de confiabilidade é obtido através da energia não fornecida (ENS) durante as interrupções do sistema e a exposição se refere ao risco dos ativos da rede terem seus limites de fluxo de potência ultrapassados. O modelo não linear, aplicado em um sistema de distribuição real de 182 nós, foi resolvido por meio de um algoritmo meta-heurístico baseado em Busca Tabu. Os resultados mostraram que as topologias da rede obtidas com o modelo possibilístico são diferentes das obtidas com um modelo determinístico. Mais tarde, Ramírez Rosado e Domínguez Navarro (2006) detalharam o algoritmo meta-heurístico baseado em Busca Tabu utilizado para resolver o modelo apresentado por Ramírez Rosado e Domínguez Navarro (2004).

Carrano *et al.* (2006) propuseram um modelo de otimização de PNLIM para o problema do planejamento da expansão de sistemas de distribuição. Neste trabalho, a função multiobjetivo considera um indicador monetário (incluindo custo de perdas de energia e custos de investimento em subestações e alimentadores) e um indicador de falha do sistema. Os resultados, obtidos através de um algoritmo genético multiobjetivo, são apresentados para duas redes de distribuição, uma de 21 e outra de 100 nós.

Mendoza, Bernal Agustín e Domínguez Navarro (2006) apresentaram a aplicação de dois algoritmos multiobjetivo (NSGA, *Non Sorting Genetic Algorithm*, e SPEA, *Strength Pareto Evolutionary Algorithm*) para o problema do planejamento da expansão de sistemas de distribuição. Neste estudo, tanto os conceitos de cada método de solução quanto o modelo de otimização para o planejamento da expansão de sistemas de distribuição são apresentados. A função multiobjetivo do modelo de otimização minimiza os custos totais da expansão e maximiza a confiabilidade do sistema elétrico. O investimento em subestações e alimentadores são avaliados pelo modelo de otimização para fornecer o melhor plano de expansão. A confiabilidade é avaliada através da ENS durante as faltas do sistema. Os resultados da aplicação do NSGA e do SPEA em um sistema de distribuição 41 nós são comparados e as conclusões apresentadas demonstram a aplicabilidade da metodologia proposta.

Ganguly, Sahoo e Das (2011) apresentaram um estudo sobre o planejamento da expansão de sistemas de distribuição utilizando otimização monoobjetivo e multiobjetivo por enxame de partículas (PSO). O modelo de otimização proposto possui duas funções objetivo: uma que visa minimizar o custo de investimento e perdas de energia nos ali-

mentadores e outra que visa minimizar a ENS devido a faltas do sistema. O reforço e a instalação de alimentadores e subestações são considerados como investimentos do plano de expansão. Para fins de validação, os autores aplicaram o modelo proposto em um sistema real de 182 nós. Primeiramente, os autores mostram os resultados do modelo de otimização considerando as duas funções objetivo de forma separada e, posteriormente, apresentam os resultados da abordagem multiobjetivo, evidenciando a necessidade de se considerar os critérios de confiabilidade no planejamento dos sistemas de distribuição.

Um modelo de otimização para o planejamento da expansão de sistemas de distribuição considerando os circuitos de média e baixa tensão foi apresentado por Ziari, Ledwich e Ghosh (2011). A função objetivo empregada consiste em minimizar o custo de investimento e operação dos ativos da rede, o custo das perdas nos alimentadores e o custo da confiabilidade. A instalação de subestações, transformadores e alimentadores de baixa e média tensão compõe o plano de expansão do modelo de otimização. A avaliação da confiabilidade do sistema de distribuição é feita através do Índice de Duração Média de Interrupção do Sistema (SAIDI) e do Índice de Frequência Média de Interrupção do Sistema (SAIFI). Além disso, visto que a localização das subestações e das cargas não são pré-determinadas, esse modelo busca obter a solução ótima da localização dos transformadores e subestações, além da rota dos alimentadores de média e baixa tensão. Um algoritmo por enxame de partículas foi utilizado para resolver o modelo proposto.

Lotero e Contreras (2011) propuseram um modelo de otimização de programação linear inteira mista (PLIM) visando determinar a melhor alternativa de obra para a expansão de sistemas de distribuição. A função objetivo minimiza os custos de investimento, de manutenção, de perdas e de operação. O plano de expansão considera o aumento da capacidade de subestações e alimentadores como variáveis de investimento. Além disso, o modelo permite encontrar um conjunto de soluções para que, subsequentemente, a ENS, o SAIDI, o SAIFI, a Duração da Interrupção do Consumidor (CID) e a Frequência de Interrupção do Consumidor (CIF) sejam calculados de modo a fornecer maiores informações sobre a confiabilidade de cada solução. Para validar a aplicação do modelo de otimização, são apresentados resultados numéricos para um sistema de distribuição de 27 nós.

Um modelo de PNLIM para o planejamento da expansão de sistemas de distribuição foi proposto por Cossi *et al.* (2012). A função multiobjetivo do modelo é composta pelos custos de investimento e de operação do sistema, bem como pelos custos de confiabilidade. O plano de expansão considera o reforço e a construção de alimentadores e subestações, assim como a localização ótima de chaves seccionadoras. Os custos de confiabilidade são obtidos por meio do cálculo da ENS durante as interrupções do sistema. O modelo de otimização, solucionado por um algoritmo multiobjetivo de busca tabu reativa, foi validado por meio de um sistema de 180 nós.

Na mesma linha do trabalho feito por Cossi *et al.* (2012), Sahooa, Gangulyb e Dasb (2012) propuseram um modelo de otimização que considera a localização ótima de chaves de seccionamento e de interconexão no plano de expansão. Nesse estudo, a função multiobjetivo consiste em minimizar o custo total de investimento e operação e maximizar a confiabilidade da rede. O custo total de investimento e operação é formado pelos custos: (i) de construção de alimentadores e subestações, de instalação de chaves de seccionamento e chaves de interconexão; (ii) de manutenção das subestações e alimentadores; e (iii) de perdas de energia. A confiabilidade é avaliada através de um indicador definido como a razão entre a energia média não entregue, devido à falha de todos os ramos, considerados um de cada vez, e a energia total. O modelo é resolvido utilizando a otimização por enxame de partículas e os resultados da simulação, aplicados em três sistemas

de distribuição diferentes (sistemas de 21, 54 e 100 nós), são apresentados para validar a abordagem proposta.

Sedghi, Aliakbar Golkar e Haghifam (2013), diferentemente dos trabalhos supracitados, propuseram a inserção de unidades de armazenamento no planejamento da expansão de sistemas de distribuição. Nesse trabalho, subestações, alimentadores, geração distribuída (GD) e unidades de armazenamento são consideradas como alternativas de investimento. A confiabilidade é avaliada através do custo da ENS durante as interrupções do sistema, a qual é calculada em função do tipo de carga instalada em cada nó (residencial, comercial ou industrial) e da duração da interrupção. Como estratégia de operação é considerado que os nós são restaurados através de interconexões, GDs e unidades de armazenamento. A função monoobjetivo do modelo proposto busca minimizar os custos de investimento, de operação e de confiabilidade. Para resolver esse modelo, um algoritmo de otimização de enxame de partículas modificado foi utilizado e os resultados da aplicação em um sistema de 67 nós mostraram que a estratégia de operação adotada reduziu a função objetivo e tornou o sistema mais confiável.

Shaaban, Atwa e El-saadany (2013) apresentaram um método para calcular os benefícios financeiros da instalação de GD renovável em redes de distribuição de energia elétrica. Além disso, os autores apresentaram um modelo de otimização de PNLIM em que o objetivo é determinar a localização ótima das GDs, de forma a reduzir o custo das perdas de energia e das interrupções do sistema. Além da instalação das gerações distribuídas, o recondutoramento dos circuitos da rede e a atualização dos equipamentos de medição e proteção da subestação são considerados como investimento, tornando possível a operação ilhada das GDs. A abordagem proposta foi aplicada em um sistema rural de 38 nós e os resultados mostraram uma redução nos custos de operação do sistema devido à presença das GDs.

Uma abordagem de programação dinâmica multiobjetiva para o planejamento da expansão de sistemas de distribuição foi proposta por Ganguly, Sahoo e Das (2013). Neste modelo de otimização, a função objetivo é composta por duas partes: uma referente aos custos de instalação e operação de ativos da rede elétrica e outra referente ao custo de confiabilidade. O custo de investimento é composto pelo custo da construção de subestações e alimentadores. O custo de operação consiste na soma dos custos de manutenção dos ativos da rede e das perdas de energia nos alimentadores. A confiabilidade do sistema é medida através do custo de interrupção, que é calculado em função dos custos da energia não fornecida, da reparação da falta e do dano causado aos consumidores. O modelo de otimização proposto é aplicado em sistemas de distribuição de 21, 54 e 100 nós cujos resultados são comparados com os obtidos por algoritmos evolutivos.

Um modelo de otimização para o planejamento da expansão de sistemas de distribuição com GD foi proposto por Bagheri, Monsef e Lesani (2015). Nesse modelo, as alternativas de investimento ocorrem em subestações, alimentadores e GDs renováveis e não renováveis. A confiabilidade é modelada através da ENS. Além disso, as incertezas da demanda de carga, da potência de saída das GDs renováveis e do preço da energia adquirida do sistema de transmissão são consideradas. Nesse trabalho, é permitido o ilhamento e a transferência de carga por meio de alimentadores reservas para melhorar a confiabilidade do sistema, sendo que a condição de operação segura foi verificada considerando todos os estados de incerteza. A função objetivo do modelo de otimização consiste em minimizar os custos de instalação e de operação. O modelo de otimização é resolvido por meio de um algoritmo genético e sua eficácia é comprovada em dois sistemas de distribuição, um de 54 nós e outro de 104 nós.

Munoz Delgado, Contreras e Arroyo (2016) propuseram um modelo de otimização para o planejamento da expansão de sistemas de distribuição. Esse modelo combina programação estocástica e programação linear inteira mista para considerar as incertezas relacionadas à demanda e às fontes de geração distribuída. As alternativas do plano de expansão do modelo proposto são a instalação e o aumento da capacidade dos alimentadores e subestações, além da instalação de GDs. A função objetivo do modelo de otimização é composta pelos custos: de investimento em ativos presentes no plano de expansão; de manutenção de alimentadores, transformadores e geradores; de produção de energia elétrica associada às subestações e geradores; e das perdas de energia em alimentadores e transformadores. Assim como feito por Lotero e Contreras (2011), o modelo proposto permite obter um conjunto de soluções para que, subsequentemente, a ENS, o SAIFI, o SAIDI, a CIF e a CID sejam avaliados. Resultados numéricos aplicados em sistemas de distribuição de 54, 86 e 138 nós foram apresentados para ilustrar o impacto de considerar a confiabilidade no problema do planejamento da expansão de sistemas de distribuição.

Munoz Delgado, Contreras e Arroyo (2018a) propuseram uma metodologia baseada em programação linear para o cálculo dos indicadores de confiabilidade, na qual a topologia da rede é explicitamente representada por variáveis de decisão do processo de otimização. Neste trabalho, foram apresentadas formulações matemáticas para o Índice Médio de Disponibilidade do Serviço (ASAI), o SAIDI, o SAIFI, a CID, a CIF e a ENS. Os resultados das expressões desenvolvidas foram comparados com os obtidos pelas expressões analíticas e não apresentaram diferenças, comprovando a aplicabilidade da proposta.

Um modelo de otimização de PLIM para planejamento da expansão de SDEE considerando confiabilidade foi proposto por Munoz Delgado, Contreras e Arroyo (2018b). A função objetivo do modelo consiste em minimizar o somatório dos custos: (i) de investimento em ativos presentes no plano de expansão; (ii) de manutenção em alimentadores e transformadores; (iii) da compra de energia elétrica; (iv) do corte de carga; (v) das perdas de energia elétrica; e (vi) da confiabilidade. O plano de expansão considera o investimento na adição e no recondutoramento de ramos. A avaliação da confiabilidade do sistema é feita através da ENS. O modelo de otimização proposto foi aplicado em um sistema de distribuição de 54 nós e os resultados numéricos mostraram similaridades com os obtidos através de uma solução heurística.

Jooshaki *et al.* (2019a) propuseram um novo método para linearizar o modelo matemático do SAIFI, do SAIDI e da ENS, cuja metodologia permite a incorporação dos custos de confiabilidade em modelos de otimização de PLIM. Para mostrar a aplicabilidade, a metodologia proposta foi implementada em uma rede de distribuição de 18 nós com um horizonte de planejamento de três anos. Os resultados de diferentes estudos de caso evidenciam a relevância de considerar o custo dos indicadores de confiabilidade na função objetivo do modelo de otimização.

Jooshaki *et al.* (2019b) apresentaram um modelo de PLIM para o planejamento da expansão de sistemas de distribuição. Nesse modelo de otimização, o plano de expansão considera a instalação de subestações, alimentadores e GD, além do aumento da capacidade de subestações e alimentadores. A função objetivo é formada pelos custos totais de investimento, de operação e de confiabilidade. O custo total de investimento está relacionado às opções presentes no plano de expansão, enquanto o custo total de operação corresponde ao custo anual de operação e manutenção dos alimentadores, das subestações e da GD. Já o custo de confiabilidade se refere aos custos da ENS, do SAIFI e do SAIDI. O modelo proposto foi aplicado em sistemas de distribuição de 24 e 54 nós, considerando diferentes estudos de caso. Assim, os autores concluíram que a inclusão da GD reduz o

valor da função objetivo e aumenta os níveis de confiabilidade.

2.2 Análise dos modelos de otimização para o planejamento da expansão de sistemas de distribuição considerando confiabilidade

A bibliografia técnica e científica recente, descrita na seção anterior, mostra que as alternativas de investimento do plano de expansão, convencionalmente utilizadas nos modelos de otimização, são o recondutoramento dos alimentadores, o aumento da capacidade das subestações e a construção de novos alimentadores e subestações. Entretanto, alguns estudos, como os apresentados por Sedghi, Aliakbar Golkar e Haghifam (2013); Shaaban, Atwa e El-saadany (2013); Bagheri, Monsef e Lesani (2015); Munoz Delgado, Contreras e Arroyo (2016); e Jooshaki *et al.* (2019b) consideram outras opções no plano de expansão, como por exemplo, os investimentos em geração distribuída e em unidades de armazenamento de energia elétrica.

Em grande parte dos trabalhos mencionados, a avaliação da confiabilidade foi feita somente através da ENS ou através do número de interrupções do sistema. Estudos mais recentes, como os apresentados por Ziari, Ledwich e Ghosh (2011); Lotero e Contreras (2011); Munoz Delgado, Contreras e Arroyo (2016) (2018a); e Jooshaki *et al.* (2019a) (2019b) consideram outros indicadores de confiabilidade, tais como, o SAIFI, o SAIDI, a CID e a CIF.

Ainda sobre os modelos de otimização descritos, é notório que os modelos de programação não linear são mais comuns para o problema do planejamento da expansão de sistemas de distribuição considerando confiabilidade, como os vistos em Lin, Yang e Tsay (2000); Ramírez Rosado e Bernal Agustín (2001); Miguez *et al.* (2002); Ramírez Rosado e Domínguez Navarro (2004); Carrano *et al.* (2006); Mendoza, Bernal Agustín e Domínguez Navarro (2006); Ganguly, Sahoo e Das (2011) (2013); Ziari, Ledwich e Ghosh (2011); Cossi *et al.* 2012; Sahooa, Ganguly e Dasb (2012); Sedghi, Aliakbar Golkar e Haghifam (2013); Shaaban, Atwa e El-saadany (2013); e Bagheri, Monsef e Lesani (2015).

Em função da natureza das grandezas envolvidas no problema, é compreensível que os modelos não lineares sejam mais comuns. Convencionalmente, os indicadores de confiabilidade podem ser calculados por métodos analíticos ou por métodos baseados em simulação. A abordagem analítica torna-se um pouco mais elaborada, pois o cálculo dos indicadores depende da topologia da rede e esta não é conhecida a priori, sendo necessárias formulações disjuntivas. Nesse contexto, diversos autores propuseram heurísticas ou meta-heurísticas para obter os indicadores de confiabilidade com base na topologia encontrada em cada alternativa avaliada pelo método de solução aplicado. Além disto, por empregar técnicas heurísticas, não existem dificuldades decorrentes da consideração explícita da não linearidade entre as grandezas, sendo esta a modelagem predominante, no contexto do planejamento da expansão de SDEE considerando confiabilidade.

Por outro lado, recentemente, tem-se observado esforços de alguns pesquisadores para considerar os indicadores de confiabilidade em modelos de programação linear cuja solução ocorre por métodos exatos. Nesse sentido, o trabalho apresentado por Munoz Delgado, Contreras e Arroyo (2018a) foi um dos pioneiros, pois, conforme descrito, a metodologia apresentada permite a obtenção dos principais indicadores de confiabilidade, sendo a topologia representada explicitamente por variáveis de decisão do processo de otimização. Mais tarde, essa metodologia foi utilizada por Munoz Delgado, Contreras e Arroyo (2018b), sendo a confiabilidade da rede planejada avaliada pela ENS, que é adi-

cionada à função objetivo com um coeficiente de peso. Assim, os critérios econômicos e de confiabilidade foram otimizados ao mesmo tempo.

Na mesma linha de pesquisa seguida por Munoz Delgado, Contreras e Arroyo (2018a), Jooshaki *et al.* (2019a) propuseram um novo método para linearizar o cálculo do SAIFI, do SAIDI e da ENS. Mais tarde, esse método foi utilizado por Jooshaki *et al.* (2019b) em um modelo de otimização de PLIM para planejamento da expansão de sistemas de distribuição, no qual um regime de incentivos para os requisitos do sistema é modelado e a instalação de GDs é avaliada para melhorar a confiabilidade do sistema.

Nesta dissertação, o modelo proposto é uma extensão do modelo de PLIM apresentado por Resener (2016). Por empregar uma abordagem exata, os modelos de otimização apresentados por Munoz, Delgado e Contreras (2018b) e Jooshaki *et al.* (2019b) serviram de base para o modelo de otimização proposto neste trabalho. Assim, com o objetivo de comparar o modelo proposto com abordagens similares, a Tabela 1 resume as principais características dos modelos mencionados.

Tabela 1 - Resumo das características do modelo proposto e dos modelos correlacionados com o modelo proposto

Características dos modelos de otimização		(A)	(B)	Modelo proposto	
Alternativas de investimento	Adição de circuitos	✓	✓	✓	
	Recondutoramento de circuitos	✓	✓	✓	
	Adição ou reforço de subestações	✓	✓		
	Geração distribuída		✓		
Critérios técnicos	Perdas de energia	✓		✓	
	Limites de tensão	Limites rígidos	✓	✓	
		Penalização por violação			✓
Confiabilidade	ENS	✓	✓	✓	
	SAIFI		✓	✓	
	SAIDI		✓	✓	

(A) Munoz, Delgado e Contreras (2018b)

(B) Jooshaki *et al.* (2019b)

Fazendo uma análise comparativa entre as alternativas de investimento de cada modelo apresentado na Tabela 1, observa-se que o modelo proposto considera alternativas de investimento convencionais para o problema do planejamento da expansão de sistemas de distribuição considerando confiabilidade. O modelo (A), além das alternativas de investimento do modelo proposto, considera a adição ou reforço de subestações como opções de investimento. O modelo (B), além das alternativas de investimento do modelo (A), considera a geração distribuída como uma opção de investimento. Ainda, do modelo (B), é considerada a possibilidade de operação ilhada das gerações distribuídas. Entretanto, vale ressaltar que nem sempre a operação ilhada é uma realidade dos sistemas de distribuição.

No que se refere aos critérios técnicos, o modelo proposto considera as perdas de energia nos alimentadores, assim como o modelo (A). O modelo (B) não contempla as perdas de energia nos alimentadores. Sobre os limites de tensão, o modelo proposto considera uma penalidade financeira por violações dos limites de tensão, enquanto que os outros modelos adotam limites rígidos, o que pode inviabilizar algumas soluções quando são consideradas limitações de investimento.

Por fim, a confiabilidade no modelo proposto é avaliada pelos principais indicadores de confiabilidade do sistema de distribuição (ENS, SAIFI e SAIDI), assim como o modelo (B). O modelo (A) avalia a confiabilidade do sistema de distribuição somente pela ENS, desconsiderando os outros indicadores de confiabilidade.

3 MODELO PARA PLANEJAMENTO DA EXPANSÃO DE SISTEMAS DE DISTRIBUIÇÃO CONSIDERANDO CONFIABILIDADE

Este capítulo apresenta em detalhes o modelo linear para planejamento da expansão de sistemas de distribuição considerando confiabilidade, formulado como uma extensão do modelo de otimização proposto por Resener (2016). No modelo aqui apresentado, é acrescentada a possibilidade de definir a rota dos alimentadores e também de considerar indicadores de confiabilidade.

3.1 Representação do sistema de distribuição

Nesta seção, é descrita a representação das cargas e dos circuitos, sendo estes modelos utilizados para determinar o ponto de operação em regime permanente do sistema de distribuição de energia elétrica (SDEE).

3.1.1 Cargas

As cargas são representadas por injeções constantes de corrente. As injeções de corrente são obtidas através das demandas de potência ativa e reativa em cada nó. Para tanto, considera-se que as cargas trifásicas são equilibradas, os ângulos de fase são nulos e as magnitudes das tensões são iguais aos seus valores nominais (HAFFNER; PEREIRA; GASPERIN, 2008; RESENER, 2016). Desta forma, considerando um circuito equivalente por fase e utilizando as grandezas por unidade, tem-se que as demandas de corrente em cada nó são determinadas por:

$$d_{m,j}^{\text{Re}} + j d_{m,j}^{\text{Im}} = \left(\frac{\bar{S}_{m,j}}{\bar{V}_{m,j}} \right)^*, \quad (3.1)$$

sendo:

- $d_{m,j}^{\text{Re}}$ parte real da demanda de corrente no nó m no nível de carregamento j [pu];
- $d_{m,j}^{\text{Im}}$ parte imaginária da demanda de corrente no nó m no nível de carregamento j [pu];
- $\bar{S}_{m,j}$ demanda de potência complexa no nó m no nível de carregamento j [pu];
- $\bar{V}_{m,j}$ fasor de tensão no nó m no nível de carregamento j [pu].

Assim, para tensão nominal, reescreve-se a Equação (3.1) como:

$$d_{m,j}^{\text{Re}} + j d_{m,j}^{\text{Im}} = P_{m,j} - j Q_{m,j}, \quad (3.2)$$

sendo:

- $P_{m,j}$ demanda de potência ativa no nó m no nível de carregamento j [pu];
 $Q_{m,j}$ demanda de potência reativa no nó m no nível de carregamento j [pu].

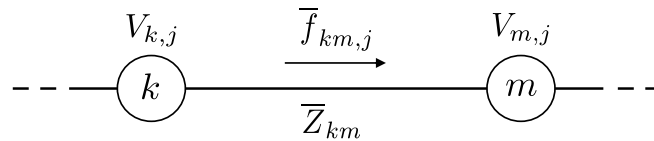
3.1.2 Circuitos

Neste trabalho, a representação dos circuitos considera que a corrente e as impedâncias série possuem uma parte real e uma parte imaginária, as quais estão relacionadas com a potência ativa e reativa, respectivamente. As quedas de tensão nos circuitos são calculadas por meio de uma aproximação do produto entre a impedância complexa série do circuito e o fasor corrente, considerando que o ângulo de fase dos fasores de tensão são nulos (HAFFNER; PEREIRA; GASPERIN, 2008; RESENER, 2016). Desse modo, assumindo o sistema ilustrado na Figura 1, tem-se que o fasor corrente no ramo km no nível de carregamento j ($\bar{f}_{km,j}$) (em pu) é dado por:

$$\bar{f}_{km,j} = f_{km,j}^{\text{Re}} + j f_{km,j}^{\text{Im}}, \quad (3.3)$$

sendo $f_{km,j}^{\text{Re}}$ e $f_{km,j}^{\text{Im}}$, respectivamente, a parte real e imaginária da corrente no ramo km no nível de carregamento j (em pu).

Figura 1 - Circuito conectando dois nós.



Fonte: Adaptado de Resener (2016)

A impedância série do ramo km (\bar{Z}_{km}) (em pu) é expressa por:

$$\bar{Z}_{km} = R_{km}\ell_{km} + jX_{km}\ell_{km}, \quad (3.4)$$

sendo:

R_{km} resistência do condutor instalado no ramo km por unidade de comprimento [pu/km];

ℓ_{km} comprimento do ramo km [km];

X_{km} reatância do condutor instalado no ramo km por unidade de comprimento [pu/km].

Assim, a partir das expressões (3.3) e (3.4), obtém-se o fasor da queda de tensão do ramo km no nível de carregamento j ($\Delta\bar{V}_{km,j}$) (em pu) dado por:

$$\begin{aligned} \Delta\bar{V}_{km,j} &= V_{k,j} - V_{m,j} \\ &= (f_{km,j}^{\text{Re}} + j f_{km,j}^{\text{Im}})(R_{km}\ell_{km} + jX_{km}\ell_{km}), \end{aligned} \quad (3.5)$$

sendo $V_{k,j}$ e $V_{m,j}$, respectivamente, a tensão no nó k e a tensão no nó m no nível de carregamento j (em pu).

Rearranjando os termos da Equação (3.5) e desprezando a parte imaginária, tem-se a expressão simplificada para a queda de tensão do ramo km no nível de carregamento j ($\Delta V_{km,j}$) (em pu), a qual é calculada por:

$$\Delta V_{km,j} \approx R_{km}\ell_{km}f_{km,j}^{\text{Re}} - X_{km}\ell_{km}f_{km,j}^{\text{Im}}. \quad (3.6)$$

Entretanto, Haffner, Pereira e Gasperin (2008) observaram que o modelo, apresentado na Equação (3.6), obtém melhores resultados quando um fator de ajuste é inserido no cálculo da queda de tensão do ramo km no nível de carregamento j , resultando no modelo aproximado (MA) expresso por:

$$\Delta V_{km,j}^{MA} = K_{km,j} R_{km} \ell_{km} f_{km,j}^{Re} - X_{km} \ell_{km} f_{km,j}^{Im}, \quad (3.7)$$

onde $\Delta V_{km,j}^{MA}$ é a queda de tensão do ramo km no nível de carregamento j do modelo aproximado (em pu) e $K_{km,j}$ é o fator de ajuste para o cálculo da queda de tensão do ramo km no nível de carregamento j .

O fator $K_{km,j}$ é calculado de forma que a queda de tensão obtida pelo modelo aproximado seja igual à queda de tensão exata do fluxo de carga em torno do ponto de operação no qual o modelo linear está sendo desenvolvido. Portanto, tem-se que:

$$K_{km,j} = \frac{\Delta V_{km,j}^{FC} + X_{km} \ell_{km} f_{km,j}^{Im}}{R_{km} \ell_{km} f_{km,j}^{Re}}, \quad (3.8)$$

sendo $\Delta V_{km,j}^{FC}$ a queda de tensão exata do ramo km no nível de carregamento j do fluxo de carga (em pu).

O desenvolvimento do modelo linear por meio de fatores de ajuste é feito em torno do ponto de operação de um caso base, o qual é formado pelo sistema de distribuição na sua configuração inicial (apenas pela rede existente). Assim, os fatores de ajuste para os circuitos preexistentes são calculados por meio das quedas de tensão (obtidas pela solução do fluxo de carga) e pelas parcelas real e imaginária das correntes (obtidas pela aplicação das Leis de Kirchhoff). Para os circuitos que não pertencem ao sistema de distribuição inicial, são utilizados fatores de ajuste unitários, pois, em geral, o fator $K_{km,j}$ das redes de distribuição de média tensão convencionais encontra-se próximo da unidade (HAFFNER et al., 2009).

3.2 Definição do Escopo do Planejamento da Expansão

Neste trabalho, o planejamento da expansão considera os custos relacionados aos investimentos, à operação e à confiabilidade dos sistemas de distribuição. Os custos de investimento são calculados no início do horizonte de planejamento; os custos de operação e de confiabilidade são formados a partir de parcelas anuais de custo, calculadas para o início de cada ano. Para colocar todos os custos em uma mesma base de tempo, a análise financeira do planejamento da expansão é feita através do valor presente líquido, utilizando um fator para conversão das parcelas anuais de custo em valor presente (δ), dado por:

$$\delta = \sum_{t=1}^T \frac{1}{\left(1 + \frac{i\%}{100}\right)^{t-1}}, \quad (3.9)$$

onde $i\%$ é a taxa de juros anual em % e T é o horizonte de planejamento em anos. Portanto, a função objetivo do modelo de otimização é dada pelo valor presente do custo de expansão e de operação do sistema de distribuição que é formado por três componentes: i) custos de investimento; ii) custos de operação; e iii) custos de confiabilidade.

Os custos de investimento estão relacionados com os custos para reconduzir os ramos existentes e para adicionar os novos ramos, necessários para o atendimento da carga

do sistema de distribuição. Os custos de operação estão associados aos custos da manutenção, das violações dos limites de tensão nodal e das perdas de energia nos alimentadores. Os custos de confiabilidade estão relacionados com os custos dos indicadores utilizados para aferir a confiabilidade das topologias encontradas pelo modelo de otimização.

Neste trabalho, o planejamento da expansão considera três indicadores de confiabilidade: a energia não fornecida (ENS), que determina a quantidade de energia elétrica que não está sendo fornecida aos consumidores em razão das interrupções do sistema (BILLINTON; ALLAN, 1996), o índice de frequência de interrupção média do sistema (SAIFI), que indica a frequência com que o consumidor médio experimenta uma interrupção sustentada durante um período predefinido; e o índice de duração média da interrupção do sistema (SAIDI), que indica a duração total das interrupções do consumidor médio durante um período de tempo predefinido (IEEE GUIDE FOR ELECTRIC POWER DISTRIBUTION RELIABILITY INDICES, 2012).

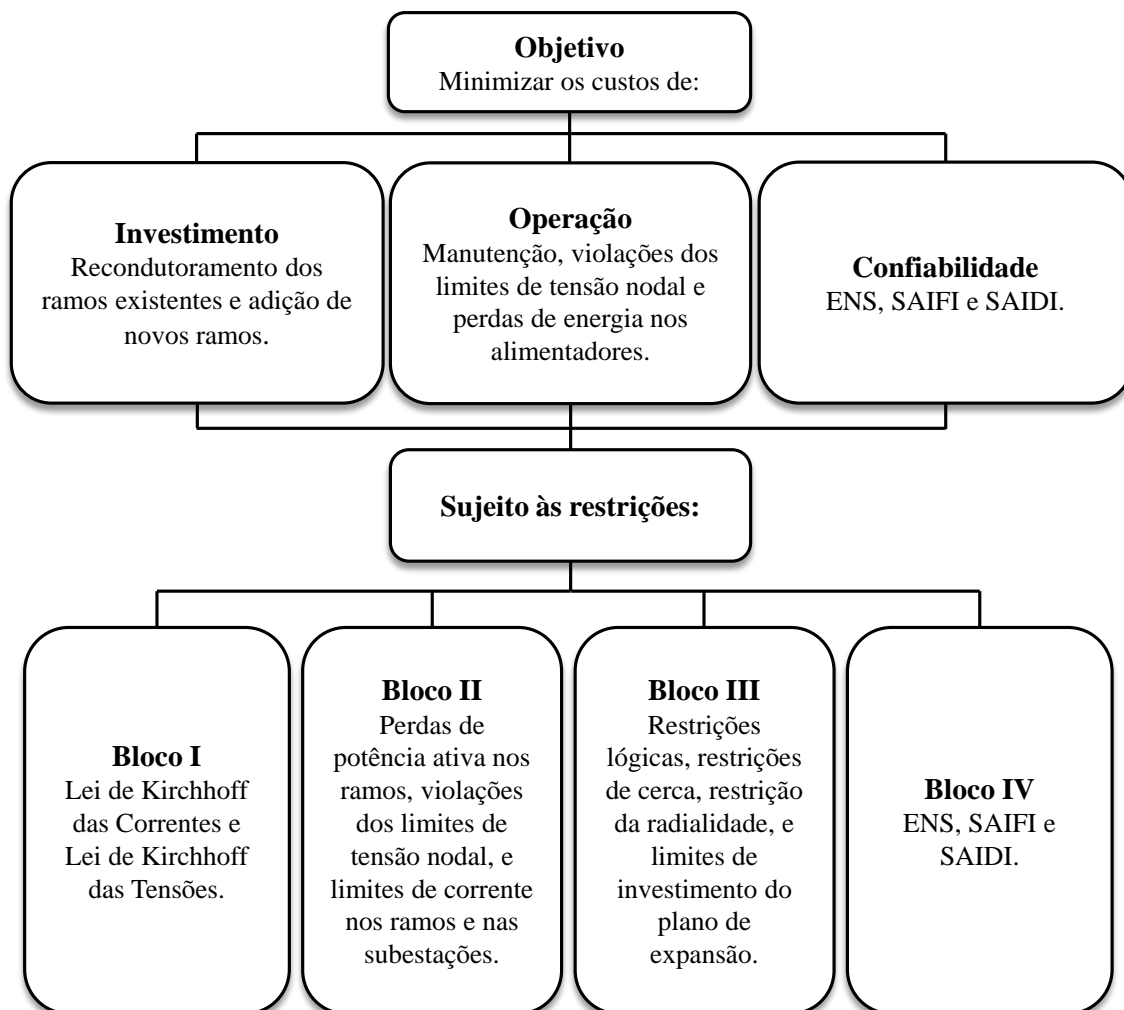
De acordo com as definições dos indicadores de confiabilidade supracitados, é evidente que os mesmos dependem da topologia do sistema de distribuição, que é um dos objetivos do planejamento da expansão. Por conta disso, a consideração dos indicadores de confiabilidade no problema do planejamento da expansão em modelos lineares é uma tarefa complexa, que pode ser contornada aproveitando a vantagem da operação radial dos sistemas de distribuição (JOOSHAKI et al., 2019a,b). Portanto, para tornar possível a consideração dos indicadores de confiabilidade no modelo linear deste trabalho, foram consideradas as seguintes premissas:

- (i) somente faltas sustentadas são consideradas;
- (ii) os ramos adjacentes à subestação são compostos por um disjuntor ideal localizado imediatamente após a fonte de alimentação;
- (iii) os ramos não adjacentes à subestação são equipados com uma chave de seccionamento ideal (normalmente fechada) localizada imediatamente após o nó mais próximo da fonte de alimentação;
- (iv) não há chaves de interconexão na rede.

Considerando as premissas citadas, pode-se concluir que a falha em um ramo do sistema de distribuição resulta na interrupção de todos os consumidores a jusante desse ramo até o reparo do defeito (JOOSHAKI et al., 2019a,b). Logo, pode-se calcular os indicadores de confiabilidade por meio de modelos lineares disjuntivos, que serão apresentados na Seção 3.3.5.

As restrições do modelo de otimização foram organizadas em quatro blocos, considerando a sua natureza. O primeiro bloco é constituído pelas restrições oriundas da aplicação das leis de Kirchhoff. O segundo bloco é constituído pelas restrições associadas com as perdas de potência ativa nos ramos, com as violações dos limites de tensão nodal e com os limites de corrente nos ramos e nas subestações. O terceiro bloco inclui as restrições de cerca, a restrição da radialidade, as restrições lógicas e os limites de investimento do plano de expansão. O quarto bloco é composto pelas restrições do SAIDI, do SAIFI e da ENS. A Figura 2 ilustra a organização do modelo de otimização do presente trabalho cuja formulação será detalhada a seguir.

Figura 2 - Diagrama ilustrativo do modelo de otimização.



Fonte: Adaptado de Resener (2016)

3.3 Formulação do Modelo de Otimização

Nesta seção, a função objetivo e as restrições do modelo de otimização de programação linear inteira mista (PLIM) deste trabalho são descritos. Além disso, as linearizações das grandezas relacionadas às perdas de potência ativa, às violações dos limites de tensão nodal e à confiabilidade são detalhadas.

3.3.1 Função Objetivo

A função objetivo do modelo de otimização visa minimizar o valor presente do custo total da expansão do sistema de distribuição (C^{total}) (em \$), o qual é expresso por:

$$C^{\text{total}}(\mathbf{x}, \mathbf{z}, \mathbf{p}) = C^{\text{inv}}(\mathbf{x}) + C^{\text{oper}}(\mathbf{x}, \mathbf{z}, \mathbf{p}) + C^{\text{conf}}(\mathbf{x}), \quad (3.10)$$

sendo:

- \mathbf{x} vetor de variáveis binárias relacionadas aos investimentos;
- \mathbf{z} vetor das violações dos limites de tensão nodal [pu];

- \mathbf{p} vetor das perdas de potência ativa [pu];
- C^{inv} valor presente do custo de investimento [\$];
- C^{oper} valor presente do custo total de operação [\$];
- C^{conf} valor presente do custo total da confiabilidade [\$].

O valor presente do custo total de investimento é dado por:

$$C^{inv}(\mathbf{x}) = \sum_{km \in \Psi^R} \left[\sum_{c \in \Psi^C} C_{km}^{Rc} \ell_{km}^R x_{km}^{Rc} \right] + \sum_{km \in \Psi^A} \left[\sum_{c \in \Psi^C} (C_{km}^{Ac} \ell_{km}^A + C_{km}^{MS}) x_{km}^{Ac} \right] \quad (3.11)$$

sendo:

- C_{km}^{Rc} custo de investimento do condutor do tipo c , candidato à instalação no recondutoramento do ramo km , por unidade de comprimento [\$/km];
- ℓ_{km}^R comprimento do ramo km (candidato ao recondutoramento) [km];
- x_{km}^{Rc} variável binária que indica o recondutoramento do ramo km utilizando o condutor do tipo c ;
- C_{km}^{Ac} custo de investimento do condutor do tipo c , candidato à instalação na adição do ramo km , por unidade de comprimento [\$/km];
- ℓ_{km}^A comprimento do ramo km (candidato à adição) [km];
- C_{km}^{MS} custo de investimento dos módulos de saída (barramento, disjuntor e sistemas de medição/proteção) para a adição do ramo km [\$];
- x_{km}^{Ac} variável binária que indica a adição do ramo km utilizando o condutor do tipo c ;
- Ψ^R conjunto dos ramos candidatos ao recondutoramento;
- Ψ^C conjunto dos condutores disponíveis para investimento;
- Ψ^A conjunto dos ramos candidatos à adição.

O valor presente do custo total de operação é expresso por:

$$C^{oper}(\mathbf{x}, \mathbf{z}, \mathbf{p}) = C^{man}(\mathbf{x}) + C^{vio}(\mathbf{z}) + C^{per}(\mathbf{p}), \quad (3.12)$$

sendo:

- C^{man} o valor presente do custo total de manutenção [\$];
- C^{vio} o valor presente do custo total das violações dos limites de tensão nodal [\$];
- C^{per} o valor presente do custo total das perdas de energia nos alimentadores [\$].

O valor presente do custo total de manutenção é dado por:

$$\begin{aligned}
C^{\text{man}}(\mathbf{x}) &= \delta \sum_{km \in \Psi^R} \left[\sum_{c \in \Psi^C} (CM_{km}^{\text{Rc}} \ell_{km}^{\text{R}} + CM_{km}^{\text{MS}}) x_{km}^{\text{Rc}} \right] + \\
&+ \delta \sum_{km \in \Psi^R} \left[(CM_{km}^{\text{R}} \ell_{km}^{\text{R}} + CM_{km}^{\text{MS}}) \left(1 - \sum_{c \in \Psi^C} x_{km}^{\text{Rc}} \right) \right] + \\
&+ \delta \sum_{km \in \Psi^A} \left[\sum_{c \in \Psi^C} (CM_{km}^{\text{Ac}} \ell_{km}^{\text{A}} + CM_{km}^{\text{MS}}) x_{km}^{\text{Ac}} \right], \\
&= \delta \sum_{km \in \Psi^R} \left[CM_{km}^{\text{R}} \ell_{km}^{\text{R}} + CM_{km}^{\text{MS}} + \sum_{c \in \Psi^C} (CM_{km}^{\text{Rc}} - CM_{km}^{\text{R}}) \ell_{km}^{\text{R}} x_{km}^{\text{Rc}} \right] + \\
&+ \delta \sum_{km \in \Psi^A} \left[\sum_{c \in \Psi^C} (CM_{km}^{\text{Ac}} \ell_{km}^{\text{A}} + CM_{km}^{\text{MS}}) x_{km}^{\text{Ac}} \right], \tag{3.13}
\end{aligned}$$

sendo:

CM_{km}^{Rc} custo anual de manutenção do condutor do tipo c , candidato à instalação no recondutoramento do ramo km , por unidade de comprimento [\$/km];

CM_{km}^{MS} custo anual de manutenção dos módulos de saída (barramento, disjuntor e sistemas de proteção/medição) do ramo km [\$/];

CM_{km}^{R} custo anual de manutenção do condutor preexistente no ramo km (candidato ao recondutoramento) por unidade de comprimento [\$/km];

CM_{km}^{Ac} custo anual de manutenção do condutor do tipo c , candidato à instalação na adição do ramo km , por unidade de comprimento [\$/km].

