

**UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL  
ESCOLA DE ENGENHARIA  
CURSO DE ENGENHARIA CIVIL**

**Daniel Goldstein Fridman**

**APLICATIVO MÓVEL PARA DIMENSIONAMENTO DE  
LAJES E VIGAS DE CONCRETO ARMADO COMO  
ELEMENTOS ISOLADOS**

Porto Alegre

2021

**DANIEL GOLDSTEIN FRIDMAN**

**APLICATIVO MÓVEL PARA DIMENSIONAMENTO DE  
LAJES E VIGAS DE CONCRETO ARMADO COMO  
ELEMENTOS ISOLADOS**

Trabalho de Diplomação apresentado à Comissão de Graduação do Curso de Engenharia Civil da Escola de Engenharia da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, como parte dos requisitos para obtenção do título de Engenheiro Civil

**Orientador: João Ricardo Masuero**

Porto Alegre

2021

**DANIEL GOLDSTEIN FRIDMAN**

**APLICATIVO MÓVEL PARA DIMENSIONAMENTO DE  
LAJES E VIGAS DE CONCRETO ARMADO COMO  
ELEMENTOS ISOLADOS**

Este Trabalho de Diplomação foi julgado adequado como pré-requisito para obtenção do título de ENGENHEIRO CIVIL e aprovado em sua forma final pelo Professor Orientador e pela Comissão de Graduação do Curso de Engenharia Civil da Universidade Federal do Rio Grande do Sul.

Porto Alegre, 18 de maio de 2021

Prof. João Ricardo Masuero  
Dr. Pela Universidade Federal do Rio Grande do Sul  
Orientador

**BANCA EXAMINADORA**

**Prof. João Ricardo Masuero (UFRGS)**  
Dr. pela Universidade Federal do Rio Grande do Sul

**Profa. Paula Manica Lazzari (UFRGS)**  
Dra. pela Universidade Federal do Rio Grande do Sul

**Prof. Alexandre Rodrigues Pacheco (UFRGS)**  
Dr. pela Pennsylvania State University, Estados Unidos

À minha família.

## **AGRADECIMENTOS**

Agradeço à Universidade Federal do Rio Grande do Sul por me proporcionar uma formação acadêmica, profissional e pessoal do mais alto nível. Aos professores e aos colegas que encontrei durante o curso, que fazem da universidade o que ela é hoje.

Ao professor João Ricardo Masuero por demonstrar na orientação deste trabalho a mesma paixão com a qual leciona as disciplinas do curso – sempre disponível, atencioso e interessado. Agradeço pelas lições de engenharia e de vida, que foram muito além do escopo do trabalho.

À minha família, que não apenas apoiou toda a minha jornada até a graduação, mas também me regou com ensinamentos ainda mais valiosos que os vistos em sala de aula.

Agradeço aos professores Fernando Schnaid da UFRGS, Rodrigo Salgado e Monica Prezzi da Purdue University – West Lafayette por terem me ajudado a trilhar o meu caminho e por me mostrarem tanto ao longo dele.

“The good thing about science is that it’s true whether or not you believe in it.”

*Neil deGrasse Tyson*

## RESUMO

Com o avanço da informática, cada vez mais os cálculos complexos de disciplinas de engenharia, como dimensionamentos estruturais, têm sido automatizados. Este trabalho aplica os conceitos abordados nos dimensionamentos de elementos de concreto armado – lajes maciças e vigas de seção transversal retangular – como elementos isolados, seguindo a NBR 6118 (ABNT, 2014), em um aplicativo móvel para o projeto desses componentes estruturais. Para as lajes, é feita a análise elástica em ELS e plástica, utilizando o modelo de linhas de ruptura, para ELU. As cargas podem ser superficiais distribuídas e lineares (paredes). Para o dimensionamento das vigas em ELU, são permitidos trechos com cargas distribuídas e concentradas; a rigidez dos pilares é considerada tanto em apoios de extremidade quanto em apoios intermediários. O aplicativo, pensado unicamente para dispositivos móveis, apresenta uma interface de entrada de dados intuitiva e amigável, com controles que permitem agilidade e resposta gráfica aos comandos de edição dos elementos. A interface de saída dos resultados também é muito visual, apresentando como resultados no aplicativo o detalhamento executivo, as solicitações atuantes nos elementos e as reações nos apoios. Além disso, é possível gerar um memorial de cálculo em formato *PDF*, compartilhar a configuração escolhida através de outros aplicativos e enviar dúvidas ou resultados inesperados ao desenvolvedor.

Palavras-chave: Dimensionamento estrutural. Aplicativo. Concreto armado. Lajes. Vigas.

## **ABSTRACT**

With the advancements of information technology, the complex calculations of engineering disciplines, such as structural analyses, have more and more been automated. This paper applies the concepts covered in structural designs of reinforced concrete elements – solid slabs and beams of rectangular cross-section – as isolated elements, following the NBR 6118 (ABNT, 2014) code, to a mobile application for the design of these structural components. For the slabs, the analyses are elastic for SLS and plastic for ULS, using the yield-line theory. The loads are distributed surface and linear (wall) loads. For the design of beams in ULS, segments of distributed and concentrated loads are allowed; column stiffness is considered both for ending and central supports. The application, designed exclusively for mobile devices, has an intuitive, user-friendly data entry interface, with controls that allow agility, and graphical responses to the editing commands. The output interface is also very visual, presenting results that include the executive design details, the internal forces, and the support reactions. In addition, the user can generate calculation memories in PDF format, share the element configurations through external applications and send questions or unexpected results to the developer.

**Keywords:** Structural design. Mobile application. Reinforced concrete. Slabs. Beams.



## LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Fluxograma para o dimensionamento de uma laje maciça.....	21
Figura 2 - Classificação de lajes quanto à relação entre os lados.....	22
Figura 3 - Coeficiente k para lajes armadas em uma direção.....	24
Figura 4 - Coeficiente k para lajes armadas em duas direções.....	25
Figura 5 - Ilustração de uma laje armada em duas direções.....	26
Figura 6 - Formulação para as solicitações em lajes armadas em duas direções.....	27
Figura 7 - Fluxograma para o dimensionamento de uma viga.....	30
Figura 8 - Aproximação dos efeitos de pilares em vigas.....	31
Figura 9 - Ilustração de uma viga como pórtico (a) em um pavimento intermediário, (b) em uma cobertura e (c) em um pavimento único.....	32
Figura 10 - Arredondamento do diagrama de momentos fletores.....	33
Figura 11 - Fluxograma para o dimensionamento das armaduras longitudinais das vigas.....	35
Figura 12 - Fluxograma para o dimensionamento de armaduras transversais das vigas.....	36
Figura 13 - Página principal do aplicativo.....	38
Figura 14 - Apresentação da página de lajes.....	39
Figura 15 - Alteração das dimensões de vão livre da laje.....	40
Figura 16 - Modificação das configurações de apoio da laje.....	41
Figura 17 - Escolha da espessura da laje.....	42
Figura 18 - Escolha dos materiais utilizados no concreto armado.....	43
Figura 19 - Composições e cargas permanentes.....	44
Figura 20 - Adicionar configuração de carga permanente.....	45
Figura 21 – Criar e escolher composição de cargas permanentes.....	46
Figura 22 - Edição de cargas e composições permanentes.....	47
Figura 23 - Escolha das cargas acidentais.....	48
Figura 24 - Edição da configuração de paredes.....	49
Figura 25 - Ajustes da laje.....	50
Figura 26 - Abrir, salvar, compartilhar laje.....	51
Figura 27 - Laje pronta para o dimensionamento.....	52
Figura 28 - Página de resultados das lajes: detalhamento e flecha.....	53
Figura 29 - Página de resultados das lajes: solicitações, reações nos bordos e taxas de armadura.....	54
Figura 30 - Gerando a memória de cálculo para lajes.....	55

Figura 31 – Apresentação da página de vigas .....	56
Figura 32 - Criar novo vão .....	57
Figura 33 – Edição de vão .....	58
Figura 34 - Edição de apoio.....	59
Figura 35 - Ajustes do dimensionamento de vigas.....	60
Figura 36 - Criação de nova carga para o vão .....	61
Figura 37 - Indicação do peso próprio da seção .....	62
Figura 38 - Escolha da classe do concreto utilizado.....	63
Figura 39 - Abrir, salvar, compartilhar viga.....	64
Figura 40 - Dimensionar a viga .....	65
Figura 41 - Página de resultados das vigas: armaduras longitudinais .....	65
Figura 42 - Página de resultados das vigas: estribos, diagramas de momento fletor e força cortante .....	66
Figura 43 - Gerando a memória de cálculo para vigas .....	67
Figura 44 - Ajustes gerais do aplicativo .....	68
Figura 45 - Pavimento fictício para o exemplo de uso do aplicativo .....	69
Figura 46 - Geometria do pavimento fictício .....	70
Figura 47 - Composições de cargas permanentes para o pavimento fictício.....	71
Figura 48 - Laje L5: parâmetros de dimensionamento.....	72
Figura 49 - Laje L5: detalhamento e flechas calculadas .....	73
Figura 50 - Laje L5: solicitações, reações nos bordos e taxas de armadura.....	73
Figura 51 - Laje L6: parâmetros de dimensionamento.....	74
Figura 52 - Laje L6: detalhamento e flechas calculadas .....	75
Figura 53 - Laje L6: solicitações, reações nos bordos e taxas de armadura.....	75
Figura 54 - Laje L3: parâmetros de dimensionamento.....	76
Figura 55 - Laje L3: detalhamento e flechas calculadas .....	77
Figura 56 - Laje L3: solicitações, reações nos bordos e taxas de armadura.....	77
Figura 57 - Laje L4: parâmetros de dimensionamento.....	78
Figura 58 - Laje L4: detalhamento e flechas calculadas .....	79
Figura 59 - Laje L4: solicitações, reações nos bordos e taxas de armadura.....	79
Figura 60 - Laje L2: parâmetros de dimensionamento.....	80
Figura 61 - Laje L2: detalhamento e flechas calculadas .....	81
Figura 62 - Laje L2: solicitações, reações nos bordos e taxas de armadura.....	81
Figura 63 - Laje L1: parâmetros de dimensionamento.....	82

Figura 64 - Laje L1: detalhamento e flechas calculadas .....	83
Figura 65 - Laje L1: solicitações, reações nos bordos e taxas de armadura.....	83
Figura 66 - Projeto executivo das armaduras negativas .....	84
Figura 67 - Viga V4: configuração de dimensionamento.....	85
Figura 68 - Viga V4: resultados do dimensionamento .....	86
Figura 69 - Mensagem: avaliar necessidade de armadura de suspensão .....	86
Figura 70 - Viga V7: configuração de dimensionamento.....	87
Figura 71 - Viga V7: resultados do dimensionamento .....	87
Figura 72 - Viga V1: configuração de dimensionamento.....	88
Figura 73 - Viga V1: mensagem após a primeira tentativa de dimensionamento.....	88
Figura 74 - Viga V1: resultados do dimensionamento .....	89
Figura 75 - Viga V2: configuração de dimensionamento.....	90
Figura 76 - Geometria alterada do pavimento fictício.....	90
Figura 77 - Viga V2: nova configuração de dimensionamento.....	91
Figura 78 - Viga V2: resultados do dimensionamento .....	91
Figura 79 - Viga V3: configuração de dimensionamento.....	92
Figura 80 - Viga V3: resultados do dimensionamento .....	92
Figura 81 - Viga V5: configuração de dimensionamento.....	93
Figura 82 - Viga V5: resultados do dimensionamento .....	93
Figura 83 - Viga V6: configuração de dimensionamento.....	94
Figura 84 - Viga V6: diagrama de momento fletor .....	95
Figura 85 – Mensagem de falha no dimensionamento: vão sem momento positivo.....	95
Figura 86 - Viga V8: configuração de dimensionamento.....	96
Figura 87 - Viga V8: resultados do dimensionamento .....	96

## LISTA DE SÍMBOLOS

$A_{s,dist}$  – Taxa de armadura de distribuição

$A_{s,ef}$  – Área de armadura efetiva

$A_{s,princ}$  – Taxa de armadura na direção do vão principal

$a$  – Comprimento do menor lado da laje

$b$  – Comprimento do maior lado da laje

$b_w$  – Largura de influência da parede

$b_{w,e}$  – Largura de influência da parede para a região de momento negativo

$b_{w,v}$  – Largura de influência da parede para a região de momento positivo

$d$  – Altura útil da seção

$E_{cs}$  – Módulo de elasticidade secante do concreto

$f(t = 0)$  – Flecha imediata

$f(t = \infty)$  – Flecha de longa duração

$f_{adm}$  – Flecha admissível

$f_{ck}$  – Resistência característica de compressão do concreto

$I_{eq}$  – Momento de inércia equivalente da seção

$h$  – Espessura da laje

$i$  – Grau de engastamento

$k$  – Coeficiente dependente da vinculação e da relação entre os lados da laje

$L_x$  – Vão da laje na direção X

$L_y$  – Vão da laje na direção Y

$\ell$  – Comprimento do vão principal da laje

$\ell_{\text{sup}}$  – Altura do pé direito superior do pavimento

$\ell_{\text{inf}}$  – Altura do pé direito inferior do pavimento

$m_a$  – Solicitação atuante no centro do vão principal da laje

$m_b$  – Solicitação atuante no centro do vão secundário da laje

$P_{d,\text{ser}}$  – Valor de cálculo das combinações de cargas de serviço

$R$  – Reação do apoio

$t$  – Largura do apoio

$t_0$  – Momento de aplicação da carga

$V_{\text{sk}}$  – Força cortante atuante

$V_{\text{sk,esq}}$  – Força cortante atuante na região à esquerda do vão

$V_{\text{sk,dir}}$  – Força cortante atuante na região à direita do vão

$V_{\text{sk,min}}$  – Força cortante resistida pela armadura transversal mínima

$V_{\text{sd}}$  – Força cortante de projeto

$V_{\text{sd,esq}}$  – Força cortante de projeto na região à esquerda do vão

$V_{\text{sd,dir}}$  – Força cortante de projeto na região à direita do vão

$V_{\text{Rd2}}$  – Força cortante resistente de projeto das diagonais comprimida

$\alpha_f$  – Fator de influência da fluência do concreto

$\gamma_n$  – Coeficiente de majoração de esforços para lajes pouco espessas

$\Delta M$  – Redução do momento fletor pelo arredondamento

$\theta$  – Ângulo de inclinação da biela comprimida do concreto

$\rho_{\min}$  – Taxa de armadura mínima

$\varphi$  – Coeficiente de ortotropia

## SUMÁRIO

<b>1 INTRODUÇÃO .....</b>	<b>17</b>
<b>2 DIRETRIZES DO TRABALHO.....</b>	<b>19</b>
2.1 OBJETIVOS .....	19
2.2 DELIMITAÇÕES E LIMITAÇÕES .....	19
2.3 DELINEAMENTO.....	20
<b>3 ANÁLISE E DIMENSIONAMENTO DE LAJES MACIÇAS .....</b>	<b>21</b>
3.1 MODELO ESTRUTURAL .....	22
3.2 DIMENSIONAMENTO EM ELS .....	22
3.3 DIMENSIONAMENTO EM ELU .....	26
<b>4 ANÁLISE E DIMENSIONAMENTO DE VIGAS DE SEÇÃO TRANSVERSAL RETANGULAR.....</b>	<b>30</b>
4.1 MODELO ESTRUTURAL .....	31
4.2 DIMENSIONAMENTO DAS ARMADURAS .....	33
4.2.1 Armadura Longitudinal.....	33
4.2.2 Armadura Transversal.....	35
4.2.3 Armaduras Complementares .....	37
<b>5 MANUAL DE UTILIZAÇÃO DO APLICATIVO .....</b>	<b>38</b>
5.1 LAJES.....	38
5.1.1 Geometria.....	39
5.1.2 Materiais utilizados .....	42
5.1.3 Cargas .....	43
5.1.4 Paredes e outros ajustes .....	48
5.1.5 Abrir, salvar e compartilhar configuração .....	50
5.1.6 Dimensionamento e resultados .....	51
5.1.7 Critérios para a escolha das armaduras.....	55
5.2 VIGAS .....	56
5.2.1 Vãos.....	57
5.2.2 Apoios .....	58
5.2.3 Ajustes .....	60
5.2.4 Cargas .....	61
5.2.5 Materiais utilizados .....	62
5.2.6 Abrir, salvar e compartilhar configuração .....	63

<b>5.2.7 Dimensionamento e resultados .....</b>	<b>64</b>
<b>5.2.8 Critérios para a escolha das armaduras.....</b>	<b>67</b>
<b>5.3 AJUSTES GERAIS .....</b>	<b>68</b>
<b>6 EXEMPLO DE UTILIZAÇÃO DO APLICATIVO .....</b>	<b>69</b>
<b>6.1 LAJES.....</b>	<b>71</b>
<b>6.2 VIGAS .....</b>	<b>85</b>
<b>7 DESENVOLVIMENTO DO APLICATIVO .....</b>	<b>97</b>
<b>8 CONSIDERAÇÕES FINAIS.....</b>	<b>98</b>
<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....</b>	<b>100</b>
<b>APÊNDICE A – Exemplo de memória de cálculo para uma laje .....</b>	<b>102</b>
<b>APÊNDICE B – Exemplo de memória de cálculo para uma viga .....</b>	<b>106</b>



## 1 INTRODUÇÃO

O concreto armado é muito utilizado como material estrutural na construção civil; isso se deve, em grande parte, às suas propriedades - advindas da associação do concreto com barras de aço - que proporcionam economia, adaptação a diversas formas em construções e resistência ao fogo, além de dispensarem manutenções frequentes (ARAÚJO, 2014). O dimensionamento das estruturas segue a NBR 6118 (ABNT, 2014), tomando como base as ações descritas na NBR 6120 (ABNT, 2019) e na NBR 6123 (ABNT, 1988), e necessita tanto de uma análise global da estrutura quanto local dos seus elementos, o que pode aumentar em muito a complexidade para a elaboração de projetos.

Com o progresso da informática na segunda metade do século XX e início do século XXI, cada vez mais a análise e o projeto de estruturas foram automatizados através de algoritmos numéricos tendo como base o Método dos Deslocamentos e o Método dos Elementos Finitos. Programas que hoje são muito utilizados, como o CAD/TQS (TQS, 2019) e o SAP2000 (CSI, 2020), permitem ao usuário a criação de um modelo bastante completo do comportamento da estrutura com suas cargas e apresentam os resultados e detalhamentos para validação. No entanto, cálculos estruturais de elementos isolados ainda são necessários, principalmente de forma complementar ao projeto estrutural principal, seja para elementos de menor responsabilidade não previstos em um primeiro modelo, seja para dirimir dúvidas sobre componentes mais simples dos projetos entregues para a execução.

No ensino de engenharia estrutural, análises de elementos isolados permitem uma mais fácil compreensão dos efeitos de cada solicitação e de cada escolha de projeto no comportamento da estrutura, além de permitir ao engenheiro estrutural a construção de raciocínios que possibilitam a formação de expectativas de comportamento estrutural de forma rápida e muitas vezes notavelmente precisa.

Além disso, do ponto de vista de implementação computacional, a abordagem do comportamento estrutural através de modelos isolados diminui a complexidade do código, reduz a demanda por processamento e memória da plataforma computacional empregada, diminui a base de dados a ser inserida pelo usuário e torna mais rápida a obtenção de resultados para um componente isolado.

A evolução da tecnologia, com a transformação dos telefones celulares em computadores portáteis de múltiplos usos, permite que o dimensionamento de componentes estruturais em

concreto armado possa acontecer em qualquer lugar, a qualquer momento. Em função das limitações dos dispositivos de entrada de dados e das dimensões das telas para a visualização dos resultados, a implementação de aplicativos de dimensionamento com foco em componentes isolados se torna mais adequada para as plataformas móveis, ao invés de programas de maior complexidade utilizados para o dimensionamento da estrutura como um todo.

Dessa forma, este trabalho apresenta uma ferramenta de dimensionamento de lajes e vigas como elementos isolados para dispositivos móveis, desenvolvida levando em conta as limitações e características específicas de interface. A edição dos elementos envolve diversas respostas visuais e os principais resultados são apresentados de forma simples, também com a utilização extensa de recursos gráficos.

## 2 DIRETRIZES DO TRABALHO

### 2.1 OBJETIVOS

O presente trabalho tem como objetivo desenvolver um aplicativo móvel para dimensionamento de vigas e lajes de concreto armado como elementos isolados, com interface intuitiva e amigável, apresentando os resultados de cálculo e o detalhamento executivo.

### 2.2 DELIMITAÇÕES E LIMITAÇÕES

O aplicativo estará restrito à análise e ao dimensionamento das peças estruturais elencadas. Os componentes estruturais serão tratados de forma isolada, não sendo feita a análise integrada do pavimento da edificação.

A análise será feita em regime elástico linear, com cargas estáticas, sem levar em consideração efeitos dinâmicos. Para as lajes, a análise em Estado Limite Último (ELU) será feita em regime rígido-plástico, através do Método das Charneiras Plásticas ou Linhas de Ruptura. O dimensionamento será feito em Estado Limite Último (ELU), com verificação para o Estado Limite de Serviço de Deformações Excessivas (ELS-DEF).

Serão analisadas apenas lajes maciças retangulares, sem furos. A vinculação dos bordos das lajes será considerada constante ao longo de cada bordo, não contemplando bordos com alteração de vinculação ao longo de seu comprimento. Lajes com dois bordos livres adjacentes e lajes armadas em duas direções com um bordo livre estão fora do escopo do trabalho.

Serão consideradas nas lajes apenas cargas uniformemente distribuídas superficiais ou distribuídas linearmente ao longo de todo o vão nas posições mais desfavoráveis.

Para as vigas, apenas o ELU será analisado, e serão consideradas somente seções retangulares, cargas uniformemente distribuídas e concentradas. O dimensionamento à torção não é considerado, sabendo que a NBR 6118 (ABNT, 2014) permite desprezar a rigidez torcional e, conseqüentemente, a solicitação de torção quando ela não é necessária para o equilíbrio.

Como são utilizados principalmente métodos consagrados de dimensionamento, são apresentadas no trabalho apenas as formulações que não são amplamente difundidas na literatura ou de fácil acesso nas referências bibliográficas.

## 2.3 DELINEAMENTO

O trabalho será desenvolvido de acordo com as etapas apresentadas e descritas abaixo:

- a) pesquisa bibliográfica;
- b) desenvolvimento das rotinas de cálculo e identificação dos dados de entrada e de saída;
- c) implementação das rotinas de cálculo;
- d) desenvolvimento da interface de entrada de dados do usuário;
- e) desenvolvimento da interface de saída dos resultados.

A pesquisa bibliográfica permitiu a consolidação dos conhecimentos necessários para o desenvolvimento das rotinas de cálculo da forma correta; estas foram pensadas visando a utilização computacional e a melhor integração com a interface do aplicativo, entendendo-se quais as informações que deveriam ser coletadas na interface de entrada dados e quais aproximações tornam o uso mais simples, sem prejudicar a precisão dos resultados. Identificou-se, também, os dados que deveriam ser apresentados explicitamente na interface de saída dos resultados.

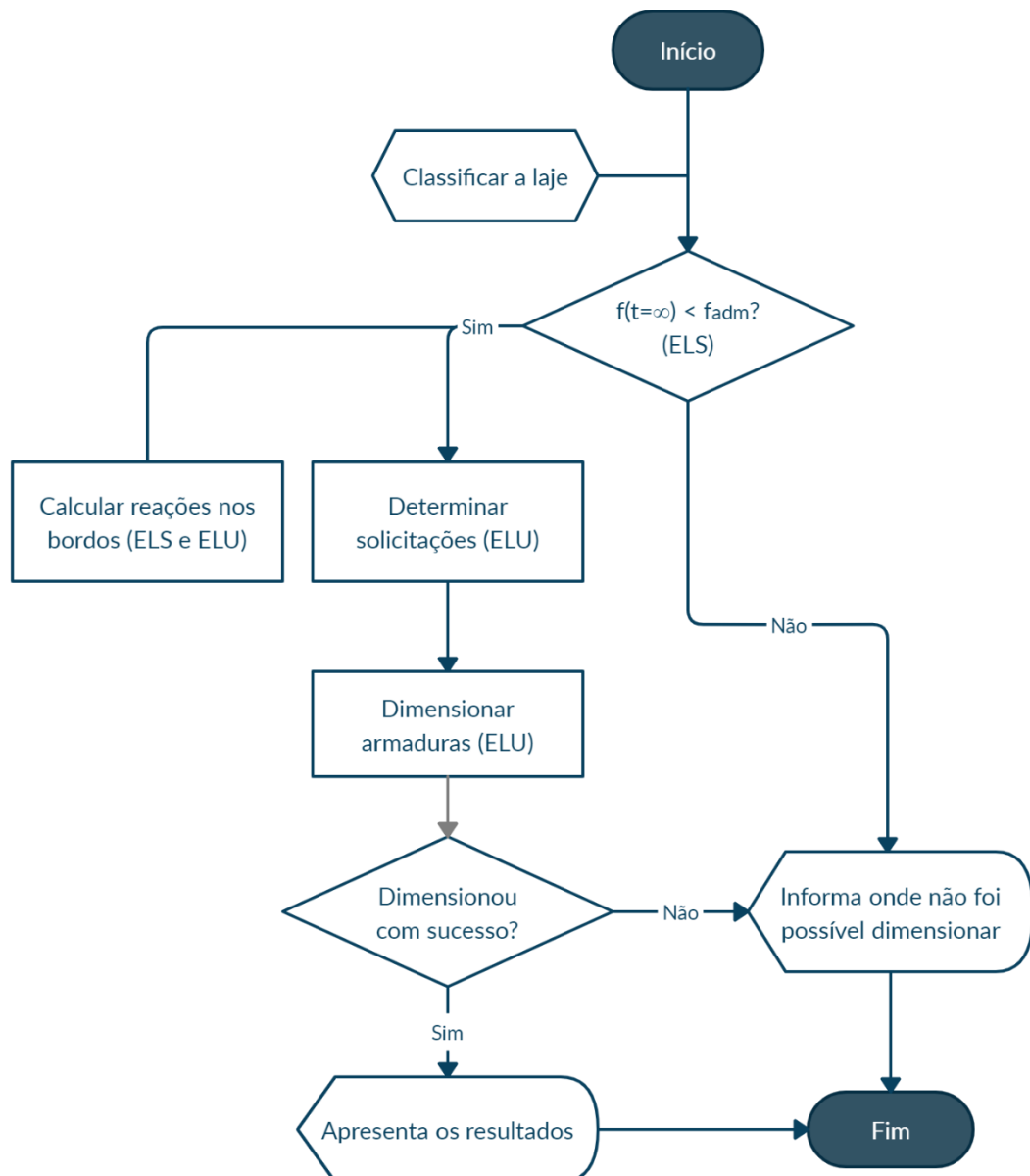
Para a análise estrutural das vigas, é utilizado o Método dos Deslocamentos. As lajes são tratadas como elementos em regime elástico no Estado Limite de Serviço (ELS) e em regime rígido-plástico no Estado Limite Último (ELU).

Finalmente, através de computação gráfica, é possível apresentar os resultados obtidos visando a execução dos elementos calculados.

### 3 ANÁLISE E DIMENSIONAMENTO DE LAJES MACIÇAS

As lajes maciças são dimensionadas com base nas suas geometrias, vinculação, nas cargas permanentes e acidentais que agem sobre elas nas propriedades dos materiais construtivos. O dimensionamento de uma laje pelo aplicativo, de forma simplificada, segue o fluxograma da figura 1, detalhado nos próximos itens.

