



ESCOLA DE ENGENHARIA  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA DE MINAS, METALÚRGICA E DE  
MATERIAIS-PPGEM

**ALINI VIEIRA MANCIO DOS SANTOS**

**Modelagem De Superfície De Terreno Utilizando Dados De  
Vegetação Como Variável Secundária**

**DISSERTAÇÃO DE MESTRADO**

**Porto Alegre  
2021**

**ALINI VIEIRA MANCIO DOS SANTOS**

**Modelagem De Superfície De Terreno Utilizando Dados De Vegetação Como Variável Secundária**

Trabalho realizado no Departamento de Engenharia de Minas da Escola de Engenharia da UFRGS, dentro do Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Minas, Metalúrgica e de Materiais - PPGEM, como parte dos requisitos para a obtenção do título de Mestre em Engenharia. Área de Concentração: Tecnologia Mineral/Metalurgia Extrativa

Orientador: Prof. Dr. João Felipe Coimbra Leite Costa

Porto Alegre  
2021

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL

Reitor: Prof. Dr. Carlos André Bulhões

Vice-Reitor: Profa. Dra. Patricia Pranke

ESCOLA DE ENGENHARIA

Diretora: Profa. Dra. Carla Schwengber ten Caten

Vice-Diretor: Prof. Dr. Afonso Reguly

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA

Coordenador: Prof. Dr. Afonso Reguly

Vice-Coordenador: Profa. Dra. Andréa Moura Bernardes

#### CIP - Catalogação na Publicação

MANCIO, ALINI VIEIRA

Modelagem De Superfície De Terreno Por Krigagem  
Simples Com Médias Locais Utilizando Dados De  
Vegetação Como Variável Secundária / ALINI VIEIRA  
MANCIO. -- 2021.

86 f.

Orientador: João Felipe Coimbra Leite Costa.

Dissertação (Mestrado) -- Universidade Federal do  
Rio Grande do Sul, Escola de Engenharia, Programa de  
Pós-Graduação em Engenharia de Minas, Metalúrgica e de  
Materiais, Porto Alegre, BR-RS, 2021.

1. Geoestatística multivariada. 2. Modelo de  
terreno. 3. Krigagem Simples com Médias Locais. 4.  
Levantamento aéreo em área de mata densa. I. Costa,  
João Felipe Coimbra Leite, orient. II. Título.

**ALINI VIEIRA MANCIO DOS SANTOS**

**Modelagem De Superfície De Terreno Por Krigagem Simples  
Com Médias Locais Utilizando Dados De Vegetação Como Variável  
Secundária.**

Esta Dissertação foi analisada e julgada adequada para a obtenção do título de Mestre em Engenharia, área de concentração de Metalurgia Extrativa e Tecnologia Mineral, e aprovada em sua forma final pelo Orientador e pela Banca Examinadora designada pelo Programa de Pós Graduação em Engenharia de Minas, Metalúrgica e de Materiais da Universidade Federal do Rio Grande do Sul.

**Orientador:**

---

Prof. Dr. João Felipe Coimbra Leite Costa

**Aprovado em:** \_\_\_\_/\_\_\_\_/\_\_\_\_

**Banca Examinadora:**

---

Prof. Dr. Diego Machado Marques

---

Dr. Luciano Nunes Capponi

---

Prof. Dr. Marcel Antonio Arcari Bassani

*Para Evandro e nossa maior obra:*

*Enzo e Pietra.*

## **Agradecimentos**

Uma trajetória profissional é composta de um conjunto eventos e cada acontecimento envolve uma série de pessoas. Ao longo desta caminhada de quase 20 anos na mineração alguns marcos me fazem dizer que estou no caminho certo, a conclusão desta etapa certamente é mais um deles. Em cada etapa vencida conto com a sorte de ter boa companhia, pessoas que acreditam, pessoas que contribuem, pessoas que torcem. Este é o meu maior ganho profissional: amigos, mestres, parceiros.

Leandro Oliveira obrigada pela ajuda com minhas referências bibliográficas. Ricardo Avelar obrigada pelo apoio nas disciplinas cursadas. Rodrigo Peroni e Camilla Zacche obrigada pelas trocas de ideias e esclarecimentos de conceitos técnicos.

Debora Roldão obrigada por ser amiga e conselheira na vida e na profissão, são tantos os momentos que contei com teu apoio que daria outra dissertação citar todos aqui.

Professor João Felipe Coimbra, certamente me tornar mestre não estaria nem nos meus planos mais ousados se não fosse por tua confiança, tua disponibilidade em ensinar. Deixo aqui não só meu agradecimento, mas o registro de minha admiração.

Jairo Mancio, Nilia Bueno e Ernai Torelly, obrigada por serem os meus maiores torcedores.

Nilza Bueno, a pessoa mais valente, a mente mais brilhante que conheço. Obrigada por me inspirar.

Evandro (Vandão) Favaretto, não basta te dedicar esta etapa, não basta te dedicar a vida inteira. É meu melhor amigo, maior crítico, me diverte, me acompanha, me ampara.

*“O Homem nada sabe; mas é chamado a tudo  
conhecer.”*

*Hermes Trismegisto - 2.700 a.C.*

## Resumo

Áreas cobertas por vegetação densa impõem grandes desafios na reconstituição da morfologia da superfície terrestre especialmente quando os dados são adquiridos apenas por aerofotogrametria. Pontos de terreno esparsamente amostrados coletados em áreas com essas características dificultam sua interpolação por métodos convencionais, levando a distorções e suavização que não representam geomorfologia real.

Este estudo propõe o uso de dados de elevação do topo das árvores como uma variável secundária para estimar as superfícies de elevação utilizando ferramentas de geoestatística multivariada como SKLVM e Cokriging.

Os resultados comprovaram que o fluxo de trabalho conduziu a modelos que representam corretamente a superfície do terreno ao longo de áreas onde os pontos amostrados de superfície são escassos, reduzindo o erro de estimativa.

**Palavras-chave:** Simple Kriging local varying mean, cokriging, modelo digital de elevação

## **Abstract**

Densely covered areas by vegetation imposes major challenges in reconstituting land surface morphology given data acquired only by aerophotogrammetry. Sparsely sampled terrain points collected in areas with these characteristics difficult their interpolation by conventional methods leading to distortions and oversmoothing which do not represent real geomorphology.

This study proposes using elevation data from the top of trees as a secondary variable to estimate elevation surfaces based on a multivariate geostatistics framework including SKLVM and Cokriging.

The results proved the workflow lead to models which correctly represent the terrain surface along areas where surface sampled points are scarce reducing the estimation error.

**Keywords:** Simple Kriging local varying mean, cokriging, digital elevation models

## Lista de ilustrações

Figura 1 – (A) Nuvem de pontos representada pela cor natural refletida pela luz visível (RGB); (B) Nuvem de pontos representada pela classificação por tipo de superfície (terreno e vegetação). . . . .	16
Figura 2 – Fotografia de paisagem de mata densa. . . . .	17
Figura 3 – Perfil esquemático contendo os pontos cotados do terreno e de copa de vegetação e a linha da projeção da superfície de um modelo estimado somente com os dados de cota do terreno . . . . .	18
Figura 4 – Perfil esquemático contendo os pontos cotados do terreno e de topo de vegetação e a linha da projeção da superfície de um modelo estimado com os dados de cota do terreno e com os pontos cotados de topo de vegetação como informação secundária. . . . .	19
Figura 5 – (A) Modelo Numérico do Terreno - MNT; (B) Modelo Digital de Elevação – MDE. . . . .	21
Figura 6 – Modelos de superfície de Briançon - França. (A) Modelo em madeira, papel e metal, escala 1:600 (Nézot, 1736). (B) Modelo computacional com grid CoNED (Coastal National Elevation Database, 2013) resolução de 3 metros. . . . .	23
Figura 7 – Principais avanços tecnológicos que fundamentam os atuais MDEs. . . . .	24
Figura 8 – Representação gráfica dos tipos de amostragem sob a ótica estatística. . . . .	26
Figura 9 – Croqui esquemático de amostra estratificada. . . . .	26
Figura 10 – Alguns padrões regulares de distribuição de amostras seguindo padrões geométricos. . . . .	27
Figura 11 – Distribuição amostral sob perspectiva das feições do terreno. . . . .	27
Figura 12 – Gráficos precisão e exatidão de Levey-Jennings . . . . .	30
Figura 13 – Modelo gerado por grade retangular regular. Acima vista em planta e abaixo vista perspectiva (pontos amostrais em vermelho). . . . .	31
Figura 14 – Modelo gerado por grade triangular irregular. Acima vista em planta e abaixo vista em perspectiva isométrica (pontos amostrais em vermelho) . . . . .	32
Figura 15 – Modelo gerado ilustrando o método do IQD. . . . .	34
Figura 16 – Modelo gerado ilustrando o método do vizinho mais próximo. . . . .	35
Figura 17 – Representação gráfica e perfil de uma superfície gerada por Spline. . . . .	36
Figura 18 – Mapa de localização da área de estudo. . . . .	44
Figura 19 – Imagem 3D do Google Earth mostrando os limites da área de teste deste estudo (poligonal vermelha). . . . .	45
Figura 20 – Fotografias do interior da mata na área do estudo. . . . .	46
Figura 21 – Infográfico das etapas realizadas na aquisição de dados. . . . .	47

Figura 22 – Imagem de captura da tela do planejamento de voo no aplicativo utilizado para planejamento e execução das missões (Map Pilot). . . . .	48
Figura 23 – Planejamento dos pontos de controle . . . . .	49
Figura 24 – Levantamento topográfico em campo. . . . .	50
Figura 25 – Localização dos pontos de controle, em destaque ponto de controle marcado no asfalto. . . . .	51
Figura 26 – Localização dos pontos para conferência da aderência do método. . . . .	52
Figura 27 – Localização dos centroides das cenas capturadas no levantamento aéreo	53
Figura 28 – Vista em perspectiva da nuvem de pontos obtida. . . . .	55
Figura 29 – Representação gráfica da nuvem de pontos inicial recortada. . . . .	56
Figura 30 – Localização das seções de verificação sobre mosaico aéreo. . . . .	57
Figura 31 – Exemplo de perfil revisado. . . . .	58
Figura 32 – Representação gráfica das áreas considerada de “Alta Densidade de Pontos de Terreno” (hachura azul) e “Baixa Densidade de Pontos de Terreno (contorno vermelho). . . . .	59
Figura 33 – Perfil típico da região de baixa densidade de pontos de terreno (acima pontos coloridos pela coloração natural RGB e abaixo coloridos conforme refinamento da classificação primária). . . . .	60
Figura 34 – Perfil típico da região de alta densidade de pontos de terreno (acima pontos coloridos pela coloração natural RGB e abaixo coloridos conforme refinamento da classificação primária). . . . .	61
Figura 35 – Dados utilizados na geração da superfície de referência sobrepostos ao ortomosaico. . . . .	63
Figura 36 – Seção da superfície de referência gerada . . . . .	64
Figura 37 – Distribuição estatística dos dados brutos (linha azul), dos dados desagrupados (linha pontilhada vermelha) e da superfície de referência modelada (linha pontilhada verde). . . . .	65
Figura 38 – Mapa de localização dos dados utilizados na modelagem da superfície do terreno por diversos interpoladores convencionais representados da figura pelos pontos marrons. . . . .	66
Figura 39 – Dataset importado no SGEMS e suas respectivas distribuições estatísticas.	68
Figura 40 – Gráfico de dispersão dos dados de elevação do dossel e do terreno. . . . .	69
Figura 41 – Histograma e estatísticas dos resíduos de regressão. . . . .	70
Figura 42 – Variogramas dos resíduos de regressão. . . . .	70
Figura 43 – Representação gráfica das informações utilizadas para modelagem matemática da superfície do terreno (informação primária e secundária) e superfície modelada por SKLVM. Abaixo e à direita modelo das distribuições estatísticas dos dados e do modelo. . . . .	71

Figura 44 – Seção topográfica representando as superfícies que apresentaram maior aderência à superfície de referência – Perfil 2. . . . .	72
Figura 45 – Seção topográfica representando as superfícies que apresentaram maior aderência à superfície de referência – Perfil 3. . . . .	73
Figura 46 – Scatter plot dos valores estimados vs os valores amostrados . . . . .	75
Figura 47 – Scatter plot dos valores estimados vs os valores amostrados . . . . .	76
Figura 48 – Exemplo de seção de validação visual. . . . .	78

## Lista de tabelas

Tabela 1 – Erro estimado para cada ponto de controle. . . . .	54
Tabela 2 – Percentual global de pontos validados por categoria. . . . .	57
Tabela 3 – Percentual de pontos validados por categoria dentro da “Área de Baixa Densidade de Pontos de Terreno” (BDPT). . . . .	60
Tabela 4 – Percentual de pontos validados por categoria dentro da “Área de Alta Densidade de Pontos de Terreno” (ADPT). . . . .	62
Tabela 5 – Análise do erro e da correlação dos modelos vs pontos de controle. . .	74

## Sumário

<b>1</b>	<b>CONSIDERAÇÕES INICIAIS</b>	<b>15</b>
1.1	Introdução	15
1.2	Problema a ser abordado	17
1.3	Objetivos	19
1.4	Apresentação	20
<b>2</b>	<b>MODELOS DIGITAIS DE ELEVAÇÃO: HISTÓRIA, CONCEITOS E MÉTODOS INTERPOLADORES CONVENCIONAIS</b>	<b>21</b>
2.1	Definição	21
2.2	História	22
2.3	Aquisição de Dados	25
2.3.1	Amostragem: distribuição e densidade das amostras.	25
2.3.1.1	Distribuição das Amostras	25
2.3.1.2	Densidade das Amostras.	28
2.3.2	Medição: métodos, precisão e exatidão.	28
2.4	Modelagem de Terreno	30
2.5	Interpoladores convencionais	33
2.5.1	Inverso do Quadrado da Distância (IQD)	33
2.5.2	Vizinho Mais Próximo	34
2.5.3	Spline (Superfície de Curvatura Mínima)	36
<b>3</b>	<b>GEOESTATÍSTICA MULTIVARIADA: ALGORITMOS INCORPORADOS DE VARIÁVEIS SECUNDÁRIAS EXAUSTIVAS</b>	<b>38</b>
3.1	Geoestatística Multivariada	38
3.2	Tipos de dados secundários	38
3.2.1	Dados Exaustivos	39
3.2.2	Dados não-exaustivos ou pontuais	39
3.2.3	Medidas referentes à correlação e continuidade espacial entre variáveis.	39
3.2.4	Coeficiente de correlação	39
3.3	Krigagem Simples com Médias Locais Variáveis (SKMLV)	40
3.4	Cokrigagem	42
<b>4</b>	<b>ESTUDO DE CASO: USO DE DRONES NA AQUISIÇÃO DE DADOS E GERAÇÃO DE SUPERFÍCIES DE TERRENO UTILIZANDO COTAS DE DOSSEL COMO DADO SECUNDÁRIO</b>	<b>43</b>
4.1	Área de estudo	43
4.1.1	Localização	43

4.1.2	Características Físicas . . . . .	44
4.1.3	Vegetação . . . . .	45
<b>4.2</b>	<b>Aquisição de dados . . . . .</b>	<b>46</b>
4.2.1	Planejamento de Voo . . . . .	48
4.2.2	Planejamento de Distribuição de Pontos (de Controle e Verificação) . . .	48
4.2.3	Pontos de Controle e de Verificação . . . . .	50
4.2.4	Levantamento Aéreo . . . . .	52
4.2.5	Processamento . . . . .	53
4.2.6	Classificação da nuvem de pontos . . . . .	55
4.2.7	Validação da Classificação Automática . . . . .	57
<b>4.3</b>	<b>Modelos Digitais do Terreno . . . . .</b>	<b>62</b>
<b>4.4</b>	<b>Modelos interpolados por métodos determinísticos convencionais .</b>	<b>65</b>
<b>4.5</b>	<b>Escolha do Interpolador adotado . . . . .</b>	<b>67</b>
<b>4.6</b>	<b>Modelo interpolado por Krigagem Simples com Médias Locais Variáveis. . . . .</b>	<b>67</b>
<b>4.7</b>	<b>Análise comparativa das superfícies estimadas . . . . .</b>	<b>72</b>
<b>4.8</b>	<b>Indicadores do erro . . . . .</b>	<b>73</b>
4.8.1	Análise gráfica . . . . .	74
<b>5</b>	<b>CAPÍTULO VI – CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES . . . . .</b>	<b>77</b>
<b>5.1</b>	<b>Conclusões . . . . .</b>	<b>77</b>
<b>5.2</b>	<b>Recomendações . . . . .</b>	<b>78</b>
	<b>Referências . . . . .</b>	<b>79</b>

# 1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS

## 1.1 Introdução

“Um modelo é um objeto ou conceito que é usado para representar algo. É a realidade reduzida e convertida em forma que podemos compreender” (MEYER *et al.*, 2012).

Modelos de relevo são representações tridimensionais de áreas da superfície terrestre, podendo elas serem protótipos físicos ou digitais. As representações físicas, conhecidas como modelos físicos de terreno ou maquetes de relevo, são as precursoras das representações digitais da superfície terrestre. As maquetes de relevo começaram a ser desenvolvidas tecnicamente em meados do Século XVI com fins militares e somente caíram em desuso após a segunda Guerra Mundial, onde o avanço dos sistemas computacionais e da aerofotogrametria subsidiaram a geração de representações geradas matematicamente.

Os protótipos digitais que representam a superfície terrestre possuem diferentes nomenclaturas dependendo das feições que representam, que por sua vez, dependem dos dados que os alimentaram. Não existe uma concordância sobre a classificação destes modelos. Neste trabalho, para padronização do entendimento, adotou-se a abordagem utilizada por Li, Zhu e Gold (2005) apresentada a seguir:

- A) DTM (*Digital Terrain Models*) ou MDT (Modelo Digital do Terreno) – Termo genérico para modelos digitais, onde pode ser representado qualquer fenômeno natural com distribuição espacial como a superfície terrestre, teores de bens minerais, temperatura, plumas de contaminação, etc.
- B) DEM (*Digital Elevation Model*) ou MDE (Modelo Digital de Elevação) – Termo utilizado para modelos digitais que consideram apenas cotas de pontos que estão em contato com a superfície do terreno, desconsiderando vegetação e construções civis.

A aquisição de dados para gerar modelos digitais de elevação (MDE) pode ser realizada por meio aerofotogrametria, imagens orbitais, scanners laser, estação total, entre outros. Essas técnicas consistem na aquisição de uma malha de pontos com coordenadas de terreno que permitam a modelagem almejada (EL-SHEIMY; VALEO; HABIB, 2005).

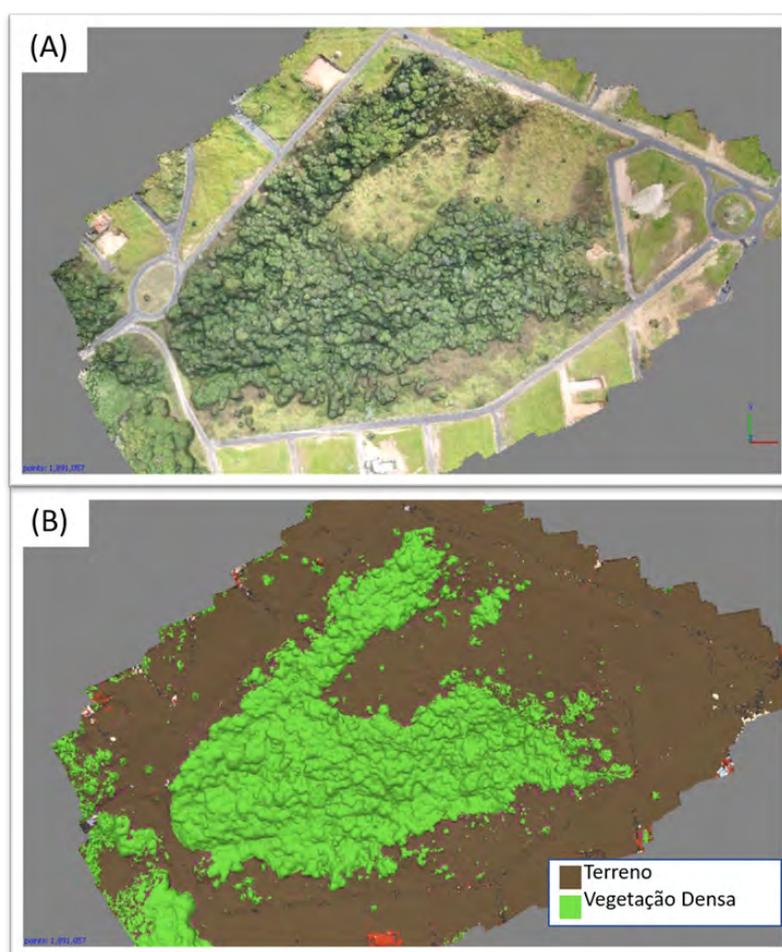
Neste estudo, os dados utilizados para geração do MDE foram obtidos por meio de aerofotogrametria ótica digital. Como o próprio nome sugere, aerofotogrametria digital é o nome dado ao método de obtenção de dados topográficos por meio de fotografias aéreas digitais. Após a popularização dos VANT's (Veículos Aéreos Não Tripulados), esta técnica passou a ser amplamente utilizada por apresentar vantagens em relação aos métodos convencionais de aquisição de dados topográficos.

Dentre os benefícios recebidos com a popularização do uso de VANTs na coleta de informações topográficas, além do ótimo custo/benefício, Medeiros (2007) lista: tempo curto de duração da operação; equipe de apoio reduzida; dispensa de um piloto a bordo;

facilidade de transporte de equipamentos; imagens com resolução superior às imagens de satélites; dispensa de áreas grandes para fazer a decolagem e pouso; diminuição do tempo de treinamento operacional e cobertura de áreas de difícil acesso.

Apesar do excelente custo/benefício deste método de aquisição de dados topográficos, por ser um método passivo que capta informações na resolução espectral da luz visível, não penetra a vegetação para o registro de dados. Por este motivo, em áreas de vegetação intensa, a quantidade de dados de cota de terreno coletados é rara ou até mesmo inexistente (Figura 1).

**Figura 1 – (A) Nuvem de pontos representada pela cor natural refletida pela luz visível (RGB); (B) Nuvem de pontos representada pela classificação por tipo de superfície (terreno e vegetação).**



Fonte: Autora.

Em contrapartida, os protótipos digitais de elevação são consequência da interpolação das informações existentes, ou seja, a qualidade de um modelo não está somente relacionada à quantidade e qualidade dos dados utilizados. O modelo gerado é também fortemente influenciado pelos métodos interpoladores utilizados. Li e Heap (2008) descrevem 42 métodos de interpolação comumente utilizados em diversas áreas em seu livro “*Review of Spatial Interpolation Methods for Environmental Scientists*”: 12 métodos não-

geoestatísticos, 22 geoestatísticos, oito métodos combinados e 14 submétodos. Destes 42 métodos descritos por Li e Heap (2008), apenas seis interpoladores não-geoestatísticos são amplamente utilizados na geração de MDE (DEM): *Spline*, *Topo-Grid (topo-raster)*, Triangulação, Inverso Quadrado da Distância (IQD), Vizinho mais Próximo e Vizinho Natural. Estes interpoladores citados serão descritos no Capítulo 2.

## 1.2 Problema a ser abordado

Ao observar uma paisagem, mesmo que ela esteja recoberta pela vegetação, é possível estimar uma altura média da cobertura vegetal presente para inferir as feições naturais do terreno tais como vales e cristas em locais onde a superfície do terreno não está exposta (Figura 2).

**Figura 2 – Fotografia de paisagem de mata densa.**



Fonte: Autora.

Situação correlata ocorre quando a fonte de dados é a reconstituição aerofotogramétrica em áreas de mata densa na qual os pontos cotados de superfície de terreno são escassos ou inexistentes. A inferência de superfícies por interpolação somente das informações de interesse (cota da superfície do terreno) ocasiona distorções e/ou suavizações que não representam a realidade física. A Figura 3 mostra um perfil esquemático de pontos coletados por aerofotogrametria. Neste perfil, é possível observar que em alguns casos, a superfície do modelo estimado possui elevação superior à cota de topo da vegetação, evidenciando distorções da realidade física.

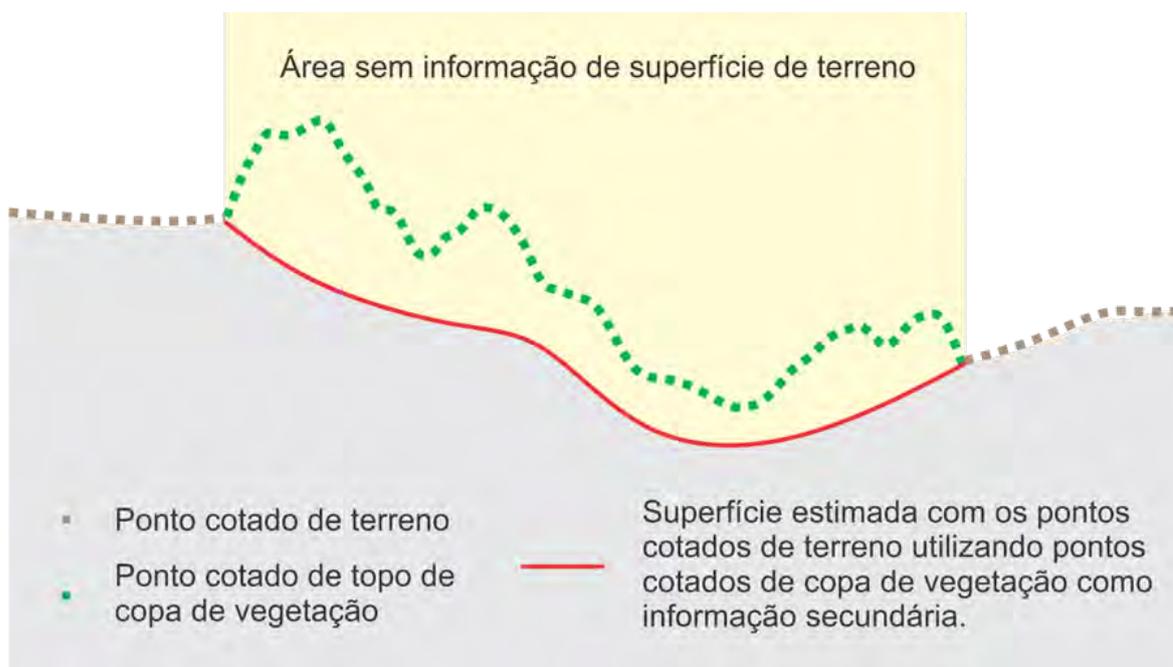
**Figura 3 – Perfil esquemático contendo os pontos cotados do terreno e de copa de vegetação e a linha da projeção da superfície de um modelo estimado somente com os dados de cota do terreno**



Fonte: Autora.