O valor presente do custo total das violações dos limites de tensão nodal é calculado por:

$$C^{\text{vio}}(\mathbf{z}) = \delta CV \sum_{j \in \Psi^J} \Delta t_j \left[\sum_{m \in \Psi^D} z_{m,j} \right], \tag{3.14}$$

sendo:

CV fator de penalização anual pela violação dos limites de tensão nodal [\$/hora];

Δt_j duração anual do nível de carregamento j [horas];

$z_{m,j}$ violação dos limites de tensão no nó m no nível de carregamento j [pu];

Ψ^J conjunto dos níveis de carregamento;

Ψ^D conjunto dos nós com carga.

O valor presente do custo total das perdas de energia nos alimentadores é dado por:

$$C^{\text{per}}(\mathbf{p}) = \delta CE \sum_{j \in \Psi^J} S_{\text{base}} \Delta t_j \left(\sum_{km \in \Psi^R} p_{km,j}^{\text{perdas,R}} + \sum_{km \in \Psi^A} p_{km,j}^{\text{perdas,A}} \right), \tag{3.15}$$

sendo:

- CE custo da energia elétrica [\$/kWh];
- S_{base} potência base do sistema [kVA];
- $p_{km,j}^{\text{perdas,R}}$ perdas de potência ativa no ramo km (candidato ao recondutoramento) no nível de carregamento j [pu];
- $p_{km,j}^{\text{perdas,A}}$ perdas de potência ativa no ramo km (candidato à adição) no nível de carregamento j [pu].

O valor presente do custo total da confiabilidade, formado pelos valores presentes dos custos totais da energia não fornecida, do SAIFI e do SAIDI, é calculado por:

$$C^{\text{conf}}(\mathbf{x}) = C^{\text{ENS}} + C^{\text{SF}} + C^{\text{SD}}, \quad (3.16)$$

sendo:

- C^{ENS} valor presente do custo total da ENS [\$];
- C^{SF} valor presente do custo total do SAIFI [\$];
- C^{SD} valor presente do custo total do SAIDI [\$].

O valor presente do custo total da ENS é expresso por:

$$C^{\text{ENS}} = \delta R^{\text{En}} ENS, \quad (3.17)$$

sendo:

- R^{En} receita esperada pela entrega de energia elétrica [\$/kWh];
- ENS energia elétrica não fornecida [kWh/ano].

Os valores presentes dos custos totais dos indicadores SAIDI e SAIFI são dados, respectivamente, por:

$$C^{\text{SF}} = \delta C_{\text{anual}}^{\text{SF}}, \quad (3.18)$$

$$C^{\text{SD}} = \delta C_{\text{anual}}^{\text{SD}}, \quad (3.19)$$

sendo $C_{\text{anual}}^{\text{SF}}$ e $C_{\text{anual}}^{\text{SD}}$, respectivamente, os custos anuais do SAIFI e do SAIDI [\$].

3.3.2 Restrições do Bloco I

As Leis de Kirchhoff descrevem o ponto de operação em regime permanente do sistema de distribuição. Deste modo, a aplicação da Lei de Kirchhoff das Correntes $\forall j \in \Psi^J$ origina o seguinte conjunto de equações escrito para as partes real e imaginária das correntes:

$$\mathbf{S}^{\text{R}} \mathbf{f}_j^{\text{Re,R}} + \mathbf{S}^{\text{A}} \mathbf{f}_j^{\text{Re,A}} + \mathbf{g}_j^{\text{Re}} = \mathbf{d}_j^{\text{Re}}, \quad (3.20)$$

$$\mathbf{S}^{\text{R}} \mathbf{f}_j^{\text{Im,R}} + \mathbf{S}^{\text{A}} \mathbf{f}_j^{\text{Im,A}} + \mathbf{g}_j^{\text{Im}} = \mathbf{d}_j^{\text{Im}}, \quad (3.21)$$

sendo:

- \mathbf{S}^{R} matriz incidência nó-ramo para os ramos candidatos ao recondutoramento;
- $\mathbf{f}_j^{\text{Re,R}}$ vetor da parte real das correntes nos ramos candidatos ao recondutoramento no nível de carregamento j [pu];

\mathbf{S}^A	matriz incidência nó-ramo para os ramos candidatos à adição;
$\mathbf{f}_j^{\text{Re},A}$	vetor da parte real das correntes nos ramos candidatos à adição no nível de carregamento j [pu];
\mathbf{g}_j^{Re}	vetor da parte real das injeções nodais de corrente no nível de carregamento j [pu];
\mathbf{d}_j^{Re}	vetor da parte real das demandas nodais de corrente no nível de carregamento j [pu];
$\mathbf{f}_j^{\text{Im},R}$	vetor da parte imaginária das correntes nos ramos candidatos ao recondutoramento no nível de carregamento j [pu];
$\mathbf{f}_j^{\text{Im},A}$	vetor da parte imaginária das correntes nos ramos candidatos à adição no nível de carregamento j [pu];
\mathbf{g}_j^{Im}	vetor da parte imaginária das injeções nodais de corrente no nível de carregamento j [pu];
\mathbf{d}_j^{Im}	vetor da parte imaginária das demandas nodais de corrente no nível de carregamento j [pu].

Considerando que o plano de expansão possui ramos candidatos ao recondutoramento e ramos candidatos à adição, as restrições da Lei de Kirchhoff das Tensões, onde a soma das tensões ao longo de uma malha fechada deve ser nula, são dadas por:

$$K_{km,j}^R f_{km,j}^{\text{Re},R} R_{km}^R \ell_{km}^R - f_{km,j}^{\text{Im},R} X_{km}^R \ell_{km}^R + [\mathbf{S}^R]_{\text{linha } km}^T \mathbf{V}_j = 0 \quad (3.22)$$

$$\{\forall km \in \Psi^R \text{ e } \forall j \in \Psi^J\},$$

$$K_{km,j}^R f_{km,j}^{\text{Re},R} R_{km}^{\text{Rc}} \ell_{km}^R - f_{km,j}^{\text{Im},R} X_{km}^{\text{Rc}} \ell_{km}^R + [\mathbf{S}^R]_{\text{linha } km}^T \mathbf{V}_j = 0 \quad (3.23)$$

$$\{\forall km \in \Psi^R, \forall c \in \Psi^C \text{ e } \forall j \in \Psi^J\},$$

$$K_{km,j}^A f_{km,j}^{\text{Re},A} R_{km}^{\text{Ac}} \ell_{km}^A - f_{km,j}^{\text{Im},A} X_{km}^{\text{Ac}} \ell_{km}^A + [\mathbf{S}^A]_{\text{linha } km}^T \mathbf{V}_j = 0 \quad (3.24)$$

$$\{\forall km \in \Psi^A, \forall c \in \Psi^C \text{ e } \forall j \in \Psi^J\},$$

sendo:

$K_{km,j}^R$	fator de ajuste para o cálculo da queda de tensão no ramo km (candidato ao recondutoramento) no nível de carregamento j ;
$f_{km,j}^{\text{Re},R}$	parte real da corrente no ramo km (candidato ao recondutoramento) no nível de carregamento j [pu];
R_{km}^R	resistência do condutor preexistente no ramo km (candidato ao recondutoramento) por unidade de comprimento [pu/km];
$f_{km,j}^{\text{Im},R}$	parte imaginária da corrente no ramo km (candidato à adição) no nível de carregamento j [pu];
X_{km}^R	reatância do condutor preexistente no ramo km (candidato ao recondutoramento) por unidade de comprimento [pu/km];
\mathbf{V}_j	vetor das tensões nodais no nível de carregamento j ;
R_{km}^{Rc}	resistência do condutor do tipo c , candidato à instalação no recondutoramento do ramo km , por unidade de comprimento [pu/km];
X_{km}^{Rc}	reatância do condutor do tipo c , candidato à instalação no recondutoramento do ramo km , por unidade de comprimento [pu/km];

$K_{km,j}^A$	fator de ajuste para o cálculo da queda de tensão no ramo km (candidato à adição) no nível de carregamento j ;
$f_{km,j}^{\text{Re,A}}$	parte real da corrente no ramo km (candidato à adição) no nível de carregamento j [pu];
R_{km}^{Ac}	resistência do condutor do tipo c , candidato à instalação na adição do ramo km , por unidade de comprimento [pu/km];
$f_{km,j}^{\text{Im,A}}$	parte imaginária da corrente no ramo km (candidato à adição) no nível de carregamento j [pu];
X_{km}^{Ac}	reatância do condutor do tipo c , candidato à instalação na adição do ramo km , por unidade de comprimento [pu/km].

Deve-se observar que as restrições da Lei de Kirchhoff das Tensões são válidas somente para os ramos que fazem parte da topologia do sistema de distribuição. Portanto, torna-se necessário introduzir uma variável nas equações (3.22), (3.23) e (3.24) que indique a utilização dos ramos. Isto é realizado por intermédio de uma disjunção que leva em conta uma variável binária que indica a utilização dos respectivos ramos, conforme feito por Haffner *et al.* (2008a), resultando em:

$$\left| K_{km,j}^R f_{km,j}^{\text{Re,R}} R_{km}^R \ell_{km}^R - f_{km,j}^{\text{Im,R}} X_{km}^R \ell_{km}^R + [\mathbf{S}^R]_{\text{linha } km}^T \mathbf{V}_j \right| \leq M(1 - y_{km}^R) \quad (3.25)$$

$$\left\{ \forall km \in \Psi^R \text{ e } \forall j \in \Psi^J \right\},$$

$$\left| K_{km,j}^R f_{km,j}^{\text{Re,R}} R_{km}^{\text{Rc}} \ell_{km}^R - f_{km,j}^{\text{Im,R}} X_{km}^{\text{Rc}} \ell_{km}^R + [\mathbf{S}^R]_{\text{linha } km}^T \mathbf{V}_j \right| \leq M(1 - y_{km}^{\text{Rc}}) \quad (3.26)$$

$$\left\{ \forall km \in \Psi^R, \forall c \in \Psi^C \text{ e } \forall j \in \Psi^J \right\},$$

$$\left| K_{km,j}^A f_{km,j}^{\text{Re,A}} R_{km}^{\text{Ac}} \ell_{km}^A - f_{km,j}^{\text{Im,A}} X_{km}^{\text{Ac}} \ell_{km}^A + [\mathbf{S}^A]_{\text{linha } km}^T \mathbf{V}_j \right| \leq M(1 - y_{km}^{\text{Ac}}) \quad (3.27)$$

$$\left\{ \forall km \in \Psi^A, \forall c \in \Psi^C \text{ e } \forall j \in \Psi^J \right\},$$

sendo:

y_{km}^R	variável binária que indica a utilização do ramo km (candidato ao recondutoramento) com o condutor preexistente;
y_{km}^{Rc}	variável binária que indica a utilização do ramo km (candidato ao recondutoramento) com o condutor do tipo c ;
y_{km}^{Ac}	variável binária que indica a utilização do ramo km (candidato à adição) com o condutor do tipo c .

Assim, a restrição (3.25) será ativada apenas quando $y_{km}^R = 1$, ou seja, quando este ramo estiver efetivamente sendo utilizado com seu condutor original. Caso contrário, a restrição será relaxada, pois M é um número grande o suficiente para satisfazer os possíveis valores de tensão nos nós. As restrições (3.26) e (3.27), considerando as suas respectivas variáveis binárias, possuem o mesmo comportamento mencionado para a restrição (3.25).

3.3.3 Restrições do Bloco II

Neste trabalho, a representação das violações dos limites de tensão nodal é feita através do modelo proposto por Haffner *et al.* (2009). Portanto, as violações dos limites de

tensão nodal são representadas por segmentos de reta, $\forall m \in \Psi^D$ e $\forall j \in \Psi^J$, cujo modelo de otimização é definido a seguir:

$$\min z_{m,j} \quad (3.28)$$

$$\text{s.a } z_{m,j} \geq V_{m,j} - V_m^{\max} \quad (3.29)$$

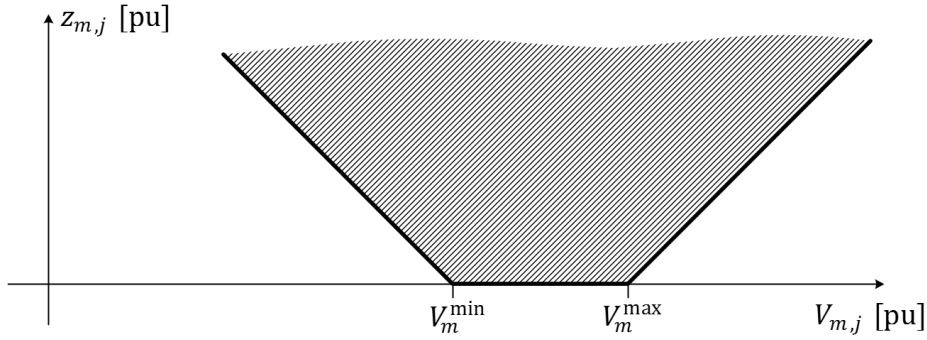
$$z_{m,j} \geq V_m^{\min} - V_{m,j} \quad (3.30)$$

$$z_{m,j} \geq 0 \quad (3.31)$$

onde V_m^{\max} é o limite máximo de tensão no nó m (em pu) e V_m^{\min} é o limite mínimo de tensão no nó m (em pu).

Deve-se observar que a solução do modelo de otimização apresentado para as violações dos limites de tensão nodal pertencerá a um ponto dos segmentos de reta em destaque na Figura 3, sendo que a área hachurada representa a região viável imposta pelas restrições (3.29), (3.30) e (3.31).

Figura 3 - Função de representação da violação dos limites de tensão.



Fonte: Haffner *et al.* (2009)

No que diz respeito aos nós com subestação, a tensão de operação pode ser fixada de acordo com uma tensão de referência (V^{ref}) (em pu). Portanto, matematicamente, tem-se que a tensão de operação para os nós com subestação é expressa por:

$$V_{m,j} = V^{\text{ref}} \quad \{ \forall m \in \Psi^S \text{ e } \forall j \in \Psi^J \}, \quad (3.32)$$

onde Ψ^S é o conjunto dos nós com subestação.

Com relação às perdas de potência ativa, o modelo utilizado neste trabalho foi proposto por Resener *et al.* (2013). Desse modo, a perda de potência ativa no ramo km no nível de carregamento j ($p_{km,j}^{\text{perdas}}$) (em pu) é dada por:

$$p_{km,j}^{\text{perdas}} = R_{km} \ell_{km} |\bar{f}_{km,j}|^2, \quad (3.33)$$

$$p_{km,j}^{\text{perdas}} = R_{km} \ell_{km} (f_{km,j}^{\text{Re}})^2 + R_{km} \ell_{km} (f_{km,j}^{\text{Im}})^2, \quad (3.34)$$

sendo que os termos quadráticos da Equação (3.34) são aproximados por um conjunto de expressões lineares, definidas por:

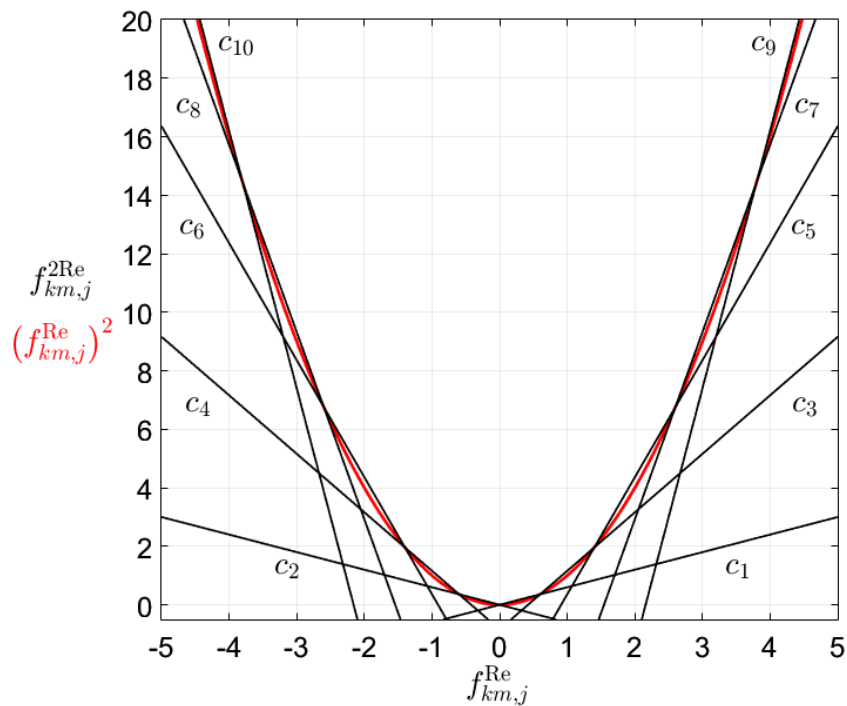
$$(f_{km,j}^{\text{Re}})^2 \approx f_{km,j}^{2\text{Re}} \geq a_p f_{km,j}^{\text{Re}} + b_p, \quad (3.35)$$

$$(f_{km,j}^{\text{Im}})^2 \approx f_{km,j}^{2\text{Im}} \geq a_p f_{km,j}^{\text{Im}} + b_p, \quad (3.36)$$

onde $f_{km,j}^{2Re}$ é a aproximação do quadrado da parte real da corrente no ramo km no nível de carregamento j (em pu); a_p e b_p são constantes; $p = 1, 2, \dots, N^{RL}$; N^{RL} é o número de restrições lineares, e $f_{km,j}^{2Im}$ é a aproximação do quadrado da parte imaginária da corrente no ramo km no nível de carregamento j (em pu).

As constantes a_p e b_p são calculadas através da seleção de valores para $f_{km,j}^{Re}$ e $f_{km,j}^{Im}$ até os limites impostos pela maior corrente que ocorre no sistema. Além disso, deve-se observar que o número de restrições lineares escolhido afeta a precisão da estimativa das perdas de potência ativa e que $f_{km,j}^{2Re}$ e $f_{km,j}^{2Im}$ devem estar inclusas na função objetivo do modelo de otimização para garantir que as aproximações sejam válidas. A Figura 4 ilustra um conjunto formado por dez restrições lineares utilizadas para aproximar as perdas de potência ativa nos ramos.

Figura 4 - Restrições lineares utilizadas para aproximar as perdas de potência ativa nos ramos.



Fonte: Resener, Haffner e Pereira (2013)

Considerando as aproximações expressas pelas equações (3.35) e (3.36), reescreve-se a Equação (3.34) como:

$$p_{km,j}^{perdas} = R_{km} \ell_{km} f_{km,j}^{2Re} + R_{km} \ell_{km} f_{km,j}^{2Im}. \quad (3.37)$$

Deve-se observar que as restrições das perdas de potência ativa nos ramos devem ser válidas somente para os ramos que fazem parte da topologia do sistema de distribuição. Portanto, é necessário escrever a Equação (3.37) através de um modelo linear disjuntivo, levando em consideração as variáveis binárias que indicam a utilização dos ramos.

As restrições das perdas de potência ativa, $\forall km \in \Psi^R$ e $\forall j \in \Psi^J$, são expressas por:

$$\left| p_{km,j}^{\text{perdas,R}} - R_{km}^R \ell_{km}^R f_{km,j}^{2\text{Re,R}} - R_{km}^R \ell_{km}^R f_{km,j}^{2\text{Im,R}} \right| \leq M(1 - y_{km}^R), \quad (3.38)$$

$$\left| p_{km,j}^{\text{perdas,R}} - R_{km}^{\text{Rc}} \ell_{km}^{\text{Rc}} f_{km,j}^{2\text{Re,R}} - R_{km}^{\text{Rc}} \ell_{km}^{\text{Rc}} f_{km,j}^{2\text{Im,R}} \right| \leq M(1 - y_{km}^{\text{Rc}}) \quad \{\forall c \in \Psi^C\}, \quad (3.39)$$

$$a_p f_{km,j}^{\text{Re,R}} - f_{km,j}^{2\text{Re,R}} \leq -b_p, \quad (3.40)$$

$$a_p f_{km,j}^{\text{Im,R}} - f_{km,j}^{2\text{Im,R}} \leq -b_p, \quad (3.41)$$

sendo:

$f_{km,j}^{2\text{Re,R}}$ aproximação do quadrado da parte real da corrente no ramo km (candidato ao recondutoramento) no nível de carregamento j [pu];

$f_{km,j}^{2\text{Im,R}}$ aproximação do quadrado da parte imaginária da corrente no ramo km (candidato ao recondutoramento) no nível de carregamento j [pu].

Assim, as restrições (3.38) e (3.39) serão ativadas quando suas respectivas variáveis binárias assumirem o valor unitário. Caso contrário, as restrições serão relaxadas, visto que M é um número suficientemente grande para não restringir o valor de $p_{km,j}^{\text{perdas,R}}$ nesta equação. As restrições (3.40) e (3.41) são válidas independentemente da utilização dos ramos, pois estão relacionadas com a aproximação dos termos quadráticos para o cálculo das perdas de potência ativa.

De forma semelhante às perdas de potência ativa nos ramos candidatos ao recondutoramento, as restrições das perdas de potência ativa nos ramos candidatos à adição, $\forall km \in \Psi^A$ e $\forall j \in \Psi^J$, são dadas por:

$$\left| p_{km,j}^{\text{perdas,A}} - R_{km}^{\text{Ac}} \ell_{km}^{\text{Ac}} f_{km,j}^{2\text{Re,A}} - R_{km}^{\text{Ac}} \ell_{km}^{\text{Ac}} f_{km,j}^{2\text{Im,A}} \right| \leq M(1 - y_{km}^{\text{Ac}}) \quad \{\forall c \in \Psi^C\}, \quad (3.42)$$

$$a_p f_{km,j}^{\text{Re,A}} - f_{km,j}^{2\text{Re,A}} \leq -b_p, \quad (3.43)$$

$$a_p f_{km,j}^{\text{Im,A}} - f_{km,j}^{2\text{Im,A}} \leq -b_p, \quad (3.44)$$

sendo:

$f_{km,j}^{2\text{Re,A}}$ aproximação do quadrado da parte real da corrente no ramo km (candidato à adição) no nível de carregamento j [pu];

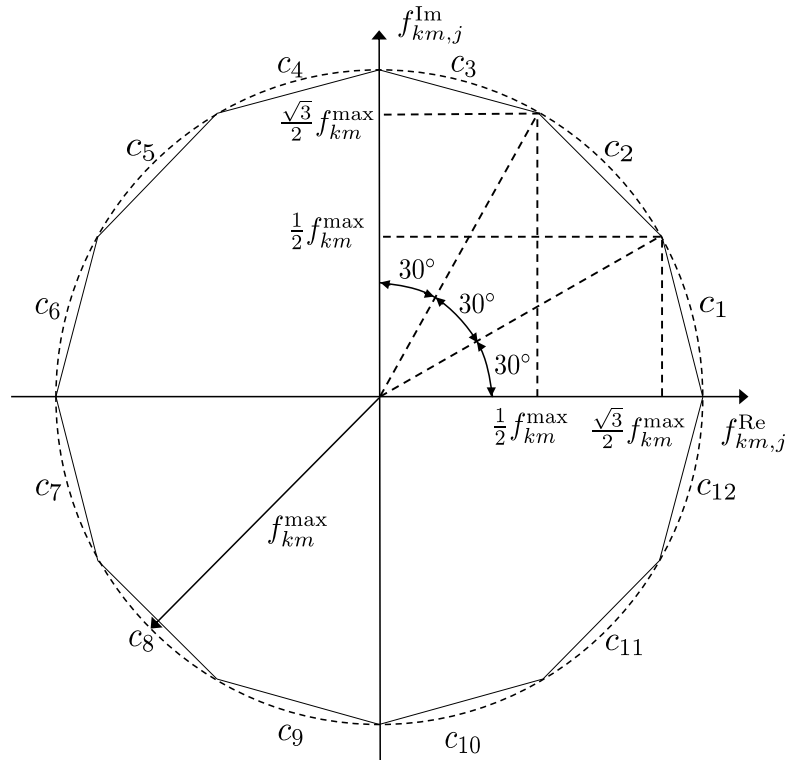
$f_{km,j}^{2\text{Im,A}}$ aproximação do quadrado da parte imaginária da corrente no ramo km (candidato à adição) no nível de carregamento j [pu].

Assim, se a variável binária y_{km}^{Ac} da Equação (3.42) assumir o valor unitário, a restrição será ativada. Senão, a restrição será relaxada, pois M é um valor grande o bastante para não restringir o valor de $p_{km,j}^{\text{perdas,A}}$ nesta equação. Assim como as restrições (3.40) e (3.41), as restrições (3.43) e (3.44) são válidas independentemente da utilização dos ramos.

Observar que as perdas de potência estão sendo determinadas de uma forma conservativa neste trabalho, pois consideram que os ramos da topologia do sistema estão operando durante todo o período do horizonte de planejamento.

Com relação aos limites de corrente nos ramos e nos nós com subestações, o modelo utilizado neste estudo foi proposto por Haffner *et al.* (2009). Portanto, o limite do fluxo de corrente nos ramos é aproximado por restrições lineares que constituem as arestas de um dodecágono, o qual é inscrito em uma circunferência cujo raio é igual a capacidade máxima de corrente do condutor presente no ramo, conforme mostra a Figura 5.

Figura 5 - Restrições lineares utilizadas para aproximar o limite do fluxo de corrente nos ramos.



Fonte: Haffner *et al.* (2009)

Assim, as restrições lineares do limite do fluxo de corrente, $\forall km \in \Psi^R$ e $\forall j \in \Psi^J$, são dadas por:

$$-y_{km}^R f_{km}^{\max,R} - \sum_{c \in \Psi^C} y_{km}^{Rc} f_{km}^{\max,Rc} \leq f_{km,j}^{\text{Re},R} + (2 - \sqrt{3}) f_{km,j}^{\text{Im},R} \leq y_{km}^R f_{km}^{\max,R} + \sum_{c \in \Psi^C} y_{km}^{Rc} f_{km}^{\max,Rc}, \quad (3.45)$$

$$-y_{km}^R f_{km}^{\max,R} - \sum_{c \in \Psi^C} y_{km}^{Rc} f_{km}^{\max,Rc} \leq (\sqrt{3} - 1) f_{km,j}^{\text{Re},R} + (\sqrt{3} - 1) f_{km,j}^{\text{Im},R} \leq y_{km}^R f_{km}^{\max,R} + \sum_{c \in \Psi^C} y_{km}^{Rc} f_{km}^{\max,Rc}, \quad (3.46)$$

$$-y_{km}^R f_{km}^{\max,R} - \sum_{c \in \Psi^C} y_{km}^{Rc} f_{km}^{\max,Rc} \leq (2 - \sqrt{3}) f_{km,j}^{\text{Re},R} + f_{km,j}^{\text{Im},R} \leq y_{km}^R f_{km}^{\max,R} + \sum_{c \in \Psi^C} y_{km}^{Rc} f_{km}^{\max,Rc}, \quad (3.47)$$

$$-y_{km}^R f_{km}^{\max,R} - \sum_{c \in \Psi^C} y_{km}^{Rc} f_{km}^{\max,Rc} \leq (\sqrt{3} - 2) f_{km,j}^{\text{Re},R} + f_{km,j}^{\text{Im},R} \leq y_{km}^R f_{km}^{\max,R} + \sum_{c \in \Psi^C} y_{km}^{Rc} f_{km}^{\max,Rc}, \quad (3.48)$$

$$-y_{km}^R f_{km}^{\max,R} - \sum_{c \in \Psi^C} y_{km}^{Rc} f_{km}^{\max,Rc} \leq (1 - \sqrt{3}) f_{km,j}^{\text{Re},R} + (\sqrt{3} - 1) f_{km,j}^{\text{Im},R} \leq y_{km}^R f_{km}^{\max,R} + \sum_{c \in \Psi^C} y_{km}^{Rc} f_{km}^{\max,Rc}, \quad (3.49)$$

$$-y_{km}^R f_{km}^{\max,R} - \sum_{c \in \Psi^C} y_{km}^{Rc} f_{km}^{\max,Rc} \leq -f_{km,j}^{\text{Re},R} + (2 - \sqrt{3}) f_{km,j}^{\text{Im},R} \leq y_{km}^R f_{km}^{\max,R} + \sum_{c \in \Psi^C} y_{km}^{Rc} f_{km}^{\max,Rc}, \quad (3.50)$$

sendo:

$f_{km}^{\max,R}$ capacidade máxima de corrente do condutor preexistente no ramo km (candidato ao recondutoramento) [pu];

$f_{km}^{\max,Rc}$ capacidade máxima de corrente do condutor do tipo c , candidato à instalação no recondutoramento do ramo km [pu].

Vale ressaltar que a restrição dada pela Equação (3.45) representa as arestas c_1 e c_7 ; a restrição da Equação (3.46) as arestas c_2 e c_8 ; e assim sucessivamente. Além disso, deve-se observar que as equações (3.45) a (3.50) selecionam a capacidade máxima de corrente do ramo de acordo com a escolha do condutor, dada pelas variáveis binárias y_{km}^R e y_{km}^{Rc} .

De forma análoga às restrições do limite do fluxo de corrente nos ramos candidatos ao recondutoramento, as restrições lineares do limite do fluxo de corrente, $\forall km \in \Psi^A$ e $\forall j \in \Psi^J$, são expressas por:

$$-\sum_{c \in \Psi^C} y_{km}^{Ac} f_{km}^{\max,Ac} \leq f_{km,j}^{\text{Re},A} + (2 - \sqrt{3}) f_{km,j}^{\text{Im},A} \leq \sum_{c \in \Psi^C} y_{km}^{Ac} f_{km}^{\max,Ac}, \quad (3.51)$$

$$-\sum_{c \in \Psi^C} y_{km}^{Ac} f_{km}^{\max,Ac} \leq (\sqrt{3} - 1) f_{km,j}^{\text{Re},A} + (\sqrt{3} - 1) f_{km,j}^{\text{Im},A} \leq \sum_{c \in \Psi^C} y_{km}^{Ac} f_{km}^{\max,Ac}, \quad (3.52)$$

$$-\sum_{c \in \Psi^C} y_{km}^{Ac} f_{km}^{\max,Ac} \leq (2 - \sqrt{3}) f_{km,j}^{\text{Re},A} + f_{km,j}^{\text{Im},A} \leq \sum_{c \in \Psi^C} y_{km}^{Ac} f_{km}^{\max,Ac}, \quad (3.53)$$

$$-\sum_{c \in \Psi^C} y_{km}^{Ac} f_{km}^{\max,Ac} \leq (\sqrt{3} - 2) f_{km,j}^{\text{Re},A} + f_{km,j}^{\text{Im},A} \leq \sum_{c \in \Psi^C} y_{km}^{Ac} f_{km}^{\max,Ac}, \quad (3.54)$$

$$-\sum_{c \in \Psi^C} y_{km}^{Ac} f_{km}^{\max,Ac} \leq (1 - \sqrt{3}) f_{km,j}^{\text{Re},A} + (\sqrt{3} - 1) f_{km,j}^{\text{Im},A} \leq \sum_{c \in \Psi^C} y_{km}^{Ac} f_{km}^{\max,Ac}, \quad (3.55)$$

$$-\sum_{c \in \Psi^C} y_{km}^{Ac} f_{km}^{\max,Ac} \leq -f_{km,j}^{\text{Re},A} + (2 - \sqrt{3}) f_{km,j}^{\text{Im},A} \leq \sum_{c \in \Psi^C} y_{km}^{Ac} f_{km}^{\max,Ac}, \quad (3.56)$$

sendo $f_{km}^{\max,Ac}$ a capacidade máxima de corrente do condutor do tipo c , candidato à instalação na adição do ramo km (em pu).

Os limites da injeção de corrente nos nós com subestações seguem a mesma metodologia aplicada para os limites do fluxo de corrente nos ramos, considerando o raio do dodecágono igual ao limite da injeção de corrente no nó com subestação. Dessa forma, as restrições lineares dos limites do fluxo de corrente de um nó qualquer $m \in \Psi^S$ são dadas por:

$$-g_m^{\max} \leq g_{m,j}^{\text{Re}} + (2 - \sqrt{3}) g_{m,j}^{\text{Im}} \leq g_m^{\max}, \quad (3.57)$$

$$-g_m^{\max} \leq (\sqrt{3} - 1) g_{m,j}^{\text{Re}} + (\sqrt{3} - 1) g_{m,j}^{\text{Im}} \leq g_m^{\max}, \quad (3.58)$$

$$-g_m^{\max} \leq (2 - \sqrt{3}) g_{m,j}^{\text{Re}} + g_{m,j}^{\text{Im}} \leq g_m^{\max}, \quad (3.59)$$

$$-g_m^{\max} \leq (\sqrt{3} - 2) g_{m,j}^{\text{Re}} + g_{m,j}^{\text{Im}} \leq g_m^{\max}, \quad (3.60)$$

$$-g_m^{\max} \leq (1 - \sqrt{3}) g_{m,j}^{\text{Re}} + (\sqrt{3} - 1) g_{m,j}^{\text{Im}} \leq g_m^{\max}, \quad (3.61)$$

$$-g_m^{\max} \leq -g_{m,j}^{\text{Re}} + (2 - \sqrt{3}) g_{m,j}^{\text{Im}} \leq g_m^{\max}, \quad (3.62)$$

sendo:

g_m^{\max} limite máximo da injeção de corrente no nó m [pu];

$g_{m,j}^{\text{Re}}$ parte real da injeção de corrente no nó m no nível de carregamento j [pu];

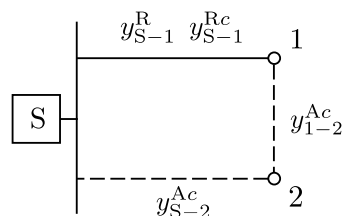
$g_{m,j}^{\text{Im}}$ parte imaginária da injeção de corrente no nó m no nível de carregamento j [pu].

3.3.4 Restrições do Bloco III

As restrições de cerca são uma generalização da Lei de Kirchhoff das Correntes e fazem parte das chamadas restrições substitutivas do planejamento da expansão da transmissão, inicialmente proposta por Baldwin *et al.* (1959). Posteriormente, as restrições de cerca foram utilizadas para o planejamento da expansão de sistemas de distribuição, conforme proposto por Haffner *et al.* (2008a). No que se refere ao presente trabalho, as restrições de cerca que ocorrem em torno de um nó (Tipo 1) foram aplicadas para aumentar a eficiência do algoritmo *branch and bound* na solução do modelo de otimização. Esta melhoria decorre principalmente durante a solução dos modelos relaxados, pois força que em todos os nós com carga a soma das variáveis de utilização adjacentes seja maior ou igual a uma unidade, não sendo aceitas frações menores que isso.

Com a finalidade de exemplificar a utilização das restrições de cerca mencionadas, considera-se o sistema de distribuição mostrado na Figura 6, o qual é composto por uma subestação (denominada de S) e dois nós com carga (numerados de 1 e 2). Além disso, observa-se três ramos no sistema de distribuição, sendo que a linha contínua representa um ramo candidato ao recondutoramento e as linhas pontilhadas representam os ramos candidatos à adição. As variáveis binárias y_{S-1}^R , y_{S-1}^{Rc} , y_{1-2}^{Ac} e y_{S-2}^{Ac} indicam, respectivamente, a utilização do ramo S-1 (candidato ao recondutoramento) com o condutor preexistente; a utilização do ramo S-1 (candidato ao recondutoramento) com o condutor do tipo c ; a utilização do ramo 1-2 (candidato à adição) com o condutor do tipo c ; e a utilização do ramo S-2 (candidato à adição) com o condutor do tipo c .

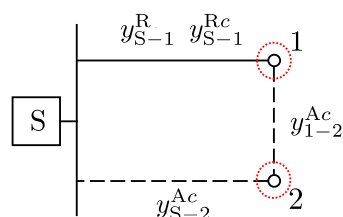
Figura 6 - Sistema de distribuição de três nós.



Fonte: Elaborado pelo autor.

No sistema de distribuição mencionado, as restrições de cerca (Tipo 1) devem ser escritas em torno dos nós 1 e 2 por meio das variáveis binárias que indicam a utilização dos ramos, conforme ilustrado na Figura 7.

Figura 7 - Sistema de distribuição de três nós com a representação das restrições de cerca.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Portanto, matematicamente, as restrições de cerca (Tipo 1) do nó 1 e 2 são dadas,

respectivamente, por:

$$y_{S-1}^R + \sum_{c \in \Psi^C} y_{S-1}^{Rc} + \sum_{c \in \Psi^C} y_{1-2}^{Ac} \geq 1, \quad (3.63)$$

$$\sum_{c \in \Psi^C} (y_{1-2}^{Ac} + y_{S-2}^{Ac}) \geq 1, \quad (3.64)$$

O conjunto de restrições lógicas deste trabalho ocorre em função das variáveis binárias que indicam os investimentos e a utilização dos ramos. As primeiras restrições desse conjunto garantem o limite máximo de investimento em cada ramo durante o planejamento da expansão, sendo expressas por:

$$\sum_{c \in \Psi^C} x_{km}^{Rc} \leq 1 \quad \{\forall km \in \Psi^R\}, \quad (3.65)$$

$$\sum_{c \in \Psi^C} x_{km}^{Ac} \leq 1 \quad \{\forall km \in \Psi^A\}. \quad (3.66)$$

A utilização do ramo km (candidato ao recondutoramento) com o condutor do tipo c e a utilização do ramo km (candidato à adição) com o condutor do tipo c somente podem ser liberadas após a ocorrência do respectivo investimento. Para obter esse comportamento, deve-se incluir as seguintes restrições lógicas:

$$x_{km}^{Rc} \geq y_{km}^{Rc} \quad \{\forall km \in \Psi^R \text{ e } \forall c \in \Psi^C\}, \quad (3.67)$$

$$x_{km}^{Ac} \geq y_{km}^{Ac} \quad \{\forall km \in \Psi^A \text{ e } \forall c \in \Psi^C\}. \quad (3.68)$$

Por fim, as restrições lógicas devem prever que o investimento no recondutoramento de um ramo deva implicar desativação do condutor preexistente. Portanto, tem-se que:

$$y_{km}^R \leq 1 - \sum_{c \in \Psi^C} y_{km}^{Rc} \quad \{\forall km \in \Psi^R\}. \quad (3.69)$$

Os limites financeiros com o recondutoramento de ramos existentes e com a adição de novos ramos são dados, respectivamente, por:

$$\sum_{km \in \Psi^R} \left[\sum_{c \in \Psi^C} C_{km}^{Rc} \rho_{km}^R x_{km}^{Rc} \right] \leq B_{\max}^R, \quad (3.70)$$

$$\sum_{km \in \Psi^A} \left[\sum_{c \in \Psi^C} C_{km}^{Ac} \rho_{km}^A x_{km}^{Ac} \right] \leq B_{\max}^A, \quad (3.71)$$

sendo:

B_{\max}^R recurso financeiro disponível para os investimentos no recondutoramento dos ramos existentes [\$];

B_{\max}^A recurso financeiro disponível para os investimentos na adição de novos ramos [\$].

Para que a radialidade de um sistema de distribuição seja satisfeita, a topologia encontrada deve ser conexa e não deve formar malhas (LAVORATO et al., 2012). Nos casos avaliados neste trabalho, os sistemas de distribuição são compostos por nós com subestação e por nós com demanda. Por essa razão, a Lei de Kirchhoff das Correntes garante

que a demanda de cada nó será suprida por uma subestação, resultando em uma topologia conexa (LAVORATO et al., 2012). Para evitar a formação de malhas, foi adotada a estratégia proposta por Haffner *et al.* (2008a), que consiste em limitar o número de ramos ativos do sistema através da seguinte equação:

$$\sum_{km \in \Psi^R} \left[y_{km}^R + \sum_{c \in \Psi^C} y_{km}^{Rc} \right] + \sum_{km \in \Psi^A} \sum_{c \in \Psi^C} y_{km}^{Ac} \leq |\Psi^N| - |\Psi^S|, \quad (3.72)$$

sendo Ψ^N o conjunto dos nós do sistema, $|\Psi^N|$ a cardinalidade do conjunto dos nós do sistema e $|\Psi^S|$ a cardinalidade do conjunto dos nós com subestação. Portanto, as Equações (3.20), (3.21) e (3.72) garantem a radialidade dos sistemas de distribuição avaliados neste trabalho.

3.3.5 Restrições do Bloco IV

Neste trabalho, o cálculo dos indicadores de confiabilidade é feito através do modelo linear proposto por Jooshaki *et al.* (2019a; 2019b). Portanto, conforme as premissas adotadas¹, o SAIFI, o SAIDI e a ENS são expressos, respectivamente, por:

$$SAIFI = \frac{\sum_{km \in \Psi^B} \lambda_{km} N_{km}}{\sum_{m \in \Psi^D} N_m}, \quad (3.73)$$

$$SAIDI = \frac{\sum_{km \in \Psi^B} \lambda_{km} r_{km} N_{km}}{\sum_{m \in \Psi^D} N_m}, \quad (3.74)$$

$$ENS = S_{base} \sum_{km \in \Psi^B} \sum_{j \in \Psi^J} \lambda_{km,j} r_{km} P_{km,j}, \quad (3.75)$$

sendo:

$SAIFI$ índice de frequência de interrupção média do sistema [falhas/ano];

λ_{km} taxa de falhas anual do ramo km [falhas/ano];

N_{km} número de consumidores a jusante do ramo km ;

N_m número de consumidores conectados no nó m ;

Ψ^B conjunto dos ramos do sistema;

$SAIDI$ índice de duração média da interrupção do sistema [horas/ano];

r_{km} duração da interrupção do ramo km [horas/falha];

$\lambda_{km,j}$ taxa de falhas anual² do ramo km no nível de carregamento j [falhas/ano];

$P_{km,j}$ demanda de potência ativa a jusante do ramo km no nível de carregamento j [pu].

