

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL  
ESCOLA DE ENGENHARIA  
ENGENHARIA DE CONTROLE E AUTOMAÇÃO

**ARTHUR FERRARI SOFIATTI - 00219848**

**COMBINAÇÃO DA TÉCNICA  
*EXTREMUM SEEKING* COM  
REALIMENTAÇÃO DE ESTADOS PARA  
CONTROLE DE SISTEMA *GAS-LIFT***

Porto Alegre  
2021

**ARTHUR FERRARI SOFIATTI - 00219848**

**COMBINAÇÃO DA TÉCNICA  
*EXTREMUM SEEKING* COM  
REALIMENTAÇÃO DE ESTADOS PARA  
CONTROLE DE SISTEMA *GAS-LIFT***

Trabalho de Conclusão de Curso (TCC-CCA) apresentado à COMGRAD-CCA da Universidade Federal do Rio Grande do Sul como parte dos requisitos para a obtenção do título de *Bacharel em Engenharia de Controle e Automação*.

**ORIENTADOR:**

Prof. Dr. Pedro Rafael Bolognese Fernandes

Porto Alegre  
2021

**ARTHUR FERRARI SOFIATTI - 00219848**

**COMBINAÇÃO DA TÉCNICA  
*EXTREMUM SEEKING* COM  
REALIMENTAÇÃO DE ESTADOS PARA  
CONTROLE DE SISTEMA *GAS-LIFT***

Este Trabalho de Conclusão de Curso foi julgado adequado para a obtenção dos créditos da Disciplina de TCC do curso *Engenharia de Controle e Automação* e aprovado em sua forma final pelo Orientador e pela Banca Examinadora.

Orientador: \_\_\_\_\_  
Prof. Dr. Pedro Rafael Bolognese Fernandes, UFRGS  
Doutor pela Universidade de Dortmund, Alemanha

Banca Examinadora:

Prof. Dr. Pedro Rafael Bolognese Fernandes, UFRGS  
Doutor pela Universidade de Dortmund, Alemanha

Prof. Dr. Mário Roland Sobczyk Sobrinho, UFRGS  
Doutor pela Universidade Federal do Rio Grande do Sul - Porto Alegre, Brasil

Prof. Dr. Diego Eckhard, UFRGS  
Doutor pela Universidade Federal do Rio Grande do Sul - Porto Alegre, Brasil

---

Marcelo Götz  
Coordenador de Curso  
Engenharia de Controle e Automação

Porto Alegre, maio de 2021.

## **AGRADECIMENTOS**

Aos meus pais e à minha avó, por possibilitarem meus estudos, aceitarem meus sonhos e me apoiarem sempre.

Ao meu orientador, Pedro, pelas críticas e discussões que me mantiveram no caminho certo durante a elaboração desse trabalho.

À Bárbara, pela paciência, pelo apoio e pelas revisões.

## RESUMO

Uma série de processos, em particular na indústria química, possuem dinâmicas que exigem o emprego de técnicas de controle avançadas a fim de que o desempenho em malha fechada seja satisfatório. Essas técnicas, em geral, são baseadas em modelo principalmente fenomenológicos e, conseqüentemente, dependem da estimação de seus parâmetros. Nesse sentido, o presente trabalho propõe um método de estimação de parâmetros de uma planta de extração de petróleo por *gas-lift* empregando o método *Extremum Seeking Control*, o qual se caracteriza por determinar pontos de máximo ou de mínimo em funções custo associadas a sistemas dinâmicos. O método foi validado em simulações computacionais utilizando o modelo para a planta proposto por (DI MEGLIO; KAASA; PETIT, 2009a) e a estratégia de linearização por realimentação de estados proposta por (SARAIVA, 2019) para este sistema. Comparou-se o desempenho deste método com aquele de um Filtro de Kalman Estendido. Os resultados mostraram que o *Extremum Seeking Control* foi similar ou superior ao Filtro de Kalman Estendido nos cenários testados, pelas métricas estabelecidas de minimização do erro quadrático médio de controle e de estimação no período transitório e em regime permanente.

**Palavras-chave:** Estimação de parâmetros, *extremum seeking control*, filtro de kalman estendido, *gas-lift*, controle não-linear.

## ABSTRACT

A set of processes, remarkably in chemical industry, have dynamics that require advanced control techniques in order to achieve satisfactory performance in closed-loop. Most of those techniques are phenomenological model based, hence, they are dependent on parameter estimation. This work proposes a parameter estimation method to a gas-lift oil extraction plant, based on Extremum Seeking Control, a method to seek for minimum or maximum points in cost functions associated with dynamics systems. The method proposed was validated with computational simulations using the model proposed by (DI MEGLIO; KAASA; PETIT, 2009a) and the feedback linearization strategy to this plant proposed by (SARAIVA, 2019). The performance of this method was compared against an Extended Kalman Filter. The results showed that Extremum Seeking Control is equal or superior than Extended Kalman Filter in the scenarios tested by the metrics established of mean square error minimization to both control and estimation errors during transient and steady state.

**Keywords: parameter estimation, extremum seeking control, extended kalman filter, gas-lift, non-linear control.**

# SUMÁRIO

LISTA DE ILUSTRAÇÕES . . . . .	8
LISTA DE TABELAS . . . . .	9
LISTA DE ABREVIATURAS . . . . .	10
LISTA DE SÍMBOLOS . . . . .	11
<b>1 INTRODUÇÃO . . . . .</b>	<b>13</b>
1.1 <b>Objetivo . . . . .</b>	14
<b>2 REVISÃO DA LITERATURA . . . . .</b>	<b>15</b>
2.1 <b>Extremum Seeking . . . . .</b>	15
2.1.1 Aplicações . . . . .	16
2.2 <b>Filtro de Kalman . . . . .</b>	17
2.2.1 Filtro de Kalman Estendido . . . . .	18
2.2.2 Estimação de parâmetros . . . . .	19
<b>3 ESTUDO DE CASO . . . . .</b>	<b>20</b>
3.1 <b>Planta de extração de petróleo por <i>gas-lift</i> . . . . .</b>	20
3.1.1 Modelo analítico . . . . .	21
3.2 <b>Linearização por realimentação de estados . . . . .</b>	23
<b>4 METODOLOGIA . . . . .</b>	<b>25</b>
4.1 <b>Estratégia de correção da linearização . . . . .</b>	25
4.2 <b>Projeto do ESC . . . . .</b>	26
4.3 <b>Projeto do EKF . . . . .</b>	28
4.4 <b>Testes . . . . .</b>	28
4.4.1 Estimação de $w_{g,in}$ , $w_{l,in}$ e $C_{out}$ . . . . .	28
4.4.2 Estimação de múltiplos parâmetros simultaneamente . . . . .	30
<b>5 RESULTADOS . . . . .</b>	<b>32</b>
5.1 <b>Estimação de <math>w_{g,in}</math>, <math>w_{l,in}</math> e <math>C_{out}</math> . . . . .</b>	32
5.1.1 Estimação de múltiplos parâmetros simultaneamente . . . . .	38
<b>6 CONCLUSÃO . . . . .</b>	<b>40</b>
REFERÊNCIAS . . . . .	41

APÊNDICE A - DEMONSTRAÇÃO MATEMÁTICA DO FUNCIONAMENTO DO EXTREMUM SEEKING . . . . .	43
APÊNDICE B - PARÂMETROS UTILIZADOS NAS SIMULAÇÕES . . .	45

## LISTA DE ILUSTRAÇÕES

1	Diagrama de blocos do método de <i>Extremum Seeking</i> . . . . .	17
2	Representação de uma planta de extração de petróleo por <i>gas-lift</i> . . .	20
3	Desenho esquemático da planta de extração de petróleo por <i>gas-lift</i> conforme considerada pelo modelo de (DI MEGLIO; KAASA; PETIT, 2009b). . . . .	21
4	Diagrama de blocos da estratégia proposta. . . . .	26
5	Modelo esquemático do sistema com estimação de parâmetros por EKF	29
6	Comparação entre estimadores para estimação do parâmetro $w_{g,in}$ no Caso A. . . . .	34
7	Comportamento da variável controlada $p_{r,bh}$ em relação ao segmento de referência com o parâmetro $w_{g,in}$ estimado no Caso A. . . . .	34
8	Comparação entre estimadores para estimação do parâmetro $w_{l,in}$ no Caso B. . . . .	36
9	Comportamento da variável controlada $p_{r,bh}$ em relação ao segmento de referência com o parâmetro $w_{l,in}$ estimado no Caso B. . . . .	36
10	Comparação entre estimadores para estimação do parâmetro $C_{out}$ no Caso C. . . . .	37
11	Comportamento da variável controlada $p_{r,bh}$ em relação ao segmento de referência com o parâmetro $C_{out}$ estimado no Caso C. . . . .	37
12	Estimativa de múltiplos parâmetros ao mesmo tempo. . . . .	39
13	Comportamento da variável controlada $p_{r,bh}$ em relação à referência com múltiplos parâmetros estimados. . . . .	39

## LISTA DE TABELAS

1	Valores utilizados nas simulações monovariáveis . . . . .	30
2	Valores utilizados na simulação multivariável com ESC . . . . .	30
3	Desempenho dos estimadores monovariáveis para o Caso A . . . . .	33
4	Desempenho dos estimadores monovariáveis para o Caso B . . . . .	35
5	Desempenho dos estimadores monovariáveis para o Caso C . . . . .	35
6	Comparação entre estimadores multivariáveis . . . . .	38
7	Valores dos parâmetros da planta de extração de <i>gas-lift</i> utilizados nas simulações. . . . .	45

## LISTA DE ABREVIATURAS

PID	Controlador Proporcional Integral Derivativo
PI	Controlador Proporcional Integral
ESC	<i>Extremum Seeking Control</i>
EKF	<i>Extended Kalman Filter</i>

## LISTA DE SÍMBOLOS

$x$	vetor de estados
$\theta$	vetor de parâmetros
$\theta^*$	vetor de parâmetros ótimos
$\hat{\theta}$	vetor de parâmetros estimados
$\omega$	frequência moduladora
$\omega_l$	frequência de corte do filtro passa-baixa
$\omega_h$	frequência de corte do filtro passa-alta
$A$	matriz de estados
$B$	matriz de entrada
$H$	matriz de saída
$\mu$	ruído de processo
$v$	ruído de medição
$Q$	covariância do ruído de processo
$R$	covariância do ruído de medição
$P$	covariância da estimativa
$w_g$	fluxo de gás da bolha para a tubulação
$w_{out}$	fluxo de saída para o separador
$C_g$	Constante da válvula virtual
$C_{out}$	Constante da válvula de produção ( <i>choke</i> )
$p_{eb}$	Pressão da bolha de gás
$p_{r,bh}$	Pressão na base da tubulação
$p_s$	Pressão no separador
$P_{ref}$	Pressão de referência
$m_{g,r}$	Massa de gás na tubulação
$m_{g,eb}$	Massa de gás na bolha
$m_{l,r}$	Massa de líquido na tubulação

$R_{\mu}$	Constante dos gases ideais
T	Temperatura
M	Número de mols
A	Área da seção da tubulação
g	Constante gravitacional
$\alpha$	Ângulo de inclinação da tubulação
$w_{g,in}$	Fluxo de entrada de gás
$w_{l,in}$	Fluxo de entrada de líquido
$V_r$	Volume da tubulação
$V_{eb}$	Volume da bolha de gás
$\varepsilon$	Fração de gás injetado que se mistura adequadamente

# 1 INTRODUÇÃO

A teoria de controle de processos possui uma consolidada gama de ferramentas aplicáveis a sistemas lineares, seja para a sua identificação (LJUNG, 1999), seja para a sintonia de controladores (ZIEGLER; NICHOLS et al., 1942), seja para a estimação de estados (KAILATH, 1980). Existe, por outro lado, uma série de processos para os quais essas técnicas não são aplicáveis diretamente devido aos seus comportamentos altamente não-lineares. É de grande interesse para a indústria química, por exemplo, o estudo de processos dessa segunda espécie (ASSIS et al., 2001).

Para controlar tais processos, geralmente, realiza-se uma linearização a partir de um modelo fenomenológico, para que possa-se aplicar as técnicas tradicionais de controle. O principal desafio dessa estratégia está em se obter modelos linearizados que sejam adequados a todos os cenários nos quais o controlador deverá operar.

Em muitos casos, obter uma simples linearização em torno do ponto de operação é suficiente para os propósitos almejados. Entretanto, existem processos com grandes mudanças de comportamento entre diferentes regimes de operação ou com características essenciais que não permitem um bom desempenho de controladores convencionais. Nesse caso, é necessário utilizar outras técnicas de controle inerentemente não-lineares, que são usualmente baseadas em um modelo da planta, demandando, assim, modelos matemáticos que representem com precisão suficiente os principais fenômenos envolvidos. Porém, mesmo que seja possível se obter um modelo fenomenológico com a estrutura correta, em muitos casos existe ainda a necessidade da obtenção dos valores dos parâmetros destes modelos, e portanto são necessários métodos para a estimação das constantes utilizadas em tais modelos.

Um processo fartamente estudado nos últimos anos devido à sua importância industrial e ao seu comportamento desafiador é a extração de petróleo por *gas-lift*. Esse processo consiste em injetar gás próximo à base do poço para aumentar sua produtividade. Como descrito em (DI MEGLIO; PETIT et al., 2012), esse sistema caracteriza-se por, dependendo da sua evolução, entrar em um ciclo-limite, chamado de golfadas, que é prejudicial para a produtividade e integridade da planta. Para evitar que o sistema atinja essa condição e, ao mesmo tempo, poder operar em um nível de produtividade maior, é necessário empregar técnicas de controle mais avançadas, como a proposta por (SARAIVA, 2019), que utiliza um linearizador com realimentação de estados aliado a um controlador PI.

Para que tais técnicas de controle altamente dependentes de um modelo confiável do processo possam ser utilizadas, é necessário que se conheçam os parâmetros do modelo com precisão. Nesse sentido, contribuições para estimar tais parâmetros mais convenientemente, com precisão e baixo custo computacional, se tornam relevantes. O *Extremum Seeking Control* é um método não baseado em modelo, cuja característica é determinar pontos de mínimo ou de máximo em funções de custo associadas a sistemas dinâmicos. Uma vez

que a correção de estimativas pode ser postulada como um problema de minimização de erro, é proposto nesse trabalho o emprego desta técnica com esse objetivo.