Este estudo, apresenta como alternativa a incorporação de dados de elevação da vegetação como variável secundária para estimar superfícies de elevação de terreno através de um método de geoestatística multivariada, Krigagem Simples com Médias Locais Variáveis descrita por Goovaerts (1997). Conforme o citado autor: “Geralmente as estimativas se aproximam mais da realidade quando adicionamos mais informações correlacionadas, principalmente se há pouca informação sobre a variável de interesse”. Na Figura 4, está um exemplo da aplicação desta técnica onde nas áreas onde os dados de elevação do terreno são escassos ou ausentes devido ao denso recobrimento vegetal, utilizou-se a informação da vegetação presente como um balizador para estimar as formas do terreno.

**Figura 4 – Perfil esquemático contendo os pontos cotados do terreno e de topo de vegetação e a linha da projeção da superfície de um modelo estimado com os dados de cota do terreno e com os pontos cotados de topo de vegetação como informação secundária.**



Fonte: Autora

### 1.3 Objetivos

O objetivo deste estudo é investigar como Modelos Digitais de Elevação (MDE) podem ser gerados mais fidedignos à forma real do terreno em situações de recobrimento com vegetação densa, interpolando dados topográficos de solo e cotas de topo de copa de vegetação como variável secundária.

O alvo é a obtenção de Modelos Numéricos de Terreno a partir de nuvens de pontos, oriundas de levantamentos aerofotogramétricos, com maior semelhança com a realidade em campo que os métodos atualmente utilizados para esta finalidade.

A partir do objetivo geral, destacam-se os seguintes objetivos específicos:

- Gerar e classificar nuvens de pontos através de aerofotogrametria de uma área com características geomorfológicas distintas (contendo vales e cristas) e cobertura vegetal densa.
- Estabelecer um Modelo Digital de Elevação (MDE) incorporando dados de cota de vegetação e modelos gerados por interpoladores não-geoestatísticos amplamente utilizados para esta finalidade utilizando somente os dados primários (cota de terreno) existentes na área de estudo.
- Analisar/comparar o erro do modelo gerado pelo método sugerido (tendo dados de vegetação incorporados como variável secundária) com os modelos gerados

com os interpoladores convencionais (IQD, Vizinho Mais Próximo, Vizinho Natural e Triangulação) para verificar a adequação destes à realidade do terreno.

#### 1.4 Apresentação

Este trabalho é apresentado em seis capítulos na ordem que segue:

**Capítulo I – Introdução** - Destina-se a uma introdução geral do trabalho onde são descritos alguns conceitos adotados de modelos de relevo, dados de origem e interpoladores convencionais e proposto. O Capítulo I também explana sobre os objetivos e estrutura deste trabalho.

**Capítulo II – Modelos Digitais de Elevação: História, Conceitos e Métodos Interpoladores Convencionais** - Revisão de literatura onde é apresentado um histórico geral e conceitos básicos sobre os modelos de terreno e posteriormente uma apresentação dos fundamentos teóricos sobre os interpoladores convencionais mais utilizados na modelagem de superfície de terreno.

**Capítulo III – Geoestatística Multivariada: Algoritmos Incorporadores de Variáveis Secundárias Exaustivas** - Este espaço é reservado à uma revisão dos conceitos dos principais algoritmos utilizados para incorporar variáveis secundárias exaustivas na interpolação de dados primários: Krigagem simples com médias locais, e Cokrigagem.

**Capítulo IV – Metodologia** - Este tópico contém informação sobre a área de estudo, materiais utilizados e metodologia aplicada nesta pesquisa. Desde o levantamento de campo até o controle de qualidade posicional. Destina-se também ao exame dos resultados obtidos e comparação os erros obtidos pelos métodos convencionais e pelo método sugerido.

**Capítulo VI – Conclusões e Recomendações** – Tópico dedicado à uma breve conclusão sobre os resultados alcançados e recomendações de técnicas de aplicação da metodologia proposta.

## 2 MODELOS DIGITAIS DE ELEVAÇÃO: HISTÓRIA, CONCEITOS E MÉTODOS INTERPOLADORES CONVENCIONAIS

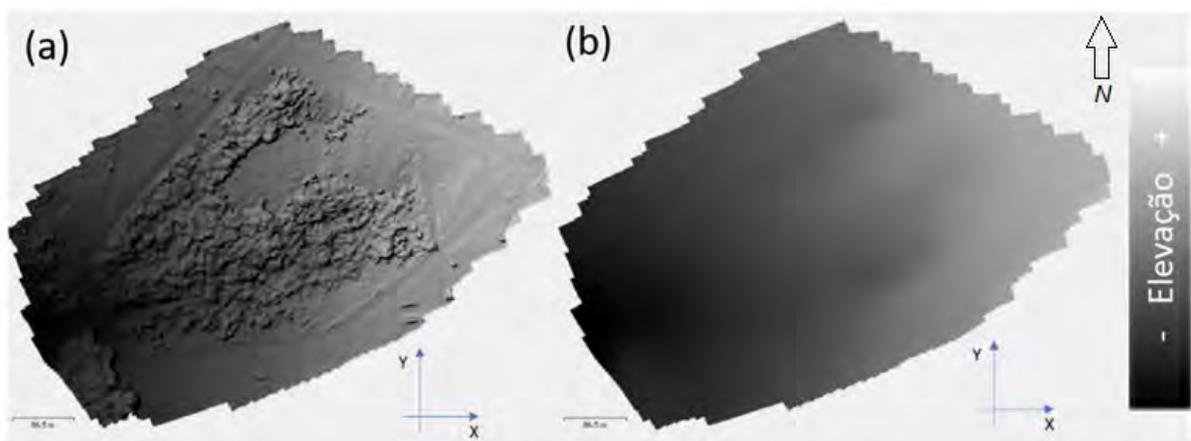
Modelos de relevo são representações tridimensionais de áreas da superfície terrestre, podendo elas serem protótipos físicos ou digitais. As representações físicas, conhecidas como modelos físicos de terreno, são as precursoras das representações digitais. As maquetes do relevo começaram a ser desenvolvidas tecnicamente em meados do Século XVI com fins militares. Após a Segunda Guerra Mundial elas caíram em desuso com o avanço dos sistemas computacionais e da aerofotogrametria subsidiaram a geração de representações geradas matematicamente.

Este capítulo é reservado a uma revisão da literatura sobre Modelos Digitais de Elevação com uma abordagem voltada a história, conceitos, fonte de dados, categorias de representações e aos métodos interpoladores convencionalmente utilizados.

### 2.1 Definição

Namikawa *et al.* (2003) descrevem um MDT (Modelo Digital do Terreno) como uma “representação matemática computacional da distribuição de um fenômeno espacial que ocorre dentro de uma região da superfície terrestre”. Um MNT (Modelo Numérico do Terreno) representa tanto dados de relevo como informações de vegetação, construções civis, dados geológicos, levantamentos de profundidades do mar ou de um rio, informação meteorológicas e dados geofísicos e geoquímicos (Figura 5(A)). Neste estudo, o tipo de MDT abordado é o Modelo Digital de Elevação (MDE). Os MDEs são modelos matemáticos de superfície alimentados apenas com dados de cota de terreno, onde qualquer ponto sobre a superfície contínua é representado pelas coordenadas do plano (x,y) e pelo valor atribuído à elevação de terreno (eixo z), representado pela escala de tons de cinza na Figura 5(B) abaixo.

Figura 5 – (A) Modelo Numérico do Terreno - MNT; (B) Modelo Digital de Elevação – MDE.



Fonte: Autora.

## 2.2 História

Desde os primórdios da humanidade, o entendimento do espaço físico habitado é de fundamental importância à sobrevivência da raça humana. Do homem primitivo até os tempos atuais, as feições morfológicas do terreno definem rotas de locomoção e transporte, disposição de áreas para habitação, plantio e criação de animais. Existem registros milenares de representações rudimentares do espaço físico em argilas, peles de animais, rochas e outros materiais. Segundo Cordini (2004), as primeiras representações tridimensionais da superfície terrestre são creditadas aos gregos (500 a.c.). Eles desenvolveram métodos de divisão de terras, em triângulos, com o objetivo de desenhar a planta topográfica. Desde então, as representações terrestres têm acompanhado a evolução tecnológica da humanidade.

Em meados do Século XVI, os primeiros teodolitos deram maior agilidade e precisão na aquisição de dados de elevação de terreno possibilitando a geração de modelos topográficos com maior aderência à realidade representada. Um bom exemplo dos modelos deste período é a maquete do relevo de Briançon/França, construída em madeira, papel e metal com escala de 1:600. Este protótipo foi feito em 1736 por um engenheiro militar chamado Nicolas Nézet para atender demandas bélicas do rei francês Luiz XV (Figura 6A).

Durante o Século XX, o desenvolvimento da aviação, da fotogrametria e sistemas computacionais culminaram no primeiro protótipo digital por reconstituição aerofotogrametria analítica. Atualmente, a abundância de informações disponíveis e a acessibilidade a computadores dotados de sistemas capazes de processar estes dados com agilidade, uma “maquete digital” pode ser elaborada em apenas alguns minutos. A Figura 6 B mostra um MDE da mesma área da Figura 6A elaborado pela autora deste trabalho com base em um *grid* com de elevação *Costal National Elevation Data Base - CoNED*.

1

---

<sup>1</sup> CoNED (*Costal National Elevation Database*) – É um projeto do serviço geológico do USA (USGS) que disponibiliza conjuntos de dados aprimorados topográficos (elevação da terra) e batimétricos (profundidade da água) que servem como recursos para pesquisas de riscos costeiros e aplicações da ciência da Terra.

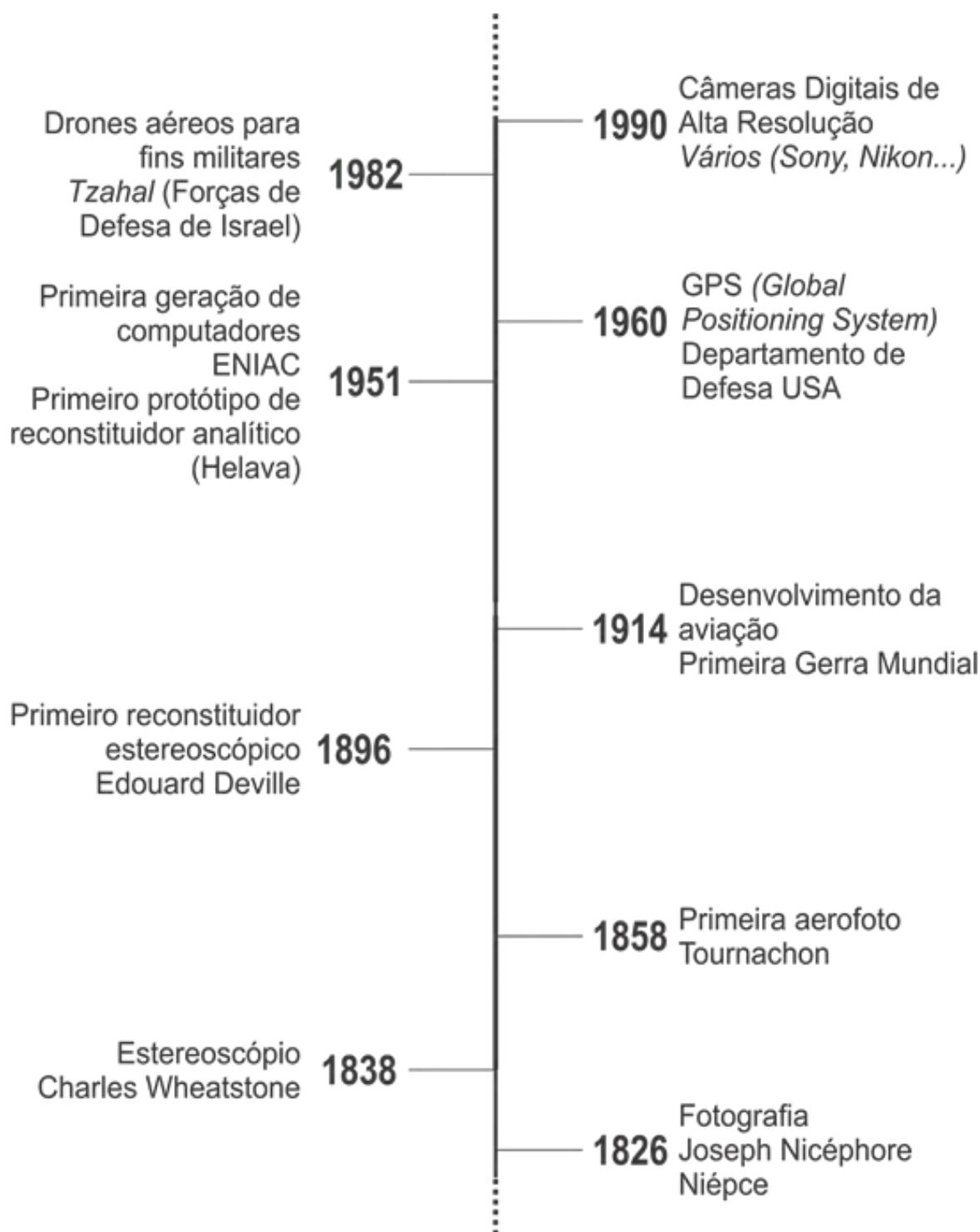
**Figura 6 – Modelos de superfície de Briançon - França. (A) Modelo em madeira, papel e metal, escala 1:600 (Nézot, 1736). (B) Modelo computacional com grid CoNED, 2013 de resolução de 3 metros.**



Fonte: Autora.

Uma série de pesquisas e implementações tecnológico-científicas, realizadas nos últimos dois séculos são a base dos Modelos Digitais de Elevação (MDE). Todas estas inovações foram o gatilho para a transição das representações de elevação de terreno físicas para os atuais MDEs. Abaixo, na Figura 7, está representada a linha do tempo dos principais eventos que impactaram na coleta de dados e na forma de representação atual das feições topográficas terrestres. Alguns marcos deste desenvolvimento, tais como a aviação, sistemas de posicionamento global por satélite, sistemas computacionais cada vez mais robustos e o desenvolvimento de veículos aéreos não-tripulados (VANT's e Drones) foram motivados principalmente pela indústria bélica.

Figura 7 – Principais avanços tecnológicos que fundamentam os atuais MDEs.



Fonte: Autora.

Segundo Tommaselli (2009) , atualmente estamos assistindo à substituição da Fotogrametria analógica e analítica pela Fotogrametria Digital. Estações de trabalho fazem o trabalho dos restituidores, com a vantagem de realizar várias tarefas de modo automático, como a coleta de Modelos Digitais do Terreno (DTMs) e a produção de ortoimagens. Entretanto, uma automação completa no processo de restituição, com extração e identificação

automática de feições ainda deve aguardar avanços significativos da ciência fotogramétrica e da área de inteligência artificial.

## 2.3 Aquisição de Dados

O primeiro passo para modelar uma parcela da superfície terrestre é adquirir um conjunto de dados pontuais da área de interesse. (LI; ZHU; GOLD, 2005) citam esta etapa como a mais importante na modelagem de superfícies e dividem a mesma em dois estágios distintos: amostragem e medição. A amostragem refere-se à distribuição espacial das amostras e a medição determina as coordenadas do local amostrado. Ainda citando (LI; ZHU; GOLD, 2005), três importantes questões são relacionadas à aquisição de dados para modelagem de superfícies: densidade, distribuição e acurácia das amostras. Além destas questões, devemos considerar também precisão que muitas vezes é confundida com acurácia (exatidão). Densidade e distribuição das amostras estão relacionadas à amostragem e a acurácia e precisão estão ligados aos métodos de medição.

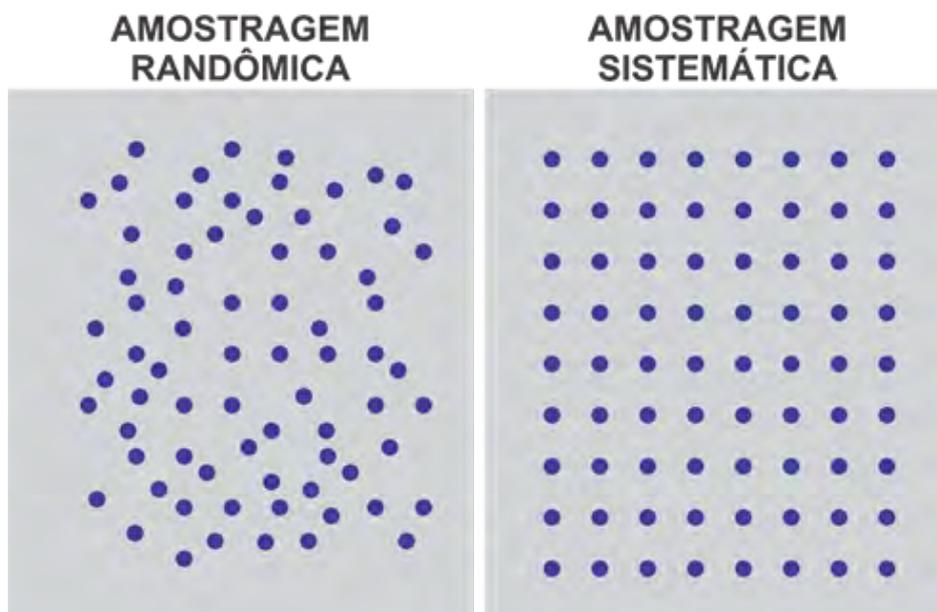
### 2.3.1 Amostragem: distribuição e densidade das amostras.

#### 2.3.1.1 Distribuição das Amostras

O processo de amostragem pode ser encarado sob diferentes pontos de vista. (LI; ZHU; GOLD, 2005) classifica a amostragem sob três óticas: estatística, geometria e pelas características físicas da superfície.

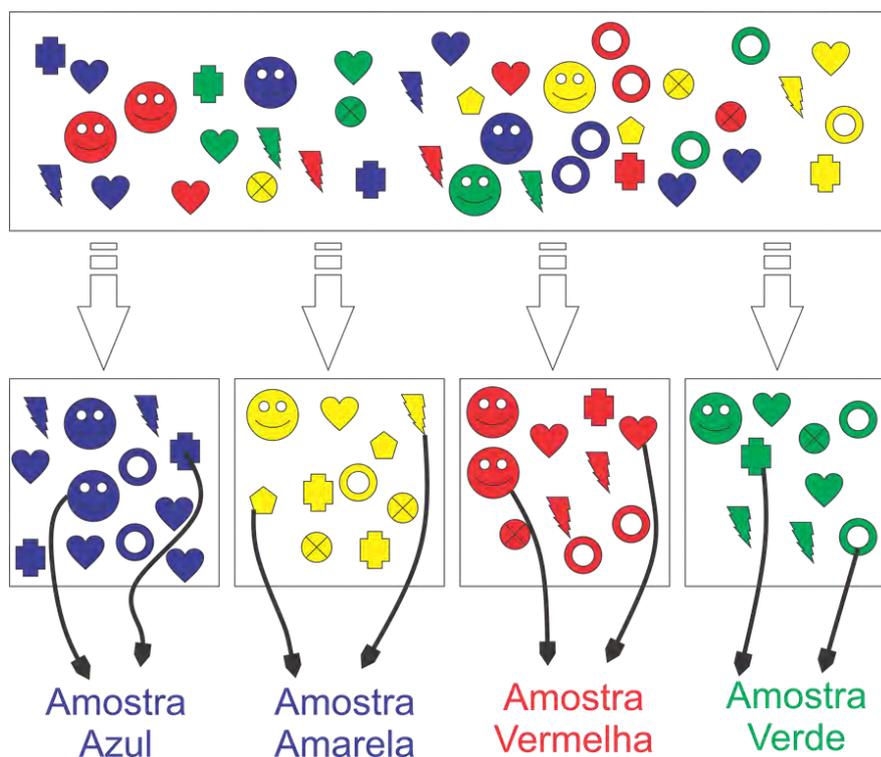
A amostragem sob a ótica estatística pode ser randômica, sistemática ou estratificada e os dados obtidos desta forma devem representar a superfície na totalidade (Figura 8 e Figura 9). A amostragem randômica não deve apresentar tendências, dito isto, todo e qualquer ponto da superfície de interesse tem a mesma probabilidade de ser amostrado. Na amostragem sistemática, são pré-estabelecidas regras com as quais os pontos alvo tem 100% de chance de serem amostrados. Na amostragem aleatória estratificada, a população é dividida em subconjuntos chamados estratos, que são relativamente homogêneos. Dentro de cada célula, as coordenadas geográficas de um ponto são escolhidas aleatoriamente e o ponto é selecionado.

Figura 8 – Representação gráfica das amostragens randômicas e sistemáticas.



Fonte: Autora.

Figura 9 – Croqui esquemático de amostra estratificada.

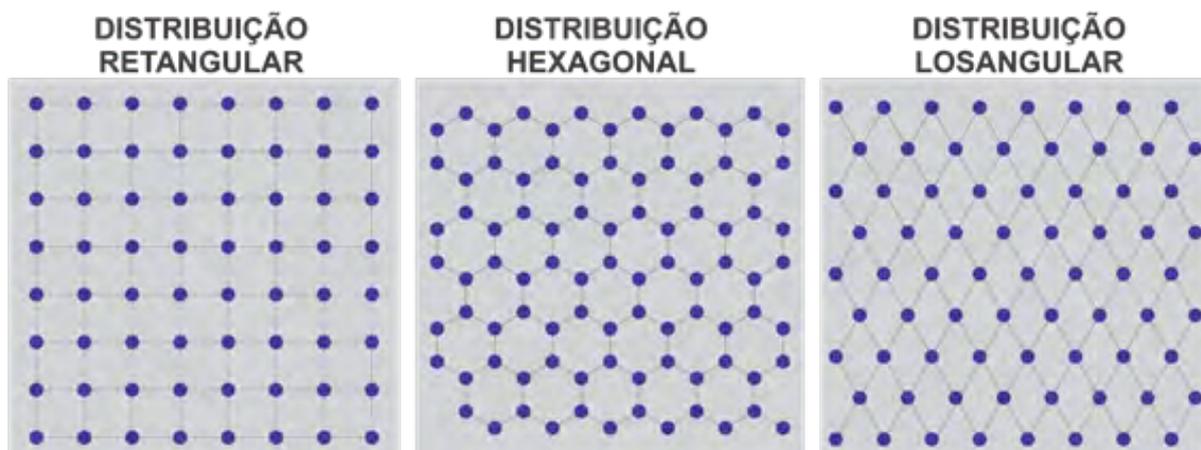


Fonte: Autora.

Do ponto de vista geométrico, a superfície do terreno pode ser representada por diferentes padrões (regulares ou irregulares). Estes padrões podem ser 1D ou 2D. Se o conjunto de amostras é regular, somente em uma direção, como por exemplo sobre perfis

topográficos ela é 1D. Quando o padrão amostral é regular e 2D, ele apresenta regularidade geométrica em duas direções, geralmente no plano X, Y (LI; ZHU; GOLD, 2005). Um padrão regular 2D pode ser um *grid* retangular ou uma série de formas geométricas regulares conforme mostra a Figura 10.

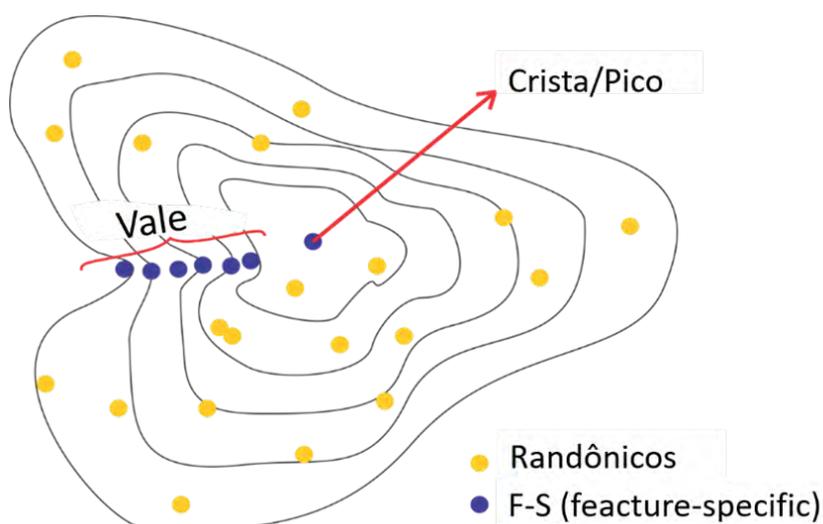
Figura 10 – Alguns padrões regulares de distribuição de amostras seguindo padrões geométricos.



Fonte: Autora.

Na perspectiva das feições morfológicas, Li, Zhu e Gold (2005) classificam os pontos de amostragem como randômicos ou de caracterização de uma feição específica ou *F-S points (feature-specific)*. Os pontos tipo F-S representam estruturas morfológicas do terreno e por este motivo assumem valores extremos quando relacionados aos da sua vizinhança. Geralmente, são pontos de vales, picos ou que acompanham por exemplo drenagens conforme Figura 11.

Figura 11 – Distribuição amostral sob perspectiva das feições do terreno.



Fonte: Autora.

### 2.3.1.2 Densidade das Amostras.

A densidade amostral corresponde à distância entre os pontos amostrados e deve ser proporcional ao grau de exatidão e fidelidade que se espera do modelo gerado. Desta forma, podemos dizer que não é necessário que tenhamos as informações completas sobre a superfície do terreno mapeado desde que seu modelo possa ser restituído matematicamente; portanto, é necessário medir apenas pontos de dados suficientes para representar a superfície no grau de precisão e fidelidade desejado(LI; ZHU; GOLD, 2005).

