## UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL INSTITUTO DE INFORMÁTICA PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM COMPUTAÇÃO

#### TATIANA COSTA MEISTER

## Um algoritmo heurístico aplicado ao problema de escalonamento de médicos do Hospital de Clínicas de Porto Alegre

Dissertação apresentada como requisito parcial para a obtenção do grau de Mestre em Ciência da Computação

Orientadora: Prof. Dra. Luciana Buriol

## CIP — CATALOGAÇÃO NA PUBLICAÇÃO

Meister, Tatiana Costa

Um algoritmo heurístico aplicado ao problema de escalonamento de médicos do Hospital de Clínicas de Porto Alegre / Tatiana Costa Meister. – Porto Alegre: PPGC da UFRGS, 2020.

59 f.: il.

Dissertação (mestrado) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Programa de Pós-Graduação em Computação, Porto Alegre, BR–RS, 2020. Orientadora: Luciana Buriol.

1. Problema de Escalonamento de Médicos. 2. Heurísticas. 3. Variable Neighbourhood Search. 4. Branch & Bound. I. Buriol, Luciana. II. Título.

### UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL

Reitor: Prof. Rui Vicente Oppermann Vice-Reitora: Prof<sup>a</sup>. Jane Fraga Tutikian

Pró-Reitor de Pós-Graduação: Prof. Celso Giannetti Loureiro Chaves Diretora do Instituto de Informática: Prof<sup>a</sup>. Carla Maria Dal Sasso Freitas

Coordenador do PPGC: Profa Luciana Salete Buriol

Bibliotecária-chefe do Instituto de Informática: Beatriz Regina Bastos Haro

#### **RESUMO**

O escalonamento de médicos consiste em definir em quais áreas e turnos do dia cada médico irá atuar para suprir as demandas de um hospital. Essa atividade geralmente é realizada mensalmente e deve obedecer dados contratuais, leis trabalhistas e demandas por serviços de saúde da comunidade. A escolha da escala impacta nas despesas do hospital e na relevância dada às preferências pessoais de cada médico.

Devido à grande quantidade de escalas que podem ser combinadas entre os médicos, definir uma solução adequada demanda tempo e experiência do responsável por essa atividade. Entretanto, o tempo disponível é limitado e executar essa tarefa manualmente tende a acarretar em uma avaliação incompleta das soluções, assim como prover resultados de baixa qualidade. A principal vantagem na aplicação de algoritmos neste tipo de problema é tornar o processo mais ágil, fornecendo soluções de menor custo devido ao melhor aproveitamento do tempo útil na exploração de soluções.

Este trabalho propõe uma heurística *Variable Neighborhood Search* (VNS) para solucionar o problema de escalonamento de médicos aplicado ao Hospital de Clínicas de Porto Alegre (HCPA). O algoritmo proposto é comparado com uma formulação exata resolvida por um solver gratuito, o qual o hospital teria a disponibilidade de uso. A comparação é conduzida em três grupos de instâncias, geradas com base nos dados fornecidos pelo HCPA e classificadas por demanda e disponibilidade dos médicos.

**Palavras-chave:** Problema de Escalonamento de Médicos. Heurísticas. Variable Neighbourhood Search. Branch & Bound.

# A heuristic algorithm applied to the physician rostering problem at *Hospital de Clínicas de Porto Alegre*

#### **ABSTRACT**

The physician rostering problem consists of defining which areas and shifts of the day each physician will be assigned to meet the demands of a hospital. This activity is usually done monthly and must comply with contractual data, labor laws and demands for community health services. The choice of an assignment impacts hospital expenses and the relevance given to the personal preferences of each physician.

Due to the large number of assignments that can be combined among physicians, defining an appropriate solution takes time and experience from the responsible for this activity. However, the time available is limited and performing this task manually tends to result in an incomplete evaluation of the solutions, as well as providing low-quality results. The main advantage of applying algorithms in this type of problem is to make the process more agile, providing solutions with lower cost due to the better uso of the time spent exploring solutions.

This paper presents a heuristic of Variable Neighborhood Search (VNS) to solve a variant of the physician rostering problem applied to *Hospital de Clínicas de Porto Alegre* (HCPA). The proposed algorithm is compared with an exact formulation solved by a free solver, which the hospital would have the availability to use. The comparison is conducted in three types of instances, generated based on data provided by HCPA and classified by demand and availability of physicians.

**Keywords:** Physician Rostering Problem, Heuristics, Variable Neighbourhood Search, Branch & Bound.

## LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

HCPA Hospital de Clínicas de Porto Alegre

B&B<sub>T</sub> Branch & Bound Truncado

 $\mathsf{B} \& \mathsf{B}_T^{CO}$ Branch & Bound Truncado Com Mecanismos de Ordenação

 $B\&B_T^{SO}$  Branch & Bound Truncado Sem Mecanismos de Ordenação

FM Fase de Melhoramento da Solução Inicial

VNS Variable Neighborhood Search

CBC Solver COIN Branch and Cut

## LISTA DE FIGURAS

| Figura 3.1 Exemplo de uma instância e um escalonamento factível para o problema |   |
|---|---|
| de escalonamento de médicos com uma janela de 2 dias                            | ) |
| Figura 4.1 Fluxo de execução do algoritmo proposto                              | 7 |
| Figura 4.2 Exemplo de uma árvore de soluções do $B\&B_T$ 30                     | ) |
| Figura 4.3 Exemplo da ordenação das alocações de cada médico em um dia do mês32 | 2 |
| Figura 4.4 Exemplo de uma modificação válida na solução corrente do VNS pelo    |   |
| tipo de vizinhança CHANGE para um escalonamento de 3 dias                       | 7 |
| Figura 4.5 Exemplo de uma modificação inválida na solução corrente do VNS pelo  |   |
| tipo de vizinhança <i>CHANGE</i> para um escalonamento de 3 dias37              | 7 |
| Figura 4.6 Exemplo de uma modificação na solução corrente do VNS pelo tipo de   |   |
| vizinhança SWAP para um escalonamento de 3 dias38                               | 3 |
| Figura 4.7 Exemplo de uma modificação inválida na solução corrente do VNS pelo  |   |
| tipo de vizinhança SWAP para um escalonamento de 3 dias38                       | 3 |
| Figura 4.8 Exemplo de uma modificação na solução corrente do VNS pelo tipo de   |   |
| vizinhança 3-CHAIN para um escalonamento de 3 dias39                            | ) |
| Figura 4.9 Exemplo de uma modificação inválida na solução corrente do VNS pelo  |   |
| tipo de vizinhança 3-CHAIN para um escalonamento de 3 dias                      | ) |
| Figura 5.1 Exemplo de uma instância no formato de entrada gerado44              | 1 |
| Figura 6.1 Comparação entre a média do GAP por grupo de instâncias resolvidas   |   |
| pelo B&B $_T$ sem ordem e pelo B&B $_T$ com ordem                               | ) |
| Figura 6.2 Comparação entre a média do GAP por grupo de instâncias resolvidas   |   |
| pelo B&B $_T$ com ordem e pela Fase de Melhoramento50                           | ) |
| Figura 6.3 Comparação entre a média do GAP por grupo de instâncias resolvidas   |   |
| pela Fase de Melhoramento com e sem os mecanismos de ordenação no $B\&B_T50$    | ) |
| Figura 6.4 Comparação entre a média do GAP por grupo de instâncias resolvidas   |   |
| pelo CBC e VNS53  | 3 |
| Figura 6.5 Comparação entre a média do GAP por grupo de instâncias resolvidas   |   |
| pelo CPLEX e VNS55  | 5 |

## LISTA DE TABELAS

| Tabela 3.1                              | Comparação das restrições aplicadas entre as diferentes versões do pro-   |    |
|---|---|----|
| blema                                   | do HCPA e o trabalho atual  | 18 |
| Tabela 3.2                              | Índices dos dados de entrada utilizados pela formulação matemática  | 22 |
| Tabela 3.3                              | Variáveis de decisão utilizadas na formulação matemática  | 23 |
| Tabela 3.4                              | Variáveis auxiliares utilizadas na formulação matemática  | 23 |
| Tabela 5.1                              | Parâmetros do gerador para as instâncias utilizadas nos experimentos  | 45 |
| Tabela 5.2                              | Instâncias geradas para os experimentos   | 45 |
| Tabela 6.1                              | Tempo limite de execução do VNS e do CBC em segundos  | 46 |
|   | Resultados da solução inicial do $B\&B_T$ com uso dos mecanismos de ação $(B\&B_t^{SO})$ e sem uso de tais mecanismos $(B\&B_t^{CO})$ | 48 |
| Tabela 6.3                              | Resultados da solução inicial do $B\&B_t^{CO}$ e após fase de melhoramento  |    |
| (FM).                                   | ······································  | 51 |
| Tabela 6.4                              | Resultados da solução inicial após fase de melhoramento (FM) com  |    |
| $\mathbf{B} \mathbf{\&} \mathbf{B}_t^S$ | $^{O}$ e com B&B $_{t}^{CO}$ )  | 52 |
|   | Resultados CBC e VNS  | 54 |
| Tabela 6.6                              | Resultados CPLEX e VNS  | 56 |

# **SUMÁRIO**

| 1 INTRODUÇÃO  | 9  |
|---|----|
| 2 REVISÃO DA LITERATURA   | 10 |
| 3 PROBLEMA DE ESCALONAMENTO DE MÉDICOS                              | 14 |
| 3.1 Informações de uma Instância do Problema                        | 14 |
| 3.2 Restrições de Factibilidade                                     |    |
| 3.3 Restrições de Qualidade   | 16 |
| 3.4 Comparação entre Versões do Problema do HCPA                    | 18 |
| 3.5 Exemplo de um Escalonamento                                     |    |
| 3.6 Formulação Matemática   | 21 |
| 4 HEURÍSTICA VNS PROPOSTA   | 27 |
| 4.1 Implementação e Estrutura de Dados                              | 27 |
| 4.2 Construção da Solução inicial                                   |    |
| 4.2.1 Branch & Bound Truncado                                       |    |
| 4.2.1.1 Ordem de Processamento dos Médicos                          | 31 |
| 4.2.1.2 Ordem de Processamento das Alocações de um Médico em um Dia | 31 |
| 4.2.1.3 Exemplo do Processo de Ordenação das Alocações              | 31 |
| 4.2.2 Fase de Melhoramento  |    |
| 4.3 Heurística VNS  |    |
| 4.3.1 Algoritmo VNS proposto  | 35 |
| 4.3.2 Tipos de Vizinhança   |    |
| 4.3.2.1 Vizinhança CHANGE   | 37 |
| 4.3.2.2 Vizinhança SWAP   |    |
| 4.3.2.3 Vizinhança 3-CHAIN  | 39 |
| 4.3.3 Conclusões sobre o Algoritmo Proposto                         | 40 |
| 5 GERADOR DE INSTÂNCIAS   | 41 |
| 5.1 Parâmetros de Entrada   |    |
| 5.1.1 Limite Superior de Médicos Demandado por Dia/Turno/Área       | 42 |
| 5.2 Formato do Arquivo de Entrada                                   |    |
| 5.3 Instâncias Utilizadas nos Experimentos                          |    |
| 6 EXPERIMENTOS COMPUTACIONAIS                                       |    |
| 6.1 Ambiente de Execução e Configurações                            |    |
| 6.2 Análise sobre a Construção da Solução Inicial                   |    |
| 6.2.1 Qualidade do B&B Truncado x Mecanismos de Ordenação           |    |
| 6.2.2 Qualidade do B&B Truncado x Fase de Melhoramento              |    |
| 6.2.3 Conclusões sobre a Construção da Solução Inicial              |    |
| 6.3 Análise sobre VNS e CBC   |    |
| 6.4 Análise sobre VNS e CPLEX                                       |    |
| 7 CONCLUSÕES  |    |
| DEFEDÊNCIAS   | 59 |

## 1 INTRODUÇÃO

O escalonamento de tarefas consiste em definir em quais áreas e horários cada profissional irá trabalhar ao longo de um período. O uso de algoritmos no escalonamento de médicos tem ganhado atenção nos últimos anos, devido ao aumento na demanda por saúde (RAIS; VIANA, 2011). O escalonamento de médicos é similar ao de enfermeiras, diferenciando-se pela maior importância dada aos acordos individuais (BRUNNER; BARD; KOLISCH, 2009).

Definir uma escala, na maioria dos hospitais, ainda é uma atividade manual executada por um médico com maior experiência. O processo manual onera o profissional em uma atividade não diretamente relacionada a sua especialidade (BRUNNER; EDENHARTER, 2011), assim como resulta em soluções de baixa qualidade, dado o grande volume de combinações possíveis a serem analisadas.

O problema gera um número exponencial de soluções que se diferenciam por fatores de qualidade determinados por cada hospital. Por exemplo, um hospital que busca reduzir os gastos irá preferir soluções com o menor número de horas alocadas. Outra instituição pode buscar garantir as preferências individuais dos médicos. Habitualmente o problema de escalonamento é uma combinação de diversos objetivos, tanto voltados ao hospital quanto aos próprios médicos.

O uso de ferramentas automatizadas para gerar o escalonamento torna o processo menos oneroso e fornece soluções de melhor qualidade. O presente trabalho tem como objetivo comparar o uso de uma heurística e de um método exato sobre diferentes grupos de instâncias geradas com base nas características do Hospital de Clínicas de Porto Alegre (HCPA). Este trabalho foi publicado em (MEISTER; WICKERT; BURIOL, 2020), no qual foi considerado um conjunto reduzido de instâncias.

O restante do trabalho está organizado da seguinte forma. A Seção 2 apresenta a revisão da literatura sobre o problema e sobre o VNS. A Seção 3 define o problema de escalonamento de médicos, apresentando as restrições consideradas, as diferenças com relação às versões anteriores e a formulação matemática. A Seção 4 apresenta a heurística VNS proposta para resolver o problema do HCPA, incluindo a etapa de construção da solução inicial e os tipos de vizinhança utilizados. A Seção 5 detalha as características das instâncias utilizadas nos testes, assim como informações da implementação do gerador de instâncias. A Seção 6 apresenta os experimentos realizados entre o VNS proposto e o método exato. Finalmente, a Seção 7 traz as conclusões do estudo deste trabalho.

## 2 REVISÃO DA LITERATURA

Neste capítulo será abordada a literatura existente sobre o problema de escalonamento de médicos e sobre a origem e características da heurística *Variable Neighborhood Search*. Serão apresentadas as diferentes características consideradas no escalonamento de médicos em tais trabalhos e quais métodos foram utilizados para solucionar o problema.

No trabalho de (ERHARD et al., 2018) foi fornecedida uma revisão de 60 publicações sobre o escalonamento de médicos. Foram analisadas as características que são comuns na literatura, assim como realizada uma análise sobre o aumento na pesquisa sobre o problema de médicos ao longo das décadas. De acordo com os autores, o aumento do interesse nesse tópico é devido à importância na eficiência do escalonamento de funcionários para a redução de custos dos hospitais. Essa melhor eficiência se deve ao fato do escalonamento automatizado explorar melhor o espaço de busca, sem ser necessário reduzir a qualidade dos serviços prestados. Os autores dividiram a literatura em três categorias:

- 1. Problemas de Força de Trabalho: os quais buscam uma quantidade de funcionários ideal conforme futuras demandas e estratégias de priorização de cada serviço;
- 2. Problemas de Escalonamento: os quais têm por objetivo identificar o escalonamento de melhor qualidade em uma janela de tempo pré-definida;
- 3. Problemas de Reescalonamento: os quais tratam de eventos adversos que impactam num escalonamento completo. Estes problemas tratam de alterações em alocações pontuais para que não ocorra a ruptura dos serviços.

No trabalho de (GENDREAU et al., 2006) foi apresentado um problema de escalonamentos de médicos baseado nas restrições de cinco diferentes hospitais de Montreal, no Canadá. Para solucioná-lo, os autores aplicaram uma busca tabu e uma programação inteira. Os autores ainda propuseram quatro classificações de uso para as restrições do problema, conforme análise conduzida nos diferentes hospitais. Sendo estas:

- 1. Restrições de oferta e demanda: que avaliam os requisitos do hospital em cada área;
- 2. Restrições de carga horária: que avaliam a quantidade de horas trabalhadas por cada profissional de acordo com seu contrato de trabalho;
- 3. Restrições de justiça: que buscam balancear as alocações menos desejáveis entre todos os médicos, de modo que não fiquem acumuladas em apenas alguns profissi-

onais;

4. Restrições de ergonomia: que buscam aumentar a qualidade do trabalho dos funcionários, reduzindo alocações que são prejudiciais.

Embora cada hospital avaliado na literatura possua características diversas entre si, o objetivo da maioria das restrições se encaixa em alguma das classificações propostas por (GENDREAU et al., 2006). Isso permite uma melhor comparação entre a função objetivo dentre os diversos problemas da literatura.

No estudo conduzido por (GUNAWAN; LAU, 2013) foi implementada uma formulação MIP com execução via solver CPLEX, considerando o caso do hospital do governo de Singapura. O principal foco dos autores se concentrou na retenção dos profissionais através de uma abordagem onde é dada maior importância na qualidade de trabalho para os médicos. São propostos três modelos matemáticos que se complementam. O primeiro modelo busca minimizar o número de tarefas que ainda não atingiram o mínimo de médicos necessários. O segundo modelo busca minimizar a diferença entre o escalonamento do primeiro modelo e o escalonamento ideal de cada médico baseado em suas preferências e carga horária. Já o terceiro modelo busca balancear a carga de trabalho dos médicos. Para as instâncias menores, o modelo matemático executado via CPLEX soluciona otimamente o problema, porém o mesmo não foi reproduzível para as instâncias maiores. A fim de solucionar as instâncias com maior quantidade de médicos dentro do tempo limite estipulado, os autores implementaram uma heurística de busca local com uso de vizinhanças.

No trabalhado de (BRUNI; DETTI, 2014) foi apresentada uma formulação MIP com execução via o solver CPLEX, considerando o problema aplicado ao Centro de Hematologia do hospital da Universidade de Roma, na Itália. Os resultados foram comparados com o escalonamento manual feito pelos responsáveis por essa atividade no hospital. Os autores ainda utilizaram parametrizações que permitem ao usuário definir quais restrições deverão ser aplicadas, assim como o impacto dessas no custo final da solução. No presente trabalho foi utilizado o mesmo conceito de pesos para cada restrição, permitindo classificá-las de forma ordenada. Maiores detalhes do uso de pesos é discutido na Seção 3.3.

Os autores em (SCHOENFELDER; PFEFFERLEN, 2018) apresentaram a aplicação de uma formulação inteira com execução via CPLEX. O problema considerava uma janela de um mês e características do departamento de anestesiologia de um hospital de Berlim, na Alemanha. O escalonamento no hospital era realizado manualmente pelo membro com maior experiência da equipe médica. O modelo matemático proposto pelo autores passou a ser utilizado pelo hospital junto de ferramentas que auxiliaram em modificações pontuais na solução no dia-a-dia. A qualidade da solução foi focada na redução de horas extras, na alocação dos médicos conforme suas preferências e critérios de justiça.

Em (MANSINI; ZANOTTI, 2019), o principal foco foi a otimização do uso dos recursos humanos, uma vez que o aumento na demanda de serviços de saúde não é proporcional ao aumento na quantidade de médicos. Os autores utilizaram características da área cirúrgica do hospital de "Spedali Civili di Brescia", do norte da Itália. As instâncias utilizadas foram inspiradas no referido hospital e consideraram uma janela de 15 dias para o escalonamento. Foram propostas duas formulações matemáticas que, posteriormente, foram utilizadas na fase de reconstrução da heurística "Adaptative Large Neighborhood Search" (ALNS). Os resultados da heurística ALNS foram comparados com um modelo solucionado através do solver exato Gurobi, os quais apresentaram melhor qualidade no ALNS proposto pelos autores.