Figura 1 - Fluxograma para o dimensionamento de uma laje maciça

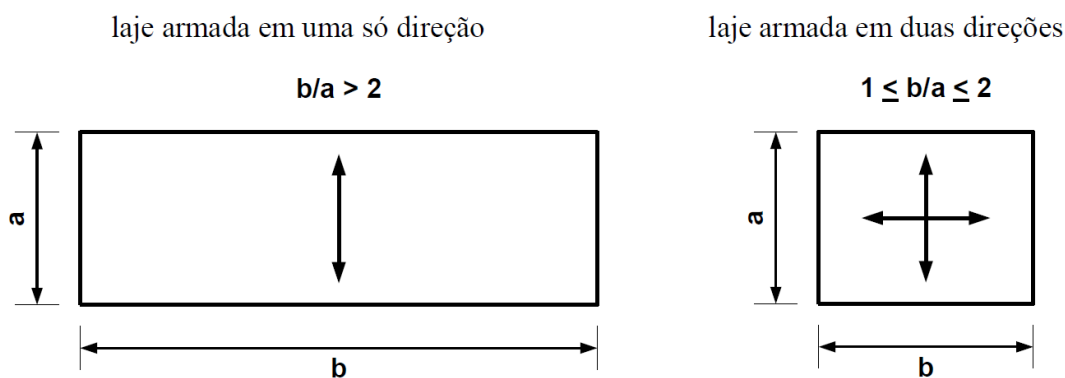


(fonte: elaborada pelo autor)

### 3.1 MODELO ESTRUTURAL

Segundo Campos Filho (2014), para dimensionar uma laje maciça retangular, deve-se classificá-la quanto à relação entre os lados – que define se ela será armada em apenas uma direção ou em duas direções, conforme a figura 2 –, e quanto à vinculação dos bordos da laje (livres, apoiados ou engastados), sendo que uma laje em balanço (com 3 bordos livres e 1 engastado) será sempre armada em apenas uma direção. Como as dimensões dos vãos efetivos dependem dos apoios adjacentes à laje, é utilizado como dado de entrada o próprio vão efetivo para cada dimensão. Para todas as lajes, é definido como vão principal o vão que recebe a armadura principal, dimensionada para a maior solicitação de flexão – o menor vão em lajes apoiadas ou engastadas nos 4 bordos e o vão perpendicular aos bordos opostos nos quais a laje se apoia nos demais casos.

Figura 2 - Classificação de lajes quanto à relação entre os lados



onde, a é o vão menor e b é o vão maior

(fonte: CAMPOS FILHO, 2014, p. 1)

As cargas, tanto permanentes quanto acidentais, devem ser previstas conforme os valores da NBR 6120 (ABNT, 2019) e têm suas combinações para o estado limite de serviço (ELS) e para o estado limite último (ELU) seguindo as diretrizes da NBR 6118 (ABNT, 2014).

### 3.2 DIMENSIONAMENTO EM ELS

Na verificação da espessura da laje, utiliza-se o ELS para determinar a flecha de longa duração ( $f(t=\infty)$ ), seguindo Campos Filho (2014) – cargas lineares são distribuídas ao longo da superfície da laje, majoradas de acordo com o critério do projetista. O item 13.2.4.1 da NBR

6118 (ABNT, 2014) indica os limites mínimos para as espessuras de lajes maciças e coeficientes adicionais, de acordo com as suas geometrias e os seus usos, que são observados no dimensionamento pelo programa. O item 13.3 da NBR 6118 (ABNT, 2014) aponta, dentre os deslocamentos-limites para estruturas, a flecha admissível ( $f_{adm}$ ) para lajes –  $\ell/125$  para lajes em balanço e  $\ell/250$  nos demais casos –, que deve ser comparada com a flecha de longa duração para garantir que a laje dimensionada está dentro dos critérios propostos. A flecha imediata  $f(t=0)$  é encontrada a partir da equação (1).

$$f(t = 0) = k \frac{P_{d,ser} \cdot l}{E_{cs} \cdot I_{eq}} \quad (1)$$

Onde:

$k$  = coeficiente dependente da vinculação e da relação entre os lados da laje (figuras 3 e 4);

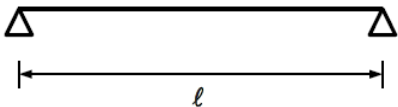
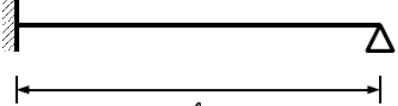
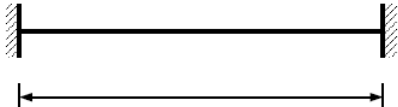
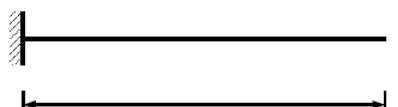
$P_{d,ser}$  = valor de cálculo das combinações de cargas de serviço;

$E_{cs}$  = módulo de elasticidade secante do concreto;

$I_{eq}$  = momento de inércia equivalente da seção, calculado a partir do momento de inércia da seção íntegra, reduzido em 70% se o momento crítico supera o momento de fissuração proposto na NBR 6118 (ABNT, 2014);

$\ell$  = comprimento do vão principal da laje.

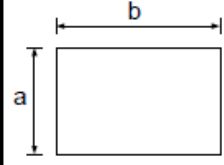
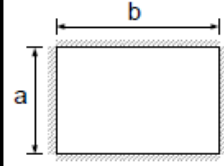
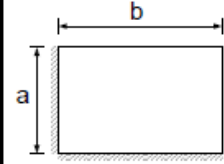
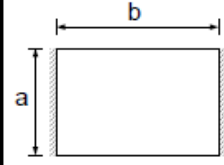
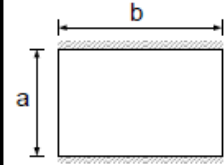
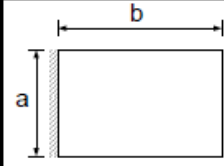
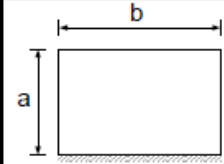
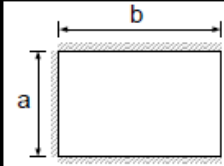
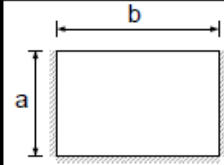
Figura 3 - Coeficiente k para lajes armadas em uma direção

	1,30
	0,53
	0,26
	12,5

(fonte: CAMPOS FILHO, 2014, p. 9)



Figura 4 - Coeficiente k para lajes armadas em duas direções

a/b	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
	0,99	0,85	0,71	0,59	0,48	0,40
	0,25	0,23	0,21	0,18	0,15	0,13
	0,46	0,41	0,36	0,30	0,25	0,21
	0,83	0,63	0,48	0,35	0,26	0,19
	0,25	0,25	0,24	0,23	0,21	0,19
	0,91	0,73	0,58	0,46	0,35	0,28
	0,48	0,44	0,41	0,36	0,31	0,28
	0,24	0,24	0,23	0,20	0,18	0,16
	0,44	0,38	0,32	0,25	0,20	0,16

(fonte: CAMPOS FILHO, 2014, p. 10)

A partir da flecha imediata, calcula-se a flecha de longa duração, que leva em conta as deformações por fluência do concreto, pela equação (2).

$$f(t = \infty) = (1 + \alpha_f) \cdot f(t = 0) \quad (2)$$

Onde:

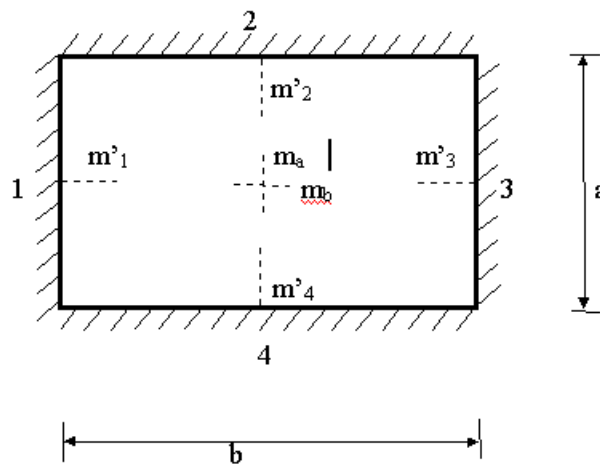
$\alpha_f$  = fator de influência da fluência do concreto – considerado 1,32 para  $t_0 = 1$  mês.

Para a determinação das reações nos bordos em ELS, utiliza-se a aproximação das charneiras plásticas conforme o item 14.7.6.1 da NBR 6118 (ABNT, 2014) sendo que, também para este cálculo, todas as cargas atuantes sobre a laje, incluindo as paredes, têm o seu peso distribuído sobre toda a superfície da estrutura.

### 3.3 DIMENSIONAMENTO EM ELU

O dimensionamento das armaduras da laje, por outro lado, é realizado no ELU, seguindo as recomendações de Campos Filho (2014). As solicitações são determinadas considerando-se o regime rígido-plástico, com grau de engastamento do vão (i) seguindo o mínimo recomendado no item 14.7.4 da NBR 6118 (ABNT, 2014) de 1,5. Em lajes armadas em duas direções, cada um dos lados da laje, numerados de 1 a 4 conforme a figura 5, possui um grau de engastamento e um momento atribuído. O coeficiente de ortotropia ( $\varphi$ ) incorpora os efeitos das diferenças entre os lados da laje, seguindo a equação (3).

Figura 5 - Ilustração de uma laje armada em duas direções

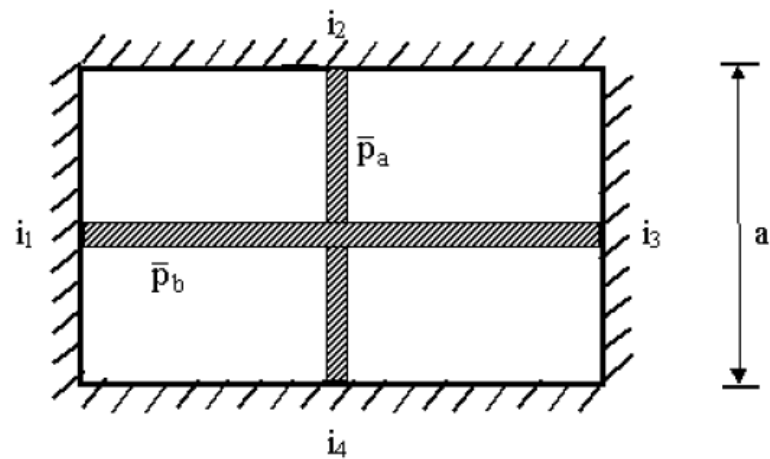


(fonte: CAMPOS FILHO, 2014, p. 29)

$$\varphi = \frac{12 - i_2 - i_4}{12 - i_1 - i_3} \cdot \left(\frac{a}{b}\right)^{1,7} \quad (3)$$

A formulação utilizada para lajes armadas em duas direções aceita duas cargas lineares de paredes posicionadas ao longo do centro da laje (pior situação) além da carga distribuída ( $p$ ), conforme a figura 6.

Figura 6 - Formulação para as solicitações em lajes armadas em duas direções



$$\alpha = \frac{\bar{p}_a}{p \cdot b} \quad \beta = \frac{\bar{p}_b}{p \cdot a} \quad \bar{p}^* = p(1 + \alpha + 2\beta)$$

$$a_r = \frac{2a}{\sqrt{1+i_2} + \sqrt{1+i_4}}$$

$$\bar{b}_r^* = \frac{1}{\sqrt{\varphi}} \cdot \sqrt{\frac{1+\alpha+2\beta}{1+3\beta}} \cdot \frac{2b}{\sqrt{1+i_1} + \sqrt{1+i_3}}$$

$$m = \frac{\bar{p}^* a_r \bar{b}_r^*}{8 \left( 1 + \frac{a_r}{\bar{b}_r^*} + \frac{\bar{b}_r^*}{a_r} \right)}$$

com  $m_a = m$  e  $m_b = \varphi m$ .

(fonte: CAMPOS FILHO, 2014, p. 29)

Em lajes armadas em uma direção, as cargas de paredes também são sempre colocadas em uma posição crítica da estrutura para a obtenção das solicitações – centro da laje para lajes apoiadas e, para lajes em balanço, no bordo oposto ao engaste. Para paredes na mesma direção do vão principal, a largura de influência da parede ( $b_w$ ) é calculada em função da sua largura real ( $a$ ), da espessura da laje ( $h$ ) e do comprimento do vão da laje na direção da parede ( $l$ ) conforme (4) para regiões de momento positivo ( $b_{w,v}$ ) e (5) para regiões de momento negativo ( $b_{w,e}$ ) (CAMPOS FILHO, 2014). O cálculo das reações nos bordos, assim como em ELS, é realizado seguindo a aproximação do item 17.7.6.1 da NBR 6118 (ABNT, 2014) com todas as cargas, incluindo as decorrentes das paredes, distribuídas por toda a superfície da laje, apenas mudando a combinação dos esforços permanentes e acidentais.

$$b_{w,v} = \frac{l + a + h}{2} \quad (4)$$

$$b_{w,e} = \frac{3l + a + h}{4} \quad (5)$$

A altura útil ( $d$ ) considerada no cálculo das armaduras é obtida subtraindo-se da espessura total da laje o cobrimento – que segue a NBR 6118 (ABNT, 2014), de acordo com a classe de agressividade ambiental - e meio diâmetro das barras para armaduras negativas ou positivas principais e, para armaduras positivas secundárias, que devem ser colocadas por cima, o diâmetro das armaduras principais somado com meio diâmetro das barras escolhidas para a armadura secundária.

O dimensionamento das armaduras da laje, tanto positivas quanto negativas, é feito a partir das solicitações obtidas no cálculo em ELU, seguindo Campos Filho (2014). Lajes em balanço, se possuírem espessura inferior a 19 cm, recebem uma majoração para os esforços solicitantes finais de cálculo ( $\gamma_n$ ) que segue a tabela 13.2 da NBR 6118 (ABNT, 2014).

Lajes em balanço, não tendo momentos positivos, não recebem armaduras positivas; recebem, no entanto, armaduras nas duas direções na face inferior (com a mesma taxa da armadura negativa de distribuição) quando o comprimento do balanço superar 3 m, visando limitar a abertura de fissuras. Lajes armadas em uma direção recebem uma armadura de distribuição que é dada por uma taxa que é o maior valor entre 20% da armadura principal, metade da taxa

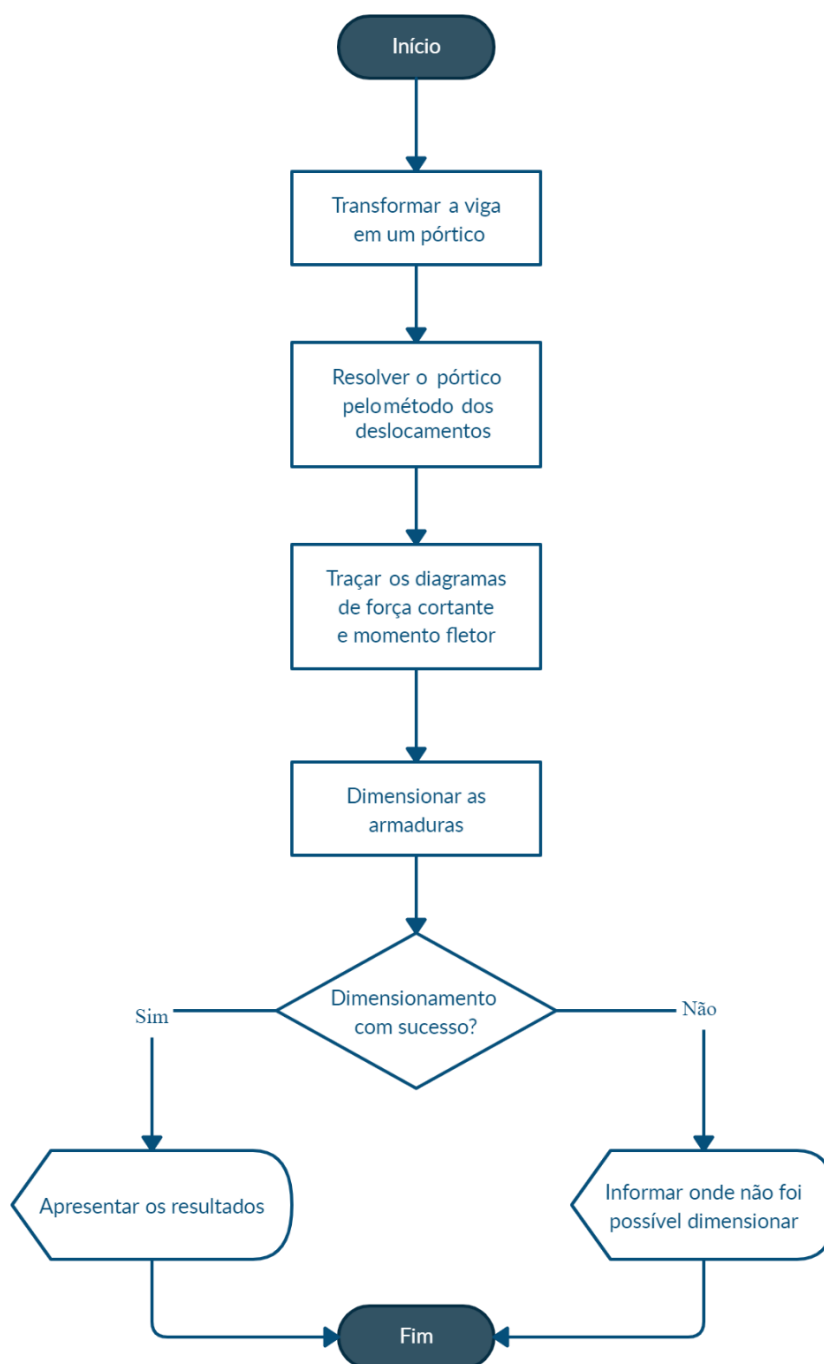
mínima para armaduras de flexão ( $\rho_{\min}$ ) ou  $0,9 \text{ cm}^2/\text{m}$ . Em lajes armadas em uma direção que recebem uma parede na direção da armadura principal, é calculada uma armadura de distribuição adicional para suportar e distribuir a carga linear da parede a partir da equação (6), colocada diretamente sob ela ao longo da sua largura de influência e com um comprimento de ancoragem mínimo de  $50 \varnothing$  para cada lado de  $b_{w,v}$  ou  $b_{w,e}$  (CAMPOS FILHO, 2014).

$$A_{s,dist} \geq \left(1 - 0,8 \cdot \frac{b}{b_w}\right) \cdot A_{s,princ} \quad (6)$$

## 4 ANÁLISE E DIMENSIONAMENTO DE VIGAS DE SEÇÃO TRANSVERSAL RETANGULAR

A solução para um problema de dimensionamento de uma viga de seção transversal retangular segue, de forma simplificada, o diagrama da figura 7, que será detalhado nos próximos itens.

Figura 7 - Fluxograma para o dimensionamento de uma viga

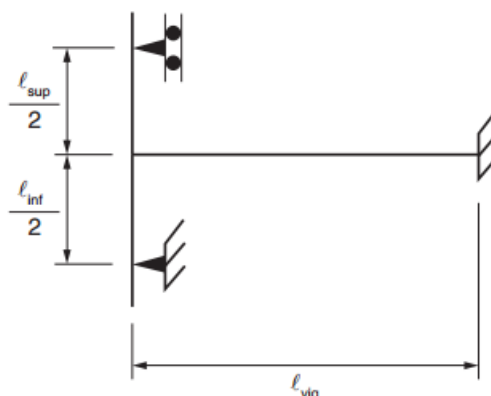


(fonte: elaborada pelo autor)

## 4.1 MODELO ESTRUTURAL

A NBR 6118 (ABNT, 2014) permite que a análise estrutural de vigas seja realizada considerando comportamento elástico linear para o concreto armado, admitindo-se que a estrutura sofre pequenos deslocamentos. Para um melhor resultado da análise, a NBR 6118 (ABNT, 2014) sugere que sejam incorporados os efeitos dos pilares à estrutura, em uma aproximação para estruturas usuais de edifícios, introduzindo a rigidez à flexão dos apoios na criação de um modelo de pórtico (figura 8), sendo  $\ell_{sup}$  e  $\ell_{inf}$  as alturas de pé direito superior e inferior – no presente trabalho, é considerado uma única altura de pé direito. Vigas são consideradas como apoios simples no modelo.

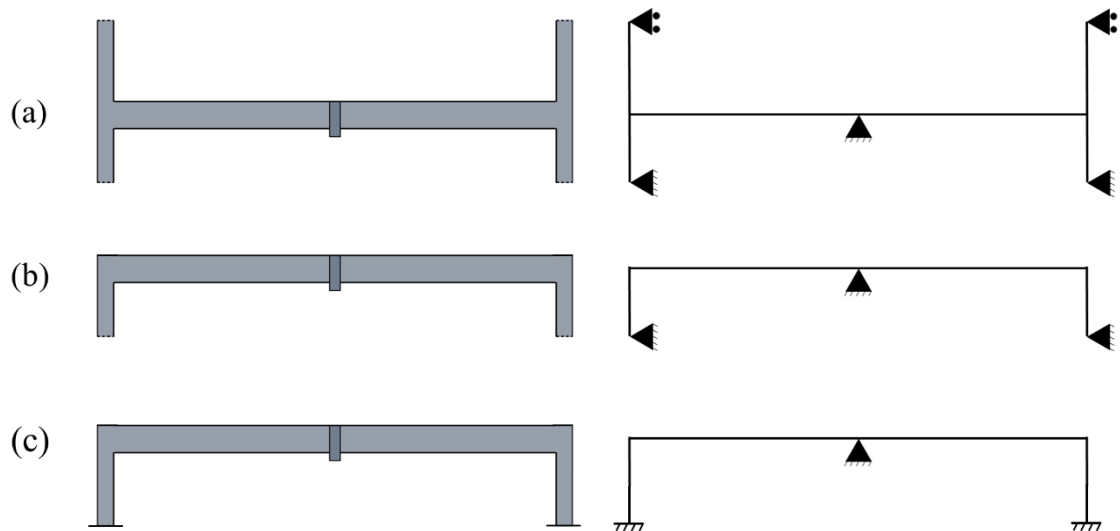
Figura 8 - Aproximação dos efeitos de pilares em vigas



(fonte: ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2014, p. 94)

Assim, cria-se o pórtico da análise, considerando o comprimento efetivo de cada vão como a soma do comprimento de vão livre com a metade da largura, na direção do eixo da viga, de cada apoio adjacente, ilustrado na figura 9. Pavimentos intermediários (a) seguem a aproximação exatamente como sugerido na norma; em pavimentos de cobertura (b), onde os pilares não são contínuos, considera-se apenas  $\ell_{inf}$  para a aproximação; em pavimentos únicos (c), o pilar é considerado engastado no final de  $\ell_{inf}$ . Tais aproximações são utilizadas para todos os apoios em pilares, e não somente os de extremidade, tornando desnecessária a aplicação das correções elencadas pela NBR 6118 (ABNT 2014) em 14.6.6.1 a) a c). As cargas atuantes são informadas pelo usuário, não sendo permitido indicar cargas entre as faces dos apoios – a carga distribuída que chega à face do apoio é estendida até o seu centro. Para o cálculo das reações nos apoios e, conseqüentemente, dos diagramas de momento fletor e força cortante da viga utiliza-se o método dos deslocamentos (MARTHA, 2010).

Figura 9 - Ilustração de uma viga como pórtico (a) em um pavimento intermediário, (b) em uma cobertura e (c) em um pavimento único

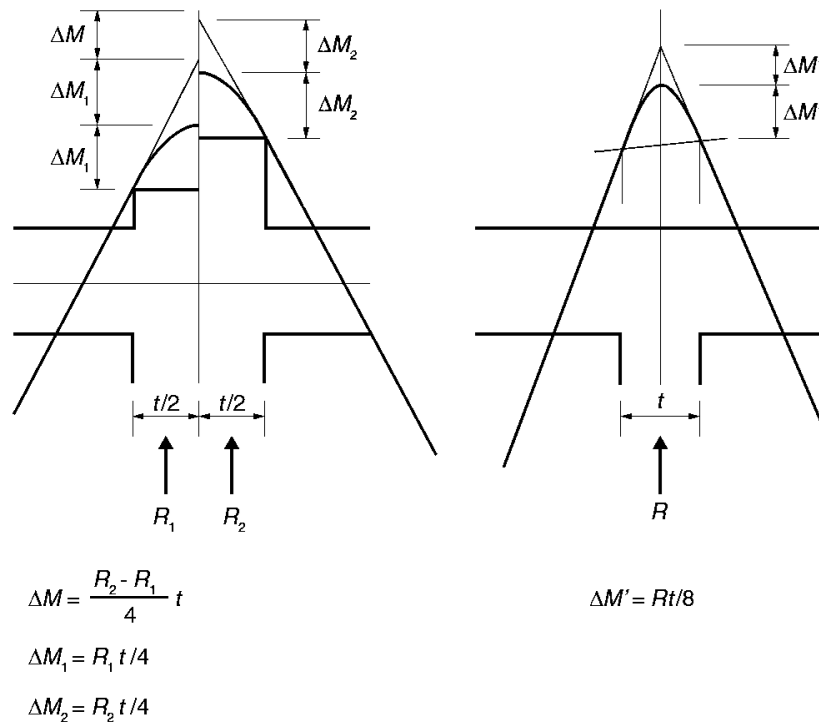


(fonte: elaborada pelo autor)

A NBR 6118 (ABNT, 2014) permite o arredondamento dos picos de momento fletor sobre os apoios, conforme o item 14.6.3 (ABNT, 2014, p. 90), situação ilustrada na figura 10, sendo essa uma opção do usuário. Para pilares de extremidade, que não são contemplados na imagem apresentada na norma, a abordagem é a mesma da segunda situação da Figura 10, sendo o  $\Delta M = R_t/8$ .



Figura 10 - Arredondamento do diagrama de momentos fletores



(fonte: ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2014, p. 90)

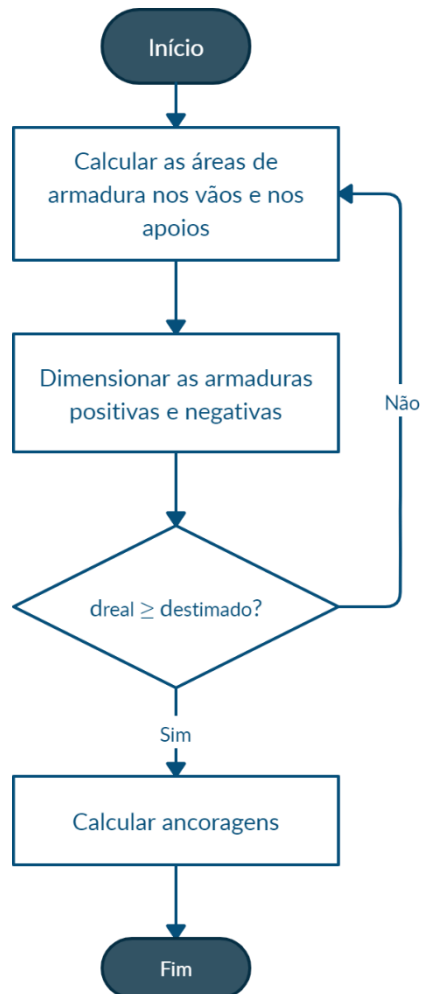
## 4.2 DIMENSIONAMENTO DAS ARMADURAS

### 4.2.1 Armadura Longitudinal

Neste trabalho, as armaduras longitudinais são as primeiras dimensionadas, visto que a variação que as diferentes bitolas de estribos podem causar à altura útil da seção não é tão significativa quanto a influência do número de camadas da armadura longitudinal. A altura útil é calculada considerando o maior diâmetro possível para os estribos e estimando o centroide de uma única camada de armadura longitudinal, considerando o maior diâmetro de armadura disponível. Se, ao final do dimensionamento, a escolha das armaduras resultar em uma altura útil menor que a inicialmente considerada, reinicia-se o cálculo com a altura útil da nova configuração de armaduras e repete-se a operação até que o cálculo termine com sucesso. O processo de dimensionamento pode ser explicado de forma simplificada pela figura 11. Calculam-se as áreas de armadura para 3 pontos de interesse em cada vão: o maior momento no centro do vão e os 2 momentos – geralmente negativos – nas extremidades do vão efetivo. Após a escolha do diâmetro e do número de barras que atenderá a área calculada, calcula-se a ancoragem para

cada uma das barras, seguindo os critérios de ancoragem por aderência do item 18.3.2.3.1 da NBR 6118 (ABNT, 2014) para as barras que não são ancoradas em apoios extremos e os do item 18.3.2.4.1 da NBR 6118 (ABNT, 2014) para as que são ancoradas em apoios extremos, considerando como críticos o momento negativo para as barras tracionadas e a força cortante para as barras inferiores do centro do vão que se estendem até o apoio. No caso de o comprimento de ancoragem necessário não poder ser atendido pela largura do apoio, utilizam-se grampos de aço, visando aumentar a área efetiva de armadura ( $A_{s,ef}$ ) que chega ao apoio, reduzindo o comprimento necessário para que ele possa ser atendido. Nesse caso, mesmo que o diâmetro das barras dos grampos seja menor que o diâmetro das barras da armadura de tração, é considerado no cálculo do comprimento de ancoragem necessário o diâmetro das maiores barras.