Os melhores resultados da interpolação são obtidos quando a amostragem é densa em relação à variação local que se está tentando reproduzir. Se a amostragem for em número insuficiente ou com distribuição espacial inadequada à característica da superfície a ser modelada, os resultados podem não representar suficientemente a superfície desejada.

A determinação do tamanho da amostra é um fator de extrema importância, pois o que se deseja saber é qual o menor tamanho da amostra a ser utilizado para geração do produto final que consiga ser representativo da população como um todo, livre de erros grosseiros (NOGUEIRA, 2003).

### 2.3.2 Medição: métodos, precisão e exatidão.

#### 2.3.2.1 Métodos

A aquisição de dados para geração de MDT teve início pela digitalização de dados topográficos e pela fotogrametria. Em ambos os casos, é obtida uma nuvem de pontos tridimensional, com densidade relativamente baixa. Essa nuvem é considerada uma amostra da superfície e sua densificação se processa por meio de interpoladores. Dessa forma, os dados pontuais são convertidos para contínuos (BURROUGH; MCDONNELL, 1998). Modos de aquisição mais eficientes são desenvolvidos através das técnicas de estereoscopia orbital e interferometria. Esses têm a característica de obter nuvens de pontos densas em curto espaço de tempo (LANDAU; GUIMARÃES; REIS, 2013). Segundo Biff *et al.* (2013), são exemplos desses modos o ASTER – *Advanced Spaceborne Thermal Emission and Reflection Radiometer* e o SRTM – *Shuttle Radar Topographic Mission*. Cita-se ainda o LIDAR como um modo de aquisição. O sensor ASTER foi lançado em 1999 a bordo do satélite Terra e permite a obtenção de pares estereoscópicos entre as latitudes 83°S e 83°N. A aquisição do par estereoscópico é realizada por dois instrumentos independentes do sistema sensor, com uma diferença de 55 segundos entre os imageamentos. Essa característica permite que as diferenças radiométricas sejam mínimas, diferente de sistemas que utilizam órbitas adjacentes. Esse sensor consiste em três subsistemas: VNIR - *Visible and Near Infrared*, SWIR - *Shortwave Infrared* e TIR - *Thermal Infrared*. Suas imagens possuem 14 bandas ou canais espectrais e abrangem desde o visível até o infravermelho térmico, na faixa do espectro(BIFF *et al.*, 2013). Os seus dados são disponibilizados

gratuitamente para a América do Sul, com resolução espacial de aproximadamente 30 m, que equivale a 1 segundo de arco, no sistema geodésico WGS84 (LANDAU; GUIMARÃES; REIS, 2013).

Segundo (CÂMARA *et al.*, 2001), as fontes de dados amostrais mais comuns utilizadas na obtenção de modelos digitais de terreno são:

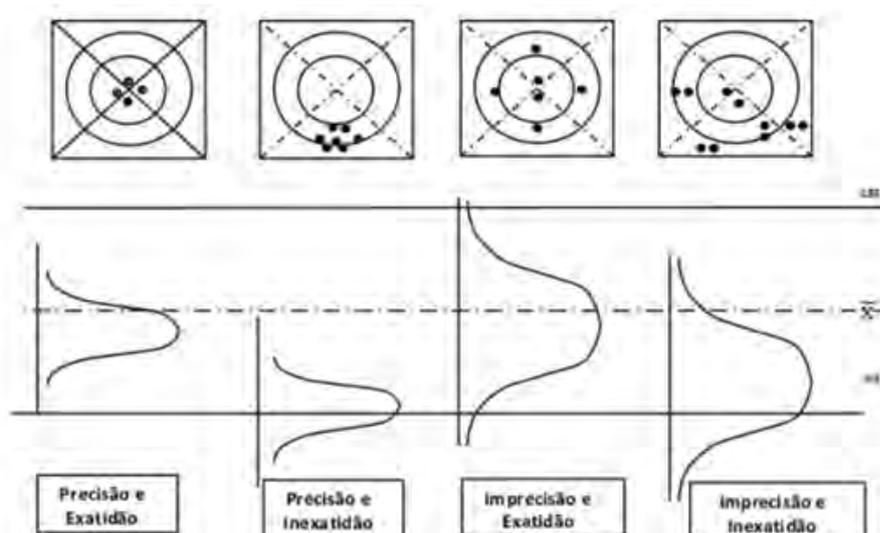
- Bases topográficas com isolinhas e pontos notáveis de máximos e mínimos;
- Levantamentos em campo realizado por métodos topográficos convencionais;
- Levantamentos em campo realizados por GNSS (*Global Navigation Satellite System*);
- Pares estéreos de imagens de sensoriamento remoto;
- Obtenção de dados fotogramétricos a partir de imageamento aéreo realizado por VANT (Veículo Aéreo Não Tripulado), método utilizado neste estudo.

#### 2.3.2.2 Exatidão e precisão

Precisão é geralmente confundida com outros termos utilizados em medições, tais como exatidão, resolução e sensibilidade. A fonte desta confusão torna-se evidente quando encontramos a definição de precisão no dicionário como “a qualidade de ser preciso; exatidão, acuidade, etc.”. Além disso, ao discutir erros associados aos processos de medição, observa-se que o uso de conceitos estatísticos nos vários campos de aplicação é diferente e o vocabulário utilizado raramente coincide. Finalmente, as interessantes relações existentes entre os quatro termos – precisão, exatidão, resolução, e sensibilidade pode ser causa adicional de confusão.

A precisão de uma série de medições é uma medida da concordância entre determinações repetidas. A precisão é usualmente quantificada como o desvio padrão de uma série de medidas. A exatidão de uma medida (ou da média de um conjunto de medidas) é a distância estimada entre a medida e um valor “verdadeiro”, “nominal”, “tomado como referência”, ou “aceito”. Geralmente, é expressa como um desvio ou desvio percentual de um valor conhecido. A precisão geralmente é associada com erros aleatórios do processo de medição, enquanto a exatidão está associada a fontes sistemáticas.

Figura 12 – Gráficos precisão e exatidão de Levey-Jennings



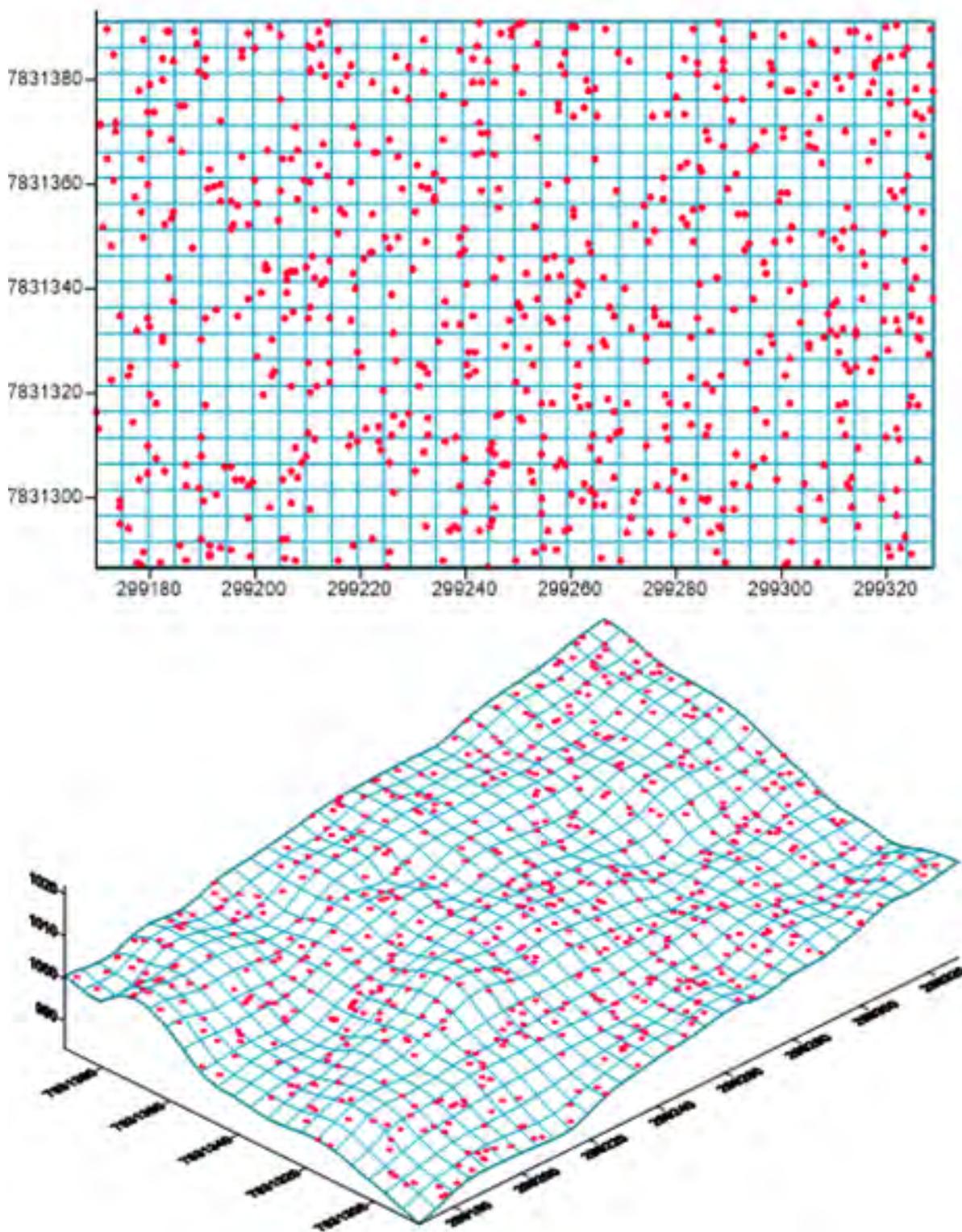
Fonte: Levey et. Al (1950)

## 2.4 Modelagem de Terreno

Teoricamente, um ponto sobre uma superfície é 0D pois não possui tamanho, logo uma superfície qualquer é formada por um número infinito de pontos (LI; ZHU; GOLD, 2005). Ainda sob perspectiva teórica, pode-se dizer então que para representar uma superfície tal qual a realidade física é necessária a amostragem exaustiva (e infinita) da área de interesse. Na prática, os dados do conjunto de amostras são interpolados para determinar o valor da elevação ( $z$ ) de um ponto não amostrado com base nos dados vizinhos. A conversão dos dados pontuais em uma superfície contínua, necessita de uma base que chamamos de grade (*grid*) e este pode ser retangular, regular ou irregular.

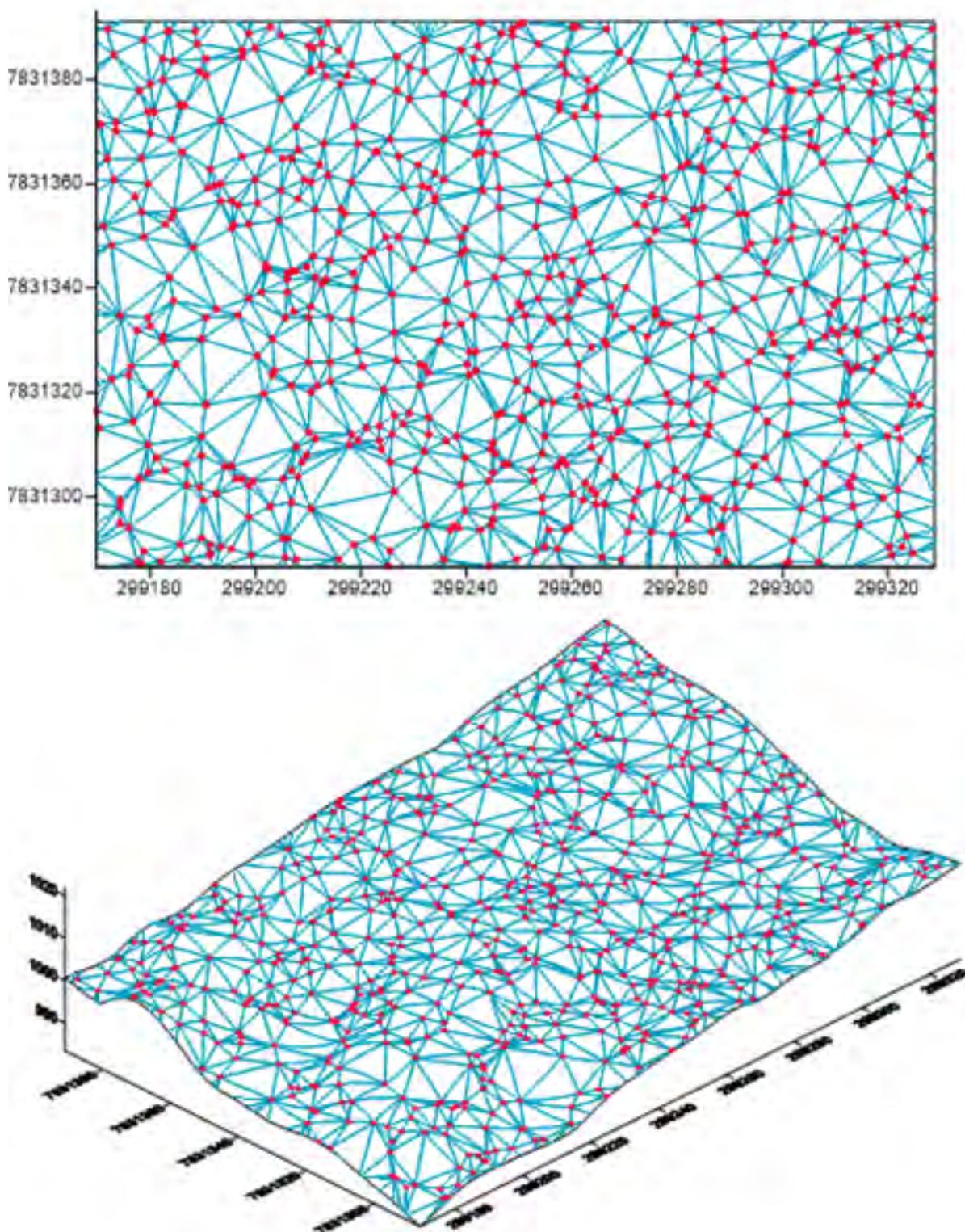
A geração de um modelo corresponde à construção de uma grade, regular (Figura 13) ou triangular irregular (Figura 14), onde os dados serão interpolados por funções matemáticas (interpoladores). Existem interpoladores específicos para cada tipo de grade.

Figura 13 – Modelo gerado por grade retangular regular. Acima vista em planta e abaixo vista perspectiva (pontos amostrais em vermelho).



Fonte: Autora.

Figura 14 – Modelo gerado por grade triangular irregular. Acima vista em planta e abaixo vista em perspectiva isométrica (pontos amostrais em vermelho)



Fonte: Autora.

## 2.5 Interpoladores convencionais

Com a tentativa de caracterizar matematicamente os fenômenos naturais, surgiram os métodos de interpolação. Estes são usados com o objetivo de estimar um valor e atribuí-los a locais onde não se possui o conhecimento, por meio de dados amostrais coletados na vizinhança.

No que se refere à interpolação de dados para geração de superfícies, geralmente, os interpoladores utilizados são determinísticos e, dentro de uma esfera de mais de 42 métodos citados por (LI; ZHU; GOLD, 2005), apenas seis são amplamente explorados. Os mais comuns são: Inverso do Quadrado da Distância (IQD), Vizinheiro mais Próximo, Médias Móveis, Spline, e interpoladores de grade irregular triangular (TIN).

Um princípio básico, compartilhado por todos os métodos de interpolação, é de que pontos mais próximos entre si tendem a ter características mais semelhantes do que pontos mais distantes. Esses métodos podem ser caracterizados como: (BURROUGH, 1986)

- Determinísticos ou probabilísticos: métodos determinísticos são baseados diretamente nos valores medidos na vizinhança e/ou fórmulas matemáticas aplicadas a estes mesmos valores. Os métodos geoestatísticos são modelos estatísticos probabilísticos que incluem autocorrelação, a qual expressa a intensidade de similaridade entre as amostras medidas em relação à distância e direção.

- Locais ou globais: os interpoladores globais determinam uma função que é aplicada em toda a região a interpolar. Assim, uma alteração em um valor de entrada afeta o mapa inteiro. Os interpoladores locais aplicam algoritmos repetidamente a subconjuntos do conjunto total de pontos. Assim, uma alteração em um valor de entrada afeta apenas o resultado de um subconjunto.

- Transição gradual ou abrupta: estes interpoladores produzem superfícies que variam de forma gradual ou abrupta, como o próprio nome já diz.

- Exatos ou aproximados: os interpoladores exatos respeitam os valores da amostra sobre a qual o modelo é baseado, portanto, a superfície passa através de todos os pontos da amostra. Os interpoladores aproximados baseiam-se no fato de que, em muitas amostras, existem tendências globais, com variações suaves, e simultaneamente flutuações locais, que variam rapidamente.

### 2.5.1 Inverso do Quadrado da Distância (IQD)

IQD, superfície ilustrada na Figura 15, é um dos mais difundidos métodos de interpolação na construção de superfícies e está implementado na grande maioria dos Sistemas de Informações Geográficas (SIG). Este método atribui valores a pontos não amostrados ponderando os valores das amostras vizinhas pelo inverso da distância, elevada a uma potência, que elas estão do ponto estimado. Desta forma, quanto mais próximo o dado amostrado

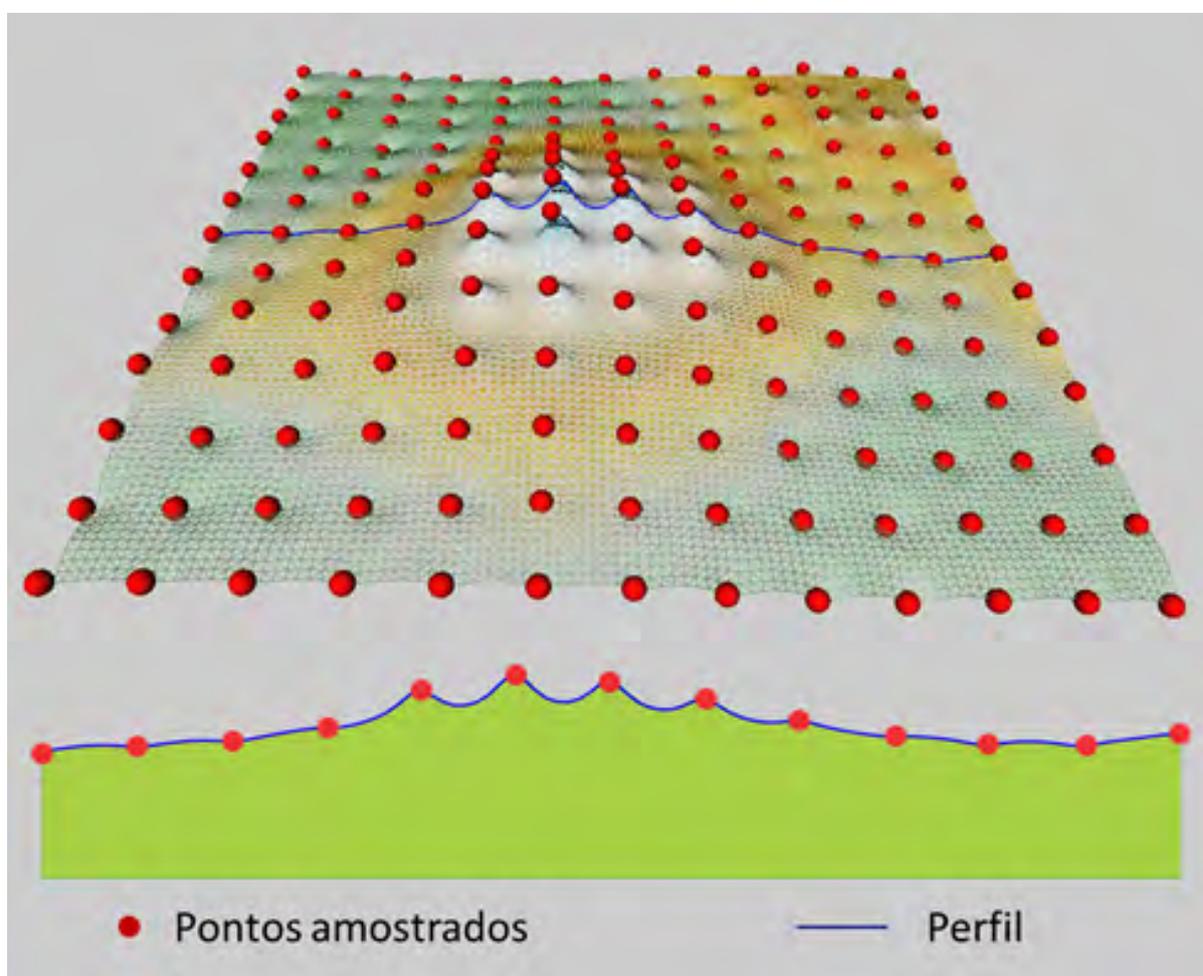
estiver do ponto a ser avaliado, maior o seu peso na estimativa (MITAS; MITASOVA, 1999). Os pesos de ponderação podem ser definidos na Equação 2.1.

$$\lambda_i = \frac{1/d_i^p}{\sum_{i=1}^n 1/d_i^p} \quad (2.1)$$

Na Equação 2.1,  $d_i$  é a distância entre o ponto não amostrado e o ponto amostrado,  $p$  é o parâmetro da potência (geralmente utiliza-se 2) e  $n$  é o número de pontos amostrados envolvidos na estimativa. Mitas e Mitasova (1999) sugerem que este valor seja entre 10 e 30.

Quando a potência  $p=0$  refere-se ao IQD como médias móveis. Já quando  $p=1$ , refere-se ao IQD como Interpolação Linear (BRUS *et al.*, 1996).

Figura 15 – Modelo gerado ilustrando o método do IQD.



Fonte: Autora.

### 2.5.2 Vizinho Mais Próximo

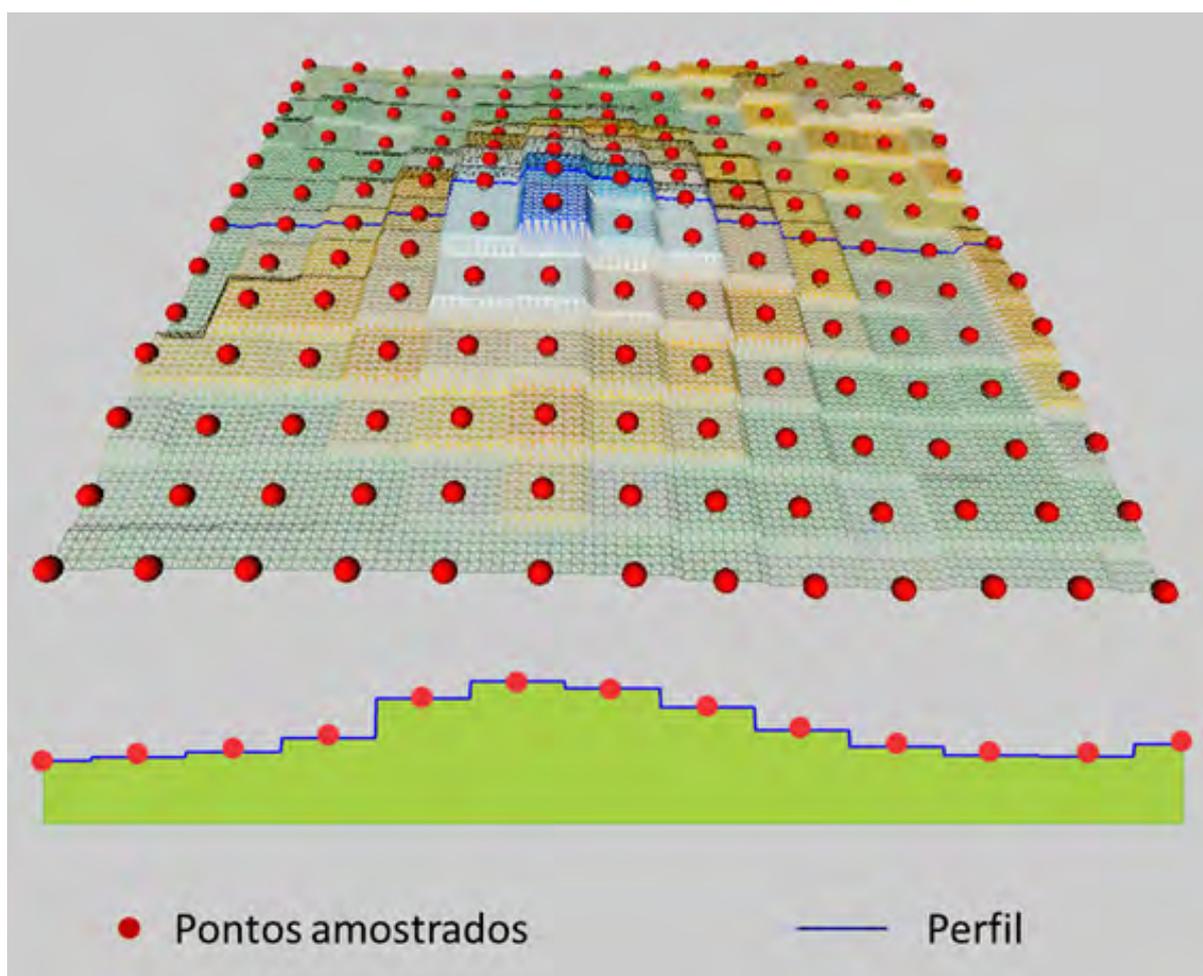
Vizinho Mais Próximo, ilustrado na Figura 16, é um método de interpolação determinista no qual o valor estimado é sempre igual à sua amostra mais próxima não considerando

qualquer outra. Dada a sua simplicidade, é regularmente utilizado para interpolações rápidas e em áreas de estudo bem amostradas.

Segundo Li e Heap (2008), o método de interpolação vizinho mais próximo prediz o valor de um atributo em um ponto sem amostragem com base no valor da amostra mais próxima, desenhando perpendicularmente as bissetrizes entre os pontos amostrados ( $n$ ), formados como polígono de Voronoi. Produz-se através disso também, um polígono por amostra no qual ela se localiza no centro do polígono de modo que em cada polígono os pontos são encontrados mais próximos de seu ponto de amostragem do que de qualquer outro ponto de amostra. As estimativas de atributo em pontos não amostrados dentro do polígono  $V_i$  iguam o valor medido no ponto de dados amostrados no ponto  $x_i$  mais próximo que é  $Z_{x0}=Z_{xi}$ . Os pesos são demonstrados na Equação 2.2.

$$\lambda_i = \begin{cases} 1 & \text{se } x_i \in V_i, \\ 0 & \text{caso contrario} \end{cases} \quad (2.2)$$

Figura 16 – Modelo gerado ilustrando o método do vizinho mais próximo.