O trabalho de (ADAMS; O'SULLIVAN; WALKER, 2019) focou na redução da fragmentação do tratamento dos pacientes, ou seja, buscou evitar que mais de um médico faça o acompanhamento do mesmo paciente durante sua permanência no hospital. Os autores se inspiraram em um caso real do hospital de Auckland, da Nova Zelândia e propuseram um modelo matemático. Este é um dos poucos trabalhados em que o foco está no atendimento dos pacientes.

O problema do Hospital de Clínicas de Porto Alegre (HCPA) já foi estudado anteriormente em (WICKERT et al., 2020), no qual são propostos dois modelos de restrições: um básico e um estendido. Os autores propuseram uma formulação inteira (MIP) resolvida através do CPLEX e de um algoritmo de *Fix and Optimize* (F&O). O algortimo MIP resolveu de forma ótima instâncias de menor tamanho em poucos segundos, enquanto para instâncias maiores a meta-heurística gerou melhores resultados.

O trabalho de (SANCHOTENE; BURIOL, 2018) considera características semelhantes às do modelo básico de restrições do problema tratado em (WICKERT et al., 2020). Para essa variante, é disponibilizada uma heurística de *Late Acceptance Hill Climbing* (LAHC) cujos resultados foram similares aos do F&O, com uma pequena melhora de qualidade para instâncias de maior quantidade de médicos.

Todas as diferenças entre as variantes do problema do HCPA conduzidas nos trabalhos anteriores e no presente trabalho serão detalhadas na Seção 3.4.

O problema de escalonamento de médicos considerado neste trabalhado tem por

objetivo identificar o escalonamento de melhor qualidade dentro de um limite de tempo para o problema aplicado ao HCPA. Não é previsto o cenário de reescalonamento ou identificação de um número ótimo de médicos a serem utilizados, que correspondem às categorias 1 e 3 propostas por (ERHARD et al., 2018).

No presente trabalho foi implementada uma heurística *Variable Neighborhood Search* (VNS) cujos resultados foram comparados com a resolução via um método exato. A análise dos resultados foi conduzida para diferentes tipos de instâncias, classificadas por demanda e disponibilidade de médicos, geradas através da implementação de um gerador de instâncias baseado nas características do HCPA.

O algoritmo de *Variable Neighborhood Search* (VNS) foi inicialmente proposto em (MLADENOVIĆ; HANSEN, 1997) e (HANSEN; MLADENOVIĆ, 1997) e consiste de uma busca local descendente com uso de vizinhanças. O principal foco das vizinhanças é observar características do problema no qual é aplicado para direcionar as alterações para os pontos com maior penalização. Características e outras técnicas da heurística VNS podem ser consultadas em (HANSEN; MLADENOVIĆ, 2001).

O VNS é amplamente utilizado na literatura em uma grande diversidade de problemas de otimização, tais como: o escalonamento de enfermeiras em (BURKE et al., 2003), a coloração de grafos em (AVANTHAY; HERTZ; ZUFFEREY, 2003), o roteamento de veículos em (KYTÖJOKI et al., 2007), o mapeamento de redes virtuais em (INFÜHR; RAIDL, 2013), entre outros.

Na área hospitalar, o VNS já vem sendo utilizado por vários autores: como em problemas de escalonamento de enfermeiras (BURKE et al., 2003), problemas de escalonamento de *home care* (FRIFITA; MASMOUDI; EUCHI, 2017) e (ZHU et al., 2019), problemas de escalonamento em áreas de cirurgia em (DELLAERT; JEUNET, 2017), entre outros.

Dado os bons resultados na área, optou-se pela implementação do VNS para o problema de escalonamento de médicos do HCPA. Em fases preliminares também foram implementados busca tabu e a heurística *Late Acceptance Hill Climbing*. Entretanto a heurística que apresentou melhor qualidade nas soluções foi o VNS e, portanto, este foi utilizado para todo o restante do estudo.

## 3 PROBLEMA DE ESCALONAMENTO DE MÉDICOS

O problema de escalonamento de médicos consiste em definir para cada dia do mês se o médico terá folga ou irá trabalhar. No caso do médico ser alocado para trabalho, se faz necessário determinar a área e o turno do dia no qual irá atuar.

O escalonamento também deve considerar um conjunto de restrições que variam de acordo com cada hospital. Estas restrições podem ser oriundas de leis trabalhistas, dados contratuais, normas do próprio hospital, preferências pessoais de cada médico, entre outros. Independentemente do hospital, todas as restrições podem ser divididas em duas categorias:

- Restrições de Factibilidade (*Hard Constraints*): aquelas que obrigatoriamente devem ser respeitas. Caso contrário, a solução se torna infactível.
- Restrições de Qualidade (*Soft Constraints*): as quais são desejáveis de serem atendidas. Entretanto, quando são violadas, associam um custo ao escalonamento que irá reduzir a qualidade desta solução.

No presente trabalho foram replicadas as características e restrições do Hospital de Clínicas de Porto Alegre (HCPA). O escalonamento tem por objetivo determinar as alocações de cada médico dentro de um mês, considerando uma quantidade fixa de áreas e os turnos.

As próximas seções são organizadas conforme a seguir. A Seção 3.1 detalha as informações de uma instância do problema do HCPA. A Seção 3.2 define as restrições de factibilidade, enquanto a Seção 3.3 apresenta as restrições de qualidade. A Seção 3.4 apresenta uma comparação das restrições aplicadas neste trabalho com relação as variantes do mesmo problema aplicado ao HCPA nos trabalhados de (SANCHOTENE; BURIOL, 2018) e (WICKERT et al., 2020). A Seção 3.5 apresenta um exemplo de instância e de escalonamento factível, detalhando como são penalizadas as restrições de qualidade violadas. Finalmente na Seção 3.6 é apresentada a formulação matemática para a variante do problema tratada neste trabalho.

#### 3.1 Informações de uma Instância do Problema

Uma instância do problema consiste em um conjunto de informações que devem ser observadas durante a construção de um escalonamento. São considerados os dados

abaixo para uma instância do problema:

- Competência, indicando o mês e o ano.
- Lista de feriados: dias do mês que serão considerados como dias não úteis, além dos sábados e domingos.
- Lista de áreas do hospital, sendo definido para cada área:
  - Um identificador único e uma descrição;
  - Uma quantidade mínima e máxima de médicos que devem ser alocados para cada dia/turno.
- Lista dos médicos do hospital, sendo definido para cada médico:
  - Um identificador único e um nome;
  - Uma quantidade de horas a serem trabalhadas no mês;
  - Uma quantidade de horas a serem trabalhadas no mês em dias não úteis;
  - Uma lista das áreas em que tem permissão para ser alocado;
  - Uma lista de áreas cuja alocação deve ser evitada (não preferencial);
  - Uma lista de alocações fixas em que o médico obrigatoriamente deve ser alocado no respectivo dia/turno/área indicados;
  - Uma lista de ausências, em que o médico não pode ser alocado no respectivo dia/turno indicados;
  - Uma lista de dias/turnos cuja alocação deve ser evitada (não preferencial).

O problema possui informações recorrentes, que sempre serão iguais para todas as instâncias como, por exemplo, os turnos para alocação: manhã, tarde e noite. Os turnos da manhã e da tarde têm uma duração de seis horas. Já o turno da noite é considerado como um período de "plantão", possuindo doze horas de duração. Outros dados recorrentes constam nas próprias restrições do problema que serão discutidas a seguir.

#### 3.2 Restrições de Factibilidade

As restrições de factibilidade ou *hard constraints* são aquelas que sempre devem ser respeitadas por um escalonamento para que seja considerado válido ou factível. Neste trabalho existem oito restrições deste tipo:

• H1 - Demanda mínima: a quantidade de médicos alocados deve ser igual ou su-

perior à demanda mínima em cada dia/turno/área.

- **H2 Demanda máxima:** a quantidade de médicos alocados deve ser igual ou inferior à demanda máxima em cada dia/turno/área.
- H3 Autorização nas áreas: um médico não pode ser alocado em uma área que não tenha permissão.
- H4 Ausências: um médico não pode ser alocado em um dia/turno em que está ausente.
- H5 Alocações fixas: um médico deve ser alocado em um dia/turno/área em que possui alocação fixa.
- **H6 Turnos em dias úteis:** um médico deve ser alocado somente em um dos turnos (manhã, tarde ou noite) em dias úteis.
- H7 Turnos e áreas em dias não úteis: um médico deve ser alocado numa única área e somente no turno da noite ou em ambos os turnos do dia (manhã e tarde) em dias não úteis.
- H8 Sucessão de turnos proibidos: um médico alocado no turno da noite não pode ser alocado no turno da manhã ou da tarde do dia imediatamente posterior.

## 3.3 Restrições de Qualidade

As restrições de qualidade ou *soft constraints* são aquelas que, quando violadas, adicionam um custo sobre a solução, reduzindo sua qualidade. Neste trabalho são consideradas dez restrições:

- S1 Mínimo de horas na competência: a penalização ocorre quando o total de horas alocadas ao médico é inferior à sua carga horária.
- S2 Máximo de horas na competência: a penalização ocorre quando o total de horas alocadas ao médico é superior à sua carga horária.
- S3 Mínimo de horas em dias não úteis: a penalização ocorre quando o total de horas alocadas ao médico em dias não úteis é inferior ao ideal de horas em dias não úteis.
- S4 Máximo de horas em dias não úteis: a penalização ocorre quando o total de horas alocadas ao médico em dias não úteis é superior ao ideal de horas em dias não úteis.

- S5 Equilíbrio de horas diurnas e noturnas em dias não úteis: a penalização ocorre quando o total de horas alocadas ao médico em dias não úteis nos turnos do dia (manhã e tarde) é distinto do total de horas alocadas no turno da noite.
- S6 Final de semana incompleto: a penalização ocorre quando o médico é alocado em somente um dos dias do final do semana (sábado ou domingo, mas não em ambos).
- S7 Máximo de finais de semana: a penalização ocorre quando a quantidade de finais de semana alocados ao médico é superior a dois. Para que um final de semana seja considerado como trabalhado, o médico deve estar alocado em pelo menos um dos dias (sábado ou domingo).
- S8 Máximo de noites consecutivas: a penalização ocorre quando o médio possui mais de três dias consecutivos alocados no turno da noite.
- **S9 Áreas não preferenciais:** a penalização ocorre quando o médico é alocado em uma área não preferencial, independente do dia/turno da alocação.
- S10 Dias/turnos não preferenciais: a penalização ocorre quando o médico é alocado em um dia/turno não preferencial, independente da área da alocação.

Cada restrição descrita acima é avaliada independentemente das demais e possui um peso de penalização associado. Este peso permite distinguir a qualidade entre dois escalonamentos que sofreram violações em restrições distintas.

Por exemplo, suponhamos que existem dois escalonamentos factíveis. O primeiro possui uma penalização da restrição S1, onde faltam 5 horas de trabalho para o médico M1. Já o segundo escalonamento possui uma penalização da restrição S2, pois o médico M2 excedeu 5 horas do seu contrato. Sem o peso associado às restrições, ambos escalonamentos teriam o mesmo custo. Entretanto, se for associado um peso maior à restrição S1, então o segundo escalonamento será o de melhor qualidade dentre os dois.

O uso dos pesos neste trabalho observou a relevância de cada restrição dada pelo HCPA. As restrições S6 e S7 têm um peso associado igual à 30 por penalização. As restrições S1 e S2 têm um peso S3 e S4 e S4 têm um peso S4 e S4

O custo de uma solução está diretamente associado com sua qualidade: quando maior o custo, pior será a qualidade do escalonamento. Portanto, o objetivo foi identificar um escalonamento com o menor custo possível dentro de um limite de tempo.

## 3.4 Comparação entre Versões do Problema do HCPA

As restrições descritas nas Seções 3.2 e 3.3 são baseadas nas características do HCPA conforme análise realizada em 2019. Foram conduzidos outros estudos sobre o problema do HCPA ao longo dos últimos anos. Nesta seção serão comparadas as restrições aplicadas neste trabalho e nos trabalhados de (SANCHOTENE; BURIOL, 2018) e (WICKERT et al., 2020).

Tabela 3.1: Comparação das restrições aplicadas entre as diferentes versões do problema do HCPA e o trabalho atual

| Restrição                                       | T18 | WB20 | WE20 | Atual |
|---|-----|------|------|-------|
| Demanda mínima                                  | Н   | Н    | Н    | Н     |
| Demanda máxima                                  | Н   | Н    | H    | Н     |
| Autorização na área                             | Н   | Н    | Н    | Н     |
| Ausências                                       | Н   | Н    | Н    | Н     |
| Alocações fixas                                 | -   | -    | -    | Н     |
| Turnos em dias úteis                            | Н   | Н    | Н    | Н     |
| Turnos e áreas em dias não úteis                | Н   | Н    | H    | Н     |
| Sucessão de turnos proibidos                    | Н   | Н    | Н    | Н     |
| Mínimo de horas na competência                  | S   | S    | S    | S     |
| Máximo de horas na competência                  | S   | S    | S    | S     |
| Mínimo de horas em dias não úteis               | -   | -    | Н    | S     |
| Máximo de horas em dias não úteis               | -   | -    | H    | S     |
| Equilíbrio de horas dia/noite em dias não úteis | -   | -    | H    | S     |
| Final de semana incompleto                      |     | S    | S    | S     |
| Máximo de finais de semana                      | S   | S    | S    | S     |
| Máximo de noites consecutivas                   | S   | S    | S    | S     |
| Áreas não preferenciais                         | -   | -    | S    | S     |
| Dias/turnos não preferenciais                   | S   | S    | S    | S     |
| Dias consecutivos trabalhados                   | S   | S    | S    | -     |
| Equilíbrio de horas dia/noite por semana        | -   | -    | S    | -     |

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>(H) tratada como restrição de factibilidade (*hard constraint*), (S) tratada como restrição de qualidade (*soft constraint*) e (-) restrição não foi tratada

A Tabela 3.1 detalha todas as restrições já consideradas até o presente momento para o problema do HCPA. Para cada estudo é utilizada a seguinte nomenclatura: (H) indica que a restrição foi tratada como factibilidade (*hard constraint*), (S) que foi tratada como qualidade (*soft constraint*) e (-) indica que não foi considerada no respectivo trabalho. A coluna "T18" indica o trabalho de (SANCHOTENE; BURIOL, 2018). As colunas

"WB20" e "WE20" referenciam-se ao estudo de (WICKERT et al., 2020), considerando o modelo básico e o modelo estendido de restrições, respectivamente. A coluna "Atual" indica o presente trabalho.

Todas as alterações nas restrições do problemas são oriundas de interações com o responsável pelo escalonamento no HCPA. Em cada fornecimento de novas soluções, o hospital avaliava o que era mais importante ou que, porventura, ainda não estivesse coberto. Dessa forma, a versão mais atualizada do problema do HCPA, apresentada no trabalho atual contém as seguintes diferenças com relação à versão estendida das restrições do trabalho de (WICKERT et al., 2020):

- A restrição de alocações fixas foi incluída devido a necessidade de se fixar algumas alocações previamente alinhadas entre médicos e o hospital.
- As restrições de mínimo, máximo e ideal de horas em dias não úteis passaram a ser de qualidade. Isso permite que a solução ainda seja factível, mesmo que não atenda exatamente o valor desejado, tal como já é realizado para a carga horária mensal.
- As restrições de dias consecutivos trabalhados e equilíbrio de horas diurnas e noturnas em dias não úteis foram removidas conforme solicitação do próprio hospital.

O presente trabalho tem maior similaridade com as restrições do modelo estendido do trabalho de (WICKERT et al., 2020). Na versão de 2018 ainda não haviam sido incluídas as penalizações sobre horas trabalhadas em dias não úteis. Estas foram incluídas na nova versão após avaliação das soluções geradas em conjunto com o responsável pelos escalonamentos do HCPA.

#### 3.5 Exemplo de um Escalonamento

Nesta seção será apresentado um exemplo de instância e detalhada a penalização das restrições de qualidade sobre um escalonamento factível. Para melhor visualização e compreensão dos exemplos, será considerada uma janela de tempo de dois dias úteis.

A Figura 3.1 apresenta os dados de uma instância e um possível escalonamento. Não existem feriados neste período e são consideradas duas áreas: Cardiologia (A1) e COVID19 (A2). Informações contratuais dos médicos, como carga horária e áreas com permissão podem ser visualizadas na Sub-figura 3.1b. Já a quantidade mínima e máxima de médicos por dia/turno/área está disponível na Sub-figura 3.1c.

Figura 3.1: Exemplo de uma instância e um escalonamento factível para o problema de escalonamento de médicos com uma janela de 2 dias.

Janela de tempo: 01/02/2021 até 02/02/2021 (2 dias úteis)

Feriados: não possui

Áreas: A1 - Cardiologia e A2 - COVID19

## (a) Competência e áreas

| Informação                  | Médico<br>M1 | Médico<br>M2 | Médico<br>M3 | Médico<br>M4         | Médico<br>M5 | Médico<br>M6 | Médico<br>M7 | Médico<br>M8 |
|-----------------------------|--------------|--------------|--------------|----------------------|--------------|--------------|--------------|--------------|
| Horas por mês               | 18           | 18           | 18           | 18                   | 12           | 12           | 12           | 12           |
| Horas em dias não úteis     | 12           | 12           | 0            | 0                    | 0            | 12           | 12           | 0            |
| Áreas com permissão         | A1, A2       | A1, A2       | A1, A2       | A1, A2               | A1, A2       | A1, A2       | A1           | A1           |
| Áreas não preferenciais     | -            | A1           | -            | -                    | -            | -            | -            | -            |
| Alocações fixas             | -            | -            | -            | -                    | -            | -            | -            | -            |
| Ausências                   | -            | -            | -            | -                    | -            | -            | -            | -            |
| Dia/Turno não preferenciais | -            | -            | -            | Dia 1 e 2<br>(noite) | -            | -            | -            | -            |

## (b) Dados contratuais por médico

| T     | Área | Dia    | a 1    | Dia 2  |        |  |
|-------|------|--------|--------|--------|--------|--|
| Turno | Area | Mínimo | Máximo | Mínimo | Máximo |  |
| Manhã | A1   | 2      | 3      | 2      | 3      |  |
| Tarde | A1   | 1      | 2      | 1      | 2      |  |
| Noite | A1   | 1      | 1      | 1      | 1      |  |
| Manhã | A2   | 2      | 3      | 2      | 2      |  |
| Tarde | A2   | 1      | 2      | 1      | 2      |  |
| Noite | A2   | 1      | 1      | 1      | 1      |  |

## (c) Demanda mínima e máxima por dia/turno/área

| Mádiaa |                 | Dia 1           |                  | Dia 2            |                  |       |
|--------|-----------------|-----------------|------------------|------------------|------------------|-------|
| Médico | Manhã           | Tarde           | Noite            | Manhã            | Tarde            | Noite |
| M1     | A1              | -               | -                | A1               | -                | -     |
| M2     | A1              | -               | -                | -                | A1               | -     |
| МЗ     | -               | A2              | -                | A2               | -                | -     |
| M4     | -               | -               | A2               | -                | -                | A2    |
| M5     | A2              | -               | -                | A2               | -                | -     |
| M6     | A2              | -               | -                | A1               | -                | -     |
| M7     | -               | A1              | -                | A1               | -                | -     |
| M8     | -               | -               | A1               | -                | -                | A1    |
| Para   | cada dia e turn | o é indicado se | o médico terá fo | lga (-) ou em qu | al área será alo | cado  |

## (d) Exemplo de escalonamento factível

Na solução apresentada na Sub-figura 3.1d, cada linha apresenta as atribuições de cada médico indicando em qual área foi alocado. Todas as restrições de factibilidade são atendidas, entretanto existem violações, as quais são detalhadas a seguir:

- A restrição S1 é violada para os médicos M1, M2, M3. O total de horas alocadas (12 horas para cada médico) é inferior à cara horária de seus contratos (18 horas).
   O custo associado a esta restrição será de 360, uma vez que o peso desta restrição é igual à 20 e o total de horas faltantes é igual à 18.
- A restrição S2 é violada para os médicos M4 e M8. O total de horas alocadas (24 horas para cada médico) excede o total de horas do contrato (18 e 12 horas, respectivamente). O custo associado a esta restrição será de 360, uma vez que o peso desta é igual à 20 e o total de horas excedentes é igual à 18 (6 horas do médico M4 e 12 horas do médico M8).
- A restrição S9 é violada para o médico M2. O médico não tem preferência em ser alocado na área A1, porém existem duas alocações nesta área. O custo associado a esta restrição será de 2, uma vez que o peso é igual à 1 e o total de alocações não preferenciais é igual a 2.
- A restrição S10 é violada para o médico M4. O médico não tem preferência em ser alocado no turno da noite nos dois dias, porém foi alocado em ambos. O custo associado a esta restrição será de 2, uma vez que o peso é igual à 1 e o total de alocações não preferenciais é igual a 2.