Figura 11 - Fluxograma para o dimensionamento das armaduras longitudinais das vigas

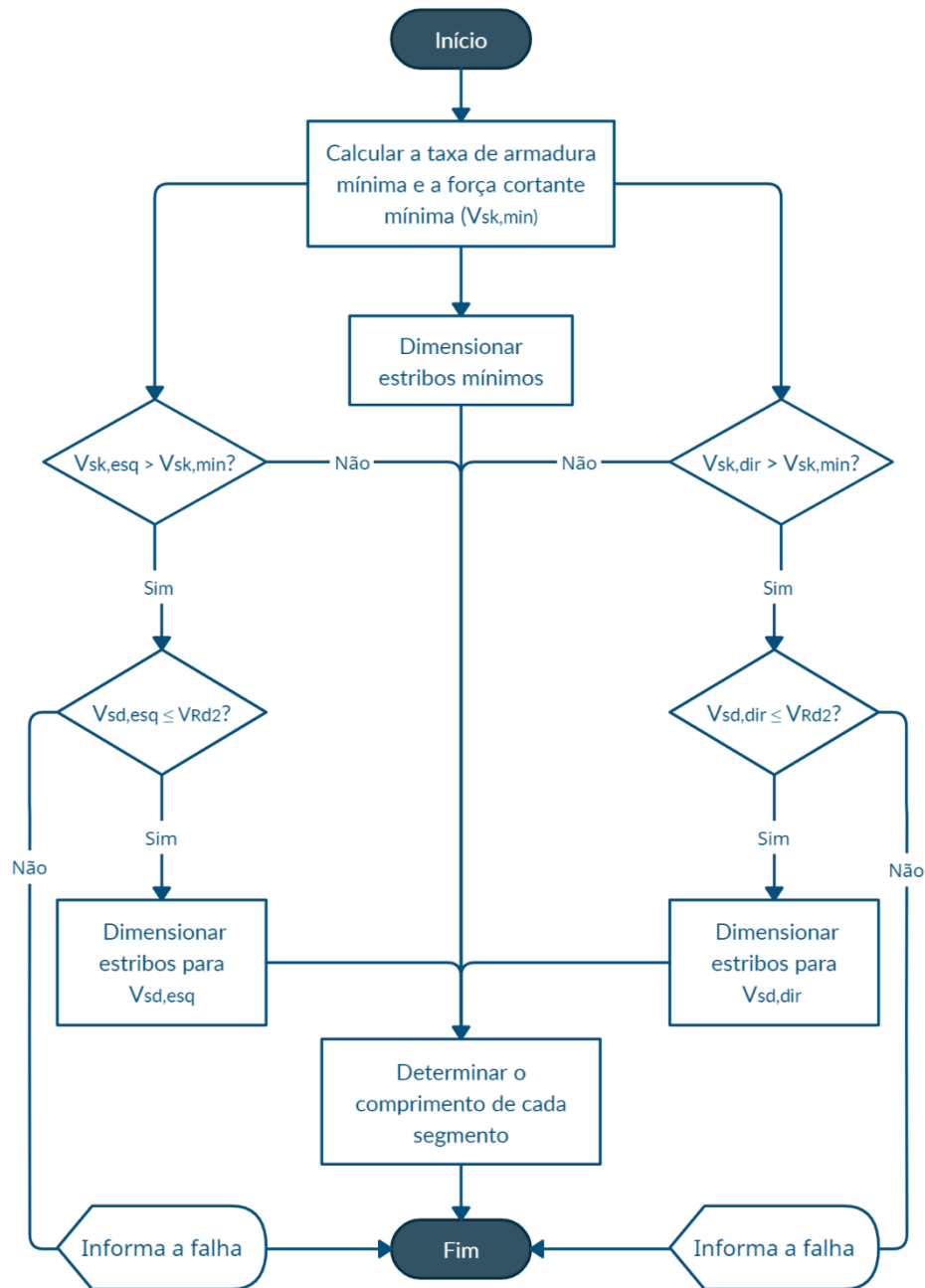


(fonte: elaborada pelo autor)

### 4.2.2 Armadura Transversal

O fluxograma da figura 12 descreve de forma breve os passos para o dimensionamento das armaduras transversais de uma viga a partir do diagrama de força cortante (sendo  $V_{sk,esq}$  e  $V_{sk,dire}$  os valores da força cortante nas extremidades do vão efetivo).

Figura 12 - Fluxograma para o dimensionamento de armaduras transversais das vigas



(fonte: elaborada pelo autor)

Os parâmetros calculados seguem o modelo de cálculo I que considera as bielas comprimidas de concreto inclinadas com  $\theta = 45^\circ$  em relação ao eixo longitudinal da viga (ABNT, 2014, p. 135), detalhadamente explicado por Bessa (2014).

Na escolha do diâmetro dos estribos, o diâmetro máximo é limitado ao valor de 1/10 da largura da seção transversal, conforme item 18.3.3.2 da NBR 6118 (ABNT, 2014). O dimensionamento é

finalizado com sucesso quando é escolhido um diâmetro e um espaçamento que igualam ou superam a taxa de armadura calculada e estão dentro dos limites impostos. O espaçamento obtido é limitado ao menor valor entre  $0,6 d$  ou  $30 \text{ cm}$  (para  $V_{sd} \leq V_{Rd2}$ ) ou entre  $0,3 d$  ou  $20 \text{ cm}$  (para  $V_{sd} > V_{Rd2}$ ), conforme o valor do esforço cortante de projeto.

### **4.2.3 Armaduras Complementares**

Em vigas de altura maior que  $60 \text{ cm}$ , o item 17.3.5.2.3 da NBR 6118 (ABNT, 2014) exige a utilização de armadura de pele. Em regiões próximas a cargas concentradas transmitidas à viga ao longo da sua altura ou que fiquem penduradas nela, a NBR 6118 (ABNT, 2014) item 18.3.6 orienta a colocação de armadura de suspensão.

## 5 MANUAL DE UTILIZAÇÃO DO APLICATIVO

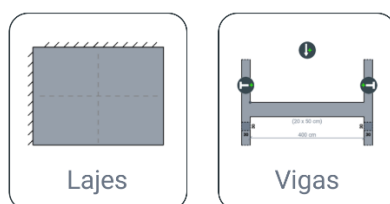
O aplicativo possui 3 páginas de trabalho (para lajes, vigas e ajustes) que são acessadas pela página principal – figura 13 – e estão detalhadas nos itens 5.1 a 5.3.

Figura 13 - Página principal do aplicativo

Bem-vindo!



O que você quer  
dimensionar hoje?

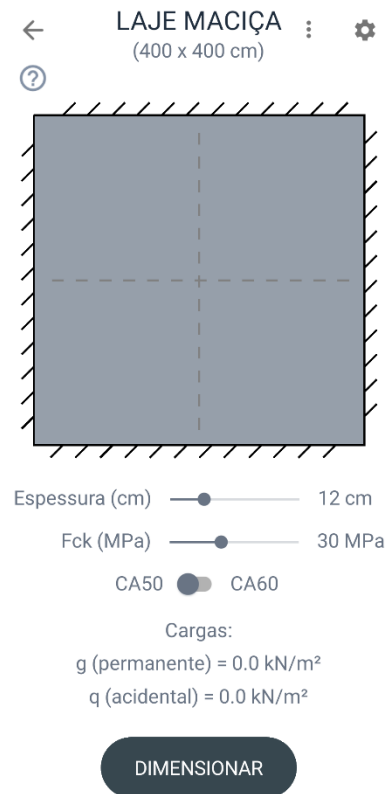


(fonte: elaborada pelo autor)

### 5.1 LAJES

A página de entrada de dados para o dimensionamento de lajes foi pensada para funcionar de forma rápida com interações diretas com o desenho da laje e controles de fácil manipulação (figura 14).

Figura 14 - Apresentação da página de lajes

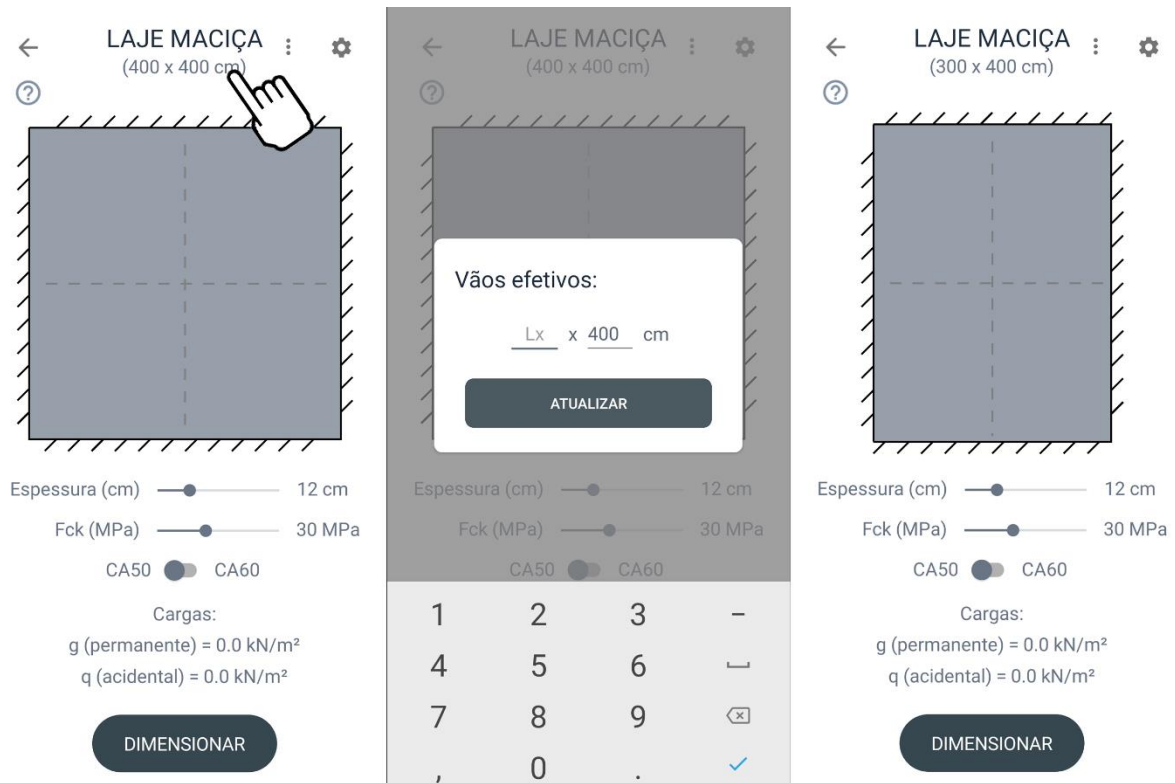


(fonte: elaborada pelo autor)

### 5.1.1 Geometria

Para alterar os vãos efetivos da laje ( $L_x$  e  $L_y$ ) deve-se tocar no local onde estão escritas as atuais dimensões para abrir a janela de alteração (figura 15). Trocando-se os valores nos campos de texto e tocando no botão “Atualizar”, as larguras são alteradas e a mudança é incorporada ao desenho na página principal como resposta visual. O limite para a maior dimensão é de 2.000 cm (20 m). As larguras da laje são desenhadas em escala, a menos que uma delas seja maior que o dobro da outra; nesse caso a proporção é mantida constante em 1:2. O aplicativo utiliza os vãos efetivos como dados de entrada para limitar a quantidade de informações necessárias para o dimensionamento; não sendo desta forma necessária a inserção das dimensões dos apoios pelo usuário. O vão efetivo será utilizado igualmente para fins de detalhamento das armaduras das lajes.

Figura 15 - Alteração das dimensões de vão livre da laje

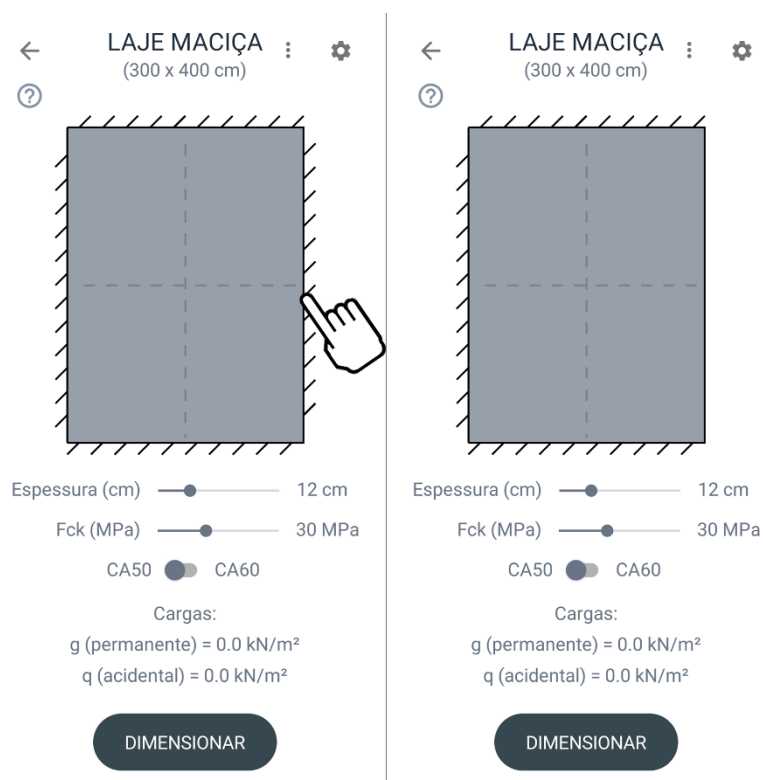


(fonte: elaborada pelo autor)

As configurações de vinculação (engaste, apoio simples ou livre) para cada um dos bordos é modificada com o toque no mesmo, conforme a figura 16. A vinculação alterna entre as três opções, sempre com resposta visual no desenho para que o usuário saiba o tipo escolhido.



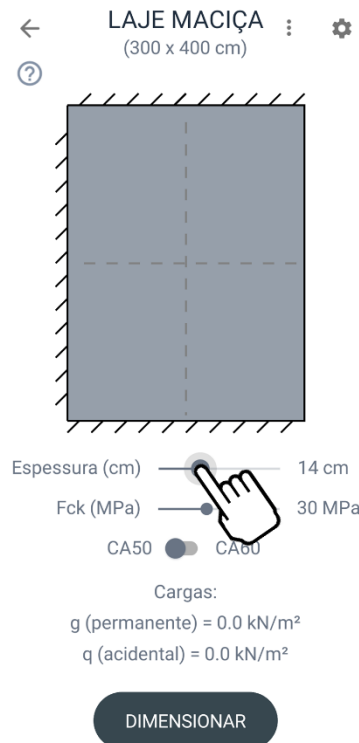
Figura 16 - Modificação das configurações de apoio da laje



(fonte: elaborada pelo autor)

A espessura da laje é escolhida diretamente na página principal, através de um controle deslizante (figura 17). O mínimo é de 7 cm, seguindo a NBR 6118 (ABNT, 2014). O máximo permitido é de 25 cm e, caso o usuário leve o controle até o final, a espessura é calculada pelo aplicativo, sendo escolhida a menor espessura que atende aos critérios de ELS e ELU da NBR 6118 (ABNT, 2014) explicados nos itens 3.2 e 3.3.

Figura 17 - Escolha da espessura da laje

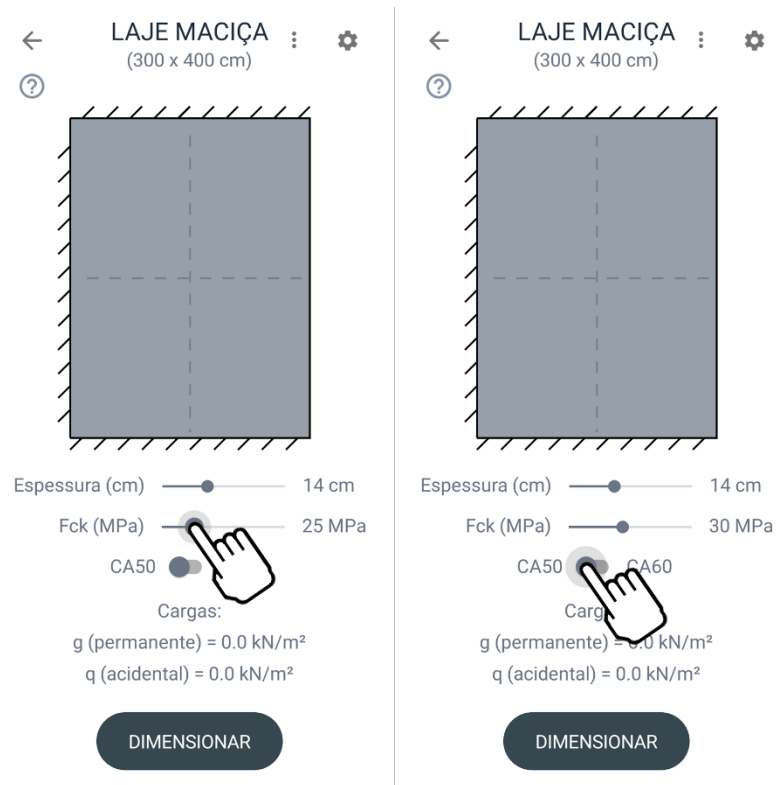


(fonte: elaborada pelo autor)

### 5.1.2 Materiais utilizados

A determinação dos materiais utilizados para o concreto armado se dá através de dois controles deslizantes (figura 18). O  $f_{ck}$  vai de 20 MPa, o mínimo permitido pela NBR 6118 (ABNT, 2014) até 50 MPa, tendo uma amplitude que abrange as classes mais utilizadas atualmente. O aço pode ser CA-50 ou CA-60, alterando-se, junto com a resistência, as bitolas que poderão ser utilizadas, seguindo o padrão comercial – 5 mm, 6,3 mm, 8 mm, 10 mm, 12,5 mm e 16 mm para CA-50; 5 mm, 6 mm, 7 mm, 8 mm e 9,5 mm para CA-60. No caso de se selecionar o aço CA-50, o diâmetro de 5 mm, que é produzido comercialmente apenas em aço CA-60, é considerado como tendo a mesma tensão de escoamento do aço CA-50.

Figura 18 - Escolha dos materiais utilizados no concreto armado

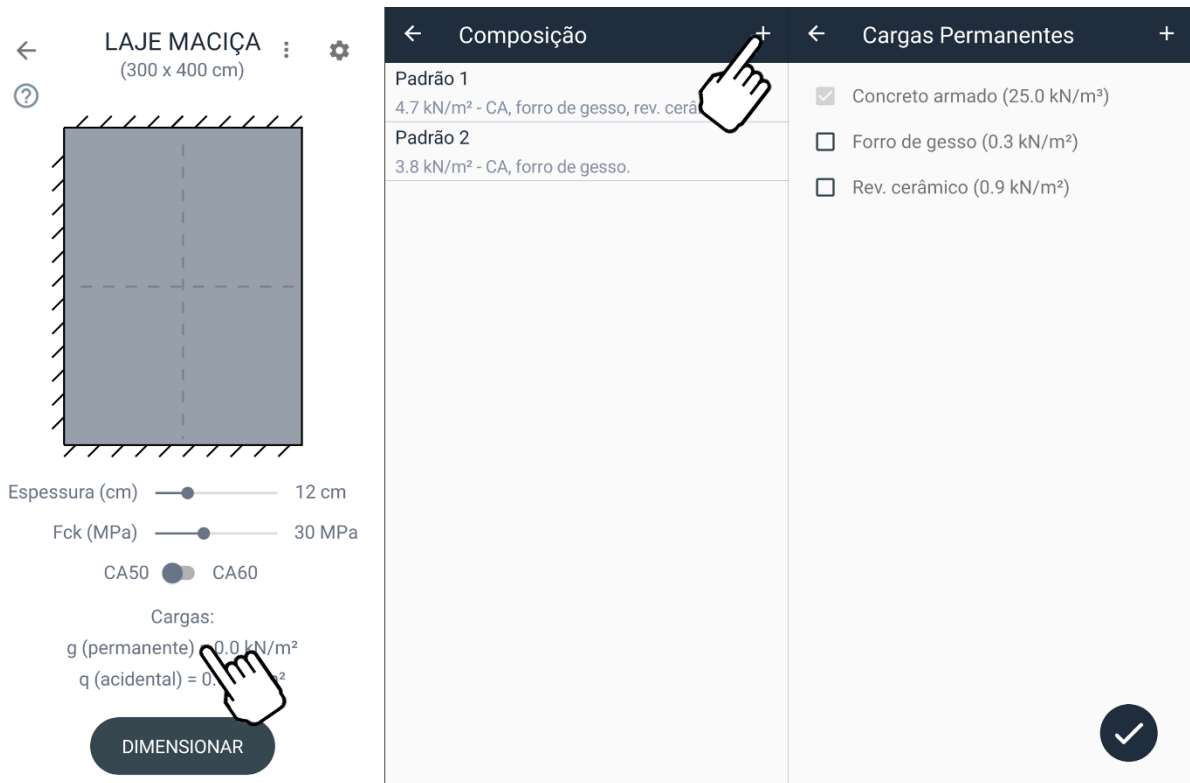


(fonte: elaborada pelo autor)

### 5.1.3 Cargas

As cargas consideradas para o dimensionamento da laje são escolhidas através de duas páginas diferentes da página principal de lajes, que são abertas com o toque no texto de cada carga. Os carregamentos permanentes são dados por uma composição de cargas, que pode ser customizada pelo usuário. A página de escolha da composição é aberta com o toque no texto, conforme a figura 19 (a). Se o usuário desejar criar uma nova composição, deve tocar no botão no canto superior direito da página de composições (figura 19 (b)), abrindo uma nova página com as cargas permanentes cadastradas no aplicativo. As cargas são mostradas com seus nomes e os respectivos pesos por unidade de superfície em kN/m<sup>2</sup> (figura 19 (c)).

Figura 19 - Composições e cargas permanentes



(a)

(b)

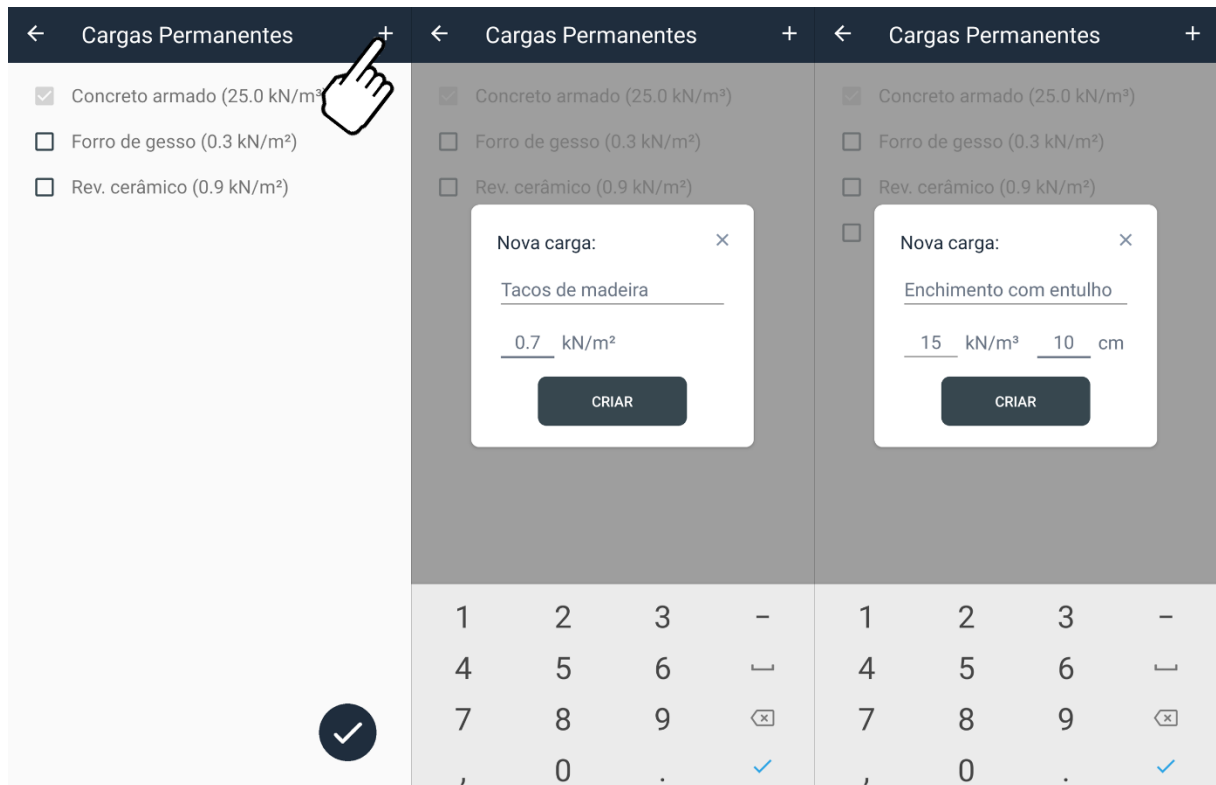
(c)

(fonte: elaborada pelo autor)

Na página das cargas permanentes, é possível adicionar novas configurações com o toque no botão no canto superior direito (semelhante a página anterior), ilustrado na figura 20. A nova carga pode ser adicionada com informações de peso superficial ( $\text{kN/m}^2$ ) ou de peso específico ( $\text{kN/m}^3$ ) e espessura (cm), mais comum em enchimentos ou pisos mais espessos. A opção é feita tocando-se sobre a unidade. Um nome deve ser atribuído para a sua identificação. Caso o usuário deseje cadastrar uma carga permanente composta, formada por diversos materiais e espessuras, deverá inseri-la na forma de peso superficial, uma vez que a opção de peso específico permite a inserção de apenas um material e espessura correspondente.

O valor da taxa de carga superficial indicada para cada composição inclui o peso próprio da laje de concreto armado (CA). Quando é utilizada a opção de cálculo automático da espessura, a taxa de carga informada contempla apenas as demais cargas permanentes, visto que na etapa de inserção de dados ainda não é conhecida a espessura da laje que permita o cálculo do valor da taxa de carga de peso próprio corresponde.