No contexto do planejamento da expansão, deve-se observar que haverá ramos candidatos ao recondutoramento e ramos candidatos à adição. Portanto, deve-se reescrever as

¹ Observar que as premissas adotadas para o cálculo dos indicadores de confiabilidade, de acordo com o modelo linear proposto por Jooshaki *et al.* (2019a; 2019b), estão descritas na Seção 3.2

² Observar que a taxa de falhas anual do ramo km no nível de carregamento j ($\lambda_{km,j}$) representa a taxa de falhas anual do ramo km (λ_{km}) ponderada de acordo com o número de horas de cada nível de carregamento j .

equações (3.73), (3.74) e (3.75) da seguinte forma:

$$SAIFI = \frac{\sum_{km \in \Psi^R} SAIFI_{km}^R + \sum_{km \in \Psi^A} SAIFI_{km}^A}{\sum_{m \in \Psi^D} N_m}, \quad (3.76)$$

$$SAIDI = \frac{\sum_{km \in \Psi^R} SAIDI_{km}^R + \sum_{km \in \Psi^A} SAIDI_{km}^A}{\sum_{m \in \Psi^D} N_m}, \quad (3.77)$$

$$ENS = \sum_{km \in \Psi^R} \sum_{j \in \Psi^J} ENS_{km,j}^R + \sum_{km \in \Psi^A} \sum_{j \in \Psi^J} ENS_{km,j}^A, \quad (3.78)$$

sendo:

$SAIFI_{km}^R$ variável auxiliar positiva relacionada com a parcela do SAIFI causada pelas interrupções do ramo km (candidato ao recondutoramento) [falhas/ano];

$SAIFI_{km}^A$ variável auxiliar positiva relacionada com a parcela do SAIFI causada pelas interrupções do ramo km (candidato à adição) [falhas/ano];

$SAIDI_{km}^R$ variável auxiliar positiva relacionada com a parcela do SAIDI causada pelas interrupções do ramo km (candidato ao recondutoramento) [horas/ano];

$SAIDI_{km}^A$ variável auxiliar positiva relacionada com a parcela do SAIDI causada pelas interrupções do ramo km (candidato à adição) [horas/ano];

ENS_{km}^R variável auxiliar positiva relacionada com a parcela da ENS causada pelas interrupções do ramo km (candidato ao recondutoramento) [kWh/ano];

ENS_{km}^A variável auxiliar positiva relacionada com a parcela da ENS causada pelas interrupções do ramo km (candidato à adição) [kWh/ano].

Para calcular os indicadores de confiabilidade, os ramos do plano de expansão que não estão sendo utilizados não devem ser considerados nas equações (3.76), (3.77) e (3.78). Para reproduzir esse comportamento no modelo de otimização, Jooshaki *et al.* (2019a; 2019b) propuseram a formalização dos indicadores de confiabilidade a partir de modelos lineares disjuntivos, utilizando as variáveis binárias que indicam a utilização dos ramos.

O termo $SAIFI_{km}^R$, $\forall km \in \Psi^R$, é obtido por intermédio do modelo linear disjuntivo expresso por:

$$|SAIFI_{km}^R - \lambda_{km}^R N_{km}^R| \leq M(1 - y_{km}^R), \quad (3.79)$$

$$|SAIFI_{km}^R - \lambda_{km}^{Rc} N_{km}^R| \leq M(1 - y_{km}^{Rc}) \quad \{\forall c \in \Psi^C\}, \quad (3.80)$$

$$SAIFI_{km}^R \leq M \left[y_{km}^R + \sum_{c \in \Psi^C} y_{km}^{Rc} \right], \quad (3.81)$$

sendo:

λ_{km}^R taxa de falhas anual do ramo km (candidato ao recondutoramento) com o condutor preexistente;

N_{km}^R número de consumidores a jusante do ramo km (candidato ao recondutoramento);

λ_{km}^{Rc} taxa de falhas do ramo km (candidato ao recondutoramento) com o condutor do tipo c .

Quando $y_{km}^R = 1$, a restrição (3.79) será ativada, enquanto as restrições (3.80) e (3.81) serão relaxadas, pois a restrição (3.69) permite que somente uma variável binária, y_{km}^{Rc} ou y_{km}^R , assumam o valor unitário. Por outro lado, se $y_{km}^{Rc} = 1$, as restrições (3.79) e (3.81) serão relaxadas e a restrição (3.80) será ativada. Por fim, se o ramo não estiver em operação, ou seja, se $y_{km}^R = y_{km}^{Rc} = 0$, a restrição (3.81) irá forçar a variável $SAIFI_{km}^R$ à zero.

O modelo linear disjuntivo para obter a variável $SAIFI_{km}^A$, $\forall km \in \Psi^A$, é dado por:

$$|SAIFI_{km}^A - \lambda_{km}^{Ac} N_{km}^A| \leq M(1 - y_{km}^{Ac}) \quad \{\forall c \in \Psi^C\}, \quad (3.82)$$

$$SAIFI_{km}^A \leq M \left[\sum_{c \in \Psi^C} y_{km}^{Ac} \right], \quad (3.83)$$

sendo:

λ_{km}^{Ac} taxa de falhas do ramo km (candidato à adição) com o condutor do tipo c ;

N_{km}^A número de consumidores a jusante do ramo km (candidato à adição).

Desta forma, se $y_{km}^{Ac} = 1$, a restrição (3.82) será ativada, enquanto a restrição (3.83) será relaxada, visto que M é um valor grande o suficiente para admitir os valores possíveis da variável $SAIFI_{km}^A$. Caso contrário, isto é, se $y_{km}^{Ac} = 0$, a restrição (3.82) será relaxada e a restrição (3.83) será ativada, anulando o valor da variável $SAIFI_{km}^A$.

No que diz respeito ao SAIDI, dado pela Equação (3.77), a variável $SAIDI_{km}^R$, $\forall km \in \Psi^R$, é determinada pelo modelo linear disjuntivo expresso por:

$$|SAIDI_{km}^R - \lambda_{km}^R r_{km}^R N_{km}^R| \leq M(1 - y_{km}^R), \quad (3.84)$$

$$|SAIDI_{km}^R - \lambda_{km}^{Rc} r_{km}^{Rc} N_{km}^R| \leq M(1 - y_{km}^{Rc}) \quad \{\forall c \in \Psi^C\}, \quad (3.85)$$

$$SAIDI_{km}^R \leq M \left[y_{km}^R + \sum_{c \in \Psi^C} y_{km}^{Rc} \right], \quad (3.86)$$

sendo:

r_{km}^R duração da interrupção do ramo km (candidato ao recondutoramento) com o condutor preexistente [horas/falha];

r_{km}^{Rc} duração da interrupção do ramo km (candidato ao recondutoramento) com o condutor do tipo c [horas/falha].

O modelo linear disjuntivo para obter a variável $SAIDI_{km}^A$, $\forall km \in \Psi^A$, é expresso por:

$$|SAIDI_{km}^A - \lambda_{km}^{Ac} r_{km}^{Ac} N_{km}^A| \leq M(1 - y_{km}^{Ac}) \quad \{\forall c \in \Psi^C\}, \quad (3.87)$$

$$SAIDI_{km}^A \leq M \left[\sum_{c \in \Psi^C} y_{km}^{Ac} \right], \quad (3.88)$$

onde r_{km}^{Ac} é a duração da interrupção do ramo km (candidato à adição) com o condutor do tipo c (em horas/falha).

Deve ser observado que as equações utilizadas para obter as variáveis $SAIDI_{km}^R$ e $SAIDI_{km}^A$ são semelhantes às aplicadas para obter as variáveis $SAIFI_{km}^R$ e $SAIFI_{km}^A$, respectivamente. Portanto, as restrições (3.84) a (3.88) possuem, na devida ordem, o mesmo comportamento das restrições (3.79) a (3.83).

Quanto à ENS, expressa pela Equação (3.78), a variável $ENS_{km,j}^R$, $\forall km \in \Psi^R$ e $\forall j \in \Psi^J$, é determinada pelo modelo linear disjuntivo dado por:

$$|ENS_{km,j}^R - S_{base} \lambda_{km}^R r_{km}^R P_{km,j}^R| \leq M(1 - y_{km}^R), \quad (3.89)$$

$$|ENS_{km,j}^R - S_{base} \lambda_{km}^{Rc} r_{km}^{Rc} P_{km,j}^R| \leq M(1 - y_{km}^{Rc}) \quad \{\forall c \in \Psi^C\}, \quad (3.90)$$

$$ENS_{km,j}^R \leq M \left[y_{km}^R + \sum_{c \in \Psi^C} y_{km}^{Rc} \right], \quad (3.91)$$

sendo $P_{km,j}^R$ a demanda de potência ativa a jusante do ramo km (candidato ao recondução) no nível de carregamento j (em pu).

Deste modo, quando $y_{km}^R = 1$, a restrição (3.89) será ativada, enquanto as restrições (3.90) e (3.91) serão relaxadas, visto que a restrição (3.69) permite que somente uma variável binária, y_{km}^{Rc} ou y_{km}^R , seja unitária. Por outro lado, se $y_{km}^{Rc} = 1$, as restrições (3.89) e (3.91) serão relaxadas e a restrição (3.90) será ativada. Por fim, se o ramo não estiver em operação, ou seja, se $y_{km}^R = y_{km}^{Rc} = 0$, a restrição (3.91) irá forçar a variável ENS_{km}^R à zero.

O modelo linear disjuntivo para obter a variável $ENS_{km,j}^A$, $\forall km \in \Psi^A$ e $\forall j \in \Psi^J$, é expresso por:

$$|ENS_{km,j}^A - S_{base} \lambda_{km}^{Ac} r_{km}^{Ac} P_{km,j}^A| \leq M(1 - y_{km}^{Ac}) \quad \{\forall c \in \Psi^C\}, \quad (3.92)$$

$$ENS_{km,j}^A \leq M \left[\sum_{c \in \Psi^C} y_{km}^{Ac} \right], \quad (3.93)$$

sendo $P_{km,j}^A$ a demanda de potência ativa a jusante do ramo km (candidato à adição) no nível de carregamento j (em pu).

Assim, se $y_{km}^{Ac} = 1$, a restrição (3.92) será ativada, enquanto que a restrição (3.93) será relaxada, pois M é um valor grande o suficiente para permitir todos os valores possíveis da $ENS_{km,j}^A$. Caso contrário, ou seja, se $y_{km}^{Ac} = 0$, a restrição (3.92) será relaxada e a restrição (3.93) será ativada, forçando a variável $ENS_{km,j}^A$ à zero.

Além do exposto, para tornar o cálculo dos indicadores de confiabilidade possível, é necessário que o modelo de otimização seja capaz de determinar os nós localizados a jusante de cada ramo. Portanto, é fundamental identificar o sentido do fluxo de potência nos ramos do sistema, pois o mesmo não é previamente conhecido. Para tanto, é necessário introduzir uma variável binária no cálculo do número de consumidores a jusante de cada ramo e no cálculo da potência ativa a jusante de cada ramo (JOOSHAKI et al., 2019a,b).

Neste trabalho, o número de consumidores a jusante de cada ramo é calculado a partir

do seguinte conjunto de equações:

$$N_{km}^R = N_{km}^{R+} + N_{km}^{R-} \quad \{\forall km \in \Psi^R\}, \quad (3.94)$$

$$N_{km}^A = N_{km}^{A+} + N_{km}^{A-} \quad \{\forall km \in \Psi^A\}, \quad (3.95)$$

$$N_{km}^R \leq M \left[y_{km}^R + \sum_{c \in \Psi^C} y_{km}^{Rc} \right] \quad \{\forall km \in \Psi^R\}, \quad (3.96)$$

$$N_{km}^A \leq M \left[\sum_{c \in \Psi^C} y_{km}^{Ac} \right] \quad \{\forall km \in \Psi^A\}, \quad (3.97)$$

$$N_{km}^{R+} \leq M \rho_{km}^R \quad \{\forall km \in \Psi^R\}, \quad (3.98)$$

$$N_{km}^{A+} \leq M \rho_{km}^A \quad \{\forall km \in \Psi^A\}, \quad (3.99)$$

$$N_{km}^{R-} \leq M(1 - \rho_{km}^R) \quad \{\forall km \in \Psi^R\}, \quad (3.100)$$

$$N_{km}^{A-} \leq M(1 - \rho_{km}^A) \quad \{\forall km \in \Psi^A\}, \quad (3.101)$$

$$\sum_{km \in \Psi^R} s_{m,km}^R (N_{km}^{R+} - N_{km}^{R-}) + \sum_{km \in \Psi^A} s_{m,km}^A (N_{km}^{A+} - N_{km}^{A-}) = N_m \quad \{\forall m \in \Psi^D\}, \quad (3.102)$$

sendo:

N_{km}^{R+} variável auxiliar positiva que assume o valor da variável N_{km}^R quando o fluxo de potência no ramo km está no mesmo sentido do preestipulado pela matriz incidência nó-ramo;

N_{km}^{R-} variável auxiliar positiva que assume o valor da variável N_{km}^R quando o fluxo de potência no ramo km está no sentido oposto do preestipulado pela matriz incidência nó-ramo;

N_{km}^{A+} variável auxiliar positiva que assume o valor da variável N_{km}^A quando o fluxo de potência no ramo km está no mesmo sentido do preestipulado pela matriz incidência nó-ramo;

N_{km}^{A-} variável auxiliar positiva que assume o valor da variável N_{km}^A quando o fluxo de potência no ramo km está no sentido oposto do preestipulado pela matriz incidência nó-ramo;

ρ_{km}^R variável binária que indica o sentido do fluxo de potência no ramo km (candidato ao recondutoramento);

ρ_{km}^A variável binária que indica o sentido do fluxo de potência no ramo km (candidato à adição);

$s_{m,km}^R$ elemento da matriz incidência nó-ramo pertencente ao nó m e ao ramo km (candidato ao recondutoramento);

$s_{m,km}^A$ elemento da matriz incidência nó-ramo pertencente ao nó m e ao ramo km (candidato à adição).

A restrição (3.94) divide a variável N_{km}^R em função de duas variáveis positivas, N_{km}^{R+} e N_{km}^{R-} , para evitar valores negativos causados pela diferença que pode ocorrer entre o sentido do fluxo de potência real e o do determinado pela matriz incidência nó-ramo. De forma análoga à restrição (3.94), a restrição (3.95) divide a variável N_{km}^A nas variáveis positivas N_{km}^{A+} e N_{km}^{A-} .

A restrição (3.96) anula a variável N_{km}^R quando y_{km}^R e y_{km}^{Rc} assumem um valor nulo. Por outro lado, se y_{km}^R ou y_{km}^{Rc} assumirem um valor unitário a restrição (3.96) será relaxada, visto que M é um número grande o suficiente para permitir os possíveis valores da variável N_{km}^R . A restrição (3.97) será relaxada quando $y_{km}^{Ac} = 1$, permitindo os possíveis valores da variável N_{km}^A . Caso contrário, se $y_{km}^{Ac} = 0$, a variável N_{km}^A será nula.

Para que somente uma das variáveis auxiliares do número de consumidores a jusante de cada ramo assumam um valor diferente de zero, torna-se necessário inserir as restrições dadas pelas equações (3.98) a (3.101).

Por fim, a restrição (3.102) fornece o número de consumidores a jusante de cada ramo de acordo com a matriz incidência nó-ramo preestipulada e o sentido real do fluxo de energia. Para melhorar a compreensão da determinação do número de consumidores a jusante de cada ramo, apresenta-se um exemplo numérico no Apêndice A.

De maneira análoga à formulação do número de consumidores a jusante de cada ramo, o conjunto de equações para determinar a demanda de potência ativa a jusante de cada ramo, $\forall j \in \Psi^J$, é dado por:

$$P_{km,j}^{R+} = P_{km,j}^{R+} + P_{km,j}^{R-} \quad \{\forall km \in \Psi^R\}, \quad (3.103)$$

$$P_{km,j}^A = P_{km,j}^{A+} + P_{km,j}^{A-} \quad \{\forall km \in \Psi^A\}, \quad (3.104)$$

$$P_{km,j}^R \leq M \left[y_{km}^R + \sum_{c \in \Psi^C} y_{km}^{Rc} \right] \quad \{\forall km \in \Psi^R\}, \quad (3.105)$$

$$P_{km,j}^A \leq M \left[\sum_{c \in \Psi^C} y_{km}^{Ac} \right] \quad \{\forall km \in \Psi^A\}, \quad (3.106)$$

$$P_{km,j}^{R+} \leq M \rho_{km}^R \quad \{\forall km \in \Psi^R\}, \quad (3.107)$$

$$P_{km,j}^{A+} \leq M \rho_{km}^A \quad \{\forall km \in \Psi^A\}, \quad (3.108)$$

$$P_{km,j}^{R-} \leq M(1 - \rho_{km}^R) \quad \{\forall km \in \Psi^R\}, \quad (3.109)$$

$$P_{km,j}^{A-} \leq M(1 - \rho_{km}^A) \quad \{\forall km \in \Psi^A\}, \quad (3.110)$$

$$\sum_{km \in \Psi^R} s_{m,km}^R (P_{km,j}^{R+} - P_{km,j}^{R-}) + \sum_{km \in \Psi^A} s_{m,km}^A (P_{km,j}^{A+} - P_{km,j}^{A-}) = P_{m,j} \quad \{\forall m \in \Psi^D\}, \quad (3.111)$$

sendo:

$P_{km,j}^{R+}$ variável auxiliar positiva que assume o valor da variável $P_{km,j}^R$ quando o fluxo de potência no ramo km está no mesmo sentido do preestipulado pela matriz incidência nó-ramo [pu];

$P_{km,j}^{R-}$ variável auxiliar positiva que assume o valor da variável $P_{km,j}^R$ quando o fluxo de potência no ramo km está no sentido oposto do preestipulado pela matriz incidência nó-ramo [pu];

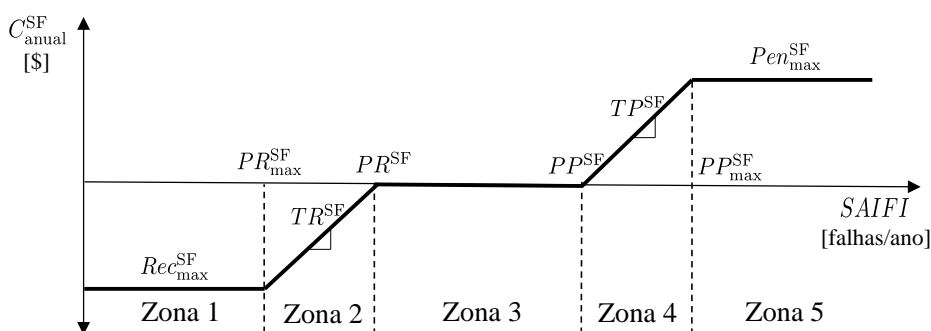
$P_{km,j}^{A+}$ variável auxiliar positiva que assume o valor da variável $P_{km,j}^A$ quando o fluxo de potência no ramo km está no mesmo sentido do preestipulado pela matriz incidência nó-ramo [pu];

$P_{km,j}^{A-}$ variável auxiliar positiva que assume o valor da variável $P_{km,j}^A$ quando o fluxo de potência no ramo km está no sentido oposto do preestipulado pela matriz incidência nó-ramo [pu].

Os custos anuais decorrentes dos indicadores de confiabilidade dos sistemas de distribuição variam de acordo com o instrumento regulatório adotado, sendo o regime de incentivos uma alternativa implementada em alguns países, tais como, Hungria, Portugal e Itália. Nesse regime, o órgão regulador do setor de distribuição de energia elétrica visa estabelecer o nível de confiabilidade socioeconômico ideal. Para tanto, o órgão regulador penaliza as distribuidoras que possuem baixos níveis de confiabilidade e recompensa aquelas cujos níveis de confiabilidade estão mais adequados de acordo com uma meta preestabelecida (FUMAGALLI; SCHIAVO; DELESTRE, 2007).

Para calcular o custo anual do SAIFI, foi utilizado o regime de incentivos ilustrado na Figura 8, na qual observa-se que o eixo das abcissas representa os valores do *SAIFI* (em falhas/ano) e o eixo das ordenadas representa os valores do $C_{\text{anual}}^{\text{SF}}$ (em \$). Além disso, observa-se que o regime de incentivos é composto por cinco zonas, denominadas de Zonas 1, 2, 3, 4 e 5.

Figura 8 - Regime de incentivos do SAIFI.



Fonte: Adaptado de Jooshaki *et al.* (2020).

Nas Zonas 1 e 2, a distribuidora de energia elétrica é recompensada pelo atendimento dos níveis de confiabilidade preestabelecidos pelo órgão regulador. Na Zona 1, a distribuidora de energia elétrica recebe a recompensa máxima aplicada ao SAIFI ($Rec_{\text{max}}^{\text{SF}}$) (em \$), visto que o indicador é menor que o ponto de recompensa máxima do SAIFI ($PR_{\text{max}}^{\text{SF}}$) (em falhas/ano). Na Zona 2, localizada entre o $PR_{\text{max}}^{\text{SF}}$ e o ponto de recompensa do SAIFI (PR^{SF}) (em falhas/ano), a distribuidora de energia elétrica recebe uma recompensa que varia conforme a taxa de incentivo da recompensa por unidade do SAIFI (TR^{SF}) (\$/ano/falhas). Assim, dentro da Zona 2, quanto menor o indicador de confiabilidade, maior será a recompensa financeira recebida pela distribuidora de energia elétrica.

Nas Zonas 4 e 5, a distribuidora de energia elétrica é penalizada por descumprir os níveis de confiabilidade preestabelecidos pelo órgão regulador. Na Zona 4, localizada entre o ponto de penalidade do SAIFI (PP^{SF}) (em falhas/ano) e o ponto de penalidade máxima do SAIFI ($PP_{\text{max}}^{\text{SF}}$) (falhas/ano), a distribuidora é penalizada de acordo com uma taxa de incentivo da penalidade por unidade do SAIFI (TP^{SF}) (\$/ano/falhas). Desse modo, dentro da Zona 4, quanto maior for o indicador de confiabilidade, maior será a penalidade financeira aplicada à distribuidora de energia elétrica. Na Zona 5, a distribuidora de energia elétrica recebe a penalidade máxima aplicada ao SAIFI ($Pen_{\text{max}}^{\text{SF}}$) (em \$), dado que o indicador é maior que o $PP_{\text{max}}^{\text{SF}}$. Por fim, a Zona 3, localizada entre o PR^{SF} e o PP^{SF} , é uma região em que a distribuidora de energia elétrica não é recompensada nem penalizada.

Para obter o comportamento do regime de incentivos descrito, o modelo linear proposto por Jooshaki *et al.* (2020) foi utilizado neste trabalho. A estratégia do modelo

adotado inclui a inserção de variáveis auxiliares em cada zona do regime de incentivos cuja função é assumir a parcela do indicador de confiabilidade que estiver dentro da sua respectiva zona. Assim sendo, a formulação utilizada para obter o custo anual do SAIFI é dada por:

$$SAIFI = \sigma_1^{SF} + \sigma_2^{SF} + \sigma_3^{SF} + \sigma_4^{SF} + \sigma_5^{SF}, \quad (3.112)$$

$$C_{\text{anual}}^{SF} \geq -Rec_{\text{max}}^{SF} + \sigma_2^{SF} TR^{SF} + \sigma_4^{SF} TP^{SF}, \quad (3.113)$$

$$\sigma_1^{SF} \leq PR_{\text{max}}^{SF}, \quad (3.114)$$

$$\sigma_2^{SF} \leq PR_{\text{max}}^{SF} - PR_{\text{max}}^{SF}, \quad (3.115)$$

$$\sigma_3^{SF} \leq \beta_3^{SF} (PP_{\text{max}}^{SF} - PR_{\text{max}}^{SF}), \quad (3.116)$$

$$\sigma_4^{SF} \leq PP_{\text{max}}^{SF} - PP_{\text{max}}^{SF}, \quad (3.117)$$

$$\sigma_5^{SF} \leq M\beta_5^{SF}, \quad (3.118)$$

$$\beta_3^{SF} \leq 1 + \frac{\sigma_2^{SF} - (PR_{\text{max}}^{SF} - PR_{\text{max}}^{SF})}{PR_{\text{max}}^{SF} - PR_{\text{max}}^{SF}}, \quad (3.119)$$

$$\beta_5^{SF} \leq 1 + \frac{\sigma_4^{SF} - (PP_{\text{max}}^{SF} - PP_{\text{max}}^{SF})}{PP_{\text{max}}^{SF} - PP_{\text{max}}^{SF}}, \quad (3.120)$$

$$\beta_3^{SF} \geq \beta_5^{SF}, \quad (3.121)$$

sendo:

σ_1^{SF} variável auxiliar positiva que armazena a parcela do SAIFI pertencente à Zona 1 [falhas/ano];

σ_2^{SF} variável auxiliar positiva que armazena a parcela do SAIFI pertencente à Zona 2 [falhas/ano];

σ_3^{SF} variável auxiliar positiva que armazena a parcela do SAIFI pertencente à Zona 3 [falhas/ano];

σ_4^{SF} variável auxiliar positiva que armazena a parcela do SAIFI pertencente à Zona 4 [falhas/ano];

σ_5^{SF} variável auxiliar positiva que armazena a parcela do SAIFI pertencente à Zona 5 [falhas/ano];

β_3^{SF} variável binária auxiliar da Zona 3 do SAIFI;

β_5^{SF} variável binária auxiliar da Zona 5 do SAIFI.

No modelo linear apresentado, a restrição (3.112) agrega os valores das variáveis auxiliares σ_1^{SF} , σ_2^{SF} , σ_3^{SF} , σ_4^{SF} e σ_5^{SF} até o limite do valor do $SAIFI$ e as restrições (3.114) a (3.118) especificam, respectivamente, os limites superiores das variáveis σ_1^{SF} , σ_2^{SF} , σ_3^{SF} , σ_4^{SF} e σ_5^{SF} . Como uma restrição lógica, a Equação (3.119) garante que a variável σ_3^{SF} pode assumir um valor diferente de zero apenas quando σ_2^{SF} atinge seu valor máximo ($PR_{\text{max}}^{SF} - PR_{\text{max}}^{SF}$).

Da mesma forma, a Equação (3.120) garante que σ_5^{SF} assume um valor diferente de zero somente depois que σ_4^{SF} atingir seu limite superior ($PP_{\text{max}}^{SF} - PP_{\text{max}}^{SF}$). A restrição (3.121) impede que σ_5^{SF} possa assumir um valor diferente de zero antes de liberar σ_3^{SF} . Por fim, a restrição (3.113) determina o C_{anual}^{SF} de acordo com as variáveis σ_2^{SF} e σ_4^{SF} , desde que o C_{anual}^{SF} esteja sendo levado para o seu limite inferior. Portanto, deve-se notar que o C_{anual}^{SF} deve estar inserido na função objetivo do modelo de otimização para que o funcionamento da formulação do regime de incentivos seja válido.

Assim como feito para o custo anual do SAIFI, o custo anual do SAIDI é calculado por meio de um regime de incentivos cuja formulação é expressa por:

$$SAIDI = \sigma_1^{SD} + \sigma_2^{SD} + \sigma_3^{SD} + \sigma_4^{SD} + \sigma_5^{SD}, \quad (3.122)$$

$$C_{\text{anual}}^{SD} \geq -Rec_{\text{max}}^{SD} + \sigma_2^{SD} TR^{SD} + \sigma_4^{SD} TP^{SD}, \quad (3.123)$$

$$\sigma_1^{SD} \leq PR_{\text{max}}^{SD}, \quad (3.124)$$

$$\sigma_2^{SD} \leq PR^{\text{SF}} - PR_{\text{max}}^{SD}, \quad (3.125)$$

$$\sigma_3^{SD} \leq \beta_3^{SD} (PP^{SD} - PR^{SD}), \quad (3.126)$$

$$\sigma_4^{SD} \leq PP_{\text{max}}^{SD} - PP^{SD}, \quad (3.127)$$

$$\sigma_5^{SD} \leq M\beta_5^{SD}, \quad (3.128)$$

$$\beta_3^{SD} \leq 1 + \frac{\sigma_2^{SD} - (PR^{SD} - PR_{\text{max}}^{SD})}{PR^{SD} - PR_{\text{max}}^{SD}}, \quad (3.129)$$

$$\beta_5^{SD} \leq 1 + \frac{\sigma_4^{SD} - (PP_{\text{max}}^{SD} - PP^{SD})}{PP_{\text{max}}^{SD} - PP^{SD}}, \quad (3.130)$$

$$\beta_3^{SD} \geq \beta_5^{SD}, \quad (3.131)$$

sendo:

σ_1^{SD} variável auxiliar positiva que armazena a parcela do SAIDI pertencente à Zona 1 [horas/ano];

σ_2^{SD} variável auxiliar positiva que armazena a parcela do SAIDI pertencente à Zona 2 [horas/ano];

σ_3^{SD} variável auxiliar positiva que armazena a parcela do SAIDI pertencente à Zona 3 [horas/ano];

σ_4^{SD} variável auxiliar positiva que armazena a parcela do SAIDI pertencente à Zona 4 [horas/ano];

σ_5^{SD} variável auxiliar positiva que armazena a parcela do SAIDI pertencente à Zona 5 [horas/ano];

Rec_{max}^{SD} recompensa máxima aplicada ao SAIDI [\$];

TR^{SD} taxa de incentivo da recompensa por unidade do SAIDI [\$.ano/horas];

TP^{SD} taxa de incentivo da penalidade por unidade do SAIDI [\$.ano/horas];

PR^{SD} ponto de recompensa do SAIDI [horas/ano];

PR_{max}^{SD} ponto de recompensa máxima do SAIDI [horas/ano];

β_3^{SD} variável binária auxiliar da Zona 3 do SAIDI;

PP^{SD} ponto de penalidade do SAIDI [horas/ano];

PP_{max}^{SD} ponto de penalidade máxima do SAIDI [horas/ano];

β_5^{SD} variável binária auxiliar da Zona 5 do SAIDI.

A partir das equações (3.112) a (3.131), é possível obter os custos anuais do SAIFI e do SAIDI, conforme mostram as equações (3.18) e (3.19). Dessa forma, a melhoria da confiabilidade é levada em consideração no modelo de otimização apresentado neste trabalho. Para facilitar o entendimento das equações do regime de incentivos, exemplos numéricos são apresentados no Apêndice B.

4 ESTUDOS DE CASO E RESULTADOS

Este capítulo, inicialmente, apresenta uma descrição dos estudos de caso e uma descrição dos sistemas de distribuição que foram utilizados para teste e validação do modelo de otimização proposto no Capítulo 3. Em seguida, os resultados numéricos de cada sistema de distribuição são apresentados, comparando os planos de expansão dos diferentes estudos de caso descritos.

4.1 Descrição dos estudos de caso

O modelo proposto neste trabalho pode ser integralmente ou parcialmente aplicado, permitindo a realização de diferentes estudos de caso. Nestes testes, foram considerados quatro casos que contemplam diferentes funções objetivo, descritas na Tabela 2.

Tabela 2 - Resumo dos casos analisados em cada sistema de distribuição

Caso	Função Objetivo	Componentes				
		C^{inv}	C^{man}	C^{vio}	C^{per}	C^{conf}
1	f_1	✓	✓	✓		
2	f_2	✓	✓	✓	✓	
3	f_3	✓	✓	✓		✓
4	f_4	✓	✓	✓	✓	✓

A função objetivo do Caso 1 (f_1) é formada pelos valores presentes dos custos totais de investimento (C^{inv}), de manutenção (C^{man}) e das violações dos limites de tensão nodal (C^{vio}). A função objetivo do Caso 2 (f_2) é composta pelos valores presentes dos custos totais de investimento, de manutenção, das violações dos limites de tensão nodal e das perdas de energia nos alimentadores (C^{per}). A função objetivo do Caso 3 (f_3) é formada pelos valores presentes dos custos totais de investimento, de manutenção, das violações dos limites de tensão nodal e da confiabilidade (C^{conf}). Finalmente, a função objetivo do Caso 4 é composta pelos valores presentes dos custos totais de investimento, de manutenção, das violações dos limites de tensão nodal, das perdas de energia nos alimentadores e da confiabilidade.

É pertinente observar algumas particularidades no que se refere às perdas de energia e aos valores presentes dos custos totais do SAIFI e do SAIDI. Nos Casos 1 e 3, o valor presente do custo total das perdas de energia nos alimentadores não foi considerado na função objetivo. Em razão disso, nestes dois casos, o modelo de otimização não calcula as perdas de potência ativa do sistema de distribuição durante o processo de otimização, conforme mencionado na Seção 3.3.3. Nos Casos 1 e 2, os valores presentes dos custos to-

tais do SAIFI e do SAIDI não foram considerados na função objetivo. Por consequência, conforme citado na Seção 3.3.5, os custos totais do SAIFI e do SAIDI foram calculados após a obtenção da solução do modelo de otimização.

4.2 Descrição da validação do modelo linear

Neste trabalho, a validação das linearizações do modelo de otimização proposto ocorreu por meio da comparação entre os resultados obtidos com o modelo linear (ML) em relação aos obtidos com o fluxo de carga não linear (FCNL). Para tanto, foi utilizado um índice de diferença das tensões e um índice de diferença das perdas de energia, os quais foram definidos como a média das diferenças obtidas pelos modelos comparados (RANGEL, 2015). Além disso, para validar o cálculo dos indicadores de confiabilidade, foi feita uma comparação entre os indicadores calculados analiticamente e os obtidos por meio do ML.

O índice de diferença das tensões no nível de carregamento j ($\bar{\varepsilon}_j^V$) é definido por:

$$\bar{\varepsilon}_j^V (\%) = \frac{\sum_{m \in \Psi^D} \varepsilon_{m,j}^V}{|\Psi^D|} 100\%, \quad (4.1)$$

sendo $\varepsilon_{m,j}^V$ o valor absoluto da diferença relativa das tensões calculadas no nó m no nível de carregamento j , Ψ^D o conjunto dos nós com carga e $|\Psi^D|$ a cardinalidade do conjunto dos nós com carga.

O valor absoluto da diferença relativa das tensões calculadas no nó m no nível de carregamento j é dado por:

$$\varepsilon_{m,j}^V = \left| \frac{V_{m,j}^{\text{ML}} - V_{m,j}^{\text{FCNL}}}{V_{m,j}^{\text{FCNL}}} \right|, \quad (4.2)$$

sendo $V_{m,j}^{\text{ML}}$ a tensão do nó m no nível de carregamento j obtida pelo ML (em pu) e $V_{m,j}^{\text{FCNL}}$ a tensão do nó m no nível de carregamento j obtida pelo FCNL (em pu).

O índice de diferença das perdas de energia (ε^p) é expresso por:

$$\varepsilon^p (\%) = \frac{p_{\text{perdas}}^{\text{ML}} - p_{\text{perdas}}^{\text{FCNL}}}{p_{\text{perdas}}^{\text{FCNL}}} 100\%, \quad (4.3)$$

sendo $p_{\text{perdas}}^{\text{ML}}$ a perda anual de energia nos alimentadores obtida por meio do ML (em pu), e $p_{\text{perdas}}^{\text{FCNL}}$ a perda anual de energia nos alimentadores obtida pelo FCNL (em pu).

No que diz respeito aos Casos 1 e 3, é necessário observar que o índice de diferença das perdas de energia não será utilizado para suas validações, pois o valor presente do custo total das perdas de energia não faz parte da função objetivo do modelo de otimização desses casos¹. Desta forma, as grandezas envolvidas no seu cálculo não fazem parte dos modelos de otimização dos Casos 1 e 3.

4.3 Descrição dos sistemas de distribuição

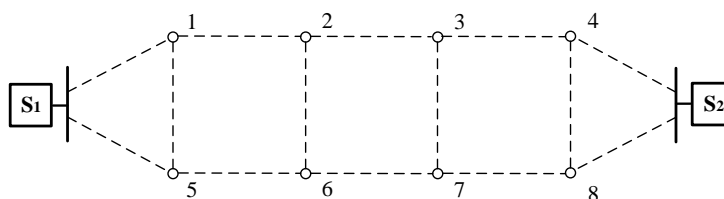
Os sistemas de distribuição utilizados na aplicação do modelo de otimização proposto, assim como seus parâmetros individuais e gerais são apresentados nesta seção. Os parâmetros individuais se referem aos dados particulares de cada sistema; os parâmetros gerais se referem ao conjunto de dados de entrada que são comuns aos dois sistemas.

¹ Observar que, após a solução do modelo, as perdas podem ser facilmente calculadas a partir dos valores das partes reais e imaginárias das correntes e da resistência série dos circuitos.

4.3.1 Sistema de distribuição de 10 nós

O sistema de distribuição de 10 nós é formado por oito nós com carga (numerados de 1 a 8) e por duas subestações preexistentes (denominadas de S_1 e S_2) cuja tensão de operação é de 13,8 kV. A topologia inicial desse sistema é ilustrada na Figura 9, na qual as linhas pontilhadas representam os circuitos candidatos à adição, que possuem 1 km de extensão. Para este sistema, o objetivo do planejamento da expansão é definir quais são os circuitos a serem adicionados para atender a carga existente nos nós 1 a 8 ao mínimo custo.

Figura 9 - Topologia inicial do sistema de distribuição de 10 nós.



Fonte: Elaborado pelo autor.

A carga nominal total do sistema de distribuição de 10 nós é de 12 MVA, a qual está distribuída uniformemente entre os nós 1 a 8. Assim, considerando um fator de potência de 0,96 indutivo, cada nó possui uma carga de 1440 kW de potência ativa e 420 kvar de potência reativa. O sistema possui um total de 16824 consumidores, os quais estão distribuídos uniformemente. Portanto, cada nó possui 2103 consumidores conectados.

Para representar a variação da demanda de potência ao longo do tempo no sistema de distribuição de 10 nós, considerou-se três níveis de carregamento, conforme mostrado na Tabela 3.

Tabela 3 - Níveis de carregamento do sistema de distribuição de 10 nós.

Nível de carregamento (j)	1	2	3
% da carga nominal	100%	70%	30%
Duração [horas/ano]	2190	3650	2920

Fonte: Resener (2016).

Com a finalidade de atender a carga do sistema, cada ramo candidato à adição possui três condutores disponíveis para instalação cujos parâmetros são mostrados na Tabela 4. Para todos os condutores disponíveis no plano de expansão, foram adotados uma taxa de falhas de 0,8 falhas/ano.km, uma duração média de interrupção de 1 hora/km e um custo anual de manutenção de 450 \$/km.

Tabela 4 - Parâmetros dos condutores disponíveis para o sistema de 10 nós.

Tipo	Resistência [Ω /km]	Reatância [Ω /km]	Corrente máxima [A]	Custo de investimento [\$/km]
1/0 CA	0,534	0,511	184	3.250
4/0 CA	0,267	0,432	305	6.500
185 mm ²	0,164	0,417	525	8.000

Fonte: Resener (2016).

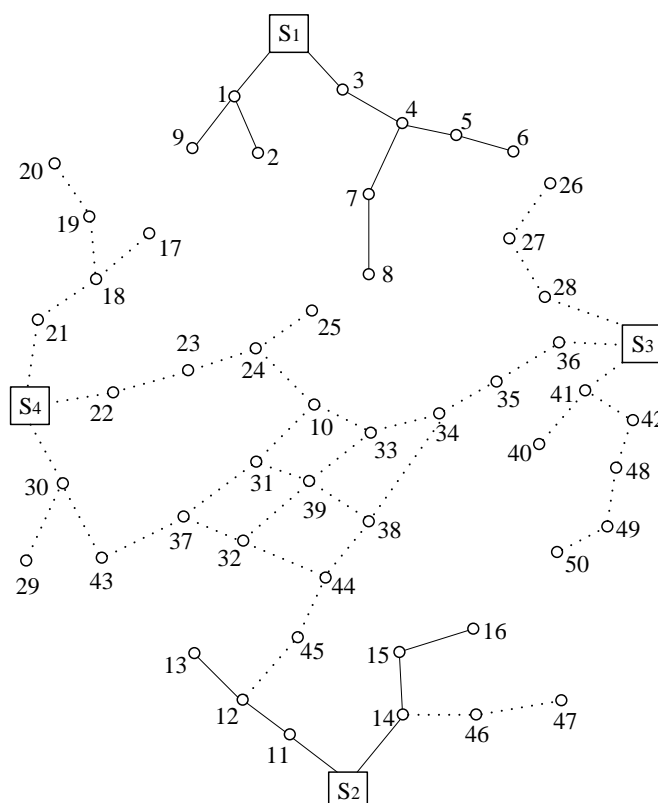
Para os circuitos adjacentes às subestações, ou seja, para os circuitos S_1-1 , S_1-5 , S_2-4 e S_2-8 , foram acrescidos os custos referentes aos módulos de saída (barramento, disjuntor e sistemas de medição/proteção), que correspondem a um investimento adicional de \$ 24.000 e um custo de manutenção adicional de \$ 200 por ano.