Fonte: Autora.

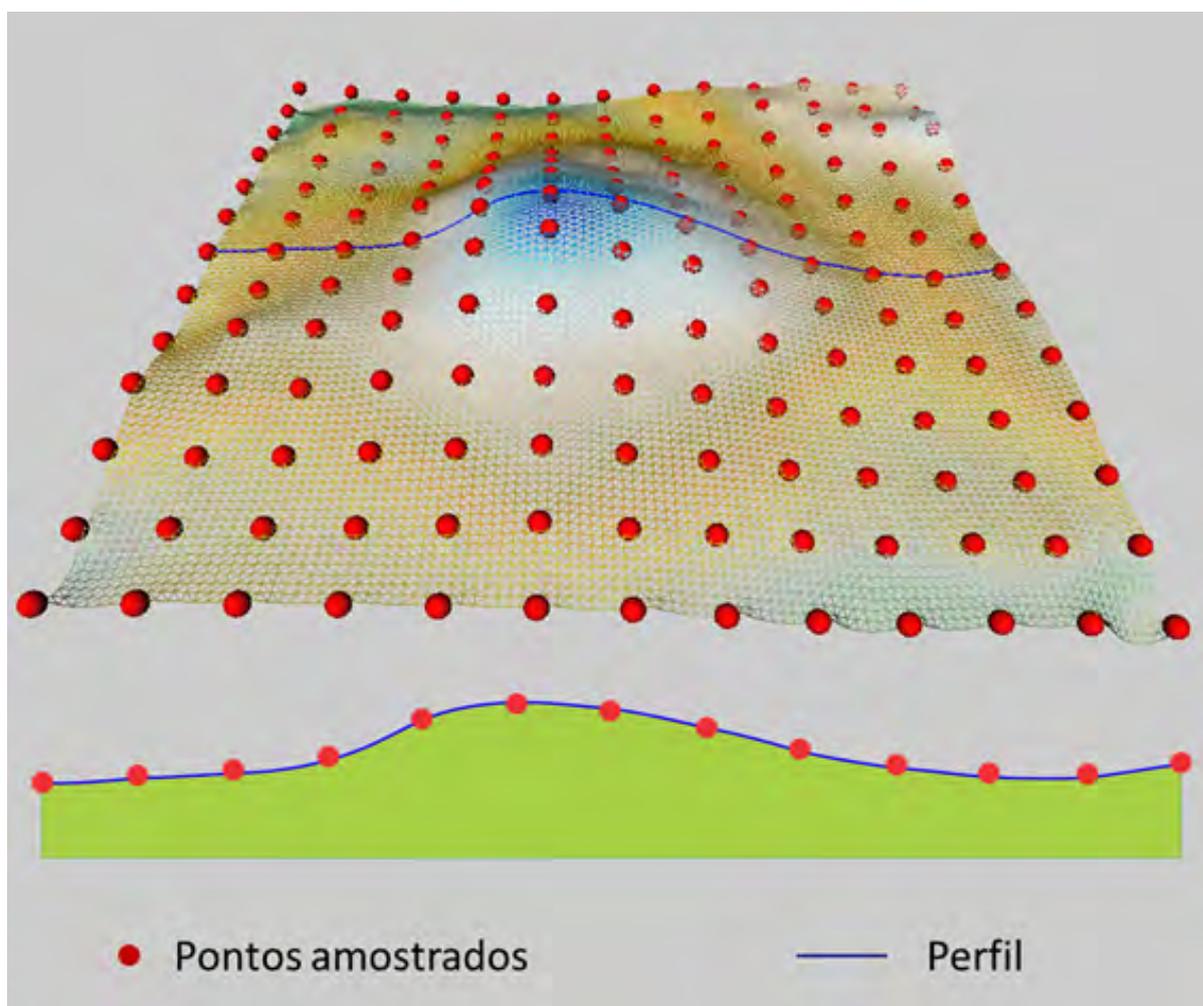
### 2.5.3 Spline (Superfície de Curvatura Mínima)

Splines são técnicas de interpolação que usam polinômios para criar uma superfície que minimize a curvatura da mesma, resultando numa superfície suavizada que passa através dos pontos da amostra.

A imagem de uma spline aproxima-se de uma superfície flexível passando através de um conjunto de pontos. Existem diferentes splines e parâmetros que podem ser testados para melhor se ajustar aos pontos da amostra (MITAS; MITASOVA, 1999)

Trata-se de um método muito útil para criar modelos de elevação em áreas com leve variação do terreno e suaves transições. Mas não é apropriado para mudanças bruscas em pequenas distâncias; nestas situações este tipo de interpolação tende a exagerar o valor dos pontos interpolados nas áreas de variações bruscas, como na Figura 17

**Figura 17 – Representação gráfica e perfil de uma superfície gerada por Spline.**



Fonte: Autora.

Superfícies splines, por causa de sua característica de suavização, são frequentemente usadas com o objetivo final de criar curvas de nível com qualidade cartográfica.

As splines não somente podem ser usadas para gerar modelos digitais em malha regular, mas também para melhorar a resolução da mesma. Este trabalho é bastante simplificado pelo fato de existir um relacionamento topológico preestabelecido entre as amostras. Quando a malha derivada é mais densa do que a malha original se diz que houve um refinamento. Neste caso, são usados os interpoladores splines bilinear e bicúbico. O interpolador bilinear é mais rápido computacionalmente que o bicúbico, mas é usado somente quando não se exige muita precisão. A fórmula do polinômio para o interpolador bicúbico está apresentada na Equação 2.3.

$$f_{ij} = \sum_{k,l=1}^4 a_{ij\ kl} (x - x_i)^{k-1} (y - y_i)^{l-1} \quad (2.3)$$

Na Equação 2.3, para  $i=1, \dots, n-1, j=1, \dots, m-1$ , onde  $a_{ij\ kl}$  são os coeficientes a serem determinados. Em forma matricial, os coeficientes são obtidos pela Equação 2.4.

$$a_{ij} = [G(x_i)]^{-1} * S_{ij} * [G(y_i)^T]^{-1} \quad (2.4)$$

As matrizes e e suas inversas são apresentadas na Equação 2.5

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & h_2 & h_2 & h_3 \\ 0 & 1 & 2h & 3h^2 \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -3h^2 & -2h & -3h^2 & -1h \\ 2h^3 & 1/h^2 & -2h^3 & 1/h^2 \end{bmatrix} \quad (2.5)$$

Na Equação 2.5,  $h=x_{i+1}-x_i$  ou  $h=y_{i+1}-y_i$ ;  $s_{ij}$  são matrizes que contém os seguintes elementos da Equação 2.6.

$$s_{ij} = \begin{bmatrix} u_{ij} & q_{ij} & u_{i,j+1} & q_{i,j+1} \\ p_{ij} & r_{ij} & p_{i,j+1} & r_{i,j+1} \\ u_{i+1,j} & q_{i+1,j} & u_{i+1,j+1} & q_{i+1,j+1} \\ p_{i+1,j} & r_{i+1,j} & p_{i+1,j+1} & r_{i+1,j+1} \end{bmatrix} \quad (2.6)$$

Na Equação 2.6,  $u_{ij}$  são os valores da função dada para o ponto  $ij$ ; e  $p_{ij}, q_{ij}, r_{ij}$  são as primeiras derivadas em relação a  $x, y$  e  $xy$ , respectivamente.

Assim que  $p_{ij}, q_{ij}, r_{ij}$  são calculados, as equações podem ser usadas para obter os coeficientes e para interpolação dos pontos desconhecidos.

#### 2.5.4 Interpoladores de grade irregular triangular (TIN)

A rede triangular irregular, desenvolvida por Peucker e colaboradores (1978) para modelagem de elevação digital, evita as redundâncias da altitude matriz no sistema de grade (LI; HEAP, 2008; BURROUGH; MCDONNELL, 1998). No TIN, todas as amostras são unidas em uma série de triângulos baseados em uma triangulação de Delauney. O valor de um ponto dentro de um triângulo é estimado por interpolação polinomial linear ou cúbica.

### 3 GEOESTATÍSTICA MULTIVARIADA: ALGORITMOS INCORPORADORES DE VARIÁVEIS SECUNDÁRIAS EXAUSTIVAS

Este capítulo é uma revisão dos conceitos dos principais algoritmos utilizados para incorporar variáveis secundárias exaustivas na interpolação de dados primários com ênfase na Krigagem Simples com Médias Locais Variáveis (KSMLV), método proposto neste estudo para resolver o problema investigado.

Técnicas clássicas para estimativas de variáveis primárias,  $Z_1(u)$  por meio de combinação linear tanto de dados primários como secundários pode ser vista em Goovaerts (1997).

#### 3.1 Geoestatística Multivariada

Geoestatística é um conjunto de técnicas para análise e estimativa de dados que possuem uma dependência (correlação) definida no espaço e/ou no tempo. Ela possibilita a estimativa em locais não amostrados interpolando os dados obtidos em posições amostradas.

Na década de 60, Matheron (1963) desenvolveu a teoria das variáveis regionalizadas e sua estimativa, culminando com a teoria da krigagem baseado no trabalho seminal de mestrado de Daniel Gerhardus Krige (1951), um dos pioneiros no estudo de métodos estatísticos para estimativa de teores em depósitos minerais.

Por muito tempo, a krigagem foi executada sem o auxílio de informações secundárias ou indiretas para aprimorar a qualidade da estimativa, como por exemplo, um atributo secundário que mantém um comportamento proporcional com o atributo primário. O aproveitamento dessa informação secundária na krigagem iniciou-se com a cokrigagem apresentada por Marechal (1970), porém os diversos métodos de cokrigagem não consideram a incerteza de um valor amostrado, assumindo que o valor do atributo é livre de erro.

#### 3.2 Tipos de dados secundários

O conceito de informação primária e secundária vem sendo amplamente discutido e aplicado devido à necessidade de um maior conhecimento do atributo geológico explorado. A redução de custos via aproveitamento de informações e métodos alternativos de amostragem também são fatores que influenciam essa aplicação (OLIVEIRA, 2005)

A variável secundária é uma informação que pode ter algum tipo de correlação com a variável de interesse (primária) e que pode ser modelada matematicamente. Esta informação pode ser exaustiva, presente em todos os locais onde a variável primária será estimada ou não.

### 3.2.1 Dados Exaustivos

Dados secundários exaustivamente amostrados correspondem a toda informação disponível nos locais que contêm informações primárias e nos pontos onde a variável primária será estimada. Assim, o dado secundário pode ser classificado em:

- Atributo categórico (ex.: litologia)
- Atributo contínuo (ex: teor)

Os métodos Krigagem Simples com Médias Locais Variáveis (KSMLV) e Co-krigagem colocada são os mais utilizados para se trabalhar com informações secundárias exaustivas.

### 3.2.2 Dados não-exaustivos ou pontuais

Quando consideramos informações secundárias pontuais existentes na área da estimativa, estes dados podem estar dispostos nos mesmos locais ou em locais diferentes de onde a variável de interesse foi amostrada sendo categorizados como de:

- **Heterotropia completa:** quando as variáveis são medidas em locais diferentes não havendo locais amostrados em comum.
- **Heterotropia parcial:** algumas amostras, das diferentes variáveis, compartilham locações amostrais.
- **Isotropia:** as amostras estão disponíveis para todas as variáveis, nos mesmos locais.

A metodologia mais utilizada na estimativa para usar dados de variáveis secundárias pontuais é a cokrigagem.

### 3.2.3 Medidas referentes à correlação e continuidade espacial entre variáveis.

Antes de se realizar uma estimativa com mais de uma variável, é necessário o conhecer como estas variáveis se correlacionam entre si e como esta correlação se comporta em sua distribuição espacial. Para tal, as principais ferramentas utilizadas são o Coeficiente de Correlação a Variância Cruzada e a Covariância Cruzada. Neste estudo, vamos detalhar apenas o coeficiente de correlação por ser a ferramenta necessária à aplicação do algoritmo utilizado, KSMLV.

### 3.2.4 Coeficiente de correlação

Coeficiente de correlação corresponde ao parâmetro da estatística mais utilizado para mensurar a relação existente entre duas variáveis. A Equação 3.1, descrita por Isaaks

e Srivastava (1989) indica o coeficiente de correlação.

$$\rho = \frac{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - m_x)(y_i - m_y)}{\sigma_x \sigma_y} \quad (3.1)$$

Onde,  $n$  representa a quantidade de informações e os índices  $y$  e  $x$  correspondem às informações das variáveis secundárias e primárias respectivamente. As médias das variáveis são indicadas por  $m_x$  e  $m_y$ . Os desvios padrão são indicados por  $\sigma_x$  e  $\sigma_y$ . O numerador desta equação indica a covariância entre as variáveis  $y$  e  $x$  quando  $h$  for 0. Em resumo, o coeficiente de correlação é a covariância padronizada pelo desvio padrão das duas variáveis, o que garante que o coeficiente de correlação esteja entre o intervalo de -1 e 1.

Considerando a existência de correlação entre duas variáveis, é possível obter uma equação capaz de descrever esta dependência linear. Existem vários métodos para obter essa relação. A regressão linear é a mais simples, pois assume que a dependência de uma variável com a outra é descrita pela equação da reta (ISAACS; SRIVASTAVA, 1989).

$$y = ax + b \quad (3.2)$$

Onde as constantes  $a$  e  $b$  da equação acima são obtidas por:

$$a = \rho \frac{\sigma_y}{\sigma_x} \quad (3.3)$$

e

$$b = m_y - am_x \quad (3.4)$$

### 3.3 Krigagem Simples com Médias Locais Variáveis (SKMLV)

A krigagem simples com médias locais variáveis é uma variante da krigagem simples, onde a média global é substituída pela média local obtida pela regressão de uma variável secundária exaustiva. O exemplo deste estudo, temos a variável primária obtida com os pontos cotados no terreno e a variável secundária exaustiva representada por uma grade com dados de cota do topo da vegetação interpolados.

A krigagem simples é método não tendencioso, cuja estimativa é linear e cuja esperança matemática relacionada aos valores estimados depois de subtraídos em relação aos valores originais em posição  $u$  é nula (zero). A equação que representa a krigagem simples é dada pela Equação 3.5.

$$Z_{*SK}(u) - m = \sum_{\alpha=1}^{n(u)} \lambda_{\alpha}^{SK}(u) [Z(u_{\alpha}) - m] \quad (3.5)$$

Nesta equação,  $ISK_a(u)$  indica o peso relacionado ao  $Z(u)$ , enquanto  $m$  significa média global. A média global independe da posição  $u$ , mas indica informação global aplicada em todos aqueles pontos que não foram amostrados.

Considerando uma informação secundária em cada ponto  $u$ , a média estacionária  $m$ , pode ser substituída por uma média local conhecida  $m^*SK_u$  (GOOVAERTS, 1997). Isto é demonstrado pela Equação 3.6.

$$Z^*_{SKIm}(u) - m^*_{SK}(u) = \sum_{\alpha=1}^{n(u)} \lambda_{\alpha}^{SK}(u) [Z(u_{\alpha}) - m^*_{SK}(u_{\alpha})] \quad (3.6)$$

A Krigagem simple com médias locais pode ser utilizada com dados secundários categóricos ou contínuos. Se o dado secundário for contínuo, então a média local relacionada à variável primária poderá se apresentar como função (sendo linear ou não) deste atributo secundário inserido. Isto é demonstrado na Equação 3.7.

$$m^*_{SK}(u) = f(y(u)) \quad (3.7)$$

onde  $y(u)$  é o peso da krigagem  $\lambda_{\alpha}SK_u$ , da Equação 3.7, são obtidos resolvendo um sistema do tipo krigagem simples.

$$\sum_{\beta=1}^{n(u)} \lambda_{\beta}^{SK}(u) C_R(u_{\alpha} - u_{\beta}) = C_R(u_{\alpha} - u) \quad \alpha = 1, \dots, n(u) \quad (3.8)$$

onde  $C_R(h)$  é a função de covariância do resíduo  $R(u)$  ao invés da variável primária  $Z(u)$ , onde  $R(u)=Z(u) - m(u)$

Desta forma, o processo de KSMLV, após determinada a equação de correção entre a variável primária e secundária, pode ser resumido por:

- Calcular as médias locais por regressão
- Determinar os resíduos experimentais
- Cálculo e modelagem dos variogramas dos resíduos
- Krigagem dos resíduos
- Obtenção da estimativa final readicionando as médias às estimativas do resíduo.

A característica dos dados deste estudo de caso tais como a alta correlação das variáveis primária e secundária e a existência de uma malha exaustiva da variável secundária, fizeram com que a escolha do algoritmo de interpolação, Krigagem Simples com Médias Locais Variáveis, fosse uma solução escolhida.

### 3.4 Cokrigagem

A cokrigagem é uma extensão natural da krigagem que incorpora à estimativa múltiplas variáveis, ela não é tendenciosa e minimiza a variância do erro. No caso de  $N_v$  atributos, cada função  $Z_i(u)$ ,  $i=1, \dots, N_v$ , pode ser expressa como a soma entre um resíduo  $R_i(u)$  com a média zero e covariância,  $C_{R_i}(h)$  e um termo de tendência  $m_i(u)$ ,

$$Z_i(u) = R_i(u) + m_i(u) \quad (3.9)$$

Na cokrigagem, assim como na krigagem, podemos aplicar diferentes tipos de cokrigagem, dependendo do modelo assumido para a tendência  $m_i(u)$  :

- Cokrigagem Simples (CKS), considera que as tendências  $m_i(u)$  são estacionárias e constantes em toda a área de estudo,
- Cokrigagem Ordinária (CKO), considera flutuações locais sobre a média limitando a hipótese de estacionaridade a uma vizinhança local,
- Cokrigagem com um modelo de tendência local (CKT).

Em geral, a CKO é preferida com relação à CKT pois sua aplicação fornece resultados similares aos demais, porém sendo mais fácil de implementar (JOURNEL; ROSSI, 1989; GOOVAERTS, 1997). Assim, nesse caso as médias são consideradas estacionárias só na vizinhança do local onde está se estimando. Como limitante, está a disponibilidade de uma quantidade suficiente de amostras nessa vizinhança.

## **4 ESTUDO DE CASO: USO DE DRONES NA AQUISIÇÃO DE DADOS E GERAÇÃO DE SUPERFÍCIES DE TERRENO UTILIZANDO COTAS DE DOSEL COMO DADO SECUNDÁRIO**

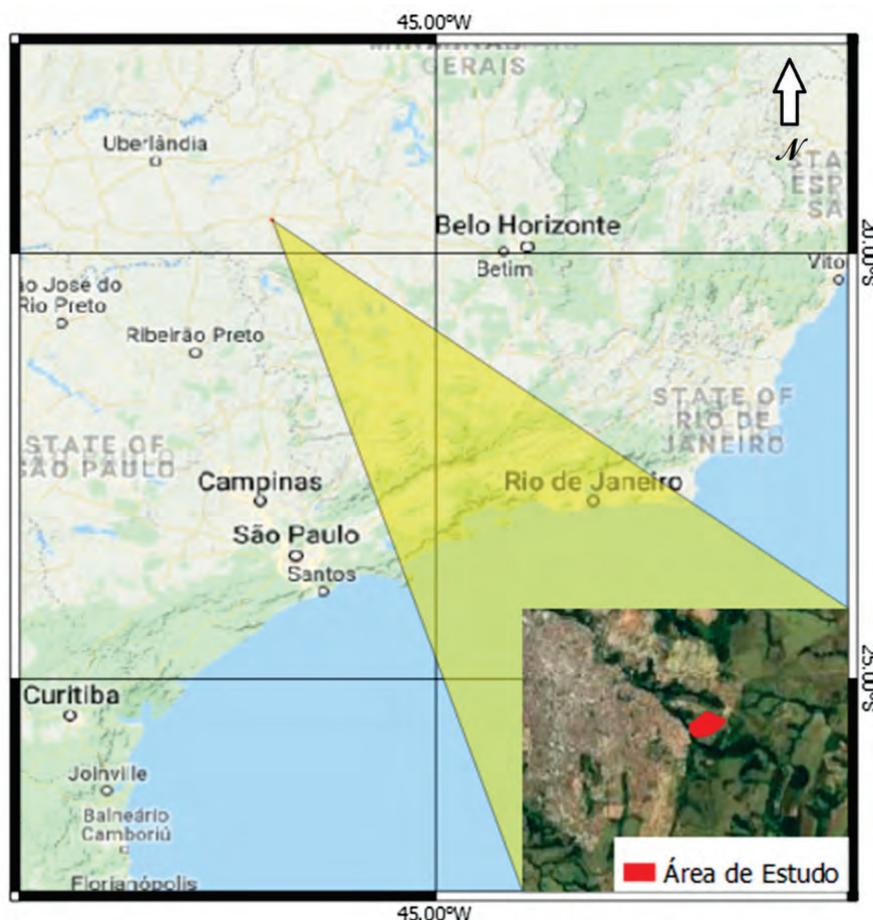
Este capítulo é subdividido em quatro tópicos. Primeiramente, é feita uma abordagem sobre a área de estudo onde resumidamente são apresentados dados de localização, características do meio físico e da vegetação. O segundo assunto abordado é o processo adotado para a aquisição dos dados que serviram de base para esse estudo, desde o planejamento de voo até a nuvem de pontos classificada. Na sequência, descreve-se a geração de um modelo de referência, gerado por triangulação com pontos de terreno adicionais, seis modelos de superfície gerados por métodos convencionais e um modelo interpolado por krigagem simples com médias locais variáveis utilizando o dossel como variável secundária. Para finalizar, é feita uma análise comparativa entre as superfícies interpoladas pelos diferentes métodos propostos e os dados de controle deixados para comparação.

### **4.1 Área de estudo**

#### **4.1.1 Localização**

A área piloto deste estudo abrange aproximadamente 20 hectares e está localizada na zona urbana do Município de Araxá, na região do Alto Parnaíba, Minas Gerais (Figura 18).

Figura 18 – Mapa de localização da área de estudo.



Fonte: Open Street Map - OSM e imagem Google - Landsat/Copernicus 2018

#### 4.1.2 Características Físicas

O relevo de Araxá é bastante variado, com destaque para superfícies planas, cristas elevadas e vales encaixados em meio a ondulações suaves. Estas superfícies refletem o trabalho intempérico e erosivo sobre os litotipos distintos e as deformações tectônicas que as mesmas sofreram ao longo de sua história. Geomorfologicamente, a região caracteriza-se pela presença de colinas de ondulação suave e estão bem marcadas nas rochas do Grupo Araxá que são largamente predominantes na região (BARBOSA *et al.*, 1970). O município está contido em uma Unidade Morfoestrutural do tipo faixa de dobramento, denominada Faixa Brasília (VALERIANO *et al.*, 1993). Dentro dos limites da área, o relevo é representado como parte de um cerro com dois córregos de pequeno porte encaixados em vales onde a declividade não supera 15% de inclinação e as diferenças de elevação são inferiores a 200 metros entre a cota de vale e de topo (Figura 19).

**Figura 19 – Imagem 3D do Google Earth mostrando os limites da área de teste deste estudo (poligonal vermelha).**



Fonte: Autora

#### 4.1.3 Vegetação

Quanto a cobertura vegetal, a região levantada é do tipo floresta estacional semidecidual de montana, um tipo de vegetação que está condicionado à dupla estacionalidade climática. Segundo Rodrigues (1999), uma vegetação pertencente ao bioma da Mata Atlântica (Mata Atlântica do Interior), ocasionalmente também no Cerrado, sendo típica do Brasil Central e condicionada a dupla estacionalidade climática: uma estação com chuvas intensas de verão, seguidas por um período de estiagem.

No que diz respeito ao tamanho e densidade da vegetação na área de estudo, é perceptível um comportamento uniforme e que é condizente com a descrição de Vale *et al.* (2009) que descreve a altura média dos indivíduos arbóreos deste tipo de vegetação variando entre  $9,2 \pm 3,4$  metros. A Figura 20 é o registro fotográfico do interior da mata na área testada onde pode-se também perceber que a proximidade entre os indivíduos é bastante reduzida onde, na maioria das vezes, as copas destes se encontram entrelaçadas, dividindo o mesmo espaço. Esta última característica impacta diretamente na densidade de dados de solo amostrados por levantamentos aéreos com drone em áreas com vegetação densa.

**Figura 20 – Fotografias do interior da mata na área do estudo.**



Fonte: Autora

## **4.2 Aquisição de dados**

O principal objetivo desta fase é a aquisição de uma nuvem de pontos a partir da reconstituição tridimensional de imagens procedentes de um levantamento aéreo com drone. As atividades foram executadas conforme o fluxo de trabalho sugerido por Peroni (2017) apresentadas no infográfico abaixo (Figura 21) e descritas sequencialmente.

Figura 21 – Infográfico das etapas realizadas na aquisição de dados.



Fonte: Adaptado de Peroni, 2017.

#### 4.2.1 Planejamento de Voo

Segundo Peroni (2017), na fase de planejamento, deve ser feita a análise da área a ser mapeada, definição da resolução e, altura de voo, ângulo de tomada das imagens, sobreposições de faixas, quantidade de imagens, local de pouso e decolagem, direção e intensidade do vento, intensidade de radiação eletromagnética e interferências, potenciais obstáculos e áreas de sombreamento, luminosidade, entre outros.

Considerando a diferença de elevação da área de aproximadamente 120 metros e a resolução desejada de 2 cm/px foram planejadas seis missões de voo a 80 m de altura tendo como ponto de partida a área de maior elevação (Figura 22 ponto lilás). Objetivando maior número de informações da área imageada, utilizou-se uma sobreposição frontal e lateral das cenas coletadas de 80%.

Figura 22 – Imagem de captura da tela do planejamento de voo no aplicativo utilizado para planejamento e execução das missões (Map Pilot).



Fonte: Autora

#### 4.2.2 Planejamento de Distribuição de Pontos (de Controle e Verificação)

Os pontos que tiveram suas coordenadas coletadas por receptor GPS geodésico foram divididos em duas categorias distintas: pontos de controle e pontos de verificação.