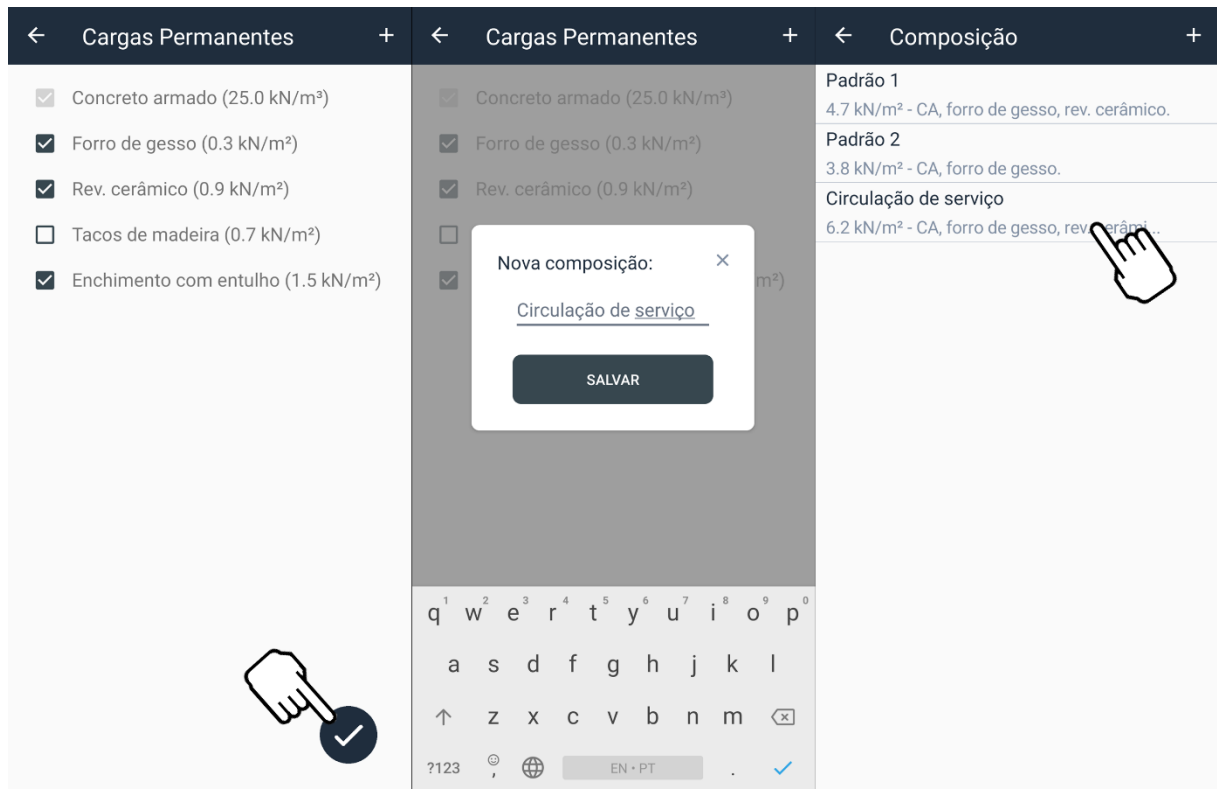
Figura 20 - Adicionar configuração de carga permanente



(fonte: elaborada pelo autor)

Para terminar de criar a composição, marca-se as cargas que serão incluídas e toca-se no botão “✓” no canto inferior direito da tela (figura 21). Com isso, o aplicativo requer um nome para a nova composição e, após ela ser salva, retorna para a página anterior com a nova composição na lista. Na lista de composições permanentes, ao tocar em uma das opções ela é escolhida para a laje que será dimensionada e o programa retorna à tela principal.

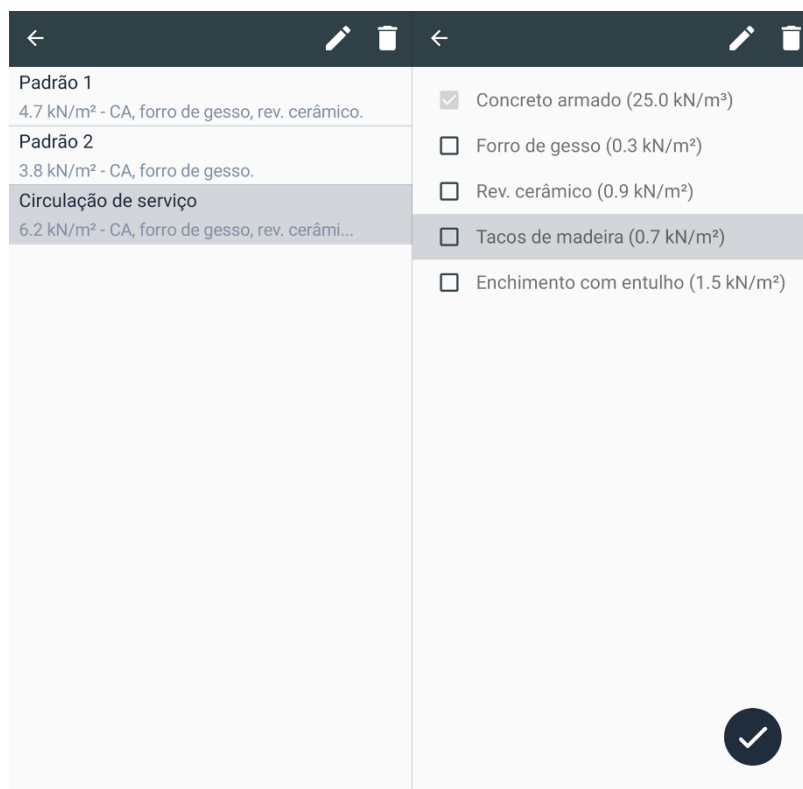
Figura 21 – Criar e escolher composição de cargas permanentes



(fonte: elaborada pelo autor)

Após a criação das cargas e composições, é possível editá-las ou excluí-las mantendo pressionado um dos itens da lista e tocando nos botões no canto superior direito da tela (figura 22).

Figura 22 - Edição de cargas e composições permanentes



(fonte: elaborada pelo autor)

Para a escolha das cargas acidentais, abre-se a página com um toque no texto indicado na figura 23. A página das cargas acidentais é dividida em 4 seções: residenciais, comerciais, áreas técnicas e outros. As três primeiras possuem listas com os itens retirados da NBR 6120 (ABNT, 2019) enquanto a última seção permite ao usuário a criação de novas configurações de cargas acidentais, caso as previstas pela norma não sejam suficientes. O toque em um dos itens da lista, assim como com as composições de cargas permanentes, escolhe a carga acidental e leva o usuário de volta à página principal, com a carga escolhida indicada em texto.

Figura 23 - Escolha das cargas acidentais



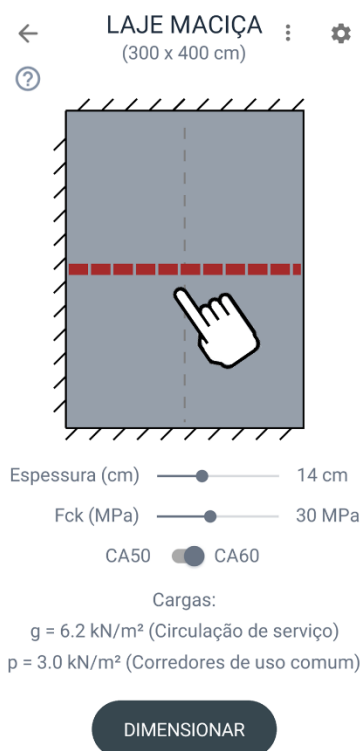
(fonte: elaborada pelo autor)

#### 5.1.4 Paredes e outros ajustes

Ainda, é possível adicionar paredes nos eixos X e Y da laje (as posições são ilustradas inicialmente pelas linhas tracejadas). Em lajes apoiadas em pelo menos dois lados opostos, as paredes são centralizadas no vão perpendicular às suas direções; para lajes em balanço, as paredes são consideradas em todos os bordos livres (simulando um guarda-corpo), conforme é considerado no cálculo. A parede pode ser adicionada com um toque no centro da laje (figura 24) e, a cada ação, alterna entre cada eixo, os dois ou nenhum.



Figura 24 - Edição da configuração de paredes



(fonte: elaborada pelo autor)

Para configurar o padrão dos materiais utilizados nas paredes, que indicam o peso específico a ser considerado no cálculo, abre-se os ajustes no botão no canto superior direito da tela (figura 25). Os padrões que podem ser escolhidos envolvem paredes de blocos cerâmicos ou de concreto – com 9 cm, 14 cm e 19 cm – ou *drywall*. Todas seguem as especificações da NBR 6120 (ABNT, 2019) para blocos de vedação. Além do material, deve-se selecionar a espessura do revestimento em cada face (entre 0, 1 e 2 cm) e a altura da parede como últimos parâmetros.

Figura 25 - Ajustes da laje



(fonte: elaborada pelo autor)

Além das configurações das paredes, também é possível alterar a classe de agressividade ambiental – que influencia no cobrimento de armaduras necessário –, o agregado graúdo utilizado e a bitola máxima permitida. É permitida uma redução de 5 mm do cobrimento necessário considerando-se uma execução com controle adequado de qualidade (segundo o item 7.4.7.4 da NBR 6118 (ABNT, 2014)). Ainda é definido um coeficiente de majoração para as cargas de paredes que são distribuídas por toda a laje para a estimativa da flecha máxima, visto que isso é uma aproximação do modelo de cálculo. Todos os ajustes escolhidos dessa forma valem apenas para a laje que está sendo editada, sendo possível definir um padrão nos ajustes gerais do aplicativo (item 5.3).

### 5.1.5 Abrir, salvar e compartilhar configuração

Além dos ajustes para o dimensionamento da laje, é possível também salvar as definições criadas para editar futuramente ou para conferir novamente os resultados. Além disso, pode-se

compartilhar o arquivo salvo utilizando aplicativos de e-mail, mensagens, etc. Todos esses comandos são mostrados ao tocar no botão à direita do título da página, conforme a figura 26.

Figura 26 - Abrir, salvar, compartilhar laje

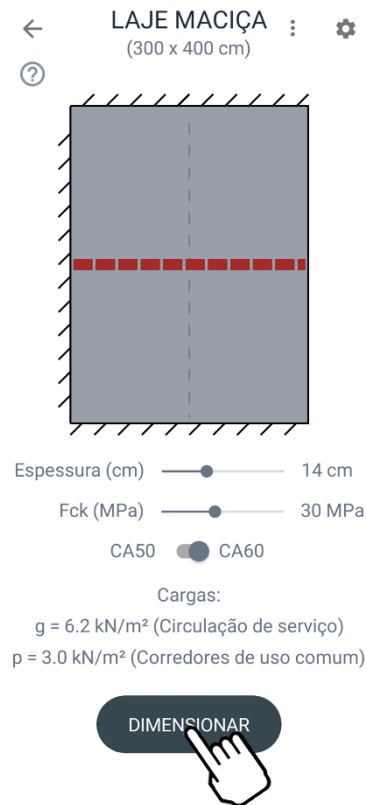


(fonte: elaborada pelo autor)

### 5.1.6 Dimensionamento e resultados

Após todos os parâmetros determinados, a laje está pronta para ser dimensionada. Assim, toca-se no botão “Dimensionar” na parte inferior da tela, conforme a figura 27. Se a laje não cumprir os critérios de deformações máximas da norma ou se não for possível escolher armaduras que resistam às solicitações calculadas, o usuário receberá uma mensagem informando o ocorrido e sugerindo uma alternativa.

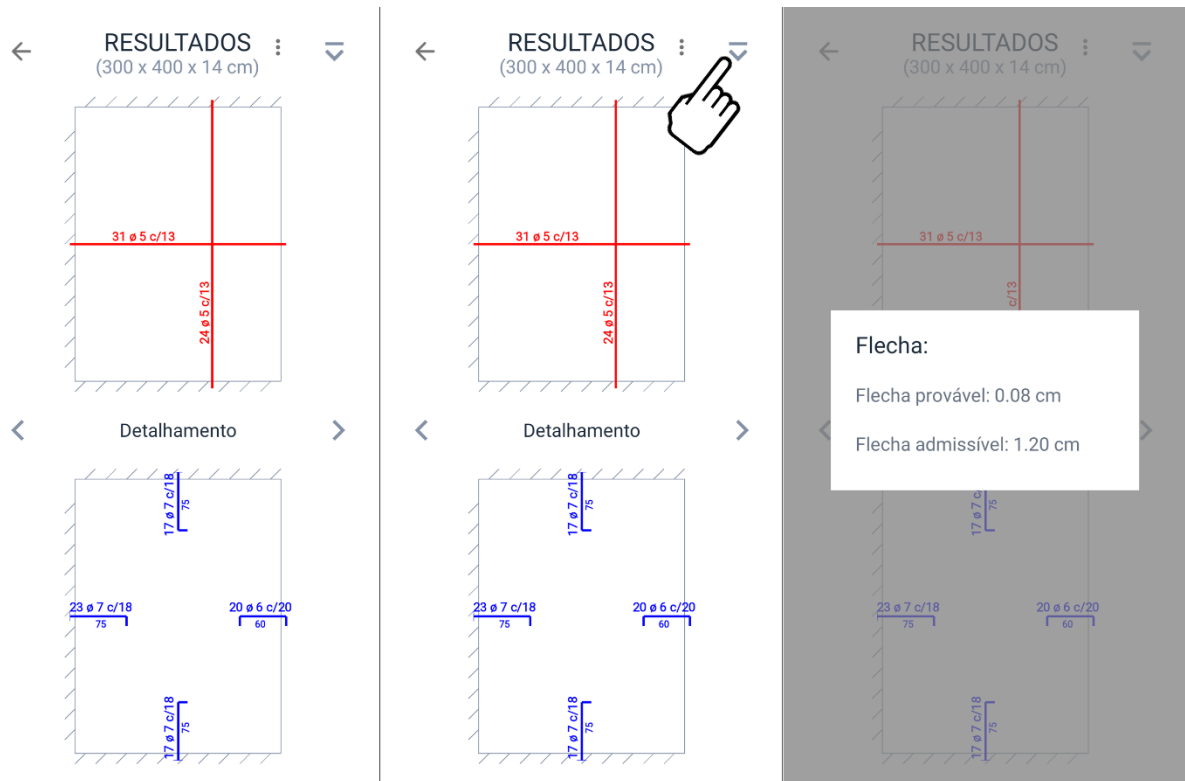
Figura 27 - Laje pronta para o dimensionamento



(fonte: elaborada pelo autor)

Quando a laje é dimensionada com sucesso, abre-se a página de resultados (figura 28). Ela é composta por duas lajes desenhadas seguindo o padrão da página anterior – com as configurações de apoio, inclusive – em uma cor discreta, para que os resultados sejam escritos por cima em cor mais chamativa. O primeiro resultado apresentado é o detalhamento das armaduras positivas (parte superior) e negativas (parte inferior). O texto das armaduras indica o número de barras, o diâmetro das barras, o espaçamento entre elas em cada uma das direções e posições necessárias e o comprimento para armaduras negativas (exceto para lajes em balanço). Caso seja necessária uma armadura de distribuição adicional sob uma parede, também será indicada no desenho. Complementando essas informações, ainda é possível consultar a flecha calculada para a laje e o máximo admissível pela NBR 6118 (ABNT, 2014) tocando-se no botão no canto superior da tela – demonstrado na figura 28.

Figura 28 - Página de resultados das lajes: detalhamento e flecha



(fonte: elaborada pelo autor)

Além do detalhamento e da flecha, o aplicativo também informa as solicitações de flexão, reações nos bordos e taxas de armadura em cada local calculado, alternando-se a visualização com os botões na região central da tela, conforme a figura 29. As informações obtidas na tela de resultados são suficientes não apenas para a execução ou conferência de uma laje em uma obra como para uma análise dos efeitos de diferentes carregamentos e configurações de apoios nas armaduras recomendadas, nas solicitações e nas reações em cada bordo. Com as reações, também é possível determinar a carga aplicada no dimensionamento de uma viga de apoio.

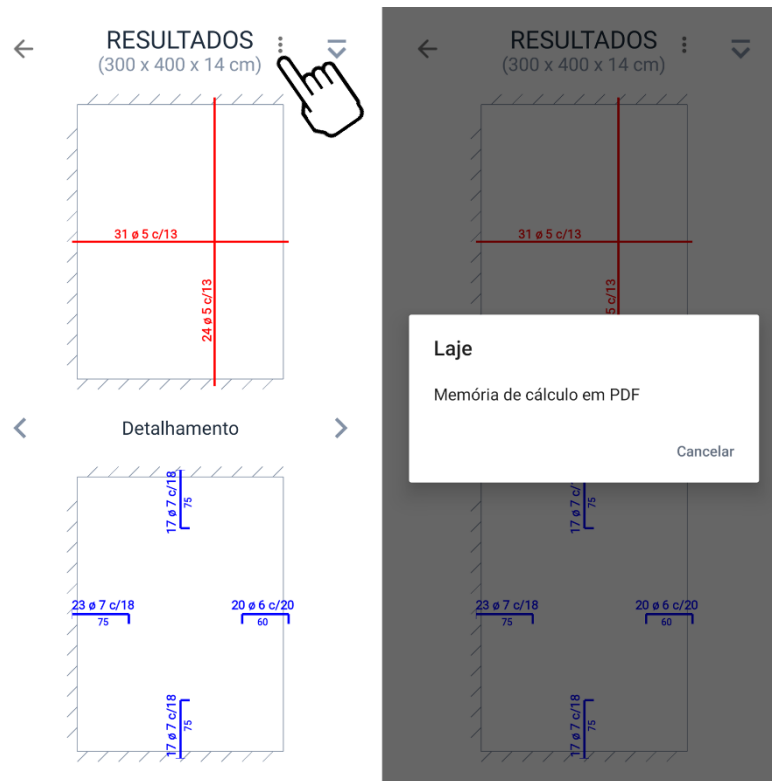
Figura 29 - Página de resultados das lajes: solicitações, reações nos bordos e taxas de armadura



(fonte: elaborada pelo autor)

De forma complementar aos resultados apresentados no aplicativo, pode ser gerada uma memória de cálculo em formato *PDF*, contendo os principais parâmetros de cálculo e os mesmos desenhos que podem ser visualizados na tela de resultados. O arquivo criado é aberto no visualizador de *PDF* padrão do dispositivo móvel que está sendo utilizado. Para utilizar essa função, toca-se no botão à direita do título da página (figura 30). A memória de cálculo gerada para a laje que foi dimensionada nesse capítulo é apresentada no apêndice A do trabalho.

Figura 30 - Gerando a memória de cálculo para lajes



(fonte: elaborada pelo autor)

### 5.1.7 Critérios para a escolha das armaduras

As armaduras positivas podem ter espaçamentos entre 10 e 15 cm, obedecendo o máximo proposto no item 20.1 da NBR 6118 (ABNT, 2014) de duas vezes a espessura da laje para a armadura principal, e priorizam bitolas menores, se for possível. Para armaduras positivas de distribuição, os espaçamentos ficam entre 16 e 25 cm. A menor bitola utilizada é de 5 mm, sendo que em lajes nas quais será utilizado aço CA-50, o cálculo segue a resistência de projeto de 500 MPa mas se utiliza a bitola de 5 mm do CA-60. Os maiores diâmetros permitidos são 16 mm e 9,5 mm, respectivamente, para aços CA-50 e CA-60, limitados a 1/8 da espessura da laje conforme o item 20.1 da NBR 6118 (ABNT, 2014).

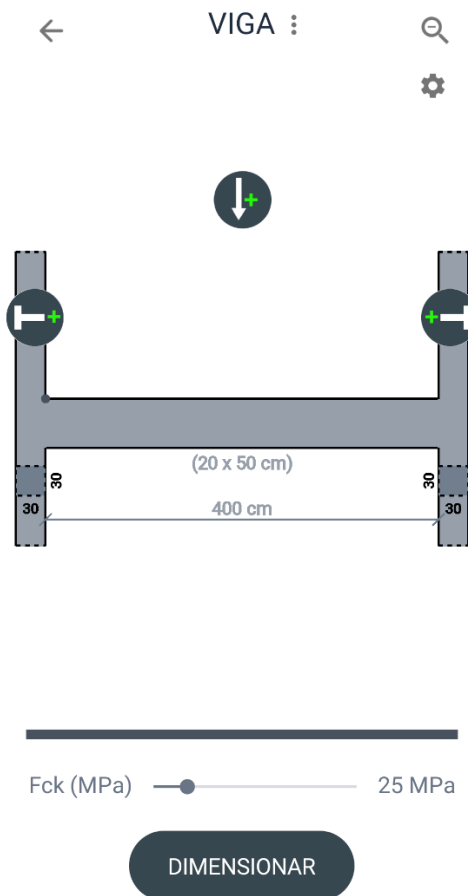
Para as armaduras negativas, os espaçamentos devem ficar entre 15 e 20 cm, também priorizando bitolas menores, com diâmetro mínimo de 5 mm. Elas não são colocadas em bordos livres; em bordos apoiados, utiliza-se uma taxa de  $0,67 \rho_{\min}$  que se estende por 1/5 da extensão do menor vão da laje como armadura de contorno; em bordos engastados, a armadura negativa é calculada com base na solicitação e deve se estender por 1/4 do comprimento do maior entre

os menores vãos de cada uma das lajes consideradas (para ser considerado engaste, deve haver outra laje adjacente ao bordo engastado). Por não ser possível informar as dimensões de lajes adjacentes, é apresentado no detalhamento um comprimento relativo à 1/4 da menor dimensão da laje que está sendo dimensionada.

## 5.2 VIGAS

A página principal do dimensionamento de vigas (figura 31) funciona de forma interativa com o desenho, determinando a maior parte das configurações de dimensionamento através de toques nos elementos gráficos, obtendo resposta visual para as mudanças.

Figura 31 – Apresentação da página de vigas



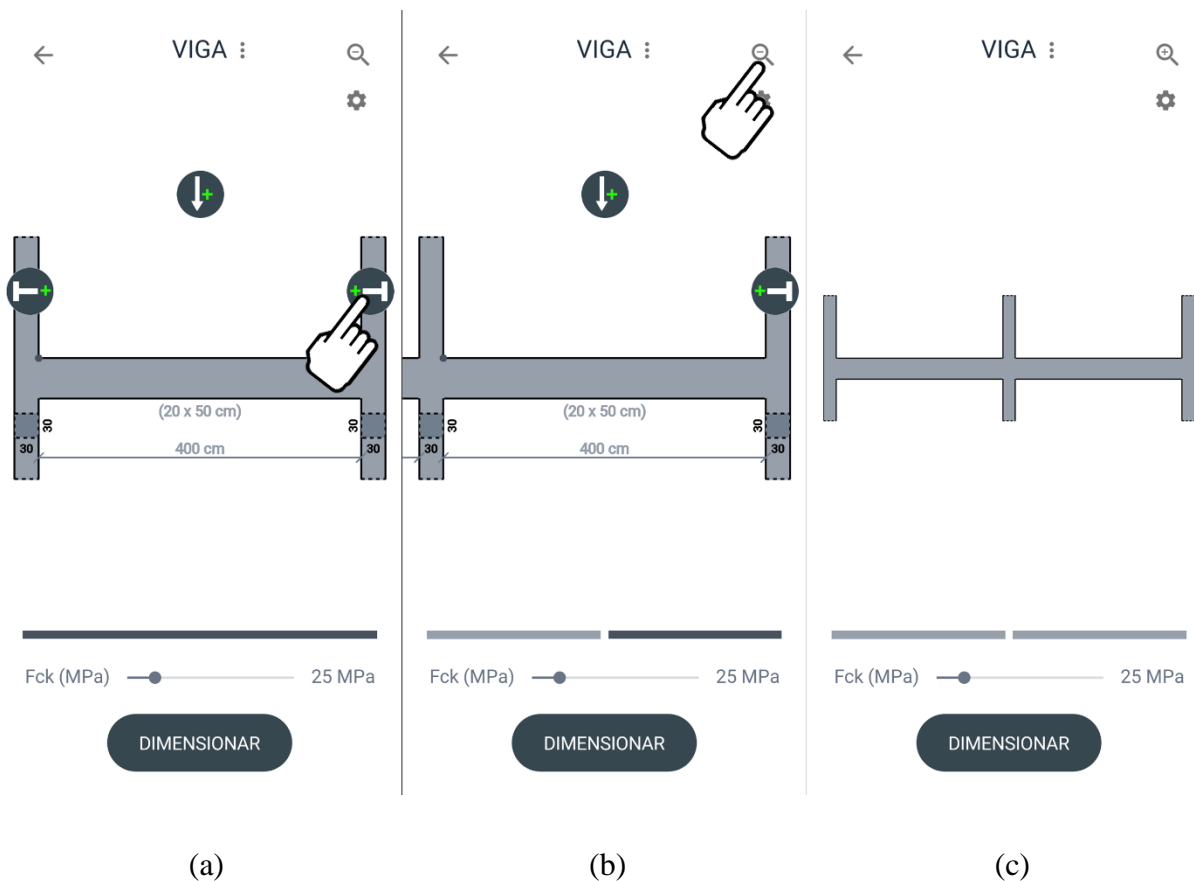
(fonte: elaborada pelo autor)



### 5.2.1 Vãos

A viga padrão, apresentada na primeira vez que se abre o aplicativo, é composta por apenas um vão. Para adicionar mais vãos, utilizam-se os botões nas extremidades direita e esquerda da tela, conforme a figura 32 (a). O novo vão é adicionado no lado escolhido, e tem as suas dimensões e as dimensões do apoio seguinte copiados do vão anterior. Apenas é possível adicionar vãos nas extremidades da viga, não sendo possível inserir um entre dois existentes. Quando um vão é adicionado, os segmentos indicativos do número de vãos na parte inferior da tela são atualizados de maneira correspondente, sendo o segmento de cor mais escura aquele que está sendo visualizado.

Figura 32 - Criar novo vão



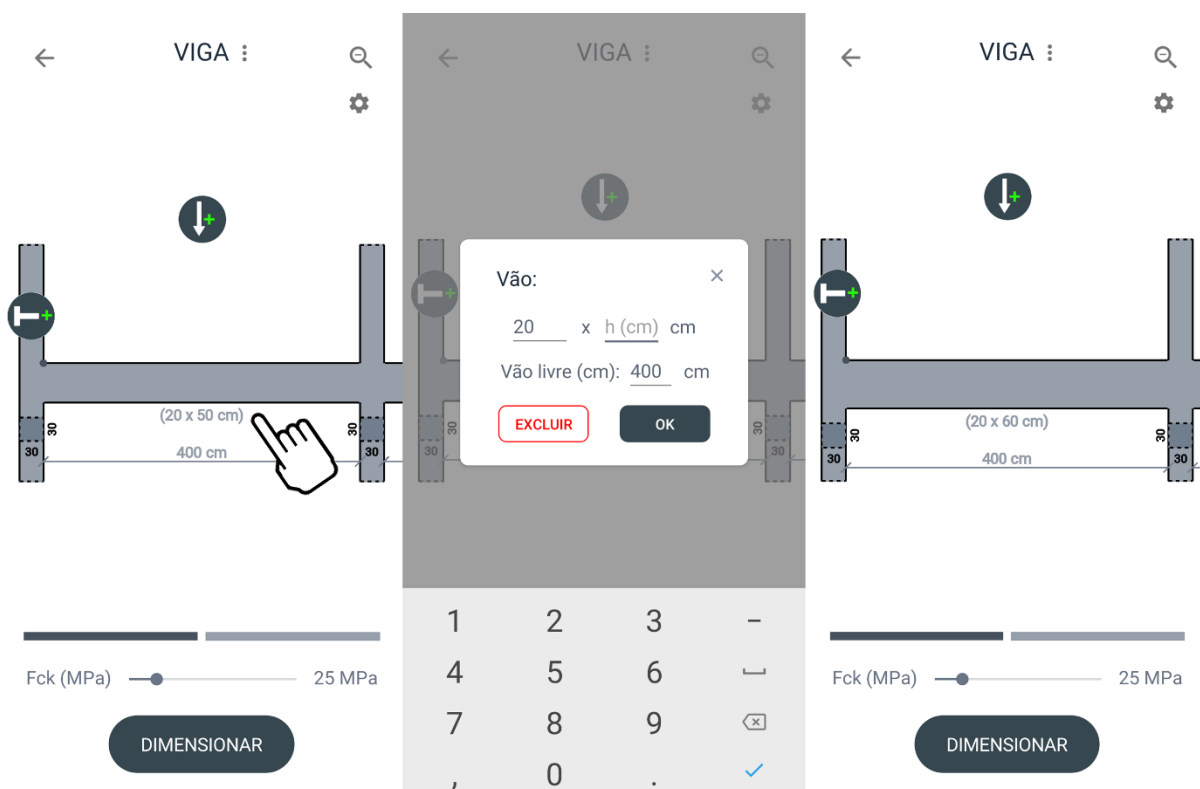
(fonte: elaborada pelo autor)

Em uma viga com mais de um vão, utiliza-se a lupa no canto superior direito da tela (figura 32 (b)) para visualizar a estrutura completa, ilustrada na figura 32 (c), ou para retornar para a visualização vão a vão. Para mudar o vão que está sendo focado na tela, desliza-se com o toque

a tela para o lado ou toca-se no vão desejado nos segmentos indicativos dos vãos na parte inferior da tela.