4.3.2 Sistema de distribuição de 54 nós

O sistema de distribuição de 54 nós, baseado no sistema apresentado por Gonçalves, Franco e Rider (2015), é composto por quatro subestações (denominadas de S_1 , S_2 , S_3 e S_4) cuja tensão de operação é de 15 kV. Inicialmente, as subestações S_1 e S_2 encontram-se em operação e as demais estão prontas para serem conectadas ao sistema. Além disso, a rede possui 50 nós com carga (numerados de 1 a 50), sendo 15 atendidos pelos quatro alimentadores existentes, que estão interligados às subestações S_1 e S_2 . O planejamento da expansão visa reconduzir os ramos existentes, caso seja necessário, e conectar 35 nós por meio de novos circuitos, os quais poderão ser conectados nas subestações S_2 , S_3 e S_4 .

A topologia inicial do sistema de 54 nós é ilustrada na Figura 10, na qual as linhas pontilhadas representam os circuitos candidatos à adição, enquanto as linhas contínuas representam os circuitos existentes e candidatos ao reconduzimento.

Figura 10 - Topologia inicial do sistema de distribuição de 54 nós.



Fonte: Adaptado de Gonçalves, Franco e Rider (2015).

O comprimento dos ramos candidatos ao reconduzimento são mostrados na Tabela 5, na qual k e m são as extremidades do ramo km e ℓ_{km}^R é o comprimento do ramo km (candidato ao reconduzimento) (em km).

Tabela 5 - Comprimento dos ramos candidatos ao recondutoramento do sistema de distribuição de 54 nós.

k	m	ℓ_{km}^R [km]	k	m	ℓ_{km}^R [km]	k	m	ℓ_{km}^R [km]
S ₁	1	1,44	4	5	1,60	11	12	1,60
	1	2	5	6	1,28	12	13	2,24
	1	9	4	7	1,28	S ₂	14	1,92
S ₁	3	1,12	7	8	1,60	14	15	1,92
	3	4	S ₂	11	1,44	15	16	1,44

O comprimento dos ramos candidatos à adição são mostrados na Tabela 6, na qual ℓ_{km}^A é o comprimento do ramo km (candidato à adição) (em km).

Tabela 6 - Comprimento dos ramos candidatos à adição do sistema de distribuição de 54 nós.

k	m	ℓ_{km}^A [km]	k	m	ℓ_{km}^A [km]	k	m	ℓ_{km}^A [km]
12	45	1,28	33	39	1,44	19	20	1,60
45	44	1,12	39	31	1,23	18	17	2,08
44	38	1,60	39	32	2,08	S ₄	22	1,92
38	34	2,50	32	37	1,23	22	23	1,76
38	39	1,23	32	44	1,23	23	24	1,44
14	46	1,76	S ₃	41	1,60	24	25	1,12
46	47	1,60	41	40	1,28	24	10	1,23
S ₃	28	1,60	41	42	1,92	10	33	1,23
28	27	1,60	42	48	1,28	S ₄	30	1,44
27	26	1,76	48	49	1,92	30	29	1,60
S ₃	36	1,28	49	50	1,12	30	43	2,08
36	35	1,12	S ₄	21	1,28	43	37	1,28
35	34	1,12	21	18	1,60	37	31	1,92
34	33	0,96	18	19	1,28	31	10	1,60

A demanda de potência e o número de consumidores do sistema de distribuição de 54 nós são mostrados na Tabela 7, na qual P_m é a demanda de potência ativa no nó m (em kW), Q_m é a demanda de potência reativa no nó m (em kvar) e N_m é o número de consumidores no nó m .

Tabela 7 - Demanda de potência e consumidores em cada nó do sistema de 54 nós.

m	P_m [kW]	Q_m [kvar]	N_m	m	P_m [kW]	Q_m [kvar]	N_m
1	3622,50	2012,50	4200	26	1035,00	575,00	1200
2	1293,75	718,75	1500	27	1293,75	718,75	1500
3	603,75	335,42	700	28	603,75	335,42	700
4	948,75	527,08	1100	29	1207,50	670,83	1400
5	2242,50	1245,83	2600	30	2242,50	1245,83	2600
6	603,75	335,42	700	31	603,75	335,42	700
7	862,50	479,17	1000	32	1466,25	814,58	1700
8	1638,75	910,42	1900	33	2501,25	1389,58	2900

Continua na próxima página

Tabela 7 – continuação

m	P_m [kW]	Q_m [kVar]	N_m	m	P_m [kW]	Q_m [kVar]	N_m
9	1035,00	575,00	1200	34	1035,00	575,00	1200
10	2501,25	1389,58	2900	35	776,25	431,25	900
11	258,75	143,75	300	36	258,75	143,75	300
12	1552,50	862,50	1800	37	1811,25	1006,25	2100
13	948,75	527,08	1100	38	948,75	527,08	1100
14	862,50	479,17	1000	39	862,50	479,17	1000
15	1207,50	670,83	1400	40	1207,50	670,83	1400
16	1638,75	910,42	1900	41	776,25	431,25	900
17	603,75	335,42	700	42	1035,00	575,00	1200
18	1035,00	575,00	1200	43	1121,25	622,92	1300
19	1207,50	670,83	1400	44	1207,5	670,83	1400
20	690,00	383,33	800	45	690,00	383,33	800
21	1552,50	862,50	1800	46	1552,50	862,50	1800
22	948,75	527,08	1100	47	862,50	479,17	1000
23	862,50	479,17	1000	48	690,00	383,33	800
24	431,25	239,58	500	49	431,25	239,58	500
25	776,25	431,25	900	50	690,00	383,33	800

Fonte: Gonçalves, Franco e Rider (2015).

Para representar a variação da demanda de potência ao longo do tempo no sistema de distribuição de 54 nós, considerou-se três níveis de carregamento, conforme apresentado na Tabela 8.

Tabela 8 - Níveis de carregamento do sistema de distribuição de 54 nós.

Nível de carregamento (j)	1	2	3
% da carga nominal	115%	46%	34,5%
Duração [horas/ano]	1000	6760	1000

Fonte: Gonçalves, Franco e Rider (2015).

Os parâmetros dos condutores considerados no plano de expansão do sistema de 54 nós são mostrados na Tabela 9. Todos os circuitos presentes na rede inicial possuem condutores do Tipo 1. Para esta rede considera-se uma taxa de falha de 0,35 falhas/ano.km, uma duração média de interrupção de 0,5 horas/km e um custo anual de manutenção de 450 \$/km.

Tabela 9 - Parâmetros dos condutores disponíveis para o sistema de 54 nós.

Tipo	Resistência [Ω /km]	Reatância [Ω /km]	Corrente máxima [A]	Custo de investimento [\$/km]
1	0,3655	0,2520	150	5.000
2	0,1932	0,2279	450	8.000

Fonte: Gonçalves, Franco e Rider (2015).

Para os novos circuitos adjacentes às subestações, ou seja, para os circuitos S_3-28 , S_3-36 , S_3-41 , S_4-21 , S_4-22 e S_4-30 , foram acrescentados os custos referentes aos módu-

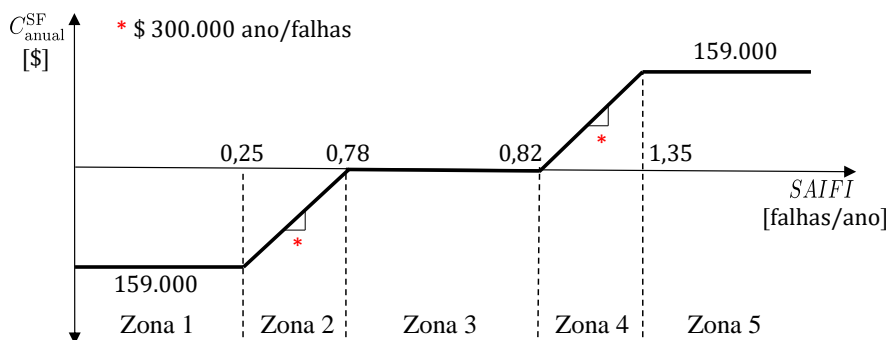
los de saída (barramento, disjuntor e sistemas de medição/proteção), que correspondem a um investimento adicional de \$ 24.000 e um custo de manutenção adicional de \$ 200 por ano. Para os circuitos existentes que são adjacentes às subestações, ou seja, para os circuitos S_1-1 , S_1-3 , S_2-11 e S_2-14 , foi acrescido apenas o custo de manutenção adicional de \$ 200 por ano.

4.3.3 Parâmetros gerais

O horizonte de planejamento empregado foi de 3 anos com uma taxa de juros de 10% ao ano. Para mensurar o custo total das violações dos limites de tensão nodal, foi adotado um fator de penalização anual de 10 \$/hora. Os quadrados das correntes, utilizados no cálculo das perdas ativas foram aproximados por meio de 96 restrições lineares. Para determinar o custo das perdas de energia nos alimentadores, foi considerado um custo de energia elétrica de 0,11 \$/kWh (RESENER, 2016). A receita esperada pelo fornecimento de energia elétrica para os consumidores é de 0,33 \$/kWh.

Os parâmetros utilizados para o regime de incentivos do SAIFI são mostrados na Figura 11 (JOOSHAKI et al., 2019b).

Figura 11 - Regime de incentivos do SAIFI com os parâmetros adotados.



Fonte: Jooshaki *et al.* (2019b).

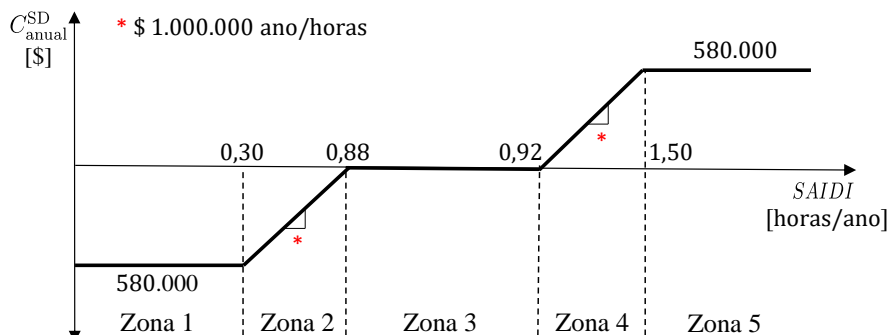
De acordo com o regime de incentivos apresentado para o SAIFI, a distribuidora de energia elétrica será penalizada quando o SAIFI for maior que 0,82 falhas/ano e será recompensada quando o SAIFI atingir um valor menor que 0,78 falhas/ano. Caso o SAIFI esteja entre esses valores, a distribuidora de energia elétrica não é penalizada nem recompensada.

Quando o SAIFI for maior que 0,82 falhas/ano, a penalização poderá ocorrer de duas formas: i) se o SAIFI estiver entre 0,82 falhas/ano e 1,35 falhas/ano, a distribuidora de energia elétrica será penalizada de acordo com uma taxa de incentivo da penalização por unidade do SAIFI de \$ 300.000 ano/falhas; ii) se o SAIFI for maior que 1,35 falhas/ano, a distribuidora de energia elétrica será penalizada com o valor de \$ 159.000.

Quando o SAIFI for menor que 0,78 falhas/ano, a recompensa poderá ocorrer de duas formas: i) se o SAIFI estiver entre 0,25 falhas/ano e 0,78 falhas/ano, a distribuidora de energia elétrica será recompensada de acordo com uma taxa incentivo da recompensa por unidade do SAIFI de \$ 300.000 ano/falhas; ii) se o SAIFI for menor que 0,25 falhas/ano, a distribuidora de energia elétrica será recompensada com o valor de \$ 159.000.

Os parâmetros utilizados para o regime de incentivos do SAIFI são mostrados na Figura 12 (JOOSHAKI et al., 2019b).

Figura 12 - Regime de incentivos do SAIDI com os parâmetros adotados.



Fonte: Jooshaki *et al.* (2019b).

De acordo com o regime de incentivos apresentado para o SAIDI, a distribuidora de energia elétrica será penalizada quando o SAIDI for maior que 0,92 horas/ano e será recompensada quando o SAIDI atingir um valor menor que 0,88 horas/ano. Caso o SAIDI esteja entre esses valores, a distribuidora de energia elétrica não é penalizada nem recompensada.

Quando o SAIDI for maior que 0,92 horas/ano, a penalização poderá ocorrer de duas formas: i) se o SAIDI estiver entre 0,92 horas/ano e 1,50 horas/ano, a distribuidora de energia elétrica será penalizada de acordo com uma taxa de incentivo da penalização por unidade do SAIDI de \$ 1.000.000 ano/horas; ii) se o SAIDI for maior que 1,50 horas/ano, a distribuidora de energia elétrica será penalizada com o valor de \$ 580.000.

Quando o SAIDI for menor que 0,88 horas/ano, a recompensa poderá ocorrer de duas formas: i) se o SAIDI estiver entre 0,30 horas/ano e 0,88 horas/ano, a distribuidora de energia elétrica será recompensada de acordo com uma taxa de incentivo da recompensa por unidade do SAIDI de \$ 1.000.000 ano/horas; ii) se o SAIDI for menor que 0,30 horas/ano, a distribuidora de energia elétrica será recompensada com o valor de \$ 580.000.

Os limites de tensão podem ser obtidos a partir do Módulo 8 dos Procedimentos de Distribuição da Agência Nacional de Energia Elétrica (ANEEL), no qual são apresentadas as faixas de classificação das tensões em regime permanente. Para pontos de conexão com tensão nominal superior a 1 kV e inferior a 69 kV, os limites mínimo e máximo são 0,93 pu e 1,05 pu, respectivamente (ANEEL, 2018). Assim, a tensão de referência (V^{ref}) para os nós com subestação foi fixada em 1 pu e os limites de tensão nodal nos nós com carga foram definidos como 0,93 pu para o limite inferior e 1,05 pu para o limite superior.

4.4 Resultados

Esta seção apresenta os resultados numéricos do sistema de distribuição de 10 nós e do sistema de distribuição de 54 nós, comparando os planos de expansão dos diferentes estudos de caso.

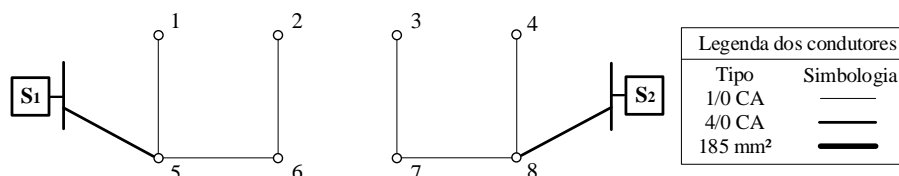
4.4.1 Resultados do sistema de distribuição de 10 nós

A solução ótima para o Caso 1 tem sua função objetivo f_1 igual a \$ 91.440, com a topologia mostrada na Figura 13. Para fins de comparação com os demais casos, f_2 , f_3 e f_4 também foram calculadas para a topologia encontrada no Caso 1, resultando em \$ 317.330, \$ 2.123.680 e \$ 2.349.570, respectivamente. Nesta topologia², o plano de

²Neste caso, há outras topologias cuja função objetivo f_1 resulta em \$ 91.440, conforme Apêndice C

expansão investiu em 2 ramos com o condutor 4/0 CA e em 6 ramos com o condutor 1/0 CA. Considerando as características desta rede, observa-se que esta solução busca reduzir o número de alimentadores e também reduzir a extensão da rede.

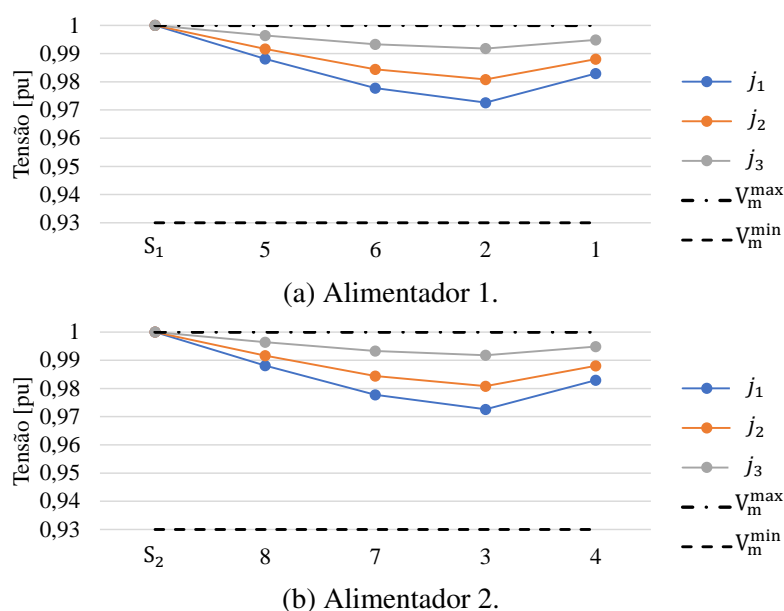
Figura 13 - Topologia do Caso 1 para o sistema de 10 nós.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Para a solução ótima do Caso 1, mostrada na Figura 13, a perda anual de energia foi de 750,7 MWh/ano. As tensões nodais dessa topologia se mantiveram entre 0,973 pu e 1 pu durante os três níveis de carregamento, conforme mostra a Figura 14. Portanto, não foram observadas violações dos limites de tensão nodal. O SAIFI resultou em 1,6 falhas/ano, o SAIDI em 1,6 horas/ano e a energia não fornecida (do inglês, *Energy Not Supplied* - ENS) atingiu 11,827 MWh/ano.

Figura 14 - Perfis de tensão do Caso 1 para o sistema de 10 nós.



Fonte: Elaborado pelo autor

Os índices de diferença das tensões para o Caso 1, apresentados na Tabela 10, mostram que as tensões obtidas pelo ML foram próximas das tensões obtidas pelo FCNL, pois os índices de diferença das tensões foram inferiores a 0,012% para os três níveis de carregamento. Os indicadores de confiabilidade obtidos por meio do ML proposto e os obtidos por meio do cálculo analítico não apresentaram diferenças³.

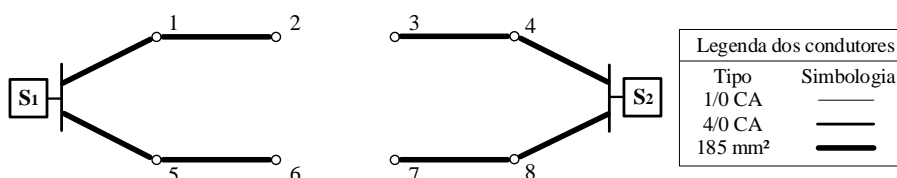
³O cálculo analítico dos indicadores de confiabilidade para o sistema de 10 nós (Caso 1) está disponível na Seção D.1.1 do Apêndice D.

Tabela 10 - Índices de diferença das tensões para o sistema de 10 nós (Caso 1)

Nível de carregamento (j)	1	2	3
$\bar{\varepsilon}_j^V$ (%)	0,012	0,006	0,002

No Caso 2, a função objetivo f_2 da solução ótima resultou em \$ 221.630 por meio da topologia ilustrada na Figura 15. Com o intuito de comparar os casos analisados, f_1 , f_3 e f_4 também foram calculadas para a topologia encontrada no Caso 2, resultando em \$ 172.040, \$ 1.257.850 e \$ 1.307.430, respectivamente. Nessa topologia, os 8 circuitos adicionados são construídos com o condutor de 185 mm². É fácil observar que esta é a topologia de maior investimento, considerando que não são aceitas topologias que não sejam radiais. Para reduzir as perdas, foi selecionado o condutor de menor resistência e foi usado o maior número possível de alimentadores, visando distribuir a carga entre eles.

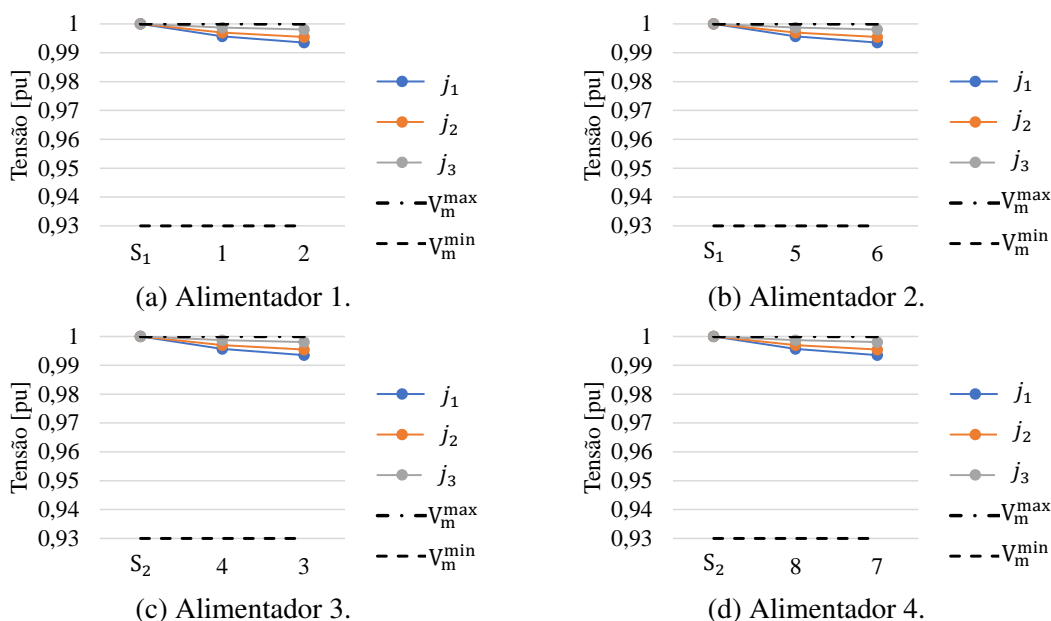
Figura 15 - Topologia do Caso 2 para o sistema de 10 nós.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Para a topologia obtida como solução ótima do Caso 2, a perda anual de energia foi drasticamente reduzida para 164,8 MWh/ano (cerca de 22% das perdas do Caso 1). Na Figura 16, observa-se que a topologia do Caso 2 não registrou violações dos limites de tensão nodal, pois as tensões nodais se mantiveram entre 0,993 pu e 1 pu nos três níveis de carregamento. O SAIFI resultou em 1,2 falhas/ano, o SAIDI em 1,2 horas/ano e a ENS em 8,870 MWh/ano.

Figura 16 - Perfis de tensão do Caso 2 para o sistema de 10 nós.



Fonte: Elaborado pelo autor.

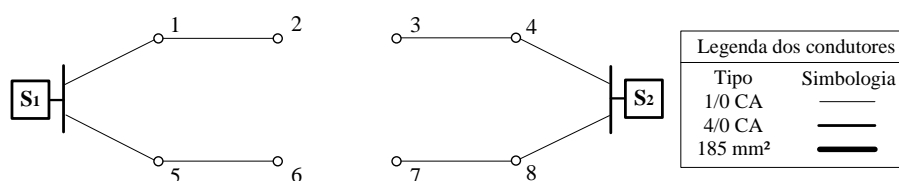
Os índices de diferença das tensões para o Caso 2, apresentados na Tabela 11, indicam que as tensões obtidas pelo ML foram próximas das tensões obtidas pelo FCNL, pois os índices de diferença das tensões se mantiveram abaixo de 0,003% para os três níveis de carregamento. As perdas de energia obtidas com o ML também foram próximas das obtidas pelo FCNL, pois o índice das perdas de energia foi igual a 0,263%. Os indicadores de confiabilidade obtidos por meio do ML proposto e os obtidos por meio do cálculo analítico não apresentaram diferenças⁴.

Tabela 11 - Índices de diferença das tensões para o sistema de 10 nós (Caso 2)

Nível de carregamento (j)	1	2	3
$\bar{\varepsilon}_j^V$ (%)	0,002	0,003	0,002

Para o Caso 3, o valor ótimo da função objetivo f_3 foi de \$ 1.219.850 com a topologia ilustrada na Figura 17. A fim de comparar os casos analisados, f_1 , f_2 e f_4 também foram determinadas para a topologia encontrada no Caso 3, resultando em \$ 134.040, \$ 295.530 e \$ 1.381.340, respectivamente. Por não levar em conta as perdas de energia, o plano de expansão optou pelo investimento em 8 ramos novos com o condutor 1/0 CA.

Figura 17 - Topologia do Caso 3 para o sistema de 10 nós.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Ainda para o Caso 3, a perda anual de energia foi de 536,7 MWh/ano e as tensões nodais não apresentaram violações dos seus limites durante os três níveis de carregamento, pois se mantiveram em torno de 0,99 pu, conforme mostra a Figura 18. O SAIFI, o SAIDI e a ENS resultaram, respectivamente, em 1,2 falhas/ano, 1,2 horas/ano e 8,87 MWh/ano.

Os índices de diferença das tensões para o Caso 3, apresentados na Tabela 12 mostram que as tensões obtidas pelo ML foram próximas das tensões obtidas pelo FCNL, pois o maior índice de diferença registrado foi de 0,004% nos níveis de carregamento 1 e 2. Nenhuma diferença foi observada entre os resultados dos indicadores de confiabilidade calculados pelo ML e os obtidos analiticamente⁵.

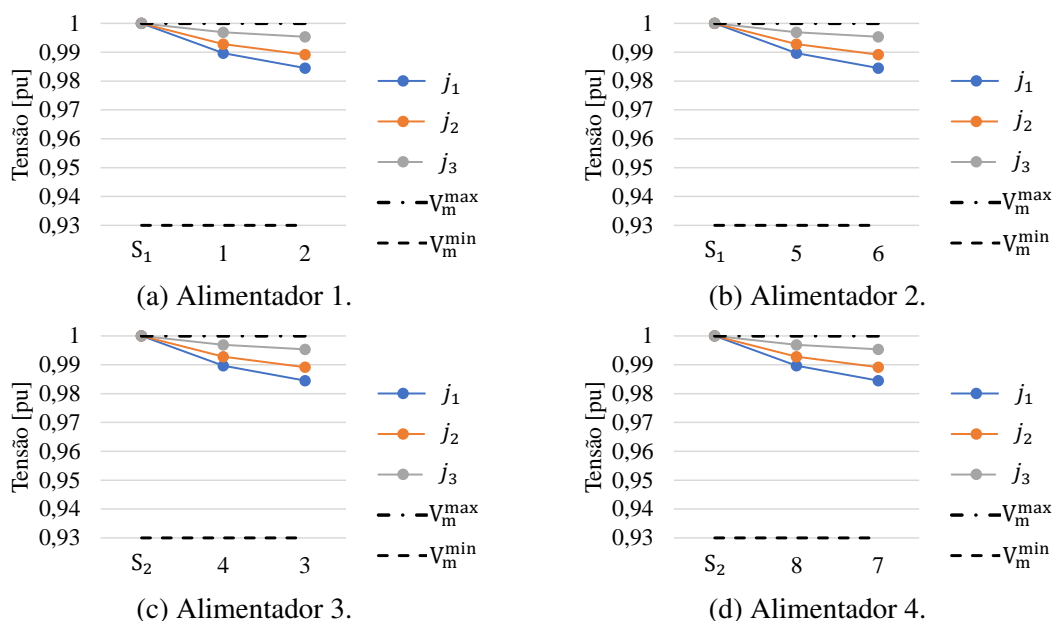
Tabela 12 - Índices de diferença das tensões para o sistema de 10 nós (Caso 3)

Nível de carregamento (j)	1	2	3
$\bar{\varepsilon}_j^V$ (%)	0,004	0,004	0,003

⁴O cálculo analítico dos indicadores de confiabilidade para o sistema de 10 nós (Caso 2) está disponível na Seção D.1.2 do Apêndice D

⁵O cálculo analítico dos indicadores de confiabilidade para o sistema de 10 nós (Caso 3) está disponível na Seção D.1.3 do Apêndice D

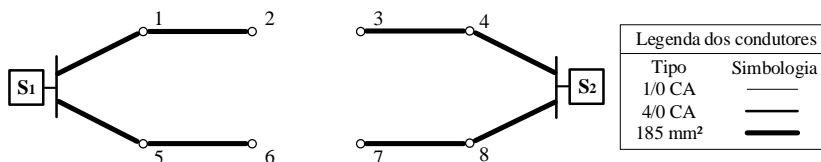
Figura 18 - Perfis de tensão do Caso 3 para o sistema de 10 nós.



Fonte: Elaborado pelo autor.

No Caso 4, o valor ótimo da função objetivo f_4 atingiu \$ 1.307.430 por meio da topologia mostrada na Figura 19. Como no Caso 2, o plano de expansão optou pelo investimento em 8 ramos novos com condutores de 185 mm².

Figura 19 - Topologia do Caso 4 para o sistema de 10 nós.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Deve-se observar que a topologia do Caso 4, mostrada na Figura 19, é igual a topologia do Caso 2, ilustrada na Figura 15. Assim, os resultados numéricos da Figura 16 e da Tabela 11 também são válidos para o Caso 4. A perda anual de energia, o SAIFI, o SAIDI e a ENS resultaram, respectivamente, em 164,8 MWh/ano, 1,2 falhas/ano, 1,2 horas/ano e 8,870 MWh/ano.

4.4.2 Comparação entre os estudos de caso do sistema de distribuição de 10 nós

A Tabela 13 apresenta uma visão geral dos custos de expansão dos casos analisados na rede de distribuição de 10 nós. Para cada caso, está assinalado em destaque o valor ótimo da função objetivo que foi otimizada, bem como as suas componentes de custo associadas. Além disso, para fins de comparação, foram calculadas as diferenças percentuais dos custos do Caso 4 (função objetivo mais completa) com relação aos respectivos custos dos Casos 1, 2 e 3, representadas por d_{custos}^1 , d_{custos}^2 e d_{custos}^3 , respectivamente, nas três últimas colunas da Tabela 13.

Tabela 13 - Resumo dos custos de expansão dos casos analisados no sistema de distribuição de 10 nós

Variável [k\$]	Caso 1	Caso 2	Caso 3	Caso 4	d_{custos}^1 [%]	d_{custos}^2 [%]	d_{custos}^3 [%]
f_1	91,44	172,04	134,04	172,04	+88,14	0	+28,35
f_2	317,33	221,63	295,53	221,63	-30,16	0	-25,01
f_3	2123,68	1257,85	1219,85	1257,85	-40,77	0	+3,12
f_4	2349,57	1307,43	1381,34	1307,43	-44,35	0	-5,35
C^{inv}	80,50	160,00	122,00	160,00	+98,76	0	+31,15
C^{oper}	236,83	61,63	173,53	61,63	-73,98	0	-64,49
C^{man}	10,94	12,04	12,04	12,04	+10,00	0	0
C^{vio}	0	0	0	0	0	0	0
C^{per}	225,89 ^a	49,59	161,49 ^a	49,59	-78,05	0	-69,29
C^{conf}	2032,24 ^b	1085,81 ^b	1085,81	1085,81	-46,57	0	0
C^{ens}	10,68	8,01	8,01	8,01	-25,00	0	0
C^{sf}	434,95 ^b	311,85 ^b	311,85	311,85	-28,30	0	0
C^{sd}	1586,61 ^b	765,95 ^b	765,95	765,95	-51,72	0	0

^a Neste caso, o valor presente do custo total das perdas de energia nos alimentadores foi obtido fora do processo de otimização, conforme mencionado na Seção 4.1.

^b Neste caso, os valores presentes dos custos totais do SAIFI e do SAIDI ($C_{\text{anual}}^{\text{SF}}$ e $C_{\text{anual}}^{\text{SD}}$) são obtidos fora do processo de otimização, conforme mencionado na Seção 4.1.

Analisando os resultados da definição da rota dos alimentadores dos quatro casos simulados, observou-se que apenas no Caso 1 foi feita a opção por utilizar dois alimentadores mais longos, com carga total mais elevada; nos demais casos, a carga foi distribuída em quatro alimentadores. Por essa razão, os indicadores de confiabilidade encontrados no Caso 1 foram piores que os indicadores dos Casos 2, 3 e 4, conforme mostrado na Tabela 14.

Tabela 14 - Resumo dos indicadores de confiabilidade do sistema de 10 nós.

Indicador de confiabilidade	Caso 1	Caso 2	Caso 3	Caso 4
ENS [MWh/ano]	11,83	8,87	8,87	8,87
SAIFI [falhas/ano]	1,6	1,2	1,2	1,2
SAIDI [horas/ano]	1,6	1,2	1,2	1,2

Além disso, observou-se que as topologias dos Casos 2, 3 e 4 resultaram no mesmo roteamento de ramos. Entretanto, nos circuitos do Caso 3 foi utilizado o condutor 1/0 CA, enquanto que nos circuitos dos Casos 2 e 4 o condutor selecionado foi de 185 mm² – logo, as topologias mencionadas somente se diferenciaram nos condutores. Assim sendo, os indicadores de confiabilidade dos Casos 2, 3 e 4 foram iguais, conforme mostra a Tabela 14, visto que a taxa de falhas e a duração média de interrupção de todos os condutores disponíveis para investimento são idênticas.

Comparando o Caso 4 com relação ao Caso 1, observou-se que o custo de investimento aumentou 98,76%. Por outro lado, houve uma redução de 73,98% dos custos de operação (manutenção, violação das tensões nodais e perdas de energia) e de 46,57% dos custos de confiabilidade (ENS, SAIFI e SAIDI). Uma comparação entre os custos totais desses casos revela uma redução de 44,35% considerando a topologia determinada no Caso 4.

Conforme já mencionado, as topologias e os condutores dos Casos 2 e 4 são idênticos, consequentemente, não foram encontradas diferenças ao comparar esses casos. Convém observar que as topologias encontradas foram iguais porque o Caso 2 minimiza as perdas de energia e as violações de tensão, o que faz com que seja buscada a distribuição da carga entre os alimentadores, resultando em um impacto positivo em termos de confiabilidade, mesmo quando não considerada na função objetivo do modelo de otimização.

Analisando os resultados da comparação do Caso 4 com relação ao Caso 3, constatou-se que o custo de investimento aumentou 31,15%. No entanto, houve uma redução de 64,49% dos custos de operação (manutenção, violação das tensões nodais e perdas de energia). No que diz respeito aos custos de manutenção, não houve diferença, pois o comprimento total da rede é igual para ambos os casos. Com relação aos custos de confiabilidade (ENS, SAIFI e SAIDI), nenhuma diferença foi constatada, pois, conforme já mencionado, os indicadores de confiabilidade desses casos são iguais. Uma comparação entre os custos totais desses casos evidenciou uma redução de 5,35% considerando a topologia obtida no Caso 4.

O número de variáveis, restrições e o tempo de processamento total do modelo de otimização para cada caso do sistema de distribuição de 10 nós são apresentados na Tabela 15. Analisando os resultados desta tabela, observa-se que o cálculo das perdas de energia e a consideração das mesmas na função objetivo do modelo de otimização aumenta um pouco o número de variáveis e aumenta significativamente a quantidade de restrições, conforme mostram os Casos 2 e 4.

Tabela 15 - Características e tempo de processamento do modelo de otimização para os casos analisados no sistema de 10 nós.

Caso	1	2	3	4
Variáveis inteiras	140	140	144	144
Variáveis contínuas	401	527	413	539
Restrições	1897	10213	1917	10233
Tempo de processamento ^a [s]	5,22	994,34	130,70	2378,84

^a Configurações do computador: CPU–Intel Core i5 4210U @ 1,70 GHz e RAM–8GB DDR3 @ 798 MHz.

No sistema de distribuição de 10 nós, o aumento das variáveis e das restrições para calcular as perdas de energia e para considerar as mesmas na função objetivo do modelo de otimização ocorre devido à inserção de:

- 42 variáveis contínuas que representam as perdas de potência ativa nos ramos (candidatos à adição) a cada nível de carregamento;
- 42 variáveis contínuas que representam a aproximação do quadrado da parte real da corrente nos ramos (candidatos à adição) a cada nível de carregamento;

- 42 variáveis contínuas que representam a aproximação do quadrado da parte imaginária da corrente nos ramos (candidatos à adição) a cada nível de carregamento;
- 252 restrições utilizadas para o cálculo das variáveis contínuas que representam as perdas de potência ativa nos ramos (candidatos à adição) a cada nível de carregamento – Equação (3.42);
- 4032 restrições utilizadas para o cálculo das variáveis contínuas que representam a aproximação do quadrado da parte real da corrente nos ramos (candidatos à adição) a cada nível de carregamento – Equação (3.43);
- 4032 restrições utilizadas para o cálculo variáveis contínuas que representam a aproximação do quadrado da parte imaginária da corrente nos ramos (candidatos à adição) a cada nível de carregamento – Equação (3.44).

Ainda na Tabela 15, comparando os Casos 1 e 3, observa-se que o incremento no número de variáveis e restrições foi pequeno para a inclusão da confiabilidade na função objetivo do modelo de otimização, pois os regimes de incentivos adotados neste trabalho acrescentam poucas variáveis e restrições ao modelo de otimização.

No sistema de distribuição de 10 nós, o aumento de variáveis e de restrições para considerar a confiabilidade na função objetivo do modelo de otimização ocorre devido à inserção de:

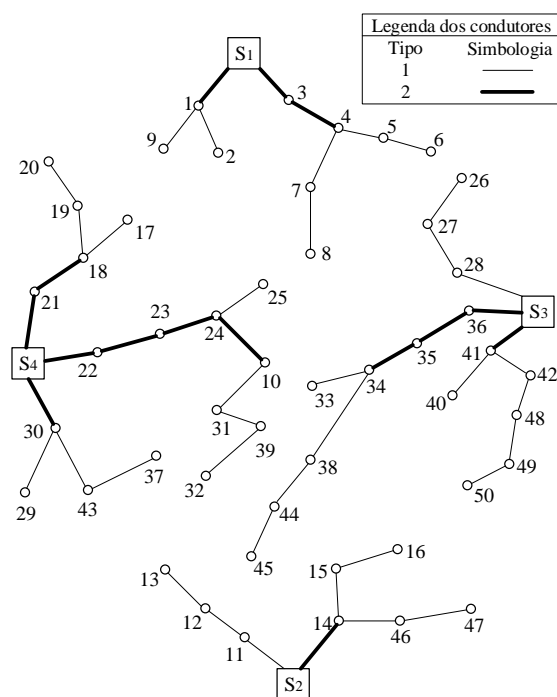
- 12 variáveis contínuas do regime de incentivos do SAIFI e do SAIDI;
- 4 variáveis binárias auxiliares do regime de incentivos do SAIFI e do SAIDI;
- 10 restrições do regime de incentivos do SAIFI (equações 3.112 a 3.121);
- 10 restrições do regime de incentivos do SAIDI (equações 3.122 a 3.131).

Com relação aos tempos de processamento, os resultados da Tabela 15 mostram que os tempos de processamento dos Casos 2 e 4 foram significativamente maiores que os dos Casos 1 e 3, respectivamente, indicando que, para esta rede, o cálculo das perdas e a consideração das mesmas na função objetivo do modelo de otimização acrescentou maior dificuldade de solução do que a consideração da confiabilidade na função objetivo do modelo de otimização. Além disso, os tempos de processamento deixaram evidente que o Caso 4 teve o maior custo computacional dentre os casos analisados.

4.4.3 Resultados do sistema de distribuição de 54 nós

No Caso 1, a solução ótima da função objetivo f_1 resultou em \$ 611.862 por meio da topologia ilustrada na Figura 20. Para fins de comparação com os demais casos, f_2 , f_3 e f_4 também foram calculadas para a topologia encontrada no Caso 1, resultando em \$ 1.895.150, \$ 1.775.790 e \$ 3.039.080, respectivamente. Nessa topologia, 4 ramos existentes foram reconduzidos, utilizando o condutor do Tipo 2, e 35 novos ramos foram construídos, sendo 24 com o condutor do Tipo 1 e 11 com o condutor do Tipo 2.

Figura 20 - Topologia do Caso 1 para o sistema de 54 nós.