## 3.6 Formulação Matemática

Nesta seção será apresentada a formulação matemática para o problema do HCPA. Esta formulação é baseada na formulação do trabalho de (WICKERT et al., 2020), considerando o modelo estendido das restrições e sendo realizadas adaptações para as diferenças entre as restrições de cada versão do problema.

A Tabela 3.2 apresenta os índices para os dados de entrada que serão referenciados no modelo matemático. Na Tabela 3.3 são demonstrados os índices das variáveis de decisão e na Tabela 3.4, os índices das variáveis auxiliares para o cálculo da função objetivo.

Tabela 3.2: Índices dos dados de entrada utilizados pela formulação matemática

| Símbolo                           | Definição  |
|-----------------------------------|--|
| $m \in M$                         | m é o índice do médico e $M$ é o conjunto de médicos do hospital                 |
| $d \in D$                         | d é o índice do dia e $D$ é o conjunto de dias do mês                            |
| $\widetilde{d} \in \widetilde{D}$ | $\widetilde{d}$ é o índice do dia e $\widetilde{D}$ são os dias não úteis do mês |
| $t \in T$                         | t é o índice do turno e $T$ é o conjunto de turnos, onde                         |
|                                   | $t_M$ é o turno da manhã, $t_T$ é o turno da tarde e $t_N$ é o turno da noite    |
| $a \in A$                         | a é o índice da área e $A$ é o conjunto de áreas do hospital                     |
| $w \in W$                         | $\boldsymbol{w}$ é o índice da semana e $\boldsymbol{W}$ são as semanas do mês   |
| $noH_t$                           | Quantidade de horas do turno $t$   |
| $dMin_{dta}$                      | Mínimo de médicos para o turno $t$ e área $a$ no dia $d$                         |
| $dMax_{dta}$                      | Máximo de médicos para o turno $t$ e área $a$ no dia $d$                         |
| $p_{ma} \in 0, 1$                 | 1 se o médico $m$ tem permissão na área $a$ ,                                    |
|                                   | 0 caso contrário   |
| $r_{ma} \in 0, 1$                 | 1 se o médico $m$ não tem preferência na área $a$ ,                              |
|                                   | 0 caso contrário   |
| $(m,d,t)\in S$                    | Ausências do médico $m$ no dia $d$ e turno                                       |
| $(m,d,t,a) \in F$                 | Alocações fixas do médico $m$ no dia $d$ , turno $t$ e área $a$                  |
| $(m,d,t)\in N$                    | Alocações não preferenciais do médico $m$ no dia $d$ e turno $t$                 |
| $ch_m$                            | Carga horária do médico $m$  |
| $chN_m$                           | Ideal de horas trabalhadas em dias não úteis do médico $\boldsymbol{m}$          |
| $\omega^i$                        | Peso associado à restrição de custo $i \in \{110\}$                              |

Tabela 3.3: Variáveis de decisão utilizadas na formulação matemática

| Símbolo                            | Definição  |
|------------------------------------|--|
| $\overline{x_{mdta} \in \{0, 1\}}$ | 1 se o médico $m$ está alocado no turno $t$ e área $a$ no dia $d$      |
|                                    | 0 caso contrário   |
| $o_{md} \in \{0,1\}$               | 1 se o médico $m$ possui alocação no dia $d$                           |
|                                    | 0 caso contrário   |
| $z_{m\tilde{d}} \in \{0,1\}$       | $1$ se o médico $m$ possui alocação no dia não útil $\widetilde{d}$ em |
|                                    | ambos turnos do dia (manhã e tarde)                                    |
|                                    | 0 caso contrário   |
| $y_{mw} \in \{0, 1\}$              | 1 se o médico $m$ possui alocação no final de semana $w$               |
|                                    | 0 caso contrário   |

Tabela 3.4: Variáveis auxiliares utilizadas na formulação matemática

| Símbolo                            | Definição  |
|------------------------------------|--|
| $vioS_m^i \in \mathbf{N}^*$        | Número de violações restrição $i \in \{1,2,3,4,5,7\}$ para médico $m$    |
| $vioS^6_{mw} \in \mathbf{N}^*$     | Número de violações restrição 6 para médico $m$ e final de semana $w$    |
| $vioS^8_{md} \in \mathbf{N}^*$     | Número de violações restrição $8$ para médico $m$ e dia $d$              |
| $vioS^9_{ma} \in \mathbf{N}^*$     | Número de violações restrição $9$ para médico $m$ e área $a$             |
| $vioS^{10}_{mdt} \in \mathbf{N}^*$ | Número de violações restrição $10$ para médico $m$ , dia $d$ e turno $t$ |

A função objetivo, definida na Equação 3.1, busca minimizar o custo da solução considerando todas as restrições de qualidade. No primeiro somatório constam as restrições S1, S2, S3, S4, S5 e S7, as quais são penalizadas por hora excedente ou faltante de cada médico. Os demais somatórios apresentam as demais restrições de qualidade, cada qual com diferentes critérios por médico para penalização. A restrição S6 é penalizada por final de semana; a restrição S8 por dia do mês; a restrição S9, por área do hospital e a restrição S10 por dia e turno do mês.

$$\min \sum_{i=1..5,7} \sum_{m \in M} (vioS_m^i * \omega^i) + \sum_{m \in M} (vioS_{mw}^6 * \omega^6) + \sum_{m \in M} \sum_{d \in D} (vioS_{md}^8 * \omega^8) + \sum_{m \in M} \sum_{a \in a} (vioS_{ma}^9 * \omega^9) + \sum_{m \in M} \sum_{d \in D} \sum_{t \in T} (vioS_{mdt}^{10} * \omega^{10})$$
(3.1)

## Sujeito a

 $\sum_{m \in M} x_{mdta} >= dMin_{dta}$ 

H1 - Demanda mínima  $\forall d \in D, t \in T, a \in A \quad \mbox{(3.2)}$ 

H2 - Demanda máxima

$$\sum_{m \in M} x_{mdta} <= dMax_{dta}$$

 $\forall d \in D, t \in T, a \in A \quad (3)$ 

H3 - Autorização nas áreas

$$(1 - p_{ma}) * x_{mdta} = 0$$

$$\forall m \in M, d \in D, t \in T, a \in A \quad (3.4)$$

H4 - Ausências

$$\sum_{a \in A} x_{mdta} = 0$$

$$\forall (m, d, t) \in S \quad (3.5)$$

 $x_{mdta} = 1$ 

$$\forall (m, d, t, a) \in F \quad (3.6)$$

H5 - Alocações fixas

H6 - Turnos em dias úteis

$$\sum_{t \in T} \sum_{a \in A} x_{mdta} <= 1$$

$$\forall m \in M, d \in D \backslash \widetilde{D} \quad (3.7)$$

 $\sum_{a \in A} (x_{m\tilde{d}t_M a} + x_{m\tilde{d}t_T a}) = 2z_{m\tilde{d}}$ 

$$\forall m \in M, \widetilde{d} \in \widetilde{D} \quad (3.8)$$

H7 - Turnos e Áreas em dias não-úteis

 $\sum_{a \in A} x_{mdt_N a} + 2z_{m\tilde{d}} <= 1$ 

$$\forall m \in M, d \in \widetilde{D} \quad (3.9)$$

 $\sum_{a \in A} x_{mdt_N a} + \sum_{t=M} \sum_{a \in A} x_{m(d+1)ta} <= 1$ 

$$\forall m \in M, d \in \{1, ..., |D| - 1\}$$
 (3.10)

H8 - Sucessão turnos proibidos

S1 - Mínimo de horas na competência

$$\sum_{d \in D} \sum_{t \in T} \sum_{a \in A} (noH_t * x_{mdta}) + vioS_m^1 >= ch_m \qquad \forall m \in M \quad (3.11)$$

$$\sum_{d \in D} \sum_{t \in T} \sum_{a \in A} (noH_t * x_{mdta}) - vioS_m^2 <= ch_m$$

S2 - Máximo de horas na competência

$$\forall m \in M \ (3.12)$$

 $\sum_{\widetilde{x}_{t} \in \widetilde{x}} \sum_{t \in T} \sum_{a \in A} (noH_{t} * x_{m\widetilde{d}ta}) + vioS_{m}^{3} > = chN_{m}$ 

S3 - Mínimo de horas em dias não úteis

$$\forall m \in M \ (3.13)$$

 $\sum_{\widetilde{x}_t \in \widetilde{T}} \sum_{t \in T} \sum_{a \in A} (noH_t * x_{m\widetilde{d}ta}) - vioS_m^4 <= chN_m$ 

S4 - Máximo de horas em dias não úteis

$$\forall m \in M \ (3.14)$$

S5 - Equilíbrio horas em dias não úteis

$$\begin{split} |\sum_{\tilde{d} \in \tilde{D}} \sum_{a \in A} (6*x_{m\tilde{d}t_Ma} + 6*x_{m\tilde{d}t_Ta} \\ &- 12*x_{m\tilde{d}t_Na})| - vioS_m^5 = 0 \end{split}$$

$$\forall m \in M \ (3.15)$$

 $\sum_{t \in T} \sum_{a \in A} x_{mdta} <= 2o_{md}$ 

$$o_{mw} + o_{m(w+1)} + vioS_{mw}^6 = 2y_{mw}$$

$$\forall m \in M. w \in W$$
 (3.17)

 $\forall m \in M, d \in D$  (3.16)

$$\sum_{m} y_{mw} - vioS_m^7 <= 2$$

S7 - Máximo finais de semana

$$\forall m \in M \ (3.18)$$

S8 - Máximo de noites consecutivas

$$\sum_{d'=d}^{d+3} \sum_{a \in A} x_{md'ta} - vioS_{md}^{8} <= 3$$

$$\forall m \in M, d \in \{1..|D| - 3\}$$
 (3.19)

S9 - Áreas não preferenciais

 $r_{ma} * \left(\sum_{d \in D} \sum_{t \in T} x_{mdta}\right) - vioS_{ma}^{9} = 0$ 

 $\forall m \in M, a \in A$  (3.20)

S10 - Dias/turnos não preferenciais

$$\sum_{a \in A} x_{mdta} \le vioS_{mdt}^{10} \qquad \forall (m, d, t) \in N \quad (3.21)$$

As restrições de factibilidade são detalhadas da Restrição 3.2 até a Restrição 3.10. A Restrição 3.2 garante que o número de médicos alocados em cada dia/turno/área atenda à demanda mínima. A Restrição 3.3 garante que o número de médicos alocados em cada dia/turno/área não ultrapasse a demanda máxima. A Restrição 3.4 garante que nenhum médico será alocado em uma área em que não tenha permissão. A Restrição 3.5 garante

que nenhum médico será alocado em um dia e turno em que está ausente. A Restrição 3.6 garante que todas as alocações fixas serão contempladas na solução final. A Restrição 3.7 garante que existirá somente um turno alocado por dia para cada médico. As Restrições 3.8 e 3.9 garantem que o médico seja alocado em ambos os turnos do dia (manhã e tarde) ou então somente no turno da noite em dias não úteis. A Restrição 3.10 garante que, se o médico for alocado no turno da noite, não seja alocado nos turnos da manhã ou da tarde no dia imediatamente posterior.

As restrições 3.11 até 3.21 modelam as restrições de qualidade do problema. A Restrição 3.11 calcula a quantidade de violações da S1 em horas que estão abaixo do contrato de trabalho. A Restrição 3.12 calcula as violações da S2 em horas que estão acima do contrato. A Restrição 3.13 calcula as violações da S3 em horas alocadas abaixo do ideal em dias não úteis. A Restrição 3.14 calcula as violações da S4 em horas alocadas acima do ideal em dias não úteis. A restrição 3.15 calcula as violações da S5 em diferença de horas alocadas entre os turnos do dia (manhã e tarde) e o turno da noite. As Restrições 3.16 e 3.17 calculam as violações da S6 em quantidade de finais de semana incompletos, em que somente um dos dias foi alocado. A Restrição 3.18 calcula as violações da S7 em quantidade de finais de semana alocados acima do máximo permitido. A Restrição 3.19 calcula as violações da S8 em quantidade de dias consecutivos alocados no turno da noite acima do máximo permitido. A Restrição 3.20 calcula as violações da S9 em quantidade de alocações em áreas não preferenciais. E a Restrição 3.21 calcula as violações da S10 em quantidade de alocações em dia/turno não preferenciais.

## 4 HEURÍSTICA VNS PROPOSTA

Este capítulo detalha a heurística *Variable Neighborhood Search* (VNS) desenvolvida para solucionar o problema de escalonamento de médicos do HCPA. A Figura 4.1 apresenta o fluxo de execução do algoritmo proposto. A primeira etapa consiste na construção da solução inicial que será utilizada pelo VNS, a qual é dividida em dois estágios. Inicialmente é gerada uma solução factível via um algoritmo de Branch & Bound truncado (B&B $_T$ ). Posteriormente a solução passa por uma fase de melhoramento através de uma busca local descendente. A segunda etapa consiste na execução do VNS, utilizando-se da solução inicial de duas fases.

Construção da solução inicial

Branch & Bound truncado

Fase de melhoramento

Término

Figura 4.1: Fluxo de execução do algoritmo proposto

As próximas seções são organizadas conforme a seguir. A Seção 4.1 detalha a linguagem de programação e estruturas de dados utilizadas para a implementação do algoritmo. A Subseção 4.2.1 detalha o comportamento do primeiro estágio da construção da solução inicial através do  $B\&B_T$ . Nesta seção também é discutida a importância dos cortes aplicados e da ordem de execução das alocações para que seja identificada uma solução factível de forma ágil. A Subseção 4.2.2 apresenta a fase de melhoramento aplicada sobre a solução inicial. E a Seção 4.3 traz detalhes do comportamento do VNS, tais como os tipos de vizinhança utilizados e pseudo-código.

#### 4.1 Implementação e Estrutura de Dados

A implementação do algoritmo proposto foi realizada em Java. Essa linguagem foi selecionada devido à sua aplicação em outros softwares já utilizados pelo HCPA, ga-

rantindo que o uso do algoritmo de VNS fosse mais acessível ao hospital.

A avaliação do custo de uma solução deste problema é bastante onerosa devido ao volume de médicos e dias do mês. Em virtude disso, o principal foco da implementação foi o fácil acesso de informações utilizadas pelas restrições do problema. A estrutura de dados salva não somente as alocações de cada médico, mas também mantém informações totalizadoras sobre a solução, sendo estas:

- Número de horas alocadas no mês para cada médico;
- Número de horas alocadas em dias não úteis para cada médico;
- Número de horas alocadas nos turnos da manhã e da tarde em dias não úteis para cada médico;
- Número de horas alocadas no turno da noite em dias não úteis para cada médico;
- Número de finais de semana alocados para cada médico;
- Número de alocações consecutivas no turno da noite até o dia anterior;
- O custo associado de cada restrição de qualidade por médico e alocação.

Com os dados acima, a avaliação do custo final da solução se torna mais ágil. Por exemplo: é possível calcular a violação da restrição S2 com uma única comparação entre o total de horas alocadas e a carga horária do médico. Já sem essa informação, seria necessário avaliar a alocação de todos os dias para o médico, identificando qual turno foi alocado e totalizar as horas a cada avaliação do custo da solução.

A atualização desses dados é realizada toda vez que uma alocação é atribuída (no caso do  $B\&B_T$ ) ou modificada (no caso da fase de melhoramento da solução inicial e do VNS). Por exemplo: se o médico possuir uma alocação no turno da manhã alterada para o turno da noite, o total de horas no mês será decrementado com a diferença de horas entre o novo turno e o antigo turno. Neste caso, será acrescido ao total um valor de 6 horas, dado que o turno da noite tem 12 horas e o turno da manhã tem 6 horas.

O custo associado por restrição auxilia na atualização do custo das soluções que são avaliadas dentro da fase de melhoramento e do VNS. Nestas etapas, já existe uma solução completa e os algoritmos apenas alteram uma alocação pré-existente por uma nova. Com a informação do custo associado por alocação não é necessário recalcular este valor para a alocação que está sendo substituída, apenas decrementar seu valor do custo total da solução.

## 4.2 Construção da Solução inicial

A solução inicial é gerada em dois estágios. Primeiro é executado um algoritmo de Branch & Bound truncado ( $B\&B_T$ ) que constrói uma solução considerando todas as restrições de factibilidade. Assim que o  $B\&B_T$  identifica a primeira solução factível, o algoritmo é finalizado e inicia-se a fase de melhoramento. A fase de melhoramento, por sua vez, aplica uma busca local a fim de reduzir o custo da solução do  $B\&B_T$  até que seja interrompida por um mínimo local.

As próximas subseções são organizadas conforme a seguir. A Subseção 4.2.1 apresenta o algoritmo de  $B\&B_T$  e os mecanismos de ordenação implementados. E a Subseção 4.2.2 detalha a busca local da fase de melhoramento.

#### 4.2.1 Branch & Bound Truncado

O Branch & Bound (B&B) é um algoritmo exato que se baseia no algoritmo de *Backtracking* com aplicação de cortes. O algoritmo de *Backtracking* consiste na enumeração de todas as soluções de um problema. A fim de reduzir o espaço de busca, o B&B aplica cortes durante a enumeração utilizando-se do custo da solução corrente e o melhor custo conhecido (*lower bound*).

Devido à grande quantidade de soluções e à dificuldade de aplicação de cortes para este problema, o B&B original não conseguiu ser finalizado em nenhuma das instâncias testadas, mesmo com tempos de execução superiores a 12 horas. Entretanto, o B&B identifica uma primeira solução factível com poucos segundos de execução.

Na literatura, é comum o uso de algoritmos que constroem a solução inicial de uma heurística através de alocações aleatórias. Porém, como possuem um caráter aleatório, se torna inviável gerarem uma solução factível. Para solucionar este problema são aplicadas penalizações elevadas quando alguma restrição de factibilidade é violada. Entretanto, essa abordagem onera parte do processamento da heurística para que primeiro seja tratada a infactibilidade da solução.

Dado que o B&B identifica rapidamente uma solução factível, este foi adaptado para que seja truncado no momento em que a primeira solução válida é encontrada. Dessa forma o tempo de processamento da heurística ficará concentrado na melhoria da qualidade da solução.

O algoritmo de  $B\&B_T$  constrói uma solução através de uma árvore de escolhas,

onde cada nodo representa um dia do mês e um médico do hospital e determina se haverá uma alocação em um turno/área ou se haverá folga. Assim que todos os médicos foram alocados em todos os dias do mês, a solução é dada por completa. A ordem de construção da solução é feita por dia do mês. Isso significa que primeiro serão avaliadas as atribuições de todos os médicos no dia 1 para então passar a serem avaliadas as do dia 2, até que o último dia do mês seja alcançado.