Os pontos de controle são utilizados para uma maior aderência da reconstituição aerofotogramétrica a uma base de projeção geográfica conhecida, neste caso SIRGAS2000 – UTM 23 S. O planejamento de distribuição dos pontos com esta finalidade vislumbrou alvos estendidos uniformemente contornando da área de estudo; contemplando amplamente a gama de diferentes elevações do local. Para facilitar a logística em campo, estes pontos foram locados (sempre que possível) sobre a via que circunda a área de interesse com espaçamento de 100 m entre eles (Figura 23).

**Figura 23 – Planejamento dos pontos de controle**



Fonte: Autora

A locação pontos de verificação não foi previamente planejada em função das condições da mata densa e sem licença de supressão para instalação de pontos topográficos. Desta forma, definiu-se que as coordenadas deste tipo de pontos seriam coletadas de forma aleatória dentro da mata conforme possibilidade de acesso e sinal no equipamento de coleta de dados.

### 4.2.3 Pontos de Controle e de Verificação

A coleta das coordenadas dos pontos de controle e verificação foi feita com RTK (Real Time Kinect). O RTK é um sistema de GPS que permite que com o uso de uma base estacionária instalada em um ponto de coordenadas conhecidas fique recebendo o sinal da constelação de satélites. Esta base se comunica com uma segunda estação receptora (chamada de rover) que é portada por um operador (ou veículo de qualquer espécie) que faz o caminhamento de campo visitando os pontos desejados durante o levantamento (Figura 24.) Este sistema permite uma precisão de até três centímetros. Para garantir a qualidade posicional da base de dados foram coletadas as coordenadas geográficas de 27 pontos de controle (seis pontos além do planejado). A Figura 25 mostra a localização dos pontos que tiveram suas coordenadas coletadas

O desvio-padrão das coordenadas obtidas pelo levantamento topográfico para um intervalo de confiabilidade interna de processamento de 95% foi de 4,2 centímetros. Todos os dados de processamento foram validados e encontram-se anexadas a este estudo.

**Figura 24 – Levantamento topográfico em campo.**



Fonte: Autora

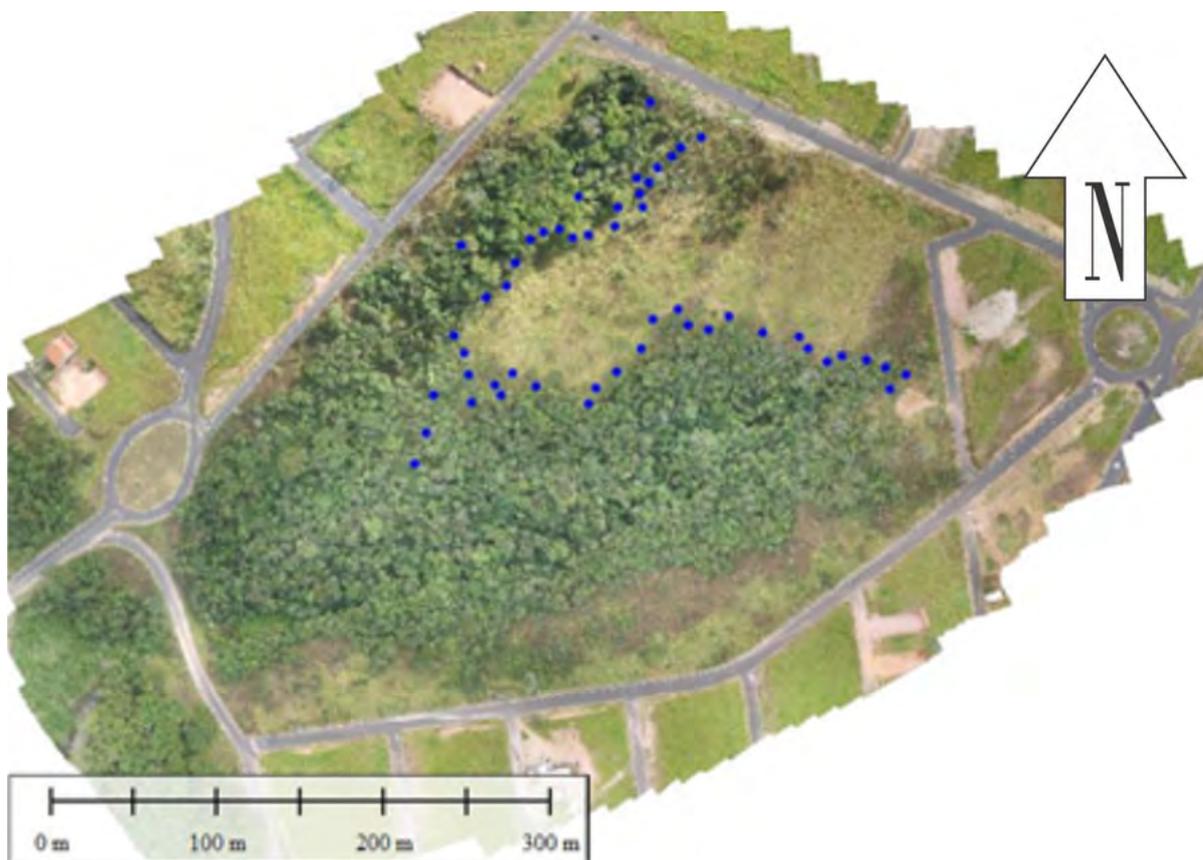
Figura 25 – Localização dos pontos de controle, em destaque ponto de controle marcado no asfalto.



Fonte: Autora

Na mesma data, foram coletadas as coordenadas geográficas de 54 pontos de verificação. Estes dados foram reservados para estimar a aderência do método utilizado à realidade obtida com medidas de campo com equipamentos de alta precisão.

Figura 26 – Localização dos pontos para conferência da aderência do método.



Fonte: Autora

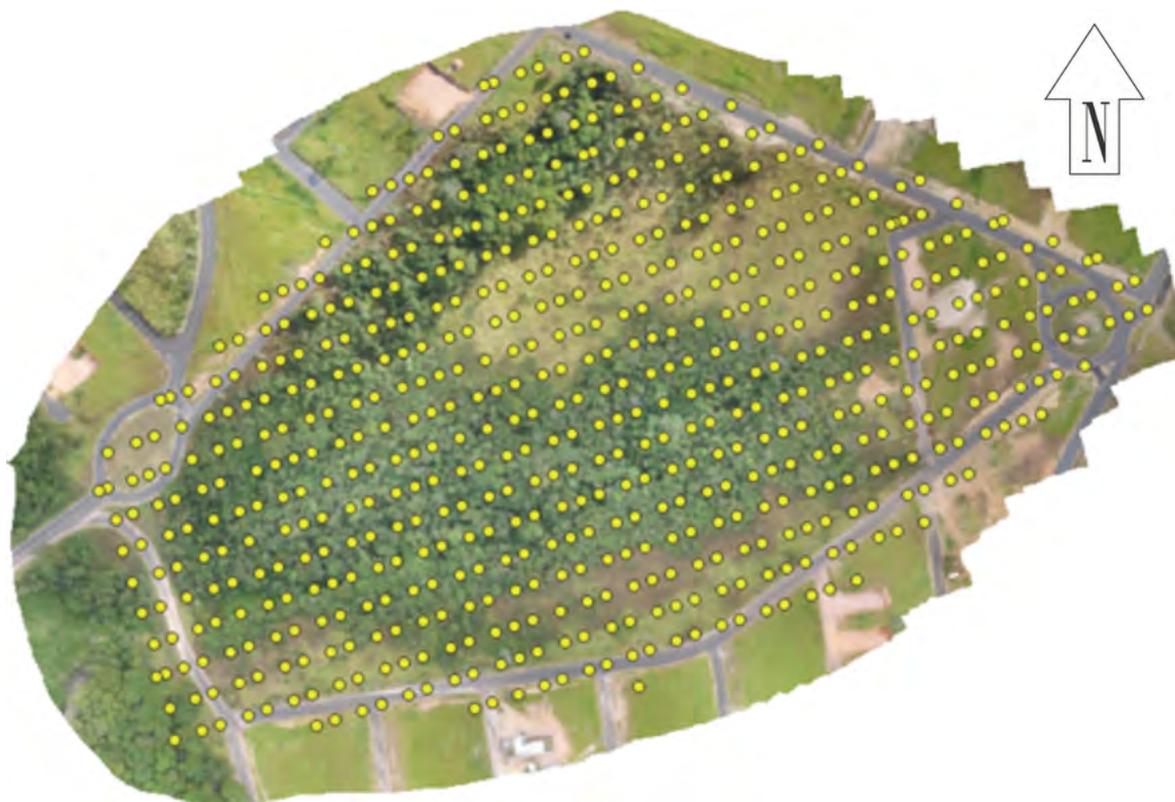
#### 4.2.4 Levantamento Aéreo

O levantamento aéreo foi realizado com sensor RGB Sony 15 mm embarcado em drone Inspire One Pro com sistema de posicionamento híbrido (GPS + Glonass) que possibilita acurácia vertical de 0,5 m e horizontal de 2,5 m.

A altura aproximada de imageamento de 80 m resultou em imagens com GSD<sup>1</sup> (Ground Sample Distance) de 2.54 cm/px. Ao todo, foram coletadas 596 cenas com recobrimento frontal e lateral de 80% em 19 linhas de captura de imagens com direção N90E (Figura 27). A área aproximada de abrangência por cena é de 1,3 ha. A fim de minimizar o efeito de sombreamento a execução das missões de voo foram realizadas em horário de iluminação solar em zênite, entre 11 e 13 horas.

<sup>1</sup> GSD (*Ground Sample Distance*) - A tradução literal seria “distância das amostras em solo”, é tamanho em solo que cada pixel representa.

Figura 27 – Localização dos centroides das cenas capturadas no levantamento aéreo



Fonte: Autora

#### 4.2.5 Processamento

Após a execução do levantamento aéreo, as imagens coletadas foram processadas em um *software* que utiliza a técnica de *multiview stereopsis (MVS)* (SZELISKI, 2010). Nos programas que utilizam o algoritmo MVS, as fotografias tiradas de um objeto ou cena de vários ângulos diferentes permitem recriar o espaço original 3D por semelhança entre as imagens gerando uma nuvem de pontos. Ao combinar as características únicas em cada fotografia e determinar inclusive a partir de que direção as imagens foram tiradas, obtém-se a construção de modelos precisos de toda a cena imageada (PERONI, 2017). Atualmente, existe uma gama de *softwares* especializados em processamento de imagens aéreas obtidas com o uso de drones, os mais difundidos são o *Meta Shape®* (antigo *PhotoScan®*) da *Agisoft®*, o *Pix4D®* e o *UAS Master* da *Trimble®*.

Neste estudo, por afinidade de uso e disponibilidade, o *software* utilizado foi o *Meta Shape®* e a execução desta etapa seguiu resumidamente a sequência de passos descrita por Peroni (2017):

- i. Importação e Alinhamento das imagens;
- ii. Importação das coordenadas dos pontos de controle;
- iii. Identificação dos pontos de controle nas fotos;
- iv. Otimização das coordenadas das fotos;

- v. Análise de erros e validação;
- vi. Geração da nuvem densa de pontos;
- vii. Classificação dos pontos;

Conforme descrito acima, o alinhamento de imagens é a primeira etapa a ser executada no fluxo de trabalho (após importação), e é nesta que se realiza o processo de fototriangulação, técnica fotogramétrica que determina as coordenadas do terreno em relação a um referencial. O resultado é a geração de uma nuvem de pontos (*tie points*), onde sua função é materializar o sistema de coordenadas do terreno. Feito isto, o passo seguinte é a importação e a identificação dos pontos de controle nas cenas para ajuste das coordenadas destas. Após isto, é feita verificação dos erros de cada ponto de controle em relação ao alinhamento das imagens. Neste estudo, o maior erro obtido foi inferior a 6 cm (Tabela 1), o que validou o processo de reconstituição tridimensional da área.

**Tabela 1 – Erro estimado para cada ponto de controle.**

Markers	Easting (m)	Northing (m)	Altitude (m)	Accuracy (m)	Error (m)	Projections
pt12	299059.990000	7831326.690000	983.290000	0.005000	0.059883	26
pt7	299347.270000	7831225.710000	1011.960000	0.005000	0.055855	26
pt16	299202.510000	7831478.180000	1013.090000	0.005000	0.046642	24
pt11	299115.480000	7831256.030000	976.830000	0.005000	0.039458	27
pt14	299121.960000	7831382.960000	997.120000	0.005000	0.037577	24
pt13	299108.690000	7831350.350000	991.030000	0.005000	0.031866	24
pt6	299373.190000	7831231.390000	1016.180000	0.005000	0.029677	27
pt77	299559.490000	7831501.040000	1058.530000	0.005000	0.027011	16
pt17	299228.270000	7831508.350000	1017.000000	0.005000	0.023395	26
pt15	299175.770000	7831448.210000	1008.300000	0.005000	0.022900	32
pt8	299306.380000	7831218.550000	1006.560000	0.005000	0.022468	26
pt78	299581.970000	7831518.470000	1063.750000	0.005000	0.018731	10
pt79	299484.090000	7831567.870000	1050.200000	0.005000	0.010295	13
pt20	299411.980000	7831601.950000	1039.270000	0.005000	0.009415	15
pt10	299151.250000	7831191.830000	987.500000	0.005000	0.006276	29
pt4	299479.470000	7831268.030000	1036.220000	0.005000	0.004621	17
pt9	299220.510000	7831207.150000	997.160000	0.005000	0.003886	20
pt18	299297.440000	7831585.090000	1029.190000	0.005000	0.003678	18
pt76	299568.870000	7831427.170000	1054.450000	0.005000	0.003215	18
pt5	299448.570000	7831245.110000	1030.940000	0.005000	0.002931	13
pt80	299651.330000	7831449.630000	1067.800000	0.005000	0.001479	13
pt3	299514.330000	7831293.060000	1041.750000	0.005000	0.001222	18
pt2	299553.990000	7831325.690000	1048.790000	0.005000	0.000793	14

Fonte: Autora

O próximo passo foi adensar a nuvem de pontos gerada no processo anterior, basicamente o *software* aumenta a quantidade de dados reduzindo os espaços vazios para representar melhor a área mapeada.

Seguindo esta sequência, obteve-se um banco de dados bruto com 38.3 milhões de pontos (aproximadamente 170 pontos/m<sup>2</sup>), compondo um de arquivo contendo informações de coordenadas x, y, z e RGB.

Figura 28 – Vista em perspectiva da nuvem de pontos obtida.



Fonte: Autora

#### 4.2.6 Classificação da nuvem de pontos

Conforme descrito anteriormente, a nuvem de pontos é um banco de dados bruto que contém seis informações básicas de cada ponto amostrado: latitude, longitude, elevação e grau de intensidade de resposta aos comprimentos de onda da luz visível do vermelho, verde e azul (RGB). Ela é comumente utilizada em ambientes de Sistema de Informação Geográfica (SIG) como grades regulares. Para isso, interpolações são aplicadas na nuvem de pontos, obtendo como resultado um Modelo Digital de Superfície (MDS) (MANCINI *et al.*, 2013).

Estudos com objetivo de modelar o relevo necessitam de um Modelo Digital de Elevação (MDE), ou seja, apenas informações do terreno. Os métodos de levantamento que utilizam LIDAR e câmeras fotográficas, entretanto, coletam dados da superfície, incluindo feições como prédios e árvores (BANDARA, 2007). Desta forma, se faz necessária a classificação dos pontos adquiridos em pelo menos duas categorias: pontos de terreno e pontos não-classificados.

A classificação dos dados obtidos pode ser feita visualmente pelo usuário (classificação supervisionada) ou automaticamente com o uso de algoritmos computacionais destinados à esta finalidade (classificação não-supervisionada). Neste estudo, utilizou-se apenas a classificação automatizada (não supervisionada) que passou por uma validação visual. Os processos de classificação e validação da classificação da nuvem de pontos serão apresentados a seguir.

#### Classificação Não-Supervisionada

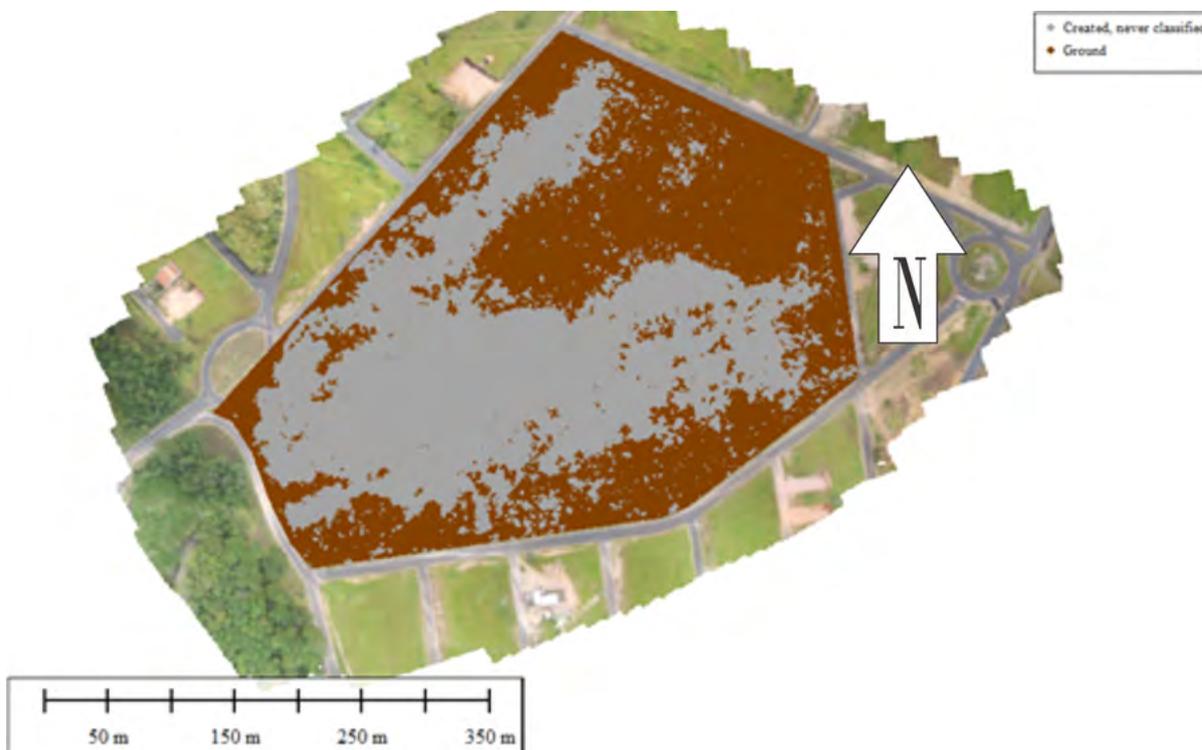
A classificação automática (não-supervisionada), no software utilizado (*Photo Scan*), é executada em dois passos. Inicialmente, a nuvem é dividida em células com tamanhos iguais e em cada célula o ponto mais baixo é identificado e a triangulação destes pontos gera uma primeira aproximação do modelo de terreno. Em seguida, o novo ponto é adicionado à classe de “ponto de solo” (*ground point*) quando duas condições forem satisfeitas:

- i) Se este ponto está situado a uma certa distância do modelo de terreno;
- ii) Se o ângulo entre o modelo de terreno e a linha para conectar este a um ponto da classe solo é menor que um certo ângulo. Esta etapa é repetida enquanto houver pontos a serem verificados.

Os parâmetros empregados para a classificação automática que melhor se adequaram à área estudada foram: (a) ângulo máximo de 12, (b) distância máxima de 0.5 m e (c) células com tamanho de 300 metros. Após classificação, a nuvem de pontos teve seus limites reduzidos a fim de reduzir o tempo de processamento dos dados nas etapas subsequentes (Figura 29).

O resultado deste processo foi uma nuvem de pontos classificada em três categorias supracitadas: “Terreno” (28.6% dos dados), “Não-Classificado” (70.4%) e “Ruído” (1%) de um total de 23,811 milhões de pontos.

**Figura 29 – Representação gráfica da nuvem de pontos inicial recortada.**



Fonte: Autora

#### 4.2.7 Validação da Classificação Automática

A validação da filtragem dos pontos de terreno foi feita através de 9 seções de validação com dois metros de abrangência (1 m de cada lado) espaçadas de 100 em 100 m sendo quatro seções Leste-Oeste e cinco Norte-Sul (Figura ).30 Na Tabela 2 é possível observar o percentual global dos pontos validados por categoria inicial (classificação automática). Nesta, é ressaltado que aproximadamente que 80% dos pontos automaticamente classificados tiveram suas categorias validadas.

Figura 30 – Localização das seções de verificação sobre mosaico aéreo.



Fonte: Autora

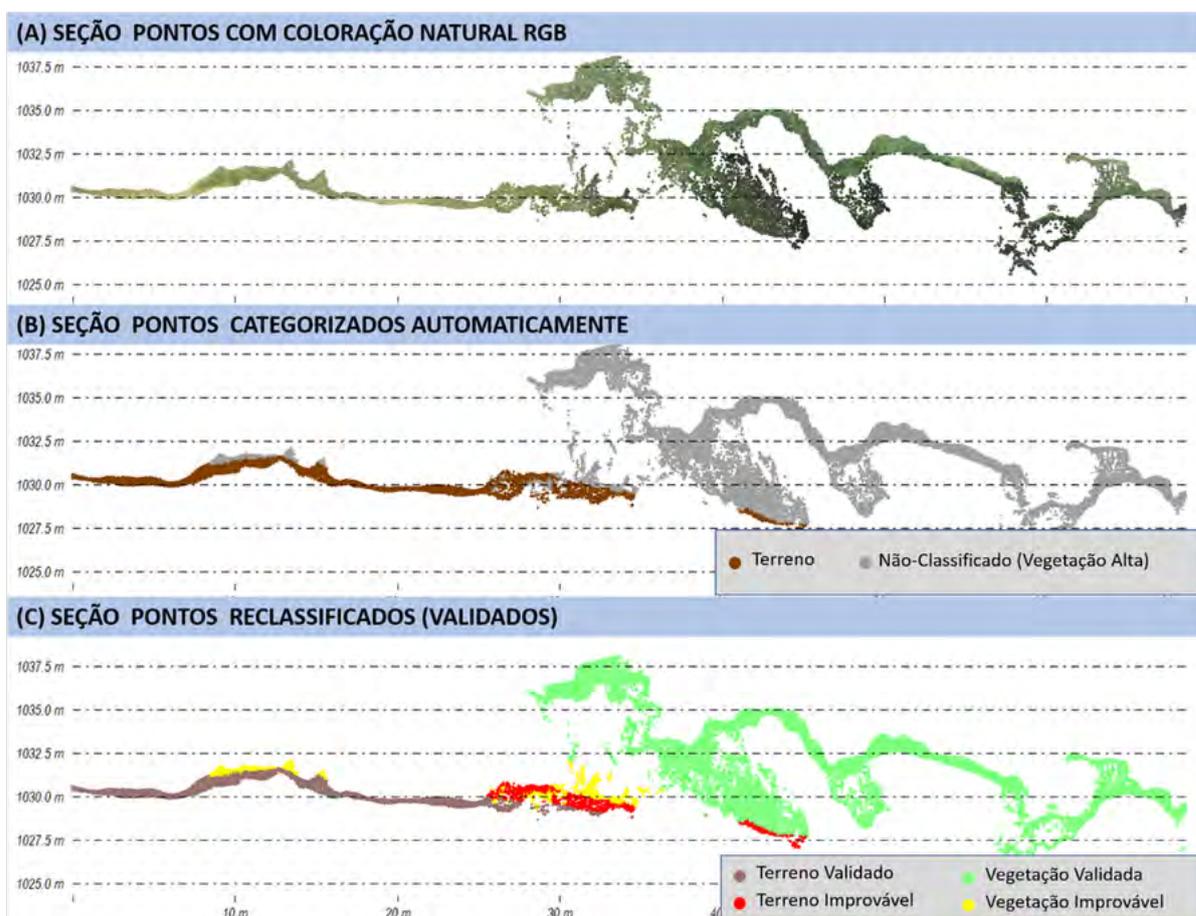
Tabela 2 – Percentual global de pontos validados por categoria.

Classificação Automática	Seções Reclassificadas	
Terreno	Terreno Validado	86%
	Terreno Improvável	14%
Não-Classificado (Vegetação)	Vegetação Validado	88%
	Vegetação Improvável	12%

Fonte: Autora

A Figura 31 é um exemplo de perfil revisado onde: (A) Mostra a nuvem de pontos bruta, representada pela cor natural da superfície do terreno (RGB), (B) Representação da mesma seção sobre a nuvem classificada automaticamente no *PhotoScan* e (C) se observa a nuvem com a revisão manual da classificação preliminar onde alguns pontos foram reclassificados.