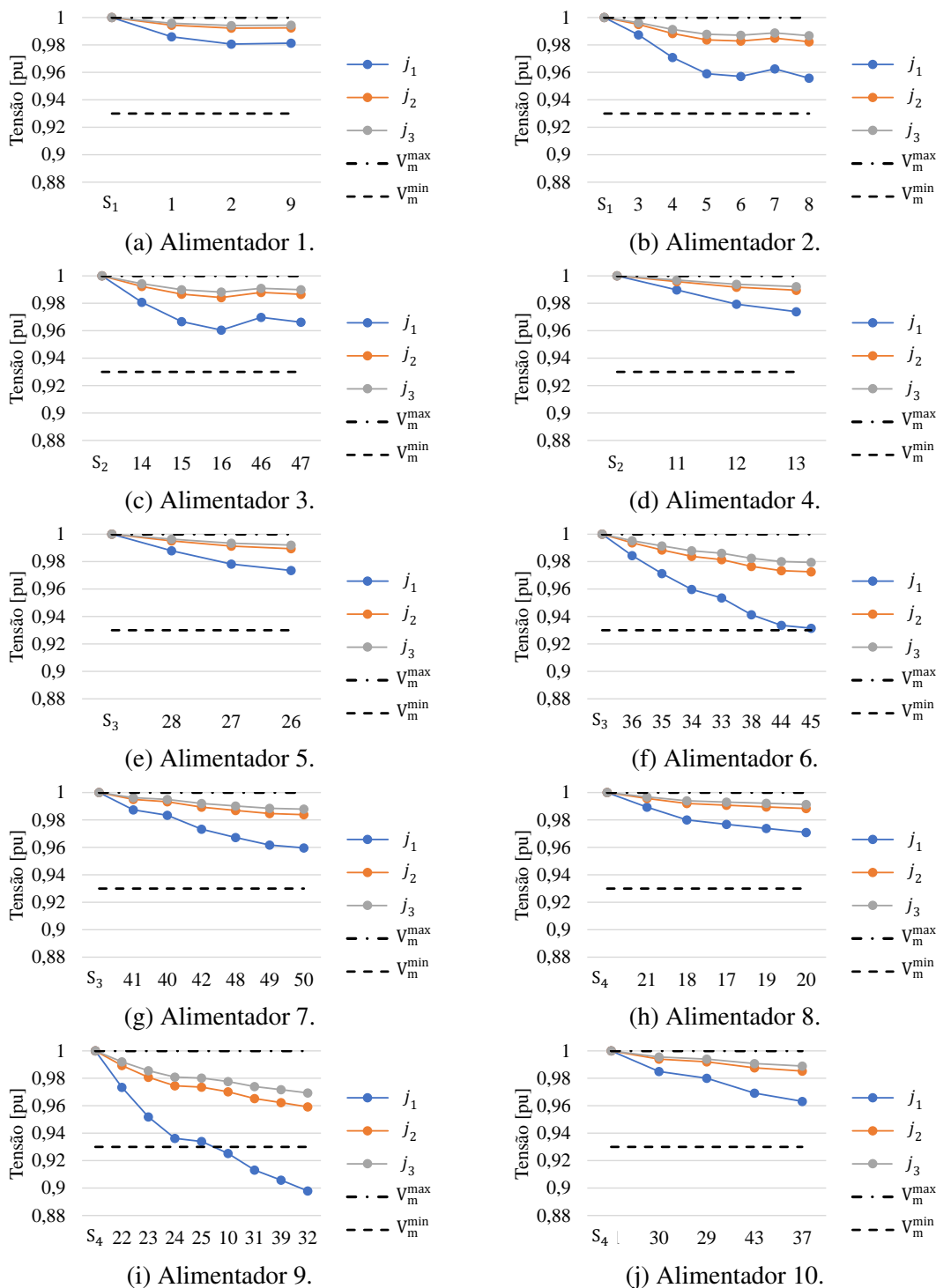
Fonte: Elaborado pelo autor.

Ainda no Caso 1, a perda anual de energia foi de 4264,7 MWh/ano. Nas Figuras 21(a) e 21(b), observa-se que as tensões nodais dos alimentadores da subestação S_1 se mantiveram dentro dos limites de tensão preestabelecidos. O mesmo comportamento foi observado nas tensões nodais dos alimentadores da subestação S_2 , visto que a tensão mínima registrada foi de aproximadamente 0,960 pu durante o primeiro nível de carregamento, conforme mostrado nas Figuras 21(c) e 21(d). As tensões nodais dos alimentadores da subestação S_3 , de acordo com as Figuras 21(e), 21(f) e 21(g), também se mantiveram dentro dos limites em todos os níveis de carregamento. Entretanto, na Figura 21(i), observa-se que os nós 10, 31, 39 e 32 da subestação S_4 atingiram uma tensão de 0,925 pu, 0,913 pu, 0,905 pu e 0,897 pu, respectivamente, durante o primeiro nível de carregamento, violando o limite inferior das tensões nos nós com carga.

As violações de tensão mencionadas demonstram que o modelo de otimização é solucionado mesmo quando a tensão em alguns nós do sistema esteja fora dos limites ideais de operação (0,93 pu a 1,05 pu), pois não são utilizados limites rígidos de tensão. Além disso, deve ser observado que, se a violação de tensão da topologia resultante for relevante, pode-se aumentar a penalização dos limites de violação de tensão nodal visando estabelecer uma topologia mais adequada do ponto de vista das violações dos níveis de

tensão. Na topologia obtida neste caso, o SAIFI resultou em 1,469 falhas/ano, o SAIDI em 1,168 horas/ano e a ENS atingiu 34,886 MWh/ano.

Figura 21 - Perfis de tensão do Caso 1 para o sistema de 54 nós.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Os índices de diferença das tensões para o Caso 1, apresentados na Tabela 16, mostram que as tensões obtidas pelo ML foram próximas das tensões obtidas pelo FCNL, pois os índices de diferença das tensões se mantiveram abaixo de 0,015% para os três níveis de

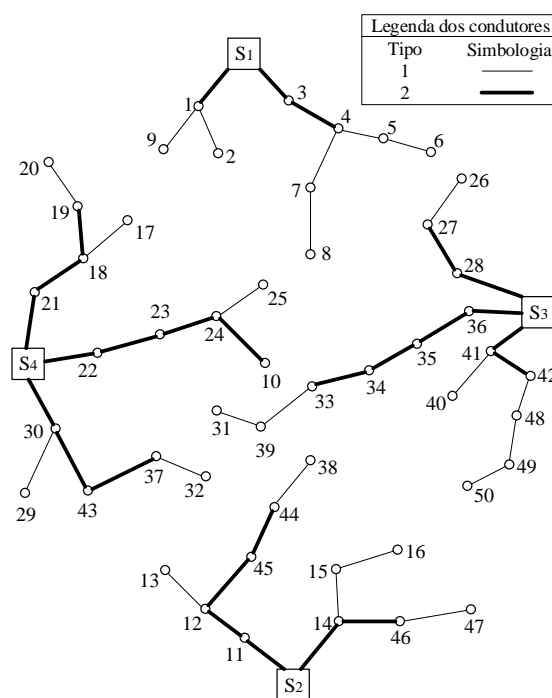
carregamento. Quanto à confiabilidade, os resultados obtidos pelo ML não apresentaram diferenças em comparação com os calculados analiticamente⁶.

Tabela 16 - Índices de diferença das tensões para o sistema de 54 nós (Caso 1)

Nível de carregamento (j)	1	2	3
$\bar{\varepsilon}_j^V$ (%)	0,015	0,003	0,003

A solução ótima para o Caso 2 teve sua função objetivo f_2 igual a \$1.664.110 com a topologia ilustrada na Figura 22. A fim de comparar o Caso 2 com os demais casos, f_1 , f_3 e f_4 foram determinadas para a topologia encontrada no Caso 2, resultando, respectivamente, em \$ 664.800, \$ 1.513.461 e \$ 2.512.744. Uma vez que as perdas de energia foram consideradas na função objetivo f_2 , observou-se que houve um maior investimento no condutor de menor resistência, pois 7 ramos existentes foram reconduzados e 21 ramos foram construídos com o condutor do Tipo 2. Além disso, 14 ramos foram adicionados com o condutor do Tipo 1.

Figura 22 - Topologia do Caso 2 para o sistema de 54 nós.



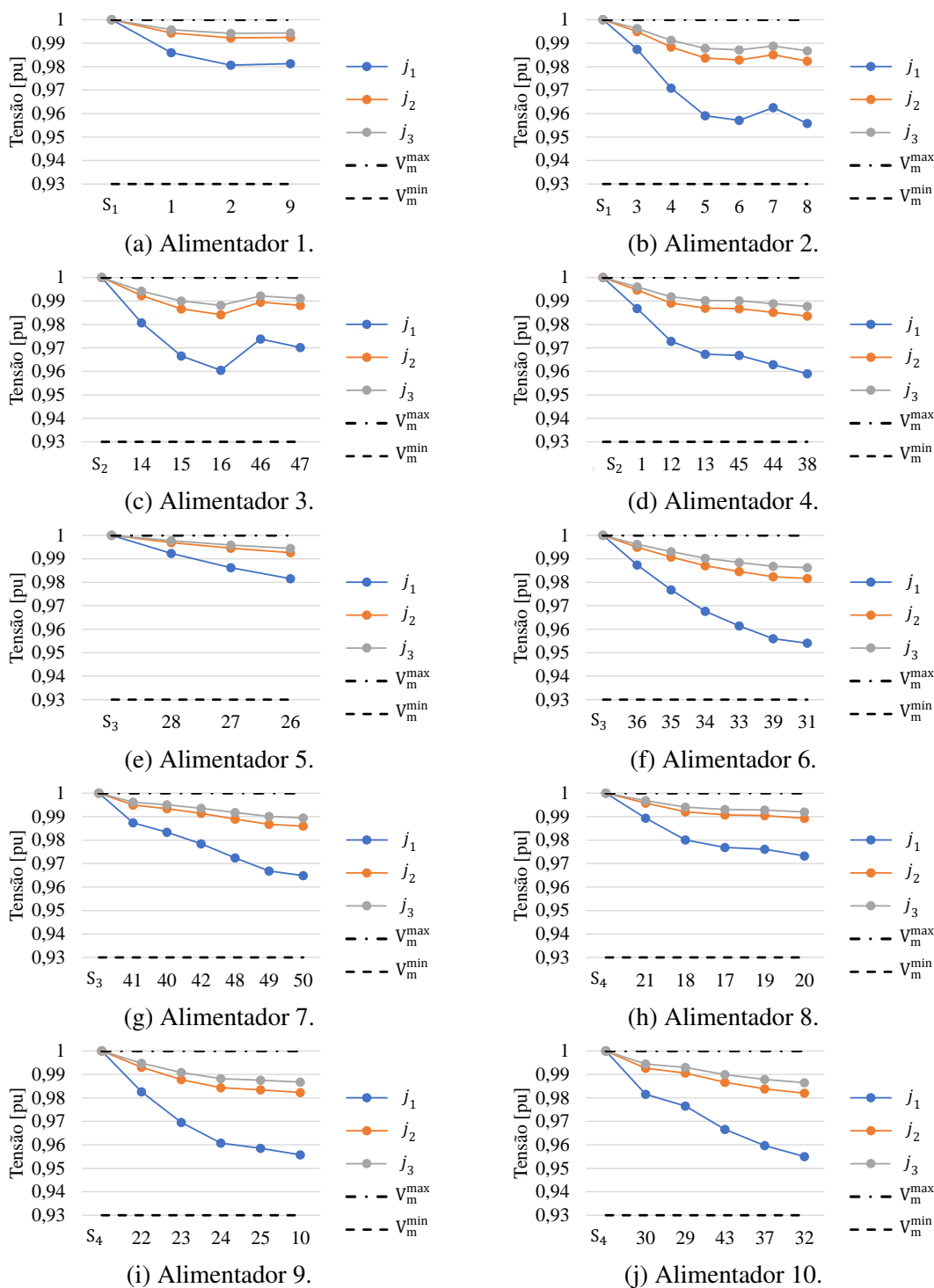
Fonte: Elaborado pelo autor.

Na topologia da Figura 22, a perda anual de energia foi reduzida para 3320,9 MWh/ano (cerca de 78% do valor obtido na solução do Caso 1). As tensões nodais dos alimentadores da subestação S_1 se mantiveram acima de 0,956 pu para todos os níveis de carregamento, conforme mostram as Figuras 23(a) e 23(b). Nas subestações S_2 e S_3 , de acordo com as Figuras 23(c) a 23(g), observou-se que as tensões nodais dos alimentadores se mantiveram entre 0,954 pu e 1 pu. Na subestação S_4 , conforme mostram as Figuras 23(h), 23(i) e 23(j), as tensões nodais dos alimentadores se mantiveram entre 0,955 pu e 1 pu durante

⁶O cálculo analítico dos indicadores de confiabilidade para o sistema de 54 nós (Caso 1) está disponível na Seção D.2.1 do Apêndice D

todos os níveis de carregamento. Portanto, não houve violação dos limites de tensão nodal nesse caso. O SAIFI resultou em 1,373 falhas/ano, o SAIDI em 1,061 horas/ano e a ENS atingiu 31,692 MWh/ano.

Figura 23 - Perfis de tensão do Caso 2 para o sistema de 54 nós.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Os índices de diferença das tensões para o Caso 2, apresentados na Tabela 17, mostram que as tensões nodais obtidas pelo ML foram próximas das obtidas pelo FCNL, pois

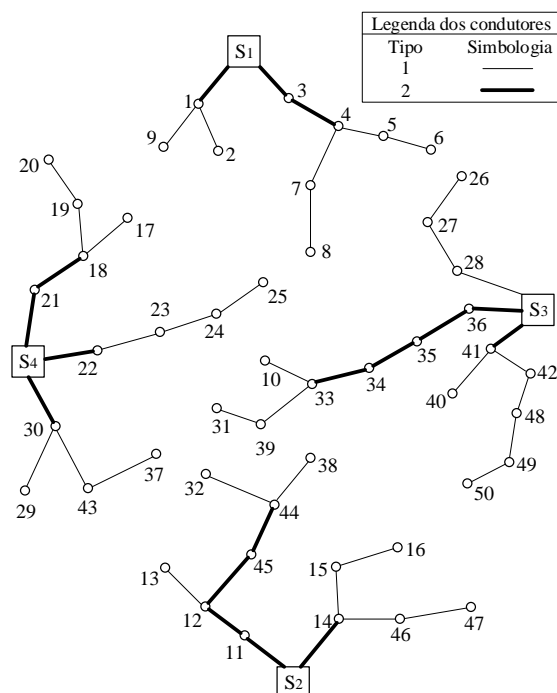
os índices de diferença de tensão foram menores que 0,006% para os três níveis de carregamento. As perdas de energia obtidas pelo ML também foram próximas das obtidas pelo FCNL, visto que o índice das perdas de energia foi de 0,231%. Por fim, a comparação feita entre os indicadores calculados analiticamente e os obtidos pelo ML não apresentou diferenças⁷.

Tabela 17 - Índices de diferença das tensões para o sistema de 54 nós (Caso 2)

Nível de carregamento j	1	2	3
$\bar{\varepsilon}_j$ (%)	0,006	0,003	0,002

No Caso 3, o valor ótimo da função objetivo f_3 atingiu \$ 1.378.220 por meio da topologia ilustrada na Figura 24. Para fins de comparação com os demais casos, f_1 , f_2 e f_4 também foram calculadas para a topologia encontrada no Caso 3, resultando em \$ 616.950, \$ 1.768.610 e \$ 2.529.880, respectivamente. Nessa topologia, 6 ramos existentes foram reconduzidos utilizando o condutor do Tipo 2, e 24 novos ramos foram construídos com o condutor do Tipo 1 e 11 com o condutor do Tipo 2. Assim, observou-se uma presença menos expressiva do condutor de menor resistência, pois as perdas de energia não foram consideradas na função objetivo f_3 .

Figura 24 - Topologia do Caso 3 para o sistema de 54 nós.



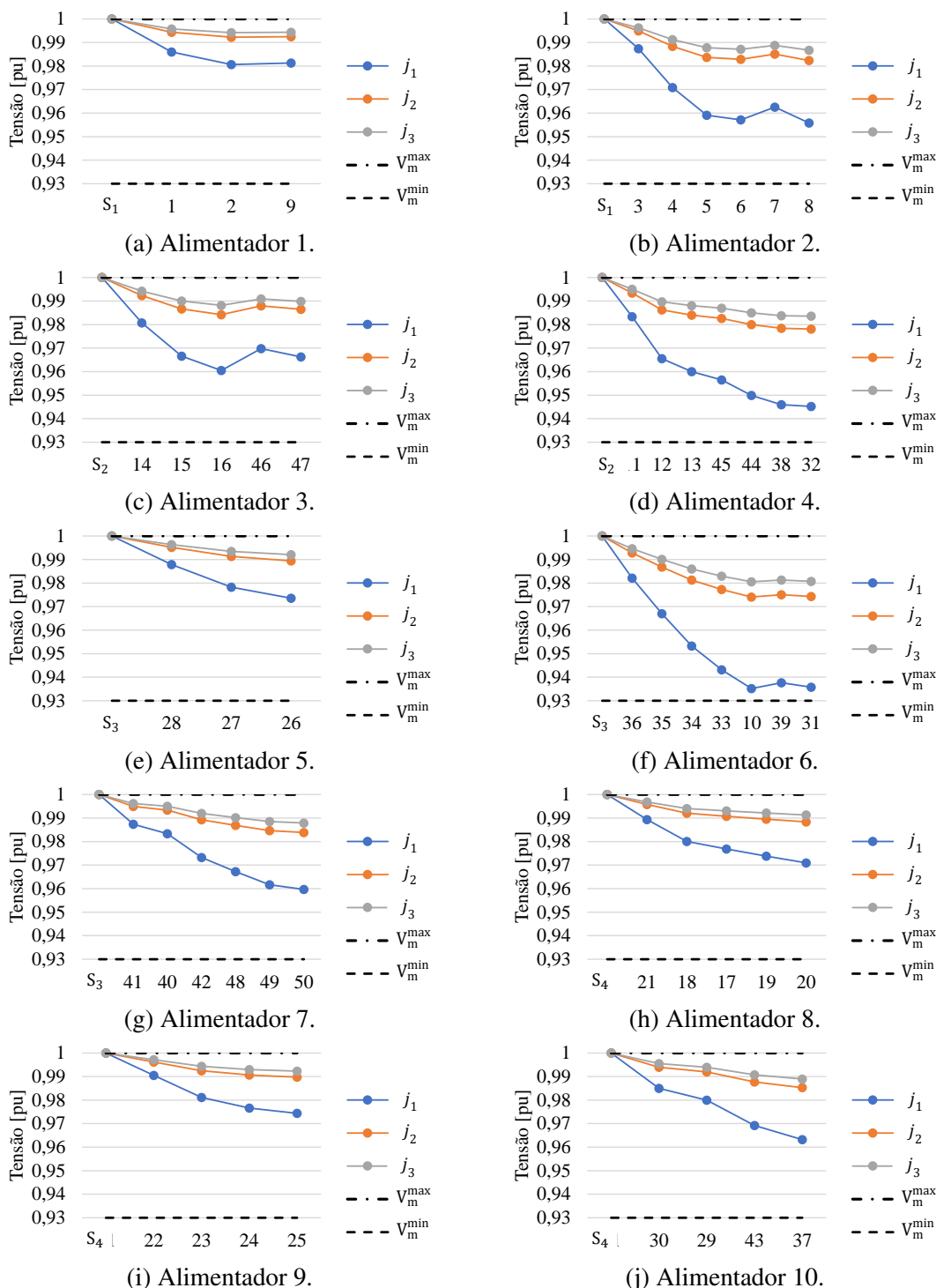
Fonte: Elaborado pelo autor.

Para a solução do Caso 3, a perda anual de energia foi de 3827,3 MWh/ano (cerca de 90% do valor obtido na solução do Caso 1). Nas Figuras 25(a) e 25(b), observa-se que as tensões nodais dos alimentadores da subestação S_1 se mantiveram dentro dos limites estipulados. O mesmo comportamento foi observado nos alimentadores da subestação S_2 , conforme mostram as Figuras 25(c) e 25(d), pois as tensões nodais ficaram acima de

⁷O cálculo analítico dos indicadores de confiabilidade para o sistema de 54 nós (Caso 2) está disponível na Seção D.2.2 do Apêndice D

0,945 pu em todos os níveis de carregamento. Nas subestações S_3 e S_4 , de acordo com as Figuras 25(e) a 25(j), as tensões nodais ficaram entre 0,935 pu e 1 pu em todos os níveis de carregamento. Dessa forma, não houve o registro de violação dos limites de tensão nodal. O SAIFI, o SAIDI e a ENS resultaram, nesta ordem, em 1,368 falhas/ano, 1,029 horas/ano e 30,747 MWh/ano.

Figura 25 - Perfis de tensão do Caso 3 para o sistema de 54 nós.



Fonte: Elaborado pelo autor.

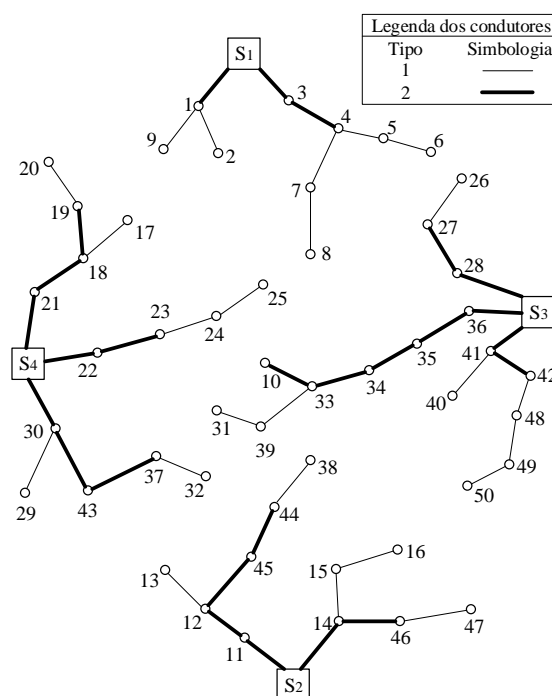
Os índices de diferença das tensões para o Caso 3, apresentados na Tabela 18, indicam que as tensões obtidas pelo ML foram próximas das tensões obtidas pelo FCNL, pois o maior índice de diferença das tensões obtido foi de 0,008%. Novamente, não houveram diferenças nos valores dos indicadores de confiabilidade⁸.

Tabela 18 - Índice de diferenças das tensões para o sistema de 54 nós (Caso 3)

Nível de carregamento j	1	2	3
$\bar{\varepsilon}_j^V$ (%)	0,008	0,003	0,002

No Caso 4, a solução ótima da função objetivo f_4 resultou em \$ 2.485.790 por meio da topologia mostrada na Figura 26. Com o objetivo de comparar o Caso 4 com os demais casos, f_1 , f_2 e f_3 também foram calculadas utilizando a topologia encontrada no Caso 3, resultando em \$ 660.480, \$ 1.717.970 e \$ 1.428.300, respectivamente. Na topologia obtida, observa-se que 6 ramos foram reconduzidos com o condutor do Tipo 2, 15 ramos foram construídos com o condutor do Tipo 1 e 20 com o condutor do Tipo 2.

Figura 26 - Topologia do Caso 4 para o sistema de 54 nós.

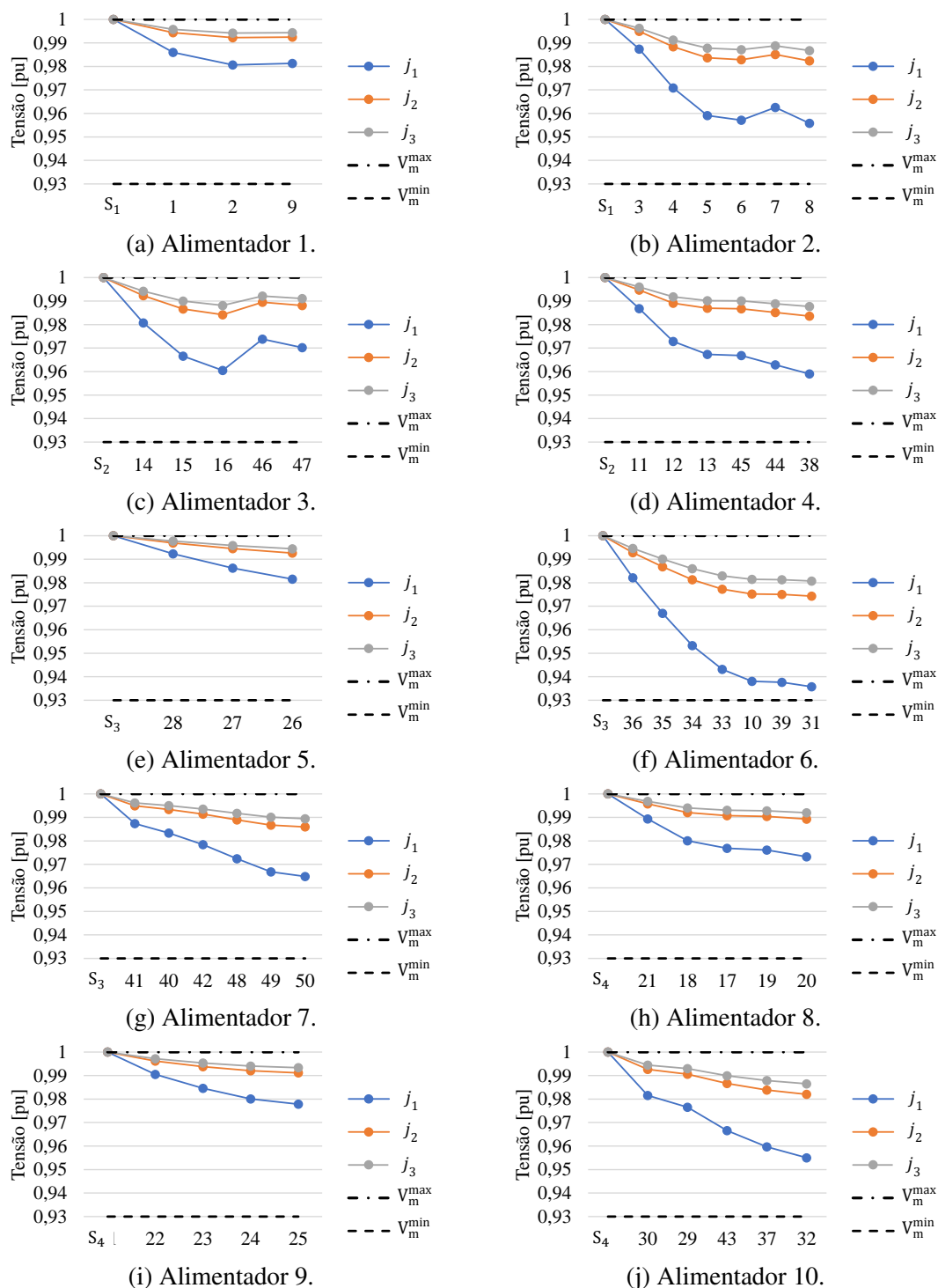


Fonte: Elaborado pelo autor.

Ainda no Caso 4, a perda anual de energia é de 3514,3 MWh/ano. As tensões nodais de todos os alimentadores da rede de 54 nós se mantiveram entre 0,938 pu e 1 pu, conforme mostra a Figura 27. Desta forma, observa-se não houve registro de violações de tensão nodal durante os três níveis de carregamento. O SAIFI resultou em 1,363 falhas/ano, o SAIDI em 1,032 horas/ano e a ENS em 30,818 MWh/ano.

⁸O cálculo analítico dos indicadores de confiabilidade para o sistema de 54 nós (Caso 3) está disponível na Seção D.2.3 do Apêndice D

Figura 27 - Perfis de tensão do Caso 4 para o sistema de 54 nós.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Os índices de diferença das tensões para o Caso 4, apresentados na Tabela 19, mostram que as tensões calculadas pelo ML foram próximas das tensões calculadas pelo FCNL, pois o maior índice de diferença das tensões registrado foi 0,008%. As perdas de energia obtidas com o ML também foram próximas das obtidas pelo FCNL, pois o índice das perdas de energia foi igual a 0,187%. Com relação aos indicadores de confiabilidade, não

foram verificadas diferenças entre os resultados do ML e os obtidos analiticamente⁹.

Tabela 19 - Índice de diferenças das tensões para o sistema de 54 nós (Caso 4)

Nível de carregamento j	1	2	3
$\bar{\varepsilon}_j^V$ (%)	0,008	0,003	0,003

4.4.4 Comparação entre os estudos de caso do sistema de distribuição de 54 nós

A Tabela 20 apresenta uma visão geral dos custos de expansão dos casos analisados no sistema de distribuição de 54 nós. Para cada caso, está assinalado em destaque o valor ótimo da função objetivo que foi otimizada, bem como as suas componentes de custo associadas. Além disso, foram calculadas as diferenças percentuais dos custos do Caso 4 com relação aos respectivos custos dos Casos 1, 2 e 3, representados por d_{custos}^1 , d_{custos}^2 e d_{custos}^3 , respectivamente, nas três últimas colunas da Tabela 20.

Tabela 20 - Resumo dos custos de expansão dos casos analisados no sistema de distribuição de 54 nós

Variável [k\$]	Caso 1	Caso 2	Caso 3	Caso 4	d_{custos}^1 [%]	d_{custos}^2 [%]	d_{custos}^3 [%]
f_1	611,86	664,80	616,95	660,48	+7,95	-0,65	+7,06
f_2	1895,15	1664,11	1768,61	1717,97	-9,35	+3,24	-2,86
f_3	1775,79	1513,46	1378,22	1428,30	-19,57	-5,63	+3,63
f_4	3039,08	2512,77	2529,88	2485,79	-18,21	-1,07	-1,74
C^{inv}	508,75	566,56	518,71	562,24	+10,51	-0,76	+8,39
C^{oper}	1386,40	1097,54	1249,91	1155,73	-16,64	+5,30	-7,53
C^{man}	100,98	98,24	98,24	98,24	-2,72	0	0
C^{vio}	2,13	0	0	0	-100,00	0	0
C^{per}	1283,29 ^a	999,31	1151,67 ^a	1057,49	-17,59	+5,82	-8,18
C^{conf}	1143,93 ^b	848,66 ^b	761,27	767,82	-32,88	-9,53	+0,86
C^{ens}	31,49	28,61	27,76	27,82	-11,66	-2,76	+0,23
C^{sf}	434,95 ^b	434,95 ^b	434,95	434,95	0	0	0
C^{sd}	677,49 ^b	385,10 ^b	298,56	305,05	-54,97	-20,79	+2,17

^a Neste caso, o valor presente do custo total das perdas de energia nos alimentadores foi obtido fora do processo de otimização, conforme mencionado na Seção 4.1.

^b Neste caso, os valores presentes dos custos totais do SAIFI e do SAIDI ($C_{\text{anual}}^{\text{SF}}$ e $C_{\text{anual}}^{\text{SD}}$) foram obtidos fora do processo de otimização, conforme mencionado na Seção 4.1.

Analisando as rotas obtidas nos quatro casos simulados, observa-se que os alimentadores das subestações S_3 e S_4 conectaram diferentes nós de acordo com o caso investigado e que a subestação S_2 conectou os mesmos nós somente nos Casos 2 e 4. Como consequência, os indicadores de confiabilidade obtidos em cada caso foram diferentes, conforme mostra a Tabela 21.

⁹O cálculo analítico dos indicadores de confiabilidade para o sistema de 54 nós (Caso 4) está disponível na Seção D.2.4 do Apêndice D

Tabela 21 - Resumo dos indicadores de confiabilidade do sistema de 54 nós

Indicador de confiabilidade	Caso 1	Caso 2	Caso 3	Caso 4
ENS [MWh/ano]	34,886	31,692	30,747	30,818
SAIFI [falhas/ano]	1,469	1,373	1,368	1,363
SAIDI [horas/ano]	1,168	1,061	1,029	1,032

Assim, observa-se que o Caso 1 apresentou os piores indicadores de confiabilidade entre os casos investigados, pois o mesmo não considerou a confiabilidade na função objetivo do modelo de otimização. Além disso, observa-se que os indicadores de confiabilidade do Caso 2 foram semelhantes aos dos Casos 3 e 4, pois as perdas de energia e a violação das tensões nodais, consideradas na função objetivo do modelo de otimização do Caso 2, fazem com que seja atrativo distribuir a carga entre os alimentadores, resultando em um impacto positivo na confiabilidade do sistema. Entretanto, o Caso 3 mostra que a topologia do Caso 2 não é ótima do ponto de vista da confiabilidade, pois os indicadores de confiabilidade do Caso 3 foram melhores que os do Caso 2. Por fim, uma comparação entre os indicadores dos casos analisados, indica que o equilíbrio entre confiabilidade e as perdas de energia, nesta rede, somente foi obtido por meio da topologia obtida no Caso 4.

Comparando o Caso 4 com relação ao Caso 1, observou-se que o custo de investimento aumentou cerca de 10,51%. Em contrapartida, houve um redução de 16,64% no custo de operação (manutenção, violações de tensão e perdas de energia) e de 32,88% no custo de confiabilidade (ENS, SAIFI e SAIDI). Quanto ao custo de violação dos limites de tensão nodal, houve uma redução de 100% entre os dois casos, visto que as tensões nodais dos alimentadores do Caso 4 se mantiveram dentro dos limites preestipulados durante os três níveis de carregamento, ao contrário das tensões dos nós 10, 31, 39 e 32 do Caso 1 que violaram o limite inferior de 0,93 pu durante o primeiro nível de carregamento, conforme mostrado na Figura 21(i).

Analisando os resultados da comparação do Caso 4 com relação ao Caso 2, foi observada uma redução de 0,76% no custo de investimento e de 9,53% no custo de confiabilidade (ENS, SAIFI e SAIDI). Por outro lado, houve um aumento de 5,30% no custo de operação (manutenção, violações de tensão e perdas de energia). No que diz respeito ao custo de manutenção, não houve diferença entre os dois casos, uma vez que as topologias apresentaram o mesmo comprimento total de rede (os ramos 10-33 e 24-10 têm 1,23 km).

Comparando o Caso 4 com relação ao Caso 3, foi observado que os custos de investimento e de confiabilidade (ENS, SAIFI e SAIDI) aumentaram, respectivamente, 8,39% e 0,86%. No entanto, os custos de operação (manutenção, violações de tensão e perdas de energia) reduziram 7,53%. Com relação ao custo de manutenção, não houve diferença entre os dois casos, dado que as topologias apresentaram o mesmo comprimento total (os ramos 44-32 e 37-32 têm 1,23 km).

Além disso, de acordo com a Tabela 21 e a Figura 31, observou-se que a penalidade máxima do regime de incentivos do SAIFI foi aplicada em todos os casos investigados no sistema de distribuição de 54 nós, pois o SAIFI dos 4 casos é maior que 1,35 falhas/ano. Por consequência, conforme mostra a Tabela 20, o custo do SAIFI foi igual em todos os casos.

Uma comparação feita entre os custos totais dos casos, evidencia uma redução de 18,21% na comparação da topologia do Caso 4 com a do Caso 1, de 1,07% na comparação da topologia do Caso 4 com a do Caso 2 e de 1,74% na comparação da topologia do Caso 4 com a do Caso 3. Diante desses resultados, observa-se que a função objetivo do Caso 4

garantiu uma solução de investimento com o menor custo total para a expansão do sistema de distribuição de 54 nós – embora as diferenças da topologia do Caso 4 com relação aos Casos 2 e 3 tenham sido pequenas.

Na Tabela 22 é apresentado o número de variáveis, restrições e o tempo de processamento total do modelo de otimização para cada caso do sistema de distribuição de 54 nós. Observa-se que o cálculo das perdas de energia e a consideração das mesmas na função objetivo do modelo de otimização aumenta um pouco o número de variáveis e aumenta significativamente a quantidade de restrições, conforme mostram os Casos 2 e 4.

Tabela 22 - Características e tempo de processamento do modelo de otimização para os casos analisados no sistema de 54 nós.

Caso	1	2	3	4
Variáveis inteiras	471	471	475	475
Variáveis contínuas	1785	2298	1797	2310
Restrições	7148	40754	7168	40774
Tempo de processamento ^a [s]	12,53	600,91	2532,81	11687,38

^a Configurações do computador: CPU–Intel Core i5 4210U @ 1,70 GHz e RAM–8GB DDR3 @ 798 MHz.

No sistema de distribuição de 54 nós, o aumento das variáveis e das restrições para calcular as perdas de energia e para considerar as mesmas na função objetivo do modelo de otimização ocorre devido à inserção de:

- 45 variáveis contínuas que representam as perdas de potência ativa nos ramos (candidatos ao recondutoramento) a cada nível de carregamento;
- 45 variáveis contínuas que representam a aproximação do quadrado da parte real da corrente nos ramos (candidatos ao recondutoramento) a cada nível de carregamento;
- 45 variáveis contínuas que representam a aproximação do quadrado da parte imaginária da corrente nos ramos (candidatos ao recondutoramento) a cada nível de carregamento;
- 126 variáveis contínuas que representam as perdas de potência ativa nos ramos (candidatos à adição) a cada nível de carregamento;
- 126 variáveis contínuas que representam a aproximação do quadrado da parte real da corrente nos ramos (candidatos à adição) a cada nível de carregamento;
- 126 variáveis contínuas que representam a aproximação do quadrado da parte imaginária da corrente nos ramos (candidatos à adição) a cada nível de carregamento;
- 270 restrições utilizadas para o cálculo das variáveis contínuas que representam as perdas de potência ativa nos ramos (candidatos ao recondutoramento) a cada nível de carregamento (equações 3.38 e 3.39);
- 4320 restrições utilizadas para o cálculo das variáveis contínuas que representam a aproximação do quadrado da parte real da corrente nos ramos (candidatos ao recondutoramento) a cada nível de carregamento (Equação 3.40);

- 4320 restrições utilizadas para o cálculo das variáveis contínuas que representam a aproximação do quadrado da parte imaginária da corrente nos ramos (candidatos ao recondutoramento) a cada nível de carregamento (Equação 3.41);
- 504 restrições utilizadas para o cálculo das variáveis contínuas que representam as perdas de potência ativa nos ramos (candidatos à adição) a cada nível de carregamento (Equação 3.42);
- 12096 restrições utilizadas para o cálculo das variáveis contínuas que representam a aproximação do quadrado da parte real da corrente nos ramos (candidatos à adição) a cada nível de carregamento (Equação 3.43);
- 12096 restrições utilizadas para o cálculo das variáveis contínuas que representam a aproximação do quadrado da parte imaginária da corrente nos ramos (candidatos à adição) a cada nível de carregamento (Equação 3.44).

No que diz respeito ao incremento no número de variáveis e restrições para a inclusão da confiabilidade na função objetivo do modelo de otimização, as mesmas observações feitas para o sistema de 10 nós são válidas para o sistema de 54 nós. Diferentemente do que ocorreu para a rede de 10 nós, a Tabela 22, revela que os tempos de processamento para a rede de 54 nós são significativamente aumentados quando é incluída a confiabilidade na função objetivo.

4.4.5 Análise geral dos resultados

Nos resultados do Caso 1, foi observado que o modelo de otimização buscou reduzir a extensão da rede e o número de alimentadores, o que pode ser explicado pelo custo de construção de um novo alimentador (módulo de saída). Consequentemente, as topologias encontradas nesse caso possuem perdas de energia relativamente altas e confiabilidade baixa. Nos resultados do Caso 2, foi observado que o modelo de otimização determinou soluções envolvendo condutores de menor resistência e buscou aumentar o número de alimentadores com menor extensão de rede para distribuir as cargas do sistema, reduzindo significativamente as perdas de energia. Devido à busca por um maior número de alimentadores com menor extensão da rede, pode-se concluir que a consideração do custo das perdas de energia na função objetivo levou a uma melhoria nos indicadores de confiabilidade.

Nos resultados do Caso 3, foi constatado que o modelo de otimização buscou aumentar o número de alimentadores com menor extensão da rede para distribuir as cargas e os consumidores do sistema, reduzindo os indicadores de confiabilidade. Devido à busca por um maior número de alimentadores com menor extensão de rede, a consideração do custo da confiabilidade na função objetivo do modelo de otimização levou também à redução das perdas de energia. Por outro lado, por não considerar o custo das perdas de energia na função objetivo, o modelo de otimização selecionou condutores de maior resistência, devido ao menor custo comparado aos de menor resistência. Dessa forma, pode-se concluir que é possível obter melhores soluções em termos de redução de perdas se esta parcela for incluída na função objetivo. Finalmente, nos resultados do Caso 4, onde foi considerada a função objetivo mais completa, a solução obtida resultou em menores perdas e melhoria da confiabilidade se comparado ao Caso 3.

Com relação ao esforço computacional para considerar a confiabilidade na função objetivo, foi possível observar um aumento da complexidade na solução do modelo do

Caso 4 do sistema de 10 nós e dos casos 3 e 4 do sistema de 54 nós. Por outro lado, essa complexidade não foi observada no Caso 3 do sistema de 10 nós.

Os índices de diferença das tensões analisados foram menores que 0,015% e os índices de diferença das perdas de energia foram menores que 0,263%, evidenciando que as tensões e as perdas de energia obtidas por meio das linearizações do modelo de otimização proposto são bastante próximas das obtidas por meio do fluxo de carga não linear. Além disso, foi observado que todos os indicadores de confiabilidade obtidos com o modelo de otimização proposto são iguais aos obtidos por meio do cálculo analítico, demonstrando a eficiência do modelo na avaliação da confiabilidade dos sistemas de distribuição.

Com base nos resultados numéricos apresentados ao longo deste capítulo, o modelo de otimização proposto mostrou-se válido para ser utilizado no planejamento da expansão de sistemas de distribuição sintéticos.

5 CONCLUSÃO

Neste trabalho, foi apresentado um modelo de otimização de programação linear inteira mista para o problema do planejamento da expansão de sistemas de distribuição considerando confiabilidade. As alternativas de investimento consideradas no plano de expansão são o recondutoramento dos ramos existentes e a adição de novos ramos. Além disso, o modelo de otimização avalia as perdas de energia nos alimentadores, as violações dos limites de tensão nodal e a confiabilidade para encontrar o melhor plano de expansão dos sistemas de distribuição.

Os principais avanços deste trabalho, comparados ao modelo de otimização utilizado como base para o presente estudo, foram a possibilidade de definir a rota dos alimentadores e a possibilidade de considerar os principais indicadores de confiabilidade por meio de formulações lineares disjuntivas. Nesse sentido, os resultados permitem concluir que é possível considerar a confiabilidade em modelos de otimização de programação linear inteira mista que originalmente não consideravam a avaliação da confiabilidade para planejar a expansão do sistema de distribuição.