## 1.1 Objetivo

O objetivo deste trabalho é utilizar o *Extremum Seeking Control* para estimar parâmetros de modelagem em uma planta de extração de petróleo por *gas-lift* controlada através de uma estratégia de linearização por realimentação de estados. Serão realizadas simulações com um modelo computacional para avaliar o desempenho do método proposto. Comparativamente, será implementado um estimador de parâmetros clássico utilizando o Filtro de Kalman Estendido, com o qual serão feitos os mesmos testes de operação em malha fechada com controle por linearização e estimação de parâmetros.

## 2 REVISÃO DA LITERATURA

Este capítulo traz uma revisão da técnica de *Extremum Seeking Control*, a qual será empregada como base para o método proposto neste trabalho. Também serão apresentados os resultados obtidos na literatura com o emprego dessa técnica. Além disso, será apresentado o Filtro de Kalman, que se tornou o estado da arte para estimação tanto do estado de sistemas, quanto de seus parâmetros.

### 2.1 Extremum Seeking

O *Extremum Seeking Control* (ESC) é um método de controle adaptativo não baseado em modelo. Segundo (ARIYUR; KRSTIĆ, 2003), esse método é aplicável a sistemas para os quais se possa definir uma função custo não-linear cujo ponto de mínimo ou de máximo local que se deseje atingir. Para a aplicação do ESC considera-se um sistema na forma:

$$\dot{x} = f(x, \theta) \quad (1)$$

$$y = h(x) \quad (2)$$

onde  $x \in \mathbb{R}^n$  é o vetor de estados do sistema,  $\theta \in \mathbb{R}^l$  é um vetor de parâmetros,  $y \in \mathbb{R}$  é a saída do sistema e  $f: \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^l \rightarrow \mathbb{R}^n$  e  $h: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$  são funções não-lineares. Assume-se que existe um conjunto de parâmetros  $\theta^*$  que leva o sistema a uma saída ótima  $y^*$ , em outras palavras, há uma função custo  $C(\theta) = y$  que possui um ponto de mínimo ou de máximo. O princípio de funcionamento do ESC baseia-se em, dada uma estimativa inicial  $\hat{\theta}$ , perturbar cada elemento  $i$  do vetor de parâmetros com um sinal senoidal, o que constitui a chamada etapa de modulação, de forma que

$$\theta_i = \hat{\theta}_i + a_i \cdot \text{sen}(\omega_i t). \quad (3)$$

O propósito dessa perturbação é medir o gradiente da  $C(\theta)$  em relação a  $\theta$  em torno de  $\hat{\theta}$ . Como demonstrado por (ARIYUR; KRSTIĆ, 2003) para um mapeamento estático monovariável, o efeito na saída do sistema da aplicação do  $\theta_i$ , definido na Equação 3, é que o sinal  $y$  possui uma componente de frequência  $\omega_i$ , cuja amplitude é proporcional a diferença entre o  $\theta^*$  e  $\hat{\theta}$ .

Na chamada etapa de demodulação, multiplica-se a saída  $y$  por uma senoide de mesma frequência  $\omega_i$ . Devido a relação trigonométrica  $\text{sen}^2(x) = 1 - \text{cos}^2(x)$ , o sinal demodulado tem sua componente DC, chamada de  $\varepsilon_i$ , de mesma amplitude da componente de  $y$  de frequência  $\omega_i$ , que carrega a informação de interesse:

$$\varepsilon_i = \frac{a_i}{2} \frac{\partial^2 C(\theta)}{\partial \theta_i^2} (\theta_i^* - \hat{\theta}_i). \quad (4)$$

Uma demonstração matemática mais detalhada de 4 pode ser vista no Apêndice A.

Para se encontrar o ponto de máximo de  $C(\theta)$  com relação a um parâmetro  $\theta_i$  corrige-se a estimativa  $\hat{\theta}_i$ , somando a ela a integral de  $\varepsilon_i$ , multiplicada por um ganho  $k_i$ :

$$\frac{d\hat{\theta}}{dt} = k_i \frac{a_i}{2} \frac{\partial^2 C(\theta)}{\partial \theta_i^2} (\theta_i^* - \hat{\theta}_i) \quad (5)$$

Caso deseje-se encontrar o ponto de mínimo basta atribuir a  $k_i$  um valor negativo.

Existem, contudo, outras componentes de mais alta frequência no sinal demodulado que, caso não sejam tratadas, estarão presentes na estimativa  $\hat{\theta}$ . (ARIYUR; KRSTIĆ, 2003) sugere remover as componentes de baixa frequência da saída y antes da etapa de demodulação, utilizando um filtro passa-alta cuja função de transferência é descrita por

$$PA(s) = \frac{s}{s + \omega_{h,i}} \quad (6)$$

em que a frequência  $\omega_{h,i}$  é escolhida de forma que o filtro tenha ganho próximo de 1 na frequência  $\omega_i$ .

Também pode-se adicionar um filtro passa-baixa como

$$PB(s) = \frac{\omega_{l,i}}{s + \omega_{l,i}}, \quad (7)$$

selecionando uma frequência de corte  $\omega_{l,i}$  tal que atenua as componentes indesejadas. Essa estrutura permite também a aplicação do ESC em sistemas multivariáveis, pois a demodulação aliada à aplicação dos filtros separa o efeito de cada frequência.

A Figura 1 traz a estrutura de blocos do método descrito para um sistema que se deseje otimizar em relação a um único parâmetro. Cada parâmetro requer um filtro passa-alta e um passa-baixa com frequências adequadas para selecionar apenas os efeitos da sua frequência moduladora.

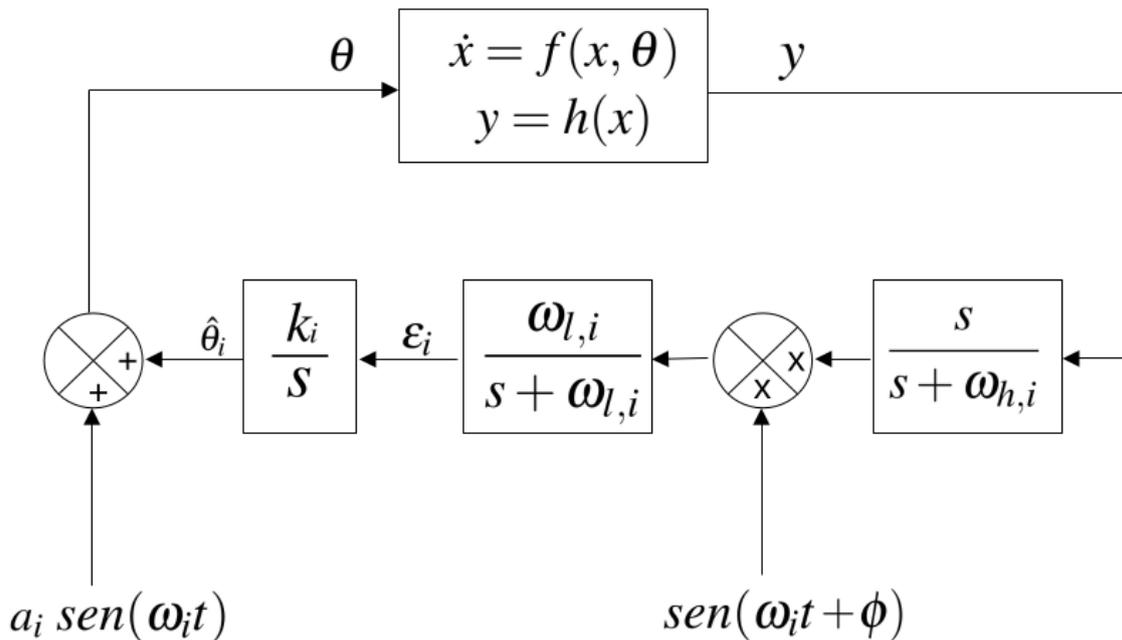
As deduções feitas consideram que  $C(\theta)$  é um mapeamento estático, entretanto esse não é o cenário em diversas aplicações de interesse. Para a aplicação do método nessas situações, a primeira abordagem consiste em escolher as frequências moduladoras de forma que a resposta dinâmica do sistema seja tenha fase nula. O mais comum na maioria dos sistemas é que essa região corresponda a frequências mais baixas, por isso (KRSTIĆ; WANG, 2000) propõem que se usem frequências moduladoras lentas. O problema que reside nesse fato é que, dependendo da dinâmica do sistema, as frequências que permitem o funcionamento do ESC podem ficar restritas a uma faixa muito estreita.

Para que se possa empregar frequências moduladoras mais altas, é preciso considerar a resposta dinâmica do sistema e compensá-la somando a fase  $\phi$  à senoide demoduladora. Em um sistema linear, é simples encontrar o valor de  $\phi$  analisando sua função de transferência; mas, nos sistemas em questão, seria preciso modelar o sistema como a sobreposição de um mapeamento estático não-linear com uma parcela linear dinâmica, sobre a qual  $\phi$  seria calculado. O problema dessa abordagem é que para tal é preciso ter conhecimento do modelo do sistema, indo contra uma das principais vantagens do ESC.

### 2.1.1 Aplicações

As principais aplicações recentes do ESC na literatura são na área energética e têm por objetivo maximizar a geração de energia, ou minimizar o seu consumo. (CIRI; ROTEÁ; LEONARDI, 2017) empregam o ESC para aumentar a potência gerada por um parque eólico

**Figura 1:** Diagrama de blocos do método de Extremum Seeking.



Fonte: Adaptado de (KRSTIC; WANG, 2000)

pela determinação da constante de torque das turbinas. (BRUNTON et al., 2010) a empregam para aumentar a energia fornecida por um conjunto de painéis solares manipulando o *Ripple* do inversor. (BIZON, 2014) propôs o uso do ESC para otimizar a potência produzida por uma célula de combustível de membrana de polímero eletroquímico (PEMFC) determinando as vazões de oxigênio e de hidrogênio ótimos, enquanto (LAGHROUCHE et al., 2013) empregam a técnica para reduzir o consumo energético do sistema injetor de oxigênio neste tipo de equipamento (KAMALI; MOALLEM; ARZANPOUR, 2019) empregam a técnica para maximizar a produção de energia de um dispositivo coletor de energia vibratória controlando rigidez e amortecimento.

(KILLINGSWORTH; KRSTIC, 2006) propõem o uso do ESC para sintonizar controladores PID otimizando o desempenho transitório do sistema controlado. (ROUX-OLIVEIRA et al., 2019) empregam essa técnica para implementar um controle adaptativo aplicado à Estimulação Elétrica Neuromuscular (NMES) em pacientes que sofreram derrames cerebrais. (RIGONI, 2013) implementa um controlador autos-supervisionado em duas camadas utilizando ESC na camada superior para otimizar a resposta transitória.

Na área de processos, (HU et al., 2016) empregam o ESC para minimizar o consumo de energia de uma bomba de calor geotérmica (GSHP) controlando a velocidade do ventilador da torre de resfriamento e o fluxo do condensador de água. (NOGUEIRA, 2012) aplica o ESC a uma planta de extração de petróleo por *gas-lift*, com o objetivo de encontrar o ponto de máxima produção tendo como variável manipulada o fluxo de entrada de gás.

## 2.2 Filtro de Kalman

O Filtro de Kalman proposto em (KALMAN, 1960), é um método computacional recursivo para resolução do problema de estimação linear ótima de estados mesmo na ocorrência de ruído e erros de modelagem (WELCH; BISHOP et al., 1995). O Filtro de Kalman, em sua formulação discreta, considera um sistema linear definido por

$$x[k] = Ax[k-1] + Bu[k] + \mu[k] \quad (8)$$

$$y[k] = Hx[k] + v[k] \quad (9)$$

onde  $x \in \mathbb{R}^n$  é o vetor de estados do sistema,  $u \in \mathbb{R}^l$  é o vetor de entradas do sistema e  $y \in m$  é o sinal de saída medido. A matriz  $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$  é a matriz de estados,  $B \in \mathbb{R}^{n \times l}$  é a matriz de entrada e  $H \in \mathbb{R}^{m \times n}$  é a matriz de saída.

$\mu \in \mathbb{R}^n$  e  $v \in \mathbb{R}^m$  representam ruídos inerentes ao processo e à medição, respectivamente. Para o filtro de Kalman original considera-se que esses sinais têm média zero e não são correlacionados.  $Q \in \mathbb{R}^{n \times n}$  e  $R \in \mathbb{R}^{m \times m}$  são as matrizes de covariância de  $\mu$  e  $v$ , respectivamente. Q e R podem ser admitidas variantes no tempo, mas por simplicidade elas serão consideradas constantes neste trabalho.

Formalmente, o Filtro de Kalman se trata de um algoritmo que fornece uma solução ótima para a minimização da função custo (WAN; NELSON, 2001)

$$J = \sum_{k=1}^N \{ (y[k] - H\hat{x}[k])^T R^{-1} (y[k] - H\hat{x}[k]) + (x[k] - \hat{x}[k])^T Q^{-1} (x[k] - \hat{x}[k]) \}, \quad (10)$$

onde  $\hat{x}$  denota o estado estimado do sistema.

Inicializa-se o filtro atribuindo ao vetor de estimativas iniciais  $\hat{x}_0$  a esperança (E) de  $x_0$ , ou seja,  $\hat{x}_0 = E[x_0]$ , cuja matriz de covariância é  $P_0 = E[(x_0 - \hat{x}_0)(x_0 - \hat{x}_0)^T]$ .