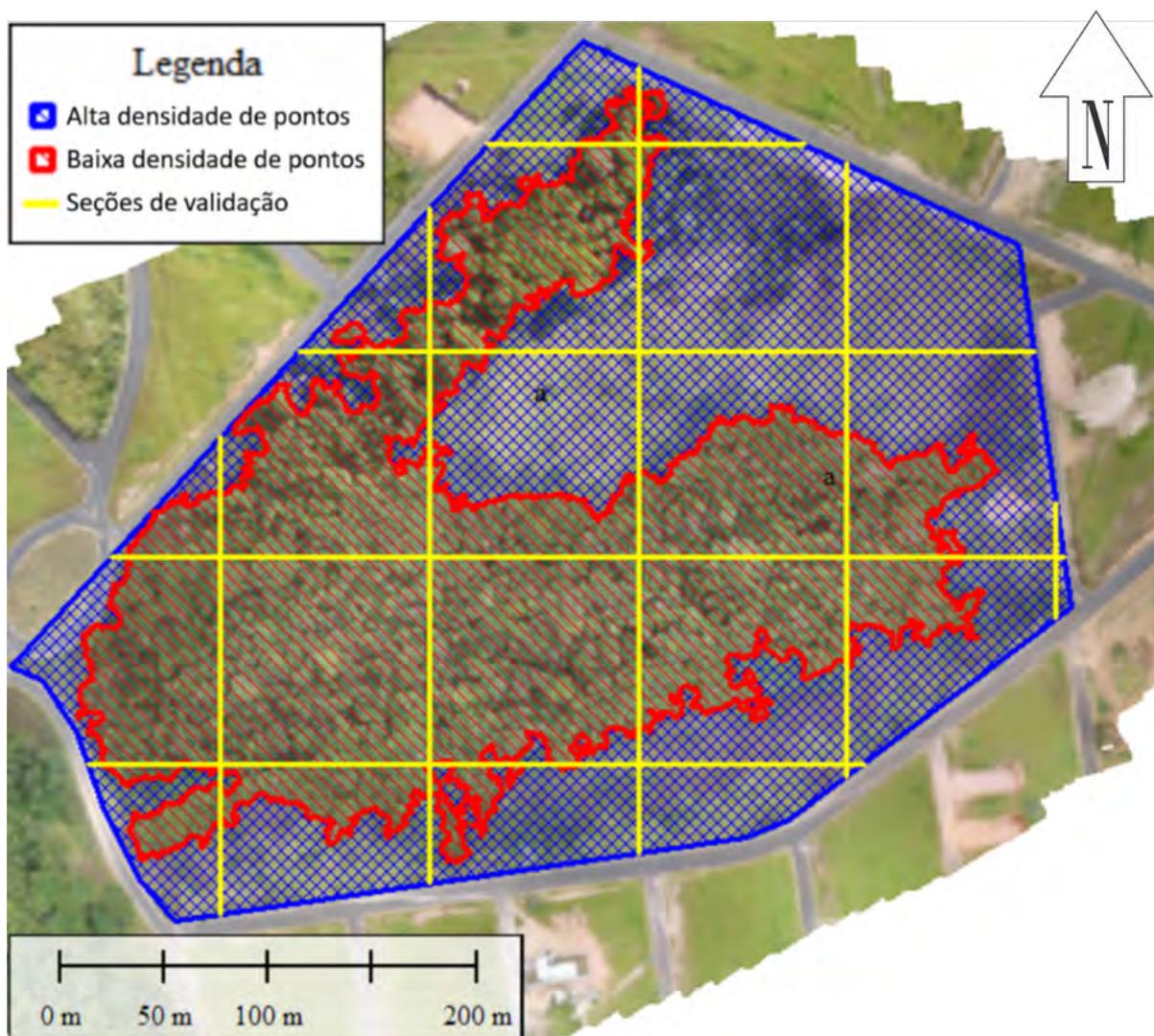
Figura 31 – Exemplo de perfil revisado.



Fonte: Autora

A fim de refinar a estatística da Tabela 2 os pontos avaliados foram segregados conforme duas áreas distintas (Figura 32), definidas pela densidade de pontos caracterizados como de terreno (pontos de terreno por metro quadrado): (A) Área Baixa Densidade de Pontos de Terreno e (B) Área de Alta Densidade de Pontos de Terreno.

Figura 32 – Representação gráfica das áreas considerada de “Alta Densidade de Pontos de Terreno” (hachura azul) e “Baixa Densidade de Pontos de Terreno (contorno vermelho).



Fonte: Autora

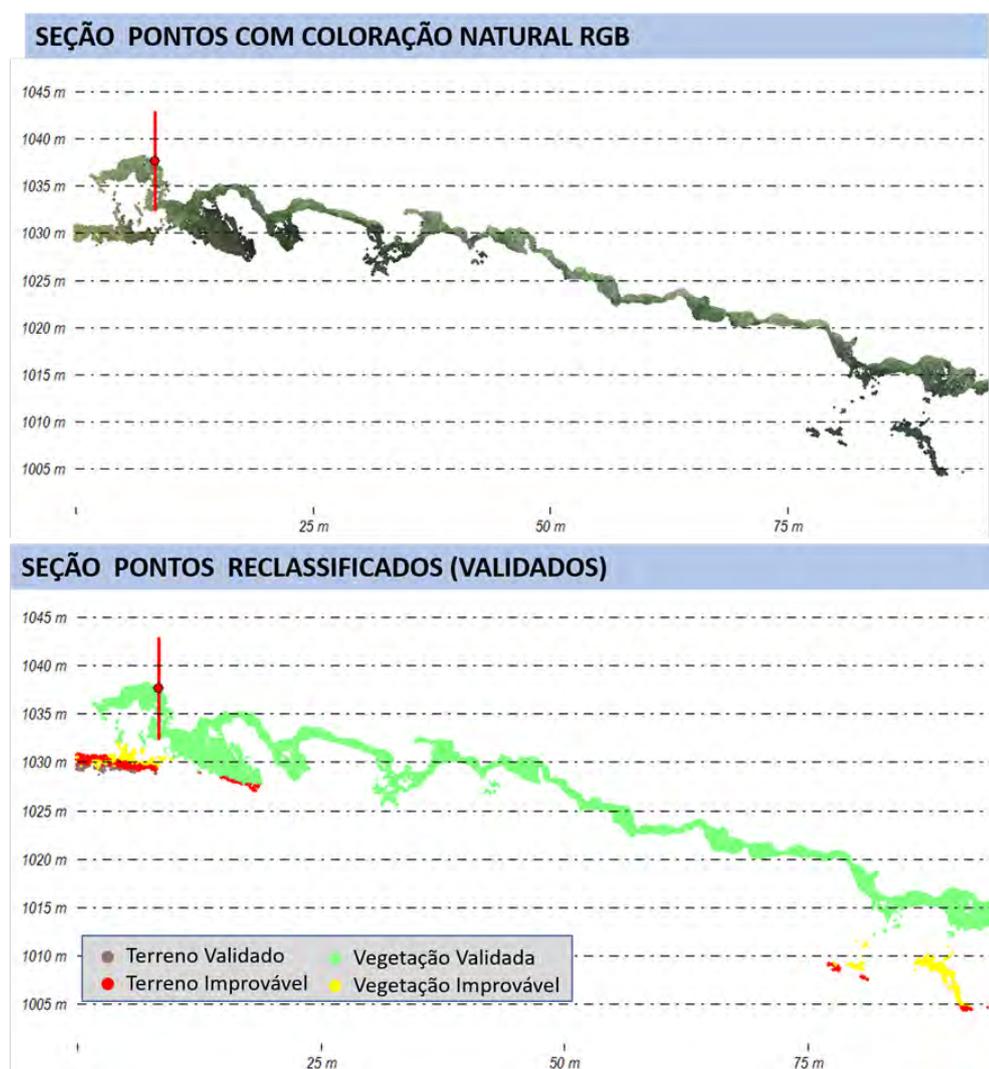
A “Área Baixa Densidade de Pontos de Terreno” é caracterizada pela densa cobertura vegetal e pela densidade de pontos de terreno inferior à um ponto/m<sup>2</sup>, tendendo à zero. No perfil típico (Figura 33) e na Tabela 3, são apresentados os percentuais de pontos validados por categoria nesta região. Apenas 5% dos pontos foram pré-classificados automaticamente como correspondente da superfície do terreno e destes, apenas 15% tiveram sua categoria validada.

**Tabela 3 – Percentual de pontos validados por categoria dentro da “Área de Baixa Densidade de Pontos de Terreno” (BDPT).**

Terreno	4%	Terreno Validado	15%
		Terreno Improvável	85%
Não-Classificado (Vegetação)	96%	Vegetação Validado	94%
		Vegetação Improvável	6%

Fonte: Autora

**Figura 33 – Perfil típico da região de baixa densidade de pontos de terreno (acima pontos coloridos pela coloração natural RGB e abaixo coloridos conforme refinamento da classificação primária).**

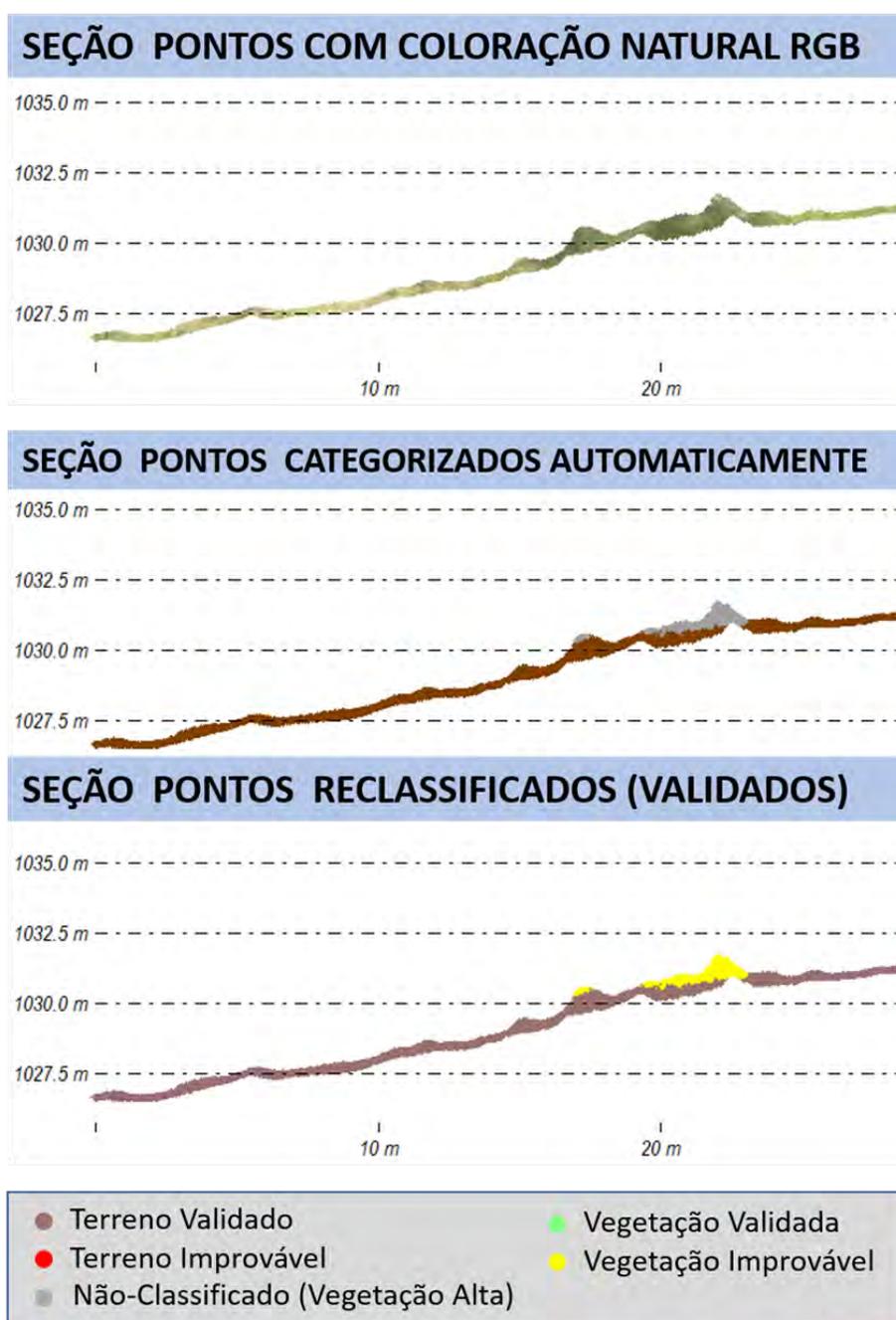


Fonte: Autora

A “Área Alta Densidade de Pontos de Terreno” é caracterizada como superfície de terreno exposto, sem construções, com pouca ou nenhuma vegetação de grande porte. As

interferências sobre a superfície são apenas algumas regiões com presença de gramíneas e outras vegetações de pequeno e médio porte conforme é visualizado no perfil típico (Figura 34).

Figura 34 – Perfil típico da região de alta densidade de pontos de terreno (acima pontos coloridos pela coloração natural RGB e abaixo coloridos conforme refinamento da classificação primária)



Fonte: Autora

A Tabela 4 apresenta os percentuais de pontos validados por categoria em áreas de terreno exposto, 93% dos pontos de “Terreno” foram pré-classificados corretamente. Por este motivo a classificação primária destes dados foi mantida.

**Tabela 4 – Percentual de pontos validados por categoria dentro da “Área de Alta Densidade de Pontos de Terreno” (ADPT).**

Terreno	69%	Terreno Validado	93%
		Terreno Reclassificado	7%
Não-Classificado	31%	Vegetação Validada	59%
		Vegetação Reclassificada	41%

Fonte: Autora

### 4.3 Modelos Digitais do Terreno

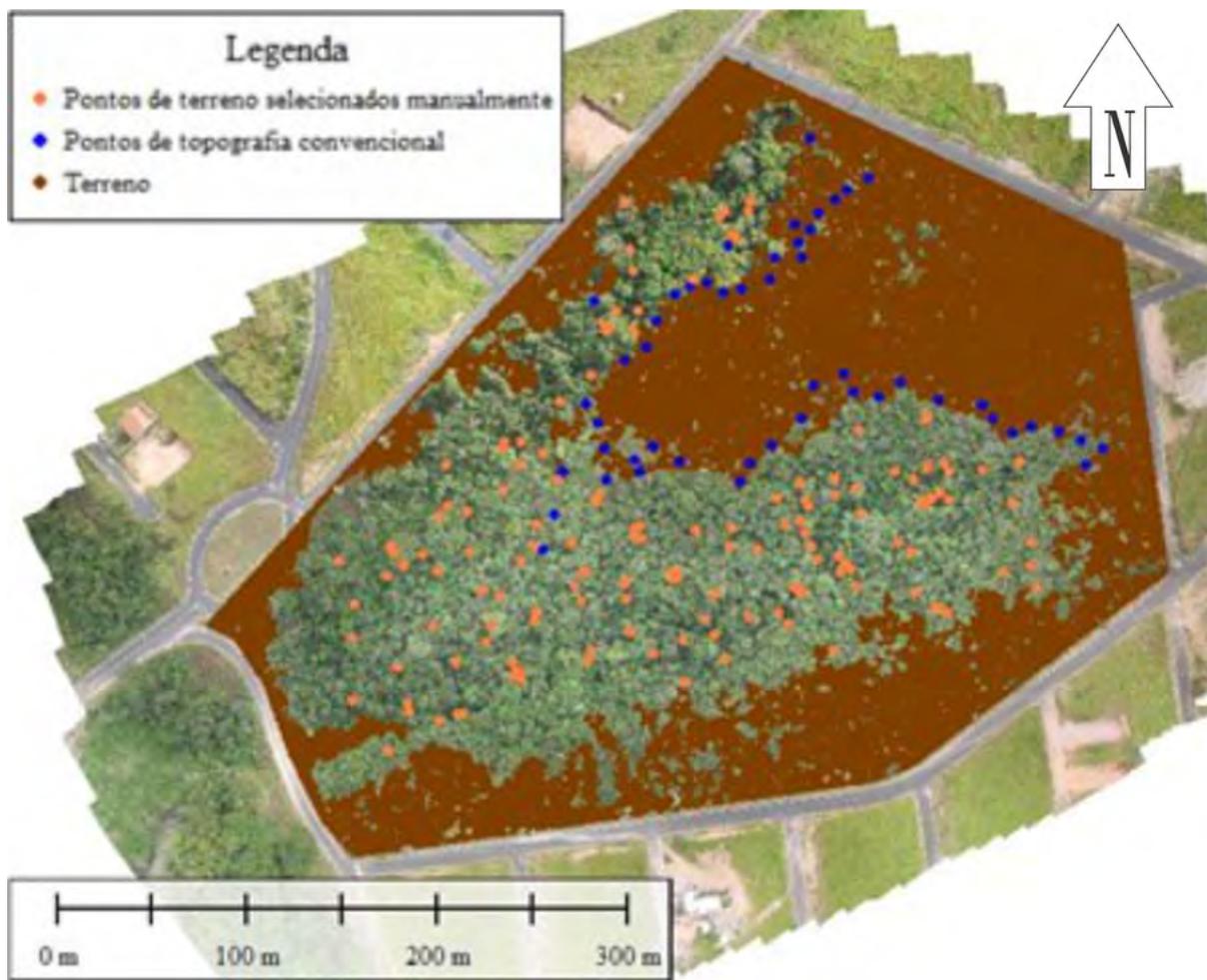
#### 4.7.1 Modelo de Referência

Para aferir a aderência dos métodos de interpolação à realidade em campo, foi modelada uma superfície de referência interpolada por triangulação linear. A justificativa para a escolha do método de interpolação de referência tem como base a popularização do seu uso e a aderência da superfície modelada aos dados amostrais. Foram utilizados três tipos de dados conforme listado abaixo e ilustrado nas Figuras 35 e 36: i. 6.9 milhões de pontos categorizados e validados como informação de elevação do terreno (pontos marrons, Figura35);

ii. 54 pontos coletados em campo com equipamento de alta precisão topográfica, descrito na seção sobre aquisição de dados neste capítulo (pontos azuis);

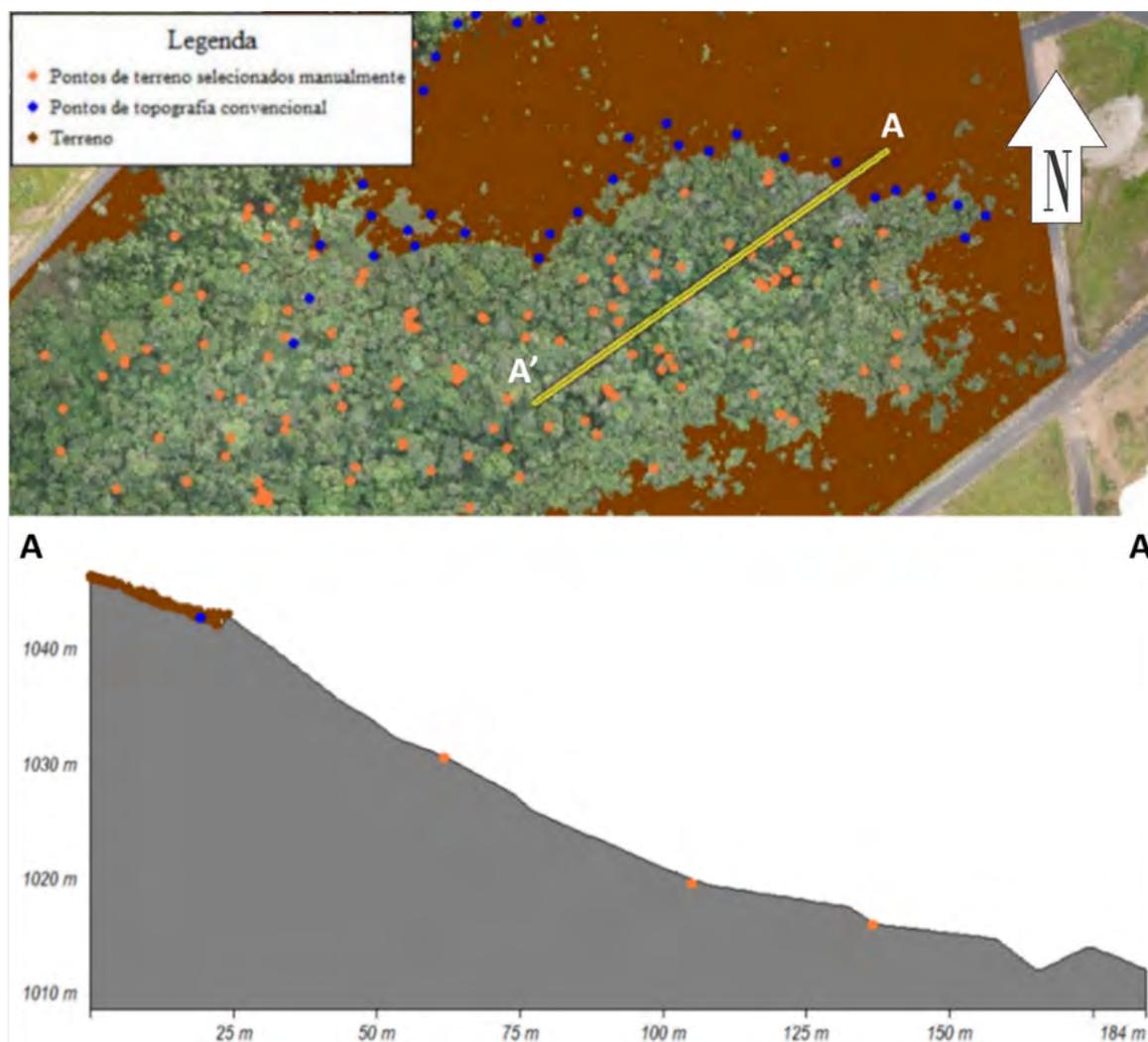
iii. 162 pontos coletados da nuvem selecionados e verificados criteriosamente.

Figura 35 – Dados utilizados na geração da superfície de referência sobrepostos ao ortomosaico.



Fonte: Autora

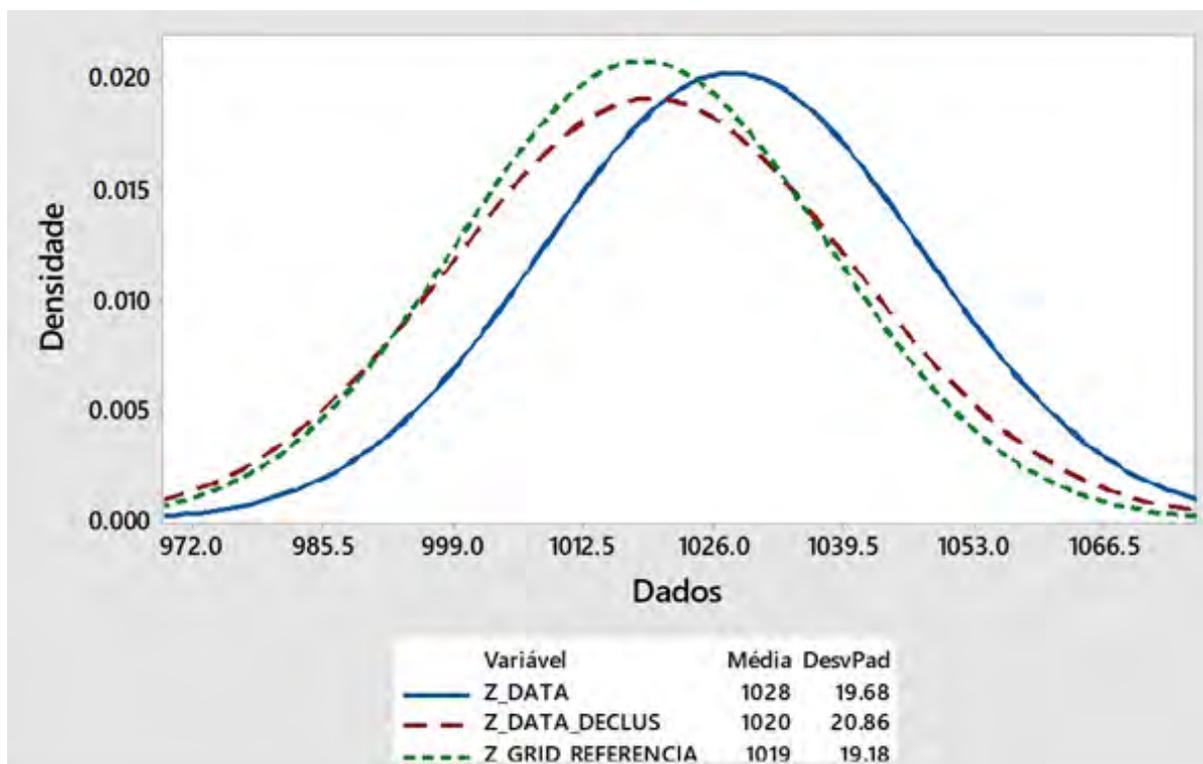
Figura 36 – Seção da superfície de referência gerada



Fonte: Autora

A análise comparativa das estatísticas dos dados brutos com os dados desagrupados e com a superfície de referência modelada mostra coerência entre as suas distribuições estatísticas. A média das elevações dos dados brutos é maior em função da baixa densidade de dados na região dos vales que estão encobertos por vegetação densa (Figura 37).

Figura 37 – Distribuição estatística dos dados brutos (linha azul), dos dados desagrupados (linha pontilhada vermelha) e da superfície de referência modelada (linha pontilhada verde).

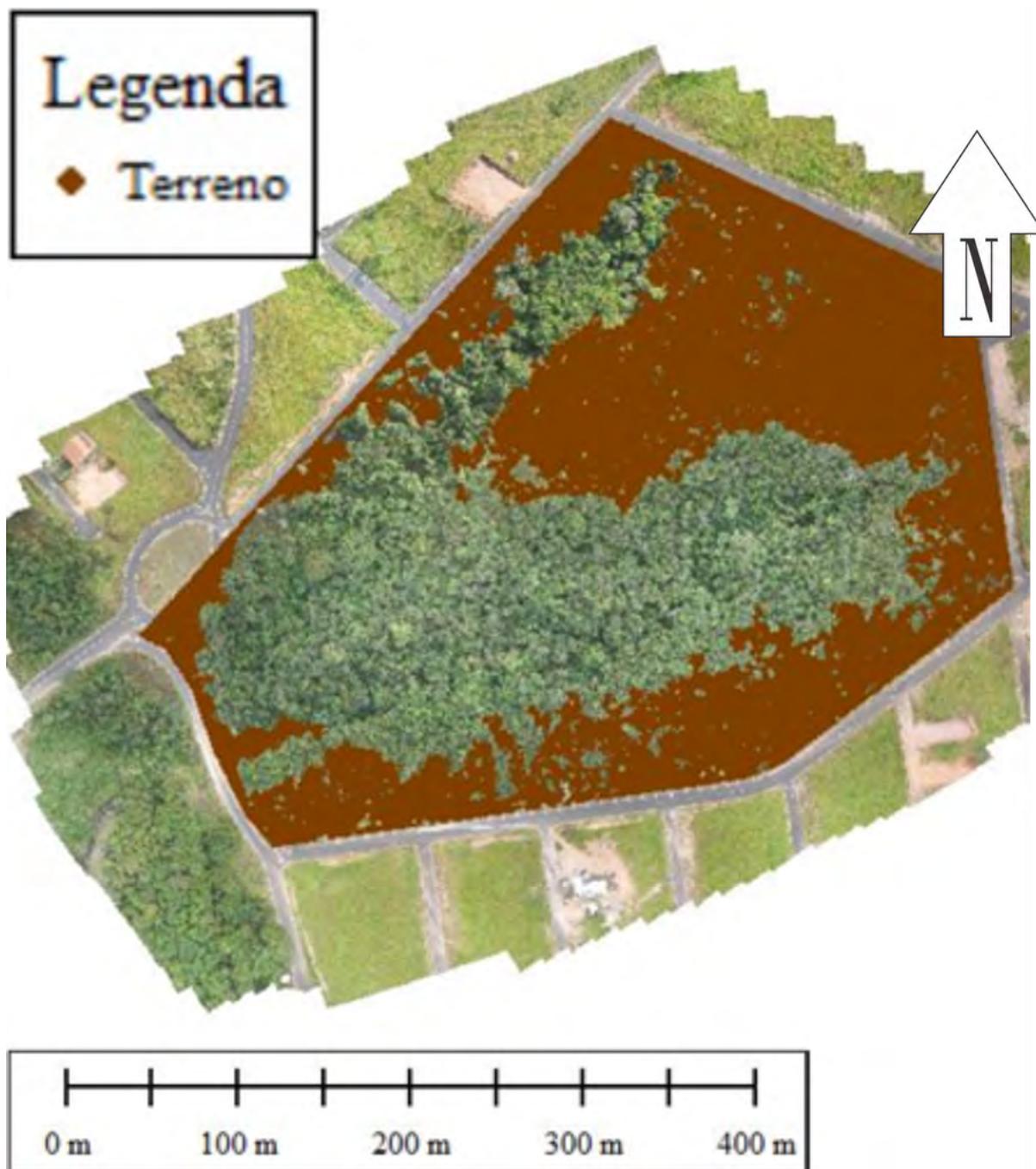


Fonte: Autora

#### 4.4 Modelos interpolados por métodos determinísticos convencionais

Foram gerados seis modelos por métodos convencionais utilizando somente os pontos adquiridos por aerolevanteamento e validados com pontos de terreno. A Figura 38 mostra os pontos utilizados para a geração destes modelos sobre o mosaico aéreo RGB da área de estudo.