A análise do esforço computacional, em geral, evidencia um aumento nos tempos de processamento para resolver o modelo de otimização que considera os custos de confiabilidade na função objetivo. Portanto, há uma tendência de aumento da complexidade na solução do modelo devido à inclusão da confiabilidade na função objetivo, embora os regimes de incentivos dos indicadores de confiabilidade adicionem poucas variáveis e restrições ao modelo.

A inserção dos custos de confiabilidade na função objetivo do modelo de otimização aumentou a confiabilidade dos sistemas de distribuição analisados, embora as topologias do sistema tenham sido similares aos casos em que se considera as perdas de energia e não se considera a confiabilidade na função objetivo. Essa similaridade ocorre porque a redução dos custos das perdas de energia no modelo de otimização resulta em topologias com maior número de alimentadores (quando possível) com menor extensão da rede, melhorando os indicadores de confiabilidade. Portanto, os resultados evidenciam que a consideração das perdas de energia na função objetivo do modelo de otimização melhoraram os indicadores de confiabilidade dos sistemas de distribuição mesmo sem considerar os custos de confiabilidade na função objetivo do modelo de otimização.

Por fim, com base nos resultados numéricos apresentados no decorrer deste trabalho, conclui-se que o modelo de otimização cuja função objetivo é minimizar os custos totais de expansão (investimento, manutenção, violações de tensão nodal, perdas e confiabilidade) pode apresentar diferentes soluções de investimentos, aumentando a confiabilidade do sistema e reduzindo os custos totais de expansão dos sistemas de distribuição. Portanto, o modelo é capaz de encontrar a configuração mais adequada a um custo mínimo.

5.1 Trabalhos futuros

Com base nos estudos realizados e apresentados ao longo desta dissertação, sugere-se que os seguintes temas sejam avaliados para trabalhos futuros:

- incluir outros elementos da rede, tais como, banco de capacitores, reguladores de tensão, geração distribuída e sistemas de armazenamento de energia;
- incluir a possibilidade de reconfiguração do sistema por meio de chaves automáticas na ocorrência de falhas;
- fazer uma análise de sensibilidade do regime de incentivos;
- inserir incertezas na demanda de carga;
- aplicar o modelo de otimização em sistemas de distribuição reais.

REFERÊNCIAS

- ANEEL. **Módulo 8 - Qualidade da Energia Elétrica**. Brasília: [s.n.], 2018.
- BAGHERI, A.; MONSEF, H.; LESANI, H. Integrated distribution network expansion planning incorporating distributed generation considering uncertainties, reliability, and operational conditions. **International Journal of Electrical Power and Energy Systems**, [S.l.], v.73, p.56–70, 2015. cited By 73.
- BALDWIN, C. J. *et al.* A Model for Transmission Planning by Logic. **Transactions of the American Institute of Electrical Engineers. Part III: Power Apparatus and Systems**, [S.l.], v.78, n.4, p.1638–1643, 1959.
- BILLINTON, R.; ALLAN, R. N. **Reliability Evaluation of Power Systems**. 2.ed. [S.l.]: Springer US, 1996.
- BOULAXIS, N.; PAPADOPOULOS, M. Optimal feeder routing in distribution system planning using dynamic programming technique and GIS facilities. **IEEE Transactions on Power Delivery**, [S.l.], v.17, n.1, p.242–247, 2002.
- CARRANO, E. *et al.* Electric distribution network multiobjective design using a problem-specific genetic algorithm. **IEEE Transactions on Power Delivery**, [S.l.], v.21, n.2, p.995–1005, 2006. cited By 135.
- CHOWDHURY, A.; KOVAL, D. **Power Distribution System Reliability: practical methods and applications**. [S.l.]: Wiley-IEEE Press, 2009.
- Cossi, A. M. *et al.* Primary power distribution systems planning taking into account reliability, operation and expansion costs. **IET Generation, Transmission Distribution**, [S.l.], v.6, n.3, p.274–284, March 2012.
- CPLEX, I. I. **V12.8: users manual for cplex**. [S.l.: s.n.], 2017.
- FLETCHER, R. H.; STRUNZ, K. Optimal Distribution System Horizon Planning Part I: formulation. **IEEE Transactions on Power Systems**, [S.l.], v.22, n.2, p.791–799, 2007.
- FRANCO, J. F. *et al.* Optimal Conductor Size Selection and Reconductoring in Radial Distribution Systems Using a Mixed-Integer LP Approach. **IEEE Transactions on Power Systems**, [S.l.], v.28, n.1, p.10–20, 2013.
- FUMAGALLI, E.; SCHIAVO, L.; DELESTRE, F. **Service Quality Regulation in Electricity Distribution and Retail**. 1.ed. [S.l.]: Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2007.

GANGULY, S.; SAHOO, N.; DAS, D. Mono- and multi-objective planning of electrical distribution networks using particle swarm optimization. **Applied Soft Computing Journal**, [S.l.], v.11, n.2, p.2391–2405, 2011. cited By 50.

GANGULY, S.; SAHOO, N.; DAS, D. Multi-objective planning of electrical distribution systems using dynamic programming. **International Journal of Electrical Power and Energy Systems**, [S.l.], v.46, n.1, p.65–78, 2013. cited By 62.

GITIZADEH, M.; VAHED, A.; AGHAEI, J. Multistage distribution system expansion planning considering distributed generation using hybrid evolutionary algorithms. **Applied Energy**, [S.l.], v.101, p.655–666, 2013. cited By 90.

GONCALVES, R. **Modelos de programação linear inteira mista para resolver problemas de otimização de sistemas de distribuição de energia elétrica radiais**. 2013. Tese (Doutorado em Engenharia Elétrica) — Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho, Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira, Ilha Solteira, SP, 2013.

GONCALVES, R. R.; FRANCO, J. F.; RIDER, M. J. Short-term expansion planning of radial electrical distribution systems using mixed-integer linear programming. **IET Generation, Transmission & Distribution**, [S.l.], v.9, n.3, p.256–266, 2015.

HAFFNER, S.; PEREIRA, L.; GASPERIN, L. Modelo aproximado para representação de redes de distribuição de energia elétrica. **Congresso Brasileiro de Automática**, [S.l.], p.1–8, 2008.

HAFFNER, S. *et al.* Multistage model for distribution expansion planning with distributed generation - Part I: problem formulation. **IEEE Transactions on Power Delivery**, [S.l.], v.23, n.2, p.915–923, 2008a. cited By 222.

HAFFNER, S. *et al.* Representação e análise de rede de distribuição de energia elétrica em baixa tensão. **Latin-American Congress on Electricity Generation and Transmission**, [S.l.], p.1–7, 2009.

HAFFNER, S. *et al.* Alocação de bancos de capacitores em rede de distribuição de energia visando eliminar violações de tensão. **SBA Controle e Automação**, [S.l.], p.546–563, 2009.

IEEE Guide for Electric Power Distribution Reliability Indices. **IEEE Std 1366-2012 (Revision of IEEE Std 1366-2003)**, [S.l.], p.1–43, 2012.

JOOSHAKI, M. *et al.* A milp model for incorporating reliability indices in distribution system expansion planning. **IEEE Transactions on Power Systems**, [S.l.], v.34, n.3, p.2453–2456, 2019a. cited By 9.

JOOSHAKI, M. *et al.* MILP Model of Electricity Distribution System Expansion Planning Considering Incentive Reliability Regulations. **IEEE Transactions on Power Systems**, [S.l.], v.34, n.6, p.4300–4316, 2019b. cited By 6.

JOOSHAKI, M. *et al.* Electricity Distribution System Switch Optimization Under Incentive Reliability Scheme. **IEEE Access**, [S.l.], v.8, p.93455–93463, 2020.

KHATOR, S.; LEUNG, L. Power distribution planning: a review of models and issues. **IEEE Transactions on Power Systems**, [S.l.], v.12, n.3, p.1151–1159, 1997.

- LAVORATO, M. *et al.* Imposing Radiality Constraints in Distribution System Optimization Problems. **IEEE Transactions on Power Systems**, [S.l.], v.27, n.1, p.172–180, 2012.
- LIN, W.-M.; YANG, C.-D.; TSAY, M.-T. Distribution system planning with evolutionary programming and a reliability cost model. **IEE Proceedings: Generation, Transmission and Distribution**, [S.l.], v.147, n.6, p.336–341, 2000. cited By 14.
- LOTERO, R.; CONTRERAS, J. Distribution system planning with reliability. **IEEE Transactions on Power Delivery**, [S.l.], v.26, n.4, p.2552–2562, 2011. cited By 113.
- MENDOZA, F.; BERNAL-AGUSTIN, J.; DOMÍNGUEZ-NAVARRO, J. NSGA and SPEA applied to multiobjective design of power distribution systems. **IEEE Transactions on Power Systems**, [S.l.], v.21, n.4, p.1938–1945, 2006. cited By 94.
- MIGUEZ, E. *et al.* An improved branch-exchange algorithm for large-scale distribution network planning. **IEEE Transactions on Power Systems**, [S.l.], v.17, n.4, p.931–936, 2002. cited By 88.
- MUNOZ-DELGADO, G.; CONTRERAS, J.; ARROYO, J. Multistage generation and network expansion planning in distribution systems considering uncertainty and reliability. **IEEE Transactions on Power Systems**, [S.l.], v.31, n.5, p.3715–3728, 2016. cited By 89.
- MUNOZ-DELGADO, G.; CONTRERAS, J.; ARROYO, J. Reliability Assessment for Distribution Optimization Models: a non-simulation-based linear programming approach. **IEEE Transactions on Smart Grid**, [S.l.], v.9, n.4, p.3048–3059, 2018. cited By 10.
- MUNOZ-DELGADO, G.; CONTRERAS, J.; ARROYO, J. Distribution Network Expansion Planning with an Explicit Formulation for Reliability Assessment. **IEEE Transactions on Power Systems**, [S.l.], v.33, n.3, p.2583–2596, 2018. cited By 27.
- QUEIROZ, L. M. O. de. **Estimação e análise das perdas técnicas na distribuição de energia elétrica**. 2010. Tese (Doutorado em Engenharia Elétrica) — Universidade Estadual de Campinas, Capmpinas, SP, 2010.
- RAMIREZ-ROSADO, I.; DOMINGUEZ-NAVARRO, J. New multiobjective Tabu search algorithm for fuzzy optimal planning of power distribution systems. **IEEE Transactions on Power Systems**, [S.l.], v.21, n.1, p.224–233, 2006. cited By 132.
- RAMÁREZ-ROSADO, I.; BERNAL-AGUSTÁN, J. Reliability and costs optimization for distribution networks expansion using an evolutionary algorithm. **IEEE Transactions on Power Systems**, [S.l.], v.16, n.1, p.111–118, 2001. cited By 117.
- RAMÁREZ-ROSADO, I.; DOMÍNGUEZ-NAVARRO, J. Possibilistic model based on fuzzy sets for the multiobjective optimal planning of electric power distribution networks. **IEEE Transactions on Power Systems**, [S.l.], v.19, n.4, p.1801–1810, 2004. cited By 93.
- RANGEL, C. A. S. **Modelo Aproximado de Sistemas de Distribuição Considerando Geração Distribuída e o Efeito da Tensão na Carga**. 2015. Tese (Doutorado em

Engenharia Elétrica) — Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, RS, 2015.

RESENER, M. **Modelo linearizado para problemas de planejamento da expansão de sistemas de distribuição**. 2016. Tese (Doutorado em Engenharia Elétrica) — Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, RS, 2016.

RESENER, M.; HAFFNER, S.; PEREIRA, L. A. Representação aproximada de sistemas de distribuição em problemas de otimização. **LATIN-AMERICAN CONGRESS ON ELECTRICITY GENERATION AND TRANSMISSION**, [S.l.], p.1–8, 2013.

SAHOO, N.; GANGULY, S.; DAS, D. Multi-objective planning of electrical distribution systems incorporating sectionalizing switches and tie-lines using particle swarm optimization. **Swarm and Evolutionary Computation**, [S.l.], v.3, p.15–32, 2012. cited By 65.

SEDGHI, M.; ALIAKBAR-GOLKAR, M.; HAGHIFAM, M.-R. Distribution network expansion considering distributed generation and storage units using modified PSO algorithm. **International Journal of Electrical Power and Energy Systems**, [S.l.], v.52, n.1, p.221–230, 2013. cited By 96.

SHAABAN, M.; ATWA, Y.; EL-SAADANY, E. DG allocation for benefit maximization in distribution networks. **IEEE Transactions on Power Systems**, [S.l.], v.28, n.2, p.639–649, 2013. cited By 210.

VAHIDINASAB, V. *et al.* Overview of Electric Energy Distribution Networks Expansion Planning. **IEEE Access**, [S.l.], v.8, p.34750–34769, 2020. cited By 1.

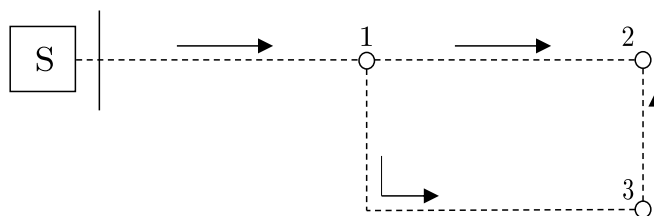
ZIARI, I.; LEDWICH, G.; GHOSH, A. Optimal integrated planning of MV-LV distribution systems using DPSO. **Electric Power Systems Research**, [S.l.], v.81, n.10, p.1905–1914, 2011. cited By 29.

APÊNDICE A EXEMPLO NUMÉRICO DA DETERMINAÇÃO DO NÚMERO DE CONSUMIDORES A JUSANTE DE CADA RAMO

Neste apêndice, é apresentado um exemplo numérico da determinação do número de consumidores a jusante de cada ramo, o qual é feito por meio do modelo linear mostrado na Seção 3.3.5. Inicialmente, um sistema de distribuição de 4 nós, que servirá como base para o exemplo numérico, será descrito. Em seguida, é detalhada a formulação expandida das restrições necessárias para o cálculo dos consumidores a jusante de cada ramo do sistema de distribuição de 4 nós. Por fim, a partir de uma solução hipotética do plano de expansão do sistema de distribuição de 4 nós, apresenta-se o comportamento da formulação expandida das restrições.

O sistema de distribuição de 4 nós, ilustrado na Figura 28, é formado por uma subestação (denominada de S) e por três nós com carga (numerados de 1 a 3), os quais não estão inicialmente interligados ao sistema. Além disso, para simplificar o exemplo descrito nesta seção, cada ramo candidato à adição possui somente uma alternativa de condutor (denominado de Tipo 1 e representado pelo índice A1).

Figura 28 - Sistema de distribuição de 4 nós.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Para formar uma matriz incidência nó-ramo, deve-se arbitrar o sentido do fluxo de energia nos ramos do plano de expansão. No sistema proposto, os sentidos indicados pelas setas, ilustradas na Figura 28, foram utilizados para formar a matriz incidência nó-

ramo para os ramos candidatos à adição $(\mathbf{S}^A)^1$, mostrada a seguir:

$$\mathbf{S}^A = \begin{bmatrix} s_{S,S-1}^A & s_{S,1-2}^A & s_{S,1-3}^A & s_{S,3-2}^A \\ s_{1,S-1}^A & s_{1,1-2}^A & s_{1,1-3}^A & s_{1,3-2}^A \\ s_{2,S-1}^A & s_{2,1-2}^A & s_{2,1-3}^A & s_{2,3-2}^A \\ s_{3,S-1}^A & s_{3,1-2}^A & s_{3,1-3}^A & s_{3,3-2}^A \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ +1 & -1 & -1 & 0 \\ 0 & +1 & 0 & +1 \\ 0 & 0 & +1 & -1 \end{bmatrix}, \quad (\text{A.1})$$

sendo $s_{m,km}^A$ elemento da matriz incidência nó-ramo pertencente ao nó $m \in \{S, 1, 2, 3\}$ e ao ramo $km \in \{S-1, 1-2, 1-3, 3-2\}$ (candidato à adição).

Neste exemplo numérico, a determinação do número de consumidores a jusante de cada ramo é feita através das restrições dadas pelas equações (3.95), (3.97), (3.99), (3.101) e (3.102), pois o plano de expansão não possui ramos candidatos ao recondutoramento.

A formulação expandida da restrição dada pela Equação (3.95) fornece as seguintes equações:

$$N_{S-1}^A = N_{S-1}^{A+} + N_{S-1}^{A-}, \quad (\text{A.2})$$

$$N_{1-2}^A = N_{1-2}^{A+} + N_{1-2}^{A-}, \quad (\text{A.3})$$

$$N_{1-3}^A = N_{1-3}^{A+} + N_{1-3}^{A-}, \quad (\text{A.4})$$

$$N_{3-2}^A = N_{3-2}^{A+} + N_{3-2}^{A-}, \quad (\text{A.5})$$

sendo:

N_{km}^A número de consumidores a jusante do ramo $km \in \{S-1, 1-2, 1-3, 3-2\}$ (candidato à adição);

N_{km}^{A+} variável auxiliar positiva que assume o valor da variável N_{k-m}^A quando o fluxo de potência no ramo $km \in \{S-1, 1-2, 1-3, 3-2\}$ está no sentido estabelecido na matriz incidência nó-ramo;

N_{km}^{A-} variável auxiliar positiva que assume o valor da variável N_{k-m}^A quando o fluxo de potência no ramo $km \in \{S-1, 1-2, 1-3, 3-2\}$ está no sentido oposto ao estabelecido na matriz incidência nó-ramo.

A formulação expandida da restrição dada pela Equação (3.97), que força o número dos consumidores a jusante de um determinado ramo a zero quando o ramo não é utilizado, fornece as seguintes equações:

$$N_{S-1}^A \leq M y_{S-1}^{A1}, \quad (\text{A.6})$$

$$N_{1-2}^A \leq M y_{1-2}^{A1}, \quad (\text{A.7})$$

$$N_{1-3}^A \leq M y_{1-3}^{A1}, \quad (\text{A.8})$$

$$N_{3-2}^A \leq M y_{3-2}^{A1}, \quad (\text{A.9})$$

sendo y_{km}^{A1} uma variável binária que indica a utilização do ramo $km \in \{S-1, 1-2, 1-3, 3-2\}$ (candidato à adição) com o condutor do Tipo 1 (índice A1)² e M uma constante grande o bastante para não limitar o número de consumidores (neste caso, pode-se utilizar o número total de consumidores do alimentador).

¹Observar que as linhas 1 a 4 da matriz \mathbf{S}^A se referem aos nós S, 1, 2 e 3, respectivamente. Por outro lado, as colunas 1 a 4 da matriz \mathbf{S}^A estão relacionadas com os ramos S-1, 1-2, 1-3 e 3-2, nesta ordem.

²Caso sejam disponíveis mais tipos de condutores, o lado direito da restrição deverá ser formado pela constante M multiplicada pelo somatório de todas as variáveis binárias de utilização do respectivo ramo.

Para identificar o sentido do fluxo de potência nos ramos, são utilizadas as equações (3.99) e (3.101). As formulações expandidas das restrições destas equações são apresentadas conforme segue:

$$N_{S-1}^{A+} \leq M\rho_{S-1}^A, \quad (\text{A.10})$$

$$N_{1-2}^{A+} \leq M\rho_{1-2}^A, \quad (\text{A.11})$$

$$N_{1-3}^{A+} \leq M\rho_{1-3}^A, \quad (\text{A.12})$$

$$N_{3-2}^{A+} \leq M\rho_{3-2}^A, \quad (\text{A.13})$$

$$N_{S-1}^{A-} \leq M(1 - \rho_{S-1}^A), \quad (\text{A.14})$$

$$N_{1-2}^{A-} \leq M(1 - \rho_{1-2}^A), \quad (\text{A.15})$$

$$N_{1-3}^{A-} \leq M(1 - \rho_{1-3}^A), \quad (\text{A.16})$$

$$N_{3-2}^{A-} \leq M(1 - \rho_{3-2}^A), \quad (\text{A.17})$$

sendo ρ_{km}^A uma variável binária que indica que o sentido do fluxo de potência do ramo km (candidato à adição) segue a indicação da matriz incidência.

Por fim, considerando somente os termos referentes aos ramos candidatos à adição, a formulação expandida da restrição dada pela Equação (3.102) fornece as seguintes equações:

$$s_{1,S-1}^A(N_{S-1}^{A+} - N_{S-1}^{A-}) + s_{1,1-2}^A(N_{1-2}^{A+} - N_{1-2}^{A-}) + s_{1,1-3}^A(N_{1-3}^{A+} - N_{1-3}^{A-}) + s_{1,3-2}^A(N_{3-2}^{A+} - N_{3-2}^{A-}) = N_1, \quad (\text{A.18})$$

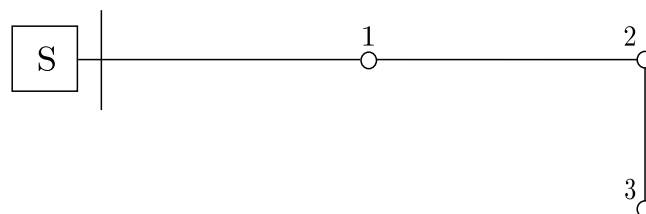
$$s_{2,S-1}^A(N_{S-1}^{A+} - N_{S-1}^{A-}) + s_{2,1-2}^A(N_{1-2}^{A+} - N_{1-2}^{A-}) + s_{2,1-3}^A(N_{1-3}^{A+} - N_{1-3}^{A-}) + s_{2,3-2}^A(N_{3-2}^{A+} - N_{3-2}^{A-}) = N_2, \quad (\text{A.19})$$

$$s_{3,S-1}^A(N_{S-1}^{A+} - N_{S-1}^{A-}) + s_{3,1-2}^A(N_{1-2}^{A+} - N_{1-2}^{A-}) + s_{3,1-3}^A(N_{1-3}^{A+} - N_{1-3}^{A-}) + s_{3,3-2}^A(N_{3-2}^{A+} - N_{3-2}^{A-}) = N_3. \quad (\text{A.20})$$

sendo N_1 , N_2 e N_3 o número de consumidores dos nós 1, 2 e 3, respectivamente.

Considerando que a solução ótima do planejamento da expansão do sistema de distribuição de 4 nós resultou na topologia ilustrada pela Figura 29, pode-se afirmar que as variáveis binárias de utilização dos ramos candidatos à adição assumem os seguintes valores: $y_{S-1}^{A1} = y_{1-2}^{A1} = y_{3-2}^{A1} = 1$ e $y_{1-3}^{A1} = 0$.

Figura 29 - Solução para a rede de quatro nós.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Diante dos investimentos nos ramos S-1, 1-2 e 3-2, as restrições (A.6), (A.7) e (A.9) estão relaxadas, pois M é um número grande o suficiente para permitir os valores de N_{S-1}^A , N_{1-2}^A e N_{3-2}^A , respectivamente; e a restrição (A.8) está ativada, fazendo com que a variável N_{1-3}^A seja nula. Consequentemente, pela restrição (A.2), as variáveis N_{1-3}^{A+} e

N_{1-3}^{A-} também são nulas. Assim, as restrições (A.18), (A.19) e (A.20) podem ser reescritas como:

$$s_{1,S-1}^A(N_{S-1}^{A+} - N_{S-1}^{A-}) + s_{1,1-2}^A(N_{1-2}^{A+} - N_{1-2}^{A-}) + s_{1,3-2}^A(N_{3-2}^{A+} - N_{3-2}^{A-}) = N_1, \quad (\text{A.21})$$

$$s_{2,S-1}^A(N_{S-1}^{A+} - N_{S-1}^{A-}) + s_{2,1-2}^A(N_{1-2}^{A+} - N_{1-2}^{A-}) + s_{2,3-2}^A(N_{3-2}^{A+} - N_{3-2}^{A-}) = N_2, \quad (\text{A.22})$$

$$s_{3,S-1}^A(N_{S-1}^{A+} - N_{S-1}^{A-}) + s_{3,1-2}^A(N_{1-2}^{A+} - N_{1-2}^{A-}) + s_{3,3-2}^A(N_{3-2}^{A+} - N_{3-2}^{A-}) = N_3. \quad (\text{A.23})$$

Substituindo os devidos elementos da Equação (A.1) nas restrições dadas pelas equações (A.21), (A.22) e (A.23) e considerando que os nós 1, 2 e 3 possuem, respectivamente, 10, 15 e 5 consumidores, tem-se que:

$$(N_{S-1}^{A+} - N_{S-1}^{A-}) - (N_{1-2}^{A+} - N_{1-2}^{A-}) = 10, \quad (\text{A.24})$$

$$(N_{1-2}^{A+} - N_{1-2}^{A-}) + (N_{3-2}^{A+} - N_{3-2}^{A-}) = 15, \quad (\text{A.25})$$

$$-(N_{3-2}^{A+} - N_{3-2}^{A-}) = 5. \quad (\text{A.26})$$

Reorganizando os termos das equações (A.24), (A.25) e (A.26), tem-se que:

$$N_{S-1}^{A+} - N_{S-1}^{A-} - N_{1-2}^{A+} + N_{1-2}^{A-} = 10, \quad (\text{A.27})$$

$$N_{1-2}^{A+} - N_{1-2}^{A-} + N_{3-2}^{A+} - N_{3-2}^{A-} = 15, \quad (\text{A.28})$$

$$-N_{3-2}^{A+} + N_{3-2}^{A-} = 5. \quad (\text{A.29})$$

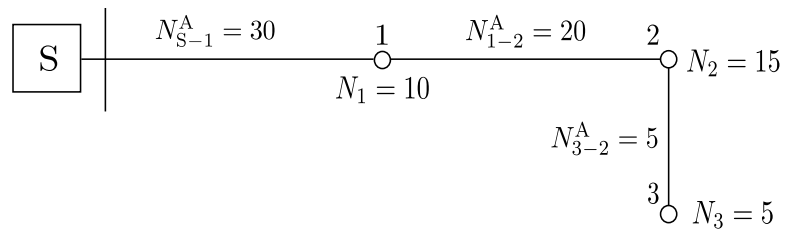
No que se refere ao comportamento das restrições dadas pelas equações (A.27), (A.28) e (A.29), primeiramente, deve-se observar que a restrição dada pela Equação (A.29) será válida somente quando a variável N_{3-2}^{A-} for igual a 5 e a variável N_{3-2}^{A+} for igual a 0, pois N_{3-2}^{A-} e N_{3-2}^{A+} são variáveis positivas, das quais somente uma pode assumir um valor diferente de zero segundo as restrições impostas por (A.13) e (A.17). Além disso, deve-se observar que a variável binária ρ_{3-2}^A assume o valor nulo para ativar a restrição dada pela Equação (A.13) e para relaxar a restrição dada pela Equação (A.17), visto que M é um número grande o suficiente para permitir os possíveis valores da variável N_{3-2}^{A-} . Desse modo, de acordo com a restrição dada por (A.9), a variável N_{3-2}^A será igual a 5.

Tendo em vista os resultados das variáveis N_{3-2}^{A+} e N_{3-2}^{A-} , a restrição dada pela Equação (A.28) não será violada apenas quando a variável N_{1-2}^{A+} for igual a 20 e a variável N_{1-2}^{A-} for igual a 0, pois N_{1-2}^{A-} e N_{1-2}^{A+} são variáveis positivas, das quais somente uma pode assumir um valor diferente de zero de acordo com as restrições impostas por (A.11) e (A.15). Ainda, deve-se observar que a variável binária ρ_{1-2}^A assume o valor unitário para ativar a restrição dada pela Equação (A.15) e para relaxar a restrição dada pela Equação (A.11), visto que M é um número grande o suficiente para permitir os possíveis valores da variável N_{1-2}^{A+} . Dessa forma, devido à restrição dada por (A.7), a variável N_{1-2}^A será igual a 20.

Por último, tendo em vista os resultados das variáveis N_{3-2}^{A+} , N_{3-2}^{A-} , N_{1-2}^{A+} e N_{1-2}^{A-} , a restrição dada pela Equação (A.29) será válida somente quando a variável N_{S-1}^{A+} for igual a 30 e a variável N_{S-1}^{A-} for igual a 0, pois N_{S-1}^{A+} e N_{S-1}^{A-} são variáveis positivas, das quais somente uma pode assumir um valor diferente de zero segundo as restrições impostas por (A.10) e (A.14). Deve-se observar também que a variável binária ρ_{S-1}^A assume o valor unitário para ativar a restrição dada pela Equação (A.14) e para relaxar a restrição dada pela Equação (A.10), visto que M é um número grande o suficiente para permitir os possíveis valores da variável N_{S-1}^{A+} . Desse modo, devido à restrição dada por (A.6), a variável N_{S-1}^A será igual a 30.

A Figura 30 ilustra o resultado do exemplo numérico deste apêndice, onde é possível observar que, de acordo com o número de consumidores conectados em cada nó, o modelo linear descrito é capaz de calcular corretamente o número de consumidores a jusante de cada ramo.

Figura 30 - Resultado do exemplo numérico da determinação do número de consumidores a jusante de cada ramo do sistema de 4 nós.



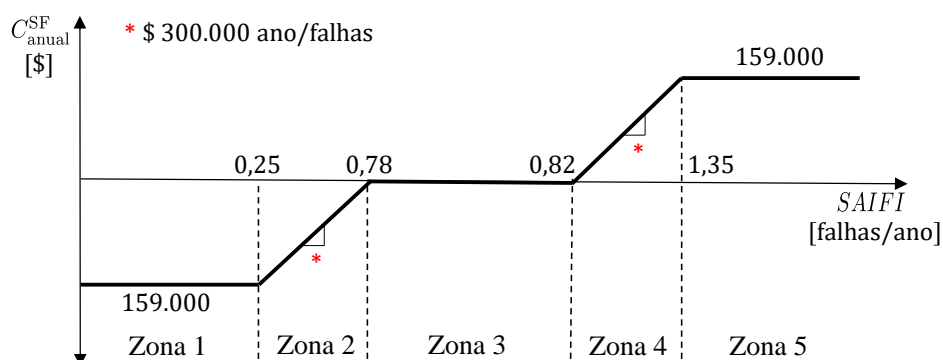
Fonte: Elaborado pelo autor.

APÊNDICE B EXEMPLO NUMÉRICO DO REGIME DE INCENTIVOS

Neste apêndice, são apresentados exemplos numéricos da determinação do custo anual do SAIFI ($C_{\text{anual}}^{\text{SF}}$) por meio do modelo linear que representa o regime de incentivos apresentado na Seção 3.3.5. Inicialmente, os parâmetros do regime de incentivos, utilizados como base para o exemplo numérico, serão apresentados. Posteriormente, a partir de alguns valores hipotéticos do SAIFI, o comportamento do modelo linear será descrito em cada zona do regime de incentivos.

Para o exemplo numérico deste apêndice, é considerado que uma rede de distribuição qualquer está operando sob o regime de incentivos ilustrado pela Figura 31.

Figura 31 - Regime de incentivos do SAIFI para o exemplo numérico.



Fonte: Elaborado pelo autor.

No regime de incentivos apresentado, o sistema de distribuição será penalizado quando o SAIFI for maior que 0,82 falhas/ano e será recompensado quando o SAIFI atingir um valor menor que 0,78 falhas/ano. Caso o SAIFI esteja entre esses valores, o sistema de distribuição não é penalizado nem recompensado. Assim, de acordo com os parâmetros ilustrados na Figura 31, tem-se o seguinte modelo linear para o cálculo do custo anual do SAIFI:

$$SAIFI = \sigma_1^{SF} + \sigma_2^{SF} + \sigma_3^{SF} + \sigma_4^{SF} + \sigma_5^{SF}, \quad (B.1)$$

$$C_{\text{anual}}^{SF} \geq -159.000 + 300.000\sigma_2^{SF} + 300.000\sigma_4^{SF}, \quad (B.2)$$

$$\sigma_1^{SF} \leq 0,25, \quad (B.3)$$

$$\sigma_2^{SF} \leq 0,53, \quad (B.4)$$

$$\sigma_3^{SF} \leq 0,04\beta_3^{SF}, \quad (B.5)$$

$$\sigma_4^{SF} \leq 0,53, \quad (B.6)$$

$$\sigma_5^{SF} \leq M\beta_5^{SF}, \quad (B.7)$$

$$\beta_3^{SF} \leq 1 + \frac{\sigma_2^{SF} - 0,53}{0,53}, \quad (B.8)$$

$$\beta_5^{SF} \leq 1 + \frac{\sigma_4^{SF} - 0,53}{0,53}, \quad (B.9)$$

$$\beta_3^{SF} \geq \beta_5^{SF}. \quad (B.10)$$

sendo:

SAIFI índice da frequência média de interrupção do sistema [falhas/ano];

σ_1^{SF} variável auxiliar positiva que armazena a parcela do SAIFI pertencente à Zona 1 [falhas/ano];

σ_2^{SF} variável auxiliar positiva que armazena a parcela do SAIFI pertencente à Zona 2 [falhas/ano];

σ_3^{SF} variável auxiliar positiva que armazena a parcela do SAIFI pertencente à Zona 3 [falhas/ano];

σ_4^{SF} variável auxiliar positiva que armazena a parcela do SAIFI pertencente à Zona 4 [falhas/ano];

σ_5^{SF} variável auxiliar positiva que armazena a parcela do SAIFI pertencente à Zona 5 [falhas/ano];

β_3^{SF} variável binária auxiliar da Zona 3 do SAIFI;

β_5^{SF} Variável binária auxiliar da Zona 5 do SAIFI.

B.1 SAIFI na Zona 1

Considerando um $SAIFI = 0,20$ falhas/ano (Zona 1), as restrições dadas pelas equações (B.1) e (B.2) irão forçar a variável σ_1^{SF} a assumir o valor 0,20 e as variáveis σ_2^{SF} e σ_4^{SF} a assumir um valor nulo. Por consequência, as equações (B.5) e (B.8) irão forçar a variável σ_3^{SF} a zero, pois a variável binária β_3^{SF} assumirá um valor nulo. Da mesma forma, as equações (B.7) e (B.9) irão forçar a variável σ_5^{SF} a zero, pois a variável binária β_5^{SF} assumirá um valor nulo. Portanto, de acordo com a Equação (B.2), o C_{anual}^{SF} assumirá o valor -159.000 , que é a recompensa máxima de acordo com o regime de incentivos adotado neste exemplo.

B.2 SAIFI na Zona 2

Supondo um $SAIFI = 0,30$ falhas/ano (Zona 2), as restrições dadas pelas equações (B.1) e (B.2) irão forçar a variável σ_1^{SF} a assumir o valor 0,25 e as variáveis σ_2^{SF} e σ_4^{SF} a

assumirem o montante 0,05¹.

Nesta zona, deve-se observar que a variável σ_1^{SF} assume o limite superior imposto pela Equação (B.3) e que não há a possibilidade das variáveis σ_2^{SF} e σ_4^{SF} atingirem seus limites superiores, conforme mostram as equações (B.4) e (B.6). Por consequência, as equações (B.5) e (B.8) irão forçar a variável σ_3^{SF} a zero, pois a variável binária β_3^{SF} assumirá um valor nulo. Da mesma forma, as equações (B.7) e (B.9) irão forçar a variável σ_5^{SF} a zero, pois a variável binária β_5^{SF} assumirá um valor nulo. Portanto, de acordo com a Equação (B.2), o $C_{\text{anual}}^{\text{SF}}$ assumirá o valor de -144.000 , que é a recompensa esperada para um SAIFI de 0,30 falhas/ano.

B.3 SAIFI na Zona 3

Considerando o $SAIFI = 0,80$ falhas/ano (Zona 3), as restrições dadas pelas equações (B.1) e (B.2) irão forçar as variáveis σ_1^{SF} , σ_2^{SF} e σ_3^{SF} a assumirem os valores 0,25, 0,53 e 0,02, respectivamente. Nesta zona, deve-se observar que a variável σ_1^{SF} atinge o limite superior imposto pela Equação (B.3) e que a variável σ_2^{SF} atinge o limite superior imposto pela Equação (B.4). Portanto, a restrição dada pela Equação (B.8) permite que β_3^{SF} assumira o valor unitário, liberando a variável σ_3^{SF} para assumir o valor 0,02, conforme a Equação (B.5).

Deve-se observar, ainda, que a variável σ_4^{SF} será forçada a zero pela restrição dada pela Equação (B.2). Em razão disso, as equações (B.7) e (B.9) irão forçar a variável σ_5^{SF} a zero, pois a variável binária β_5^{SF} assumirá um valor nulo. Portanto, de acordo com a Equação (B.2), o $C_{\text{anual}}^{\text{SF}}$ assumirá um valor nulo, pois na Zona 3 a distribuidora de energia elétrica não é penalizada e nem recompensada.

B.4 SAIFI na Zona 4

Supondo um $SAIFI = 1,30$ falhas/ano (Zona 4), as restrições dadas pelas equações (B.1) e (B.2) irão forçar as variáveis σ_1^{SF} , σ_2^{SF} , σ_3^{SF} e σ_4^{SF} a assumirem os valores 0,25, 0,53, 0,04 e 0,48, respectivamente. Nesta zona, deve-se observar que a variável σ_1^{SF} atinge o limite superior imposto pela Equação (B.3) e que a variável σ_2^{SF} atinge o limite superior imposto pela Equação (B.4). Portanto, a restrição dada pela Equação (B.8) permite que β_3^{SF} assumira o valor unitário, liberando a variável σ_3^{SF} para assumir o valor 0,04, que é o limite superior imposto pela Equação (B.5).

Além disso, deve-se observar que σ_4^{SF} não atinge o limite superior imposto pela Equação (B.6). Em razão disso, as equações (B.7) e (B.9) irão forçar a variável σ_5^{SF} a zero, pois a variável binária β_5^{SF} assumirá um valor nulo. Portanto, de acordo com a Equação (B.2), o $C_{\text{anual}}^{\text{SF}}$ assumirá o valor de 144.000, que é a penalidade esperada para um SAIFI de 1,30 falhas/ano.

B.5 SAIFI na Zona 5

Por fim, assumindo um $SAIFI = 1,40$ falhas/ano (Zona 5), as restrições dadas pelas equações (B.1) e (B.2) irão forçar as variáveis σ_1^{SF} , σ_2^{SF} , σ_3^{SF} , σ_4^{SF} e σ_5^{SF} a assumirem os valores 0,25, 0,53, 0,04, 0,53 e 0,05, respectivamente. Nesta zona, deve-se observar

¹Nesta zona do regime de incentivos, há diversas formas das variáveis σ_2^{SF} e σ_4^{SF} assumirem o montante mencionado. Entretanto, deve-se observar que nenhuma das formas mudará o valor final do $C_{\text{anual}}^{\text{SF}}$, conforme mostra a Equação (B.2), e nem violará quaisquer restrições do regime de incentivos.

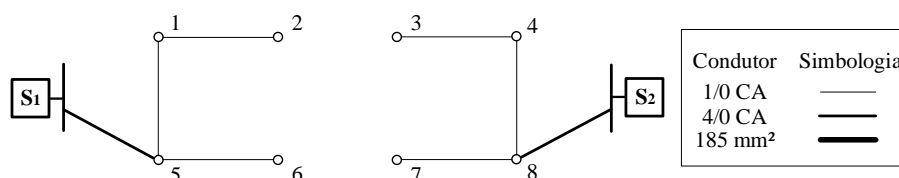
que a variável σ_1^{SF} atinge o limite superior imposto pela Equação (B.3) e que a variável σ_2^{SF} atinge o limite superior imposto pela Equação (B.4). Portanto, a restrição dada pela Equação (B.8) permite que β_3^{SF} assumo o valor unitário, liberando a variável σ_3^{SF} para assumir o valor 0,04, que é o limite superior imposto pela Equação (B.5).

Deve-se observar, ainda, que σ_4^{SF} atinge o limite superior imposto pela Equação (B.6). Em razão disso, a restrição dada pela Equação (B.9) permite que β_5^{SF} assumo o valor unitário, liberando a variável σ_5^{SF} para assumir o valor 0,05, conforme a Equação (B.7). Portanto, de acordo com a Equação (B.2), o $C_{\text{anual}}^{\text{SF}}$ assumirá o valor de 159.000, que é a penalidade máxima de acordo com o regime de incentivos adotado neste exemplo.

APÊNDICE C TOPOLOGIAS ALTERNATIVAS DO CASO 1 PARA O SISTEMA DE 10 NÓS

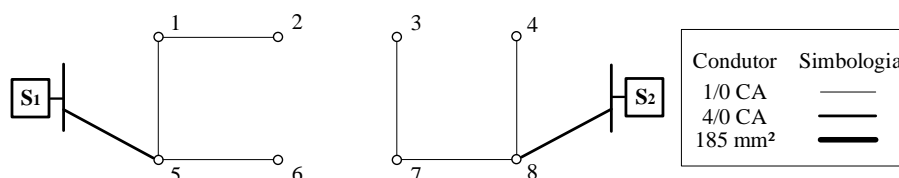
Neste apêndice, apresenta-se as topologias alternativas do Caso 1 para o sistema de 10 nós cuja função objetivo resulta em \$ 91.440. O detalhamento das topologias mencionadas é ilustrado nas Figuras 32, 33, 34, 35, 36 e 37.

Figura 32 - Topologia alternativa 1.



