III Semana Acadêmica da Pós-Graduação em Matemática

Universidade Federal do Rio Grande do Sul - UFRGS

Porto Alegre, 05 a 08 de Novembro de 2018.

CADERNO DE RESUMOS

Comissão Organizadora:

Bárbara Seelig Pogorelsky
Cássio Baissvenger Pazinatto
Cristina Zaniol
Juliana Sartori Ziebell
Leonardo Duarte Silva
Marcus Vinícius da Silva
Rodrigo Sychocki da Silva
Thaísa Raupp Tamusiunas
Vanusa Moreira Dylewski

Teoria de Existência e Simulações para a equação do transporte unidimensional

Debora Dalmolin - PPGMap
deborasdalmolin@hotmail.com
Fabio Azevedo - PPGMap
fabio.azevedo@ufrgs.br
Esequia Sauter - PPGMap
esequia@gmail.com

Resumo

Consideramos o modelo dado pela equação de transporte em estado estacionário em um meio participativo com fontes internas e fronteiras semi-reflectiva. Ainda, consideraremos o problema linear unidimensional em um meio homogêneo no domínio $D = \{(x,\mu);(x,\mu) \in [0,L] \times [-1,1]\}$, isto é:

$$\mu\frac{\partial}{\partial x}I(x,\mu) + \lambda I(x,\mu) = \sigma\hat{I}(x) + S(x), \quad 0 < x < L \;\; \text{e} \;\; -1 \leq \mu \leq 1,$$

onde $\hat{I}(x) = \frac{1}{2}\int\limits_{-1}^{1} I(x,\mu)d\mu$ e representa o fluxo escalar.

Neste problema $I(x,\mu)$ é o fluxo de partículas na posição x na direção de μ, onde x é a variável espacial e μ é cosseno do ângulo formado entre a direção de propagação e o eixo x. O termo $S(x)$ é dado representa a fonte interna do problema. Os coeficientes de absorção e espalhamento são não-negativos e denotados, respectivamente, por λ e σ, e $\sigma < \lambda$.

A equação de transporte fica completa quando adicionamos as equações de contorno:

$$I(0,\mu) = \rho_0(\mu)I(0,-\mu) + (1-\rho_0(\mu))B_0(\mu), \quad \mu > 0;$$
$$I(L,\mu) = \rho_L(\mu)I(L,-\mu) + (1-\rho_L(\mu))B_L(\mu), \quad \mu < 0,$$

onde $B_0(\mu)$ e $B_L(\mu)$ são funções integráveis que representam contribuições de fronteira e $0 \leq \rho_0,\, \rho_L \leq 1$ são os coeficientes de reflexão.

Resolvemos esse problema tanto analitica como numericamente. Do ponto de vista analítico, generalizamos a teoria de existência para soluções no espaço C^α quando as fontes estão no espaço de funções contínuas. Para obter uma solução numérica para o fluxo escalar, escrevemos a equação como uma equação de Fredholm do segundo tipo e aplicamos o método de Nyström com as quadraturas de Boole e Gauss-Legendre. Técnicas analíticas e computacionais foram implementadas para lidar com a singularidade do núcleo. Além disso, calculamos os autovalores do problema que neste contexto consolida os testes numéricos. Mostramos a eficiência do método proposto através de alguns testes numéricos e comparamos nossos resultados com aqueles que podem ser encontrados na literatura.