A Figura 4.2 apresenta parte de uma árvore de soluções do B&B<sub>T</sub> para um problema com 2 médicos e 2 dias. Os nodos apresentam a atribuição realizada para o dia d e o médico m, podendo ser uma folga (OFF) ou uma alocação em um turno e a área  $A_i$ , onde i é o índice da área.

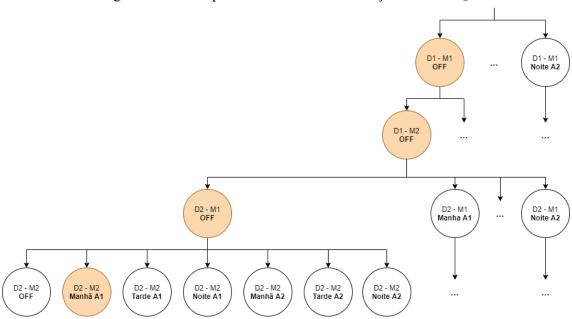


Figura 4.2: Exemplo de uma árvore de soluções do  $B\&B_T$ 

No primeiro nível da árvore da Figura 4.2 existem as possíveis atribuições para o dia 1 e o médico 1. Já no segundo nível, existem as atribuições do dia 1 para o médico 2 e assim por diante. A árvore é percorrida em profundidade, onde o segundo caminho percorrido seleciona as seguintes atribuições: OFF, OFF, OFF e Manhã A1.

A escolha das alocações de cada médico em um dia pode influenciar negativamente o desempenho do algoritmo de enumeração. Quando um médico é alocado sem que seja considerada a demanda e a disponibilidade dos demais médicos naquele dia, o número de soluções infactíveis percorridas aumenta. Esse aumento é oriundo da restrição de demanda mínima, em que uma alocação sem análise pode acarretar a falta deste médico em outro turno/área desse dia. Para evitar esse problema, foram implementados mecanismos para definir uma ordem de processamento dos médicos e das atribuições disponíveis

conforme os dados atuais da solução.

#### 4.2.1.1 Ordem de Processamento dos Médicos

Para cada dia do mês, o  $B\&B_T$  define uma ordem de processamento dos médicos. Primeiro é verificado quais são as alocações válidas para cada médico. Então, para cada turno/área com alocação válida, é avaliada a quantidade de médicos faltante para atingir a demanda mínima. A ordenação dará prioridade para aqueles médicos que tem alocações em turno/área com maior demanda não atendida.

#### 4.2.1.2 Ordem de Processamento das Alocações de um Médico em um Dia

A ordem de atribuição de cada uma das alocações válidas de um médico em um dia do mês segue o mesmo modelo da ordem de processamento dos médicos. São primeiro avaliadas as alocações cuja demanda ainda não foi atendida, em ordem decrescente de número de médicos faltante. No caso de empate na quantidade de médicos, é utilizada aquela com menor custo associado. Para a atribuição de folga sempre é assumido que a demanda mínima é 0.

#### 4.2.1.3 Exemplo do Processo de Ordenação das Alocações

Um exemplo do processo de ordenação das alocações dos médicos em um dia do problema é apresentado na Figura 4.3. Na primeira iteração, o algoritmo determina a ordem das alocações do médico M1. Nesse momento ainda não foram realizadas alocações para esse dia, portanto o valor DifMin, que representa o número de médicos faltante para atender à demanda mínima, é igual ao valor da demanda mínima para todos turnos/áreas.

A maior falta de médicos (DifMin) está no turno da tarde (2), seguido do turno da noite (1) e da folga (0). Considerando que seja selecionada a alocação  $Tarde\ AI$  para o médico M1, o algoritmo passa para a segunda iteração e busca a ordem das alocações do médico M2. Agora, o turno da tarde tem 1 médico alocado, portanto o valor DifMin será 1, igual à diferença do turno da noite. Como a alocação no turno da noite tem menor custo, a ordem deste médico ficará:  $Noite\ AI$ ,  $Tarde\ AI$  e Folga.

Na última iteração, quando está sendo avaliado o médico M5, o turno da manhã fica em terceira posição, mesmo tendo menor custo que o turno da noite, pois a demanda deste último já foi excedida em um médico (-1 em Dif Min).

Figura 4.3: Exemplo da ordenação das alocações de cada médico em um dia do mês

| Turno | Área | Mínimo |
|-------|------|--------|
| Manhã | A1   | 0      |
| Tarde | A1   | 2      |
| Noite | A1   | 1      |

#### (a) Demanda mínima

| Iteração | Médico | Informação | Folga | Manhã<br>A1 | Tarde<br>A1 | Noite<br>A1 |
|----------|--------|------------|-------|-------------|-------------|-------------|
|          |        | DifMin     | 0     | NP          | 2           | 1           |
| 1        | M1     | Custo      | 30    | NP          | 20          | 15          |
|          |        | Ordem      | 3     | -           | 1           | 2           |
|          |        | DifMin     | 0     | NP          | 1           | 1           |
| 2        | M2     | Custo      | 30    | NP          | 20          | 15          |
|          |        | Ordem      | 3     | -           | 2           | 1           |
|          | M3     | DifMin     | 0     | 0           | 1           | NP          |
| 3        |        | Custo      | 30    | 40          | 35          | NP          |
|          |        | Ordem      | 2     | 3           | 1           | -           |
|          |        | DifMin     | 0     | 0           | 1           | NP          |
| 4        | M4     | Custo      | 30    | 5           | 10          | NP          |
|          |        | Ordem      | 3     | 1           | 2           | -           |
|          |        | DifMin     | 0     | -1          | NP          | 0           |
| 5        | M5     | Custo      | 10    | 10          | NP          | 15          |
|          |        | Ordem      | 1     | 3           | -           | 2           |

#### (b) Processamento do ordenamento

 $^{1}$ Os médicos já estão ordenados, conforme indicado na coluna "Iteração". Cada iteração apresenta o número de médicos faltante para a alocação (DifMin); o custo associado a esta alocação (Custo), podendo ser NP quando não permitido e a ordem final de processamento (Ordem).

#### 4.2.2 Fase de Melhoramento

Nesta subseção será detalhado o comportamento da busca local aplicada sobre a solução do  $B\&B_T$ , assim como discutidos os motivos e benefícios de sua aplicação antes

da heurística de VNS.

O objetivo da fase de melhoramento é reduzir as violações mais comuns e de fácil ajuste que ocorrem sobre a solução gerada pelo  $B\&B_T$ . Devido ao comportamento construtivo do  $B\&B_T$ , o cálculo da penalização de algumas restrições somente pode ocorrer quando a solução está completa. O  $B\&B_T$  dá preferência em alocar o mínimo de médicos demandado por dia/turno/área. Isso ocasiona uma alta penalização sobre as restrições de mínimo de horas (S1, S3 e S5).

A fase de melhoramento utiliza uma busca local descendente que executa cinco tipos de vizinhança distintos. As vizinhanças são focadas nas restrições com maior penalização e cada uma modifica uma alocação de um médico em um dia do mês por outra alocação que irá reduzir o custo da restrição associada a esta vizinhança.

O Algoritmo 1 apresenta um pseudo-código da fase de melhoramento da solução inicial. O processo se inicia com a solução inicial do  $B\&B_T$  (linha 1) e com a vizinhança 1 (linha 2). Para cada vizinhança  $N^k$  é selecionado o melhor vizinho s' com base na solução incumbente s (linha 4). Se o custo do vizinho s' for menor que o da incumbente s, então o vizinho passa a ser a solução corrente s (linha 8). Caso contrário, a busca local passa a utilizar a próxima vizinhança k (linha 6). O algoritmo é finalizado quando o tempo limite de execução é atingido ou quando todas as vizinhanças disponíveis já foram utilizadas (linha 3).

**Algoritmo 1:** Pseudo-código da Fase de Melhoramento da Construção da Solução Inicial

```
1 s = solução inicial gerada pelo B&B_T;
2 k = 1;
3 while (Tempo de execução < Tempo limite e k <= 5) do
4 | Selecione o melhor vizinho s' da vizinhança N^k(s);
5 | if f(s') >= f(s) then
6 | k = k + 1;
7 | else
8 | s = s';
9 | Se mantém na mesma vizinhança;
10 | end
11 end
```

Os tipos de vizinhança são aplicados em ordem decrescente de custo associado, conforme avaliação de testes preliminares. São utilizadas as restrições, nesta ordem: S1, S5, S3, S2 e S4. As restrições S1, S5 e S3 são as que apresentam maior custo associado. Já as restrições S2 e S4 foram incluídas não somente por seu custo, mas para que o algo-

ritmo busque equilibrar a quantidade de horas com as restrições S1 e S3, respectivamente.

Os critérios para seleção da atribuição a ser modificada e da nova variam por vizinhança conforme descrito abaixo:

- Vizinhança S1: poderão ser modificadas as atribuições em que o médico tem saldo de horas abaixo de sua carga horária e em cujo dia o médico foi atribuído com folga. A substituição poderá ser feita por uma alocação em turno/área que não torne a solução infactível.
- Vizinhança S5: poderão ser modificadas as atribuições em que o médico tem saldo distinto de horas em dias não úteis entre os turnos do dia e da noite e em cujo dia não útil o médico foi atribuído no turno com maior saldo. A substituição poderá ser feita por uma alocação no turno inverso (manhã ou tarde se estava alocado à noite e vice-versa) e mesma área, desde que não torne a solução infactível.
- Vizinhança S3: poderão ser modificadas as atribuições em que o médico tem saldo de horas em dias não úteis abaixo do ideal e em cujo dia não útil o médico foi atribuído com folga. A substituição poderá ser feita por uma alocação em turno/área que não torne a solução infactível.
- Vizinhança S2: poderão ser modificadas as atribuições em que o médico tem saldo de horas acima de sua carga horária e em cujo dia o médico foi atribuído com um turno/área. A substituição poderá ser feita por uma folga, desde que não torne a solução infactível.
- Vizinhança S4: poderão ser modificadas as atribuições em que o médico tem saldo de horas em dias não úteis acima do ideal e em cujo dia não útil o médico foi atribuído com um turno/área. A substituição poderá ser feita por uma folga, desde que não torne a solução infactível.

A fase de melhoramento é baseada no VNS, porém distingui-se por não retornar para a primeira vizinhança quando a solução incumbente é atualizada. O uso da fase de melhoramento resultou em melhor qualidade na solução final do VNS em testes preliminares. Portanto, esta fase foi mantida no algoritmo para os experimentos finais e comparação com o método exato.

#### 4.3 Heurística VNS

A heurística VNS consiste de uma busca local que utiliza diferentes vizinhanças para a atualização da solução incumbente. O método explora uma vizinhança até que um mínimo local seja identificado, para então passar para a próxima vizinhança. Quando todas as vizinhanças são utilizadas, o algoritmo realiza uma alteração denominada *shake*, que é responsável por modificar a solução incumbente de modo que seja possível sair do mínimo local.

As próximas subseções são organizadas conforme a seguir. Na Subseção 4.3.1 é apresentado o pseudo-código do VNS e detalhado seu comportamento. A Subseção 4.3.2 apresenta as vizinhanças utilizadas e exemplos de sua aplicação. E a Subseção 4.3.3 apresenta as conclusões sobre a implementação do algoritmo proposto.

## 4.3.1 Algoritmo VNS proposto

O Algoritmo 2 apresenta um pseudo-código da implementação da heurística VNS. O algoritmo começa com a construção da solução inicial através do  $B\&B_T$  e da fase de melhoramento (linha 1). Em cada iteração é selecionado o vizinho de menor custo da vizinhança k sobre a solução incumbente s (linha 6). Se o vizinho tiver um custo melhor que o da incumbente, então o vizinho passa a ser a solução corrente (linha 8), volta-se a avaliar a primeira vizinhança (linha 9) e o número de iterações sem melhora no custo é zerado (linha 10). Caso contrário, o algoritmo passa a utilizar a próxima vizinhança disponível (linha 12) e é incrementado o número de iterações sem melhora da solução (linha 13). Após todas as vizinhanças terem sido utilizadas, a solução incumbente é atualizada por uma função shake (linhas 16 e 17) que tem por objetivo modifica-la para que o algoritmo possa ser novamente executado sem cair no mesmo mínimo local.

A seleção do vizinho s' (linha 6) busca dentre todos os vizinhos existentes aquele de menor custo associado. Se existir mais de um vizinho com o mesmo custo, então o vizinho s' é selecionado de forma aleatória dentre os de menor custo.

A avaliação de custo dos vizinhos utiliza as estruturas de dados mencionados na Seção 4.1, sem atualizar diretamente a solução incumbente. Não é levado em consideração o cálculo do custo da restrição S8 durante a seleção do melhor vizinho s', devido ao alto consumo de tempo para sua avaliação. Entretanto, quando a solução corrente é atualizada, o custo desta restrição é calculado, garantindo a real qualidade da nova solução.

#### Algoritmo 2: Pseudo-código VNS

```
1 s = solução inicial de duas fases;
2 while (Tempo de execução < Tempo limite e
3 Nro iterações sem melhora da solução < Máximo iterações) do
      k = 1;
      while (Tempo de execução < Tempo limite e k <= 3) do
5
          Seleciona o melhor vizinho s' da vizinhança N^k(s);
6
          if f(s') < f(s) then
7
             s=s';
8
              k = 1;
             Zera número de iterações sem melhora da solução;
10
          else
11
             k = k + 1;
12
             Incrementa número de iterações sem melhora da solução;
13
          end
14
      end
15
      Seleciona vizinho s'' da vizinhança shake(s);
16
      s = s'';
18 end
```

O movimento *shake* altera a atribuição de todos os médicos considerando um dia aleatorio do mês para cada médico. A modificação não considera as restrições de factibilidade H1, H2 e H8, podendo tornar a solução corrente infactível. Essa medida onera o início do processamento do VNS nas primeiras iterações, dado que primeiro será necessário remover a infactibilidade. Entretanto, como a solução corrente parou em um mínimo local, se faz necessário um ajuste denso da solução para percorrer outros espaços de busca. Quando uma restrição de factibilidade é violada, é associada uma penalização 1.000 vezes maior que o peso das restrições de qualidade. Com isso, ao iniciar uma nova iteração com uma solução inválida, o algoritmo dará preferência para os vizinhos que tornam a incumbente factível.

O VNS é interrompido por limite de tempo de execução ou limite de iterações sem melhora no custo da solução. Esses limitantes foram definidos conforme a quantidade de médicos de cada instância e são apresentados no Capítulo 6.

#### 4.3.2 Tipos de Vizinhança

No VNS os tipos de vizinhança têm por objetivo explorar diferentes espaços de soluções. Para isso, foram implementadas três vizinhanças: *CHANGE*, *SWAP* e *3-CHAIN*,

as quais serão definidas e exemplificadas nas subseções a seguir.

#### 4.3.2.1 Vizinhança CHANGE

Na vizinhança CHANGE, os vizinhos alteram a atribuição de um dia e de um médico da solução corrente por outra alocação ou folga, desde que esta não torne a solução infactível. A Figura 4.4 apresenta um exemplo de vizinho para o escalonamento de um médico, considerando uma janela de três dias. A primeira linha exibe as atribuições do médico M1 na solução corrente e na segunda linha são apresentadas as atribuições deste médico após ser modificada a alocação do dia 1 por um vizinho do tipo CHANGE.

Figura 4.4: Exemplo de uma modificação válida na solução corrente do VNS pelo tipo de vizinhança *CHANGE* para um escalonamento de 3 dias.

|                          | Médico | Dia 1 (útil) | Dia 2 (não útil) | Dia 3 (não útil) |
|--------------------------|--------|--------------|------------------|------------------|
| Solução atual            | M1     | Noite A1     | Folga            | Manhã/Tarde A1   |
| Vizinho CHANGE<br>válido | M1     | Noite A2     | Folga            | Manhã/Tarde A1   |

 $<sup>^{1}</sup>$ A modificação foi feita no dia 1, alterando a área de alocação do médico M1 de A1 para A2.

Já a Figura 4.5 apresenta um exemplo de movimento *CHANGE* inválido, pois torna a solução infactível ao tentar alocar o turno da noite no dia anterior a uma alocação no turno da manhã e tarde.

Figura 4.5: Exemplo de uma modificação inválida na solução corrente do VNS pelo tipo de vizinhança *CHANGE* para um escalonamento de 3 dias.

|                         | Médico | Dia 1 (útil) | Dia 2 (não útil) | Dia 3 (não útil) |
|-------------------------|--------|--------------|------------------|------------------|
| Solução atual           | M1     | Noite A1     | Folga            | Manhã/Tarde A1   |
| Vizinho CHANGE inválido | M1     | Noite A1     | Noite A1         | Manhã/Tarde A1   |

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>A tentativa de modificação foi feita no dia 2, porém é inválida, pois no dia 3 o médico está alocado nos turno da manhã e tarde. Portanto, não pode ser alocado no turno da noite no dia 2.

O processo de seleção do vizinho considera todas as trocas válidas entre todos os médicos e dias do mês. A ordem de execução é crescente por número de dias e número identificador do médico. Caso exista mais de um vizinho com o menor custo associado, então a seleção ocorre de forma aleatória.

## 4.3.2.2 Vizinhança SWAP

Na vizinhança SWAP, os vizinhos invertem a atribuição de dois médicos de um dia da solução corrente, desde que esta não torne a solução infactível. A Figura 4.6 apresenta um exemplo de vizinho para o escalonamento de dois médicos, considerando uma janela de três dias. A primeira e segunda linhas exibem as atribuições dos médicos M1 e M2 na solução corrente e na terceira e quarta linhas são apresentadas como ficam as atribuições após a inversão.

Figura 4.6: Exemplo de uma modificação na solução corrente do VNS pelo tipo de vizinhança *SWAP* para um escalonamento de 3 dias.

|                     | Médico | Dia 1 (útil) | Dia 2 (não útil) | Dia 3 (não útil) |  |
|---------------------|--------|--------------|------------------|------------------|--|
| Solução atual       | M1     | Noite A1     | Folga            | Manhã/Tarde A1   |  |
|                     | M2     | Manhã A1     | Noite A1         | Noite A1         |  |
| Vizinho <b>SWAP</b> | M1     | Manhã A1     | Folga            | Manhã/Tarde A1   |  |
| válido              | M2     | Noite A1     | Noite A1         | Noite A1         |  |

 $<sup>^{1}</sup>$ A modificação foi feita no dia 1, invertendo as alocações dos médicos M1 e M2.

Já a Figura 4.7 apresenta um exemplo de movimento *SWAP* inválido, pois torna a solução infactível ao tentar alocar o turno da noite no dia anterior a uma alocação no turno da manhã e tarde.

Figura 4.7: Exemplo de uma modificação inválida na solução corrente do VNS pelo tipo de vizinhança *SWAP* para um escalonamento de 3 dias.

|                     | Médico | Dia 1 (útil) | Dia 2 (não útil) | Dia 3 (não útil) |
|---------------------|--------|--------------|------------------|------------------|
| Solução atual       | M1     | Noite A1     | Folga            | Manhã/Tarde A1   |
|                     | M2     | Manhã A1     | Noite A1         | Noite A1         |
| Vizinho <b>SWAP</b> | M1     | Noite A1     | Noite A1         | Manhã/Tarde A1   |
| inválido            | M2     | Manhã A1     | Folga            | Noite A1         |

 $<sup>^{1}</sup>$ A tentativa de modificação foi feita no dia 2. A inversão é inválida, pois no dia 3 o médico M1 está alocado nos turno da manhã e da tarde, logo não pode ser alocado no turno da noite.

O processo de seleção do vizinho considera todas as trocas válidas entre todos os dias do mês e um limite de 50 médicos escolhidos aleatoriamente. A ordem de execução

é crescente por número de dias e número identificador dos médicos selecionados. Caso exista mais de um vizinho com o menor custo associado, então a seleção ocorre de forma aleatória.