Para editar um vão existente, toca-se na região entre a face inferior do vão e a cota indicada entre as faces do apoio, conforme a figura 33. Para cada vão, é possível determinar as dimensões da seção (base e altura) e o comprimento do vão livre e, após as mudanças, o desenho é atualizado para representar a configuração escolhida. Os vãos nas extremidades das vigas podem ser excluídos através da edição de vão (o apoio extremo também é excluído); vãos que não estão nas extremidades não podem ser removidos.

Figura 33 – Edição de vão



(fonte: elaborada pelo autor)

Para a inserção de vãos em balanço, recomenda-se inicialmente alterar a condição de apoio da extremidade, como indicado no item 5.2.2. seguinte, pois o aplicativo não permite a inserção de vigas-parede, com vão inferior a três vezes a altura da seção, exceto no caso de balanços.

## 5.2.2 Apoios

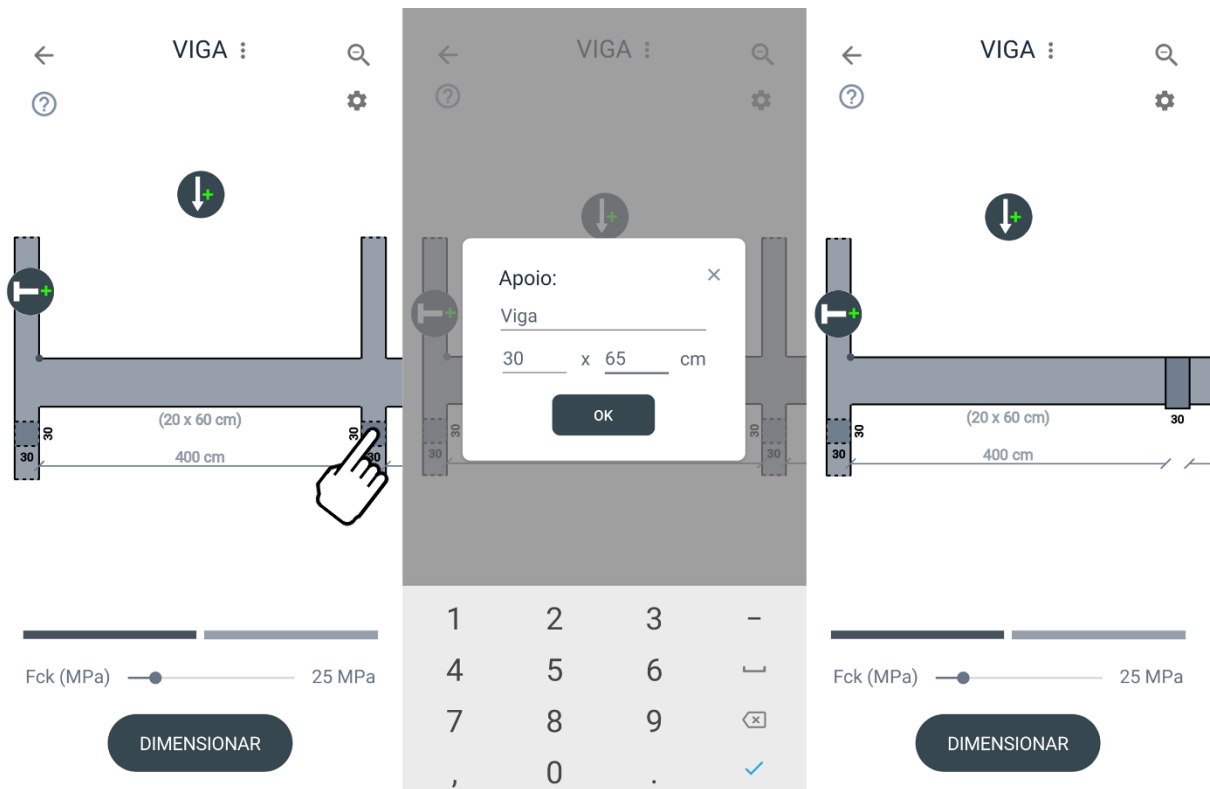
No limite de cada vão deve haver um vínculo (pilar ou viga) ou a ausência de vinculação (balanço) quando o vínculo é de extremidade da viga. Para editar os vínculos da viga, toca-se

---

Aplicativo móvel para dimensionamento de lajes e vigas de concreto armado como elementos isolados

no vínculo desejado (figura 34). O formulário de edição dos vínculos possui o tipo a ser escolhido – sendo que a extremidade só pode ser livre se for um vão final da viga – e as dimensões da seção. Após a edição, o desenho se atualiza para corresponder aos parâmetros escolhidos. Apoios são adicionados e removidos de forma conjunta aos vãos.

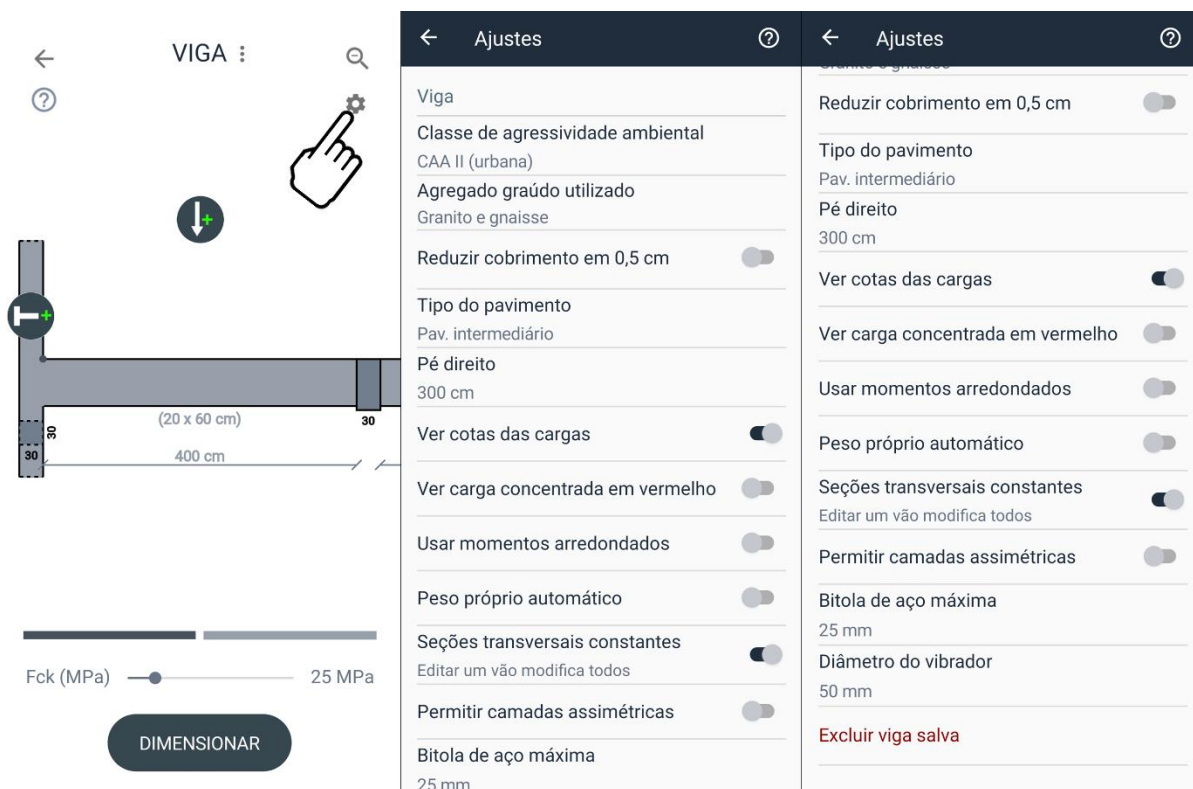
Figura 34 - Edição de apoio



(fonte: elaborada pelo autor)

Ainda, deve-se determinar a continuidade e o pé direito para pilares que apoiam a viga, através dos ajustes do dimensionamento (figura 35). Os pilares podem ter tramos abaixo e acima da viga (pilares contínuos), se o pavimento for intermediário; ou podem ter apenas tramos abaixo da viga (pilares morrendo), se a viga pertencer a um pavimento de cobertura ou for um pavimento único, conforme Figura 9 a), b) e c), respectivamente.

Figura 35 - Ajustes do dimensionamento de vigas



(fonte: elaborada pelo autor)

### 5.2.3 Ajustes

Na página de ajustes das vigas (figura 35), além do pé direito e da continuidade dos pilares, definem-se as mesmas configurações gerais das lajes (classe de agressividade ambiental, agregado graúdo e redução do cobrimento), explicadas no item 5.1.4. Os ajustes específicos das vigas que não alteram o dimensionamento envolvem duas escolhas visuais para os desenhos – ver as cotas das cargas distribuídas e ver as cargas concentradas em vermelho – e uma escolha de edição – seções transversais constantes ou variáveis – que faz com que a edição de um dos vãos mude todos ou que cada um tenha que ser editado separadamente.

As configurações que influenciam no dimensionamento são: adição automática do peso próprio da viga às suas cargas; utilizar os momentos arredondados conforme o item 14.6.3 da NBR 6118 (ABNT, 2014); permitir ou não a escolha de camadas assimétricas de armaduras; a bitola máxima que poderá ser utilizada; e o diâmetro do vibrador previsto. O diâmetro do vibrador influencia no espaçamento necessário para a sua passagem entre as armaduras, o que reduz o

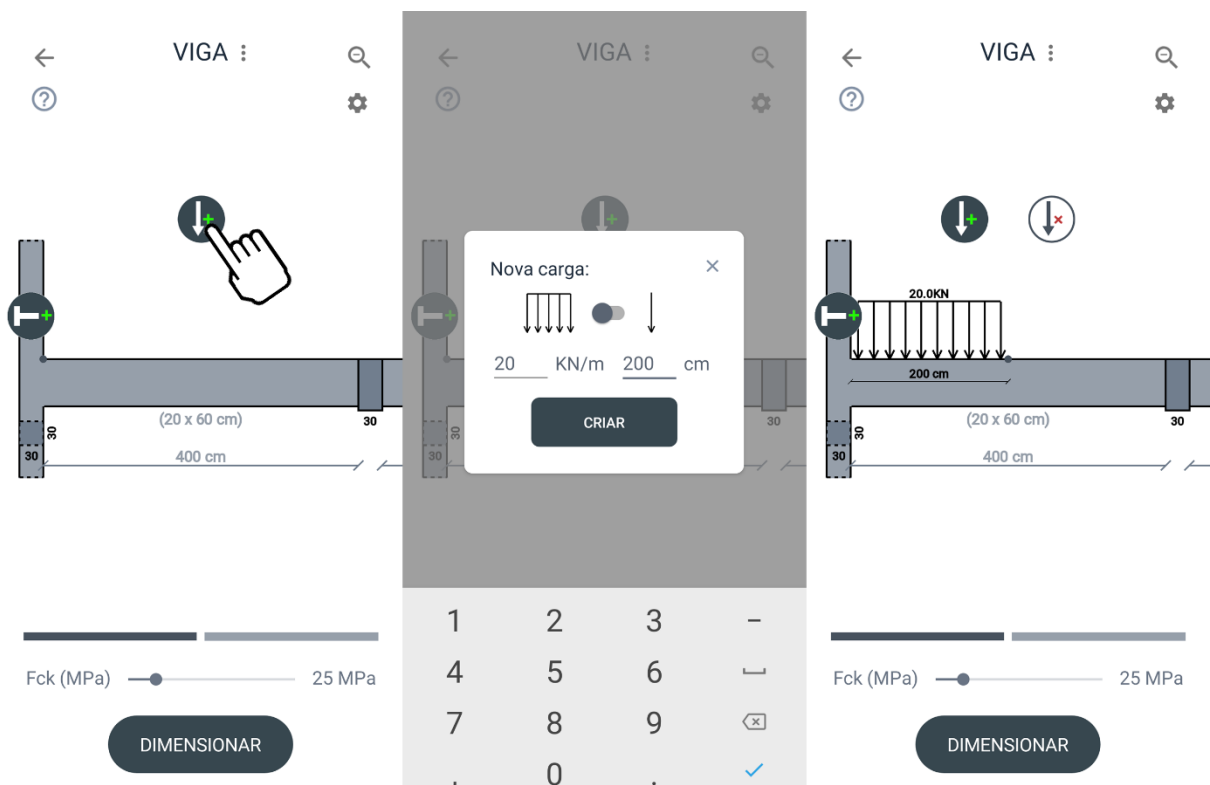
espaço disponível para o posicionamento do aço e pode dificultar o dimensionamento de vigas com menores dimensões de base.

### 5.2.4 Cargas

Cada vão da viga pode receber cargas distribuídas ou concentradas, que não se sobrepõem em nenhum ponto. A adição de cargas ao vão desejado ocorre da face do apoio esquerdo em direção à face do apoio direito, através do botão de adicionar carga (figura 36). No formulário de adição de carga, escolhe-se se ela é distribuída ou concentrada, a sua intensidade e, se for distribuída, a sua extensão. No desenho, há um pequeno círculo cinza-escuro (indicador) na face superior da viga que indica onde começará a próxima carga adicionada; ele começa no apoio esquerdo e avança para a direita conforme são posicionadas novas cargas distribuídas. Caso não seja fornecida a extensão de uma carga distribuída, ela é posicionada automaticamente como sendo até o final do vão efetivo.

Após a criação da primeira carga, o botão para excluir uma carga fica visível na tela e, sempre que é acionado, a última carga que foi adicionada no vão que está sendo editado é excluída, retornando o indicador ao final da penúltima carga que foi adicionada.

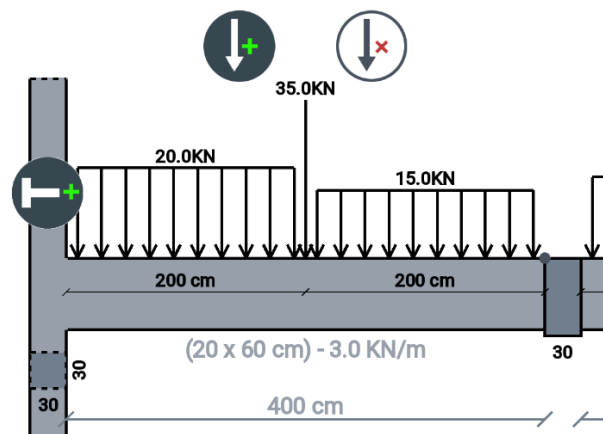
Figura 36 - Criação de nova carga para o vão



(fonte: elaborada pelo autor)

Além das cargas manualmente adicionadas ao vão, pode-se também escolher considerar automaticamente o peso próprio do concreto armado daquele vão, calculado a partir da seção. Isso é feito no formulário de ajustes da figura 35 (b). O peso próprio do vão, então, é indicado ao lado das dimensões da seção no desenho, conforme a figura 37.

Figura 37 - Indicação do peso próprio da seção

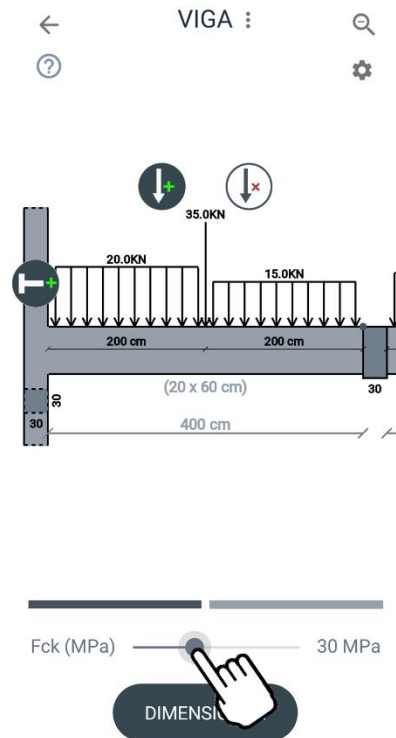


(fonte: elaborada pelo autor)

### 5.2.5 Materiais utilizados

No dimensionamento de vigas, não é possível escolher a classe de resistência do aço que será utilizado, sendo por padrão o CA-50. A classe do concreto, entretanto, é selecionada através do controle deslizante na parte inferior da tela, conforme a figura 38. As opções variam de 20 MPa até 50 MPa.

Figura 38 - Escolha da classe do concreto utilizado

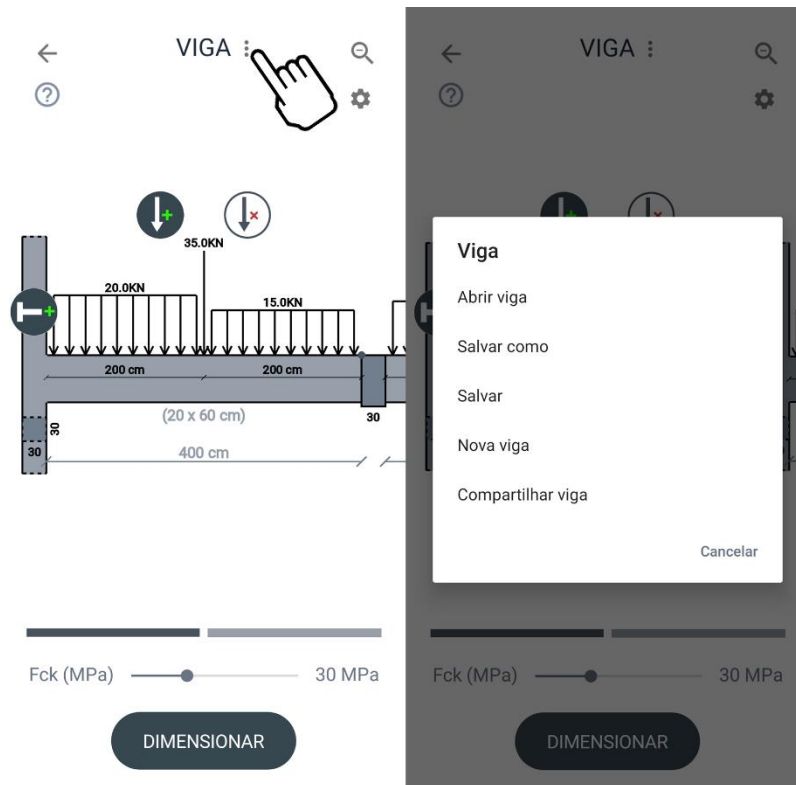


(fonte: elaborada pelo autor)

### 5.2.6 Abrir, salvar e compartilhar configuração

Assim como as lajes, é possível salvar, abrir e compartilhar configurações de vigas. Todos esses comandos são acessados seguindo a figura 39.

Figura 39 - Abrir, salvar, compartilhar viga



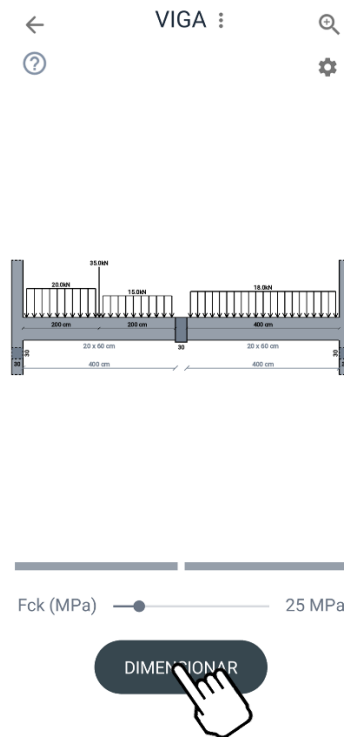
(fonte: elaborada pelo autor)

### 5.2.7 Dimensionamento e resultados

Após a determinação de todos os parâmetros da viga para o dimensionamento, toca-se no botão de dimensionar (figura 40) e, se a estrutura é dimensionada com sucesso, abre-se a página de resultados (figura 41). Se, por qualquer motivo, a viga falhar em algum critério da NBR 6118 (ABNT, 2014), uma mensagem indica qual foi o motivo da falha e onde ela ocorreu para que a viga possa ser corretamente ajustada, se for o caso, ou para que haja clareza no entendimento do problema. Na abertura da página de resultados, o detalhamento das armaduras longitudinais é mostrado. Assim como na edição da viga, é possível visualizar toda a estrutura para uma melhor compreensão em vez de apenas um vão por vez.

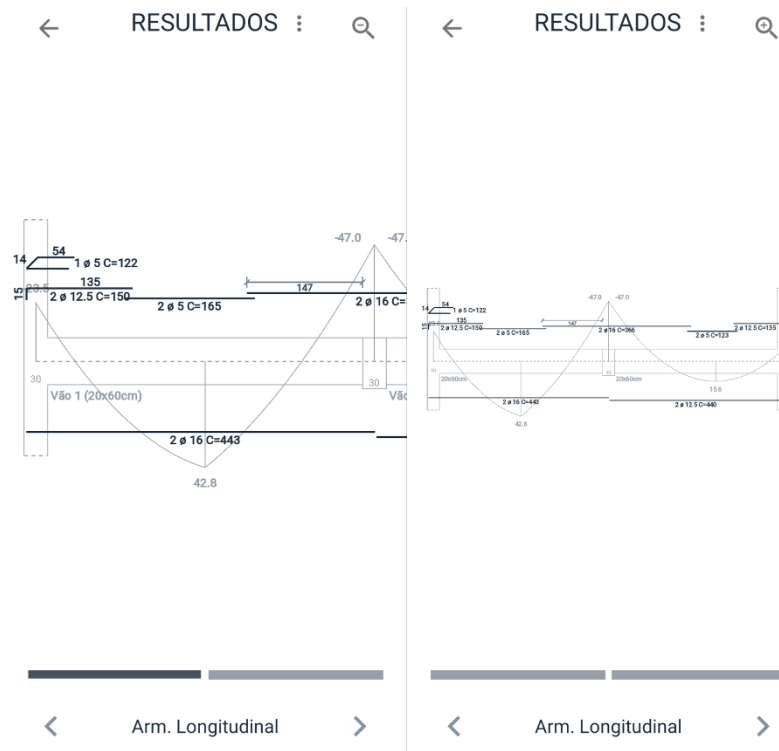


Figura 40 - Dimensionar a viga



(fonte: elaborada pelo autor)

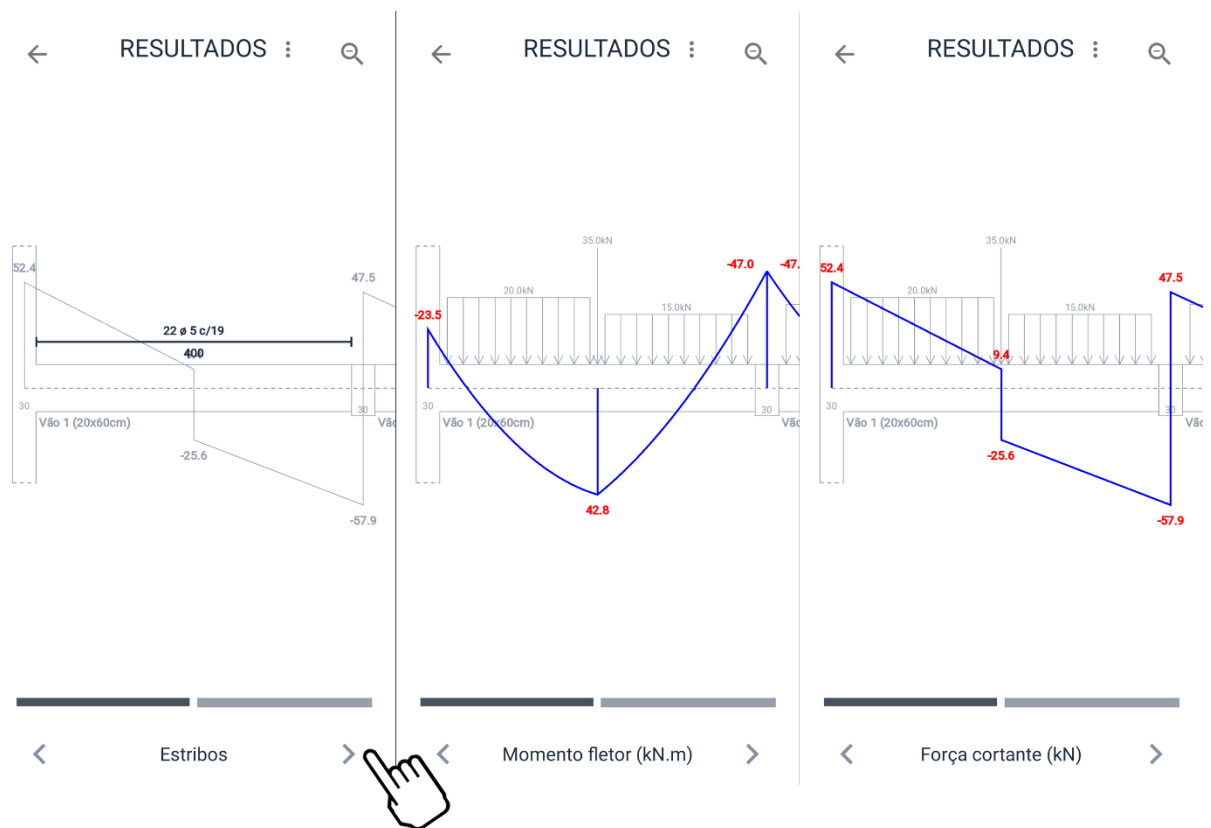
Figura 41 - Página de resultados das vigas: armaduras longitudinais



(fonte: elaborada pelo autor)

Além do detalhamento das armaduras longitudinais, também pode-se visualizar o detalhamento das armaduras transversais (estribos), o diagrama de momento fletor e o diagrama de força cortante da viga, alternando as opções através dos controles na parte inferior da tela (figura 42). Os desenhos dos detalhamentos possuem, no plano de fundo, os diagramas de momento fletor (armaduras longitudinais) e força cortante (armaduras transversais) para que se possa ter um melhor entendimento da relação entre cada solicitação e a armadura que ela demanda. Os diagramas das solicitações, por outro lado, levam no plano de fundo as cargas que geraram essa configuração.

Figura 42 - Página de resultados das vigas: estribos, diagramas de momento fletor e força cortante



(fonte: elaborada pelo autor)

Assim como para as lajes, pode-se gerar uma memória de cálculo em *PDF* para as vigas dimensionadas, seguindo a figura 43. A memória de cálculo para o exemplo deste capítulo é apresentada no apêndice B.