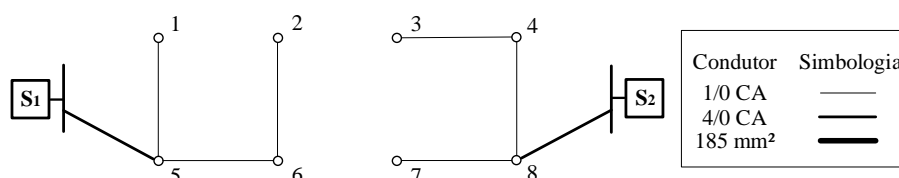
Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura 33 - Topologia alternativa 2.



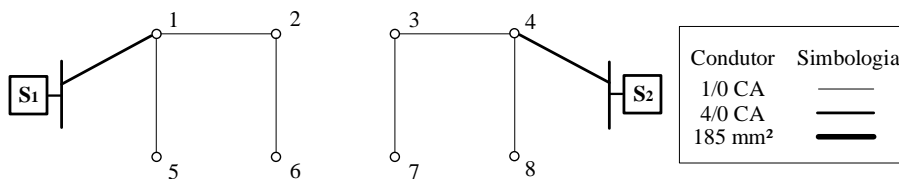
Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura 34 - Topologia alternativa 3.



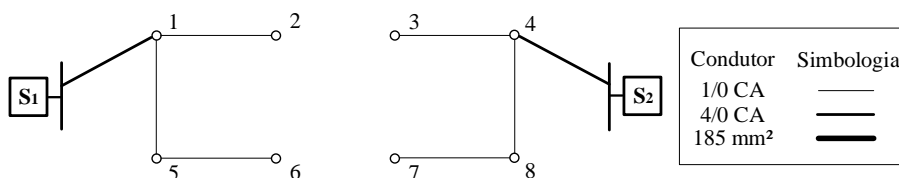
Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura 35 - Topologia alternativa 4.



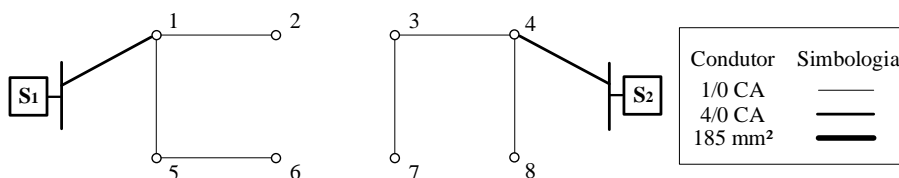
Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura 36 - Topologia alternativa 5.



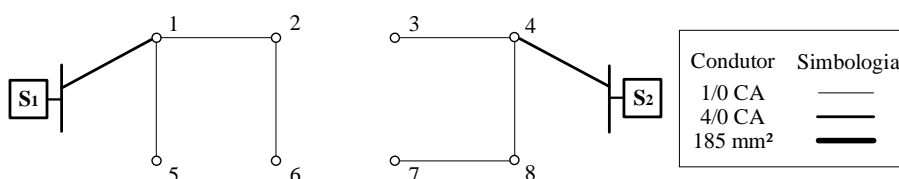
Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura 37 - Topologia alternativa 6.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura 38 - Topologia alternativa 7.



Fonte: Elaborado pelo autor.

APÊNDICE D CÁLCULO ANALÍTICO DOS INDICADORES DE CONFIABILIDADE

Este apêndice apresenta os resultados do cálculo analítico dos indicadores de confiabilidade das topologias encontradas pelo modelo de otimização proposto. Em cada caso, primeiramente, alguns resultados parciais são apresentados devido à grande quantidade de termos para demonstrar o cálculo analítico dos indicadores de confiabilidade. Em seguida, esses resultados são utilizados para obter o resultado final dos indicadores de confiabilidade.

Os resultados parciais para o cálculo do SAIDI e do SAIFI são apresentados em tabelas, nas quais a primeira e a segunda coluna representam a identificação do ramo km , a terceira coluna representa a taxa de falha do ramo km (λ_{km}) (em falhas/ano), a quarta coluna a duração da interrupção do ramo km (r_{km}) (em horas/falha), a quinta coluna o número de consumidores a jusante do ramo km (N_{km}), a sexta coluna o termo pertencente ao somatório do denominador da Equação (3.74) ($\lambda_{km}r_{km}N_{km}$) e, por fim, a sétima coluna o termo pertencente ao somatório do denominador da Equação (3.73) ($\lambda_{km}N_{km}$). Portanto, em cada caso analisado, o somatório das linhas da sexta coluna representa o valor numérico do denominador da Equação (3.74) e o somatório das linhas da sétima coluna representa o valor numérico do denominador da Equação (3.73).

Os resultados parciais para o cálculo da ENS também são apresentados em tabelas, nas quais a primeira e a segunda coluna representam a identificação do ramo km , a terceira coluna representa a taxa de falha do ramo km no nível de carregamento j ($\lambda_{km,j}$) (em falhas/ano), a quarta coluna a duração da interrupção do ramo km (r_{km}) (em horas/falha), a quinta coluna o demanda de potência ativa a jusante do ramo km no nível de carregamento j ($P_{km,j}$) (em pu), e, por fim, a sexta coluna o termo pertencente ao somatório do denominador da Equação (3.75) ($\lambda_{km,j}r_{km}P_{km,j}$). No cálculo da ENS, deve-se observar que serão apresentadas três tabelas auxiliares para cada caso, pois são três níveis de carregamento. Portanto, em cada caso analisado, o somatório das linhas da sexta coluna das tabelas auxiliares da ENS representa o valor numérico do denominador da Equação (3.75).

D.1 Sistema de distribuição de 10 nós

Esta seção apresenta os resultados do cálculo analítico dos indicadores de confiabilidade do sistema de distribuição de 10 nós.

O número total de consumidores conectados no sistema de distribuição de 10 nós, que

será utilizado no cálculo do SAIDI, do SAIFI e da ENS, é:

$$\begin{aligned} \sum_{m \in \Psi^D} N_m &= 2103 + 2103 + 2103 + 2103 + 2103 + 2103 + 2103 + 2103 \\ &= 16824, \end{aligned} \quad (D.1)$$

sendo N_m o número de consumidores no nó m e Ψ^D o conjunto dos nós com carga.

D.1.1 Caso 1

Os resultados parciais do SAIFI e do SAIDI para o sistema de distribuição de 10 nós (Caso 1) estão apresentados na Tabela 23.

Tabela 23 - Resultados parciais do SAIFI e do SAIDI para o sistema de distribuição de 10 nós (Caso 1).

k	m	λ_{km}	r_{km}	N_{km}	$\lambda_{km}r_{km}N_{km}$	$\lambda_{km}N_{km}$
S ₁	5	0,8	1	8412	6729,60	6729,60
	5	1	0,8	2103	1682,40	1682,40
	5	6	0,8	4206	3364,80	3364,80
	6	2	0,8	2103	1682,40	1682,40
S ₂	8	0,8	1	8412	6729,60	6729,60
	8	4	0,8	2103	1682,40	1682,40
	8	7	0,8	4206	3364,80	3364,80
	7	3	0,8	2103	1682,40	1682,40

Fazendo o somatório das linhas da sexta coluna da Tabela 23 tem-se que:

$$\sum_{km \in \Psi^B} \lambda_{km}r_{km}N_{km} = 26918,40. \quad (D.2)$$

sendo Ψ^B o conjunto dos ramos do sistema.

Portanto, substituindo os valores das equações (D.1) e (D.2) na Equação (3.74), tem-se que:

$$SAIDI = \frac{26918,40}{16824} = 1,6 \text{ horas/ano.} \quad (D.3)$$

Fazendo o somatório das linhas da sétima coluna da Tabela 23 tem-se que:

$$\sum_{km \in \Psi^B} \lambda_{km}N_{km} = 26918,40. \quad (D.4)$$

Portanto, substituindo os valores das equações (D.1) e (D.4) na Equação (3.73), tem-se que:

$$SAIFI = \frac{26918,40}{16824} = 1,6 \text{ falhas/ano.} \quad (D.5)$$

O resultado parcial da ENS para o sistema de distribuição de 10 nós no nível de carregamento 1 (Caso 1) está apresentado na Tabela 24, onde $\lambda_{km,1}$ é a taxa de falhas anual do ramo km no nível de carregamento 1 (em falhas/ano) e $P_{km,1}$ é a demanda de potência ativa a jusante do ramo km no nível de carregamento 1 (em pu).

Tabela 24 - Resultados parciais da ENS para o sistema de distribuição de 10 nós no nível de carregamento 1 (Caso 1).

k	m	$\lambda_{km,1}$	r_{km}	$P_{km,1}$	$\lambda_{km,1}r_{km}P_{km,1}$
S ₁	5	0,2	1	5,76	1,152
5	1	0,2	1	1,44	0,288
5	6	0,2	1	2,88	0,576
6	2	0,2	1	1,44	0,288
S ₂	8	0,2	1	5,76	1,152
8	4	0,2	1	1,44	0,288
8	7	0,2	1	2,88	0,576
7	3	0,2	1	1,44	0,288

O resultado parcial da ENS para o sistema de distribuição de 10 nós no nível de carregamento 2 (Caso 1) está apresentado na Tabela 25, onde $\lambda_{km,2}$ é a taxa de falhas anual do ramo km no nível de carregamento 2 (em falhas/ano) e $P_{km,2}$ é a demanda de potência ativa a jusante do ramo km no nível de carregamento 2 (em pu).

Tabela 25 - Resultados parciais da ENS para o sistema de distribuição de 10 nós no nível de carregamento 2 (Caso 1).

k	m	$\lambda_{km,2}$	r_{km}	$P_{km,2}$	$\lambda_{km,2}r_{km}P_{km,2}$
S ₁	5	0,3333	1	4,032	1,344
5	1	0,3333	1	1,008	0,336
5	6	0,3333	1	2,016	0,672
6	2	0,3333	1	1,008	0,336
S ₂	8	0,3333	1	4,032	1,344
8	4	0,3333	1	1,008	0,336
8	7	0,3333	1	2,016	0,672
7	3	0,3333	1	1,008	0,336

Por fim, o resultado parcial da ENS para o sistema de distribuição de 10 nós no nível de carregamento 3 (Caso 1) está apresentado na Tabela 26, onde $\lambda_{km,3}$ é a taxa de falhas anual do ramo km no nível de carregamento 3 (em falhas/ano) e $P_{km,3}$ é a demanda de potência ativa a jusante do ramo km no nível de carregamento 3 (em pu).

Tabela 26 - Resultados parciais da ENS para o sistema de distribuição de 10 nós no nível de carregamento 3 (Caso 1).

k	m	$\lambda_{km,3}$	r_{km}	$P_{km,3}$	$\lambda_{km,3}r_{km}P_{km,3}$
S ₁	5	0,2667	1	1,728	0,4608
5	1	0,2667	1	0,432	0,1152
5	6	0,2667	1	0,864	0,2304
6	2	0,2667	1	0,432	0,1152
S ₂	8	0,2667	1	1,728	0,4608
8	4	0,2667	1	0,432	0,1152
8	7	0,2667	1	0,864	0,2304
7	3	0,2667	1	0,432	0,1152

Fazendo o somatório das linhas da sexta coluna das tabelas 24, 25 e 26, tem-se, respectivamente, que:

$$\sum_{km \in \Psi^B} \lambda_{km,1} r_{km} P_{km,1} = 4,608, \quad (D.6)$$

$$\sum_{km \in \Psi^B} \lambda_{km,2} r_{km} P_{km,2} = 5,376, \quad (D.7)$$

$$\sum_{km \in \Psi^B} \lambda_{km,3} r_{km} P_{km,3} = 1,843. \quad (D.8)$$

Portanto, substituindo os valores das equações (D.6), (D.7) e (D.8) na Equação (3.75) e sabendo que a potência base do sistema (S_{base}) (em kVA) é igual a 1000, tem-se que:

$$ENS = 1000(4,608 + 5,376 + 1,843) = 11,827 \text{ MWh/ano.} \quad (D.9)$$

D.1.2 Caso 2

Os resultados parciais do SAIFI e do SAIDI para o sistema de distribuição de 10 nós (Caso 2) estão apresentados na Tabela 27.

Tabela 27 - Resultados parciais do SAIFI e do SAIDI para o sistema de distribuição de 10 nós (Caso 2).

k	m	λ_{km}	r_{km}	N_{km}	$\lambda_{km} r_{km} N_{km}$	$\lambda_{km} N_{km}$
S ₁	1	0,8	1	4206	3364,8	3364,8
	1	2	0,8	1	2103	1682,4
S ₁	5	0,8	1	4206	3364,8	3364,8
	5	6	0,8	1	2103	1682,4
S ₂	4	0,8	1	4206	3364,8	3364,8
	4	3	0,8	1	2103	1682,4
S ₂	8	0,8	1	4206	3364,8	3364,8
	8	7	0,8	1	2103	1682,4

Fazendo o somatório das linhas da sexta coluna da Tabela 27 tem-se que:

$$\sum_{km \in \Psi^B} \lambda_{km} r_{km} N_{km} = 20188,8. \quad (D.10)$$

Portanto, substituindo os valores das equações (D.1) e (D.10) na Equação (3.74), tem-se que:

$$SAIDI = \frac{20188,8}{16824} = 1,2 \text{ horas/ano.} \quad (D.11)$$

Fazendo o somatório das linhas da sétima coluna da Tabela 23 tem-se que:

$$\sum_{km \in \Psi^B} \lambda_{km} N_{km} = 20188,8. \quad (D.12)$$

Portanto, substituindo os valores das equações (D.1) e (D.12) na Equação (3.73), tem-se que:

$$SAIFI = \frac{20188,8}{16824} = 1,2 \text{ falhas/ano.} \quad (D.13)$$

Os resultados parciais da ENS para o sistema de distribuição de 10 nós nos níveis de carregamento 1, 2 e 3 (Caso 2) estão apresentados nas tabelas 28, 29 e 30, respectivamente.

Tabela 28 - Resultados parciais da ENS para o sistema de distribuição de 10 nós no nível de carregamento 1 (Caso 2).

k	m	$\lambda_{km,1}$	r_{km}	$P_{km,1}$	$\lambda_{km,1}r_{km}P_{km,1}$
S ₁	1	0,2	1	2,88	0,576
1	2	0,2	1	1,44	0,288
S ₁	5	0,2	1	2,88	0,576
5	6	0,2	1	1,44	0,288
S ₂	4	0,2	1	2,88	0,576
4	3	0,2	1	1,44	0,288
S ₂	8	0,2	1	2,88	0,576
8	7	0,2	1	1,44	0,288

Tabela 29 - Resultados parciais da ENS para o sistema de distribuição de 10 nós no nível de carregamento 2 (Caso 2).

k	m	$\lambda_{km,2}$	r_{km}	$P_{km,2}$	$\lambda_{km,2}r_{km}P_{km,2}$
S ₁	1	0,3333	1	2,016	0,672
1	2	0,3333	1	1,008	0,336
S ₁	5	0,3333	1	2,016	0,672
5	6	0,3333	1	1,008	0,336
S ₂	4	0,3333	1	2,016	0,672
4	3	0,3333	1	1,008	0,336
S ₂	8	0,3333	1	2,016	0,672
8	7	0,3333	1	1,008	0,336

Tabela 30 - Resultados parciais da ENS para o sistema de distribuição de 10 nós no nível de carregamento 3 (Caso 2).

k	m	$\lambda_{km,3}$	r_{km}	$P_{km,3}$	$\lambda_{km,3}r_{km}P_{km,3}$
S ₁	1	0,2667	1	0,864	0,2304
1	2	0,2667	1	0,432	0,1152
S ₁	5	0,2667	1	0,864	0,2304
5	6	0,2667	1	0,432	0,1152
S ₂	4	0,2667	1	0,864	0,2304
4	3	0,2667	1	0,432	0,1152
S ₂	8	0,2667	1	0,864	0,2304
8	7	0,2667	1	0,432	0,1152

Fazendo o somatório das linhas da sexta coluna das tabelas 28, 29 e 30, tem-se, res-

pectivamente, que:

$$\sum_{km \in \Psi^B} \lambda_{km,1} r_{km} P_{km,1} = 3,456, \quad (D.14)$$

$$\sum_{km \in \Psi^B} \lambda_{km,2} r_{km} P_{km,2} = 4,032, \quad (D.15)$$

$$\sum_{km \in \Psi^B} \lambda_{km,3} r_{km} P_{km,3} = 1,382. \quad (D.16)$$

Portanto, substituindo os valores das equações (D.14), (D.15) e (D.16) na Equação (3.75) e sabendo que $S_{\text{base}} = 1000$ kVA, tem-se que:

$$ENS = 1000(3,456 + 4,032 + 1,382) = 8,870 \text{ MWh/ano.} \quad (D.17)$$

D.1.3 Caso 3

O cálculo analítico dos indicadores de confiabilidade do sistema de distribuição de 10 nós para o Caso 2 também é válido para o Caso 3, pois suas topologias são iguais e seus condutores possuem a mesma taxa de falhas anual e duração de interrupção.

D.2 Sistema de distribuição de 54 nós

Esta seção apresenta os resultados do cálculo analítico dos indicadores de confiabilidade do sistema de distribuição de 54 nós.

O número total de consumidores conectados no sistema de distribuição de 54 nós, que será utilizado no cálculo do SAIDI, do SAIFI e da ENS, é:

$$\begin{aligned} \sum_{m \in \Psi^D} N_m &= 4200 + 1500 + 700 + 1100 + 2600 + 700 + 1000 + 1900 + \\ &+ 1200 + 2900 + 300 + 1800 + 1100 + 1000 + 1400 + \\ &+ 1900 + 700 + 1200 + 1400 + 800 + 1800 + 1100 + \\ &+ 1000 + 500 + 900 + 1200 + 1500 + 700 + 1400 + \\ &+ 2600 + 700 + 1700 + 2900 + 1200 + 900 + 300 + \\ &+ 2100 + 1100 + 1000 + 1400 + 900 + 1200 + 1300 + \\ &+ 1400 + 800 + 1800 + 1000 + 800 + 500 + 800 \\ &= 65900. \end{aligned} \quad (D.18)$$

D.2.1 Caso 1

Os resultados parciais do SAIFI e do SAIDI para o sistema de distribuição de 54 nós (Caso 1) estão apresentados na Tabela 31.

Tabela 31 - Resultados parciais do SAIFI e do SAIDI para o sistema de distribuição de 54 nós (Caso 1).

k	m	λ_{km}	r_{km}	N_{km}	$\lambda_{km} r_{km} N_{km}$	$\lambda_{km} N_{km}$
S ₁	1	0,5040	0,7200	6900	2503,59	3477,41
1	2	0,5597	0,7995	1500	671,16	839,48

Continua na próxima página

Tabela 31 – continuação

k	m	λ_{km}	r_{km}	N_{km}	$\lambda_{km}r_{km}N_{km}$	$\lambda_{km}N_{km}$
1	9	0,6153	0,8790	1200	649,08	738,39
S ₁	3	0,3912	0,5588	8000	1748,83	3129,45
	3	0,5597	0,7995	7300	3266,31	4085,45
	4	0,5597	0,7995	3300	1476,55	1846,85
	5	0,4486	0,6408	700	201,22	314,01
	4	0,4486	0,6408	2900	833,65	1300,89
	7	0,5597	0,7995	1900	850,14	1063,34
S ₂	14	0,6727	0,9610	7100	4590,28	4776,37
	14	0,6727	0,9610	3300	2133,51	2220,00
	15	0,5040	0,7200	1900	689,40	957,55
	14	0,6153	0,8790	2800	1514,51	1722,92
	46	0,5597	0,7995	1000	447,44	559,65
S ₂	11	0,5040	0,7200	3200	1161,09	1612,71
	11	0,5597	0,7995	2900	1297,58	1622,99
	12	0,7838	1,1197	1100	965,39	862,18
S ₃	28	0,5597	0,7995	3400	1521,30	1902,81
	28	0,5597	0,7995	2700	1208,09	1511,06
	27	0,6153	0,8790	1200	649,08	738,39
S ₃	36	0,4486	0,6408	8600	2472,19	3857,80
	36	0,3912	0,5588	8300	1814,41	3246,80
	35	0,3912	0,5588	7400	1617,67	2894,74
	34	0,3355	0,4793	2900	466,33	972,96
	34	0,8750	1,2500	3300	3609,38	2887,50
	38	0,5597	0,7995	2200	984,37	1231,23
	44	0,3912	0,5588	800	174,88	312,95
S ₃	41	0,5597	0,7995	5600	2505,67	3134,04
	41	0,4486	0,6408	1400	402,45	628,01
	41	0,6727	0,9610	3300	2133,51	2220,00
	42	0,4486	0,6408	2100	603,68	942,02
	48	0,6727	0,9610	1300	840,47	874,55
	49	0,3912	0,5588	800	174,88	312,95
S ₄	21	0,4486	0,6408	5900	1696,04	2646,63
	21	0,5597	0,7995	4100	1834,50	2294,57
	18	0,4486	0,6408	2200	632,42	986,88
	19	0,5597	0,7995	800	357,95	447,72
	18	0,7284	1,0406	700	530,58	509,88
S ₄	22	0,6728	0,9612	9800	6338,04	6593,86
	22	0,6153	0,8790	8700	4705,81	5353,35
	23	0,5040	0,7200	7700	2793,87	3880,58
	24	0,3912	0,5588	900	196,74	352,06
	24	0,4305	0,6150	6300	1667,97	2712,15
	10	0,5597	0,7995	3400	1521,30	1902,81
	31	0,4305	0,6150	2700	714,85	1162,35
	39	0,7284	1,0406	1700	1288,54	1238,29
S ₄	30	0,5040	0,7200	7400	2685,01	3729,39

Continua na próxima página

Tabela 31 – continuação

k	m	λ_{km}	r_{km}	N_{km}	$\lambda_{km}r_{km}N_{km}$	$\lambda_{km}N_{km}$
30	29	0,5597	0,7995	1400	626,42	783,51
30	43	0,7284	1,0406	3400	2577,08	2476,58
43	37	0,4486	0,6408	2100	603,68	942,02

Fazendo o somatório das linhas da sexta coluna da Tabela 31 tem-se que:

$$\sum_{km \in \Psi^B} \lambda_{km} r_{km} N_{km} = 76948,87. \quad (D.19)$$

Portanto, substituindo os valores das equações (D.18) e (D.19) na Equação (3.74), tem-se que:

$$SAIDI = \frac{76948,87}{65900} = 1,168 \text{ horas/ano.} \quad (D.20)$$

Fazendo o somatório das linhas da sétima coluna da Tabela 31 tem-se que:

$$\sum_{km \in \Psi^B} \lambda_{km} N_{km} = 96810,04. \quad (D.21)$$

Portanto, substituindo os valores das equações (D.18) e (D.21) na Equação (3.73), tem-se que:

$$SAIFI = \frac{96810,04}{65900} = 1,469 \text{ falhas/ano.} \quad (D.22)$$

Os resultados parciais da ENS para o sistema de distribuição de 54 nós nos níveis de carregamento 1, 2 e 3 (Caso 1) estão apresentados nas tabelas 32, 33 e 34, respectivamente.

Tabela 32 - Resultados parciais da ENS para o sistema de distribuição de 54 nós no nível de carregamento 1 (Caso 1).

k	m	$\lambda_{km,1}$	r_{km}	$P_{km,1}$	$\lambda_{km,1}r_{km}P_{km,1}$
S ₁	1	0,0575	0,7200	6,8439	0,2835
1	2	0,0639	0,7995	1,4878	0,0760
1	9	0,0702	0,8790	1,1903	0,0735
S ₁	3	0,0447	0,5588	7,9350	0,1980
3	4	0,0639	0,7995	7,2407	0,3698
4	5	0,0639	0,7995	3,2732	0,1672
5	6	0,0512	0,6408	0,6943	0,0228
4	7	0,0512	0,6408	2,8764	0,0944
7	8	0,0639	0,7995	1,8846	0,0963
S ₂	14	0,0768	0,9610	7,0423	0,5197
14	15	0,0768	0,9610	3,2732	0,2416
15	16	0,0575	0,7200	1,8846	0,0781
14	46	0,0702	0,8790	2,7773	0,1715
46	47	0,0639	0,7995	0,9919	0,0507

Continua na próxima página

Tabela 32 – continuação

k	m	$\lambda_{km,1}$	r_{km}	$P_{km,1}$	$\lambda_{km,1}r_{km}P_{km,1}$
S ₂	11	0,0575	0,7200	3,1740	0,1314
11	12	0,0639	0,7995	2,8764	0,1469
12	13	0,0895	1,1197	1,0911	0,1093
S ₃	28	0,0639	0,7995	3,3724	0,1723
28	27	0,0639	0,7995	2,6781	0,1368
27	26	0,0702	0,8790	1,1903	0,0735
S ₃	36	0,0512	0,6408	8,5301	0,2799
36	35	0,0447	0,5588	8,2326	0,2054
35	34	0,0447	0,5588	7,3399	0,1832
34	33	0,0383	0,4793	2,8764	0,0528
34	38	0,0999	1,2500	3,2732	0,4087
38	44	0,0639	0,7995	2,1821	0,1115
44	45	0,0447	0,5588	0,7935	0,0198
S ₃	41	0,0639	0,7995	5,5545	0,2837
41	40	0,0512	0,6408	1,3886	0,0456
41	42	0,0768	0,9610	3,2732	0,2416
42	48	0,0512	0,6408	2,0829	0,0684
48	49	0,0768	0,9610	1,2894	0,0952
49	50	0,0448	0,5588	0,7935	0,0198
S ₄	21	0,0512	0,6408	5,8521	0,1920
21	18	0,0639	0,7995	4,0667	0,2077
18	19	0,0512	0,6408	2,1821	0,0716
19	20	0,0639	0,7995	0,7935	0,0405
18	17	0,0832	1,0406	0,6943	0,0601
S ₄	22	0,0768	0,9612	9,7204	0,7176
22	23	0,0702	0,8790	8,6293	0,5328
23	24	0,0575	0,7200	7,6374	0,3163
24	25	0,0447	0,5588	0,8927	0,0222
24	10	0,0491	0,6150	6,2488	0,1889
10	31	0,0639	0,7995	3,3724	0,1723
31	39	0,0491	0,6150	2,6781	0,0809
39	32	0,0832	1,0406	1,6862	0,1459
S ₄	30	0,0575	0,7200	7,3399	0,3040
30	29	0,0639	0,7995	1,3886	0,0709
30	43	0,0832	1,0406	3,3724	0,2918
43	37	0,0512	0,6408	2,0829	0,0684

Tabela 33 - Resultados parciais da ENS para o sistema de distribuição de 54 nós no nível de carregamento 2 (Caso 1).

k	m	$\lambda_{km,2}$	r_{km}	$P_{km,2}$	$\lambda_{km,2}r_{km}P_{km,2}$
S ₁	1	0,0575	0,7200	2,7376	0,7665
1	2	0,4319	0,7995	0,5951	0,2055
1	9	0,4748	0,8790	0,4761	0,1987
S ₁	3	0,3019	0,5588	3,1740	0,5354

Continua na próxima página

Tabela 33 – continuação

k	m	$\lambda_{km,2}$	r_{km}	$P_{km,2}$	$\lambda_{km,2}r_{km}P_{km,2}$
3	4	0,4319	0,7995	2,8963	1,0000
4	5	0,4319	0,7995	1,3093	0,4521
5	6	0,3462	0,6408	0,2777	0,0616
4	7	0,3462	0,6408	1,1506	0,2552
7	8	0,4319	0,7995	0,7538	0,2603
S ₂	14	0,5191	0,9610	2,8169	1,4054
14	15	0,5191	0,9610	1,3093	0,6532
15	16	0,3889	0,7200	0,7538	0,2111
14	46	0,4748	0,8790	1,1109	0,4638
46	47	0,4319	0,7995	0,3968	0,1370
S ₂	11	0,3889	0,7200	1,2696	0,3555
11	12	0,4319	0,7995	1,1506	0,3973
12	13	0,6048	1,1197	0,4364	0,2956
S ₃	28	0,4319	0,7995	1,3490	0,4658
28	27	0,4319	0,7995	1,0712	0,3699
27	26	0,4748	0,8790	0,4761	0,1987
S ₃	36	0,3462	0,6408	3,4121	0,7569
36	35	0,3019	0,5588	3,2930	0,5555
35	34	0,3019	0,5588	2,9360	0,4953
34	33	0,2589	0,4793	1,1506	0,1428
34	38	0,6752	1,2500	1,3093	1,1051
38	44	0,4319	0,7995	0,8729	0,3014
44	45	0,3019	0,5588	0,3174	0,0535
S ₃	41	0,4319	0,7995	2,2218	0,7672
41	40	0,3462	0,6408	0,5555	0,1232
41	42	0,5191	0,9610	1,3093	0,6532
42	48	0,3462	0,6408	0,8332	0,1848
48	49	0,5191	0,9610	0,5158	0,2573
49	50	0,3019	0,5588	0,3174	0,0535
S ₄	21	0,3462	0,6408	2,3408	0,5193
21	18	0,4319	0,7995	1,6267	0,5617
18	19	0,3462	0,6408	0,8729	0,1936
19	20	0,4319	0,7995	0,3174	0,1096
18	17	0,5621	1,0406	0,2777	0,1624
S ₄	22	0,5192	0,9612	3,8882	1,9405
22	23	0,4748	0,8790	3,4517	1,4408
23	24	0,3889	0,7200	3,0550	0,8554
24	25	0,3019	0,5588	0,3571	0,0602
24	10	0,3322	0,6150	2,4995	0,5107
10	31	0,4319	0,7995	1,3490	0,4658
31	39	0,3322	0,6150	1,0712	0,2189
39	32	0,5621	1,0406	0,6745	0,3945
S ₄	30	0,3889	0,7200	2,9360	0,8221
30	29	0,4319	0,7995	0,5555	0,1918
30	43	0,5621	1,0406	1,3490	0,7890

Continua na próxima página

Tabela 33 – continuação

k	m	$\lambda_{km,2}$	r_{km}	$P_{km,2}$	$\lambda_{km,2}r_{km}P_{km,2}$
43	37	0,3462	0,6408	0,8332	0,1848

Tabela 34 - Resultados parciais da ENS para o sistema de distribuição de 54 nós no nível de carregamento 3 (Caso 1).

k	m	$\lambda_{km,3}$	r_{km}	$P_{km,3}$	$\lambda_{km,3}r_{km}P_{km,3}$
S ₁	1	0,0575	0,7200	2,0532	0,0850
1	2	0,0639	0,7995	0,4463	0,0228
1	9	0,0702	0,8790	0,3571	0,0220
S ₁	3	0,0447	0,5588	2,3805	0,0594
3	4	0,0639	0,7995	2,1722	0,1110
4	5	0,0639	0,7995	0,9820	0,0502
5	6	0,0512	0,6408	0,2083	0,0068
4	7	0,0512	0,6408	0,8629	0,0283
7	8	0,0639	0,7995	0,5654	0,0289
S ₂	14	0,0778	0,9610	2,1127	0,1559
14	15	0,0768	0,9610	0,9820	0,0725
15	16	0,0575	0,7200	0,5654	0,0234
14	46	0,0702	0,8790	0,8332	0,0514
46	47	0,0638	0,7995	0,2976	0,0152
S ₂	11	0,0575	0,7200	0,9522	0,0394
11	12	0,0639	0,7995	0,8629	0,0441
12	13	0,0895	1,1197	0,3273	0,0328
S ₃	28	0,0639	0,7995	1,0117	0,0517
28	27	0,0639	0,7995	0,8034	0,0410
27	26	0,0702	0,8790	0,3571	0,0220
S ₃	36	0,0512	0,6408	2,5590	0,0840
36	35	0,0447	0,5588	2,4698	0,0616
35	34	0,0447	0,5588	2,2020	0,0550
34	33	0,0383	0,4793	0,8629	0,0158
34	38	0,0999	1,2500	0,9820	0,1226
38	44	0,0639	0,7995	0,6546	0,0334
44	45	0,0447	0,5588	0,2381	0,0059
S ₃	41	0,0639	0,7995	1,6664	0,0851
41	40	0,0512	0,6408	0,4166	0,0137
41	42	0,0768	0,9610	0,9820	0,0725
42	48	0,0512	0,6408	0,6249	0,0205
48	49	0,0768	0,9610	0,3868	0,0285
49	50	0,0447	0,5588	0,2381	0,0059
S ₄	21	0,0512	0,6408	1,7556	0,0576
21	18	0,0639	0,7995	1,2200	0,0623
18	19	0,0512	0,6408	0,6546	0,0215
19	20	0,0639	0,7995	0,2381	0,0122
18	17	0,0832	1,0406	0,2083	0,0180
S ₄	22	0,0768	0,9612	2,9161	0,2153

Continua na próxima página

Tabela 34 – continuação

k	m	$\lambda_{km,3}$	r_{km}	$P_{km,3}$	$\lambda_{km,3}r_{km}P_{km,3}$
22	23	0,0702	0,8790	2,5888	0,1598
23	24	0,0575	0,7200	2,2912	0,0949
24	25	0,0447	0,5588	0,2678	0,0067
24	10	0,0491	0,6150	1,8746	0,0567
10	31	0,0639	0,7995	1,0117	0,0517
31	39	0,0491	0,6150	0,8034	0,0243
39	32	0,0832	1,0406	0,5059	0,0438
S ₄	30	0,0575	0,7200	2,2020	0,0912
30	29	0,0639	0,7995	0,4166	0,0213
30	43	0,0832	1,0406	1,0117	0,0875
43	37	0,0512	0,6408	0,6249	0,0205

Fazendo o somatório das linhas da sexta coluna das tabelas 32, 33 e 34, tem-se, respectivamente, que:

$$\sum_{km \in \Psi^B} \lambda_{km,1} r_{km} P_{km,1} = 8,7127, \quad (D.23)$$

$$\sum_{km \in \Psi^B} \lambda_{km,2} r_{km} P_{km,2} = 23,5593, \quad (D.24)$$

$$\sum_{km \in \Psi^B} \lambda_{km,3} r_{km} P_{km,3} = 2,6138. \quad (D.25)$$

Portanto, substituindo os valores das equações (D.23), (D.24) e (D.25) na Equação (3.75) e sabendo que $S_{\text{base}} = 1000$ kVA, tem-se que:

$$ENS = 1000(8,7127 + 23,5593 + 2,6138) = 34,886 \text{ MWh/ano.} \quad (D.26)$$

D.2.2 Caso 2

Os resultados parciais do SAIFI e do SAIDI para o sistema de distribuição de 54 nós (Caso 2) estão apresentados na Tabela 35.

Tabela 35 - Resultados parciais do SAIFI e do SAIDI para o sistema de distribuição de 54 nós (Caso 2).

k	m	λ_{km}	r_{km}	N_{km}	$\lambda_{km}r_{km}N_{km}$	$\lambda_{km}N_{km}$
S ₁	1	0,5040	0,7200	6900	2503,59	3477,41
1	2	0,5597	0,7995	1500	671,16	839,48
1	9	0,6153	0,8790	1200	649,08	738,39
S ₁	3	0,3912	0,5588	8000	1748,83	3129,45
3	4	0,5597	0,7995	7300	3266,31	4085,46
4	5	0,5597	0,7995	3300	1476,55	1846,85
5	6	0,4486	0,6408	700	201,22	314,01
4	7	0,4486	0,6408	2900	833,65	1300,89
7	8	0,5597	0,7995	1900	850,14	1063,34
S ₂	14	0,6727	0,9610	7100	4590,28	4776,37

Continua na próxima página

Tabela 35 – continuação

k	m	λ_{km}	r_{km}	N_{km}	$\lambda_{km}r_{km}N_{km}$	$\lambda_{km}N_{km}$
14	15	0,6727	0,9610	3300	2133,51	2220,00
15	16	0,5040	0,7200	1900	689,40	957,55
14	46	0,6153	0,8790	2800	1514,51	1722,92
46	47	0,5597	0,7995	1000	447,44	559,65
S ₂	11	0,5040	0,7200	6500	2358,46	3275,82
11	12	0,5597	0,7995	6200	2774,13	3469,83
12	13	0,7838	1,1197	1100	965,39	862,18
12	45	0,4486	0,6408	3300	948,63	1480,32
45	44	0,3912	0,5588	2500	546,51	977,95
44	38	0,5597	0,7995	1100	492,18	615,62
S ₃	28	0,5597	0,7995	3400	1521,30	1902,81
28	27	0,5597	0,7995	2700	1208,09	1511,06
27	26	0,6153	0,8790	1200	649,08	738,39
S ₃	36	0,4486	0,6408	7000	2012,25	3140,07
36	35	0,3912	0,5588	6700	1464,64	2620,91
35	34	0,3912	0,5588	5800	1267,90	2268,85
34	33	0,3355	0,4793	4600	739,70	1543,31
33	39	0,5040	0,7200	1700	616,83	856,75
39	31	0,4305	0,6150	700	185,33	301,35
S ₃	41	0,5597	0,7995	5600	2505,67	3134,04
41	40	0,4486	0,6408	1400	402,45	628,01
41	42	0,6727	0,9610	3300	2133,51	2220,00
42	48	0,4486	0,6408	2100	603,68	942,02
48	49	0,6727	0,9610	1300	840,47	874,55
49	50	0,3912	0,5588	800	174,88	312,95
S ₄	21	0,4486	0,6408	5900	1696,04	2646,63
21	18	0,5597	0,7995	4100	1834,50	2294,57
18	19	0,4486	0,6408	2200	632,42	986,88
19	20	0,5597	0,7995	800	357,95	447,72
18	17	0,7284	1,0406	700	530,58	509,88
S ₄	22	0,6728	0,9612	6400	4139,13	4306,19
22	23	0,6153	0,8790	5300	2866,76	3261,24
23	24	0,5040	0,7200	4300	1560,21	2167,08
24	25	0,3912	0,5588	900	196,74	352,06
24	10	0,4305	0,6150	2900	767,80	1248,45
S ₄	30	0,5040	0,7200	9100	3301,84	4586,15
30	29	0,5597	0,7995	1400	626,42	783,51
30	43	0,7284	1,0406	5100	3865,62	3714,87
43	37	0,4486	0,6408	3800	1092,36	1704,61
37	32	0,4305	0,6150	1700	450,09	731,85

Fazendo o somatório das linhas da sexta coluna da Tabela 35 tem-se que:

$$\sum_{km \in \Psi^B} \lambda_{km} r_{km} N_{km} = 69905,205799. \quad (D.27)$$

Portanto, substituindo os valores das equações (D.18) e (D.27) na Equação (3.74),

tem-se que:

$$SAIDI = \frac{69905,205799}{65900} = 1,061 \text{ horas/ano.} \quad (\text{D.28})$$

Fazendo o somatório das linhas da sétima coluna da Tabela 35 tem-se que:

$$\sum_{km \in \Psi^B} \lambda_{km} N_{km} = 90450,191020. \quad (\text{D.29})$$

Portanto, substituindo os valores das equações (D.18) e (D.29) na Equação (3.73), tem-se que:

$$SAIFI = \frac{90450,191020}{65900} = 1,373 \text{ falhas/ano.} \quad (\text{D.30})$$

Os resultados parciais da ENS para o sistema de distribuição de 54 nós nos níveis de carregamento 1, 2 e 3 (Caso 2) estão apresentados nas tabelas 36, 37 e 38, respectivamente.