Figura 38 – Mapa de localização dos dados utilizados na modelagem da superfície do terreno por diversos interpoladores convencionais representados da figura pelos pontos marrons.



Fonte: Autora

Os seis métodos interpoladores para gerar modelos digitais de elevação da área de estudo foram: Krigagem Simples, Triangulação de *Delauney*, Vizinheiro-Mais-Próximo, Inverso do Quadrado da Distância (IQD), Curvatura Mínima ou *Spline* e o interpolador utilizado pelo software *PhotoScan*© que é uma versão modificada da Triangulação de *Delauney*.

#### 4.5 Escolha do Interpolador adotado

Dentre os métodos avaliados para a incorporação de informação secundária (cota de dossel) à estimativa de cota do terreno a Krigagem Simples com Médias Locais Variáveis foi o interpolador escolhido. Esta escolha está justificada em três pilares:

- (a) Simplicidade de aplicação;
- (b) Presença de uma variável secundária exaustiva (grid suavizado das cotas de dossel);
- (c) Alta correlação entre a variável primária e secundária, conforme demonstração posterior no ítem 4.6

Goovaerts (2003), compara o uso três algoritmos geoestatísticos e regressão linear para introduzir dados de elevação de terreno em modelos de erosividade na região de Algarve (Portugal). Neste estudo é reconhecido que os melhores resultados são obtidos pela cokrigagem porém o custo de compensação é a laboriosidade na modelagem de variogramas diretos e cruzados.

#### 4.6 Modelo interpolado por Krigagem Simples com Médias Locais Variáveis.

Conforme descrito no Capítulo 3, a Krigagem Simples com Médias Locais Variáveis é um método interpolador geoestatístico que incorpora na estimativa, dados de uma variável secundária, neste caso a informação de cota do dossel. Os pontos de destaque da aplicação desta técnica na área de estudo são: o banco de dados primário, a composição da variável secundária, a equação de regressão da variável secundária em primária e as 'nuances' do resíduo de regressão destas informações.

O banco de dados primário utilizado é o mesmo utilizado para modelagem das superfícies por interpoladores convencionais determinísticos, adicionado da informação de dossel extraída do modelo de superfície deste, resultando em um *dataset* com 6.9 milhões linhas com quatro colunas: latitude, longitude, cota do terreno e cota de dossel.

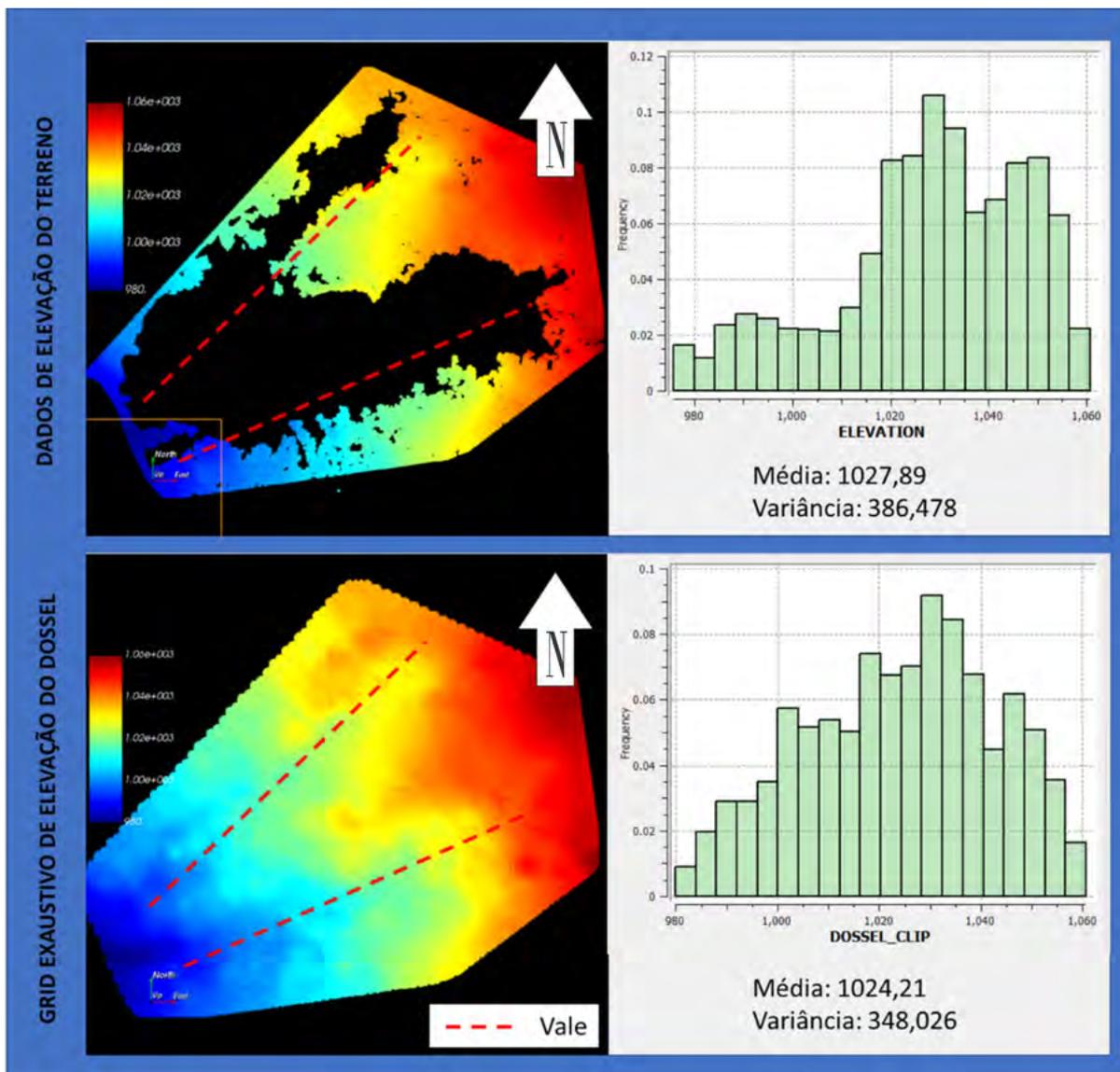
A Krigagem Simples com Médias Locais Variáveis ((GOOVAERTS, 1997)) exige que a informação da variável secundária esteja disponível em todos os lugares em que o dado primário será estimada, ou seja, a informação secundária deverá ser exaustiva. Desta forma, a informação secundária utilizada foi um grid de 0,5 por 0,5 m gerado por interpolação de 5540 dados extraídos da nuvem de pontos original coletando-se a cota máxima dentro de um grid de cinco por cinco metros.

Com os dados devidamente preparados, o modelo de superfície por SKLVM foi feito no SGEMS© (REMY; BOUCHER; WU, 2009), *software* de modelagem geoestatística aberto e gratuito. Deste modo, os primeiros passos foram a importação e análise exploratória dos dados importados.

A análise exploratória dos dados identificou médias e variâncias bastante aproxima-

das entre as elevações do terreno e do dossel conforme é possível observar na Figura 39. Outra observação importante é a presença de dois vales visíveis no *grid* de elevação do dossel (variável secundária) que não tem representatividade nos dados de elevação do terreno por ausência de informação levantada em campo.

Figura 39 – Dataset importado no SGEMS e suas respectivas distribuições estatísticas.



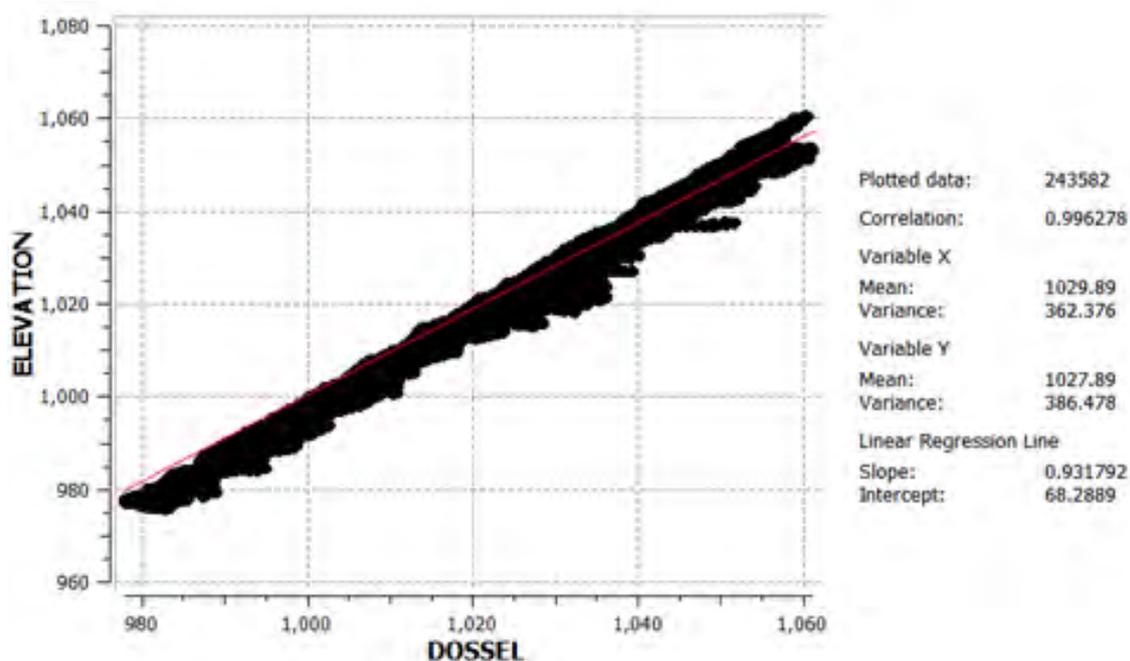
Fonte: Autora

Conhecendo os dados, a próxima etapa foi determinar a correlação entre as variáveis através da plotagem destas em um *scatter plot*. Seguindo a tendência esperada, a correlação entre as cotas de dossel e de terreno é de aproximadamente 99%, justificando o uso deste método para geração de modelos de superfície do terreno em áreas de mata densa com dados primários esparsos (Figura40). Com base na correlação entre as variáveis segue

abaixo a equação de regressão:

$$y = 0.9289 * x + 64.052 \quad (4.1)$$

Figura 40 – Gráfico de dispersão dos dados de elevação do dossel e do terreno.

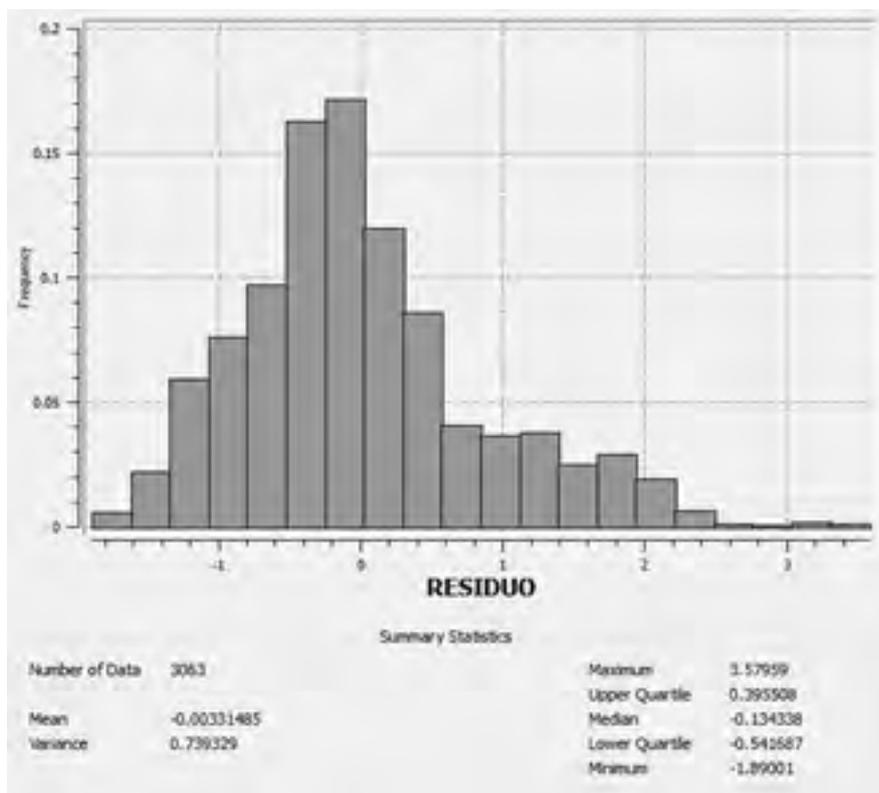


Fonte: Autora

Reconheceu-se que a equação de regressão apresenta viés que subestima os dados de cota do terreno, pois, esta correlação está baseada nos dados de borda de mata densa onde a vegetação possui menores cotas de dossel devido à maior exposição às intempéries nas extremidades e também a maior disponibilidade de água nos vales (DIAS, 2011)

Os dados de elevação do dossel foram regredidos para um valor médio da variável primária (elevação do terreno) no *grid* e no banco de dados primário pontual e tiveram seus resíduos calculados. A média dos resíduos no banco de dados primário foi de -0.003 metros com uma variância de 4,75 (Figura41).

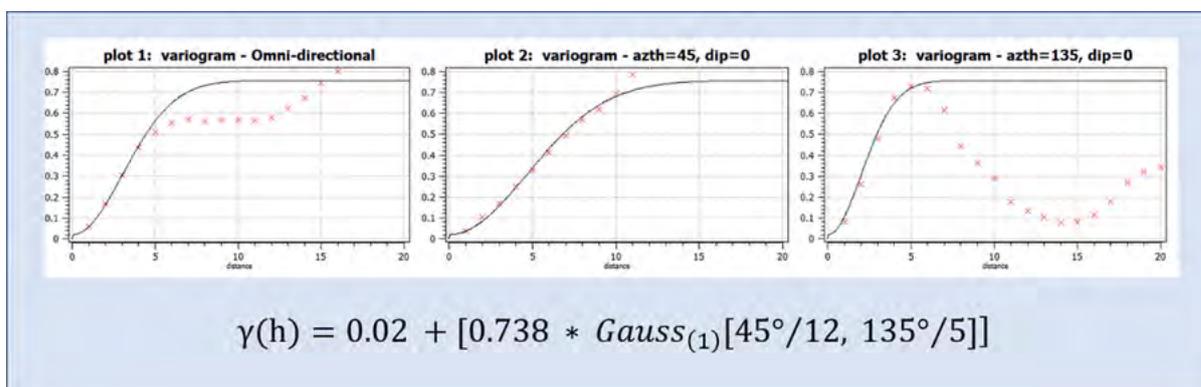
Figura 41 – Histograma e estatísticas dos resíduos de regressão.



Fonte: Autora

Determinado o resíduo para todos os pontos amostrados, estes foram variografados e apresentaram um range máximo de correlação aproximado de 12 metros na direção 45°. A Figura 42 representa os variogramas omnidirecional e de maior e menor alcance com sua expressão matemática representando o modelo ajustado.

Figura 42 – Variogramas dos resíduos de regressão.



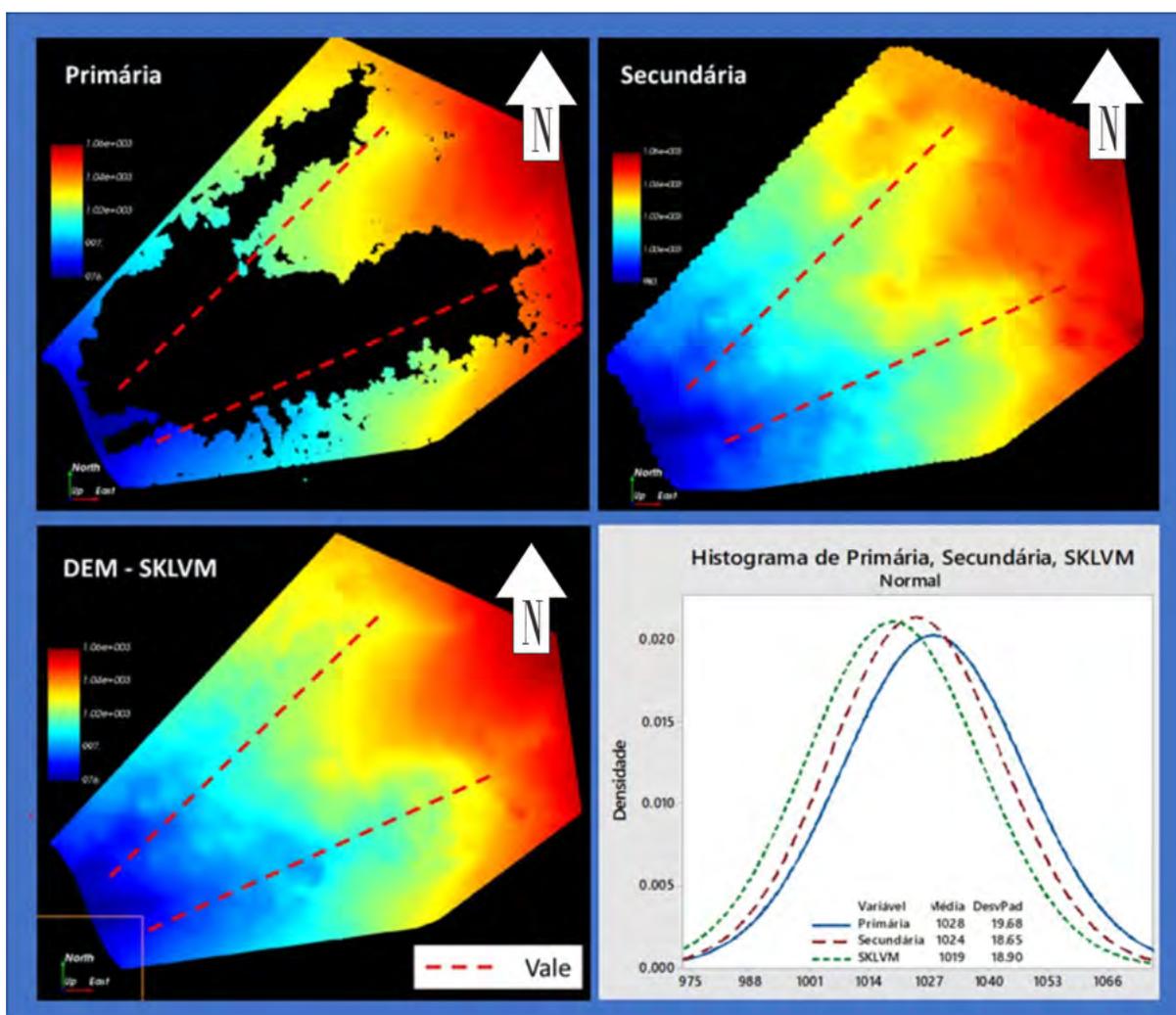
Fonte: Autora

Importante ressaltar o reconhecimento de dois domínios estacionários referentes às cotas de terreno e de dossel na área de estudo porém, neste trabalho adotou-se um modelo único de baixa continuidade.

Definido o modelo variográfico dos resíduos, a interpolação das informações por SKLVM pode ser realizada. Para tal, foi utilizado o algoritmo padrão do SGEMS© utilizando os valores das médias locais de cota de elevação do terreno obtidas por regressão das informações de elevação do dossel e dos resíduos estimados desta regressão.

Na Figura 43, é possível se observar que o modelo de superfície gerado por SKLVM acompanha a tendência do eixo dos dois vales topográficos presentes na área modelada (linhas pontilhadas em vermelho). Nesta mesma figura, o padrão da distribuição estatística dos dados e do modelo gerado por SKLVM evidencia que a média das elevações do modelo é inferior às médias dos dados primário e secundário demonstrando coerência com as expectativas por dois motivos: (a) a amostragem primária não está presente na área de vale onde as cotas de elevação são mais baixas e (b) a informação secundária representa as cotas de dossel (topo de topo de vegetação).

**Figura 43 – Representação gráfica das informações utilizadas para modelagem matemática da superfície do terreno (informação primária e secundária) e superfície modelada por SKLVM. Abaixo e à direita modelo das distribuições estatísticas dos dados e do modelo.**



Fonte: Autora

## 4.7 Análise comparativa das superfícies estimadas

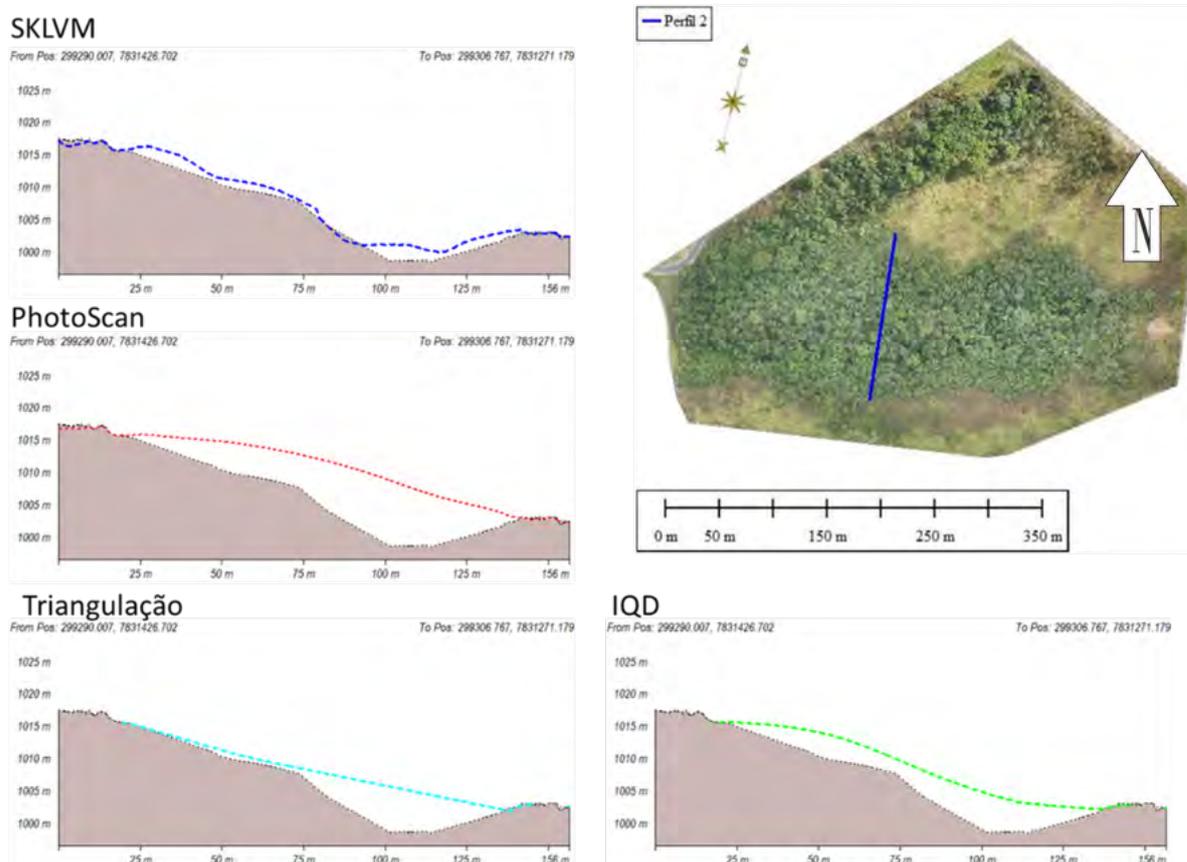
A fim de mensurar a precisão e acuracidade dos métodos interpoladores convencionais e proposto (SKLVM) em reproduzir a realidade de campo em situações de baixa densidade amostral ou até mesmo de áreas com ausência de dados de cota do terreno, neste estudo foram adotadas três abordagens para validação: análise visual, por indicadores e gráfica.

### 4.9.1 Análise Visual

A geometria das superfícies estimadas foi confrontada com a geometria da superfície de referência (item 4.7.1 – Modelo de Referência) por seções verticais escolhidas de forma aleatória na área de estudo (Figura 44 e 45).