#### 4.3.2.3 Vizinhança 3-CHAIN

Na vizinhança 3-CHAIN, os vizinhos invertem a atribuição de um dia entre três médicos da solução corrente, desde que esta não torne a solução infactível. A Figura 4.8 apresenta um exemplo de vizinho para o escalonamento de três médicos considerando uma janela de três dias. As três primeiras linhas exibem as atribuições dos médicos M1, M2 e M3 na solução corrente e nas três últimas linhas são apresentadas como ficam as atribuições após a inversão.

Figura 4.8: Exemplo de uma modificação na solução corrente do VNS pelo tipo de vizinhança *3-CHAIN* para um escalonamento de 3 dias.

|                           | Médico | Dia 1 (útil) | Dia 2 (não útil) | Dia 3 (não útil) |
|---------------------------|--------|--------------|------------------|------------------|
| Solução atual             | M1     | Noite A1     | Folga            | Manhã/Tarde A1   |
|                           | M2     | Manhã A1     | nhã A1 Noite A1  |                  |
|                           | M3     | Tarde A1     | Manhã/Tarde A1   | Folga            |
| Vizinho 3-CHAIN<br>válido | M1     | Noite A1     | Folga            | Noite A1         |
|                           | M2     | Manhã A1     | Noite A1         | Folga            |
|                           | M3     | Tarde A1     | Manhã/Tarde A1   | Manhã/Tarde A1   |

 $<sup>^{1}</sup>$ A modificação foi feita no dia 3, onde o médico M1 recebeu a alocação do médico M2; o médico M2 recebeu do M3 e o médico M3 recebeu a alocação do M1.

Já a Figura 4.9 apresenta um exemplo de movimento *3-CHAIN* inválido, pois torna a solução infactível ao tentar alocar o turno da noite no dia anterior a uma alocação no turno da manhã e tarde.

Da mesma forma que na vizinhança *SWAP*, o processo de seleção do vizinho considera todas as trocas válidas entre todos os dias do mês e um limite de 50 médicos escolhidos aleatoriamente. A ordem de execução é crescente por número de dias e número identificador dos médicos selecionados. Caso exista mais de um vizinho com o menor custo associado, então a seleção ocorre de forma aleatória.

| Figura 4.9: Exemplo de uma modificação inválida na solução corrente do V | NS pelo tipo |
|--|--------------|
| de vizinhança 3-CHAIN para um escalonamento de 3 dias.                   |              |

|                          | Médico | Dia 1 (útil) | Dia 2 (não útil) | Dia 3 (não útil) |
|--------------------------|--------|--------------|------------------|------------------|
|                          | M1     | Noite A1     | Folga            | Manhã/Tarde A1   |
| Solução atual            | M2     | Manhã A1     | Noite A1         | Noite A1         |
|                          | M3     | Tarde A1     | Manhã/Tarde A1   | Folga            |
|                          | M1     | Noite A1     | Noite A1         | Manhã/Tarde A1   |
| Vizinho 3-CHAIN inválido | M2     | Manhã A1     | Manhã/Tarde A1   | Noite A1         |
|                          | M3     | Tarde A1     | Folga            | Folga            |

 $<sup>^{1}</sup>$ A tentativa de modificação foi feita no dia 2. A inversão é inválida, pois no dia 3 o médico M1 está alocado nos turno da manhã e tarde, logo não pode ser alocado no turno da noite.

#### 4.3.3 Conclusões sobre o Algoritmo Proposto

O algoritmo proposto utiliza-se de uma solução inicial já factível através do  $B\&B_T$  e a heurística de VNS aborda os principais tipos de vizinhança utilizados na literatura.

Para as vizinhanças *SWAP* e *3-CHAIN*, o número de médicos influencia significativamente no tempo de execução devido ao número de combinações realizadas para as inversões. A fim de evitar o consumo excessivo de tempo, foi limitada a avaliação em 50 médicos selecionados aleatoriamente. Foram realizados experimentos com um limite maior de médicos, porém o número de combinações reduz a quantidade de iterações da heurística e a qualidade final ficou comprometida.

Em testes preliminares também foi conduzido o impacto do uso da fase de melhoramento da solução inicial sobre a qualidade final do VNS. Na maioria dos experimentos a qualidade das soluções do VNS foi superior quando o custo inicial da solução já havia sido reduzido.

A implementação do algoritmo, contendo o B&B $_T$ , fase de melhoramento e heurística VNS, está disponível no site <a href="https://github.com/taticm13/PRP-HCPA\_202011.git">https://github.com/taticm13/PRP-HCPA\_202011.git</a>.

## 5 GERADOR DE INSTÂNCIAS

Nesta seção será detalhada a implementação do gerador de instâncias, as configurações disponíveis e o formato do arquivo de entrada. Também serão apresentados os diferentes grupos de instâncias gerados para os experimentos sobre o VNS proposto.

O gerador foi implementado na linguagem Java, considerando as características do problema aplicado ao HCPA. Os parâmetros de entrada refletem as informações que podem variar mês-a-mês e são detalhados na Seção 5.1. O formato do arquivo de entrada, que representa uma instância, é definido e exemplificado na Seção 5.2. Já as instâncias geradas para os testes sobre o VNS são apresentadas na Seção 5.3.

#### 5.1 Parâmetros de Entrada

Os parâmetros de entrada do gerador de instâncias representam informações que tipicamente variam mensalmente no hospital. Abaixo são definidos todos os parâmetros e como devem ser informados.

- Competência: o usuário informa o mês e ano para escalonamento. O escalonamento sempre irá ocorrer do primeiro até o último dia do mês.
- **Feriados:** o usuário informa uma lista de dias da competência que serão considerados como feriados.
- Áreas: o usuário informa a quantidade de áreas para escalonamento. A identificação de cada área é feita de forma sequencial de 1 até N, sendo N o número de áreas informada.
- **Médicos:** o usuário informa a quantidade de médicos do hospital e qual o percentual aplicado para cada um dos tipos de contrato listados abaixo:
  - Contrato de *tempo integral*, onde o médico terá 200 horas mensais e um ideal de 48 horas trabalhadas em dias não úteis.
  - Contrato de *tempo parcial*: onde o médico terá 120 horas mensais e um ideal de 24 horas trabalhadas em dias não úteis.
- Permissão nas áreas: o usuário informa o percentual de áreas que serão permitidas para todos os médicos e a probabilidade de um médico ter permissão nas demais áreas que são restritas. Se o parâmetro informado como 100%, todos os médicos

terão permissão em todas as áreas do hospital. Caso contrário, as áreas restritas serão selecionadas aleatoriamente.

- Áreas não preferenciais: o usuário informa a probabilidade do médico não ter preferência de ser alocado em uma área.
- Ausências: o usuário informa a probabilidade do médico estar indisponível em algum dia/turno do mês. A seleção dos dias e turnos com ausência é realizada aleatoriamente para cada médico.
- Alocações fixas: o usuário informa a probabilidade do médico possuir uma alocação fixa em um dia do mês. A atribuição do turno e área é aleatória, obedecendo as permissões do médico e descartando dias em que esteja ausente. A seleção do dia em que haverá uma alocação fixa também é realizada aleatoriamente para cada médico.
- Dia/Turno não preferenciais: o usuário informa a probabilidade do médico não ter preferência em ser alocado em um dia/turno do mês. A seleção dos dias não preferencias é aleatória, sendo descartados os dias em que o médico tem uma alocação fixa ou ausência.
- Demanda por dia/turno/área: o usuário informa a taxa de aproximação com relação ao limite superior de médicos demando por dia/turno/área (α). A demanda mínima e máxima de cada dia/turno/área (DSA) varia conforme esta taxa de aproximação e se o dia é útil ou não. Na Subseção 5.1.1 é detalhado como é realizado cálculo desta função e seu significado.

# 5.1.1 Limite Superior de Médicos Demandado por Dia/Turno/Área

O limite superior de médicos alocados por dia/turno/área (limSupDSA) representa o máximo de médicos que um dia/turno/área pode ter como demanda mínima de modo que a instância seja factível. Isto é, que exista uma solução que atenda à demanda mínima de todos os dias/turnos/áreas da instância, atendendo à restrição H1.

A Equação 5.1 apresenta o cálculo de limSupDSA, onde  $\alpha$  representa a taxa de aproximação com relação ao limite superior; noMed representa o número de médicos disponíveis do hospital; noArea, a quantidade de áreas do hospital e noTurno, a quantidade de turnos válidos no dia. Para dias úteis são considerados 3 turnos (Manhã, Tarde

ou Noite) e para dias não úteis são considerados 2 turnos (Manhã/Tarde ou Noite).

$$limSupDSA = (noMed/(noArea * noTurno))) * \alpha$$
 (5.1)

Esse limite superior compara a quantidade de médicos disponíveis e a quantidade de *slots* (turno/área) que terão médicos alocados no mesmo dia. Por exemplo: em um hospital que possui 4 áreas irão existir 12 *slots* para alocação em um dia útil (produto entre o número de turnos do dia e o número de áreas do hospital). Se cada um desses *slots* ter uma demanda mínima de 2 médicos, a quantidade de médicos disponível no hospital deverá ser igual ou superior à 24. Caso contrário, não será possível atender à demanda mínima, uma vez que cada médico só pode ser alocado em um turno/área do mesmo dia conforme restrições H6 e H7.

Quanto maior a taxa de aproximação do limite superior, maior é a quantidade de soluções infactíveis que essa instância irá possuir. Isso ocorre devido à pequena margem para variação das alocações dentro de um dia, ocasionando na infactibilidade da maioria das combinações que seriam válidas só observando os dados contratuais dos médicos.

#### 5.2 Formato do Arquivo de Entrada

Uma instância é representada através de um arquivo de entrada cujo formato é similar ao utilizado na Segunda Competição Internacional de Escalonamento de Enfermeiras (INRC-II) (CESCHIA et al., 2015). A Figura 5.1 apresenta um exemplo de uma instância no formato de entrada utilizado pelo gerador. O arquivo é gerado em "TXT" e deve possuir os seguidos dados:

- Uma linha com o ano, mês, primeiro e último dias do mês (identificador *MONTH*);
- Uma linha com a quantidade de feriados, seguida por uma linha para cada dia considerado como feriado (identificador *HOLIDAYS*);
- Uma linha com a quantidade de áreas, seguida por uma linha para cada área, indicando seu ID e descrição (identificador LOCATIONS);
- Uma linha com a quantidade de médicos, seguida por uma linha para cada médico, indicando seu ID, nome, horas mensais, horas alocadas em dias não úteis e se tem permissão (1) ou não (0) em cada área do hospital (identificador *PHYSICIANS*);
- Uma linha com a quantidade de alocações fixas, seguida por uma linha para cada alocação fixa, indicando o ID do médico, dia, turno (1-manhã, 2-tarde e 3-noite) e

INÍCIO DO DOCUMENTO TXT FINAL DO DOCUMENTO TXT MONTH = 2020 1 1 31FIXED ASSIGNMENTS = 2 9 24 2 1 HOLIDAYS = 18 3 1 1 LOCKS = 1LOCATIONS = 1 5 3 1 1 Location1 NOT PREFERENCE PER LOCATION = 2 5 1 1 PHYSICIANS = 10 6 1 1 1 Physician1 150 24 1 2 Physician2 200 48 1 PENALTY PER ASSIGN = 2 3 Physician3 150 24 1 10 31 1 1 4 Physician4 200 48 1 10 31 3 1 5 Physician5 200 48 1 6 Physician6 200 48 1 REQUIREMENTS = 124 7 Physician7 200 48 1 1 1 1 1 2 8 Physician8 200 48 1 1 2 1 1 3 9 Physician9 200 48 1 1 3 1 0 2 10 Physician10 200 48 1 < CONTINUA >

Figura 5.1: Exemplo de uma instância no formato de entrada gerado

ID da área (identificador FIXED ASSIGNMENTS);

- Uma linha com a quantidade de ausências, seguida por uma linha para cada ausência, indicando o ID do médico, dia e turno (1-manhã, 2-tarde e 3-noite) (identificador *LOCKS*);
- Uma linha com a quantidade de áreas não preferenciais, seguida por uma linha para cada área não preferencial, indicando o ID do médico, ID da área e peso associado (identificador *NOT PREFERENCE PER LOCATION*);
- Uma linha com a quantidade de alocações não preferenciais, seguida por uma linha para cada alocação não preferencial, indicando o ID do médico, dia, ID do turno e peso associado (identificador PENALTY PER ASSIGN);
- Uma linha com a quantidade de combinações entre dias, turnos e áreas, seguida por uma linha para cada DSA, indicando o dia, o ID do turno, o ID da área, o mínimo e máximo de médicos (identificador REQUIREMENTS);

# 5.3 Instâncias Utilizadas nos Experimentos

Os experimentos conduzidos no Capítulo 6 comparam o comportamento da heurística proposta com o de um método exato. O principal foco da análise está sobre o impacto da taxa de aproximação do limSupDSA entre os diferentes métodos. Para esta avaliação, foram fixados todos os demais parâmetros, com exceção da taxa de aproxima-

ção e do número de médicos.

Tabela 5.1: Parâmetros do gerador para as instâncias utilizadas nos experimentos

| Parâmetro                      | Detalhamento                          |
|--------------------------------|---------------------------------------|
| Competência                    | Janeiro de 2020                       |
| Feriados                       | Feriados nacionais                    |
| Áreas                          | Quantidade: 4                         |
| Médicos                        | Quantidades: 50, 100, 150, 250, 500   |
|                                | 80% dos médicos com contrato integral |
|                                | 20% dos médicos com contrato parcial  |
| Permissão nas áreas            | 100% das áreas sem restrição          |
| Áreas não preferenciais        | 30%                                   |
| Ausências                      | 20% para grupo de Baixa Demanda       |
|                                | 10% para grupo de Média Demanda       |
|                                | 0% para grupo de Alta Demanda         |
| Alocações fixas                | 0%                                    |
| Alocações não preferenciais    | 30%                                   |
| Taxa de aproximação $(\alpha)$ | 10% para grupo de Baixa Demanda       |
| do $limSupDSA$                 | 45% para grupo de Média Demanda       |
|                                | 90% para grupo de Alta Demanda        |

As instâncias foram divididas em três grupos: baixa, média e alta demanda. A Tabela 5.1 apresenta os parâmetros utilizados. Para cada um dos grupos foram geradas 3 instâncias com 50, 100, 150, 250 e 500 médicos, todas com 4 áreas. Ao total foram utilizadas 45 instâncias, listadas na Tabela 5.2.

Tabela 5.2: Instâncias geradas para os experimentos

| Nome                     | Grupo | #Médicos | #Áreas | #Instâncias |
|--------------------------|-------|----------|--------|-------------|
| I_BD_050P_4L_ID1 até ID3 | BD    | 050      | 4      | 3           |
| I_BD_100P_4L_ID1 até ID3 | BD    | 100      | 4      | 3           |
| I_BD_150P_4L_ID1 até ID3 | BD    | 150      | 4      | 3           |
| I_BD_250P_4L_ID1 até ID3 | BD    | 250      | 4      | 3           |
| I_BD_500P_4L_ID1 até ID3 | BD    | 500      | 4      | 3           |
| I_MD_050P_4L_ID1 até ID3 | MD    | 050      | 4      | 3           |
| I_MD_100P_4L_ID1 até ID3 | MD    | 100      | 4      | 3           |
| I_MD_150P_4L_ID1 até ID3 | MD    | 150      | 4      | 3           |
| I_MD_250P_4L_ID1 até ID3 | MD    | 250      | 4      | 3           |
| I_MD_500P_4L_ID1 até ID3 | MD    | 500      | 4      | 3           |
| I_AD_050P_4L_ID1 até ID3 | AD    | 050      | 4      | 3           |
| I_AD_100P_4L_ID1 até ID3 | AD    | 100      | 4      | 3           |
| I_AD_150P_4L_ID1 até ID3 | AD    | 150      | 4      | 3           |
| I_AD_250P_4L_ID1 até ID3 | AD    | 250      | 4      | 3           |
| I_AD_500P_4L_ID1 até ID3 | AD    | 500      | 4      | 3           |

O gerador implementado e todas as instâncias utilizados neste trabalho estão disponíveis no site <a href="https://github.com/taticm13/PRP-HCPA\_202011.git">https://github.com/taticm13/PRP-HCPA\_202011.git</a>.

#### **6 EXPERIMENTOS COMPUTACIONAIS**

Neste capítulo são apresentados os experimentos conduzidos sobre os diferentes grupos de instâncias e algoritmos implementados. O principal objetivo foi identificar em quais circunstâncias a heurística proposta é mais adequada quando comparado com um método exato resolvido por um solver gratuito.

Foi escolhido o solver COIN Branch & Cut (CBC), pelo fato do HCPA buscar reduzir seus custos financeiros e, portanto, não ter a disponibilidade para comprar a licença de um solver. Para fins didáticos também são apresentados os resultados utilizando-se o solver CPLEX.

As próximas seções são organizadas conforme a seguir. A Seção 6.1 apresenta as características do ambiente de execução e as configurações utilizadas. A Seção 6.2 apresenta os experimentos conduzidos sobre a fase de construção da solução inicial. Na Seção 6.3 são analisados os resultados entre o VNS e o CBC. E, por fim, na Seção 6.4 são apresentados os resultados entre o VNS e o CPLEX.

#### 6.1 Ambiente de Execução e Configurações

Todos os experimentos foram realizados em um computador Intel Core i7, com 16GB de RAM e 2, 20GHz. Os testes realizados com VNS apresentados na Seção 6.3 e com a Fase de Melhoramento na Seção 6.2.2 correspondem à média de 10 execuções por instância.

Tabela 6.1: Tempo limite de execução do VNS e do CBC em segundos

| Método | Nún  | Número de médicos da instância |       |       |       |  |  |  |
|--------|------|--------------------------------|-------|-------|-------|--|--|--|
|        | 050  | 100                            | 150   | 250   | 500   |  |  |  |
| VNS    | 60s  | 180s                           | 180s  | 300s  | 300s  |  |  |  |
| CBC    | 900s | 1800s                          | 1800s | 3600s | 3600s |  |  |  |

O tempo limite de execução para o VNS e o CBC é variável conforme o número de médicos e pode ser consultado na Tabela 6.1. O número máximo de iterações sem melhoria do custo da solução corrente utilizado no VNS é 10 vezes o número de médicos da respectiva instância.

A comparação de qualidade entre as soluções geradas no experimentos apresen-

tados nas próximas seções é realizada por GAP (%) com relação ao *lower bound* (LB) de cada instância. O cálculo do GAP é apresentado em percentual e é apurado conforme a Equação 6.1, onde "custoGerado" representa o custo da solução em avaliação e "LB" representa o *lower bound* da instância, considerando o maior valor entre a execução via o solver CBC e o solver CPLEX.

$$GAP = (custoGerado - LB)/custoGerado$$
 (6.1)

Em todas as tabelas de resultados são apresentados: o nome da instância (*Instância*), o *lower bound* (*LB*), o custo, o GAP e o tempo de execução em segundos para cada método. No caso do VNS também é demonstrado o desvio padrão (*Desvio*). Para cada grupo é apresentada uma linha com a média do GAP de todas as instâncias desse grupo. Além de uma média geral ao final da tabela.

Os resultados apurados em todos os métodos passaram por duas fases de validação. A primeira fase consiste de um programa implementado à parte que calcula a função objetivo e confere os valores apresentados para cada restrição.. A segunda fase é realizada através da passagem da solução para o solver CBC, fazendo com que o solver apresente o custo de cada restrição, os quais são comparados com os gerados na solução.

Todos os resultados apresentados nos experimentos das próximas seções, assim como os arquivos de solução e algoritmos implementados estão disponíveis no site <a href="https://github.com/taticm13/PRP-HCPA\_202011.git">https://github.com/taticm13/PRP-HCPA\_202011.git</a>.