Para cada instante  $k$  tem-se uma estimativa *a priori* do estado do sistema  $\hat{x}^- [k] \in \mathbb{R}^n$ . Essa estimativa é calculada com base na estimativa anterior  $\hat{x}[k-1]$ , no sinal de entrada  $u[k]$  e nas matrizes  $A$  e  $B$ :

$$\hat{x}^- [k] = A\hat{x}[k-1] + Bu[k]. \quad (11)$$

Também calcula-se a matriz de covariância do erro *a priori* no instante  $k$ :

$$P^- [k] = E [x[k] - \hat{x}^- [k]] = AP[k-1]A^T + Q \quad (12)$$

O passo seguinte consiste em corrigir essa estimativa utilizando a medição do sinal  $y$ . Calcula-se a diferença entre o sinal medido e sua estimativa,  $\hat{y}[k] = H\hat{x}^- [k]$ , à qual é empregada para gerar uma estimativa *a posteriori* do estado do sistema, segundo a equação

$$\hat{x}[k] = \hat{x}^- [k] + K(y[k] - H\hat{x}^- [k]), \quad (13)$$

onde  $K \in \mathbb{R}^{n \times m}$  é uma matriz de ganhos que minimiza a covariância da estimativa *a posteriori*, dada por:

$$K[k] = P^- [k]H^T (HP^- [k]H^T + R)^{-1}. \quad (14)$$

Com base em  $K[k]$ , calcula-se a covariância do erro *a posteriori* pela equação:

$$P[k] = (I - K[k]H)P^- [k] \quad (15)$$

### 2.2.1 Filtro de Kalman Estendido

O Filtro de Kalman Estendido, ou *Extended Kalman Filter* (EKF), aplica-se quando o processo em questão não é linear. Nesse caso, o sistema é descrito por

$$x[k] = f(x[k-1], u[k]) + \mu[k] \quad (16)$$

$$y[k] = h(x[k-1]) + v[k]. \quad (17)$$

Pode-se usar os mesmos passos descritos para o caso anterior linearizando-se  $f(\cdot)$  e  $h(\cdot)$  através de séries de Taylor truncadas na primeira ordem:

$$x[k] \approx f(x[0], u[0]) + \left. \frac{\partial f(x, u)}{\partial x} \right|_{x[k-1], u[k]} x[k-1] \quad (18)$$

$$y[k] \approx h(x[0]) + \left. \frac{\partial h(x)}{\partial x} \right|_{x[k], u[k]} x[k]. \quad (19)$$

Das equações 18 e 19, infere-se que

$$A[k] = \left. \frac{\partial f(x, u)}{\partial x} \right|_{\hat{x}[k-1], u[k]} \quad (20)$$

$$H[k] = \left. \frac{\partial h(x, u)}{\partial x} \right|_{\hat{x}[k], u[k]}. \quad (21)$$

Calcula-se, então, as matrizes A e H a cada novo instante k, aplicando-as nas equações 12, 14 e 15. Caso  $h(x[0], u[0]) = 0$ , pode-se aplicar H diretamente à Equação 13, caso contrário ela deve ser substituída por:

$$\hat{x}[k] = \hat{x}^- [k] + K (y[k] - h(\hat{x}^- [k])). \quad (22)$$

A Equação 11 é então substituída por

$$\hat{x}^- [k] = f(\hat{x}[k-1], u[k]). \quad (23)$$

### 2.2.2 Estimação de parâmetros

O Filtro de Kalman foi desenvolvido com o objetivo de estimar o estado de um sistema, entretanto ele pode ser usado, simultaneamente ou não, para estimar os seus parâmetros  $\theta$  (WAN; NELSON, 2001). Assim, considerando-se que o vetor de parâmetros  $\theta$  está sujeito a um ruído  $\omega$  de covariância Q:

$$\theta[k] = \theta[k-1] + \omega[k]. \quad (24)$$

Nesse caso, portanto, a matriz  $A = I$ .

Escreve-se a medida y em função do estado do sistema e dos seus parâmetros:

$$y[k] = h(x[k], \theta[h]) + v[k]. \quad (25)$$

É feita a mesma linearização descrita para o EKF:

$$H[k] = \left. \frac{\partial h(x, \theta)}{\partial \theta} \right|_{x[k], \hat{\theta}[k]}, \quad (26)$$

a qual pode ser empregada nas equações 14 e 15.

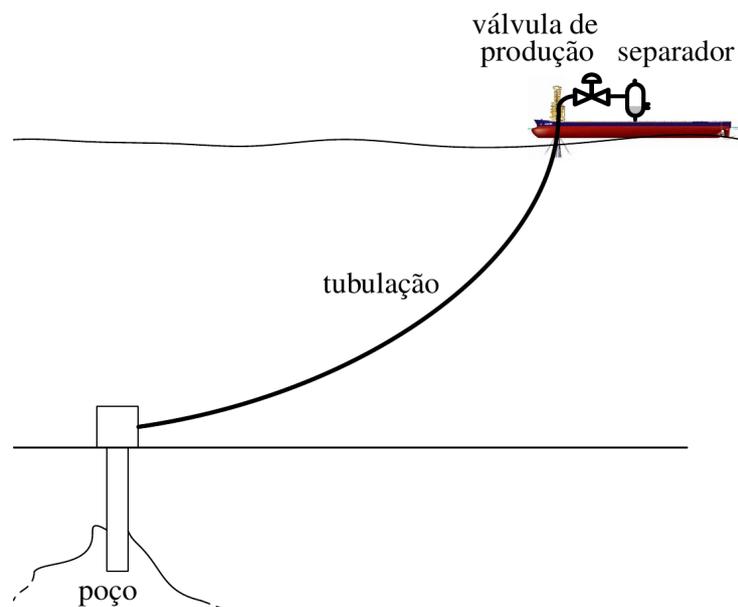
## 3 ESTUDO DE CASO

Neste capítulo será apresentada a planta de extração de petróleo por *gas-lift* utilizada como estudo de caso para a validação do método proposto para estimação de parâmetros. Como tal planta possui comportamento não-linear, também será discutida a estratégia de linearização em malha fechada utilizada que possibilita seu controle e cujas características serão exploradas pelo estimador proposto.

### 3.1 Planta de extração de petróleo por *gas-lift*

O sistema de extração de petróleo objeto desse trabalho é representado na Figura 2. Esse sistema consiste em um poço de petróleo conectado a um separador localizado em uma plataforma na superfície. Por vezes, um poço não possui sua pressão interna alta o suficiente para sobrepor a pressão exercida pela coluna de fluido na tubulação que o conecta ao separador. A técnica de *gas-lift* é empregada para possibilitar a extração de petróleo nesses casos, ou, simplesmente, para aumentar a produtividade de plantas caso isso seja economicamente vantajoso (BUIRAGO; RODRIGUEZ; ESPIN et al., 1996).

**Figura 2:** Representação de uma planta de extração de petróleo por *gas-lift*.



Fonte: Adaptado de (DI MEGLIO; KAASA; PETIT, 2009b).

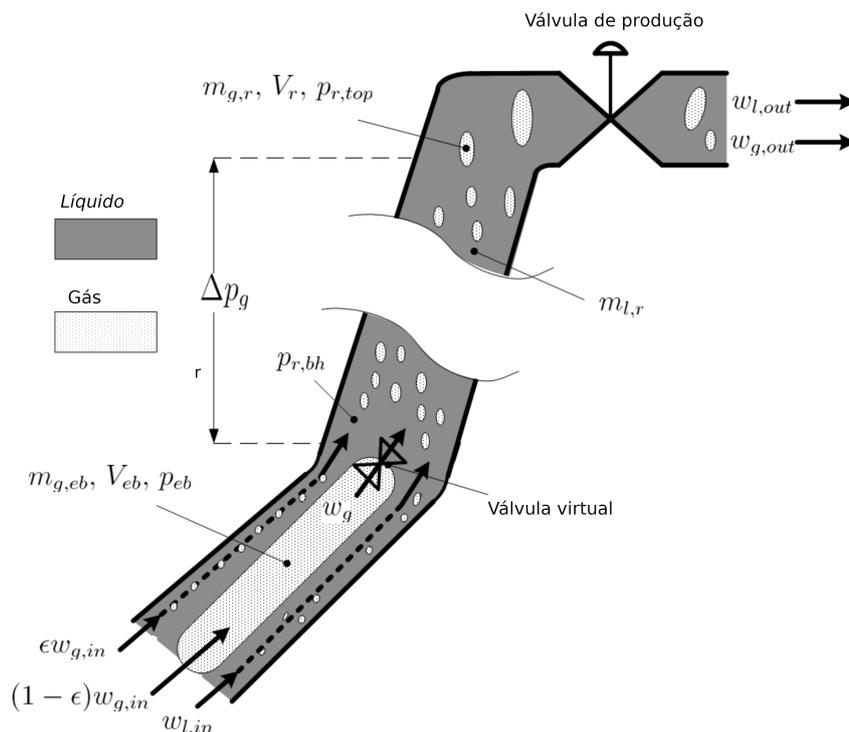
A técnica de *gas-lift* consiste em injetar gás próximo à base da tubulação. O gás, ao se integrar ao petróleo, diminui a densidade total da mistura e, conseqüentemente, reduz a pressão da coluna de fluido sobre a entrada do poço.

Durante a injeção de gás, deseja-se que ele se misture ao líquido de forma macroscopicamente homogênea, entretanto, isto não ocorre e acabam por se formar bolhas de tamanho considerável. Como consequência disso podem ocorrer fenômenos indesejados, entre os quais destaca-se o escoamento por golfadas severas, um ciclo limite caracterizado por longos períodos de baixa produção, periodicamente alternados com altos picos de produção (DI MEGLIO; PETIT et al., 2012). Essa condição é prejudicial para a produtividade média da planta e pode reduzir a vida útil dos seus componentes. Por esses motivos, é desejável evitar essa situação.

### 3.1.1 Modelo analítico

O modelo utilizado neste trabalho é baseado no proposto por (DI MEGLIO; KAASA; PETIT, 2009b). Ele consiste em uma tubulação que conecta um poço de petróleo a um separador na superfície, como mostrado na Figura 3.

**Figura 3:** Desenho esquemático da planta de extração de petróleo por *gas-lift* conforme considerada pelo modelo de (DI MEGLIO; KAASA; PETIT, 2009b).



Fonte: Adaptado de (DI MEGLIO; KAASA; PETIT, 2009b).

Nesse modelo, considera-se que apenas uma fração  $\epsilon$  do gás injetado se mistura de forma adequada, enquanto o restante  $(1 - \epsilon)$  forma uma única bolha de gás no fundo da tubulação. Considera-se que essa bolha possui um volume constante ( $V_{eb}$ ), mas que a sua massa varia em função da injeção e da saída de gás e, conseqüentemente, sua pressão. Existe um fluxo de gás que flui dessa bolha para a tubulação em um escoamento similar àquele através de uma válvula, sendo chamado, portanto, de "válvula virtual" ou "virtual

*choke*”.

Tanto a válvula virtual quanto a válvula entre a tubulação e o separador (chamada de válvula de produção ou *output choke*) são modeladas da seguinte forma, utilizando uma equação linearizada de válvula unidirecional (DI MEGLIO; KAASA; PETIT, 2009b):

$$w_g = C_g \cdot \max(p_{eb} - p_{r,bh}, 0) \quad (27)$$

$$w_{out} = C_c \cdot u \cdot \max(p_{r,top} - p_s, 0), \quad (28)$$

onde  $w_g$  é o fluxo de gás da bolha para a tubulação,  $w_{out}$  é o fluxo de saída para o separador,  $C_g$  é a constante da válvula virtual,  $C_c$  é a constante da válvula de produção,  $u$  é a fração de abertura da válvula de produção,  $p_{eb}$  é a pressão na bolha de gás,  $p_{r,bh}$  é a pressão na base da tubulação,  $p_{r,top}$  é a pressão na parte superior da tubulação e  $p_s$  é a pressão no separador.

O fluxo de saída  $w_{out}$  consiste em uma mistura de gás e petróleo. Para se determinar o fluxo mássico de cada componente basta multiplicar  $w_{out}$  pelas suas respectivas proporções que constituem a mistura, assim a vazão de saída de gás  $w_{g,out}$  e a vazão de saída de líquido  $w_{l,out}$  são dadas por:

$$w_{g,out} = \frac{m_{g,r}}{m_{g,r} + m_{l,r}} w_{out} \approx \frac{m_{g,r}}{m_{l,r}} w_{out} \quad (29)$$

$$w_{l,out} = \frac{m_{l,r}}{m_{g,r} + m_{l,r}} w_{out} \approx w_{out}, \quad (30)$$

onde  $m_{g,r}$  é a massa de gás na tubulação, considerada negligenciável, e  $m_{l,r}$  é a massa de líquido na tubulação.

A pressão do separador ( $p_s$ ) é considerada constante. Nas equações 27 e 28 há três pressões que precisam ser definidas: a pressão no topo da tubulação ( $p_{r,top}$ ), a pressão na base da tubulação ( $p_{r,bh}$ ) e a pressão da bolha ( $p_{eb}$ ).

Tanto  $p_{r,top}$  quanto  $p_{eb}$  são calculadas utilizando a equação dos gases ideais.  $p_{r,top}$  considera o espaço não ocupado por líquido na tubulação como o volume de gás, chegando-se assim a

$$p_{r,top} = \frac{R_\mu T}{M \left( V_r - \frac{m_{l,r}}{\rho} \right)} m_{g,r}, \quad (31)$$

onde  $R_\mu$  é a constante dos gases ideais,  $T$  é a temperatura em Kelvin e  $M$  é o número de mols.

Calcula-se  $p_{eb}$  diretamente

$$p_{eb} = \frac{R_\mu T}{M V_{eb}} m_{g,eb}. \quad (32)$$

A pressão  $p_{r,bh}$  é dada pela pressão  $p_{r,top}$  somada à pressão exercida pela coluna de fluido na tubulação:

$$p_{r,bh} = p_{r,top} + \frac{g \sin(\alpha)}{A} m_{l,r}, \quad (33)$$

onde  $A$  é a área de uma seção da tubulação,  $g$  é a constante gravitacional e  $\alpha$  é o ângulo de inclinação da tubulação com relação ao eixo horizontal. Considera-se desprezível, também nesse caso, a massa de gás.

