

III Semana Acadêmica da Pós-Graduação em Matemática

Universidade Federal do Rio Grande do Sul - UFRGS

Porto Alegre, 05 a 08 de Novembro de 2018.

CADERNO DE RESUMOS

Comissão Organizadora:

Bárbara Seelig Pogorelsky
Cássio Baissvenger Pazinato
Cristina Zaniol
Juliana Sartori Ziebell
Leonardo Duarte Silva
Marcus Vinícius da Silva
Rodrigo Sychocki da Silva
Thaísa Raupp Tamusiunas
Vanusa Moreira Dylewski

Um caso particular do problema de Kantorovich se dá quando os conjuntos X e Y são finitos. Nessas condições o problema é um caso especial da teoria de programação linear e tem inúmeras aplicações práticas.

No entanto, estamos interessados em avaliar o caso $X = Y = \mathbb{R}^n$ com função custo dada por $c(x, y) = d(x, y)^2$, em que d é a métrica euclidiana. Para esse caso (sob algumas hipóteses extras) temos o Teorema de Brenier, que nos garante a existência e unicidade de um plano de transporte ótimo π dado por

$$\pi(x, y) = (Id \times \nabla\varphi)_\# \mu$$

onde φ é uma função convexa cujo gradiente é tal que $\nabla\varphi_\# \mu = \nu$. Além disso, é possível verificar que $T = \nabla\varphi$ é uma aplicação de transporte ótimo.

Podemos ainda generalizar a função custo para o valor assumido por uma ação de um lagrangiano em seu minimizante. Isto é:

$$c(x, y) = \inf_{\gamma} \int_a^b L(\gamma(t), \dot{\gamma}(t)) dt$$

onde o ínfimo é tomado entre todas curvas γ com $\gamma(a) = x$ e $\gamma(b) = y$. Isto é inspirado na mecânica clássica, onde as trajetórias de um sistema mecânico $\gamma(t)$ são as curvas com mínima ação.

Essa generalização nos permite falar em distâncias mais sofisticadas e com significados diferentes, como por exemplo a energia necessária para ir de x a y (usando o lagrangiano mecânico usual).

Comparação entre os Métodos da Decomposição de Adomian Modificado e Runge-Kutta44 para Solução do Processo de Digestão Anaeróbia

Marline Ilha da Silva - PPGMap
marline.ilhadasilva@gmail.com
Álvaro Luiz de Bortoli - PPGMap
dbortoli@mat.ufrgs.br

Resumo

A Digestão Anaeróbia (*Anaerobic Digestion* - AD) é um processo bioquímico de produção de biogás (biocombustível, constituído principalmente de metano e dióxido de carbono [15]). Neste processo, o biocombustível é formado a partir da degradação biológica da biomassa [14], matéria-prima mais abundante do mundo, constituída por substâncias de origem orgânica (vegetal, animal e microorganismos) e, ao contrário das fontes fósseis de energia, como o petróleo e o carvão mineral, a biomassa é renovável em curto intervalo de tempo.

O processo de digestão anaeróbia é complexo, formado por várias etapas de interações metabólicas, realizado por uma comunidade bem organizada de populações microbianas, na ausência de oxigênio [5, 10]. O modelo matemático para a digestão anaeróbia é obtido de acordo com o número de reações químicas presentes em cada estágio do processo. Esta modelagem fornece um sistema de equações diferenciais ordinárias acopladas e não lineares [11, 12], que na maioria das vezes deve ser resolvido numericamente. Dessa maneira, obter uma solução analítica torna-se atrativo para este problema.

O método da decomposição de Adomian (*Adomian Decomposition Method* - ADM) é uma técnica poderosa usada para resolver este tipo de problema, na qual decompõem cada equação em uma parte linear e uma parte não linear. A partir desta decomposição, a solução é obtida com base em um somatório de termos, os chamados termos de Adomian. Além disso, um ponto fundamental da técnica é a representação da parte não linear da equação por um somatório de polinômios conhecidos como polinômios de Adomian.

Adomian [2] demonstra que através do ADM é possível resolver problemas de equações diferenciais lineares e não lineares, obtendo soluções contínuas e semi analíticas.