#### 6.2 Análise sobre a Construção da Solução Inicial

Nesta seção serão apresentados os experimentos realizados sobre a fase de construção da solução inicial. Na Subseção 6.2.1 é avaliado o impacto na qualidade da solução inicial gerada pelo  $B\&B_T$  com e sem o uso dos mecanismos de ordenação apresentados na Subseção 4.2.1. Na Subseção 6.2.2 é comparada a qualidade entre a solução inicial do  $B\&B_T$  e da fase de melhoramento. Por fim, a Subseção 6.2.3 apresenta as conclusões sobre os experimentos conduzidos sobre a solução inicial.

# 6.2.1 Qualidade do B&B Truncado x Mecanismos de Ordenação

O primeiro experimento tem por objetivo identificar o impacto sobre a qualidade da solução inicial quando utilizados os mecanismos de ordenação no algoritmo de  $B\&B_T$ .

Tabela 6.2: Resultados da solução inicial do  $B\&B_T$  com uso dos mecanismos de ordenação  $(B\&B_t^{SO})$  e sem uso de tais mecanismos  $(B\&B_t^{CO})$ 

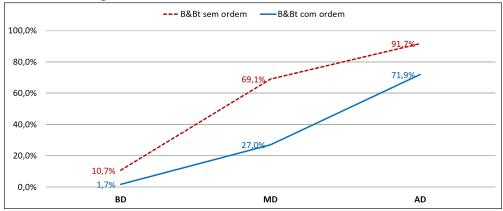
| Instância                            | LB      | -       | $\mathbf{B}\mathbf{\&B}_{t}^{SO}$ |              | $\mathbf{B}\mathbf{\&B}_{t}^{CO}$ |       |              |  |
|--------------------------------------|---------|---------|-----------------------------------|--------------|-----------------------------------|-------|--------------|--|
| Histalicia                           | LD      | Custo   | GAP                               | Tempo        | Custo                             | GAP   | Tempo        |  |
| I_BD_050P_4L_ID1                     | 222400  | 222400  | 0,0%                              | 0,0s         | 222400                            | 0,0%  | 0,0s         |  |
| I_BD_050P_4L_ID2                     | 222400  | 222400  | 0,0%                              | 0,0s         | 222400                            | 0,0%  | 0,0s         |  |
| I BD 050P 4L ID3                     | 222400  | 222400  | 0,0%                              | 0.0s         | 222400                            | 0,0%  | 0,0s         |  |
| I_BD_100P_4L_ID1                     | 372320  | 429362  | 13,3%                             | 0,0s         | 379995                            | 2,0%  | 0,0s         |  |
| I BD 100P 4L ID2                     | 372320  | 434750  | 14,4%                             | 0.0s         | 379729                            | 2,0%  | 0,0s         |  |
| I_BD_100P_4L_ID3                     | 372541  | 431479  | 13,7%                             | 0,0s         | 380058                            | 2,0%  | 0,0s         |  |
| I BD 150P 4L ID1                     | 594720  | 657263  | 9,5%                              | 0.0s         | 602229                            | 1,2%  | 0,0s         |  |
| I BD 150P 4L ID2                     | 594720  | 667306  | 10,9%                             | 0.0s         | 600785                            | 1,0%  | 0,0s         |  |
| I_BD_150P_4L_ID3                     | 594720  | 659142  | 9,8%                              | 0,0s         | 603084                            | 1,4%  | 0,0s         |  |
| I BD 250P 4L ID1                     | 894560  | 1089978 | 17,9%                             | 0.0s         | 924809                            | 3,3%  | 0,0s         |  |
| I BD 250P 4L ID2                     | 894560  | 1087701 | 17,8%                             | 0.0s         | 923111                            | 3,1%  | 0,0s         |  |
| I_BD_250P_4L_ID3                     | 894560  | 1063756 | 15,9%                             | 0.0s         | 923167                            | 3,1%  | 0,0s         |  |
| I_BD_500P_4L_ID1                     | 1849600 | 2089631 | 11,5%                             | 0,0s         | 1887103                           | 2,0%  | 0,1s         |  |
| I BD 500P 4L ID2                     | 1849600 | 2121168 | 12,8%                             | 0,0s         | 1888640                           | 2,1%  | 0,1s         |  |
| I_BD_500P_4L_ID3                     | 1849600 | 2121160 | 12,8%                             | 0,0s         | 1888238                           | 2,0%  | 0,1s         |  |
| média BD                             |         |         | 10,7%                             |              |                                   | 1,7%  |              |  |
| I MD 050P 4L ID1                     | 65680   | 131783  | 50,2%                             | 0,0s         | 79520                             | 17,4% | 0,0s         |  |
| I_MD_050P_4L_ID2                     | 65680   | 133563  | 50,8%                             | 0,0s         | 76354                             | 14,0% | 0,0s         |  |
| I_MD_050P_4L_ID3                     | 65680   | 134466  | 51,2%                             | 0,0s         | 74808                             | 12,2% | 0,0s<br>0,0s |  |
| I MD 100P 4L ID1                     | 70974   | 349566  | 79,7%                             | 0,0s         | 114194                            | 37,8% | 0,0s         |  |
| I_MD_100P_4L_ID2                     | 70917   | 332376  | 78,7%                             | 0,0s         | 112825                            | 37,1% | 0,0s<br>0,0s |  |
| I_MD_100P_4L_ID3                     | 71025   | 344090  | 79,4%                             | 0,0s         | 107840                            | 34,1% | 0,0s<br>0,0s |  |
| I_MD_150P_4L_ID1                     | 191034  | 587560  | 67,5%                             | 0,0s<br>0,0s | 259194                            | 26,3% | 0,0s<br>0,0s |  |
| I MD 150P 4L ID2                     | 191034  | 590602  | 67,7%                             | 0,0s<br>0,0s | 246093                            | 20,3% | 0,0s<br>0,0s |  |
|                                      | 190909  | 592404  | 67,8%                             |              | 246054                            | 22,4% | 0,0s<br>0,0s |  |
| I_MD_150P_4L_ID3<br>I_MD_250P_4L_ID1 | 262028  | 934005  | 71,9%                             | 0,0s         | 357833                            | 26,8% | 0,0s<br>0,0s |  |
| I_MD_250F_4L_ID1<br>I_MD_250P_4L_ID2 | 261960  | 934003  | 72,3%                             | 0,0s         | 363181                            | 20,8% |              |  |
|                                      |         |         |                                   | 0.0s         |                                   |       | 0,0s         |  |
| I_MD_250P_4L_ID3                     | 260971  | 946300  | 72,4%                             | 0.0s         | 368635                            | 29,2% | 0,0s         |  |
| I_MD_500P_4L_ID1                     | 449455  | 1840110 | 75,6%                             | 0,0s         | 661220                            | 32,0% | 0,1s         |  |
| I_MD_500P_4L_ID2                     | 449240  | 1849581 | 75,7%                             | 0.0s         | 670698                            | 33,0% | 0,1s         |  |
| I_MD_500P_4L_ID3                     | 449214  | 1856366 | 75,8%                             | 0,0s         | 666438                            | 32,6% | 0,1s         |  |
| média MD                             |         |         | 69,1%                             |              |                                   | 27,0% |              |  |
| I_AD_050P_4L_ID1                     | 40155   | 214431  | 81,3%                             | 0.0s         | 68943                             | 41,8% | 0,0s         |  |
| I_AD_050P_4L_ID2                     | 39949   | 214301  | 81,4%                             | 0.0s         | 68798                             | 41,9% | 0,0s         |  |
| I_AD_050P_4L_ID3                     | 39148   | 214485  | 81,7%                             | 0.0s         | 67900                             | 42,3% | 0,0s         |  |
| I_AD_100P_4L_ID1                     | 6171    | 406005  | 98,5%                             | 0.0s         | 96138                             | 93,6% | 0,0s         |  |
| I_AD_100P_4L_ID2                     | 5982    | 405851  | 98,5%                             | 0.0s         | 102007                            | 94,1% | 0,0s         |  |
| I_AD_100P_4L_ID3                     | 5993    | 406348  | 98,5%                             | 0.0s         | 96604                             | 93,8% | 0,0s         |  |
| I_AD_150P_4L_ID1                     | 40115   | 643225  | 93,8%                             | 0.0s         | 175324                            | 77,1% | 0,0s         |  |
| I_AD_150P_4L_ID2                     | 39802   | 642920  | 93,8%                             | 0.0s         | 171848                            | 76,8% | 0,0s         |  |
| I_AD_150P_4L_ID3                     | 39556   | 643367  | 93,9%                             | 0.0s         | 179470                            | 78,0% | 0,0s         |  |
| I_AD_250P_4L_ID1                     | 73370   | 1076936 | 93,2%                             | 0.0s         | 300216                            | 75,6% | 0,1s         |  |
| I_AD_250P_4L_ID2                     | 72061   | 1077783 | 93,3%                             | 0.0s         | 295445                            | 75,6% | 0,0s         |  |
| I_AD_250P_4L_ID3                     | 72002   | 1077128 | 93,3%                             | 0.0s         | 303382                            | 76,3% | 0,1s         |  |
| I_AD_500P_4L_ID1                     | 185883  | 2140614 | 91,3%                             | 0.0s         | 623676                            | 70,2% | 0,1s         |  |
| I_AD_500P_4L_ID2                     | 185814  | 2140831 | 91,3%                             | 0.0s         | 629648                            | 70,5% | 0,1s         |  |
| I_AD_500P_4L_ID3                     | 185922  | 2140606 | 91,3%                             | 0,0s         | 635290                            | 70,7% | 0,2s         |  |
| média AD                             |         |         | 91,7%                             |              |                                   | 71,9% |              |  |
| média de todos os grupos             |         |         | 57,2%                             |              |                                   | 33,5% |              |  |

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>Os tempos são apresentados em segundos.

A Tabela 6.2 apresenta para cada instância uma comparação da qualidade e tempo de execução entre o  $B\&B_T$  sem o uso de mecanismos de ordenação ( $B\&B_T^{SO}$ ) e com o uso de tais mecanismos ( $B\&B_T^{CO}$ ).

Conforme demonstrado no gráfico da Figura 6.1, o GAP em todos os grupos de instâncias é menor quando utilizados os mecanismos de ordenação. O tempo de execução sofre um aumento com o uso da ordem, porém não ultrapassa 1 segundo de execução, mesmo para as instâncias maiores.

Figura 6.1: Comparação entre a média do GAP por grupo de instâncias resolvidas pelo  $B\&B_T$  sem ordem e pelo  $B\&B_T$  com ordem



# 6.2.2 Qualidade do B&B Truncado x Fase de Melhoramento

O segundo experimento conduzido foi sobre o uso da fase de melhoramento e o impacto dos mecanismos de ordenação na fase do  $B\&B_T$  sobre a segunda fase da construção da solução inicial.

A Tabela 6.3 apresenta para cada instância uma comparação da qualidade e tempo de execução entre o  $B\&B_T$  com ordenação ( $B\&B_T^{CO}$ ) e a fase de melhoramento executada sobre a solução gerada por esta versão do  $B\&B_T$  (FM sobre  $B\&B_T^{CO}$ ).

A fase de melhoramento tem impacto gradativo conforme o aumento da taxa de aproximação da instância, conforme demonstrado no gráfico da Figura 6.2. Para as instâncias de baixa demanda, a redução do custo é pequena, porém para as instâncias de alta demanda há uma redução de, em média, 21,9% no GAP. A melhor performance é devida ao menor número de soluções factíveis que as instâncias de alta demanda possuem. A alta quantidade de soluções infactíveis dificulta a seleção de uma boa solução inicial no  $B\&B_T$ , que passa a utilizar o ordenamento para viabilizar uma solução factível.

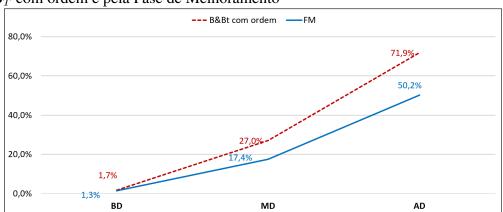
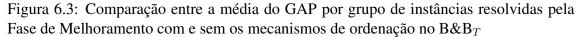


Figura 6.2: Comparação entre a média do GAP por grupo de instâncias resolvidas pelo  $B\&B_T$  com ordem e pela Fase de Melhoramento

Já a Tabela 6.4 apresenta para cada instância uma comparação da qualidade e tempo de execução entre a fase de melhoramento considerando as duas versões do  $B\&B_T$ : sem o uso de ordem (**FM sobre**  $B\&B_T^{CO}$ ).

Entretanto, mesmo com o uso da fase de melhoramento, o GAP da solução inicial construída com o  $B\&B_t^{SO}$  não é reduzido ao mesmo GAP daquelas que passaram pelo ordenamento. O gráfico da Figura 6.3 apresenta a média do GAP entre a fase de melhoramento para cada grupo de instância com e sem os mecanismos de ordenação. Além de apresentar piores resultados, o tempo de processamento da fase de melhoramento sem a ordenação também aumenta significativamente.



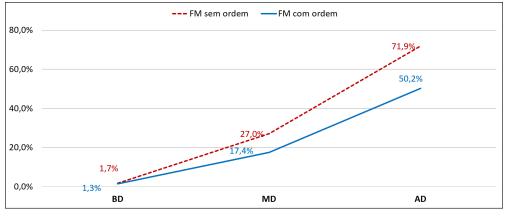


Tabela 6.3: Resultados da solução inicial do  $B\&B_t^{CO}$  e após fase de melhoramento (FM)

| Leading in               |          |              | $\mathbf{B\&B}_{t}^{CO}$ | 1         | FM so     |       | bre B&B <sub>t</sub> <sup>CO</sup> |  |
|--------------------------|----------|--------------|--------------------------|-----------|-----------|-------|------------------------------------|--|
| Instância                | LB       | Custo        | GAP                      | Tempo     | Custo     | GAP   | Tempo                              |  |
| I_BD_050P_4L_ID1         | 222400   | 222400       | 0,0%                     | 0,0s      | 222400,0  | 0,0%  | 0,0s                               |  |
| I_BD_050P_4L_ID2         | 222400   | 222400       | 0,0%                     | 0,0s      | 222400,0  | 0,0%  | 0,0s                               |  |
| I_BD_050P_4L_ID3         | 222400   | 222400       | 0,0%                     | 0,0s      | 222400,0  | 0,0%  | 0,0s                               |  |
| I_BD_100P_4L_ID1         | 372320   | 379995       | 2,0%                     | 0,0s      | 379995,0  | 2,0%  | 0,0s                               |  |
| I_BD_100P_4L_ID2         | 372320   | 379729       | 2,0%                     | 0,0s      | 379729,0  | 2,0%  | 0,0s                               |  |
| I_BD_100P_4L_ID3         | 372541   | 380058       | 2,0%                     | 0,0s      | 380058,0  | 2,0%  | 0,0s                               |  |
| I_BD_150P_4L_ID1         | 594720   | 602229       | 1,2%                     | 0,0s      | 602229,0  | 1,2%  | 0,0s                               |  |
| I_BD_150P_4L_ID2         | 594720   | 600785       | 1,0%                     | 0,0s      | 600785,0  | 1,0%  | 0,0s                               |  |
| I_BD_150P_4L_ID3         | 594720   | 603084       | 1,4%                     | 0,0s      | 603084,0  | 1,4%  | 0,0s                               |  |
| I_BD_250P_4L_ID1         | 894560   | 924809       | 3,3%                     | 0,0s      | 914579,6  | 2,2%  | 0,1s                               |  |
| I_BD_250P_4L_ID2         | 894560   | 923111       | 3,1%                     | 0,0s      | 913328,5  | 2,1%  | 0,1s                               |  |
| I_BD_250P_4L_ID3         | 894560   | 923167       | 3,1%                     | 0,0s      | 913913,8  | 2,1%  | 0,1s                               |  |
| I_BD_500P_4L_ID1         | 1849600  | 1887103      | 2,0%                     | 0,1s      | 1875221,5 | 1,4%  | 0,1s                               |  |
| I BD 500P 4L ID2         | 1849600  | 1888640      | 2,1%                     | 0,1s      | 1876341,8 | 1,4%  | 0,1s                               |  |
| I BD 500P 4L ID3         | 1849600  | 1888238      | 2,0%                     | 0,1s      | 1873247,2 | 1,3%  | 0,1s<br>0,2s                       |  |
|                          | 1047000  | 1000230      |                          | 0,13      | 1073247,2 |       | 0,23                               |  |
| média BD                 |          |              | 1,7%                     |           |           | 1,3%  |                                    |  |
| I_MD_050P_4L_ID1         | 65680    | 79520        | 17,4%                    | 0.0s      | 77410,0   | 15,2% | 0,0s                               |  |
| I_MD_050P_4L_ID2         | 65680    | 76354        | 14,0%                    | 0.0s      | 74432,0   | 11,8% | 0,0s                               |  |
| I_MD_050P_4L_ID3         | 65680    | 74808        | 12,2%                    | 0.0s      | 73729,0   | 10,9% | 0,0s                               |  |
| I_MD_100P_4L_ID1         | 70974    | 114194       | 37,8%                    | 0.0s      | 93383,2   | 24,0% | 0.0s                               |  |
| I_MD_100P_4L_ID2         | 70917    | 112825       | 37,1%                    | 0.0s      | 95855,7   | 26,0% | 0.0s                               |  |
| I_MD_100P_4L_ID3         | 71025    | 107840       | 34,1%                    | 0.0s      | 90868,8   | 21,8% | 0.0s                               |  |
| I_MD_150P_4L_ID1         | 191034   | 259194       | 26,3%                    | 0.0s      | 230514,6  | 17,1% | 0.1s                               |  |
| I_MD_150P_4L_ID2         | 190969   | 246093       | 22,4%                    | 0.0s      | 218864,6  | 12,7% | 0.1s                               |  |
| I_MD_150P_4L_ID3         | 190925   | 246054       | 22,4%                    | 0.0s      | 218779,2  | 12,7% | 0.1s                               |  |
| I_MD_250P_4L_ID1         | 262028   | 357833       | 26,8%                    | 0.0s      | 314683,6  | 16,7% | 0.1s                               |  |
| I_MD_250P_4L_ID2         | 261960   | 363181       | 27,9%                    | 0.0s      | 316503,3  | 17,2% | 0,2s                               |  |
| I_MD_250P_4L_ID3         | 260971   | 368635       | 29,2%                    | 0.0s      | 321049,8  | 18,7% | 0,2s                               |  |
| I_MD_500P_4L_ID1         | 449455   | 661220       | 32,0%                    | 0.1s      | 554460,4  | 18,9% | 0.7s                               |  |
| I_MD_500P_4L_ID2         | 449240   | 670698       | 33,0%                    | 0.1s      | 549982,4  | 18,3% | 0.8s                               |  |
| I_MD_500P_4L_ID3         | 449214   | 666438       | 32,6%                    | 0,1s      | 556509,1  | 19,3% | 0,7s                               |  |
| média MD                 |          |              | 27,0%                    |           |           | 17,4% |                                    |  |
| I_AD_050P_4L_ID1         | 40155    | 68943        | 41,8%                    | 0,0s      | 54002,8   | 25,6% | 0,0s                               |  |
| I_AD_050P_4L_ID2         | 39949    | 68798        | 41,9%                    | 0,0s      | 56921,2   | 29,8% | 0,0s                               |  |
| I_AD_050P_4L_ID3         | 39148    | 67900        | 42,3%                    | 0,0s      | 55453,2   | 29,4% | 0,0s                               |  |
| I_AD_100P_4L_ID1         | 6171     | 96138        | 93,6%                    | 0,0s      | 30116,0   | 79,5% | 0,0s                               |  |
| I_AD_100P_4L_ID2         | 5982     | 102007       | 94,1%                    | 0,0s      | 33651,6   | 82,2% | 0,0s                               |  |
| I_AD_100P_4L_ID3         | 5993     | 96604        | 93,8%                    | 0,0s      | 32558,7   | 81,6% | 0,0s                               |  |
| I_AD_150P_4L_ID1         | 40115    | 175324       | 77,1%                    | 0,0s      | 80965,9   | 50,5% | 0,1s                               |  |
| I_AD_150P_4L_ID2         | 39802    | 171848       | 76,8%                    | 0,0s      | 76751,2   | 48,1% | 0,1s                               |  |
| I AD 150P 4L ID3         | 39556    | 179470       | 78,0%                    | 0,0s      | 80318,2   | 50,8% | 0,1s                               |  |
| I_AD_250P_4L_ID1         | 73370    | 300216       | 75,6%                    | 0,1s      | 139671,1  | 47,5% | 0,3s                               |  |
| I_AD_250P_4L_ID2         | 72061    | 295445       | 75,6%                    | 0,0s      | 142117,0  | 49,3% | 0,3s                               |  |
| I_AD_250P_4L_ID3         | 72002    | 303382       | 76,3%                    | 0,1s      | 137361,6  | 47,6% | 0,3s                               |  |
| I_AD_500P_4L_ID1         | 185883   | 623676       | 70,2%                    | 0,1s      | 337858,8  | 45,0% | 1,1s                               |  |
| I_AD_500P_4L_ID2         | 185814   | 629648       | 70,5%                    | 0,1s      | 334305,2  | 44,4% | 1,1s                               |  |
| I_AD_500P_4L_ID3         | 185922   | 635290       | 70,7%                    | 0.2s      | 319371,8  | 41,8% | 1,2s                               |  |
| média AD                 |          |              | 71,9%                    |           |           | 50,2% |                                    |  |
| média de todos os grupos |          |              | 33,5%                    |           |           | 23,0% |                                    |  |
|                          | 10s temi | oos são anre |                          | am cagund | los       | •     |                                    |  |

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>Os tempos são apresentados em segundos.