O balanço de massas é dado por:

$$\dot{m}_{g,eb}(t) = (1 - \varepsilon)w_{g,in} - w_g(t) \quad (34)$$

$$\dot{m}_{g,t}(t) = \varepsilon w_{g,in} + w_g(t) - w_{g,out}(t) \quad (35)$$

$$\dot{m}_{l,t}(t) = w_{l,in} - w_{l,out}(t), \quad (36)$$

onde  $w_{g,in}$  é o fluxo de entrada de petróleo na tubulação. Assim como em (DI MEGLIO; KAASA; PETIT, 2009b),  $w_{l,in}$  foi considerado constante.

Convencionou-se na literatura adotar  $p_{r,bh}$  como variável controlada (DI MEGLIO; PETIT et al., 2012). Há duas variáveis que podem ser manipuladas para controlar o sistema: a primeira é a abertura da válvula ( $u$ ) entre a tubulação e o separador na superfície; a segunda é o fluxo de gás injetado ( $w_{g,in}$ ). Neste trabalho utilizou-se  $u$  como variável manipulada, enquanto o  $w_{g,in}$  foi considerado constante.

### 3.2 Linearização por realimentação de estados

Dado um sistema:

$$\dot{x} = f(x) + g(x)u \quad (37)$$

$$y = h(x), \quad (38)$$

onde  $x \in \mathbb{R}^n$  é o vetor de estados do sistema,  $f: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$ ,  $g: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$  e  $h: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$  são funções não-lineares, a linearização por realimentação de estados consiste em implementar uma lei de controle:

$$u = \alpha(x) + \beta(x)v \quad (39)$$

tal que

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \cdot & \cdot & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \cdot & \cdot & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 0 & 0 & 0 & \cdot & \cdot & 1 \\ 0 & 0 & 0 & \cdot & \cdot & 0 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \cdot \\ \cdot \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} v. \quad (40)$$

Conforme (SLOTINE; LI, 1991), a lei de controle linearizante que satisfaz a Equação 40:

$$u = \frac{1}{L_g L_f^{r-1} h} (-L_f^r h + v) \quad (41)$$

onde  $L_g L_f^{r-1}$  e  $L_f^r$  são as derivadas de Lie definidas em termos dos campos vetoriais do sistema:

$$\nabla h = \frac{\partial h}{\partial x} \quad (42)$$

$$\nabla f = \frac{\partial f}{\partial x} \quad (43)$$

$$L_f h = \nabla h \cdot f \quad (44)$$

$$L_f^0 h = h \quad (45)$$

$$L_f^i h = L_f(L_f^{i-1} h) = \nabla(L_f^{i-1} h) \cdot f \quad (46)$$

$$L_g L_f h = \nabla(L_f h) \cdot g \quad (47)$$

$r$  é o grau relativo do sistema, que corresponde ao número de vezes que é preciso derivar  $h(x)$  para que  $u$  apareça explicitamente.

Em (SARAIVA, 2019), foi proposto um controlador para o modelo de (DI MEGLIO; KAASA; PETIT, 2009b) utilizando-se uma estratégia de linearização por realimentação de estados. Uma vez que o sistema apresenta grau relativo de 1, os termos calculados para a lei de controle descrita na Equação 41 são:

$$L_f h(x) = \frac{w_{l,in} g \sin(\alpha)}{A} + B(m_{g,r} w_{l,in} - (\epsilon w_{g,in} + w_g)(m_{l,r} - \rho V_r)) \quad (48)$$

$$L_g h(x) = -C_{out} \sqrt{\rho(p_{r,top} - p_s)} \left( B \frac{m_{g,r}}{m_{l,r}} \rho V_r + \frac{g \sin(\alpha)}{A} \right) \quad (49)$$

com

$$B = \frac{R_\mu T \rho}{M(m_{l,r} + \rho V_r)^2} \quad (50)$$

O sistema linearizado, utilizando a lei proposta, passa a se comportar como um integrador, de forma que poderia ser controlado por um laço de realimentação puramente proporcional. Para isso ser possível, no entanto, seria necessário além do conhecimento dos estados do sistema em tempo real, conhecer todos os parâmetros do modelo. (SARAIVA, 2019) emprega um EKF para obter os estados e os valores dos parâmetros necessários para a aplicação da lei de controle dada nas equações 48 a 50.

## 4 METODOLOGIA

Conforme discutido na Sessão 3.2, o sistema linearizado proposto por (SARAIVA, 2019) poderia, em princípio, ser controlado com um controlador puramente proporcional, apresentando erro nulo em regime permanente em resposta a uma referência constante. O que impede que isso ocorra na prática é o erro de linearização oriundo do desconhecimento dos valores dos parâmetros da planta, bem como do seu estado.

É possível obter erro nulo em regime permanente mesmo havendo erros de estimativa de parâmetros utilizando um controlador do tipo proporcional-integral (PI), por exemplo. Como o objetivo do presente trabalho, no entanto, é comparar as duas técnicas (ESC e EKF) de estimação de parâmetros associadas ao controle por linearização, o sistema linearizado será controlado sem integrador a fim de que o erro de controle seja empregado para corrigir o erro de estimação dos parâmetros da planta.

### 4.1 Estratégia de correção da linearização

Para a utilização do método *Extremum Seeking Control*, é necessário que a função custo otimizada seja não-linear e apresente um ponto de máximo ou de mínimo local. A função custo pode ter essas propriedades devido a características inerentes ao sistema ou mesmo em decorrência do arranjo de variáveis para o cálculo da referente função. A função custo adotada foi o módulo do erro entre a pressão de referência ( $p_{ref}$ ) e o sinal medido  $p_{r,bh}$ :

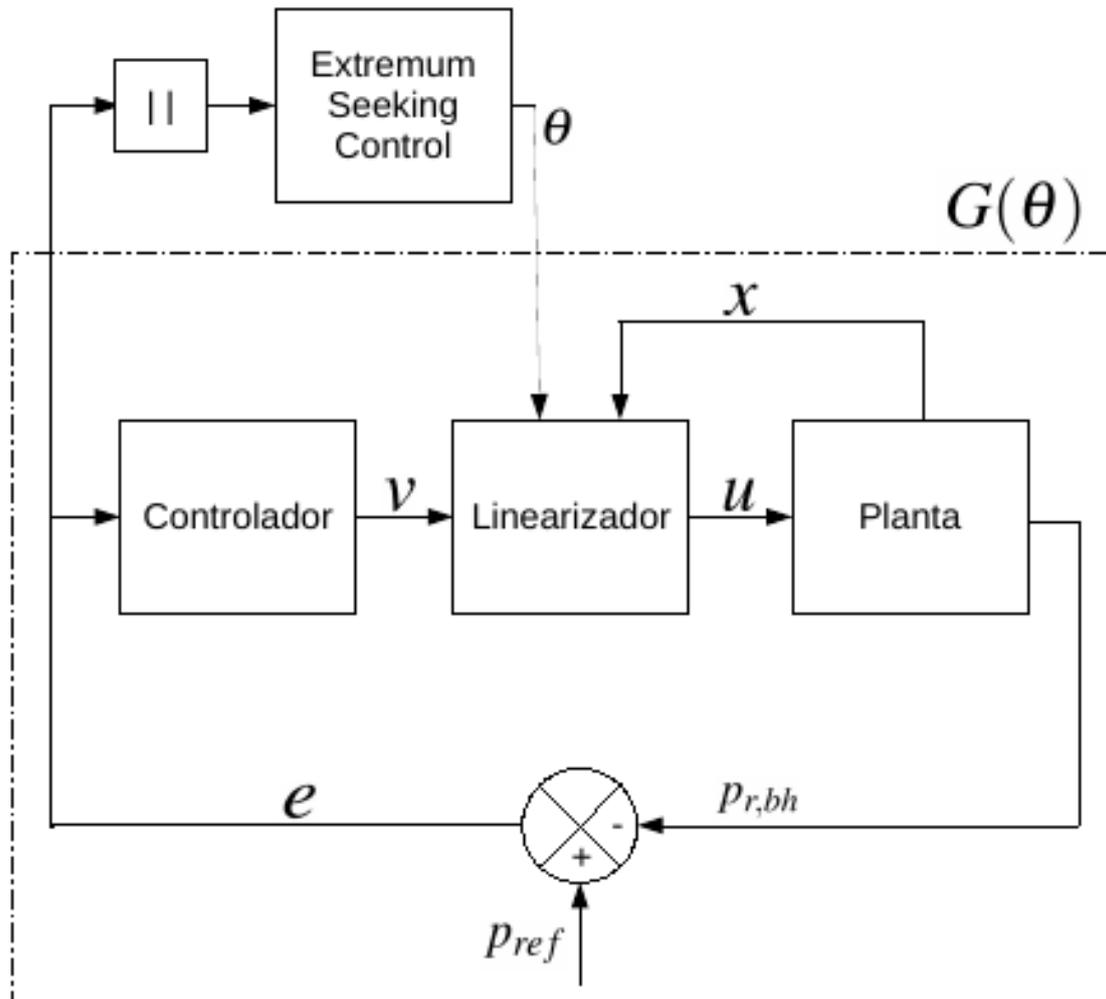
$$J(\theta) = |p_{ref} - p_{r,bh}| \quad (51)$$

Como a lei de linearização possui dois termos ( $L_g h(x)$  e  $L_f h(x)$ ) calculados analiticamente a partir do modelo da planta, aplica-se a correção da estimativa de parâmetros diretamente neles. A lei de controle que determina para cada instante  $L_g h$  e  $L_f h$  não tem mais como entrada apenas o vetor de estado  $x$ , mas também o vetor de parâmetros  $\theta$ , calculado pelo ESC ou pelo EKF. A lei de linearização corrigida é dada por

$$u = \frac{v - L_f h(x, \theta)}{L_g h(x, \theta)}. \quad (52)$$

A Figura 4 mostra o sistema otimizado  $G(\theta)$ , que consiste na malha principal de controle, contendo o controlador proporcional, o linearizador e a planta. A malha superior é composta pelo ESC, que recebe como entrada o sinal de erro de seguimento de referência e calcula o sinal  $\theta$ .

**Figura 4:** Diagrama de blocos da estratégia proposta.



Fonte: Do autor.

## 4.2 Projeto do ESC

Há seis variáveis que precisam ser definidas durante o projeto de um controlador ES: a frequência da perturbação ( $\omega$ ), a fase a ser descontada ( $\phi$ ), a amplitude da perturbação ( $a$ ), o ganho do integrador ( $k$ ) e as frequências de corte dos filtros passa-alta e passa-baixa ( $\omega_h$  e  $\omega_l$ , respectivamente). Apresenta-se a seguir a metodologia utilizada para selecionar essas variáveis, adaptada da proposta por (ARIYUR; KRSTIĆ, 2003).

Inicia-se o projeto escolhendo uma amplitude  $a$  cerca de duas ordens de grandeza menores que o parâmetro estimado. É importante garantir que a hipótese de pequenas variações em torno do ponto  $\hat{\theta}$  continue válida.

Procede-se um teste em malha aberta para selecionar uma frequência  $\omega$ . É vantajoso escolher uma frequência tão alta quanto possível, pois isso permite utilizar filtros com frequências de corte maiores e, conseqüentemente, com tempos de acomodação menores. O fator que limita a escolha de frequências mais altas é que sistemas dinâmicos comumente se comportam de forma a atenuar sinais quanto maiores forem suas frequências. Seleciona-se, portanto, um valor elevado de  $\omega$ , mas que, para a amplitude escolhida, ainda tenha efeitos mensuráveis na saída do sistema, ou seja, que sejam significativamente maiores do que o ruído de medição.

Uma forma de se determinar o valor de  $\phi$  é, supondo que  $G(\theta)$  pode ser descrito como a sobreposição do mapeamento estático  $C(\theta)$  com o comportamento dinâmico linear do sistema, fazer um teste em malha aberta: escolhe-se um valor para  $\hat{\theta}$ , injeta-se no canal que se deseja avaliar uma perturbação de valor constante e mede-se a fase resultante, que naturalmente só terá dois valores possíveis:  $0^\circ$  ou  $180^\circ$ . Essa fase deve-se unicamente a  $C(\hat{\theta})$ . Fazendo o mesmo experimento, mas usando uma perturbação na frequência  $\omega$ , o ângulo resultante é a soma das parcelas devida a  $C(\hat{\theta})$  e à fase da resposta dinâmica, portanto para encontrar  $\phi$  basta subtrair desse ângulo a fase encontrada no teste anterior.

O ganho  $k$  é definido considerando a precisão desejada na estimação. Quanto maior o valor de  $k$  mais rápido o sistema convergirá para a solução, entretanto existem termos senoidais que compõem o sinal demodulado, como mostrado por (ARIYUR; KRSTIĆ, 2003), que serão também amplificados por esse ganho. Em outras palavras, após o sistema convergir, o valor estimado do parâmetro oscilará em torno do seu valor real. A amplitude dessa oscilação depende da amplitude da perturbação injetada (que já fora escolhida para ser a menor possível) e de  $k$ .

Uma alternativa para que se possa escolher um valor de  $k$  mais alto é utilizar um filtro passa-baixa, para que ele atenuie apenas as componentes senoidais citadas. A frequência de corte desse filtro deve ser tal que compense o aumento do ganho  $k$ . Neste trabalho, como a planta possui uma dinâmica lenta, esse filtro não foi utilizado, pois a frequência de corte precisaria ser muito pequena, fazendo com que ele tivesse um tempo de acomodação muito alto, que não permitiria o aumento de  $k$ .

Uma abordagem para a escolha de  $k$  foi fazê-lo de forma que a senoide medida na saída no ensaio de malha aberta multiplicada por  $k$  tivesse a mesma amplitude da perturbação injetada. Observou-se, contudo, que os ganhos obtidos com esse critério acabavam por instabilizar o sistema. Procedeu-se selecionando  $k$  com valor de 1% do obtido pela abordagem descrita e aumentá-lo gradualmente até obter um tempo de acomodação satisfatório.

O filtro passa-alta é projetado de forma que apresente um ganho próximo de 1 na frequência  $\omega$ . A fase  $\gamma$  em que ele desloca o sinal também deve ser descontada em  $\phi$ .  $\omega_h$  é dado, então, por:

$$\omega_h = \frac{\omega}{\tan(90^\circ - \gamma)}. \quad (53)$$

Todos os ESC utilizados neste trabalho foram projetados utilizando  $\gamma = 15^\circ$ .