Atualmente, o ADM vem sendo utilizado por muitos autores, em diversas áreas, para resolver problemas de equações diferenciais lineares e não-lineares envolvendo problemas de valor inicial ou de condições de contorno [3, 8, 9]. Além disso, o ADM pode ser usado para resolver sistemas de equações diferenciais não lineares e também para encontrar a solução de equações diferenciais de ordem superior [4, 7]. Alguns pesquisadores introduziram modificações no ADM [1, 6]. Por exemplo, Younker [13] utiliza o ADM com o tempo discretizado para a resolução de um sistema de equações diferenciais acopladas que descrevem taxas de reação química

Neste trabalho, é desenvolvido um modelo químico e matemático para o processo de digestão anaeróbia, utilizando a celulose como substrato. Além disso, simula-se este processo resolvendo o sistema de equações diferenciais ordinárias pelos métodos de Runge-Kutta de quarta ordem e quatro estágios e Adomian modificado, aplicado ao tempo variado [13]. As duas aproximações para a solução são comparadas e conclui-se que ocorre concordância entre elas.

Referências

- [1] S. Abbasbandy, and M. T. Darvishi. A numerical solution of Burgers equation by time discretization of Adomian's decomposition method, *Applied Mathematics and Computation*, 170:95–102, 2005.
- [2] G. Adomian. Analytic solutions for nonlinear equations, *Applied Mathematics and Computation*, 26: 77–88, 1988.
- [3] J. Biazar, M. Tango, E. Babolian, and R. Islam. Solution of the kinetic modeling of lactic acid fermentation using Adomian decomposition method, *Applied Mathematics and Computation*, 144:433–439, 2003.
- [4] J. Biazar, E. Babolian, and R. Islam. Solution of the system of ordinary differential equations by Adomian decomposition method, *Applied Mathematics and Computation*, 147:713–719, 2004.
- [5] L. Bjornsson. Intensification of the biogas process by improved process monitoring and biomass retention. Ph.D. thesis, Department of Biotechnology, Lund University, Sweden, 2000.

- [6] F. Chen, and Q. Liu. Modified asymptotic Adomian decomposition method for solving Boussinesq equation of groundwater flow, *Applied Mathematics and Mechanics*, 35:481–488, 2014.
- [7] H. Gu, and Z. Li. A modified Adomian method for system of nonlinear differential equations. *Applied Mathematics and Computation*, 187:748–755, 2007.
- [8] H. Huang and T. S. Lee. On the Adomian decomposition method for solving the Stefan problem. *International Journal of Numerical Methods for Heat and Fluid Flow*, 25:912–928, 2015.
- [9] D. Kaya, and A. Yokus, A numerical comparison of partial solutions in the decomposition method for linear and nonlinear partial differential equations. *Mathematics and Computers in Simulation*, 60:507–512, 2002.
- [10] Z. Prokopová, and R. Prokop, Modelling and simulation of dry anaerobic fermentation. In *European Conference on Modelling and Simulation*, 2010.
- [11] M. Silva, and A. L. Bortoli, Modelagem e Simulação do Processo de Formação do Biogás. In *Anais do Congresso Nacional de Matemática Aplicada e Computacional (XXXVII CNMAC)*, São José dos Campos, São Paulo, Brasil, 2017.
- [12] M. Silva, and A. L. Bortoli, Simulation of biogas production from the anaerobic digestion process. In *Anais do Iberian Latin American Congress on Computational Methods in Engineering (XXXVIII CILAMCE)*, Florianópolis, Santa Catarina, Brasil, 2017.
- [13] J. M. Younker, Numerical integration of the chemical rate equations via a discretized Adomian decomposition. *Industrial and Engineering Chemistry Research*, 50:3100–3109, 2011.
- [14] L.Yu, Simulation of flow, mass transfer and bio-chemical reactions in anaerobic digestion. Ph.D. thesis, Department of Biological Systems Engineering, Faculty of Washington State University, 2012.
- [15] K. Ziemiński, and M. Frac, Methane fermentation process as anaerobic digestion of biomass: Transformations, stages and microorganisms. *African Journal of Biotechnology*, 11: 4127–4139, 2012.

Fatoração explícita de polinômios de Dickson sobre corpos finitos

Nelcy Esperanza Arévalo Baquero - PPGMap

nearevalob@unal.edu.com

Fabio Enrique Brochero Martinez - UFMG

fbrocher@mat.ufmg.br

Resumo