 $<sup>^2</sup>$  Os valores de custo e tempo das soluções de FM sobre  $B\&B_T^{CO}$  correspondem à média de 10 execuções.

Tabela 6.4: Resultados da solução inicial após fase de melhoramento (FM) com  ${\rm B\&B}_t^{SO}$  e com  ${\rm B\&B}_t^{CO})$ 

| Instância  | LB      | FM so     | bre B&E | $\mathbf{B}_t^{SO}$ | FM sobre B&B $_t^{CO}$ |       |              |  |
|--|---------|-----------|---------|---------------------|------------------------|-------|--------------|--|
|  |         | Custo     | GAP     | Tempo               | Custo                  | GAP   | Tempo        |  |
| I_BD_050P_4L_ID1                                     | 222400  | 222400,0  | 0,0%    | 0,0s                | 222400,0               | 0,0%  | 0,0s         |  |
| I_BD_050P_4L_ID2                                     | 222400  | 222400,0  | 0,0%    | 0,0s                | 222400,0               | 0,0%  | 0,0s         |  |
| I_BD_050P_4L_ID3                                     | 222400  | 222400,0  | 0,0%    | 0,0s                | 222400,0               | 0,0%  | 0,0s         |  |
| I_BD_100P_4L_ID1                                     | 372320  | 429362,0  | 13,3%   | 0,0s                | 379995,0               | 2,0%  | 0,0s         |  |
| I_BD_100P_4L_ID2                                     | 372320  | 434750,0  | 14,4%   | 0,0s                | 379729,0               | 2,0%  | 0,0s         |  |
| I_BD_100P_4L_ID3                                     | 372541  | 431479,0  | 13,7%   | 0,0s                | 380058,0               | 2,0%  | 0,0s         |  |
| I_BD_150P_4L_ID1                                     | 594720  | 657263,0  | 9,5%    | 0,0s                | 602229,0               | 1,2%  | 0,0s         |  |
| I_BD_150P_4L_ID2                                     | 594720  | 667306,0  | 10,9%   | 0,0s                | 600785,0               | 1,0%  | 0,0s         |  |
| I_BD_150P_4L_ID3                                     | 594720  | 659142,0  | 9,8%    | 0,0s                | 603084,0               | 1,4%  | 0,0s         |  |
| I_BD_250P_4L_ID1                                     | 894560  | 913890,4  | 2,1%    | 0,3s                | 914579,6               | 2,2%  | 0,1s         |  |
| I_BD_250P_4L_ID2                                     | 894560  | 910617,9  | 1,8%    | 0,3s                | 913328,5               | 2,1%  | 0,1s         |  |
| I_BD_250P_4L_ID3                                     | 894560  | 909391,5  | 1,6%    | 0,2s                | 913913,8               | 2,1%  | 0,1s         |  |
| I_BD_500P_4L_ID1                                     | 1849600 | 1873182,8 | 1,3%    | 0,2s<br>0,7s        | 1875221,5              | 1,4%  | 0,1s         |  |
| I_BD_500P_4L_ID2                                     | 1849600 | 1879176,7 | 1,6%    | 0,7s                | 1876341,8              | 1,4%  | 0,1s         |  |
| I_BD_500P_4L_ID3                                     | 1849600 | 1879701,6 | 1,6%    | 0,7s                | 1873247,2              | 1,3%  | 0,1s<br>0,2s |  |
|  | 1049000 | 1079701,0 |         | 0,78                | 1073247,2              |       | 0,28         |  |
| média BD   |         |           | 5,4%    |                     |                        | 1,3%  |              |  |
| I_MD_050P_4L_ID1                                     | 65680   | 117341,8  | 44,0%   | 0,0s                | 77410,0                | 15,2% | 0,0s         |  |
| I_MD_050P_4L_ID2                                     | 65680   | 118900,7  | 44,8%   | 0.0s                | 74432,0                | 11,8% | 0.0s         |  |
| I_MD_050P_4L_ID3                                     | 65680   | 118862,4  | 44,7%   | 0.0s                | 73729,0                | 10,9% | 0,0s         |  |
| I_MD_100P_4L_ID1                                     | 70974   | 116742,2  | 39,2%   | 0.1s                | 93383,2                | 24,0% | 0.0s         |  |
| I_MD_100P_4L_ID2                                     | 70917   | 116451,2  | 39,1%   | 0.1s                | 95855,7                | 26,0% | 0.0s         |  |
| I_MD_100P_4L_ID3                                     | 71025   | 116234,9  | 38,9%   | 0.1s                | 90868,8                | 21,8% | 0.0s         |  |
| I_MD_150P_4L_ID1                                     | 191034  | 237757,7  | 19,7%   | 0.3s                | 230514,6               | 17,1% | 0.1s         |  |
| I_MD_150P_4L_ID2                                     | 190969  | 242553,4  | 21,3%   | 0.3s                | 218864,6               | 12,7% | 0.1s         |  |
| I_MD_150P_4L_ID3                                     | 190925  | 237918,5  | 19,8%   | 0.3s                | 218779,2               | 12,7% | 0,1s         |  |
| I_MD_250P_4L_ID1                                     | 262028  | 357318,5  | 26,7%   | 0,9s                | 314683,6               | 16,7% | 0,1s         |  |
| I_MD_250P_4L_ID2                                     | 261960  | 352117,5  | 25,6%   | 0,9s                | 316503,3               | 17,2% | 0,2s         |  |
| I_MD_250P_4L_ID3                                     | 260971  | 356939,1  | 26,9%   | 0,9s                | 321049,8               | 18,7% | 0,2s         |  |
| I_MD_500P_4L_ID1                                     | 449455  | 658450,2  | 31,7%   | 3,9s                | 554460,4               | 18,9% | 0.7s         |  |
| I_MD_500P_4L_ID2                                     | 449240  | 656956,5  | 31,6%   | 3,7s                | 549982,4               | 18,3% | 0,8s         |  |
| I_MD_500P_4L_ID3                                     | 449214  | 665706,2  | 32,5%   | 3,7s                | 556509,1               | 19,3% | 0,7s         |  |
| média MD   |         |           | 32,4%   |                     |                        | 17,4% |              |  |
| I_AD_050P_4L_ID1                                     | 40155   | 99524,2   | 59,7%   | 0,0s                | 54002,8                | 25,6% | 0,0s         |  |
| I_AD_050P_4L_ID2                                     | 39949   | 99556,2   | 59,9%   | 0,0s                | 56921,2                | 29,8% | 0,0s         |  |
| I_AD_050P_4L_ID3                                     | 39148   | 99481,2   | 60,6%   | 0,0s                | 55453,2                | 29,4% | 0,0s         |  |
| I_AD_100P_4L_ID1                                     | 6171    | 143779,3  | 95,7%   | 0,2s                | 30116,0                | 79,5% | 0,0s         |  |
| I_AD_100P_4L_ID2                                     | 5982    | 142344,8  | 95,8%   | 0,2s                | 33651,6                | 82,2% | 0,0s         |  |
| I_AD_100P_4L_ID3                                     | 5993    | 144132,4  | 95,8%   | 0,2s                | 32558,7                | 81,6% | 0,0s         |  |
| I_AD_150P_4L_ID1                                     | 40115   | 235354,4  | 83,0%   | 0,5s                | 80965,9                | 50,5% | 0,1s         |  |
| I_AD_150P_4L_ID2                                     | 39802   | 232703,4  | 82,9%   | 0,5s                | 76751,2                | 48,1% | 0,1s         |  |
| I_AD_150P_4L_ID3                                     | 39556   | 231051,4  | 82,9%   | 0,5s                | 80318,2                | 50,8% | 0,1s         |  |
| I_AD_250P_4L_ID1                                     | 73370   | 392887,8  | 81,3%   | 1,4s                | 139671,1               | 47,5% | 0,3s         |  |
| I_AD_250P_4L_ID2                                     | 72061   | 389084,0  | 81,5%   | 1,4s                | 142117,0               | 49,3% | 0,3s         |  |
| I_AD_250P_4L_ID3                                     | 72001   | 387493,1  | 81,4%   | 1,4s<br>1,3s        | 137361,6               | 47,6% | 0,3s         |  |
| I_AD_500P_4L_ID1                                     | 185883  | 768094,6  | 75,8%   | 5,5s                | 337858,8               | 45,0% | 1,1s         |  |
| I_AD_500P_4L_ID1<br>I_AD_500P_4L_ID2                 | 185814  | 767144,7  | 75,8%   | 5,3s                | 334305,2               | 44,4% | 1,1s<br>1,1s |  |
| I_AD_500P_4L_ID3                                     | 185922  | 770922,5  | 75,9%   | 5,3s                | 319371,8               | 41,8% | 1,1s<br>1,2s |  |
| média AD   |         | •         | 79,2%   |                     | •                      | 50,2% |              |  |
| média de todos os grupos                             |         |           | 39,0%   |                     |                        | 23,0% |              |  |
| <sup>1</sup> Os tempos são apresentados em segundos. |         |           |         |                     |                        |       |              |  |

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>Os tempos são apresentados em segundos.

 $<sup>^2\</sup>mathrm{Os}$  valores de custo e tempo correspondem à média de 10 execuções.

# 6.2.3 Conclusões sobre a Construção da Solução Inicial

Conforme testes preliminares sobre o VNS proposto, quanto melhor a qualidade da solução inicial, menor o custo associado ao final do processamento da heurística. Com base dos resultados apresentados nas subseções anteriores foi possível definir qual a melhor combinação dos algoritmos propostos fornece a melhor solução inicial.

Essa decisão está refletida no detalhamento da Seção 4.2 e nos testes conduzidos na comparação entre o VNS e CBC da próxima seção, os quais utilizam a versão do  $B\&B_T$  com uso dos mecanismos de ordenação seguida da fase de melhoramento.

#### 6.3 Análise sobre VNS e CBC

Nesta seção são comparados os resultados do VNS e do CBC para cada um dos grupos de instâncias gerados. A Tabela 6.5 apresenta para cada instância uma comparação da qualidade e tempo de execução entre o CBC e o VNS.

Embora o número de médicos da instância influencie na quantidade de iterações que cada método precisa executar, a maior diferença de custo entre o VNS e o CBC se dá pela demanda da instância. Nas instâncias de baixa demanda, a diferença de qualidade entre o VNS e o CBC é insignificante. Porém nas instâncias de média e alta demanda, a qualidade das soluções do VNS aumenta gradativamente com relação à taxa de aproximação do limSupDSA, conforme apresentado no gráfico da Figura 6.4.



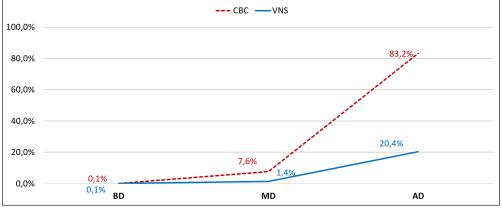


Tabela 6.5: Resultados CBC e VNS

| Tabela 6.5: Resultados CBC e VNS  CBC VNS |                  |                  |                  |                    |                        |              |                  |                |  |
|---|------------------|------------------|------------------|--------------------|------------------------|--------------|------------------|----------------|--|
| Instância                                 | LB               |                  |                  | Tempo              | Custo Desvio GAP Tempo |              |                  |                |  |
| I DD 050D 41 ID1                          | 222400           |                  |                  |                    |                        |              |                  |                |  |
| I_BD_050P_4L_ID1                          |                  | 222400           | 0,0%             | 2,0s               | 222400,0               | 0,0          | 0,0%             | 60,0s          |  |
| I_BD_050P_4L_ID2<br>I_BD_050P_4L_ID3      | 222400<br>222400 | 222400<br>222400 | $0.0\% \\ 0.0\%$ | 1,0s<br>1,0s       | 222400,0<br>222400,0   | $0,0 \\ 0,0$ | $0.0\% \\ 0.0\%$ | 60,0s<br>60,0s |  |
| I_BD_100P_4L_ID1                          | 372320           | 372560           | 0,0%             | 1,0s<br>1795,0s    | 372707,8               | 35,7         | 0,0%             | 180,0s         |  |
| I_BD_100P_4L_ID1                          | 372320           | 372561           | 0,1%             | 1793,0s<br>1794,0s | 372707,8               | 32,2         | 0,1%             | 180,0s         |  |
| I_BD_100P_4L_ID3                          | 372541           | 372563           | 0,1%             | 1794,0s<br>1794,0s | 372692,7               | 40,5         | 0,1%             | 180,0s         |  |
| I_BD_150P_4L_ID1                          | 594720           | 594964           | 0,0%             | 1794,0s<br>1798,0s | 595311,9               | 81,8         | 0,0%             | 180,0s         |  |
| I_BD_150P_4L_ID1                          | 594720           | 594973           | 0,0%             | 1796,0s<br>1796,0s | 595333,9               | 68,8         | 0,1%             | 180,0s         |  |
| I_BD_150P_4L_ID3                          | 594720           | 594965           | 0,0%             | 1790,0s            | 595316,8               | 96,8         | 0,1%             | 180,0s         |  |
| I_BD_250P_4L_ID1                          | 894560           | 898303           | 0,4%             | 3568,0s            | 896634,8               | 200,9        | 0,2%             | 300,0s         |  |
| I_BD_250P_4L_ID2                          | 894560           | 896571           | 0,2%             | 3588,0s            | 896537,8               | 140,3        | 0,2%             | 300,0s         |  |
| I_BD_250P_4L_ID3                          | 894560           | 895456           | 0,1%             | 3577,0s            | 896614,0               | 261,3        | 0,2%             | 300,0s         |  |
| I_BD_500P_4L_ID1                          | 1849600          | 1853610          | 0,2%             | 3548,0s            | 1853952,9              | 258,3        | 0,2%             | 300,0s         |  |
| I_BD_500P_4L_ID2                          | 1849600          | 1858998          | 0,5%             | 3519,0s            | 1853846,9              | 258,1        | 0,2%             | 300,0s         |  |
| I_BD_500P_4L_ID3                          | 1849600          | 1857871          | 0,4%             | 3493,0s            | 1853996,6              | 288,2        | 0,2%             | 300,0s         |  |
| média BD                                  |                  |                  | 0,1%             |                    |                        |              | 0,1%             |                |  |
| I_MD_050P_4L_ID1                          | 65680            | 65692            | 0,0%             | 897,0s             | 66098,8                | 77,1         | 0,6%             | 60,0s          |  |
| I MD 050P 4L ID2                          | 65680            | 65685            | 0,0%             | 899,0s             | 65905,0                | 57,8         | 0,3%             | 60,0s          |  |
| I MD 050P 4L ID3                          | 65680            | 65686            | 0,0%             | 898,0s             | 66048,9                | 84,6         | 0,6%             | 60,0s          |  |
| I_MD_100P_4L_ID1                          | 70974            | 78299            | 9,4%             | 1785,0s            | 71972,3                | 127,5        | 1,4%             | 180,0s         |  |
| I_MD_100P_4L_ID2                          | 70917            | 79132            | 10,4%            | 1775,0s            | 72101,6                | 112,8        | 1,6%             | 180,0s         |  |
| I_MD_100P_4L_ID3                          | 71025            | 80582            | 11,9%            | 1782,0s            | 72116,8                | 132,4        | 1,5%             | 180,0s         |  |
| I_MD_150P_4L_ID1                          | 191034           | 200536           | 4,7%             | 1782,0s            | 192728,7               | 121,7        | 0,9%             | 180,0s         |  |
| I_MD_150P_4L_ID2                          | 190969           | 198135           | 3,6%             | 1771,0s            | 192837,5               | 102,5        | 1,0%             | 180,0s         |  |
| I_MD_150P_4L_ID3                          | 190925           | 200404           | 4,7%             | 1795,0s            | 192876,4               | 147,6        | 1,0%             | 180,0s         |  |
| I_MD_250P_4L_ID1                          | 262028           | 272405           | 3,8%             | 3543,0s            | 265537,6               | 272,8        | 1,3%             | 300,0s         |  |
| I_MD_250P_4L_ID2                          | 261960           | 276049           | 5,1%             | 3583,0s            | 265254,0               | 217,6        | 1,2%             | 300,0s         |  |
| I_MD_250P_4L_ID3                          | 260971           | 279505           | 6,6%             | 3527,0s            | 265430,1               | 305,5        | 1,7%             | 300,0s         |  |
| I_MD_500P_4L_ID1                          | 449455           | 512816           | 12,4%            | 3459,0s            | 460309,9               | 431,7        | 2,4%             | 300,0s         |  |
| I_MD_500P_4L_ID2                          | 449240           | 566393           | 20,7%            | 3414,0s            | 459875,1               | 496,1        | 2,3%             | 300,0s         |  |
| I_MD_500P_4L_ID3                          | 449214           | 564054           | 20,4%            | 3291,0s            | 460323,3               | 403,6        | 2,4%             | 300,0s         |  |
| média MD                                  |                  |                  | 7,6%             |                    |                        |              | 1,4%             |                |  |
| I_AD_050P_4L_ID1                          | 40155            | NE               | 100,0%           | 900,0s             | 41854,2                | 242,4        | 4,1%             | 60,0s          |  |
| I_AD_050P_4L_ID2                          | 39949            | NE               | 100,0%           | 900,0s             | 42010,0                | 360,5        | 4,9%             | 60,0s          |  |
| I_AD_050P_4L_ID3                          | 39148            | NE               | 100,0%           | 900,0s             | 41845,1                | 109,2        | 6,4%             | 60,0s          |  |
| I_AD_100P_4L_ID1                          | 6171             | 36094            | 82,9%            | 1753,0s            | 13449,3                | 214,5        | 54,1%            | 180,0s         |  |
| I_AD_100P_4L_ID2                          | 5982             | 40157            | 85,1%            | 1733,0s            | 13584,6                | 415,6        | 56,0%            | 180,0s         |  |
| I_AD_100P_4L_ID3                          | 5993             | 42817            | 86,0%            | 1816,0s            | 13701,4                | 416,8        | 56,3%            | 180,0s         |  |
| I_AD_150P_4L_ID1                          | 40115            | 80745            | 50,3%            | 1768,0s            | 46948,1                | 505,3        | 14,6%            | 180,0s         |  |
| I_AD_150P_4L_ID2                          | 39802            | 76552            | 48,0%            | 1579,0s            | 46816,6                | 457,1        | 15,0%            | 180,0s         |  |
| I_AD_150P_4L_ID3                          | 39556            | 79875            | 50,5%            | 1620,0s            | 47220,7                | 399,4        | 16,2%            | 180,0s         |  |
| I_AD_250P_4L_ID1                          | 73370            | 133031           | 44,8%            | 3404,0s            | 84377,2                | 441,2        | 13,0%            | 300,0s         |  |
| I_AD_250P_4L_ID2                          | 72061            | NE               | 100,0%           | 3600,0s            | 83954,7                | 359,9        | 14,2%            | 300,0s         |  |
| I_AD_250P_4L_ID3                          | 72002            | NE               | 100,0%           | 3600,0s            | 83999,2                | 548,8        | 14,3%            | 300,0s         |  |
| I_AD_500P_4L_ID1                          | 185883           | NE               | 100,0%           | 3600,0s            | 212033,0               | 404,2        | 12,3%            | 300,0s         |  |
| I_AD_500P_4L_ID2                          | 185814           | NE               | 100,0%           | 3600,0s            | 211230,1               | 974,3        | 12,0%            | 300,0s         |  |
| I_AD_500P_4L_ID3                          | 185922           | NE               | 100,0%           | 3600,0s            | 211148,9               | 554,0        | 11,9%            | 300,0s         |  |
| média AD                                  |                  |                  | 83,2%            |                    |                        |              | 20,4%            |                |  |
| média todos grupos                        |                  |                  | 30,3%            |                    |                        |              | 7,3%             |                |  |
| 1 N/E :                                   | 1: ~             |                  |                  |                    |                        |              |                  |                |  |

 $<sup>^1</sup>NE$  indica que não foi encontrada solução factível dentro do tempo limite.