Um fenômeno esperado da aplicação do ESC é, após o sistema convergir para o valor ótimo, a saída do sistema oscilar permanentemente em torno desse valor. Para evitar esse efeito indesejado, pode-se adicionar um critério de parada no ESC, de forma que ao atingir o ponto mínimo da função custo, a perturbação injetada cesse. O critério adotado foi, medindo-se dois períodos completos da perturbação mais lenta injetada, se a variação máxima de todos os parâmetros estimados for menor que 1% da sua estimativa atual, ou seja, que todos os parâmetros estimados satisfaçam

$$\frac{\hat{\theta}_{i,max} - \hat{\theta}_{i,min}}{\hat{\theta}_i} < 1\%, \quad (54)$$

onde  $\hat{\theta}_{i,max}$  e  $\hat{\theta}_{i,min}$  são os valores máximo e mínimo de  $\hat{\theta}$  estimados dentro de dois períodos completos. No entanto, caso a função custo atinja um valor superior a um determinado patamar, o ESC é reativado.

### 4.3 Projeto do EKF

A Figura 5 mostra um modelo esquemático do funcionamento do EKF para estimativa de parâmetros. No bloco denominado "Filtro de Kalman" são feitas quatro operações:

$$P^- [k] = P[k - 1] + Q \quad (55)$$

$$K[k] = P^- [k]H^T (HP^- [k]H^T + R)^{-1} \quad (56)$$

$$\hat{\theta}[k] = \hat{\theta}[k - 1] + K[k]\tilde{y} \quad (57)$$

$$P[k] = (I - K[k]H)P^- [k], \quad (58)$$

onde  $\tilde{y}$  é o erro entre o valor medido de  $P_{r,bh}$  e o calculado, utilizando o modelo da planta com o valor de  $\hat{\theta}$  na iteração anterior. Os valores de  $\hat{\theta}[0]$ ,  $P[0]$ ,  $R$  e  $Q$  devem ser fornecidos durante a inicialização do filtro.

A matriz  $H$  utilizada foi calculada numericamente a cada iteração:

$$x(kt_s, \theta) = \int_{(k-1)t_s}^{kt_s} f(x(t), u(t), \theta) dt \quad (59)$$

$$H_i[k] = \frac{h(x(kt_s, \hat{\theta}_i[k - 1] + \Delta)) - h(x(kt_s, \hat{\theta}_i[k - 1] - \Delta))}{2\Delta}, \quad (60)$$

onde  $\Delta$  é um valor de módulo pequeno em relação a  $\hat{\theta}_i[k]$  e  $t_s$  é o período de amostragem do filtro.

Como discutido em (BISHOP; WELCH et al., 2001), a covariância do ruído de medição ( $R$ ) pode ser medida, entretanto a covariância do ruído de processo ( $Q$ ) normalmente não pode ser observada diretamente. É preciso nesses casos fazer a sintonia do EKF, escolhendo a matriz  $Q$  empiricamente.

### 4.4 Testes

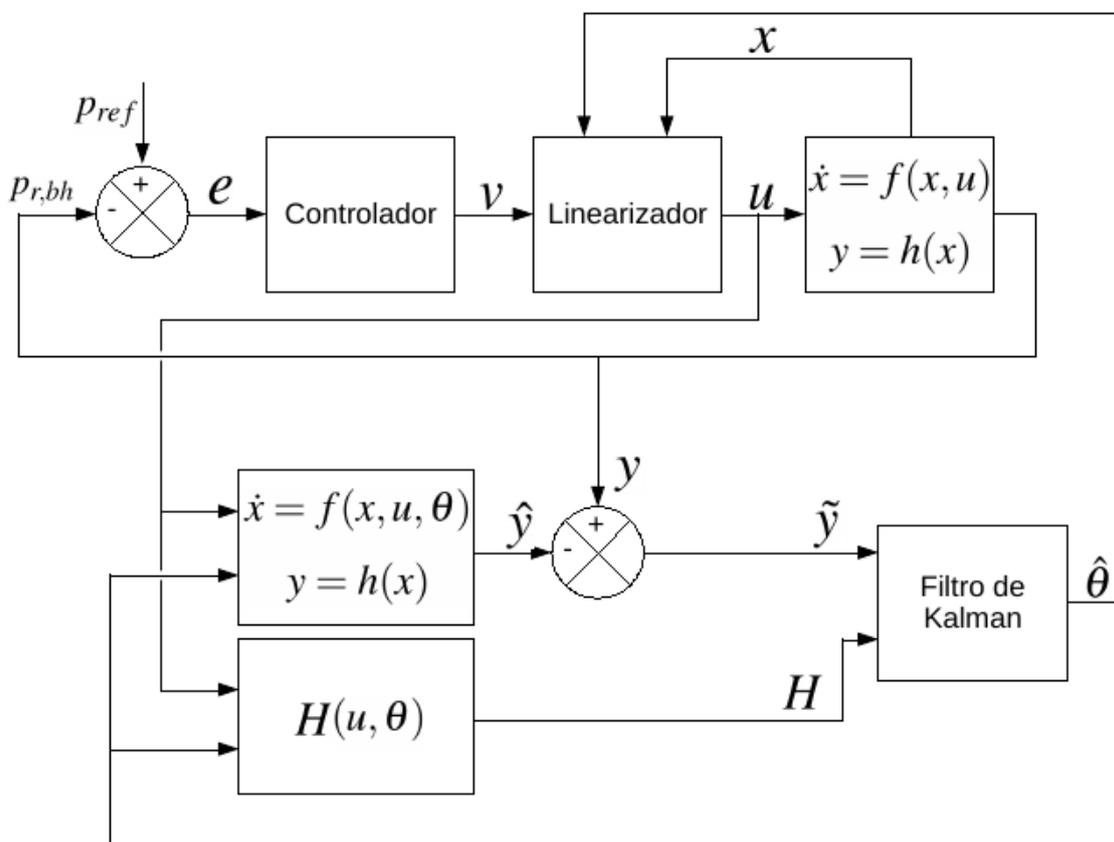
Foram feitas simulações utilizando o *software Matlab* com o intuito de avaliar o desempenho dos estimadores. Os valores dos parâmetros da planta podem ser vistos no Apêndice B. Os valores dos parâmetros utilizados no linearizador são os mesmos da planta exceto quando informado. O controlador é puramente proporcional, com o ganho de valor 0,03. Em todos os casos, considera-se ruído associado à medição do sinal  $p_{r,bh}$ , com variância ( $\sigma^2$ ) de  $2 \times 10^5$ .

#### 4.4.1 Estimação de $w_{g,in}$ , $w_{l,in}$ e $C_{out}$

Foram feitos três testes estimando o valor de apenas um parâmetro a cada vez. Essas simulações iniciam com o sistema  $G(\theta)$  estabilizado em um ponto de operação. A primeira simulação, por exemplo, tem o parâmetro  $\theta = w_{g,in}$ , sendo seu valor nominal ( $\theta^*$ )  $0.82kg/s$ . Sua estimativa ( $\hat{\theta}$ ) inicial foi definida em  $0.738kg/s$  (90% de  $\theta^*$ ). Devido a essa diferença, o erro medido possui um valor constante não nulo em torno de  $-6000Pa$ . Os estimadores foram aplicados até que a estimativa convergisse para um valor próximo do real. Essa primeira etapa das simulações foi chamada de Caso A.

Após o sistema ter atingido o regime permanente, aos 1400 segundos de simulação, o valor do parâmetro  $\theta^*$  foi alterado para 95% do seu valor inicial. O objetivo dessa mudança é avaliar o desempenho dos estimadores em tempo real em resposta a mudanças

**Figura 5:** Modelo esquemático do sistema com estimação de parâmetros por EKF



Fonte: Do autor.

no parâmetro estimado. Também é possível observar, com esse segundo experimento, o comportamento do estimadores em ambas direções, ou seja, primeiramente com o parâmetro subestimado e posteriormente com ele superestimado. Essa segunda etapa das simulações foi chamada de Caso B.

Após o sistema ter estabilizado novamente, aos 2800 segundos de simulação, é aplicada uma rampa na referência de pressão fazendo este sinal decair 1 MPa em 2000 segundos. O objetivo desse teste é avaliar o desempenho dos controladores no cenário em que o controlador seria empregado para otimizar a produção. Essa terceira etapa das simulações foi chamada de Caso C.

Para o ESC, foi feito, para cada um dos três parâmetros, um ensaio em malha aberta para escolher os valores  $a$  e  $\omega$  que produzissem uma resposta senoidal significativamente maior que o ruído de medição, como proposto na sessão 4.2. Nesse mesmo ensaio, verificou-se também a fase medida nessa frequência e nesse ponto de operação. Com essa fase, calculou-se o valor de  $\phi$ .

Selecionou-se empiricamente um ganho  $k$  tendo como referência um valor que condicionasse a resposta senoidal medida à ordem de grandeza do parâmetro otimizado. A partir do ensaio em malha aberta, também foi possível observar que, em virtude do ruído de medição, a saída do sistema varia em torno de seu ponto médio em até 2000 Pa. Por isso, adotou-se como condição para ativar o ESC que o erro de seguimento de referência tenha módulo maior que 2500 Pa.

No caso  $\theta = w_{g,in}$ , os valores escolhidos foram  $a = 0,01kg/s$  e  $\omega = 0,01Hz$ . A fase

medida nessa condição foi  $111,6^\circ$ . Como  $\hat{\theta}$  é menor que  $\theta^*$ , é natural que a fase imposta pelo mapa estático seja  $180^\circ$ , pois um aumento no valor de  $\hat{\theta}$  causa uma diminuição na função custo. Caso essa informação não fosse conhecida, isso poderia ser verificado observando que, em resposta a uma variação constante positiva de  $\hat{\theta}$ , ocorre a diminuição do módulo do erro. De posse desse dado,  $\phi$  foi calculado como  $-68,4^\circ$ . Encontrou-se empiricamente o valor do ganho (k)  $-6 \times 10^{-8}$  que estabiliza o sistema.

No filtro de Kalman o valor de  $R$  usado foi a própria variância do ruído, ou seja,  $2 \times 10^5$  e o período de amostragem ( $t_s$ ) 25 segundos. Para  $\theta = w_{g,in}$ , a covariância inicial do erro foi estipulada em 0,01, a covariância do ruído de processo (Q) foi definida empiricamente  $2 \times 10^{-10}$ , assim como  $\Delta$  foi definido com o valor de  $5 \times 10^{-3} \text{ kg/s}$ .

Os mesmos procedimentos foram repetidos para  $w_{l,in}$  e  $C_{out}$ . Todos os valores utilizados são mostrados na Tabela 1.

**Tabela 1:** Valores utilizados nas simulações monovariáveis

	$\theta$	$w_{g,in}$	$w_{l,in}$	$C_{out}$
	$\theta^*$	0,82 kg/s	11,75 kg/s	$2,8 \times 10^{-3} \text{ m}^2$
	$\hat{\theta}$	0,738 kg/s	10,575 kg/s	$2,52 \times 10^{-3} \text{ m}^2$
ESC	$\omega$	0,01 Hz	0,01 Hz	0,01 Hz
	a	0,01 kg/s	0,1 kg/s	$5 \times 10^{-5} \text{ m}^2$
	$\phi$	$-68,4^\circ$	$-70,2^\circ$	$-70,2^\circ$
	k	$-6 \times 10^{-8}$	$-3,5 \times 10^{-7}$	$-5 \times 10^{-11}$
	Q	$2 \times 10^{-10}$	$3 \times 10^{-4}$	$5 \times 10^{-10}$
EKF	P	0,01	1,5	$10^{-7}$
	$\Delta$	$5 \times 10^{-3} \text{ kg/s}$	$5 \times 10^{-2} \text{ kg/s}$	$10^{-5} \text{ m}^2$

Fonte: Do autor.

#### 4.4.2 Estimação de múltiplos parâmetros simultaneamente

Uma simulação foi feita para avaliar o desempenho dos estimadores quando deseja-se corrigir múltiplos parâmetros ao mesmo tempo. Os valores utilizados nesse experimento foram escolhidos utilizando os mesmos critérios apresentados na Seção 4.4.1. Os valores referentes ao projeto do ESC são mostrados na Tabela 2.

Os  $\Delta$  utilizados no EKF são os mesmos apresentados na Tabela 1. Os valores de Q e P escolhidos foram:

**Tabela 2:** Valores utilizados na simulação multivariável com ESC

$\theta$	[	$w_{g,in}$	$w_{l,in}$	$C_{out}$	]
$\theta^*$	[	0,82 kg/s	11,75 kg/s	$2,8 \times 10^{-3} \text{ m}^2$	]
$\hat{\theta}$	[	0,738 kg/s	12,925 kg/s	$2,52 \times 10^{-3} \text{ m}^2$	]
$\omega$	[	$0,01\pi^{-1} \text{ Hz}$	0,01 Hz	$0,01\pi \text{ Hz}$	]
a	[	0,01 kg/s	0,01 kg/s	$6 \times 10^{-5} \text{ m}^2$	]
$\phi$	[	$21,66^\circ$	$-68,4^\circ$	$-111,82^\circ$	]
k	[	$-2,63 \times 10^{-8}$	$-7,00 \times 10^{-8}$	$-1,63 \times 10^{-10}$	]

Fonte: Do autor.

$$Q = \begin{bmatrix} 5 \times 10^{-6} & 0 & 0 \\ 0 & 10^{-9} & 0 \\ 0 & 0 & 10^{-12} \end{bmatrix} \quad (61)$$

$$P = \begin{bmatrix} 0,01 & 0 & 0 \\ 0 & 0,1 & 0 \\ 0 & 0 & 10^{-7} \end{bmatrix} \quad (62)$$

## 5 RESULTADOS

Neste capítulo serão discutidos os resultados das simulações feitas a fim de comparar o método *Extremum Seeking Control* (ESC) com o Filtro de Kalman Estendido (EKF). Para essa comparação, serão empregadas quatro métricas para avaliar o desempenho dos estimadores:

$$J_1 = \int_0^{T_s} (r - p_{r,bh})^2 dt \quad (63)$$

$$J_2 = \int_0^{T_s} \zeta_\theta^T \zeta_\theta dt \quad (64)$$

$$J_3 = \int_{T_s}^{T_s+1000} (r - p_{r,bh})^2 dt \quad (65)$$

$$J_4 = \int_{T_s}^{T_s+1000} \zeta_\theta^T \zeta_\theta dt, \quad (66)$$

onde  $\zeta$  é o erro de estimação relativo:

$$\zeta_{\theta_i} = \frac{\theta_i^* - \hat{\theta}_i}{\theta_i^*}, \quad (67)$$

e  $T_s$  é o tempo de estabilização. Em todos os casos, utilizou-se um tempo de estabilização de 400 segundos, exceto no Caso C da estimação de  $w_{g,in}$ ,  $w_{l,in}$  e  $C_{out}$ , em que o tempo de estabilização considerado foi de 2200 segundos, o que condiz com os comportamentos do sistema nos arranjos observados.