Figura 43 - Gerando a memória de cálculo para vigas



(fonte: elaborada pelo autor)

### 5.2.8 Critérios para a escolha das armaduras

Para as armaduras longitudinais, a escolha do diâmetro e do número de barras para as armaduras em cada ponto de interesse parte do diâmetro de 5 mm e é limitada tanto pelo diâmetro máximo definido pelo projetista quanto pelo espaço disponível na dimensão da base da viga. Entre todas as armaduras deve haver o espaçamento proposto pela NBR 6118 (ABNT, 2014) item 18.3.2.2 e, entre duas das barras escolhidas, um valor entre 25 mm e 60 mm (definido pelo projetista) para permitir a passagem do vibrador – exceto na camada mais próxima à face inferior da viga. As barras de uma mesma camada sempre terão o mesmo diâmetro, com os mesmos comprimentos de ancoragem, para facilitar a execução.

A camada mais próxima da face inferior da viga sempre é estendida do início ao final do vão, sem reduzir a área das armaduras nas regiões de momentos negativos. Caso não haja momento positivo em toda a extensão de um vão (como em vãos em balanço), utiliza-se a taxa de armadura mínima da NBR 6118 (ABNT, 2014) na região inferior da seção transversal.

A escolha do detalhamento dos estribos utiliza os diâmetros comerciais do aço CA-50, incluindo o diâmetro de 5 mm do CA-60, sendo desconsiderado o ganho de resistência com o uso de CA-60, conforme a NBR6118 (ABNT, 2014). O diâmetro máximo é definido pelo projetista, além das exigências da norma, e deve ter o seu raio de dobramento externo menor ou igual à base da viga, descontada do cobrimento nominal de ambos os lados, dividida por 3. A escolha da bitola e do espaçamento começa com o diâmetro de 5 mm e vai aumentando enquanto não for possível atingir a taxa de armadura calculada respeitando o espaçamento mínimo, considerado igual a 10 cm, e mostrando uma mensagem de erro quando não é possível respeitar o espaçamento mínimo e o diâmetro máximo permitido. Finalmente, o número de estribos necessários para o comprimento de vão que os receberá é dado pelo comprimento do trecho, dividido pelo espaçamento entre os estribos, somado de uma unidade e arredondado para baixo.

### 5.3 AJUSTES GERAIS

A página dos ajustes gerais do aplicativo (figura 44) permite que sejam determinadas as configurações padrão para lajes e vigas que serão criadas. As opções disponíveis são as mesmas vistas anteriormente nos itens 5.1.4 e 5.2.3.

Figura 44 - Ajustes gerais do aplicativo

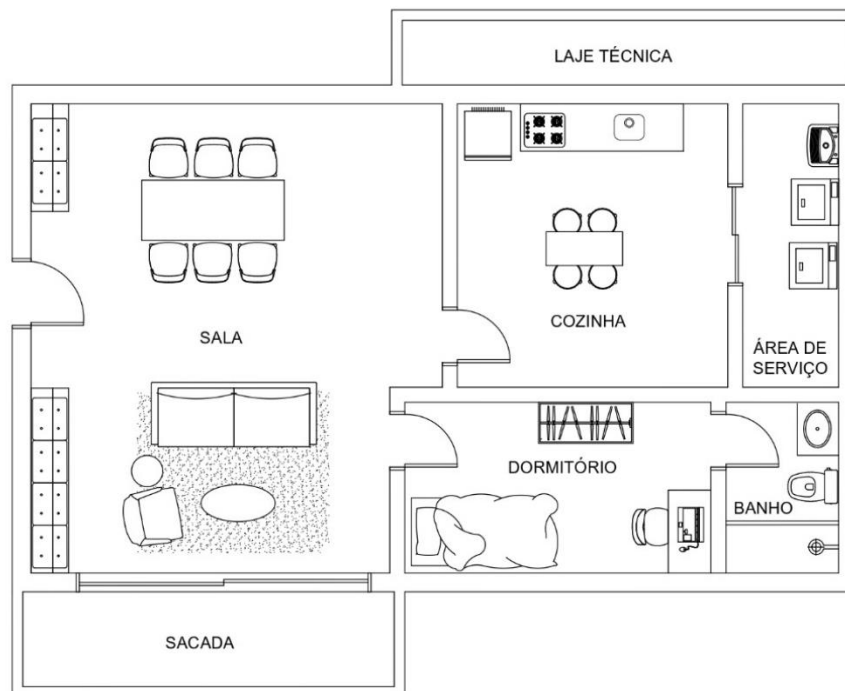


(fonte: elaborada pelo autor)

## 6 EXEMPLO DE UTILIZAÇÃO DO APLICATIVO

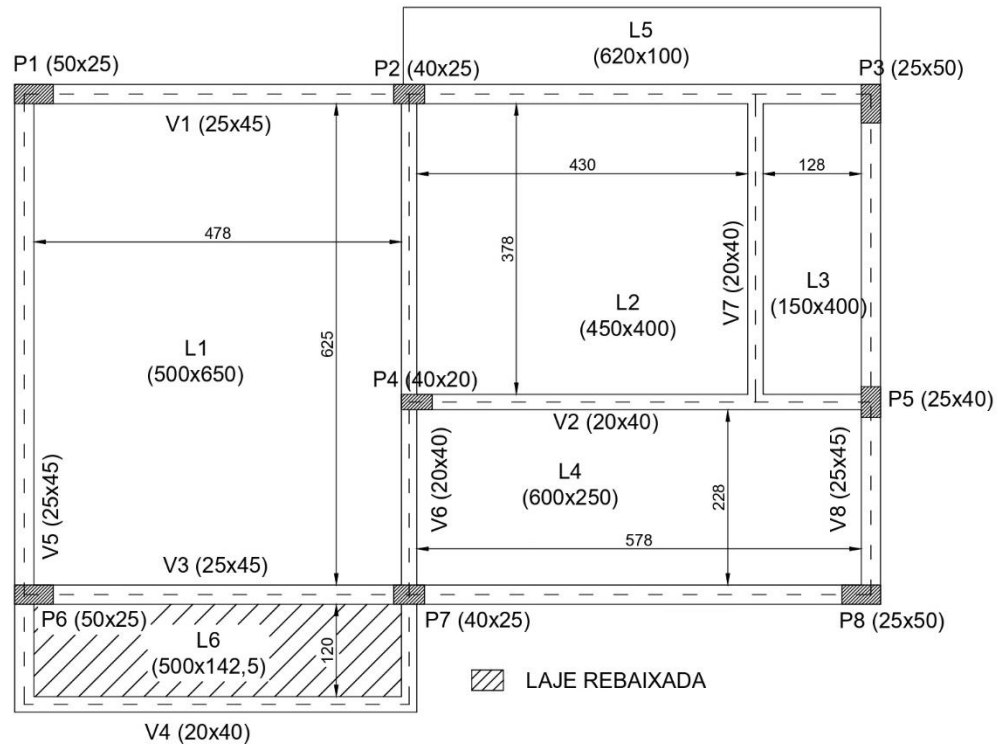
De forma demonstrativa, como um exemplo de utilização do aplicativo, foi criado um pavimento fictício (figura 45), com geometria conforme a figura 46 e pé direito de 3 m (considerado como um pavimento intermediário), dimensionado com o auxílio da ferramenta. O pavimento contém 6 lajes e 8 vigas, contemplando algumas resoluções de problemas diferentes. Como critério geral, são considerados engastados os bordos de lajes que possuem uma laje adjacente no mesmo nível e não mais de 2 cm menos espessa que a que está sendo dimensionada. Alguns detalhes da arquitetura do pavimento existem apenas para fins didáticos, possibilitando a ilustração de configurações variadas. No caso da sacada e da laje técnica, por exemplo, são adotadas duas soluções distintas (uma laje em balanço em nível com as demais lajes e outra rebaixada, apoiada nos quatro bordos) apenas para este fim.

Figura 45 - Pavimento fictício para o exemplo de uso do aplicativo



(fonte: elaborada pelo autor)

Figura 46 - Geometria do pavimento fictício



(fonte: elaborada pelo autor)

No pavimento em questão, o concreto é da classe C25 e o aço é CA-50. Para a obtenção das cargas nos elementos de projeto, as paredes na sacada e na laje técnica são consideradas paredes de bloco de vedação cerâmico de 9 cm de espessura com 2 cm de revestimento de cada lado (1,6 kN/m<sup>2</sup>) e 1,2 m de altura; as demais são de bloco de vedação cerâmico de 19 cm de espessura, também com 2 cm de revestimento de cada lado (2,3 kN/m<sup>2</sup>) e 2,5 m de altura. Em prol da simplicidade do exemplo, cujo foco é a demonstração das possibilidades do aplicativo, as paredes diretamente apoiadas sobre as lajes e as paredes apoiadas sobre as vigas são consideradas com a mesma altura. O peso específico das paredes segue a NBR 6120 (ABNT, 2019). É utilizado um coeficiente de majoração para a determinação da carga distribuída superficial equivalente às paredes em ELS de 1,2, opção definida pelo usuário no aplicativo. Considera-se que o pavimento é executado em um local de classe de agressividade ambiental CAII (urbana) e que será utilizado granito ou gnaiss como agregado graúdo do concreto.

## 6.1 LAJES

Dimensionam-se as lajes começando com laje de menor vão efetivo (na direção principal) e terminando pela laje com o maior vão efetivo; como as espessuras são calculadas automaticamente para demonstrar este recurso do programa, tal ordenamento na solução das lajes permite determinar situações de engastamento ou de apoio entre os elementos com um menor número de tentativas.

As cargas acidentais para as lajes são dadas pela NBR 6120 (ABNT, 2019) de acordo com a utilização de cada ambiente. Para as cargas permanentes, foram criadas, seguindo os processos descritos no item 5.1.3, as 4 composições de cargas mostradas na figura 47 (a) a partir dos 4 materiais da figura 47 (b).

Figura 47 - Composições de cargas permanentes para o pavimento fictício

← Composição	+	← Cargas Permanentes	+
Sala/cozinha 3.5 kN/m <sup>2</sup> - CA, forro de gesso, rev. cerâmico.		<input checked="" type="checkbox"/> Concreto armado (25.0 kN/m <sup>3</sup> )	
Áreas molháveis 4.5 kN/m <sup>2</sup> - CA, forro de gesso, rev. cerâmi...		<input type="checkbox"/> Forro de gesso (0.3 kN/m <sup>2</sup> )	
Dormitório 3.2 kN/m <sup>2</sup> - CA, rev. cerâmico.		<input type="checkbox"/> Rev. cerâmico (0.9 kN/m <sup>2</sup> )	
Laje técnica 3.3 kN/m <sup>2</sup> - CA, impermeabilização.		<input type="checkbox"/> Impermeabilização (1.0 kN/m <sup>2</sup> )	

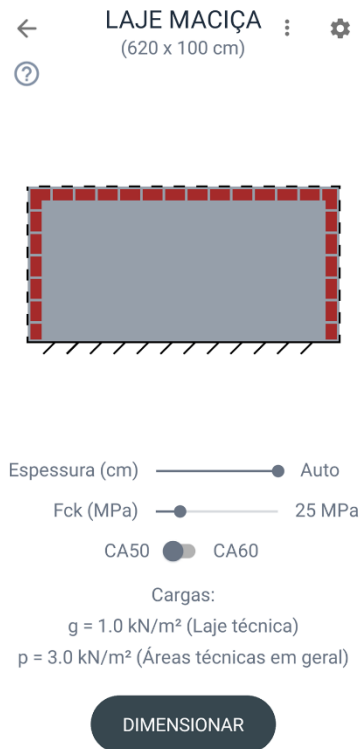
(a)

(b)

(fonte: elaborada pelo autor)

A primeira laje a ser dimensionada é a laje em balanço L5, que possui os parâmetros de dimensionamento mostrados na figura 48 e deve ter o seu engastamento garantido nas lajes L2 e L3 para ter a estabilidade necessária. Para configurar no aplicativo a geometria da laje e a existência das paredes, são utilizados os processos descritos, respectivamente, no item 5.1.1 e 5.1.4. A escolha dos demais ajustes da laje, como a classe de agressividade ambiental, o material e a altura das paredes, segue o item 5.1.4.

Figura 48 - Laje L5: parâmetros de dimensionamento



(fonte: elaborada pelo autor)

A espessura mínima que atende os critérios de deformação da NBR 6118 (ABNT, 2014) para a laje L5 é de 11 cm, sempre indicada na parte superior da tela, sob o título da página (figura 49). O detalhamento da armadura da laje e as flechas provável e admissível calculadas estão indicados na figura 50; as demais informações (solicitações, reações nos bordos e taxas de armadura calculadas) são apresentadas na figura 51.



Figura 49 - Laje L5: detalhamento e flechas calculadas



(fonte: elaborada pelo autor)

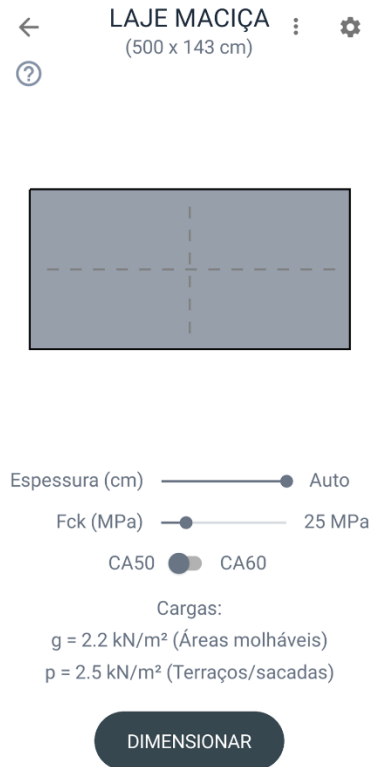
Figura 50 - Laje L5: solicitações, reações nos bordos e taxas de armadura



(fonte: elaborada pelo autor)

A segunda laje dimensionada, L6, considerada apoiada nos quatro bordos por ser rebaixada em relação à L1, tem seus parâmetros e resultados de dimensionamento nas figuras 51, 52 e 53.

Figura 51 - Laje L6: parâmetros de dimensionamento



(fonte: elaborada pelo autor)

Figura 52 - Laje L6: detalhamento e flechas calculadas



(fonte: elaborada pelo autor)

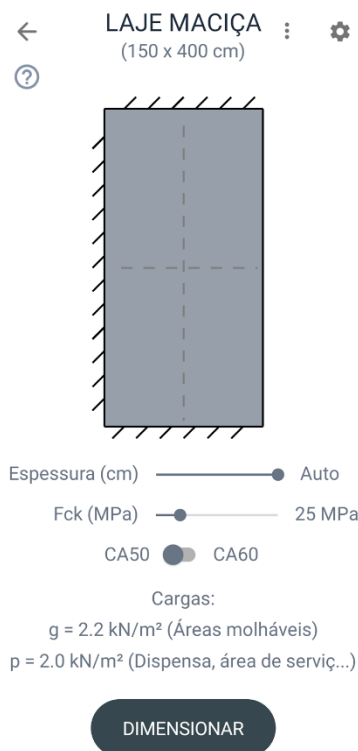
Figura 53 - Laje L6: solicitações, reações nos bordos e taxas de armadura



(fonte: elaborada pelo autor)

Seguindo na sequência da laje de menor vão para a de maior vão, a laje L3 é dimensionada conforme a figura 54, tendo o engaste do bordo superior decorrente da laje L5 em balanço.

Figura 54 - Laje L3: parâmetros de dimensionamento



(fonte: elaborada pelo autor)

Por ser uma laje armada em uma direção com um vão principal de dimensão pequena e sem um carregamento significativo, a espessura é a mínima recomendada pela NBR 6118 (ABNT, 2014) para lajes que não são coberturas – 8 cm. As armaduras resultantes e a deformação provável são apresentadas na figura 55, o resto das informações disponibilizadas pelo aplicativo na figura 56. É importante ressaltar que, apesar de os bordos na direção perpendicular à armadura principal (eixo Y) não receberem solicitações pelo modelo de cálculo, é utilizada uma taxa mínima de armadura negativa para garantir o engastamento proposto no dimensionamento da laje.

Figura 55 - Laje L3: detalhamento e flechas calculadas



(fonte: elaborada pelo autor)

Figura 56 - Laje L3: solicitações, reações nos bordos e taxas de armadura

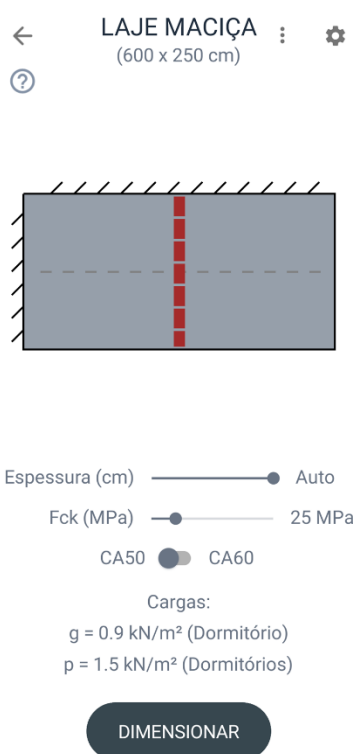


(fonte: elaborada pelo autor)

A laje L3 é um caso incomum no qual a armadura de distribuição possui uma taxa resultante maior que a armadura principal. Isso ocorre devido ao mínimo recomendado no item 19.3.3.2 da NBR 6118 (ABNT, 2014) de  $0,90 \text{ cm}^2$ . Entretanto, a configuração escolhida para a armadura principal possui um menor espaçamento (15 cm) visto que o aplicativo limita o espaçamento máximo de armaduras principais a esse valor; a armadura de distribuição, por outro lado, não tem a mesma limitação, sendo indicado 21 cm de espaçamento.

A laje L4 é dimensionada conforme a figura 57. Diferentemente das outras no pavimento, ela é uma laje armada em uma direção com uma parede no sentido do vão principal. As solicitações geradas pela parede posicionada no centro da laje (posição crítica, seguindo o item 3.1) demandam uma armadura adicional na área de influência da parede, necessária para distribuir os esforços por uma região maior, indicada no detalhamento na figura 58. Os resultados do dimensionamento são apresentados nas figuras 58 e 59.

Figura 57 - Laje L4: parâmetros de dimensionamento



(fonte: elaborada pelo autor)

Figura 58 - Laje L4: detalhamento e flechas calculadas



(fonte: elaborada pelo autor)

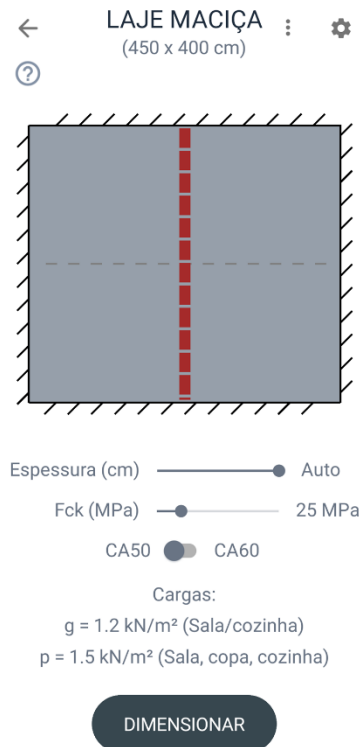
Figura 59 - Laje L4: solicitações, reações nos bordos e taxas de armadura



(fonte: elaborada pelo autor)

A laje L2 é armada em duas direções, engastada em todos os seus bordos e possui nos seus parâmetros de dimensionamento (figura 60) a parede que separa a sala da cozinha. A parede não é centralizada na laje, mas será calculada dessa forma – simplificada e a favor da segurança. Os resultados são apresentados nas figuras 61 e 62.

Figura 60 - Laje L2: parâmetros de dimensionamento



(fonte: elaborada pelo autor)



Figura 61 - Laje L2: detalhamento e flechas calculadas



(fonte: elaborada pelo autor)

Figura 62 - Laje L2: solicitações, reações nos bordos e taxas de armadura

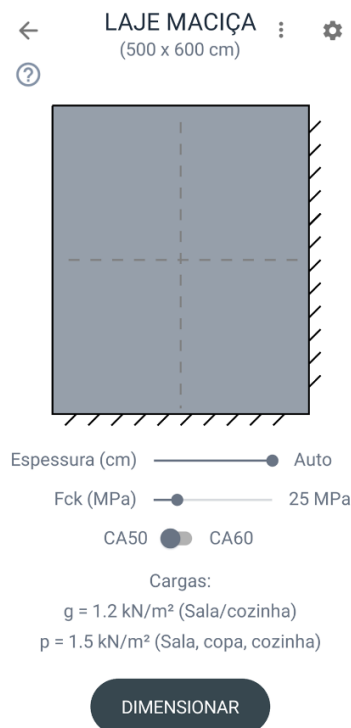


(fonte: elaborada pelo autor)

Uma observação importante é que a condição de engastamento do bordo superior da Laje L2 é dependente da capacidade da laje em balanço L5 gerar um momento fletor no bordo comum suficientemente grande para garantir esse engastamento. Essa verificação é importante porque o momento no bordo engastado de uma laje em balanço é definido pelo seu vão e pela carga aplicada, não podendo ser mobilizado momento maior por mais que a laje adjacente provoque rotação no bordo comum. Uma avaliação cuidadosa baseada na comparação entre o momento de engastamento da laje em balanço e o momento no mesmo bordo da laje interna deve ser feita para a definição da vinculação mais adequada para a laje interna, se apoiada ou engastada no bordo em comum com a laje em balanço.

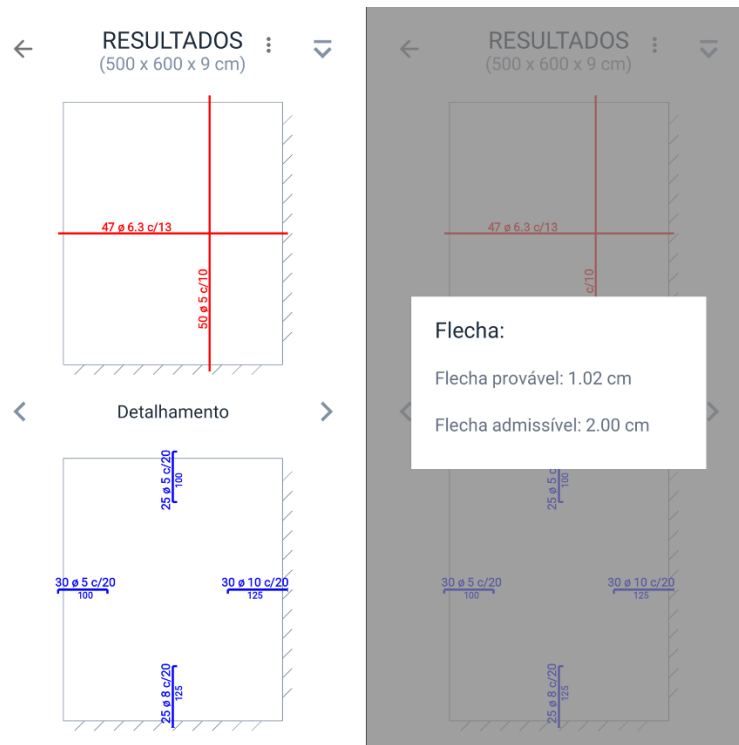
Finalmente, a laje com o maior vão efetivo de todas as lajes do pavimento, L1, é dimensionada engastada nos dois lados que possuem lajes adjacentes, na hipótese que a espessura resultante não é mais de 2 cm maior que as espessuras das outras. Caso essa hipótese não fosse confirmada no dimensionamento da laje, as condições de vinculação deveriam ser alteradas até que todas as condições para vinculação mútua das lajes fossem satisfeitas. Os parâmetros de dimensionamento seguem a figura 63. O detalhamento, as flechas provável e admissível, as solicitações, as reações nos bordos e as taxas de armadura obtidas estão nas figuras 64 e 65.

Figura 63 - Laje L1: parâmetros de dimensionamento



(fonte: elaborada pelo autor)

Figura 64 - Laje L1: detalhamento e flechas calculadas



(fonte: elaborada pelo autor)

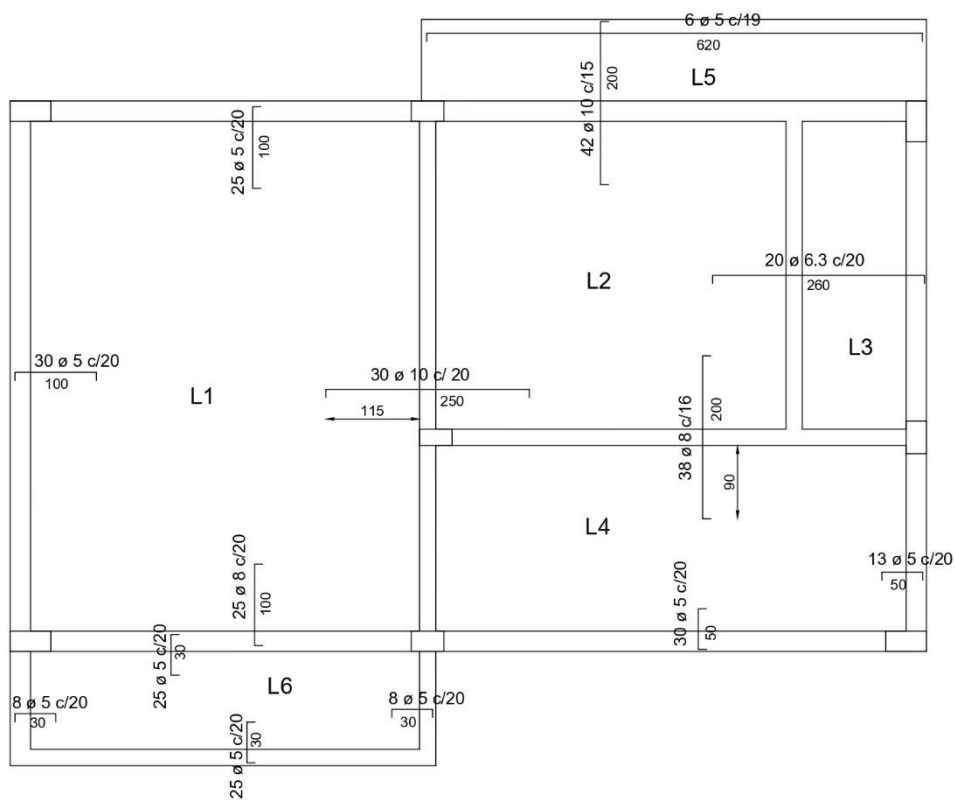
Figura 65 - Laje L1: solicitações, reações nos bordos e taxas de armadura



(fonte: elaborada pelo autor)

Como o aplicativo foi criado para o dimensionamento de elementos isolados, é necessária uma compatibilização das armaduras negativas, que precisam ser contínuas em caso de engaste entre duas lajes, para que o projeto do pavimento se torne um projeto executivo. Assim, o projeto executivo fica conforme a figura 66. Um aspecto importante a ser observado está relacionado ao comprimento das armaduras negativas de engastamento, usualmente  $\frac{1}{4}$  do maior dos vãos menores das lajes adjacentes. Como o aplicativo trabalha com lajes isoladas, tal comprimento informado é calculado exclusivamente em função da laje sendo dimensionada, não contemplando o fato da laje adjacente poder ter um vão menor de maior comprimento que o da laje em estudo.

Figura 66 - Projeto executivo das armaduras negativas



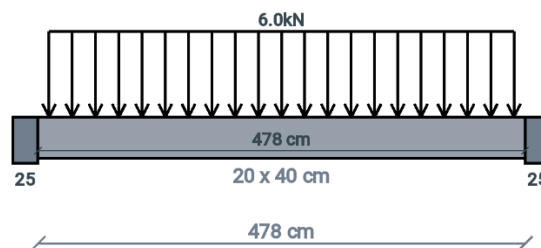
(fonte: elaborada pelo autor)

## 6.2 VIGAS

Com o dimensionamento das lajes concluído e, assim, as cargas transmitidas em cada bordo conhecidas, é possível iniciar a análise das vigas. Pela configuração do pavimento, nota-se que apenas as vigas V4 e V7 são apoiadas em outras vigas, transmitindo cargas concentradas. Portanto, deve-se iniciar por esses dois elementos. É importante salientar que o dimensionamento estrutural das vigas considera o estado limite último (ELU), sendo utilizadas as reações encontradas para as lajes também em ELU. Em todas as vigas, além das cargas mencionadas abaixo, é sempre considerado o peso próprio da seção de concreto armado (sendo o peso específico do concreto armado de  $25 \text{ kN/m}^3$ ). Para cada viga, os vãos e apoios são editados respectivamente de acordo com as instruções dos itens 5.2.1 e 5.2.2; as cargas são adicionadas no programa seguindo o item 5.2.3, incluindo o peso próprio, que é calculado automaticamente.