Tabela 36 - Resultados parciais da ENS para o sistema de distribuição de 54 nós no nível de carregamento 1 (Caso 2).

k	m	$\lambda_{km,1}$	r_{km}	$P_{km,1}$	$\lambda_{km,1} r_{km} P_{km,1}$
S ₁	1	0,0575	0,7200	6,8439	0,2835
1	2	0,0639	0,7995	1,4878	0,0760
1	9	0,0702	0,8790	1,1903	0,0735
S ₁	3	0,0447	0,5588	7,9350	0,1980
3	4	0,0639	0,7995	7,2407	0,3698
4	5	0,0639	0,7995	3,2732	0,1672
5	6	0,0512	0,6408	0,6943	0,0228
4	7	0,0512	0,6408	2,8764	0,0944
7	8	0,0639	0,7995	1,8846	0,0963
S ₂	14	0,0768	0,9610	7,0423	0,5198
14	15	0,0768	0,9610	3,2732	0,2416
15	16	0,0575	0,7200	1,8846	0,0781
14	46	0,0702	0,8790	2,7773	0,1715
46	47	0,0639	0,7995	0,9919	0,0507
S ₂	11	0,0575	0,7200	6,4472	0,2670
11	12	0,0639	0,7995	6,1496	0,3141
12	13	0,0895	1,1197	1,0911	0,1093
12	45	0,0512	0,6408	3,2732	0,1074
45	44	0,0447	0,5588	2,4797	0,0619
44	38	0,0639	0,7995	1,0911	0,0557
S ₃	28	0,0639	0,7995	3,3724	0,1723
28	27	0,0639	0,7995	2,6781	0,1368
27	26	0,0702	0,8790	1,1903	0,0735
S ₃	36	0,0512	0,6408	6,9431	0,2278
36	35	0,0447	0,5588	6,6456	0,1658
35	34	0,0447	0,5588	5,7529	0,1436

Continua na próxima página

Tabela 36 – continuação

k	m	$\lambda_{km,1}$	r_{km}	P_{km,j_1}	$\lambda_{km,1}r_{km}P_{km,1}$
34	33	0,0383	0,4793	4,5626	0,0838
33	39	0,0575	0,7200	1,6862	0,0698
39	31	0,0491	0,6150	0,6941	0,0210
S ₃	41	0,0639	0,7995	5,5545	0,2837
41	40	0,0512	0,6408	1,3886	0,0456
41	42	0,0768	0,9610	3,2732	0,2416
42	48	0,0512	0,6408	2,0829	0,0684
48	49	0,0768	0,9610	1,2894	0,0952
49	50	0,0447	0,5588	0,7935	0,0198
S ₄	21	0,0512	0,6408	5,8521	0,1920
21	18	0,0639	0,7995	4,0667	0,2077
18	19	0,0512	0,6408	2,1821	0,0716
19	20	0,0639	0,7995	0,7935	0,0405
18	17	0,0832	1,0406	0,6943	0,0601
S ₄	22	0,0768	0,9612	6,3480	0,4687
22	23	0,0702	0,8790	5,2569	0,3246
23	24	0,0575	0,7200	4,2651	0,1767
24	25	0,0447	0,5588	0,8927	0,0223
24	10	0,0491	0,6150	2,8764	0,0869
S ₄	30	0,0575	0,7200	9,0261	0,3739
30	29	0,0639	0,7995	1,3886	0,0709
30	43	0,0832	1,0406	5,0586	0,4377
43	37	0,0512	0,6408	3,7691	0,1237
37	32	0,0491	0,6150	1,6862	0,0510

Tabela 37 - Resultados parciais da ENS para o sistema de distribuição de 54 nós no nível de carregamento 2 (Caso 2).

k	m	$\lambda_{km,2}$	r_{km}	$P_{km,2}$	$\lambda_{km,2}r_{km}P_{km,2}$
S ₁	1	0,3889	0,7200	2,7376	0,7665
1	2	0,4319	0,7995	0,5951	0,2055
1	9	0,4748	0,8790	0,4761	0,1987
S ₁	3	0,3019	0,5588	3,1740	0,5354
3	4	0,4319	0,7995	2,8963	1,0000
4	5	0,4319	0,7995	1,3093	0,4521
5	6	0,3462	0,6408	0,2777	0,0616
4	7	0,3462	0,6408	1,1506	0,2552
7	8	0,4319	0,7995	0,7538	0,2603
S ₂	14	0,5191	0,9610	2,8169	1,4054
14	15	0,5191	0,9610	1,3093	0,6532
15	16	0,3889	0,7200	0,7538	0,2111
14	46	0,4748	0,8790	1,1109	0,4637
46	47	0,4319	0,7995	0,3968	0,1370
S ₂	11	0,3889	0,7200	2,5789	0,7221
11	12	0,4319	0,7995	2,4599	0,8493

Continua na próxima página

Tabela 37 – continuação

k	m	$\lambda_{km,2}$	r_{km}	$P_{km,2}$	$\lambda_{km,2}r_{km}P_{km,2}$
12	13	0,6049	1,1197	0,4364	0,2956
12	45	0,3462	0,6408	1,3093	0,2904
45	44	0,3019	0,5588	0,9919	0,1673
44	38	0,4319	0,7995	0,4364	0,1507
S ₃	28	0,4319	0,7995	1,3490	0,4658
28	27	0,4319	0,7995	1,0712	0,3699
27	26	0,4748	0,8790	0,4761	0,1987
S ₃	36	0,3462	0,6408	2,7772	0,6161
36	35	0,3019	0,5588	2,6582	0,4484
35	34	0,3019	0,5588	2,3012	0,3882
34	33	0,2589	0,4793	1,8251	0,2265
33	39	0,3889	0,7200	0,6745	0,1889
39	31	0,3322	0,6150	0,2777	0,0567
S ₃	41	0,4319	0,7995	2,2218	0,7672
41	40	0,3462	0,6408	0,5555	0,1232
41	42	0,5191	0,9610	1,3093	0,6532
42	48	0,3462	0,6408	0,8332	0,1848
48	49	0,5191	0,9610	0,5158	0,2573
49	50	0,3019	0,5588	0,3174	0,0535
S ₄	21	0,3462	0,6408	2,3408	0,5193
21	18	0,4319	0,7995	1,6267	0,5617
18	19	0,3462	0,6408	0,8729	0,1936
19	20	0,4319	0,7995	0,3174	0,1096
18	17	0,5621	1,0406	0,2777	0,1624
S ₄	22	0,5192	0,9612	2,5392	1,2673
22	23	0,4748	0,8790	2,1028	0,8777
23	24	0,3889	0,7200	1,7060	0,4777
24	25	0,3019	0,5588	0,3571	0,0602
24	10	0,3322	0,6150	1,1506	0,2351
S ₄	30	0,3889	0,7200	3,6104	1,0109
30	29	0,4319	0,7995	0,5555	0,1918
30	43	0,5621	1,0406	2,0234	1,1835
43	37	0,3462	0,6408	1,5077	0,3345
37	32	0,3322	0,6150	0,6745	0,1378

Tabela 38 - Resultados parciais da ENS para o sistema de distribuição de 54 nós no nível de carregamento 3 (Caso 2).

k	m	$\lambda_{km,3}$	r_{km}	$P_{km,3}$	$\lambda_{km,3}r_{km}P_{km,3}$
S ₁	1	0,0575	0,7200	2,0532	0,0850
1	2	0,0639	0,7995	0,4463	0,0228
1	9	0,0702	0,8790	0,3571	0,0220
S ₁	3	0,0447	0,5588	2,3805	0,0594
3	4	0,0639	0,7995	2,1722	0,1110
4	5	0,0639	0,7995	0,9820	0,0502

Continua na próxima página

Tabela 38 – continuação

k	m	$\lambda_{km,3}$	r_{km}	$P_{km,3}$	$\lambda_{km,3}r_{km}P_{km,3}$
5	6	0,0512	0,6408	0,2083	0,0068
4	7	0,0512	0,6408	0,8629	0,0283
7	8	0,06389	0,7995	0,5654	0,0289
S ₂	14	0,0768	0,9610	2,1127	0,1559
14	15	0,0768	0,9610	0,9820	0,0725
15	16	0,0575	0,7200	0,5654	0,0234
14	46	0,0702	0,8790	0,8332	0,0514
46	47	0,0639	0,7995	0,2976	0,0152
S ₂	11	0,0575	0,7200	1,9342	0,0801
11	12	0,0639	0,7995	1,8449	0,0942
12	13	0,0895	1,1197	0,3273	0,0328
12	45	0,0512	0,6408	0,9820	0,0322
45	44	0,0447	0,5588	0,7439	0,0186
44	38	0,0639	0,7995	0,3273	0,0167
S ₃	28	0,0639	0,7995	1,0117	0,0517
28	27	0,0639	0,7995	0,8034	0,0410
27	26	0,0702	0,8790	0,3571	0,0220
S ₃	36	0,0512	0,6408	2,0829	0,0684
36	35	0,0447	0,5588	1,9937	0,0498
35	34	0,0447	0,5588	1,7259	0,0431
34	33	0,0383	0,4793	1,3688	0,0251
33	39	0,0575	0,7200	0,5059	0,0210
39	31	0,0491	0,6150	0,2083	0,0063
S ₃	41	0,0639	0,7995	1,6664	0,0851
41	40	0,0512	0,6408	0,4166	0,0137
41	42	0,0768	0,9610	0,9820	0,0725
42	48	0,0512	0,6408	0,6249	0,0205
48	49	0,0768	0,9610	0,3868	0,0285
49	50	0,0447	0,5588	0,2381	0,0059
S ₄	21	0,0512	0,6408	1,7556	0,0576
21	18	0,0639	0,7995	1,2200	0,0623
18	19	0,0512	0,6408	0,6546	0,0215
19	20	0,0639	0,7995	0,2381	0,0122
18	17	0,0832	1,0406	0,2083	0,0180
S ₄	22	0,0768	0,9612	1,9044	0,1406
22	23	0,0702	0,8790	1,5771	0,0974
23	24	0,0575	0,7200	1,2795	0,0530
24	25	0,0447	0,5588	0,2678	0,0067
24	10	0,0491	0,6150	0,8629	0,0261
S ₄	30	0,0575	0,7200	2,7078	0,1122
30	29	0,0639	0,7995	0,4166	0,0213
30	43	0,0832	1,0406	1,5176	0,1313
43	37	0,0512	0,6408	1,1307	0,0371
37	32	0,0491	0,6150	0,5059	0,0153

Fazendo o somatório das linhas da sexta coluna das tabelas 36, 37 e 38, tem-se, res-

pectivamente, que:

$$\sum_{km \in \Psi^B} \lambda_{km,1} r_{km} P_{km,1} = 7,9152, \quad (D.31)$$

$$\sum_{km \in \Psi^B} \lambda_{km,2} r_{km} P_{km,2} = 21,4027, \quad (D.32)$$

$$\sum_{km \in \Psi^B} \lambda_{km,3} r_{km} P_{km,3} = 2,3746. \quad (D.33)$$

Portanto, substituindo os valores das equações (D.31), (D.32) e (D.33) na Equação (3.75) e sabendo que $S_{\text{base}} = 1000$ kVA, tem-se que:

$$ENS = 1000(7,9152 + 21,4027 + 2,3746) = 31,692 \text{ MWh/ano.} \quad (D.34)$$

D.2.3 Caso 3

Os resultados parciais do SAIFI e do SAIDI para o sistema de distribuição de 54 nós (Caso 3) estão apresentados na Tabela 39.

Tabela 39 - Resultados parciais do SAIFI e do SAIDI para o sistema de distribuição de 54 nós (Caso 3).

k	m	λ_{km}	r_{km}	N_{km}	$\lambda_{km} r_{km} N_{km}$	$\lambda_{km} N_{km}$
S ₁	1	0,5040	0,7200	6900	2503,59	3477,41
1	2	0,5597	0,7995	1500	671,16	839,48
1	9	0,6153	0,8790	1200	649,08	738,39
S ₁	3	0,3912	0,5588	8000	1748,83	3129,45
3	4	0,5597	0,7995	7300	3266,31	4085,45
4	5	0,5597	0,7995	3300	1476,55	1846,85
5	6	0,4486	0,6408	700	201,22	314,01
4	7	0,4486	0,6408	2900	833,65	1300,89
7	8	0,5597	0,7995	1900	850,14	1063,34
S ₂	14	0,6727	0,9610	7100	4590,28	4776,37
14	15	0,6727	0,9610	3300	2133,51	2220,00
15	16	0,5040	0,7200	1900	689,40	957,55
14	46	0,6153	0,8790	2800	1514,51	1722,92
46	47	0,5597	0,7995	1000	447,44	559,65
S ₂	11	0,5040	0,7200	8200	2975,29	4132,57
11	12	0,5597	0,7995	7900	3534,78	4421,24
12	13	0,7838	1,1197	1100	965,39	862,18
12	45	0,4486	0,6408	5000	1437,32	2242,91
45	44	0,3912	0,5588	4200	918,14	1642,96
44	38	0,5597	0,7995	1100	492,18	615,62
44	32	0,4305	0,6150	1700	450,09	731,85
S ₃	28	0,5597	0,7995	3400	1521,30	1902,81
28	27	0,5597	0,7995	2700	1208,09	1511,06
27	26	0,6153	0,8790	1200	649,08	738,39
S ₃	36	0,4486	0,6408	9900	2845,90	4440,95

Continua na próxima página

Tabela 39 – continuação

k	m	λ_{km}	r_{km}	N_{km}	$\lambda_{km}r_{km}N_{km}$	$\lambda_{km}N_{km}$
36	35	0,3912	0,5588	9600	2098,60	3755,34
35	34	0,3912	0,5588	8700	1901,85	3403,28
34	33	0,3355	0,4793	7500	1206,02	2516,27
33	39	0,5040	0,7200	1700	616,83	856,75
39	31	0,4305	0,6150	700	185,33	301,35
33	10	0,4305	0,6150	2900	767,80	1248,45
S ₃	41	0,5597	0,7995	5600	2505,66	3134,04
41	40	0,4486	0,6408	1400	402,45	628,01
41	42	0,6727	0,9610	3300	2133,51	2220,00
42	48	0,4486	0,6408	2100	603,67	942,02
48	49	0,6727	0,9610	1300	840,47	874,55
49	50	0,3912	0,5588	800	174,88	312,95
S ₄	21	0,4486	0,6408	5900	1696,04	2646,63
21	18	0,5597	0,7995	4100	1834,50	2294,57
18	19	0,4486	0,6408	2200	632,42	986,88
19	20	0,5597	0,7995	800	357,95	447,72
18	17	0,7284	1,0406	700	530,58	509,88
S ₄	22	0,6728	0,9612	3500	2263,59	2354,95
22	23	0,6153	0,8790	2400	1298,16	1476,79
23	24	0,5040	0,7200	1400	507,98	705,56
24	25	0,3912	0,5588	900	196,74	352,06
S ₄	30	0,5040	0,7200	7400	2685,01	3729,39
30	29	0,5597	0,7995	1400	626,42	783,51
30	43	0,7284	1,0406	3400	2577,08	2476,58
43	37	0,4486	0,6408	2100	603,67	942,02

Fazendo o somatório das linhas da sexta coluna da Tabela 39 tem-se que:

$$\sum_{km \in \Psi^B} \lambda_{km} r_{km} N_{km} = 67820,43. \quad (D.35)$$

Portanto, substituindo os valores das equações (D.18) e (D.35) na Equação (3.74), tem-se que:

$$SAIDI = \frac{67820,43}{65900} = 1,029 \text{ horas/ano.} \quad (D.36)$$

Fazendo o somatório das linhas da sétima coluna da Tabela 39 tem-se que:

$$\sum_{km \in \Psi^B} \lambda_{km} N_{km} = 90173,79. \quad (D.37)$$

Portanto, substituindo os valores das equações (D.18) e (D.37) na Equação (3.73), tem-se que:

$$SAIFI = \frac{90173,79}{65900} = 1,368 \text{ falhas/ano.} \quad (D.38)$$

Os resultados parciais da ENS para o sistema de distribuição de 54 nós nos níveis de carregamento 1, 2 e 3 (Caso 3) estão apresentados nas tabelas 40, 41 e 42, respectivamente.

Tabela 40 - Resultados parciais da ENS para o sistema de distribuição de 54 nós no nível de carregamento 1 (Caso 3).

k	m	$\lambda_{km,1}$	r_{km}	$P_{km,1}$	$\lambda_{km,1}r_{km}P_{km,1}$
S ₁	1	0,0575	0,7200	6,8439	0,2835
1	2	0,0639	0,7995	1,4878	0,0760
1	9	0,0702	0,8790	1,1903	0,0735
S ₁	3	0,0447	0,5588	7,9350	0,1980
3	4	0,0639	0,7995	7,2407	0,3698
4	5	0,0639	0,7995	3,2732	0,1672
5	6	0,0512	0,6408	0,6943	0,0228
4	7	0,0512	0,6408	2,8764	0,0944
7	8	0,0639	0,7995	1,8846	0,0963
S ₂	14	0,0768	0,9610	7,0423	0,5197
14	15	0,0768	0,9610	3,2732	0,2416
15	16	0,0575	0,7200	1,8846	0,0781
14	46	0,0702	0,8790	2,7773	0,1715
46	47	0,0639	0,7995	0,9919	0,0507
S ₂	11	0,0575	0,7200	8,1334	0,3369
11	12	0,0639	0,7995	7,8358	0,4002
12	13	0,0895	1,1197	1,0911	0,1093
12	45	0,0512	0,6408	4,9594	0,1628
45	44	0,0447	0,5588	4,1659	0,1040
44	38	0,0639	0,7995	1,0911	0,0557
44	32	0,0491	0,6150	1,6862	0,0510
S ₃	28	0,0639	0,8000	3,3724	0,1723
28	27	0,0639	0,7995	2,6781	0,1368
27	26	0,0702	0,8790	1,1903	0,0735
S ₃	36	0,0512	0,6408	9,8196	0,3222
36	35	0,0447	0,5588	9,5220	0,2376
35	34	0,0447	0,5588	8,6293	0,2153
34	33	0,0383	0,4793	7,4391	0,1366
33	39	0,0575	0,7200	1,6862	0,0698
39	31	0,0491	0,6150	0,6943	0,0210
33	10	0,0491	0,6150	2,8764	0,0869
S ₃	41	0,0639	0,7995	5,5545	0,2837
41	40	0,0512	0,6408	1,3886	0,0456
41	42	0,0768	0,9610	3,2732	0,2416
42	48	0,0512	0,6408	2,0829	0,0684
48	49	0,0768	0,9610	1,2894	0,0952
49	50	0,0447	0,5588	0,7935	0,0198
S ₄	21	0,0512	0,64083	5,8521	0,1920
21	18	0,0639	0,7995	4,0667	0,2077
18	19	0,0512	0,6408	2,1821	0,0716
19	20	0,0639	0,7995	0,7935	0,0405
18	17	0,0832	1,0406	0,6943	0,0601
S ₄	22	0,0768	0,9612	3,4716	0,2563

Continua na próxima página

Tabela 40 – continuação

k	m	$\lambda_{km,1}$	r_{km}	$P_{km,1}$	$\lambda_{km,1}r_{km}P_{km,1}$
22	23	0,0702	0,8790	2,3805	0,1470
23	24	0,0575	0,7200	1,3886	0,0575
24	25	0,0447	0,5588	0,8927	0,0223
S ₄	30	0,0575	0,7200	7,3399	0,3040
30	29	0,0639	0,7995	1,3886	0,0709
30	43	0,0832	1,0406	3,3724	0,2918
43	37	0,0512	0,6408	2,0829	0,0684

Tabela 41 - Resultados parciais da ENS para o sistema de distribuição de 54 nós no nível de carregamento 2 (Caso 3).

k	m	$\lambda_{km,2}$	r_{km}	$P_{km,2}$	$\lambda_{km,2}r_{km}P_{km,2}$
S ₁	1	0,3889	0,7200	2,7376	0,7665
1	2	0,4319	0,7995	0,5951	0,2055
1	9	0,4748	0,8790	0,4761	0,1987
S ₁	3	0,3019	0,5588	3,1740	0,5354
3	4	0,4319	0,7995	2,8963	1,0000
4	5	0,4319	0,7995	1,3093	0,4521
5	6	0,3462	0,6408	0,2777	0,0616
4	7	0,3462	0,6408	1,1506	0,2552
7	8	0,4319	0,7995	0,7538	0,2603
S ₂	14	0,5191	0,9610	2,8169	1,4054
14	15	0,5191	0,9610	1,3093	0,6532
15	16	0,3889	0,7200	0,7538	0,2111
14	46	0,4748	0,8790	1,1109	0,4637
46	47	0,4319	0,7995	0,3968	0,1370
S ₂	11	0,3889	0,7200	3,2534	0,9109
11	12	0,4319	0,7995	3,1343	1,0822
12	13	0,6049	1,1197	0,4364	0,2956
12	45	0,3462	0,6408	1,9838	0,4401
45	44	0,3019	0,5588	1,6664	0,2811
44	38	0,4319	0,7995	0,4364	0,1507
44	32	0,3322	0,6150	0,6745	0,1378
S ₃	28	0,4319	0,7995	1,3490	0,4658
28	27	0,4319	0,7995	1,0712	0,3699
27	26	0,4748	0,8790	0,4761	0,1987
S ₃	36	0,3462	0,6408	3,9278	0,8713
36	35	0,3019	0,5588	3,8088	0,6425
35	34	0,3019	0,5588	3,4517	0,5823
34	33	0,2589	0,4793	2,9756	0,3692
33	39	0,3889	0,7200	0,6745	0,1889
39	31	0,3322	0,6150	0,2778	0,0567
33	10	0,3322	0,6150	1,1506	0,2351
S ₃	41	0,4319	0,7995	2,2218	0,7672
41	40	0,3462	0,6408	0,5555	0,1232

Continua na próxima página

Tabela 41 – continuação

k	m	$\lambda_{km,2}$	r_{km}	$P_{km,2}$	$\lambda_{km,2}r_{km}P_{km,2}$
41	42	0,5191	0,9610	1,3093	0,6532
42	48	0,3462	0,6408	0,8332	0,1848
48	49	0,5191	0,9610	0,5158	0,2573
49	50	0,3019	0,5588	0,3174	0,0535
S ₄	21	0,3462	0,6408	2,3408	0,5193
21	18	0,4319	0,7995	1,6267	0,5617
18	19	0,3462	0,6408	0,8729	0,1936
19	20	0,4319	0,7995	0,3174	0,1096
18	17	0,5621	1,0406	0,2777	0,1625
S ₄	22	0,5192	0,9612	1,3886	0,6930
22	23	0,4748	0,8790	0,9522	0,3975
23	24	0,3889	0,7200	0,5555	0,1555
24	25	0,3019	0,5588	0,3571	0,0602
S ₄	30	0,3889	0,7200	2,9360	0,8221
30	29	0,4319	0,7995	0,5555	0,1918
30	43	0,5621	1,0406	1,3490	0,7890
43	37	0,3462	0,6408	0,8332	0,1848

Tabela 42 - Resultados parciais da ENS para o sistema de distribuição de 54 nós no nível de carregamento 3 (Caso 3).

k	m	$\lambda_{km,3}$	r_{km}	$P_{km,3}$	$\lambda_{km,3}r_{km}P_{km,3}$
S ₁	1	0,0575	0,7200	2,0532	0,0850
1	2	0,0639	0,7995	0,4463	0,0228
1	9	0,0702	0,8790	0,3571	0,0221
S ₁	3	0,0447	0,5588	2,3805	0,0594
3	4	0,0639	0,7995	2,1722	0,1110
4	5	0,0639	0,7995	0,9820	0,0502
5	6	0,0512	0,6408	0,2083	0,0068
4	7	0,0512	0,6408	0,8629	0,0283
7	8	0,0639	0,7995	0,5654	0,0289
S ₂	14	0,0768	0,9610	2,1127	0,1559
14	15	0,0768	0,9610	0,9820	0,0725
15	16	0,0575	0,7200	0,5654	0,0234
14	46	0,0702	0,8790	0,8332	0,0515
46	47	0,0639	0,7995	0,2976	0,0152
S ₂	11	0,0575	0,7200	2,4400	0,1011
11	12	0,0639	0,7995	2,3507	0,1201
12	13	0,0895	1,1197	0,3273	0,0328
12	45	0,0512	0,6408	1,4878	0,0488
45	44	0,0447	0,5588	1,2498	0,0312
44	38	0,0639	0,7995	0,3273	0,0167
44	32	0,0491	0,6150	0,5059	0,0153
S ₃	28	0,0639	0,7995	1,0117	0,0517
28	27	0,0639	0,7995	0,8034	0,0410

Continua na próxima página

Tabela 42 – continuação

k	m	$\lambda_{km,3}$	r_{km}	$P_{km,3}$	$\lambda_{km,3}r_{km}P_{km,3}$
27	26	0,07024	0,8790	0,3571	0,0221
S ₃	36	0,0512	0,6408	2,9459	0,0967
36	35	0,0447	0,5588	2,8566	0,0713
35	34	0,0447	0,5588	2,5888	0,0646
34	33	0,0383	0,4793	2,2317	0,0410
33	39	0,0575	0,7200	0,5059	0,0210
39	31	0,0491	0,6150	0,2083	0,0063
33	10	0,0491	0,6150	0,8629	0,0261
S ₃	41	0,0639	0,7995	1,6664	0,0851
41	40	0,0512	0,6408	0,4166	0,0137
41	42	0,0768	0,9610	0,9820	0,0725
42	48	0,0512	0,6408	0,6249	0,0205
48	49	0,0768	0,9610	0,3868	0,0285
49	50	0,0447	0,5588	0,2381	0,0059
S ₄	21	0,0512	0,6408	1,7556	0,0576
21	18	0,0639	0,7995	1,2200	0,0623
18	19	0,0512	0,6408	0,6546	0,0215
19	20	0,0639	0,7995	0,2381	0,0122
18	17	0,0832	1,0406	0,2083	0,0180
S ₄	22	0,0768	0,9612	1,0415	0,0769
22	23	0,0702	0,8790	0,7142	0,0441
23	24	0,0575	0,7200	0,4166	0,0173
24	25	0,0447	0,5588	0,2678	0,0067
S ₄	30	0,0575	0,7200	2,2020	0,0912
30	29	0,0639	0,7995	0,4166	0,0213
30	43	0,0832	1,0406	1,0117	0,0875
43	37	0,0512	0,6408	0,6249	0,0205

Fazendo o somatório das linhas da sexta coluna das tabelas 40, 41 e 42, tem-se, respectivamente, que:

$$\sum_{km \in \Psi^B} \lambda_{km,1} r_{km} P_{km,1} = 7,6792, \quad (\text{D.39})$$

$$\sum_{km \in \Psi^B} \lambda_{km,2} r_{km} P_{km,2} = 20,7644, \quad (\text{D.40})$$

$$\sum_{km \in \Psi^B} \lambda_{km,3} r_{km} P_{km,3} = 2,3038. \quad (\text{D.41})$$

Portanto, substituindo os valores das equações (D.39), (D.40) e (D.41) na Equação (3.75) e sabendo que $S_{\text{base}} = 1000$ kVA, tem-se que:

$$ENS = 1000(7,6792 + 20,7644 + 2,3038) = 30,747 \text{ MWh/ano.} \quad (\text{D.42})$$

D.2.4 Caso 4

Os resultados parciais do SAIFI e do SAIDI para o sistema de distribuição de 54 nós (Caso 4) estão apresentados na Tabela 43.

Tabela 43 - Resultados parciais do SAIFI e do SAIDI para o sistema de distribuição de 54 nós (Caso 4).

k	m	λ_{km}	r_{km}	N_{km}	$\lambda_{km}r_{km}N_{km}$	$\lambda_{km}N_{km}$
S ₁	1	0,5040	0,7200	6900	2503,59	3477,41
1	2	0,5597	0,7995	1500	671,16	839,48
1	9	0,6153	0,8790	1200	649,08	738,39
S ₁	3	0,3912	0,5588	8000	1748,83	3129,45
3	4	0,5597	0,7995	7300	3266,31	4085,45
4	5	0,5597	0,7995	3300	1476,55	1846,85
5	6	0,4486	0,6408	700	201,22	314,01
4	7	0,4486	0,6408	2900	833,65	1300,89
7	8	0,5597	0,7995	1900	850,12	1063,34
S ₂	14	0,6727	0,9610	7100	4590,28	4776,37
14	15	0,6727	0,9610	3300	2133,51	2220,00
15	16	0,5040	0,7200	1900	689,40	957,55
14	46	0,6153	0,8790	2800	1514,51	1722,92
46	47	0,5597	0,7995	1000	447,44	559,65
S ₂	11	0,5040	0,7200	6500	2358,46	3275,82
11	12	0,5597	0,7995	6200	2774,13	3469,83
12	13	0,7838	1,1197	1100	965,39	862,18
12	45	0,4486	0,6408	3300	948,63	1480,32
45	44	0,3912	0,5588	2500	546,51	977,95
44	38	0,5597	0,7995	1100	492,18	615,62
S ₃	28	0,5597	0,7995	3400	1521,30	1902,81
28	27	0,5597	0,7995	2700	1208,09	1511,06
27	26	0,6153	0,8790	1200	649,08	738,39
S ₃	36	0,4486	0,6408	9900	2845,90	4440,95
36	35	0,3912	0,5588	9600	2098,60	3755,34
35	34	0,3912	0,5588	8700	1901,85	3403,28
34	33	0,3355	0,4793	7500	1206,02	2516,27
33	39	0,5040	0,7200	1700	616,83	856,75
39	31	0,4305	0,6150	700	185,33	301,35
33	10	0,4305	0,6150	2900	767,80	1248,45
S ₃	41	0,5597	0,7995	5600	2505,67	3134,04
41	40	0,4486	0,6408	1400	402,45	628,01
41	42	0,6727	0,9610	3300	2133,51	2220,00
42	48	0,4486	0,6408	2100	603,68	942,02
48	49	0,6727	0,9610	1300	840,47	874,55
49	50	0,3912	0,5588	800	174,88	312,95
S ₄	21	0,4486	0,6408	5900	1696,04	2646,63
21	18	0,5597	0,7995	4100	1834,51	2294,57
18	19	0,4486	0,6408	2200	632,42	986,88
19	20	0,5597	0,7995	800	357,95	447,72
18	17	0,7284	1,0406	700	530,58	509,88
S ₄	22	0,6728	0,9612	3500	2263,59	2354,95
22	23	0,6153	0,8790	2400	1298,16	1476,79

Continua na próxima página

Tabela 43 – continuação

k	m	λ_{km}	r_{km}	N_{km}	$\lambda_{km}r_{km}N_{km}$	$\lambda_{km}N_{km}$
23	24	0,5040	0,7200	1400	507,98	705,56
24	25	0,3912	0,5588	900	196,74	352,06
S ₄	30	0,5040	0,7200	9100	3301,84	4586,15
30	29	0,5597	0,7995	1400	626,42	783,51
30	43	0,7284	1,0406	5100	3865,62	3714,87
43	37	0,4486	0,6408	3800	1092,36	1704,61
37	32	0,4305	0,6150	1700	450,09	731,85

Fazendo o somatório das linhas da sexta coluna da Tabela 43 tem-se que:

$$\sum_{km \in \Psi^B} \lambda_{km} r_{km} N_{km} = 67976,70. \quad (D.43)$$

Portanto, substituindo os valores das equações (D.18) e (D.43) na Equação (3.74), tem-se que:

$$SAIDI = \frac{67976,70}{65900} = 1,032 \text{ horas/ano.} \quad (D.44)$$

Fazendo o somatório das linhas da sétima coluna da Tabela 43 tem-se que:

$$\sum_{km \in \Psi^B} \lambda_{km} N_{km} = 89795,67. \quad (D.45)$$

Portanto, substituindo os valores das equações (D.18) e (D.45) na Equação (3.73), tem-se que:

$$SAIFI = \frac{89795,67}{65900} = 1,363 \text{ falhas/ano.} \quad (D.46)$$

Os resultados parciais da ENS para o sistema de distribuição de 54 nós nos níveis de carregamento 1, 2 e 3 (Caso 4) estão apresentados nas tabelas 44, 45 e 46, respectivamente.

Tabela 44 - Resultados parciais da ENS para o sistema de distribuição de 54 nós no nível de carregamento 1 (Caso 4).

k	m	$\lambda_{km,1}$	r_{km}	$P_{km,1}$	$\lambda_{km,1}r_{km}P_{km,1}$
S ₁	1	0,0575	0,7200	6,8439	0,2835
1	2	0,0639	0,7995	1,4878	0,0760
1	9	0,0702	0,8790	1,1903	0,0735
S ₁	3	0,0447	0,5588	7,9350	0,1980
3	4	0,0639	0,7995	7,2407	0,3698
4	5	0,0639	0,7995	3,2732	0,1672
5	6	0,0512	0,6408	0,6943	0,0228
4	7	0,0512	0,6408	2,8764	0,0944
7	8	0,0639	0,7995	1,8846	0,0963
S ₂	14	0,0768	0,9610	7,0423	0,5198

Continua na próxima página

Tabela 44 – continuação

k	m	$\lambda_{km,1}$	r_{km}	$P_{km,1}$	$\lambda_{km,1}r_{km}P_{km,1}$
14	15	0,0768	0,9610	3,2732	0,2416
15	16	0,0575	0,7200	1,8846	0,0781
14	46	0,0702	0,8790	2,7773	0,1715
46	47	0,0639	0,7995	0,9919	0,0507
S ₂	11	0,0575	0,7200	6,4472	0,2670
11	12	0,0639	0,7995	6,1496	0,3141
12	13	0,0895	1,1197	1,0911	0,1093
12	45	0,0512	0,6408	3,2732	0,1074
45	44	0,0447	0,5588	2,4797	0,0619
44	38	0,0639	0,7995	1,0911	0,0557
S ₃	28	0,0639	0,7995	3,3724	0,1723
28	27	0,0639	0,7995	2,6781	0,1368
27	26	0,0702	0,8790	1,1903	0,0735
S ₃	36	0,0512	0,6408	9,8196	0,3222
36	35	0,0447	0,5588	9,5220	0,2376
35	34	0,0447	0,5588	8,6293	0,2153
34	33	0,0383	0,4793	7,4391	0,1366
33	39	0,0575	0,7200	1,6862	0,0698
39	31	0,0491	0,6150	0,6943	0,0210
33	10	0,0491	0,6150	2,8764	0,0869
S ₃	41	0,0639	0,7995	5,5545	0,2837
41	40	0,0512	0,6408	1,3886	0,0456
41	42	0,0768	0,9610	3,2732	0,2416
42	48	0,0512	0,6408	2,0829	0,0684
48	49	0,0768	0,9610	1,2894	0,0952
49	50	0,0447	0,5588	0,7935	0,0198
S ₄	21	0,0512	0,6408	5,8521	0,1920
21	18	0,0639	0,7995	4,0667	0,2077
18	19	0,0512	0,6408	2,1821	0,0716
19	20	0,0639	0,7995	0,7935	0,0405
18	17	0,0832	1,0406	0,6943	0,0601
S ₄	22	0,0768	0,9612	3,4716	0,2563
22	23	0,0702	0,8790	2,3805	0,1470
23	24	0,0575	0,7200	1,3886	0,0575
24	25	0,0447	0,5588	0,8927	0,0223
S ₄	30	0,0575	0,7200	9,0261	0,3739
30	29	0,0639	0,7995	1,3886	0,0709
30	43	0,0832	1,0406	5,0586	0,4377
43	37	0,0512	0,6408	3,7691	0,1237
37	32	0,0491	0,6150	1,6862	0,0510

Tabela 45 - Resultados parciais da ENS para o sistema de distribuição de 54 nós no nível de carregamento 2 (Caso 4).

k	m	$\lambda_{km,2}$	r_{km}	$P_{km,2}$	$\lambda_{km,2}r_{km}P_{km,2}$
S ₁	1	0,3889	0,7200	2,7376	0,7665
1	2	0,4319	0,7995	0,5951	0,2055
1	9	0,4748	0,8790	0,4761	0,1987
S ₁	3	0,3019	0,5588	3,1740	0,5354
3	4	0,4319	0,7995	2,8963	1,0000
4	5	0,4319	0,7995	1,3093	0,4521
5	6	0,3462	0,6408	0,2777	0,0616
4	7	0,3462	0,6408	1,1506	0,2552
7	8	0,4319	0,7995	0,7538	0,2603
S ₂	14	0,5191	0,9610	2,8169	1,4054
14	15	0,5191	0,9610	1,3093	0,6532
15	16	0,3889	0,7200	0,7538	0,2111
14	46	0,4748	0,8790	1,1109	0,4637
46	47	0,4319	0,7995	0,3968	0,1370
S ₂	11	0,3889	0,7200	2,5789	0,7221
11	12	0,4319	0,7995	2,4599	0,8494
12	13	0,6049	1,1197	0,4364	0,2956
12	45	0,3462	0,6408	1,3093	0,2904
45	44	0,3019	0,5588	0,9919	0,1673
44	38	0,4319	0,7995	0,4364	0,1507
S ₃	28	0,4319	0,7995	1,3490	0,4658
28	27	0,4319	0,7995	1,0712	0,3699
27	26	0,4748	0,8790	0,4761	0,1987
S ₃	36	0,3462	0,6408	3,9278	0,8713
36	35	0,3019	0,5588	3,8088	0,6425
35	34	0,3019	0,5588	3,4517	0,5823
34	33	0,2589	0,4793	2,9756	0,3693
33	39	0,3889	0,7200	0,6745	0,1889
39	31	0,3322	0,6150	0,2777	0,0567
33	10	0,3322	0,6150	1,1506	0,2351
S ₃	41	0,4319	0,7995	2,2218	0,7673
41	40	0,3462	0,6408	0,5555	0,1232
41	42	0,5191	0,9610	1,3093	0,6532
42	48	0,3462	0,6408	0,8332	0,1848
48	49	0,5191	0,9610	0,5158	0,2573
49	50	0,3019	0,5588	0,3174	0,0535
S ₄	21	0,3462	0,6408	2,3408	0,5193
21	18	0,4319	0,7995	1,6267	0,5617
18	19	0,3462	0,6408	0,8729	0,1936
19	20	0,4319	0,7995	0,3174	0,1096
18	17	0,5621	1,0406	0,2777	0,1625
S ₄	22	0,5192	0,9612	1,3886	0,6930
22	23	0,4748	0,8790	0,9522	0,3975

Continua na próxima página

Tabela 45 – continuação

k	m	$\lambda_{km,2}$	r_{km}	$P_{km,2}$	$\lambda_{km,2}r_{km}P_{km,2}$
23	24	0,3889	0,7200	0,5555	0,1555
24	25	0,3019	0,5588	0,3571	0,0602
S ₄	30	0,3889	0,7200	3,6104	1,0109
30	29	0,4319	0,7995	0,5555	0,1918
30	43	0,5621	1,0405	2,0234	1,1835
43	37	0,3462	0,6408	1,5078	0,3345
37	32	0,3322	0,6150	0,6745	0,1378

Tabela 46 - Resultados parciais da ENS para o sistema de distribuição de 54 nós no nível de carregamento 3 (Caso 4).

k	m	$\lambda_{km,3}$	r_{km}	$P_{km,3}$	$\lambda_{km,3}r_{km}P_{km,3}$
S ₁	1	0,0575	0,7200	2,0532	0,0850
1	2	0,0639	0,7995	0,4463	0,0228
1	9	0,0702	0,8790	0,3571	0,0221
S ₁	3	0,0447	0,5588	2,3805	0,0594
3	4	0,0639	0,7995	2,1722	0,1110
4	5	0,0639	0,7995	0,9820	0,0502
5	6	0,0512	0,6408	0,2083	0,0068
4	7	0,0512	0,6408	0,8629	0,0283
7	8	0,0639	0,7995	0,5654	0,0289
S ₂	14	0,0768	0,9610	2,1127	0,1559
14	15	0,0768	0,9610	0,9820	0,0725
15	16	0,0575	0,7200	0,5654	0,0234
14	46	0,0702	0,8790	0,8332	0,0515
46	47	0,0639	0,7995	0,2976	0,0152
S ₂	11	0,0575	0,7200	1,9342	0,0801
11	12	0,0639	0,7995	1,8449	0,0942
12	13	0,0895	1,1197	0,3273	0,0328
12	45	0,0512	0,6408	0,9820	0,0322
45	44	0,0447	0,5588	0,7439	0,0186
44	38	0,0639	0,7995	0,3273	0,0167
S ₃	28	0,0639	0,7995	1,0117	0,0517
28	27	0,0639	0,7995	0,8034	0,0410
27	26	0,0702	0,8790	0,3571	0,0221
S ₃	36	0,0512	0,6408	2,9459	0,0967
36	35	0,0447	0,5588	2,8566	0,0713
35	34	0,0447	0,5588	2,5888	0,0646
34	33	0,0383	0,4793	2,2317	0,0410
33	39	0,0575	0,7200	0,5059	0,0210
39	31	0,0491	0,6150	0,2082	0,0063
33	10	0,0491	0,6150	0,8629	0,0261
S ₃	41	0,0639	0,7995	1,6664	0,0851
41	40	0,0512	0,6408	0,4166	0,0137
41	42	0,0768	0,9610	0,9810	0,0725

Continua na próxima página

Tabela 46 – continuação

k	m	$\lambda_{km,3}$	r_{km}	$P_{km,3}$	$\lambda_{km,3}r_{km}P_{km,3}$
42	48	0,0512	0,6408	0,6249	0,0205
48	49	0,0768	0,9610	0,3868	0,0286
49	50	0,0447	0,5588	0,2381	0,0059
S ₄	21	0,0512	0,6408	1,7556	0,0576
21	18	0,0639	0,7995	1,2200	0,0623
18	19	0,0512	0,6408	0,6546	0,0215
19	20	0,0639	0,7995	0,2381	0,0122
18	17	0,0832	1,0406	0,2083	0,0180
S ₄	22	0,0768	0,9612	1,0415	0,0769
22	23	0,0702	0,8790	0,7142	0,0441
23	24	0,0575	0,7200	0,4166	0,0173
24	25	0,0447	0,5588	0,2678	0,0067
S ₄	30	0,0575	0,7200	2,7078	0,1122
30	29	0,0639	0,7995	0,4166	0,0213
30	43	0,0832	1,0406	1,5176	0,1313
43	37	0,0512	0,6408	1,1307	0,0371
37	32	0,0491	0,6150	0,5059	0,0153

Fazendo o somatório das linhas da sexta coluna das tabelas 44, 45 e 46, tem-se, respectivamente, que:

$$\sum_{km \in \Psi^B} \lambda_{km,1} r_{km} P_{km,1} = 7,6968, \quad (\text{D.47})$$

$$\sum_{km \in \Psi^B} \lambda_{km,2} r_{km} P_{km,2} = 20,8123, \quad (\text{D.48})$$

$$\sum_{km \in \Psi^B} \lambda_{km,3} r_{km} P_{km,3} = 2,3091. \quad (\text{D.49})$$

Portanto, substituindo os valores das equações (D.47), (D.48) e (D.49) na Equação (3.75) e sabendo que $S_{\text{base}} = 1000$ kVA, tem-se que:

$$ENS = 1000(7,6968 + 20,8123 + 2,3091) = 30,818 \text{ MWh/ano.} \quad (\text{D.50})$$