Os índices  $J_1$  e  $J_2$  avaliam respectivamente o desempenho da malha de controle e da estimação de parâmetros durante o período transitório. Por sua vez,  $J_3$  e  $J_4$  avaliam o desempenho destes numa janela de 1.000 segundos após a estabilização, ou seja, em o erro em regime permanente.

### 5.1 Estimação de $w_{g,in}$ , $w_{l,in}$ e $C_{out}$

As medidas de energia resultantes das simulações monovariáveis no Caso A, descrito na seção 4.4.1, são apresentadas na Tabela 3. Para todos os parâmetros, nota-se que o ESC conseguiu atingir valores para  $J_4$  significativamente menores, ou seja, em regime permanente, as estimativas das variáveis se aproximaram mais dos valores reais usando o ESC do que com o EKF. Isso, no entanto, não se refletiu perceptivelmente em  $J_3$ , pois, quando o valor do erro se aproxima de zero, essa medida de energia é influenciada principalmente pelo ruído de medição.

As medidas de  $J_1$  e  $J_2$  obtidas utilizando ESC e EKF para um mesmo parâmetro são semelhantes. Isso indica que, apesar dos estimadores fazerem o sistema convergir de maneira diferente, aspecto que será discutido posteriormente, isso não implica em uma diferença perceptível de acordo com os critérios escolhidos.

**Tabela 3:** Desempenho dos estimadores monovariáveis para o Caso A

		$J_1$	$J_2$	$J_3$	$J_4$
$w_{g,in}$	ESC	$1,61 \times 10^9$	$2,19 \times 10^{-1}$	$2,50 \times 10^8$	$4,62 \times 10^{-4}$
	EKF	$1,27 \times 10^9$	$1,59 \times 10^{-1}$	$2,55 \times 10^8$	$1,34 \times 10^{-2}$
$w_{l,in}$	ESC	$9,43 \times 10^9$	$1,79 \times 10^{-1}$	$8,52 \times 10^8$	$4,24 \times 10^{-3}$
	EKF	$1,92 \times 10^{10}$	$4,62 \times 10^{-1}$	$4,96 \times 10^8$	$1,31 \times 10^{-2}$
$C_{out}$	ESC	$2,63 \times 10^{10}$	$2,65 \times 10^{-1}$	$8,12 \times 10^8$	$1,15 \times 10^{-3}$
	EKF	$5,15 \times 10^{10}$	$6,40 \times 10^{-1}$	$8,11 \times 10^8$	$1,38 \times 10^{-2}$

Fonte: Do autor.

As figuras 6a e 6b mostram o comportamento das estimativas de  $w_{g,in}$  feitas pelo ESC e pelo EKF, respectivamente. Os gráficos foram traçados em termos do valor relativo da estimativa de  $w_{g,in}$ , ou seja, da razão entre a sua estimativa e seu valor real. No primeiro gráfico nota-se, que assim que é ativado, o ESC provoca uma grande variação no parâmetro estimado. Isso se deve à resposta transitória do filtro passa-alta ao salto, já que, no momento em que ele é conectado ao sistema, o seu valor de entrada vai instantaneamente de 0 Pa para cerca de 6000 Pa. Posteriormente, o sistema converge de forma oscilatória para o valor ótimo, atingindo-o em cerca de 400 segundos. Em aproximadamente 600 segundos, o ESC é desativado. O efeito do desligamento do ESC pode ser melhor observado na Figura 7a, que mostra o comportamento da variável controlada em relação à referência à medida que o ESC estima um valor de  $w_{g,in}$  mais próximo do correto.

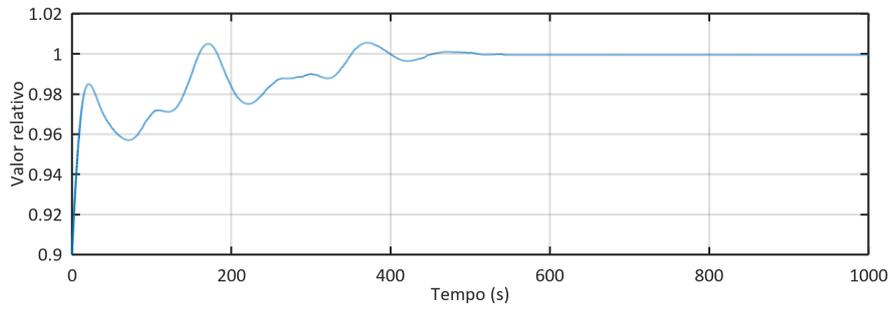
Na Figura 6b, observa-se que na primeira iteração do EKF a estimativa sofre uma grande alteração, com seu valor atingindo aproximadamente o ótimo. Nas iterações seguintes o valor estimado acaba se afastando do valor correto, até o instante 200 segundos, quando atinge cerca de 98% desse valor. Em seguida, o sistema volta a convergir. Observa-se que em 1000 segundos após a ativação do EKF o erro de estimativa ainda é próximo de 1%. Na Figura 7b, percebe-se que a saída do sistema converge de forma superamortecida, em contraste com a Figura 7a, em que nos instantes iniciais há uma componente oscilatória associada ao sinal.

Na Tabela 4 são apresentados os resultados das simulações para o Caso B. Observou-se que, durante as estimações de  $w_{g,in}$ , o ESC apresentou a medida  $J_1$  menor que a do EKF, mesmo que sua medida  $J_2$  seja maior. Isso é explicado pelo fato de que o sobrepasso produzido durante a estimativa de  $w_{g,in}$  pelo ESC ocorre durante um período menor que o tempo de acomodação da planta, não se refletindo, assim, em um sobrepasso de  $p_{r,bh}$  em relação ao valor da referência. Notou-se que durante a estimativa de  $C_{out}$  as métricas do ESC foram significativamente piores que as referentes ao EKF.

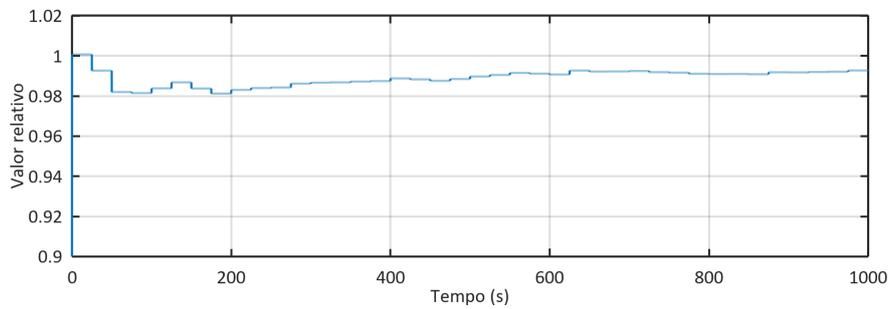
A Figura 8a mostra o valor da estimativa de  $w_{l,in}$  feita pelo ESC no Caso B. Nos primeiros instantes, até cerca de 50 segundos, o ESC ainda está desativado, pois o módulo do erro de seguimento de referência é inferior a 2500 Pa, como pode-se constatar observando a Figura 9a, por isso não há correção na estimativa.

Quando o ESC é ativado, ocorre o mesmo fenômeno observado no Caso A com ESC: o valor estimado sofre uma grande variação devido à resposta transitória do filtro passa-alta,

**Figura 6:** Comparação entre estimadores para estimação do parâmetro  $w_{g,in}$  no Caso A.



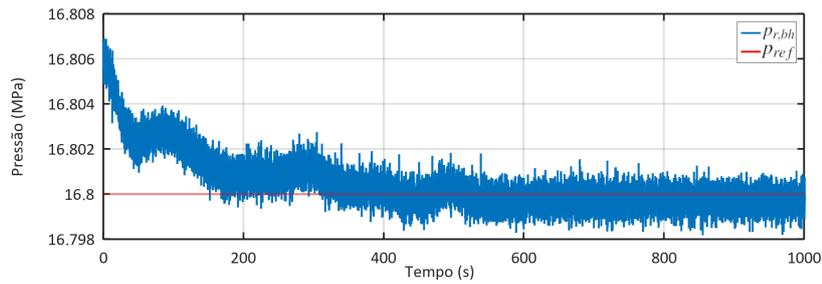
(a) ESC



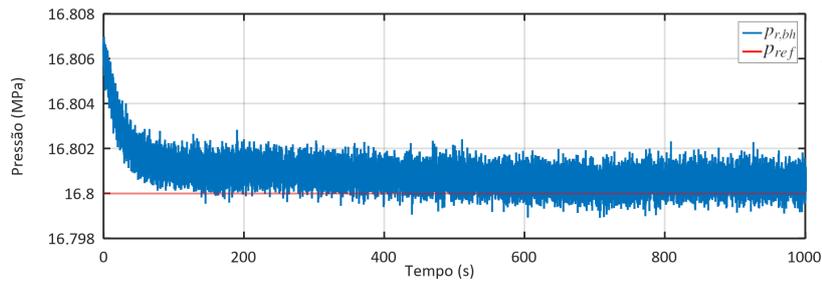
(b) EKF

Fonte: Do autor.

**Figura 7:** Comportamento da variável controlada  $p_{r,bh}$  em relação ao segmento de referência com o parâmetro  $w_{g,in}$  estimado no Caso A.



(a) ESC



(b) EKF

Fonte: Do autor.

**Tabela 4:** Desempenho dos estimadores monovariáveis para o Caso B

		$J_1$	$J_2$	$J_3$	$J_4$
$w_{g,in}$	ESC	$3,45 \times 10^8$	$1,33 \times 10^{-1}$	$5,85 \times 10^8$	$3,87 \times 10^{-4}$
	EKF	$1,31 \times 10^9$	$7,50 \times 10^{-2}$	$1,23 \times 10^9$	$1,54 \times 10^{-1}$
$w_{l,in}$	ESC	$4,24 \times 10^9$	$2,71 \times 10^{-1}$	$5,78 \times 10^8$	$3,95 \times 10^{-3}$
	EKF	$4,33 \times 10^9$	$1,67 \times 10^{-1}$	$4,39 \times 10^8$	$3,78 \times 10^{-3}$
$C_{out}$	ESC	$8,69 \times 10^9$	$1,56 \times 10^{-1}$	$1,46 \times 10^9$	$6,16 \times 10^{-2}$
	EKF	$1,82 \times 10^9$	$7,61 \times 10^{-2}$	$4,69 \times 10^8$	$1,16 \times 10^{-2}$

Fonte: Do autor.

quando sua entrada passa de cerca de 0 Pa para 2500 Pa. Observa-se também, tanto na Figura 8a quanto na Figura 9a, que o ESC é desativado em torno do instante 2100 segundos.

Com relação ao EKF, na Figura 8b, percebe-se que, apesar do desempenho inicial ser inferior ao mostrado na Figura 6b, o módulo do erro de estimação ao final dos 1000 segundos mostrados é menor que o obtido naquele experimento. A Figura 9b mostra o comportamento do sistema em resposta à variação no parâmetro  $w_{l,in}$  utilizando o EKF como estimador.

Na Tabela 5 são apresentados os resultados das simulações para o Caso C. Nota-se que os valores de  $J_1$  medidos para o ESC são significativamente menores que os medidos para o EKF. Durante o período em que a rampa está sendo aplicada à referência, o ESC modifica a estimativa de forma que o erro de controle seja minimizado. Como a estratégia de estimação do ESC foi elaborada considerando uma referência constante, o resultado é que o valor da estimativa do parâmetro, nesse caso, é alterado para gerar um sinal de controle que otimize a resposta à rampa, sem necessariamente implicar em aproximá-lo do valor real. Isso reflete-se na medida  $J_2$ , que para  $w_{g,in}$  e  $C_{out}$ , foi maior utilizando o ESC do que utilizando o EKF.

As figuras 10a e 10b mostram o comportamento da estimativa de  $C_{out}$  feita pelo ESC e pelo EKF no Caso C, respectivamente. Observando a Figura 10a, percebe-se que o ESC foi ativado por curtos períodos em pelo menos quatro momentos: aos 5000 s, aos 5800 s aos 6800 s e aos 7200 s. Devido a essas ativações o valor da estimativa sofreu flutuações de cerca de 0,1%. Na Figura 11a, que mostra o desempenho da malha de controle durante a estimação de  $C_{out}$  no Caso C, os momentos em que o ESC é ativado são mais perceptíveis, devido à oscilação causada por ele na variável controlada.

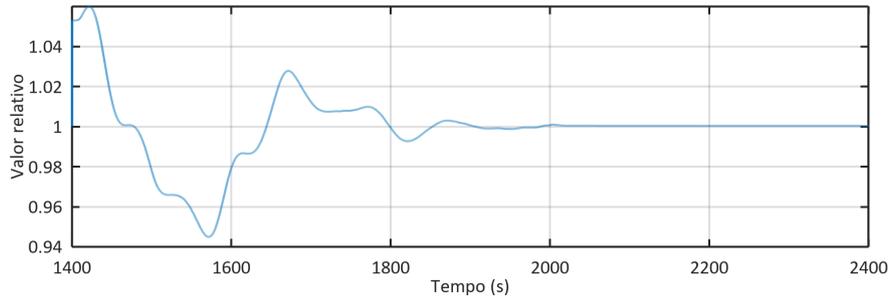
Nota-se, na Figura 10b, que o valor da estimativa de  $C_{out}$ , nesse caso, oscilou durante todo o período registrado. A variação máxima apresentada nessa simulação foi de cerca de 2%.