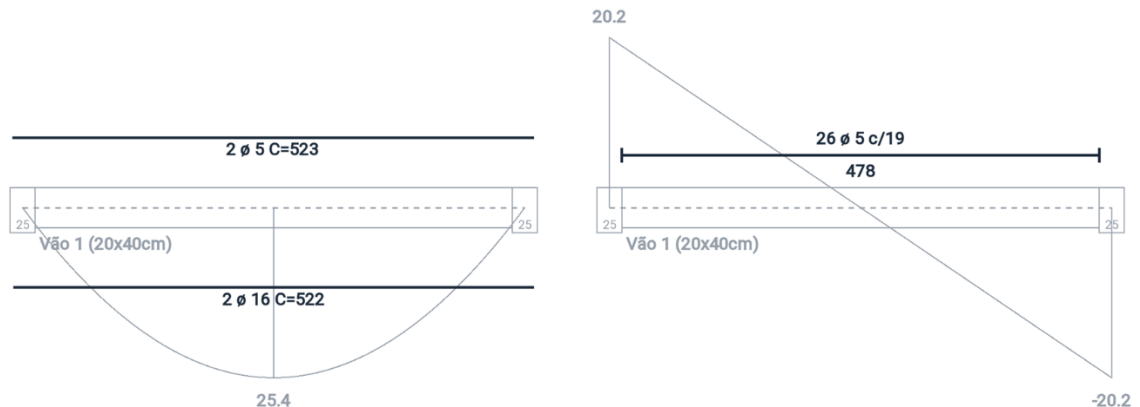
A viga V4 possui apenas um vão, apoiado nas vigas V5 e V6, e nele recebe a carga do bordo inferior da laje L6 ( $4,11 \text{ kN/m}$ ), somada da carga da parede com espessura de  $9 \text{ cm}$ ,  $2 \text{ cm}$  de revestimento de cada lado e altura de  $1,2 \text{ m}$  ( $1,92 \text{ kN/m}$ ). A viga criada no aplicativo, com os respectivos apoios e a carga aplicada, está na figura 67; os resultados do dimensionamento (armaduras longitudinais, transversais, e diagramas de momento fletor e força cortante), na figura 68.

Figura 67 - Viga V4: configuração de dimensionamento



(fonte: elaborada pelo autor)

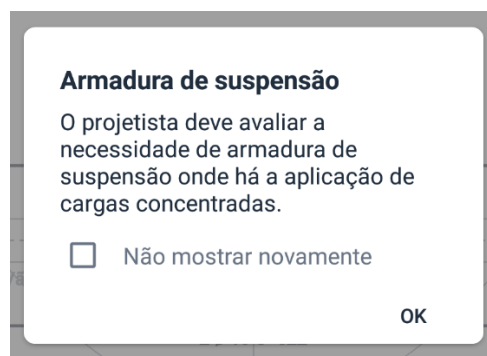
Figura 68 - Viga V4: resultados do dimensionamento



(fonte: elaborada pelo autor)

Ao se dimensionar uma viga apoiada em outras vigas ou que possua uma carga pontual aplicada, como a viga V4, o aplicativo mostra a mensagem da figura 69 lembrando da necessidade de armadura de suspensão onde há a aplicação de algumas cargas concentradas conforme explicado no item 4.2.3. O aplicativo, pensado para o cálculo de elementos isolados, não dimensiona essas armaduras que seriam necessárias apenas onde há a interação de mais de um elemento.

Figura 69 - Mensagem: avaliar necessidade de armadura de suspensão

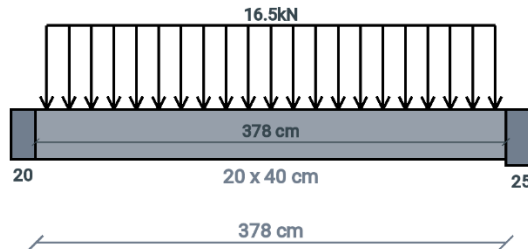


(fonte: elaborada pelo autor)

A viga V7 também possui apenas um vão, apoiado nas vigas V1 e V2, e nele recebe as cargas do bordo direito da laje L2 (6,23 kN/m), do bordo esquerdo da laje L3 (4,49 kN/m), da parede com espessura de 19 cm, 2 cm de revestimento de cada lado e altura de 2,5 m (5,75 kN/m),

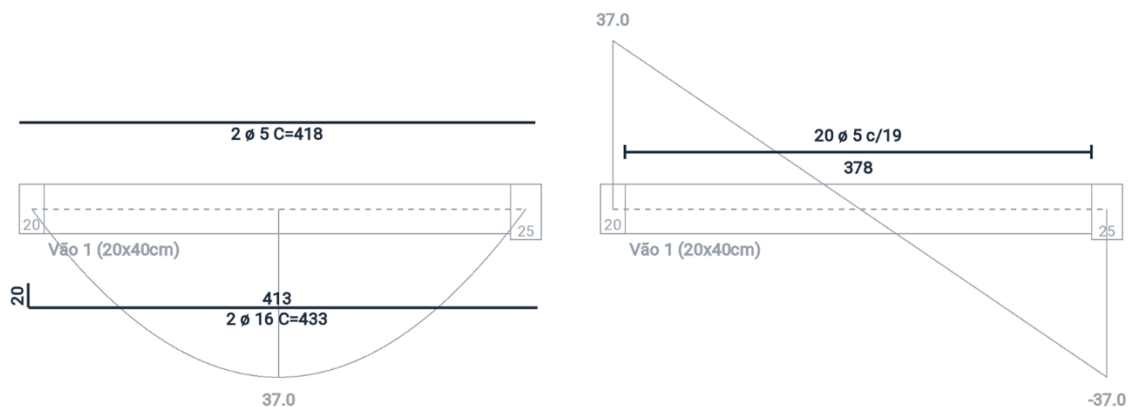
além do seu peso próprio (2,00 kN/m). A configuração final da viga e os resultados do seu dimensionamento são, respectivamente, apresentados nas figuras 70 e 71.

Figura 70 - Viga V7: configuração de dimensionamento



(fonte: elaborada pelo autor)

Figura 71 - Viga V7: resultados do dimensionamento



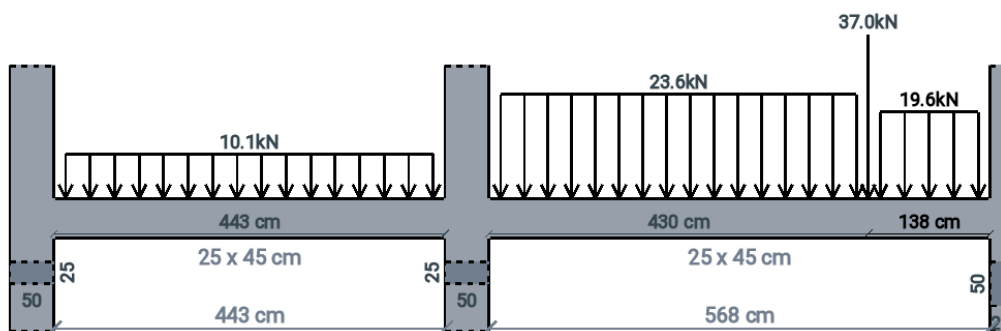
(fonte: elaborada pelo autor)

Nota-se que, no detalhamento das armaduras longitudinais da viga V7, a ancoragem da armadura positiva possui gancho no apoio esquerdo e é reta no apoio direito, mesmo com a simetria dos diagramas de solicitações. Isso se deve pela diferença de 5 cm de largura entre os apoios, que determina o comprimento disponível para ancoragem.

Após os dimensionamentos das vigas V4 e V7, já são conhecidas todas as cargas atuantes nas demais vigas do pavimento, seguindo-se uma ordem arbitrária de dimensionamento, nesse caso numérica, da viga V1 à viga V8.

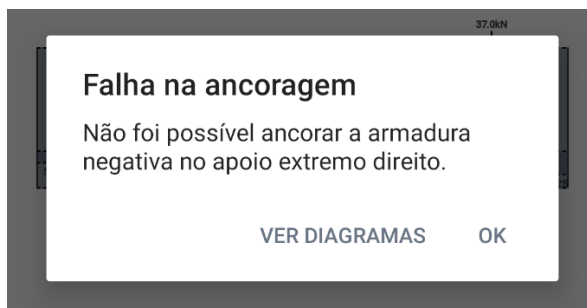
A viga V1, composta por 2 vãos, apoiada nos pilares P1, P2 e P3, é carregada pelas reações nos bordos das lajes L1 (4,30 kN/m), L2 (6,92 kN/m), L3 (2,95 kN/m) e L5 (10,89 kN/m), somadas da solicitação da parede alinhada com o seu eixo (5,75 kN/m), além da carga pontual de reação à viga V7 (37,0 kN). A configuração da viga é apresentada na figura 72. A mensagem exibida após a primeira tentativa de dimensionamento, na figura 73.

Figura 72 - Viga V1: configuração de dimensionamento



(fonte: elaborada pelo autor)

Figura 73 - Viga V1: mensagem após a primeira tentativa de dimensionamento



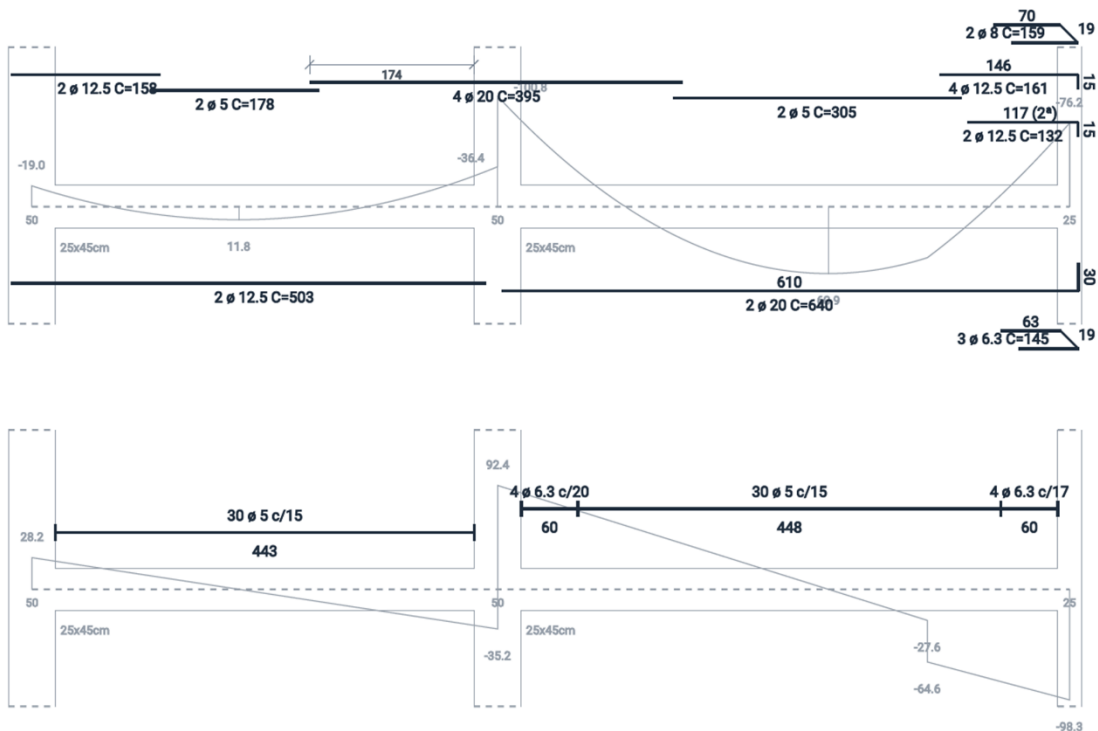
(fonte: elaborada pelo autor)

Nota-se que, em uma primeira tentativa de dimensionamento, não é possível ancorar as armaduras negativas no pilar P3. Para resolver esse problema, aumentar a largura na direção X do pilar P3 permitiria que o comprimento necessário de ancoragem fosse atendido. Considerando, entretanto, para explorar as funcionalidades do aplicativo, que a arquitetura do pavimento não deve ser modificada, uma solução possível é reduzir a maior bitola de armadura permitida para que, utilizando mais barras, seja possível ancorá-las com um menor comprimento necessário resultante, visto que ele é dependente do diâmetro das barras. O aplicativo itera entre 3 diâmetros (do maior para o menor) quando não é possível ancorar uma



camada (no exemplo anterior, 25 mm, 20 mm e 16 mm); alterando-se a bitola máxima permitida para 20 mm, já é possível realizar o detalhamento da viga, utilizando-se barras de 12,5 mm na região do apoio extremo direito, conforme a figura 74.

Figura 74 - Viga V1: resultados do dimensionamento

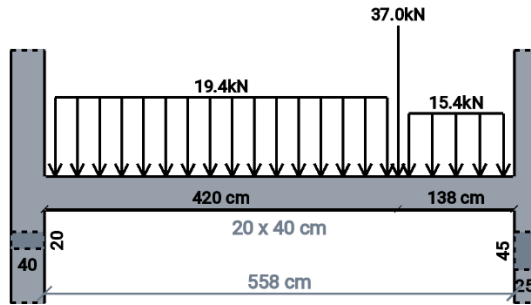


(fonte: elaborada pelo autor)

Ressalta-se que os critérios de ancoragem em extremidades apoiadas das armaduras positivas do centro do vão são seguidos mesmo quando a viga a ser dimensionada se apoia em pilares de extremidade, situação na qual, em geral, aparece um momento negativo nessa região e compressão nas armaduras inferiores.

A viga V2, composta por apenas um vão, é apoiada nos pilares P4 e P5, e recebe as cargas dos bordos apoiados nela das lajes L2 (6,92 kN/m), L3 (2,95 kN/m) e L4 (6,72 kN/m), além da carga pontual da viga V7 (37,0 kN) e da parede posicionada sobre o seu eixo (5,75 kN/m), apresentadas na figura 75.

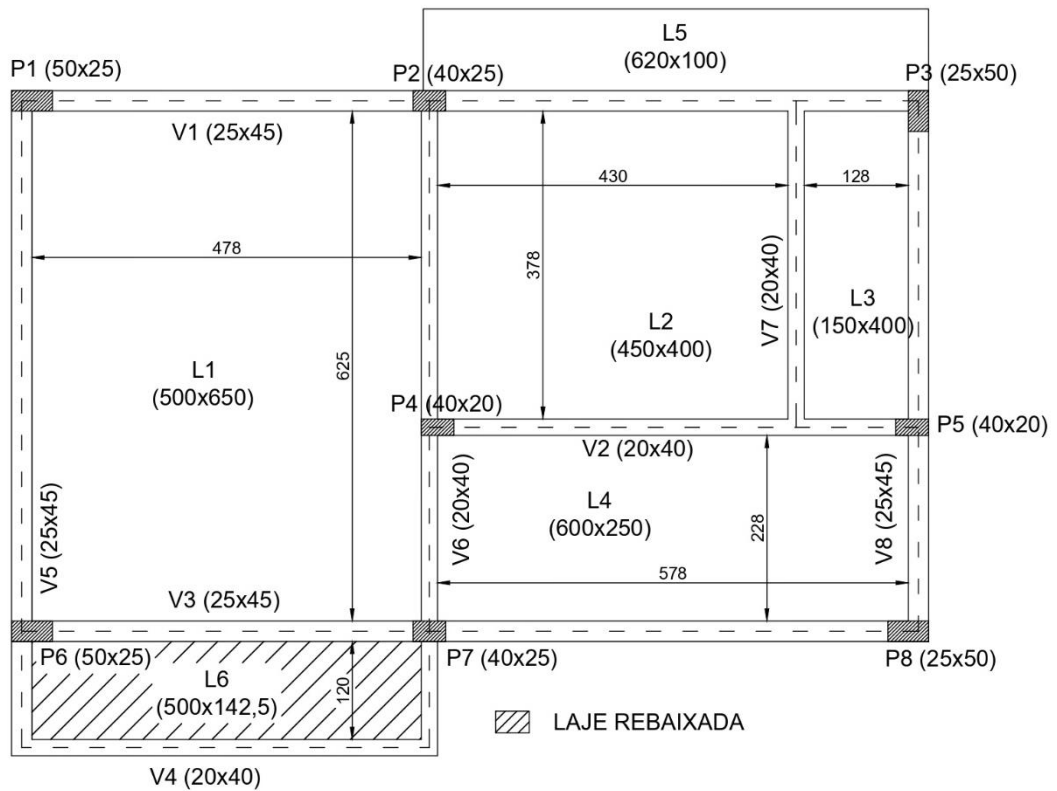
Figura 75 - Viga V2: configuração de dimensionamento



(fonte: elaborada pelo autor)

Mais uma vez, não foi possível ancorar as armaduras negativas no pilar da extremidade direita P5. Nesse caso, consideraremos que alterar a largura do pilar é viável, mudando a sua orientação e obtendo uma nova geometria para o pavimento conforme a figura 76 – que não influencia nenhum dimensionamento feito anteriormente.

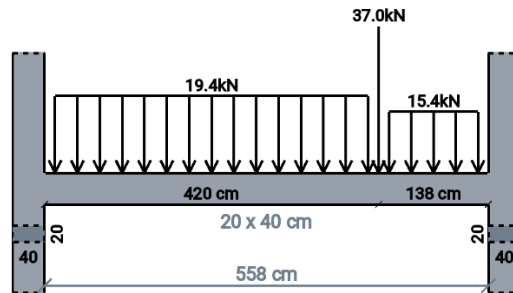
Figura 76 - Geometria alterada do pavimento fictício



(fonte: elaborada pelo autor)

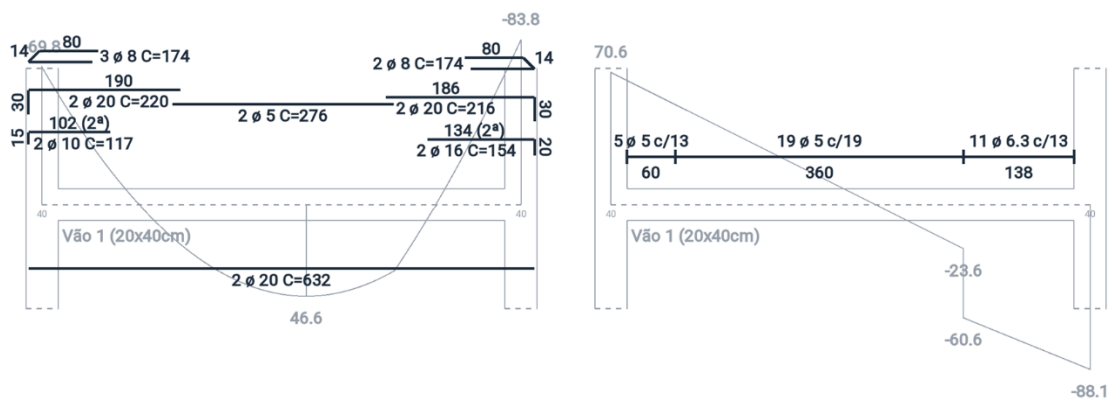
A nova forma da viga V2, ilustrada na figura 77, possibilita a ancoragem das armaduras. Os resultados do dimensionamento são apresentados na figura 78.

Figura 77 - Viga V2: nova configuração de dimensionamento



(fonte: elaborada pelo autor)

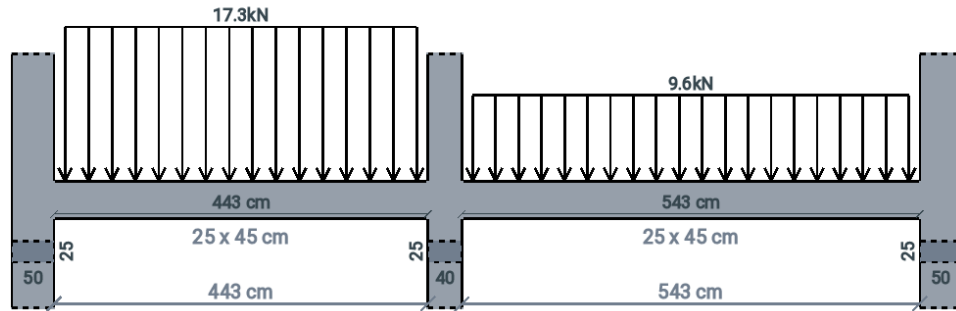
Figura 78 - Viga V2: resultados do dimensionamento



(fonte: elaborada pelo autor)

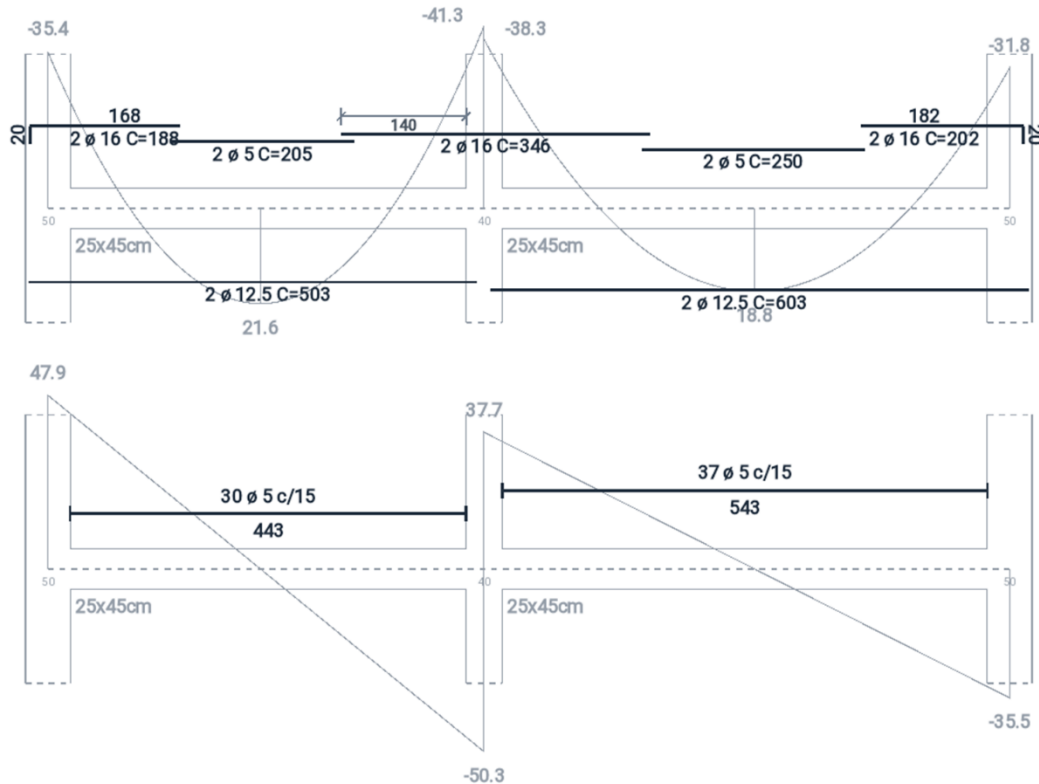
A viga V3, com dois vãos apoiados nos pilares P6, P7 e P8, é carregada pelas reações dos bordos das lajes L1 (7,45 kN/m), L4 (3,88 kN/m) e L6 (4,11 kN/m), somadas da parede alinhada com o seu eixo (5,75 kN/m). A configuração de dimensionamento e os resultados são apresentados nas figuras 79 e 80.

Figura 79 - Viga V3: configuração de dimensionamento



(fonte: elaborada pelo autor)

Figura 80 - Viga V3: resultados do dimensionamento

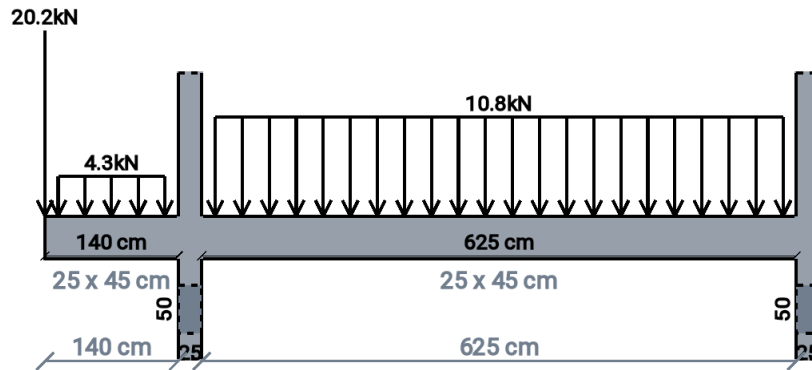


(fonte: elaborada pelo autor)

A viga V5 é composta por dois vãos separados pelo pilar P6, o primeiro deles com um balanço da extremidade ao pilar e o segundo também apoiado no pilar P1 (figura 81). No primeiro vão, ela recebe a reação pontual gerada pelo apoio da viga V4 (20,2 kN), a reação linear do bordo da laje L6 (2,40 kN/m) e a parede que é posicionada sobre o seu eixo (1,92 kN/m). No segundo

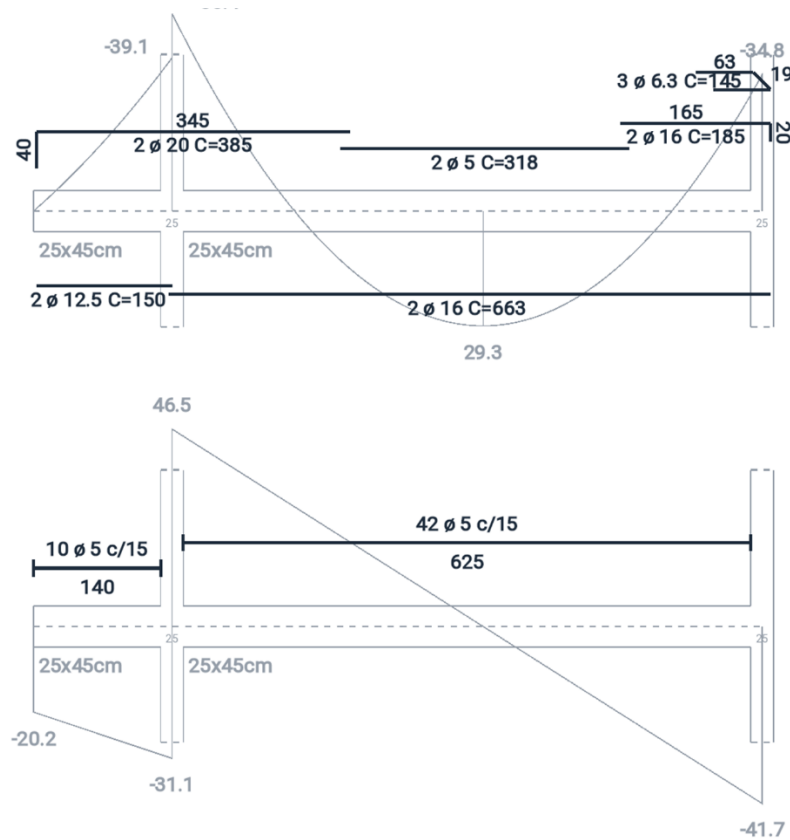
vão, a viga V1 sustenta o bordo esquerdo da laje L1 (5,02 kN/m) e a parede existente alinhada com o seu eixo (5,75 kN/m). Os resultados do dimensionamento estão na figura 82.