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup>Os tempos são apresentados em segundos.

 $<sup>^3\</sup>mathrm{Os}$  valores de custo e tempo do VNS correspondem à média de 10 execuções.

Com base nos resultados apresentados, o uso da heurística proposta garante melhores resultados para instâncias com alta taxa de aproximação do limSupDSA. Para instâncias com menor taxa de aproximação, os resultados apresentados pelo solver são equiparáveis aos do VNS. Entretanto, o método exato não garante a solução ótima e demanda um tempo de execução superior ao da heurística.

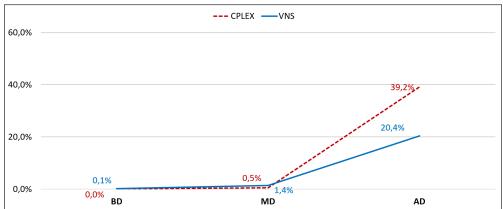
Sugere-se que o uso de um método exato ou da heurística observe duas variáveis durante o escalonamento: o tempo de execução e a demanda da instância. Se há disponibilidade para uma execução com um ou mais dias de duração e a taxa de aproximação é baixa, é recomendado executar o método exato. Porém, se necessária uma solução de boa qualidade em poucos minutos ou, se a instância é muito restrita, recomendá-se o uso da heurística.

### 6.4 Análise sobre VNS e CPLEX

Nesta seção são comparados os resultados do VNS e do CPLEX para cada um dos grupos de instâncias para fins didáticos. A Tabela 6.6 apresenta para cada instância uma comparação da qualidade e tempo de execução entre o CPLEX e o VNS.

O CPLEX apresentou, em média, melhores resultados que o CBC, fornecendo soluções de menor custo inclusive para as instâncias de média demanda. Entretanto, para as instâncias de alta demanda, o VNS ganha vantagem pelo menor GAP e tempo de execução, conforme apresentado no gráfico da Figura 6.5.

Figura 6.5: Comparação entre a média do GAP por grupo de instâncias resolvidas pelo CPLEX e VNS



Pelas instâncias reais do HCPA que foram avaliadas, estas se caracterizam como alta demanda. Portanto, mesmo com a possibilidade de compra da licença do CPLEX, ainda seria recomendado o uso do VNS proposto.

Tabela 6.6: Resultados CPLEX e VNS

| Tabela 6.6: Resultados CPLEX e VNS |         |         |       |          |           |        |       |        |  |
|------------------------------------|---------|---------|-------|----------|-----------|--------|-------|--------|--|
| Instância                          | LB      | CPLEX   |       |          | VNS       |        |       |        |  |
|                                    |         | Custo   | GAP   | Tempo    | Custo     | Desvio | GAP   | Tempo  |  |
| I_BD_050P_4L_ID1                   | 222400  | 222400  | 0,0%  | 1,0s     | 222400,0  | 0,0    | 0,0%  | 60,0s  |  |
| I_BD_050P_4L_ID2                   | 222400  | 222400  | 0,0%  | 1,0s     | 222400,0  | 0,0    | 0,0%  | 60,0s  |  |
| I_BD_050P_4L_ID3                   | 222400  | 222400  | 0,0%  | 1,0s     | 222400,0  | 0,0    | 0,0%  | 60,0s  |  |
| I_BD_100P_4L_ID1                   | 372320  | 372563  | 0,1%  | 1818,0s  | 372707,8  | 35,7   | 0,1%  | 180,0s |  |
| I_BD_100P_4L_ID2                   | 372320  | 372562  | 0,1%  | 1913,0s  | 372692,7  | 32,2   | 0,1%  | 180,0s |  |
| I_BD_100P_4L_ID3                   | 372541  | 372565  | 0,0%  | 1801,0s  | 372694,8  | 40,5   | 0,0%  | 180,0s |  |
| I_BD_150P_4L_ID1                   | 594720  | 594963  | 0,0%  | 1811,0s  | 595311,9  | 81,8   | 0,1%  | 180,0s |  |
| I_BD_150P_4L_ID2                   | 594720  | 594968  | 0,0%  | 1913,0s  | 595333,9  | 68,8   | 0,1%  | 180,0s |  |
| I_BD_150P_4L_ID3                   | 594720  | 594963  | 0,0%  | 1848,0s  | 595316,8  | 96,8   | 0,1%  | 180,0s |  |
| I_BD_250P_4L_ID1                   | 894560  | 895280  | 0,1%  | 3667,0s  | 896634,8  | 200,9  | 0,2%  | 300,0s |  |
| I_BD_250P_4L_ID2                   | 894560  | 895281  | 0,1%  | 3636,0s  | 896537,8  | 140,3  | 0,2%  | 300,0s |  |
| I_BD_250P_4L_ID3                   | 894560  | 895280  | 0,1%  | 3631,0s  | 896614,0  | 261,3  | 0,2%  | 300,0s |  |
| I_BD_500P_4L_ID1                   | 1849600 | 1850560 | 0,1%  | 3637,0s  | 1853952,9 | 258,3  | 0,2%  | 300,0s |  |
| I_BD_500P_4L_ID2                   | 1849600 | 1850560 | 0,1%  | 3636,0s  | 1853846,9 | 258,1  | 0,2%  | 300,0s |  |
| I_BD_500P_4L_ID3                   | 1849600 | 1850560 | 0,1%  | 3609,0s  | 1853996,6 | 288,2  | 0,2%  | 300,0s |  |
| média BD                           |         |         | 0,0%  |          |           |        | 0,1%  |        |  |
| I_MD_050P_4L_ID1                   | 65680   | 65680   | 0,0%  | 96,0s    | 66098,8   | 77,1   | 0,6%  | 60,0s  |  |
| I_MD_050P_4L_ID2                   | 65680   | 65680   | 0,0%  | 127,0s   | 65905,0   | 57,8   | 0,3%  | 60,0s  |  |
| I_MD_050P_4L_ID3                   | 65680   | 65684   | 0,0%  | 898,0s   | 66048,9   | 84,6   | 0,6%  | 60,0s  |  |
| I_MD_100P_4L_ID1                   | 70974   | 71362   | 0,5%  | 1810,0s  | 71972,3   | 127,5  | 1,4%  | 180,0s |  |
| I_MD_100P_4L_ID2                   | 70917   | 71366   | 0,6%  | 1805,0s  | 72101,6   | 112,8  | 1,6%  | 180,0s |  |
| I_MD_100P_4L_ID3                   | 71025   | 71361   | 0,5%  | 1802,0s  | 72116,8   | 132,4  | 1,5%  | 180,0s |  |
| I_MD_150P_4L_ID1                   | 191034  | 191528  | 0,3%  | 1803,0s  | 192728,7  | 121,7  | 0,9%  | 180,0s |  |
| I_MD_150P_4L_ID2                   | 190969  | 191533  | 0,3%  | 1801,0s  | 192837,5  | 102,5  | 1,0%  | 180,0s |  |
| I_MD_150P_4L_ID3                   | 190925  | 191532  | 0,3%  | 1802,0s  | 192876,4  | 147,6  | 1,0%  | 180,0s |  |
| I_MD_250P_4L_ID1                   | 262028  | 262905  | 0,3%  | 3604,0s  | 265537,6  | 272,8  | 1,3%  | 300,0s |  |
| I_MD_250P_4L_ID2                   | 261960  | 262887  | 0,4%  | 3603,0s  | 265254,0  | 217,6  | 1,2%  | 300,0s |  |
| I_MD_250P_4L_ID3                   | 260971  | 262893  | 0,7%  | 3607,0s  | 265430,1  | 305,5  | 1,7%  | 300,0s |  |
| I_MD_500P_4L_ID1                   | 449455  | 453583  | 0,9%  | 3611,0s  | 460309,9  | 431,7  | 2,4%  | 300,0s |  |
| I_MD_500P_4L_ID2                   | 449240  | 454213  | 1,1%  | 3611,0s  | 459875,1  | 496,1  | 2,3%  | 300,0s |  |
| I_MD_500P_4L_ID3                   | 449214  | 458991  | 2,1%  | 3607,0s  | 460323,3  | 403,6  | 2,4%  | 300,0s |  |
| média MD                           |         |         | 0,5%  |          |           |        | 1,4%  |        |  |
| I_AD_050P_4L_ID1                   | 40155   | 40157   | 0,0%  | 900,0s   | 41854,2   | 242,4  | 4,1%  | 60,0s  |  |
| I_AD_050P_4L_ID2                   | 39949   | 41513   | 3,8%  | 900,0s   | 42010,0   | 360,5  | 4,9%  | 60,0s  |  |
| I_AD_050P_4L_ID3                   | 39148   | 59750   | 34,5% | 900,0s   | 41845,1   | 109,2  | 6,4%  | 60,0s  |  |
| I_AD_100P_4L_ID1                   | 6171    | 6174    | 0,0%  | 1800,0s  | 13449,3   | 214,5  | 54,1% | 180,0s |  |
| I_AD_100P_4L_ID2                   | 5982    | 6229    | 4,0%  | 1800,0s  | 13584,6   | 415,6  | 56,0% | 180,0s |  |
| I_AD_100P_4L_ID3                   | 5993    | 6190    | 3,2%  | 1800,0s  | 13701,4   | 416,8  | 56,3% | 180,0s |  |
| I_AD_150P_4L_ID1                   | 40115   | 224545  | 82,1% | 1800,0s  | 46948,1   | 505,3  | 14,6% | 180,0s |  |
| I_AD_150P_4L_ID2                   | 39802   | 137371  | 71,0% | 1800,0s  | 46816,6   | 457,1  | 15,0% | 180,0s |  |
| I_AD_150P_4L_ID3                   | 39556   | 132449  | 70,1% | 1800,0s  | 47220,7   | 399,4  | 16,2% | 180,0s |  |
| I_AD_250P_4L_ID1                   | 73370   | 88655   | 17,2% | 3600,0s  | 84377,2   | 441,2  | 13,0% | 300,0s |  |
| I_AD_250P_4L_ID2                   | 72061   | 277851  | 74,1% | 3606,0s  | 83954,7   | 359,9  | 14,2% | 300,0s |  |
| I_AD_250P_4L_ID3                   | 72002   | 245004  | 70,6% | 3602,0s  | 83999,2   | 548,8  | 14,3% | 300,0s |  |
| I_AD_500P_4L_ID1                   | 185883  | 346988  | 46,4% | 3600,0s  | 212033,0  | 404,2  | 12,3% | 300,0s |  |
| I_AD_500P_4L_ID2                   | 185814  | 329537  | 43,6% | 3611,0s  | 211230,1  | 974,3  | 12,0% | 300,0s |  |
| I_AD_500P_4L_ID3                   | 185922  | 560906  | 66,9% | 3603,0s  | 211148,9  | 554,0  | 11,9% | 300,0s |  |
| média AD                           |         |         | 39,2% |          |           |        | 20,4% |        |  |
| média todos grupos 13,3% 7,3%      |         |         |       |          |           |        |       |        |  |
| 1 N/E :                            | 1' ~    | c · .   | 1 1   | ~ C // 1 | 1 , 1 ,   | 1      |       |        |  |

 $<sup>^1</sup>NE$  indica que não foi encontrada solução factível dentro do tempo limite.

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup>Os tempos são apresentados em segundos.

 $<sup>^3\</sup>mathrm{Os}$  valores de custo e tempo do VNS correspondem à média de 10 execuções.

### 7 CONCLUSÕES

Algoritmos que automatizem o processo de escalonamento de médicos têm sido cada vez mais aplicados em situações práticas dos hospitais ao redor do mundo. Este trabalho teve por objetivo fornecer uma solução heurística para o problema de escalonamento de médico aplicado ao HCPA. As principais contribuições são: (i) a implementação e distribuição de um gerador de instâncias, (ii) o estudo sobre outra variante das restrições do HCPA, (iii) o desenvolvimento de uma heurística VNS e (iv) a comparação entre o VNS proposto e um método exato para diferentes tipos de instâncias.

O gerador de instâncias considera características que variam mensalmente no HCPA, permitindo ao usuário determinar alocações fixas, ausências, número de médicos, entre outros parâmetros. Todas as instâncias foram geradas no mesmo formato de entrada, sendo similar ao utilizado no INRC-II (CESCHIA et al., 2015).

O VNS proposto usa três vizinhanças e utiliza estruturas de dados que agilizam o cálculo da função objetivo. Sua solução inicial é construída em duas fases a fim de garantir uma solução factível e de boa qualidade através de um B&B truncado, seguido por uma fase de melhoramento.

Os experimentos avaliaram o impacto na qualidade da melhor solução encontrada entre o VNS proposto e um método exato com execução via o solver gratuito CBC. A análise foi conduzida sobre o impacto de cada método para três diferentes grupos de instâncias que se distinguem pela taxa de aproximação do limite superior de médicos demandado por dia/turno/área (limSupDSA). A qualidade das soluções via VNS foi superior ao do CBC nas instâncias com maior taxa de aproximação do limSupDSA (média e alta demanda). Enquanto as instâncias de baixa demanda apresentaram resultados sem diferença significativa entre os dois métodos.

# REFERÊNCIAS

- ADAMS, T.; O'SULLIVAN, M.; WALKER, C. Physician rostering for workload balance. **Operations Research for Health Care**, Elsevier, v. 20, p. 01–10, 2019.
- AVANTHAY, C.; HERTZ, A.; ZUFFEREY, N. A variable neighborhood search for graph coloring. **European Journal of Operational Research**, Elsevier, v. 151, n. 2, p. 379–388, 2003.
- BRUNI, R.; DETTI, P. A flexible discrete optimization approach to the physician scheduling problem. **Operations Research for Health Care**, Elsevier, v. 3, n. 4, p. 191–199, 2014.
- BRUNNER, J. O.; BARD, J. F.; KOLISCH, R. Flexible shift scheduling of physicians. **Health care management science**, Springer, v. 12, n. 3, p. 285–305, 2009.
- BRUNNER, J. O.; EDENHARTER, G. M. Long term staff scheduling of physicians with different experience levels in hospitals using column generation. **Health care** management science, Springer, v. 14, n. 2, p. 189–202, 2011.
- BURKE, E. et al. Variable neighborhood search for nurse rostering problems. In: **Metaheuristics: computer decision-making**. [S.l.]: Springer, 2003. p. 153–172.
- CESCHIA, S. et al. Second international nurse rostering competition (inrc-ii)—problem description and rules—. **arXiv preprint arXiv:1501.04177**, 2015.
- DELLAERT, N.; JEUNET, J. A variable neighborhood search algorithm for the surgery tactical planning problem. **Computers & Operations Research**, Elsevier, v. 84, p. 216–225, 2017.
- ERHARD, M. et al. State of the art in physician scheduling. **European Journal of Operational Research**, Elsevier, v. 265, n. 1, p. 01–18, 2018.
- FRIFITA, S.; MASMOUDI, M.; EUCHI, J. General variable neighborhood search for home healthcare routing and scheduling problem with time windows and synchronized visits. **Electronic Notes in Discrete Mathematics**, Elsevier, v. 58, p. 63–70, 2017.
- GENDREAU, M. et al. Physician scheduling in emergency rooms. In: SPRINGER. **International Conference on the Practice and Theory of Automated Timetabling**. [S.1.], 2006. p. 53–66.
- GUNAWAN, A.; LAU, H. C. Master physician scheduling problem. **Journal of the Operational Research Society**, Taylor & Francis, v. 64, n. 3, p. 410–425, 2013.
- HANSEN, P.; MLADENOVIĆ, N. Variable neighborhood search for the p-median. **Location Science**, Elsevier, v. 5, n. 4, p. 207–226, 1997.
- HANSEN, P.; MLADENOVIĆ, N. Variable neighborhood search: Principles and applications. **European journal of operational research**, Elsevier, v. 130, n. 3, p. 449–467, 2001.

INFÜHR, J.; RAIDL, G. R. Grasp and variable neighborhood search for the virtual network mapping problem. In: SPRINGER. **International Workshop on Hybrid Metaheuristics**. [S.l.], 2013. p. 159–173.

KYTÖJOKI, J. et al. An efficient variable neighborhood search heuristic for very large scale vehicle routing problems. **Computers & operations research**, Elsevier, v. 34, n. 9, p. 2743–2757, 2007.

MANSINI, R.; ZANOTTI, R. Optimizing the physician scheduling problem in a large hospital ward. **Journal of Scheduling**, Springer, p. 01–25, 2019.

MEISTER, T. C.; WICKERT, T. I.; BURIOL, L. S. Solving a physician rostering problem. In: IEEE. **2020 IEEE Congress on Evolutionary Computation (CEC)**. [S.l.], 2020. p. 01–07.

MLADENOVIĆ, N.; HANSEN, P. Variable neighborhood search. **Computers & operations research**, Elsevier, v. 24, n. 11, p. 1097–1100, 1997.

RAIS, A.; VIANA, A. Operations research in healthcare: a survey. **International transactions in operational research**, Wiley Online Library, v. 18, n. 1, p. 01–31, 2011.

SANCHOTENE, T.; BURIOL, L. S. Abordagem heurística para solução do problema de alocação de médicos do hcpa. **Universidade Federal do Rio Grande do Sul**, 2018.

SCHOENFELDER, J.; PFEFFERLEN, C. Decision support for the physician scheduling process at a german hospital. **Service Science**, INFORMS, v. 10, n. 3, p. 215–229, 2018.

WICKERT, T. I. et al. An integer programming approach for the physician rostering problem. **Annals of Operations Research**, Springer, p. 01–28, 2020.

ZHU, Y. et al. A variable neighborhood search for home care scheduling under chargeable overtime and preference matching. In: IEEE. **2019 IEEE 15th International Conference on Automation Science and Engineering (CASE)**. [S.l.], 2019. p. 281–286.