**Tabela 5:** Desempenho dos estimadores monovariáveis para o Caso C

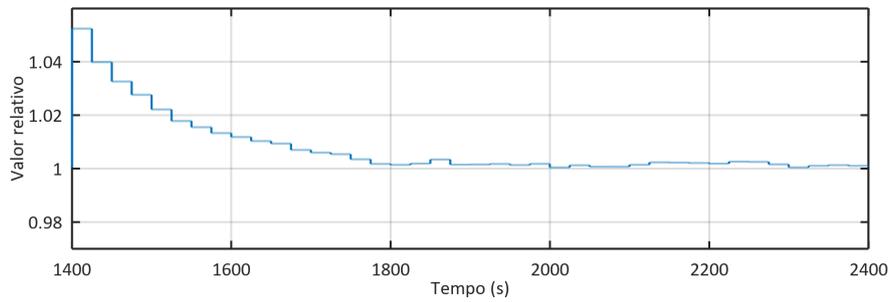
		$J_1$	$J_2$	$J_3$	$J_4$
$w_{g,in}$	ESC	$1,27 \times 10^9$	2,21	$3,08 \times 10^8$	$5,21 \times 10^{-2}$
	EKF	$5,29 \times 10^9$	$1,32 \times 10^{-1}$	$2,95 \times 10^8$	$4,28 \times 10^{-2}$
$w_{l,in}$	ESC	$2,09 \times 10^9$	$1,88 \times 10^{-3}$	$1,01 \times 10^9$	$1,39 \times 10^{-3}$
	EKF	$6,82 \times 10^9$	$1,39 \times 10^{-2}$	$2,88 \times 10^8$	$4,42 \times 10^{-3}$
$C_{out}$	ESC	$1,37 \times 10^9$	$1,56 \times 10^{-1}$	$6,06 \times 10^8$	$6,35 \times 10^{-2}$
	EKF	$1,32 \times 10^{10}$	$8,93 \times 10^{-2}$	$5,71 \times 10^8$	$1,56 \times 10^{-2}$

Fonte: Do autor.

**Figura 8:** Comparação entre estimadores para estimação do parâmetro  $w_{l,in}$  no Caso B.



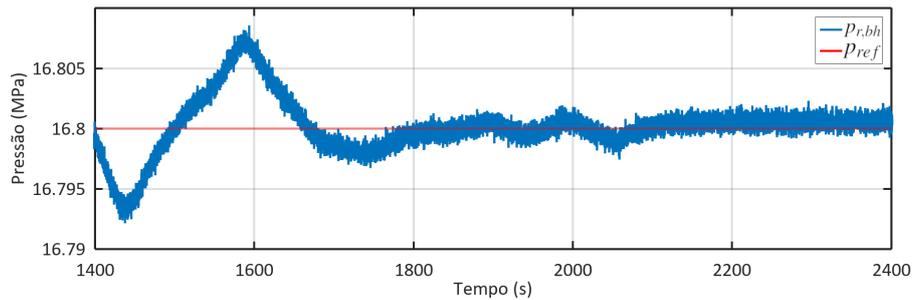
(a) ESC



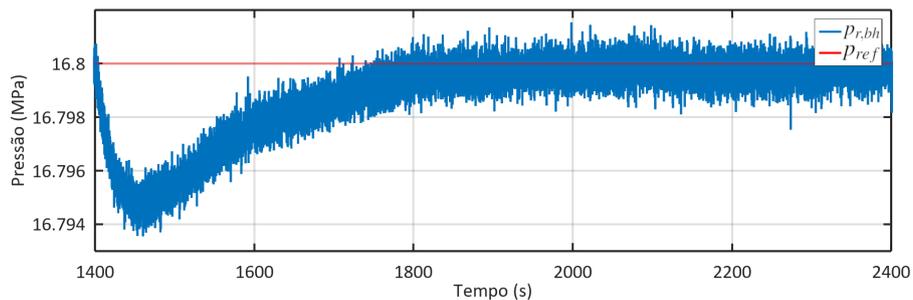
(b) EKF

Fonte: Do autor.

**Figura 9:** Comportamento da variável controlada  $p_{r,bh}$  em relação ao segmento de referência com o parâmetro  $w_{l,in}$  estimado no Caso B.



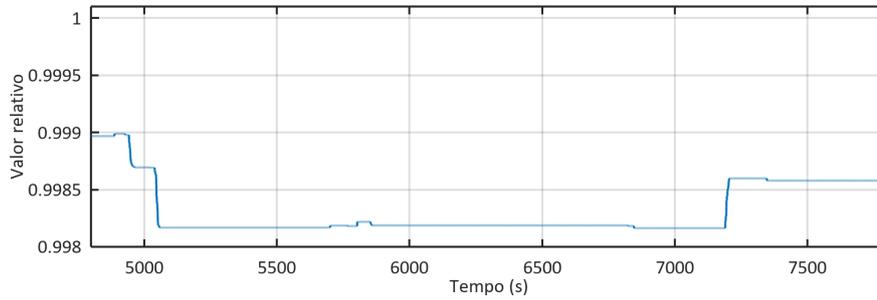
(a) ESC



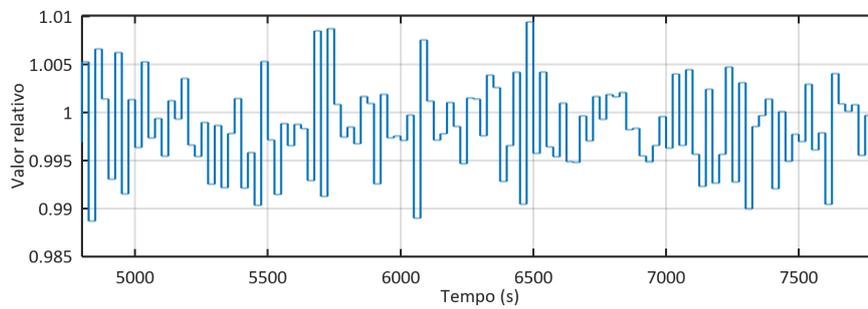
(b) EKF

Fonte: Do autor.

**Figura 10:** Comparação entre estimadores para estimação do parâmetro  $C_{out}$  no Caso C.



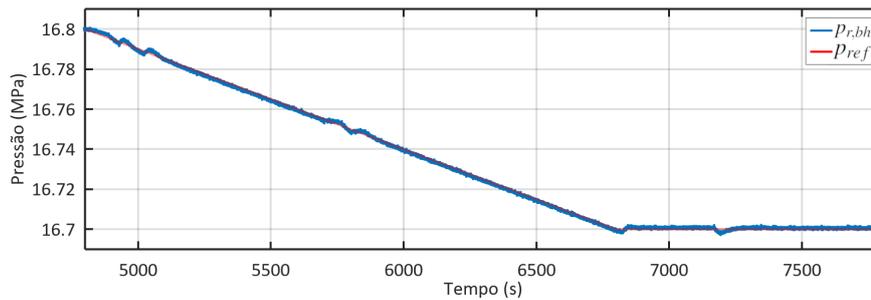
(a) ESC



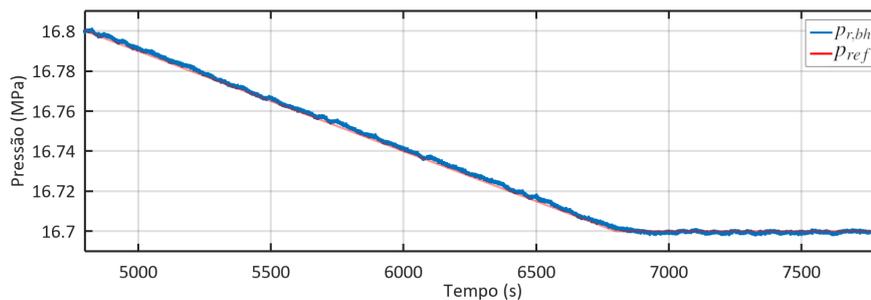
(b) EKF

Fonte: Do autor.

**Figura 11:** Comportamento da variável controlada  $p_{r,bh}$  em relação ao segmento de referência com o parâmetro  $C_{out}$  estimado no Caso C.



(a) ESC



(b) EKF

Fonte: Do autor.

### 5.1.1 Estimação de múltiplos parâmetros simultaneamente

As figuras 12a e 12b mostram os resultados das estimativas de múltiplos parâmetros simultaneamente utilizando ESC e EKF, respectivamente. Nota-se que ambos os estimadores convergiram para valores diferentes dos corretos, por isso as medidas  $J_2$  e  $J_4$  não foram computadas, já que, como será discutido nessa seção, o valor para o qual cada estimativa converge varia dependendo da configuração inicial do sistema.

As figuras 13a e 13b, mostram o desempenho da malha de controle à medida que os parâmetros são estimados pelo ESC e pelo EKF, respectivamente. Observa-se nelas que, mesmo que os valores dos parâmetros tenham se distanciado do correto, nos dois casos o objetivo de seguimento de referência foi atingido. Isso se deve ao fato de que existem diferentes combinações de parâmetros que conduzem ao mesmo valor de erro, por isso ela pode ser minimizada mesmo com conjuntos de valores estimados diferentes dos reais.

Um fenômeno interessante observado na Figura 13a é que nos instantes iniciais o valor de  $p_{r,bh}$  se distancia da referência antes de convergir para o valor correto. Isso se deve à interação das variações iniciais das estimativas. Como visto nos testes monovariáveis, elas geralmente tendem a se aproximar do valor correto, entretanto nesse caso a combinação de erros teve efeito contrário.

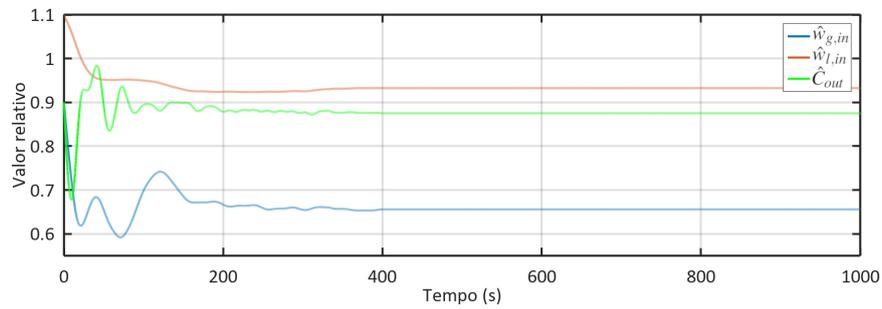
A Tabela 6 apresenta as medidas  $J_1$  e  $J_3$  calculadas para os dois estimadores. Percebe-se que a  $J_1$  medida para o ESC foi maior que a medida para o EKF, devido aos efeitos das perturbações injetadas. Após 400 segundos, quando o ESC é desativado, a saída do sistema passa a seguir a referência, como pode ser visto na Figura 13a, o que é confirmado pelas medidas  $J_3$  para os dois estimadores, que são semelhantes às medidas  $J_3$  nos casos monovariáveis estáticos, mostradas na Tabela 3.

**Tabela 6:** Comparação entre estimadores multivariáveis

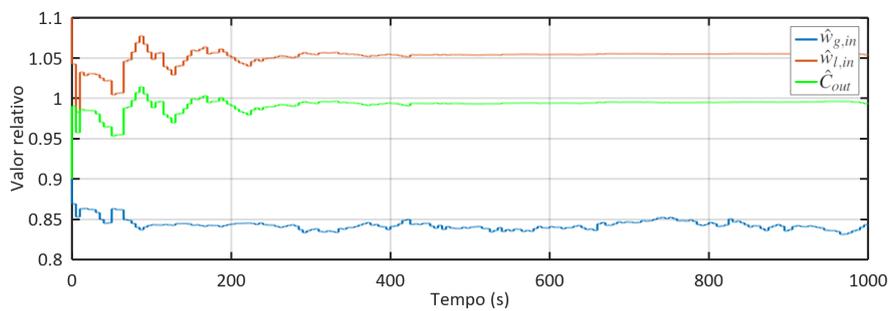
	$J_1$	$J_3$
ESC	$6,20 \times 10^{10}$	$2,29 \times 10^8$
EKF	$2,03 \times 10^{10}$	$4,84 \times 10^8$

Fonte: Do autor.

**Figura 12:** Estimativa de múltiplos parâmetros ao mesmo tempo.



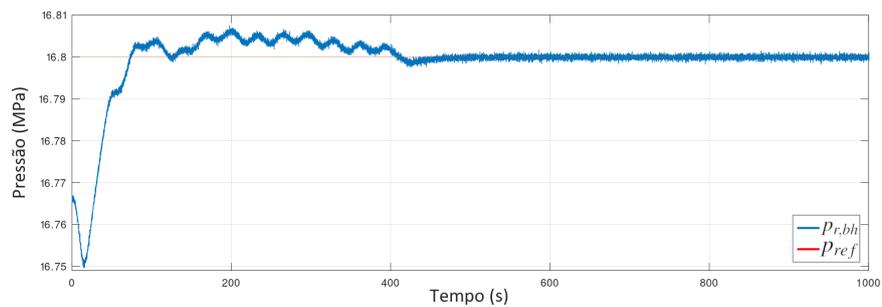
(a) ESC



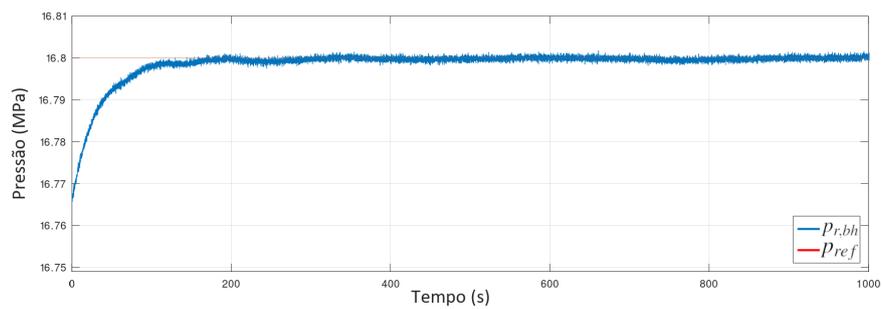
(b) EKF

Fonte: Do autor.