Figura 81 - Viga V5: configuração de dimensionamento



(fonte: elaborada pelo autor)

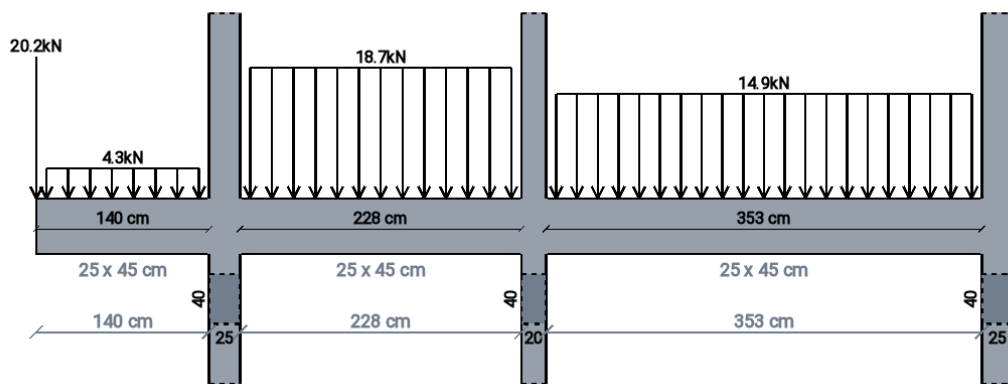
Figura 82 - Viga V5: resultados do dimensionamento



(fonte: elaborada pelo autor)

A viga V6 é a única viga no pavimento que possui 3 vãos, sendo o primeiro um balanço apoiado no pilar P7, o segundo entre o P7 e o P4 e o último terminando no pilar P2. O primeiro vão tem na sua extremidade a reação à viga V4 (20,2 kN), além das cargas distribuídas do bordo direito da laje L6 (2,40 kN/m) e da parede sobre o seu eixo (1,92 kN/m). O segundo vão tem influência dos bordos das lajes L1 (8,69 kN/m) e L4 (4,25 kN/m) e da parede sobre o seu eixo (5,75 kN/m). O terceiro e último vão recebem apenas as cargas dos bordos das lajes L1 (8,69 kN/m) e L2 (6,23 kN/m). A configuração da viga fica conforme a figura 83.

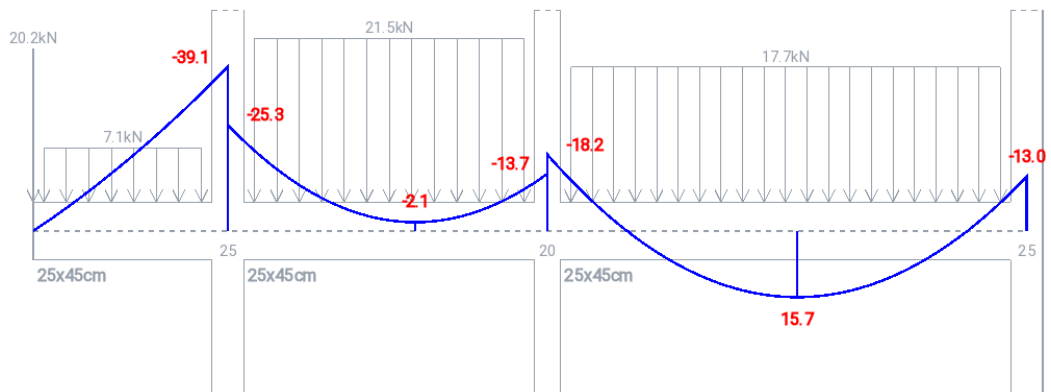
Figura 83 - Viga V6: configuração de dimensionamento



(fonte: elaborada pelo autor)

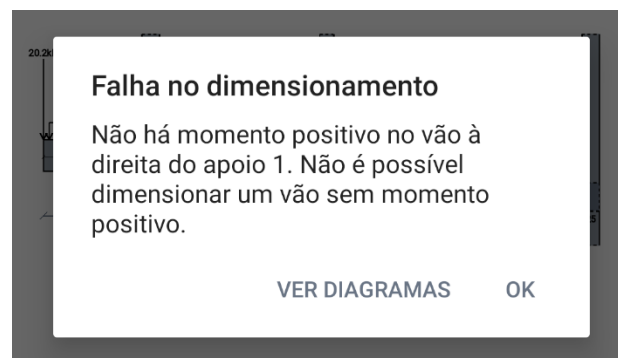
A geometria com um vão relativamente pequeno entre um balanço e um vão maior resulta em um gráfico de momento fletor (figura 84) que contém um vão sem momento positivo. Mesmo que o dimensionamento estrutural de um vão sem momento positivo seja possível, seguindo o item 14.6.6 da NBR 6118 (ABNT, 2014), o detalhamento se torna mais complexo, muitas vezes necessitando de emendas por traspasse na região tracionada da viga. Assim, o aplicativo não apresenta resultados para esse caso, exibindo a mensagem mostrada na figura 85.

Figura 84 - Viga V6: diagrama de momento fletor



(fonte: elaborada pelo autor)

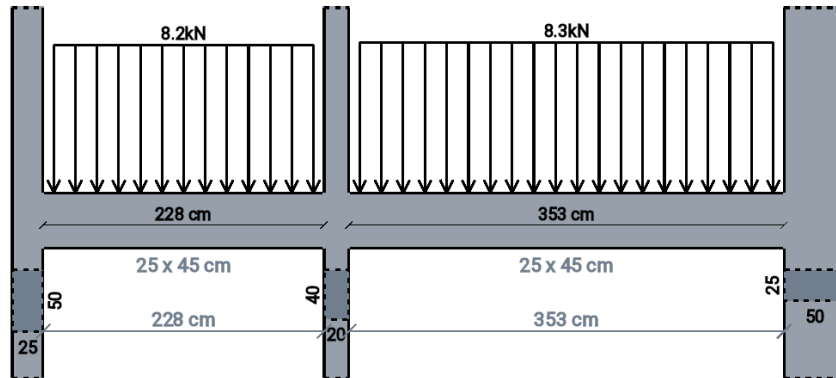
Figura 85 – Mensagem de falha no dimensionamento: vão sem momento positivo



(fonte: elaborada pelo autor)

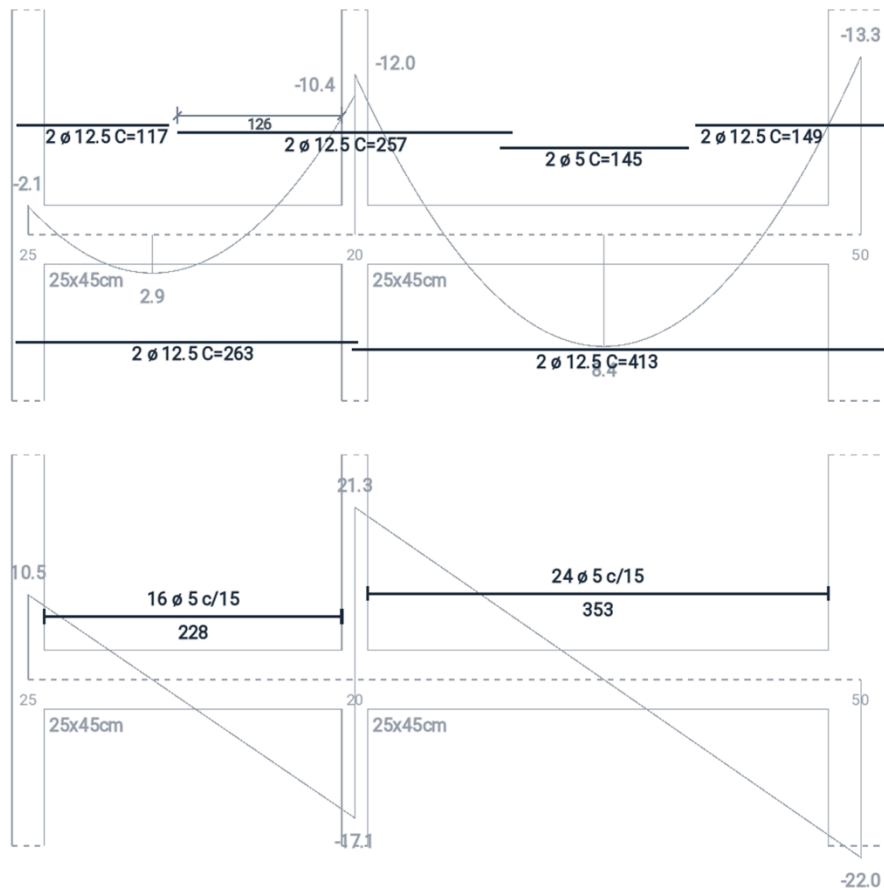
A última viga, V8, recebe no seu primeiro vão a carga do bordo direito da laje L4 (2,45 kN/m), no segundo a da laje L3 (2,59 kN/m) e, em toda a sua extensão, a parede de 19 cm (5,75 kN/m). A configuração de dimensionamento da viga e os resultados encontrados são apresentados nas figuras 86 e 87.

Figura 86 - Viga V8: configuração de dimensionamento



(fonte: elaborada pelo autor)

Figura 87 - Viga V8: resultados do dimensionamento



(fonte: elaborada pelo autor)



## 7 DESENVOLVIMENTO DO APLICATIVO

Para o desenvolvimento do aplicativo, utilizou-se o Xamarin (MICROSOFT, 2020), uma plataforma de software livre utilizada para a criação de aplicativos móveis. O ambiente de desenvolvimento foi o Visual Studio (MICROSOFT, 2021b), na sua versão *Community*, gratuita para desenvolvedores individuais. As linguagens empregadas no programa foram o C# (MICROSOFT, 2021a) para as rotinas de cálculo e para a interatividade da interface e o XAML (MICROSOFT, 2021c) como linguagem de marcação declarativa para a criação das interfaces gráficas.

Mesmo não utilizando as linguagens nativas da maior parte dos sistemas operacionais de dispositivos móveis, a combinação foi escolhida por ter pontos positivos significativos e, entre eles, destacam-se: o desenvolvimento pode ser multiplataforma, compartilhando o código entre programas para sistemas operacionais diferentes; a documentação, providenciada pela Microsoft, é extremamente vasta, facilitando o aprendizado e o entendimento do processo de desenvolvimento; as ferramentas são amplamente difundidas na área da programação, existindo diversas bibliotecas de software livre que agilizam a criação de funcionalidades mais complexas.

A distribuição ampla de aplicativos para dispositivos móveis é feita por meio das lojas de cada sistema operacional ou fabricante. Cada loja exige a criação de uma conta de desenvolvedor para poder publicar os aplicativos e faz uma revisão do conteúdo dos programas para confirmar que todas as regulamentações específicas são atendidas e que eles funcionam corretamente.

## 8 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Neste trabalho, foi desenvolvido um aplicativo para dispositivos móveis, com uma interface intuitiva e amigável, capaz de realizar análises estruturais simples de vigas de seção retangular e lajes maciças, apresentando o detalhamento executivo como um dos resultados obtidos.

Para alcançar uma interface de entrada de dados fácil de ser utilizada, buscou-se o auxílio de ferramentas gráficas, expondo o elemento em edição de forma que, em uma página, seja possível entender todas as principais características do dimensionamento. Na interface de saída, é possível alternar entre as informações que, em geral, serão as de maior interesse para engenheiros e estudantes de engenharia: solicitações, reações e o detalhamento executivo – permitindo um rápido entendimento das consequências de aumentos e diminuições dos esforços nas armaduras necessárias.

Os modelos de cálculo se basearam em métodos e equações, em sua maioria, já consagrados para o dimensionamento de estruturas de concreto, complementando-os com aproximações e critérios de projeto que se adequam à plataforma móvel. Na verificação dos resultados encontrados pelo aplicativo, foram feitas comparações com resultados de outros programas amplamente utilizados como o *Ftool* (MARTHA, 2002) e de exercícios resolvidos disponíveis nas demais referências do trabalho, obtendo-se resultados satisfatórios.

Finalmente, algumas funcionalidades que poderiam ser implementadas para deixar o programa ainda mais eficiente ou para suprir necessidades diferentes na análise de estruturas de concreto são:

- Cálculo estrutural de pilares de concreto armado como elementos isolados;
- Dimensionamento em Estado Limite de Serviço de Deformação Excessiva e de Abertura de Fissuras para as vigas;
- Dimensionamento das vigas à torção;
- Possibilidade de integração de múltiplos elementos para uma análise conjunta dos diversos componentes estruturais de um pavimento, permitindo, por exemplo, a determinação automática das reações mútuas de vigas apoiadas em vigas, seja no modelo de análise empregado de viga contínua, seja utilizando um modelo de grelha,

ou a determinação automática das condições de vinculação das lajes e a equalização dos momentos nos bordos comuns;

- Possibilidade de contemplar diferentes geometrias (lajes não-maciças, vigas não-retangulares) ao modelo de cálculo;
- Gerar um projeto executivo em formato *PDF* para os elementos resolvidos no aplicativo;
- Permitir ao usuário a mudança do diâmetro das armaduras escolhidas pelo aplicativo na tela de resultados;
- Disponibilizar as rotinas internas dos dimensionamentos do programa na forma de calculadoras (rotina com interface própria para o dimensionamento de seções transversais em flexão, ao corte, para a determinação dos comprimentos de ancoragem, etc.);
- Otimizar os algoritmos de escolha das armaduras utilizado nas lajes e vigas.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ARAÚJO, J. M. de. **Curso de Concreto Armado**. 4. ed. Rio Grande: Dunas, 2014. v. 1.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6118**: projeto de estruturas de concreto – procedimento. Rio de Janeiro, 2014.

\_\_\_\_\_. **NBR 6120**: cargas para o cálculo de estruturas de edificações. Rio de Janeiro, 2019.

\_\_\_\_\_. **NBR 6123**: forças devidas ao vento em edificações. Rio de Janeiro, 1988.

BESSA, V. M. R. d A. **ENG 01111 Estruturas de concreto armado I**. Porto Alegre: UFRGS, 2014 (2º semestre). Apostila de Aula da Disciplina ENG 01111 – Estruturas de Concreto Armado I. Não publicado.

CAMPOS FILHO, A. **Projeto de lajes maciças de concreto armado**. Porto Alegre: UFRGS, 2014. Apostila de aula da Disciplina ENG 01112 – Estruturas de Concreto Armado II. Não publicado.

CSI (Computers and Structures Inc.). **SAP2000**: Integrated Software for Structural Analysis and Design Computers and Structures. Versão 22.0.0. Berkeley, CA, 2020.

MARTHA, L. F. **Análise de estruturas: conceitos e métodos básicos**. Rio de Janeiro: Elsevier, 2010.

\_\_\_\_\_. **Ftool**: Um Programa Gráfico-Interativo para Ensino de Comportamento de Estruturas. Versão 4.00.03. Rio de Janeiro: Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Tecgraf, 2017.

MASUERO, J. R. **Método dos Deslocamentos: Abordagem Computacional e Manual**. Porto Alegre: Universidade Federal do Rio Grande do Sul, mar./jul. 2015. 21 p. Notas de Aula.

MICROSOFT CORPORATION. **Docs .NET, 2021a**. Um tour pela linguagem C#. Disponível em <<https://docs.microsoft.com/dotnet/csharp/tour-of-csharp/>>. Acesso em: 5 de maio de 2021.

\_\_\_\_\_. **Visual Studio, 2021b.** Página inicial. Disponível em <<https://visualstudio.microsoft.com/>>. Acesso em: 5 de maio de 2021.

\_\_\_\_\_. **Docs .NET, 2020.** O que é o Xamarin?. Disponível em <<https://docs.microsoft.com/xamarin/get-started/what-is-xamarin/>>. Acesso em: 5 de maio de 2021.

\_\_\_\_\_. **Docs .NET, 2021c.** Visão geral do XAML. Disponível em <<https://docs.microsoft.com/dotnet/desktop/wpf/xaml/>>. Acesso em: 5 de maio de 2021.

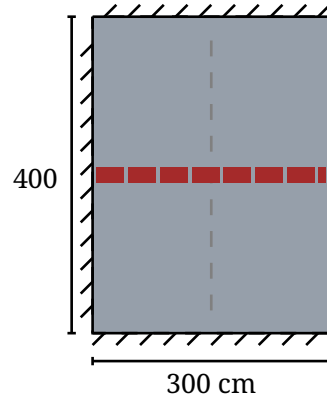
TQS Informática LTDA. **TQS Pleno\_LP&S.** Versão 21. São Paulo, 2019.

**APÊNDICE A – Exemplo de memória de cálculo para uma laje**



# apoioduplo

Memória de Cálculo - Laje



$$g = 6.20 \text{ kN/m}^2$$

$$q = 3.00 \text{ kN/m}^2$$

$$\text{Paredes} = 6.90 \text{ kN/m}$$

Laje armada em duas direções.

## Características da laje:

$$f_{ck} = 30 \text{ MPa} \quad f_{yk} = 600 \text{ MPa} \quad h = 14 \text{ cm}$$

CAAI - cobrimento = 2.5 cm

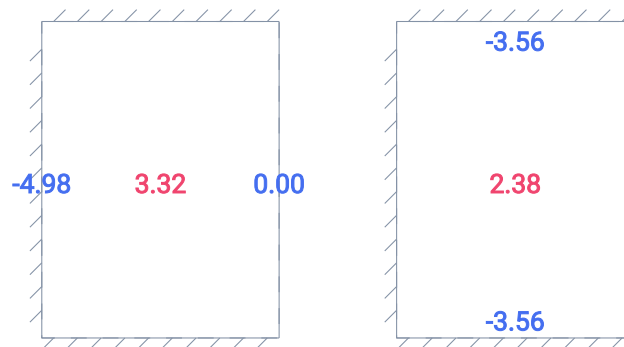
## Verificação da espessura - deformação (ELS):

$$P_{d,ser} = 9.17 \text{ kN/m}^2$$

$$f(t=\infty) = 0.080 \text{ cm} < f_{adm} = 1.200 \text{ cm}$$

## Dimensionamento das armaduras à flexão (ELU):

### Solicitações - ELU (kN.m/m):



**Armadura positiva do vão menor:**

$d = 11.00 \text{ cm}$

$M_k = 3.32 \text{ kN.m}$   $A_s = 1.41 \text{ cm}^2/\text{m}$  (min) - 31  $\emptyset 5 \text{ c}/13 \text{ cm}$

**Armadura positiva do vão maior:**

$d = 10.50 \text{ cm}$

$M_k = 2.38 \text{ kN.m}$   $A_s = 1.41 \text{ cm}^2/\text{m}$  (min) - 24  $\emptyset 5 \text{ c}/13 \text{ cm}$

**Armaduras negativas:**

**Apoio esquerdo:**

$d = 11.00 \text{ cm}$

$M_k = -4.98 \text{ kN.m}$   $A_s = 2.10 \text{ cm}^2/\text{m}$  (min) - 23  $\emptyset 7 \text{ c}/18 \text{ cm}$

**Apoio superior:**

$d = 11.00 \text{ cm}$

$M_k = -3.56 \text{ kN.m}$   $A_s = 2.10 \text{ cm}^2/\text{m}$  (min) - 17  $\emptyset 7 \text{ c}/18 \text{ cm}$

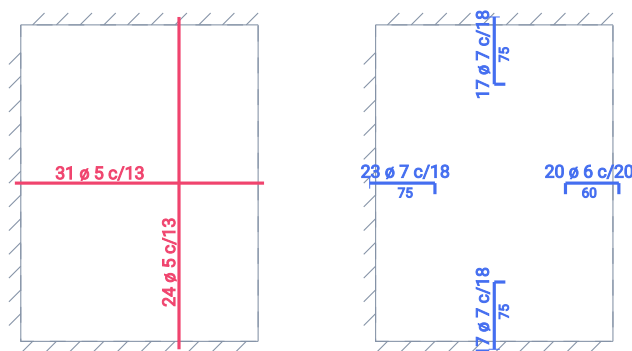
**Apoio inferior:**

$d = 11.00 \text{ cm}$

$M_k = -3.56 \text{ kN.m}$   $A_s = 2.10 \text{ cm}^2/\text{m}$  (min) - 17  $\emptyset 7 \text{ c}/18 \text{ cm}$

\* Bordas apoiadas recebem armaduras de contorno.

**Detalhamento das armaduras:**





Reações nos bordos (kN/m):



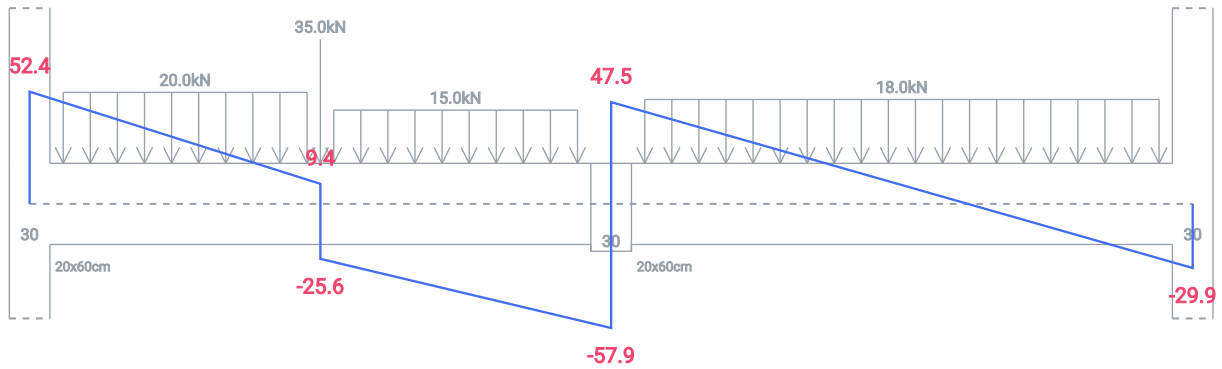
**APÊNDICE B – Exemplo de memória de cálculo para uma viga**



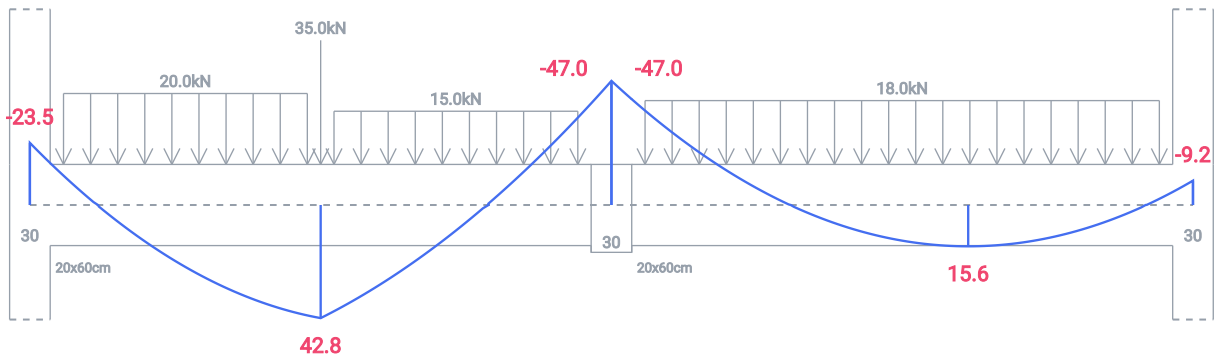
# apoioduplo

## Memória de Cálculo - Viga Exemplo TCC

### Diagrama de força cortante (kN):



### Diagrama de momento fletor (kN.m):



### Características da viga:

Seção: 20 x 60 cm (constante)

$f_{ck} = 25 \text{ MPa}$     $f_{yk} = 500 \text{ MPa}$

CAAI - cobrimento = 3.0 cm

### Dimensionamento da armadura transversal - estribos (modelo I):

$$\frac{A_{sw,min}}{S} = 2.05 \text{ cm}^2/\text{m} \quad V_{k,min} = 91.59 \text{ kN} \quad d = 54.75 \text{ cm}$$

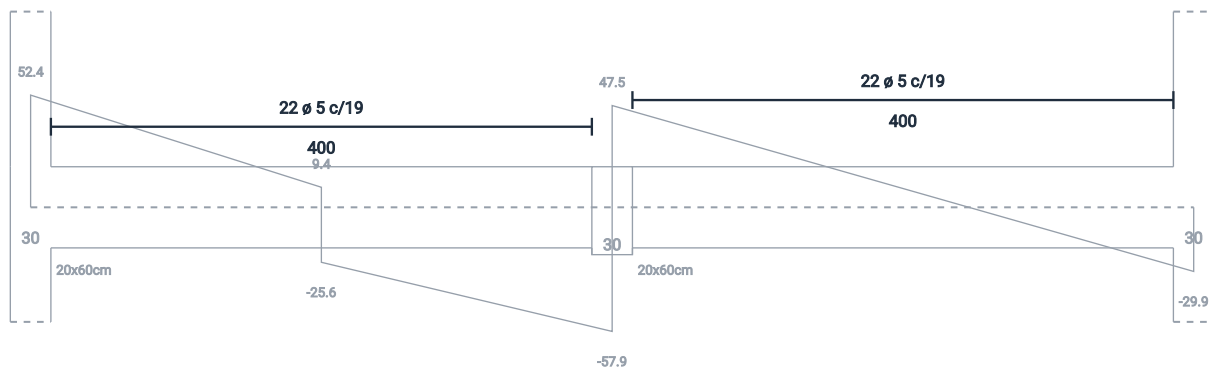
**1º vão:**

Estribos mínimos: 22  $\emptyset$  5 c/19 cm (400 cm)

**2º vão:**

Estribos mínimos: 22  $\emptyset$  5 c/19 cm (400 cm)

**Detalhamento dos estribos:**



**Dimensionamento das armaduras longitudinais à flexão:**

**1º apoio:**

$$d = 54.75 \text{ cm}$$

$$M_k = -23.51 \text{ kN.m} \quad A_s = 1.80 \text{ cm}^2 - 2 \emptyset 12.5 (1)$$

**1º vão:**

$$d = 54.75 \text{ cm}$$

$$M_k = 42.82 \text{ kN.m} \quad A_s = 2.61 \text{ cm}^2 - 2 \emptyset 16 (1)$$

**2º apoio:**

$$d = 54.75 \text{ cm}$$

$$M_k = -46.99 \text{ kN.m} \quad A_s = 2.87 \text{ cm}^2 - 2 \emptyset 16 (1)$$

**2º vão:**

$$d = 54.75 \text{ cm}$$

$$M_k = 15.64 \text{ kN.m} \quad A_s = 1.80 \text{ cm}^2 \text{ (min)} - 2 \text{ } \varnothing 12.5 \text{ (1)}$$

**3º apoio:**

$$d = 54.75 \text{ cm}$$

$$M_k = -9.22 \text{ kN.m} \quad A_s = 1.80 \text{ cm}^2 - 2 \text{ } \varnothing 12.5 \text{ (1)}$$

**Dimensionamento das ancoragens nos apoios extremos:**

**Apoio 1:**

$$a_l = 54.75 \text{ cm} \quad l_{b,disp} = 27.00 \text{ cm}$$

Armadura negativa do apoio:

$$l_{b,nec} \text{ (reto)} = 30.89 \varnothing \quad l_{b,nec} \text{ (com gancho)} = 21.62 \varnothing$$

$$A_{s,gr} = -0.73 \text{ cm}^2 - 1 \text{ } \varnothing 5 \text{ C=122}$$

Armadura positiva do vão:

$$l_{b,nec} \text{ (reto)} = 15.66 \varnothing$$

**Apoio 3:**

$$a_l = 54.75 \text{ cm} \quad l_{b,disp} = 27.00 \text{ cm}$$

Armadura negativa do apoio:

$$l_{b,nec} \text{ (reto)} = 16.14 \varnothing$$

Armadura positiva do vão:

$$l_{b,nec} \text{ (reto)} = 14.62 \varnothing$$

**Detalhamento da armadura longitudinal:**