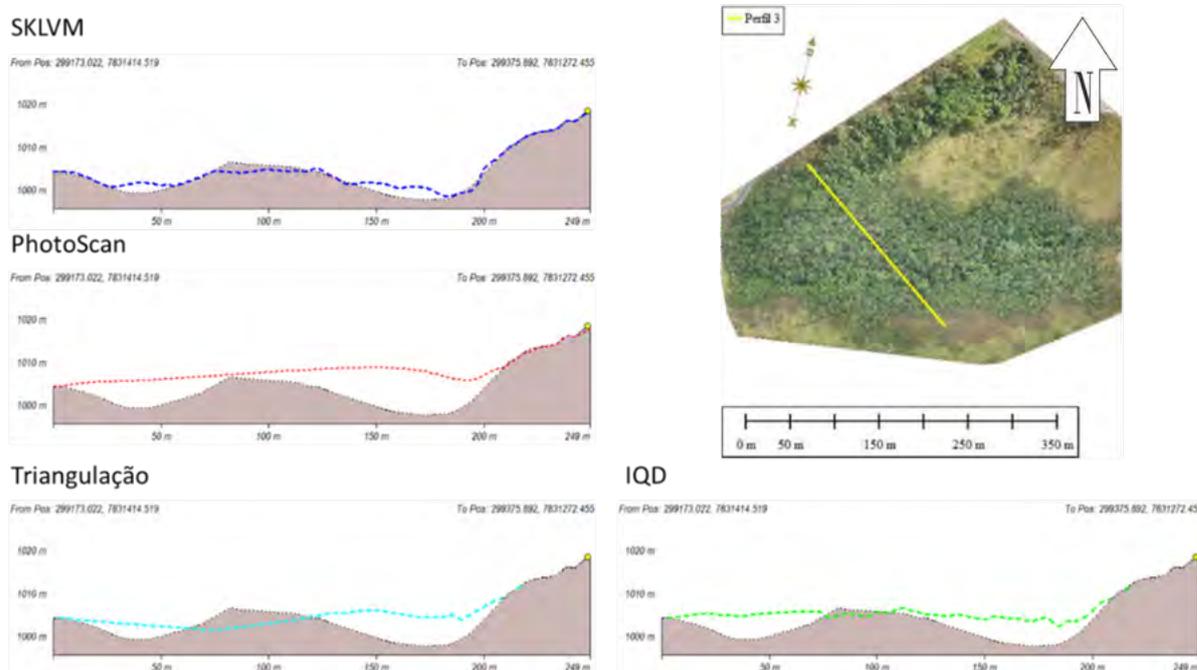
A análise visual das seções das superfícies estimadas demonstra que a superfície gerada por SKLVM, utilizando as cotas de dossel, tem maior aderência à superfície de referência principalmente em situações de ocorrência de vales ou cristas encobertas por vegetação densa. Os modelos interpolados por curvatura mínima e vizinho mais próximo foram os que apresentaram menor similaridade com a superfície *benchmark*.

**Figura 44 – Seção topográfica representando as superfícies que apresentaram maior aderência à superfície de referência – Perfil 2.**



Fonte: Autora

**Figura 45 – Seção topográfica representando as superfícies que apresentaram maior aderência à superfície de referência – Perfil 3.**



Fonte: Autora

#### 4.8 Indicadores do erro

Para comparação das diferenças entre as superfícies modeladas com os 162 pontos de referência foram utilizados dois indicadores conhecidos: Raiz do Erro Quadrático Médio (RMSE - *Root Mean Squared Error*) e correlação de Pearson, conforme a metodologia proposta em Hallak e Pereira Filho (2011).

A Raiz do Erro Médio Quadrático (RMSE) possui a vantagem de o valor do erro ser na mesma unidade da variável analisada, além de ser um dado de magnitude do erro, que fornece informações acerca da acurácia da estimativa. O RMSE é definido matematicamente por:

$$RMSE = \left[ \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (Z_s - Z_o)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \quad (4.2)$$

onde n é o número de amostras,  $Z_s$  é a cota estimada e  $Z_o$  é a cota amostrada.

O coeficiente de correlação de Pearson é uma medida da existência de correlação entre duas variáveis e qual a intensidade dessa. Calcula-se segundo a seguinte fórmula com as definições apresentadas anteriormente:

$$\rho = \frac{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (Z_s - \bar{Z}_s) (Z_o - \bar{Z}_o)}{\sigma_s \sigma_o} \quad (4.3)$$

A Tabela 5 apresenta o RMSE e coeficiente de correlação de Pearson estimados para cada superfície modelada com os diferentes interpoladores utilizados. Tanto o RMSE, quanto o coeficiente de correlação demonstram que a incorporação dos dados de elevação do dossel na estimativa das elevações do terreno em casos de impossibilidade de adensamento da malha amostral melhora significativamente a aderência dos resultados à realidade amostrada.

**Tabela 5 – Análise do erro e da correlação dos modelos vs pontos de controle.**

Método de interpolação	Análise Quantitativa do Erro	
	RMSE	Pearson
SKLVM	2.75	0.995
Triangulação	4.52	0.985
SK	4.76	0.986
IQD	5.04	0.984
Vizinho Mais próximo (NN)	6.70	0.967
PhotoScan	5.90	0.982
Curvatura Mínima	7.72	0.958

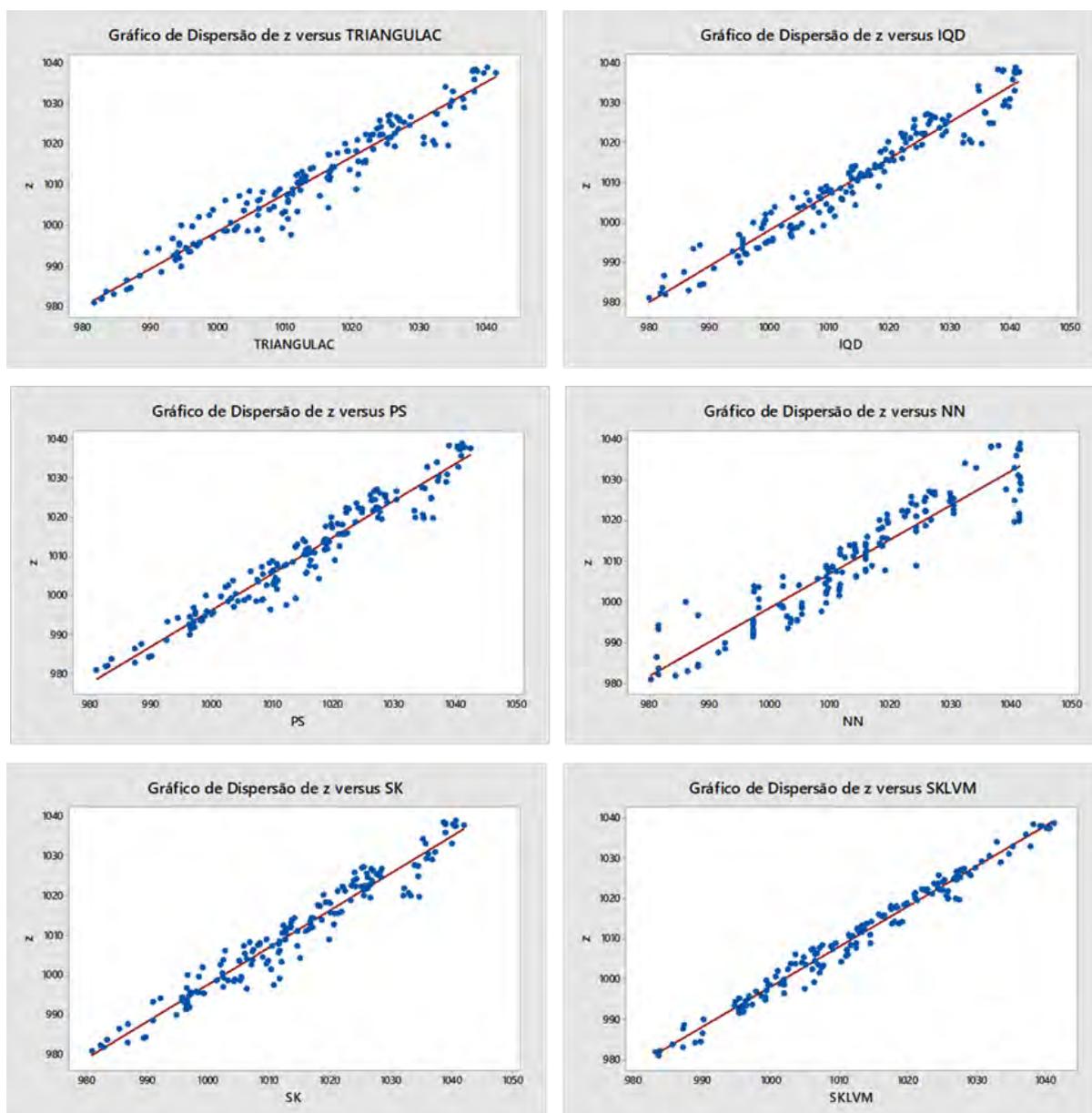
Fonte: Autora

#### 4.8.1 Análise gráfica

A análise gráfica da eficácia dos métodos interpoladores utilizou dois tipos de diagramas: *scatter plot* e *box-plot*.

No scatter plot (ou gráfico de dispersão), que é correlato ao indicador de correlação de Pearson, foram plotados os dados da estimativa (eixo “x”) e os dados amostrados (eixo “y”), para visualização da intensidade da relação entre os modelos estimados e os dados amostrais (Figura 46). A observação destes gráficos confirma a melhor qualidade da estimativa por SKLVM, onde a os dados estimados e amostrados apresentam a menor dispersão.

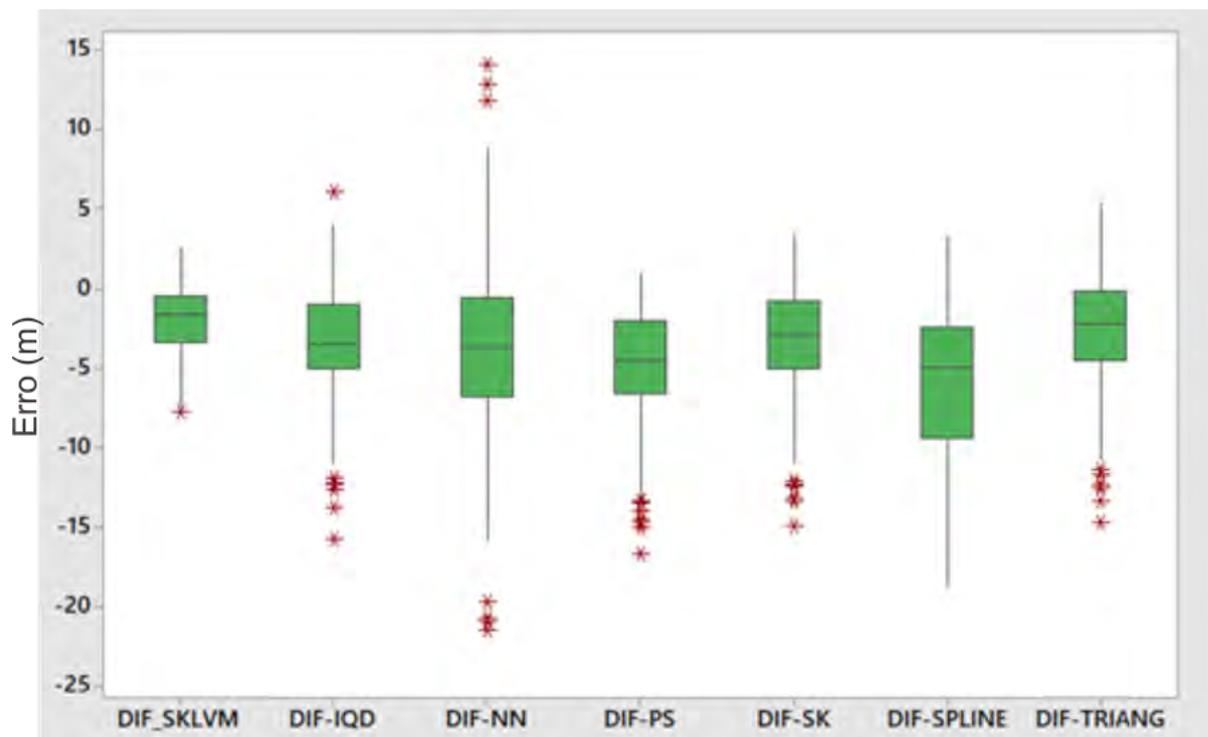
Figura 46 – emphScatter plot dos valores estimados vs os valores amostrados



Fonte: Autora

No *box-plot*, foram plotadas as diferenças entre os dados estimados e os dados amostrados (erro) com o objetivo de avaliar a distribuição dos erros de estimativa (Figura 47). Nota-se, que a diferença entre os dados estimados por SKLVM e os dados amostrados possuem menor amplitude com relação aos dados estimados por outros métodos.

Figura 47 – Box-plot das diferenças entre os dados estimados vs amostrados.



Fonte: Autora

Em suma, a visualização dos gráficos acima citados mostra que a estimativa da superfície do terreno por SKLVM tem maior a correlação com os dados de referência e que os valores extremos dos erros são os menores, o que ressalta maior fidedignidade dos resultados das estimativas deste interpolador.

## 5 CAPÍTULO VI – CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES

Neste capítulo, são apresentadas conclusões e considerações finais sobre o trabalho apresentado. E por fim, são feitas algumas recomendações para trabalhos futuros.

### 5.1 Conclusões

O uso de tecnologias para aquisição de dados de superfícies com o objetivo de gerar modelos digitais do terreno a cada dia avança mais. Entre elas podemos citar drones, scanners à laser e sensores orbitais. Este fato se deve aos baixos custos e agilidade no alcance de informações empregadas na indústria em geral.

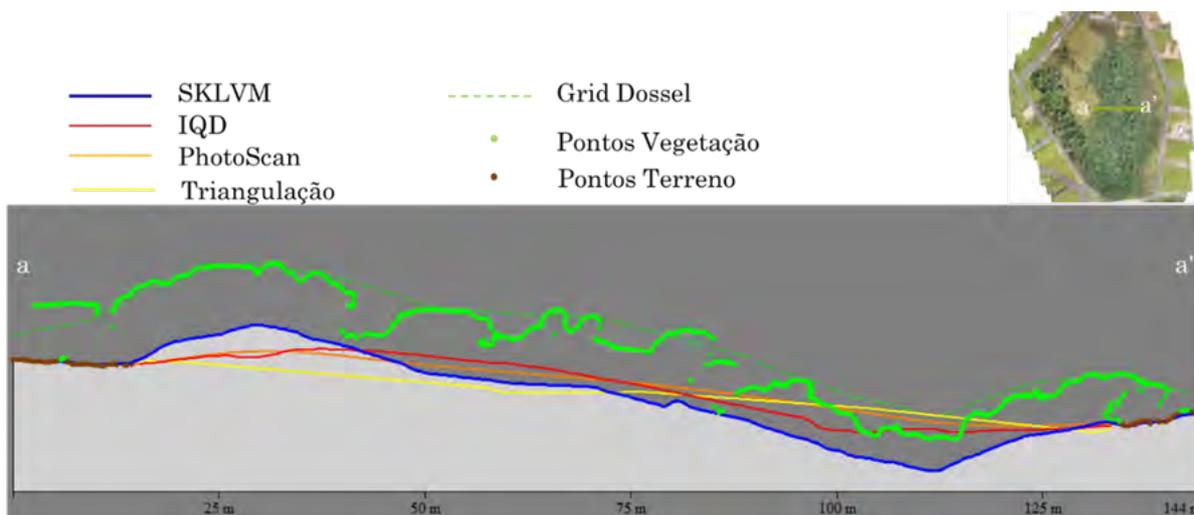
Ao mesmo tempo em que o avanço destas tecnologias imprime velocidade na aquisição dos dados gerando milhares ou até milhões de informações georreferenciadas, também existe a demanda pelo avanço de ferramentas e técnicas para o seu processamento, transformando-as em informação útil e de qualidade para seus devidos fins. Apesar de existirem várias ferramentas comerciais, um dos grandes problemas enfrentados por todas elas, é a interpolação de dados de superfície em regiões de vegetação densa onde a baixa quantidade de informações do terreno gera distorções nas superfícies geradas.

Isto posto, há necessidade de se avançar em técnicas de interpolação que possam ser utilizadas nestas regiões reduzindo os erros relativos à baixa densidade de pontos de terreno nestes casos. Assim, este estudo propôs uma metodologia de incorporação de dados de elevação da vegetação como variável secundária para estimar superfície de elevação de terreno.

Conforme descrito no Capítulo 4, a análise do Erro Quadrático Médio das superfícies estimadas em relação aos dados dos pontos de controle demonstrou que a incorporação das cotas de topo de vegetação (dossel) às estimativas por meio de SKLVM proporciona uma significativa redução deste indicador com relação aos métodos convencionais. O EQM obtido pela técnica proposta (SKLVM) foi de 2,75 metros enquanto o EQM referente ao método mais utilizado para esta finalidade (algoritmo *PhotoScan*) foi de 5,90 metros. Outro ponto a ser destacado é a redução da dispersão dos erros estimados da superfície interpolada por SKLVM em relação aos outros métodos comparados.

A validação visual realizada por seções verticais, demonstra que a superfície estimada com o método proposto apresenta comportamento mais aproximado da realidade esperada, principalmente, nas áreas de vales e cristas do terreno cobertos por vegetação densa.

Figura 48 – Exemplo de seção de validação visual.



Fonte: Autora

O objetivo deste estudo foi de investigar como Modelos Digitais de Elevação (MDE) podem ser gerados mais fidedignos à forma real do terreno em situações de recobrimento com vegetação densa, interpolando dados topográficos de solo e cotas de topo de copa de vegetação como variável secundária por Krigagem Simples com Médias Locais Variáveis (KSMLV). Com esta finalidade, a técnica proposta neste estudo, krigagem simples com médias locais variáveis utilizando a informação de topo de vegetação como variável secundária, demonstrou eficiência e robustez quando comparada à métodos interpoladores convencionalmente utilizados como triangulação, inverso do quadrado da distância entre outros.

## 5.2 Recomendações

Apesar do método proposto apresentar resultados satisfatórios na modelagem de superfície em áreas de vegetação densa, é recomendado que sejam feitos testes em outras áreas com tipos de vegetação e morfologia diferentes para avaliar a sua replicabilidade nas mais diversas situações bem como sejam testados outro algoritmos geoestatísticos e a incorporação de dados de SRTM (*Shuttle Radar Topography Mission*).

Para continuidade dos estudos, é recomendado implementar algoritmo computacional que permita a automação do processamento dos dados com o método proposto em software destinado à modelagem de superfície com nuvem de pontos, aumentando a agilidade e reduzindo processos manuais para obtenção dos resultados.

## Referências

- BANDARA, W. **Process Modeling Sucess Factors and Measures**. 2007. Tese (Doutorado) — Queensland University of Technology, Brisbane - Australia.
- BARBOSA, O. *et al.* **Geologia da Região do Triângulo Mineiro**. Rio de Janeiro, Brasil, 1970.
- BIFF, L. J. *et al.* Comparação de modelos digitais de elevação de SRTM e ASTER com modelo de elevação de grande escala do município de Lages – SC. In: REMOTO/INPE, S. S. B. de S. (Ed.). **XVI Simpósio Brasileiro de Sensoriamento Remoto**. Foz do Iguaçu, PR: [s.n.], 2013. p. 4647 – 4652. Disponível em: <http://marte2.sid.inpe.br/col/dpi.inpe.br/marte2/2013/05.29.00.46.33/doc/p1384.pdf>.
- BRUS, D. J. *et al.* The performance of spatial interpolation methods and choropleth maps to estimate properties at points: a soil survey case study. **Environmetrics**, v. 7, p. 1 – 17, 1996.
- BURROUGH, P. A. Principles of geographic information systems for land resources assessment. **Oxford University Press**, 1986.
- BURROUGH, P. A.; MCDONNELL, R. A. **Principle of Geographic Information Systems**. 2. ed. [S.l.]: Oxford University Press, 1998. v. 1. 356 p. ISBN 9780198233657.
- CÂMARA, G. *et al.* **Introdução à Ciência da Geoinformação**. São José dos Campos: INPE, 2001.
- CORDINI, J. **O terreno e sua representação**. 2004. Disponível em: [www.topografia.ufsc.br/Terreno%20Representacao.doc](http://www.topografia.ufsc.br/Terreno%20Representacao.doc). Acesso em: 27/02/2020.
- DIAS, M. A. **INFLUÊNCIA DA TOPOGRAFIA NA DINÂMICA DE BORDAS FLORESTA-GRAMÍNEA EM UM RELEVO MONTANHOSO – MACIÇO DA TIJUCA, RJ**. 2011. 134 p. Dissertação (PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM GEOGRAFIA) — UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO.
- EL-SHEIMY, N.; VALEO, C.; HABIB, A. **Digital terrain modeling - acquisition, manipulation, and applications**. [S.l.]: Artech House, 2005. 257 p. ISBN 978-1-58053-921-0.
- GOOVAERTS, P. **Geostatistics for Natural Resources Evaluation**. Nova Iorque: Oxford University Press, 1997. 477 p.
- GOOVAERTS, P. Using elevation to aid the geostatistical mapping of rainfall erosivity. **CATENA**, v. 34, p. 227 – 242, 01 2003. Disponível em: 10.1016/S0341-8162(98)00116-7.
- ISAAKS, E. H.; SRIVASTAVA, R. M. **An introduction to applied geostatistics**. New York: Oxford Univ., 1989.
- JOURNEL, A. G.; ROSSI, M. E. When do we need a trend model in kriging? **Mathematical Geology**, Standford, California, p. 715 – 739, 1989.

- LANDAU, E. C.; GUIMARÃES, D. P.; REIS, R. J. dos. **Mapeamento das áreas irrigadas por pivôs centrais no Estado de Goiás e no Distrito Federal-Brasil**: Boletim de Pesquisa e Desenvolvimento. EMBRAPA, 2013. Disponível em: <https://ainfo.cnptia.embrapa.br/digital/bitstream/item/94389/1/bol-77.pdf>. Acesso em: 03/03/2020.
- LI, J.; HEAP, A. D. **Spatial predictive modelling of marine environmental variables for Marine Resources Advice and Information, Darwin and Bynoe Harbor projects and NESP project**. [S.l.]: Geoscience Australia, 2008. 137 p.
- LI, Z.; ZHU, Q.; GOLD, C. **Digital terrain modeling**: principles and methodology. New York: CRC Press, 2005. 323 p. ISBN 0-415-32462-9. Disponível em: <http://lib.ugent.be/catalog/rug01:001189824>.
- MANCINI, F. *et al.* Using Unmanned Aerial Vehicles (UAV) for High-Resolution Reconstruction of Topography: The Structure from Motion Approach on Coastal Environments. **Remote sensing**, v. 5, n. 12, p. 6880 – 6898, 2013.
- MARECHAL, A. **Cokrigage et régression en corrélation intrinsèque**. Paris, 1970.
- MATHERON, G. Principles of geostatistics. **Economic Geology**, v. 58, n. 8, p. 246 – 266, December 1963. Disponível em: <https://doi.org/10.2113/gsecongeo.58.8.1246>.
- MEDEIROS, F. A. **Desenvolvimento de um Veículo Aéreo Não-Tripulado Para Aplicação em Agricultura de Precisão**. 2007. 122 p. Dissertação (Programa de Pós\_Graduação em Engenharia Agrícola) — Universidade Federal de Santa Maria.
- MEYER, D. *et al.* Summary of the validation of the second version of the ASTER GDEM. **Conference: ISPRS - International Archives of the Photogrammetry, Remote Sensing and Spatial Information Sciences**, XXXIX-B4, p. 291 – 293, July 2012.
- MITAS, L.; MITASOVA, H. Spatial interpolation. In: LONGLEY, P. A. (Ed.). **Geographical information systems**: principles, techniques, management and applications. [S.l.]: Wiley, 1999. cap. 34, p. 481 – 492.
- NAMIKAWA, L. M. *et al.* **Modelagem Numérica de Terreno e Aplicações**. São José dos Campos, SP, Brasil: INPE, 2003. 158 p.
- NOGUEIRA, J. B. **Controle de qualidade de produtos cartográficos**: uma proposta metodológica. 2003. 131 p. Dissertação (Ciências Cartográficas - FCT) — Universidade Estadual Paulista. Disponível em: <http://hdl.handle.net/11449/88556>. Acesso em: 15/12/2019.
- OLIVEIRA, L. J. de. **Avaliação do uso da perfilagem geofísica para obtenção de informações secundárias e sua utilização em co-estimativas de parâmetros geológico-mineiros**. 2005. 118 p. Dissertação (Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Minas, Metalúrgica e de Materiais-PPGEM) — Universidade Federal do Rio Grande do Sul.
- PERONI, R. L. **Aplicações de mapeamento e modelagem de terreno com uso de VANTS**. Florianópolis: Laboratório de Fotogrametria e Sensoriamento Remoto - Universidade Federal de Santa Catarina, 2017.

- REMY, N.; BOUCHER, A.; WU, J. **Applied geostatistics with SGeMS: a user's guide**. Cambridge: Cambridge University Press, 2009. 288 p.
- RODRIGUES, R. R. **A vegetação de Piracicaba e municípios do entorno**. Piracicaba-SP, 1999.
- SZELISKI, R. **Computer Vision: Algorithms and Applications**. 2<sup>a</sup>. ed. [S.l.]: Springer, 2010.
- TOMMASELLI, A. M. G. Fotogrametria Básica. In: TOMMASELLI, A. M. G. (Ed.). **Fotogrametria Básica**. [S.l.: s.n.], 2009. v. 1, cap. 1, p. 1 – 2. Disponível em: <[http://www.faed.udesc.br/arquivos/id\\_submenu/891/introducao\\_a\\_fotogrametria.pdf](http://www.faed.udesc.br/arquivos/id_submenu/891/introducao_a_fotogrametria.pdf)>. Acesso em: 27/02/2020.
- VALE, V. S. *et al.* Composição florística e estrutura do componente arbóreo em um remanescente primário de floresta estacional semidecidual em Araguari, Minas Gerais, Brasil. **Hoehnea**, scielo, v. 36, p. 417 – 429, 09 2009. ISSN 2236-8906. Disponível em: <http://www.scielo.br/scieloOrg/php/articleXML.php?lang=en&pid=S2236-89062009000300003>.
- VALERIANO, C. de M. *et al.* **Evolução tectônica da extremidade meridional da faixa Brasília, região da Represa de Furnas, sudoeste de Minas Gerais**. 1993. Tese (Doutorado) — Universidade de São Paulo. Disponível em: <http://www.teses.usp.br/teses/disponiveis/44/44134/tde-23062015-140732/>.