**Figura 13:** Comportamento da variável controlada  $p_{r,bh}$  em relação à referência com múltiplos parâmetros estimados.



(a) ESC



(b) EKF

Fonte: Do autor.

## 6 CONCLUSÃO

Neste trabalho, duas estratégias para estimação de parâmetros de uma planta de extração de petróleo por *gas-lift* foram implementadas: uma utilizando o *Extremum Seeking Control* e outra utilizando o Filtro de Kalman Estendido. Ambas estratégias foram testadas com um modelo computacional com o intuito de comparar seus desempenhos.

Tanto o ESC quanto o EKF mostraram-se eficientes para estimar individualmente as variáveis  $C_{out}$ ,  $w_{g,in}$  e  $w_{l,in}$ , convergindo para o valor esperado em todos os casos. Esses estimadores, entretanto, não foram capazes de estimar as três variáveis simultaneamente, ainda que nesse caso tenham conseguido minimizar o erro de controle. É possível que aumentando-se a excitação do sistema, fazendo a referência da malha de controle variar, por exemplo, os estimadores convergissem.

Os resultados mostraram que o ESC é similar ou superior ao EKF para estimação dos parâmetros  $C_{out}$ ,  $w_{g,in}$  e  $w_{l,in}$  nos cenários testados em termos dos critérios de avaliação definidos. Embora os dois métodos tenham variáveis de projeto que precisam ser sintonizadas empiricamente, o ESC pode ser uma alternativa ao já consolidado EKF. Sugere-se, portanto, que sejam feitas investigações mais profundas sobre a aplicabilidade deste método para a finalidade proposta, sobretudo testes mais abrangentes que integrem a estimação de estado por EKF com a estimação de parâmetros por ESC.

A grande vantagem do ESC em relação ao EKF reside no fato de que ele não exige modelo algum do processo. Assim, deve-se observar que, nos testes feitos, o modelo correto da planta foi empregado no filtro de Kalman, o que certamente não corresponde à realidade. Embora o ESC tenha sido usado neste trabalho em conjunto com a técnica de linearização por realimentação, a qual de toda forma exige um modelo estruturalmente correto da planta, ele poderia ser empregado também com outras técnicas menos dependentes da qualidade do modelo.

Vale ressaltar, entretanto, que o ESC exige que seja aplicada uma perturbação no sistema, o que pode ser inconveniente em determinadas situações. Em contrapartida, o EKF, bem como outros métodos de estimação, podem ser aplicados utilizando dados históricos, sem intervir na operação.

## REFERÊNCIAS

- ARIYUR, K. B.; KRSTIĆ, M. *Real time optimization by extremum seeking control*. [S.l.]: Wiley Online Library, 2003.
- ASSIS, A. J. D. et al. Identificação e controle de processos não lineares utilizando redes neurais artificiais. [sn], 2001.
- BISHOP, G.; WELCH, G. et al. An introduction to the kalman filter. *Proc of SIGGRAPH, Course*, v. 8, n. 27599-23175, p. 41, 2001.
- BIZON, N. Improving the PEMFC energy efficiency by optimizing the fueling rates based on extremum seeking algorithm. *international journal of hydrogen energy*, Elsevier, v. 39, n. 20, p. 10641–10654, 2014.
- BRUNTON, S. L. et al. Maximum power point tracking for photovoltaic optimization using ripple-based extremum seeking control. *IEEE transactions on power electronics*, IEEE, v. 25, n. 10, p. 2531–2540, 2010.
- BUITRAGO, S.; RODRIGUEZ, E.; ESPIN, D. et al. Global optimization techniques in gas allocation for continuous flow gas lift systems. In: SOCIETY OF PETROLEUM ENGINEERS. SPE gas technology symposium. [S.l.: s.n.], 1996.
- CIRI, U.; ROTEA, M. A.; LEONARDI, S. Model-free control of wind farms: A comparative study between individual and coordinated extremum seeking. *Renewable energy*, Elsevier, v. 113, p. 1033–1045, 2017.
- DI MEGLIO, F.; KAASA, G.-O.; PETIT, N. A first principle model for multiphase slugging flow in vertical risers. *Proceedings of the 48h IEEE Conference on Decision and Control (CDC)*, p. 8244–8251, 2009a.
- DI MEGLIO, F.; KAASA, G.-O.; PETIT, N. A first principle model for multiphase slugging flow in vertical risers. In: IEEE. PROCEEDINGS of the 48h IEEE Conference on Decision and Control (CDC) held jointly with 2009 28th Chinese Control Conference. [S.l.: s.n.], 2009b. p. 8244–8251.
- DI MEGLIO, F.; PETIT, N. et al. Stabilization of slugging in oil production facilities with or without upstream pressure sensors. *Journal of Process Control*, Elsevier, v. 22, n. 4, p. 809–822, 2012.
- HU, B. et al. Extremum seeking control for efficient operation of hybrid ground source heat pump system. *Renewable energy*, Elsevier, v. 86, p. 332–346, 2016.
- KAILATH, T. *Linear systems*. [S.l.]: Prentice-Hall Englewood Cliffs, NJ, 1980. v. 156.
- KALMAN, R. E. A New Approach to Linear Filtering and Prediction Problems. *Journal of Basic Engineering*, v. 82, n. 1, p. 35–45, mar. 1960.

- KAMALI, S.; MOALLEM, M.; ARZANPOUR, S. A two-variable extremum seeking controller with application to self-tuned vibration energy harvesting. *Smart Materials and Structures*, IOP Publishing, v. 28, n. 9, p. 095027, 2019.
- KILLINGSWORTH, N. J.; KRSTIC, M. PID tuning using extremum seeking: online, model-free performance optimization. *IEEE control systems magazine*, IEEE, v. 26, n. 1, p. 70–79, 2006.
- KRSTIC, M.; WANG, H.-H. Stability of extremum seeking feedback for general nonlinear dynamic systems. *Automatica*, Elsevier Science Publishing Company, Inc., v. 36, n. 4, p. 595–601, 2000.
- LAGHROUCHE, S. et al. Load governor based on constrained extremum seeking for PEM fuel cell oxygen starvation and compressor surge protection. *International journal of hydrogen energy*, Elsevier, v. 38, n. 33, p. 14314–14322, 2013.
- LJUNG, L. System identification. *Wiley encyclopedia of electrical and electronics engineering*, Wiley Online Library, p. 1–19, 1999.
- NOGUEIRA, E. M. Controle via busca extremal da produção de petróleo em poços operando com elevação artificial por injeção de gás. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Engenharia de Controle e Automação) – Escola Politécnica, Universidade Federal do Rio de Janeiro. Rio de Janeiro, 2012. Disponível em: <<http://www.monografias.poli.ufrj.br/monografias/monopol110005891.pdf>>. Acesso em 26 abril 2021.
- RIGONI, G. A. G. Controlador auto-supervisionável em duas camadas para aplicações remotas. (Graduação em Engenharia de Controle e Automação) – Escola de Engenharia, Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Porto Alegre, 2013. Disponível em: <<https://www.lume.ufrgs.br/bitstream/handle/10183/194415/000909763.pdf>>. Acesso em: 26 abril 2021.
- ROUX-OLIVEIRA, T. et al. Extremum Seeking-based Adaptive PID Control applied to Neuromuscular Electrical Stimulation. *Anais da Academia Brasileira de Ciências*, SciELO Brasil, v. 91, 2019.
- SARAIVA, E. D. Controle de um sistema de extração de petróleo por gas-lift através de linearização por realimentação e estimação de estados com filtro de Kalman estendido. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Engenharia de Controle e Automação) – Escola de Engenharia, Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Porto Alegre, 2019. Disponível em: <<https://www.lume.ufrgs.br/bitstream/handle/10183/205381/001111123.pdf>>. Acesso em: 27 abril 2021.
- SLOTINE, J.-J. E.; LI, W. *Applied Nonlinear Control*. Englewood Cliffs, NJ: Prentice–Hall, 1991.
- WAN, E. A.; NELSON, A. T. Dual extended Kalman filter methods. *Kalman filtering and neural networks*, Wiley Online Library, v. 123, 2001.
- WELCH, G.; BISHOP, G. et al. An introduction to the Kalman filter. Chapel Hill, NC, USA, 1995.
- ZIEGLER, J. G.; NICHOLS, N. B. et al. Optimum settings for automatic controllers. *trans. ASME*, v. 64, n. 11, 1942.

## APÊNDICE A - DEMONSTRAÇÃO MATEMÁTICA DO FUNCIONAMENTO DO EXTREMUM SEEKING

Este capítulo apresenta a demonstração matemática do funcionamento do *Extremum Seeking*, adaptada de (ARIYUR; KRSTIĆ, 2003). Aproxima-se localmente o mapeamento estático  $C(\theta)$

$$C(\theta) = C^* + \frac{C''}{2}(\theta - \theta^*)^2, \quad (68)$$

onde  $C'' > 0$ . O erro de estimação é dado por

$$\tilde{\theta} = \theta^* - \hat{\theta}. \quad (69)$$

A estratégia do *Extremum Seeking* consiste aplicar uma entrada do tipo

$$\theta = \hat{\theta} + a \cdot \text{sen}(\omega t), \quad (70)$$

assim,

$$\theta - \theta^* = a \cdot \text{sen}(\omega t) - \tilde{\theta} \quad (71)$$

que aplicado à Equação 68 leva a

$$y = C^* + \frac{C''}{2}(\tilde{\theta} - a \cdot \text{sen}(\omega t))^2. \quad (72)$$

Expandindo a Equação 72 e aplicando a identidade trigonométrica  $2\text{sen}^2(\omega t) = 1 - \cos(2\omega t)$

$$y = C^* + \frac{C''}{2}\tilde{\theta}^2 - aC''\tilde{\theta}\text{sen}(\omega t) + \frac{a^2C''}{2}\text{sen}^2(\omega t) \quad (73)$$

$$y = C^* + \frac{a^2C''}{4} + \frac{C''}{2}\tilde{\theta}^2 - aC''\tilde{\theta}\text{sen}(\omega t) + \frac{a^2C''}{4}\cos(2\omega t). \quad (74)$$

Aplicando o filtro passa-alta

$$\frac{s}{s + \omega_h}[y] \approx \frac{C''}{2}\tilde{\theta}^2 - aC''\tilde{\theta}\text{sen}(\omega t) + \frac{a^2C''}{4}\cos(2\omega t). \quad (75)$$

Demodula-se o sinal, multiplicando a saída do filtro por  $\text{sen}(\omega t)$

$$\frac{C''}{2}\tilde{\theta}^2\text{sen}(\omega t) - aC''\tilde{\theta}\text{sen}^2(\omega t) + \frac{a^2C''}{4}\cos(2\omega t)\text{sen}(\omega t). \quad (76)$$

Aplica-se novamente a identidade trigonométrica  $2\text{sen}^2(\omega t) = 1 - \cos(2\omega t)$ , assim como  $2\cos(2\omega t)\text{sen}(\omega t) = \text{sen}(3\omega t) - \text{sen}(\omega t)$  à Equação 76

$$-\frac{aC''}{2}\tilde{\theta} + \frac{aC''}{2}\tilde{\theta}\cos(2\omega t) + \frac{a^2C''}{8}(\text{sen}(\omega t) - \text{sen}(3\omega t)) + \frac{C''}{2}\tilde{\theta}^2\text{sen}(\omega t) \quad (77)$$

$\tilde{\theta}$  é obtido integrando-se esse sinal, assim

$$\tilde{\theta} \approx \frac{k}{s} \left[ -\frac{aC''}{2}\tilde{\theta} + \frac{aC''}{2}\tilde{\theta}\cos(2\omega t) + \frac{a^2C''}{8}(\text{sen}(\omega t) - \text{sen}(3\omega t)) + \frac{C''}{2}\tilde{\theta}^2\text{sen}(\omega t) \right] \quad (78)$$

Todos os termos, exceto o primeiro, são senoidais. Ao passar pelo integrador eles são atenuados, de forma que

$$\tilde{\theta} \approx \frac{k}{s} \left[ -\frac{aC''}{2}\tilde{\theta} \right]. \quad (79)$$

Como  $\theta^*$  é constante,  $\dot{\theta} = \dot{\tilde{\theta}}$ , assim

$$\dot{\tilde{\theta}} = -\frac{kaC''}{2}\tilde{\theta} \quad (80)$$

## APÊNDICE B - PARÂMETROS UTILIZADOS NAS SIMULAÇÕES

**Tabela 7:** Valores dos parâmetros da planta de extração de gas-lift utilizados nas simulações.

Parâmetro	Descrição	Valor
$R_{\mu}$	Constante dos gases	8,314 JK
$T$	Temperatura	363 K
$M$	Massa molecular do gás	$2,2 \times 10^{-2} \text{ kg mol}^{-1}$
$\rho$	Densidade do líquido	$900 \text{ kg m}^{-3}$
$g$	Constante da gravidade	$9,81 \text{ m s}^{-2}$
$\alpha$	Inclinação do riser	$\pi/4 \text{ rad}$
$A$	Área de seção transversal do riser	$1,77 \times 10^{-2} \text{ m}^2$
$p_s$	Pressão do separador	$6,6 \times 10^5 \text{ Pa}$
$w_{l,in}$	Vazão mássica de entrada de líquido	$11,75 \text{ kg s}^{-1}$
$w_{g,in}$	Vazão mássica de entrada de gás	$0,82 \text{ kg s}^{-1}$
$L$	Comprimento do riser	5200 m
$\varepsilon$	Fração da entrada de gás	0,78
$C_{out}$	Constante da válvula de choke	$2,8 \times 10^{-3} \text{ m}^2$
$C_g$	Constante da válvula virtual	$10^{-4} \text{ kg}$
$V_{eb}$	Volume da bolha de gás	$48 \text{ m}^3$

Fonte: Adaptado de (DI MEGLIO; PETIT et al., 2012)