

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL  
ESCOLA DE ENGENHARIA - CURSO DE ENGENHARIA MECÂNICA  
TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO

ESTUDO COMPARATIVO DOS EFEITOS DA VARIAÇÃO DE PARÂMETROS  
GEOMÉTRICOS DE UMA ASA FINITA ATRAVÉS DA TEORIA DA LINHA  
SUSTENTADORA

por

William Szalek Bruno

Monografia apresentada ao  
Departamento de Engenharia Mecânica da  
Escola de Engenharia da Universidade  
Federal do Rio Grande do Sul, como parte  
dos requisitos para obtenção do diploma de  
Engenheiro Mecânico.

Porto Alegre, novembro de 2020

## DADOS INTERNACIONAIS DE CATALOGAÇÃO

### CIP - Catalogação na Publicação

Bruno, William Szalek

Estudo comparativo dos efeitos da variação de parâmetros geométricos de uma asa finita do tipo Aerodesign através da Teoria da Linha Sustentadora / William Szalek Bruno. -- 2020.

23 f.

Orientadora: Adriane Prisco Petry.

Trabalho de conclusão de curso (Graduação) -- Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Escola de Engenharia, Curso de Engenharia Mecânica, Porto Alegre, BR-RS, 2020.

1. linha sustentadora. 2. aerodinâmica. 3. aerodesign. 4. asa finita. 5. forma em planta. I. Petry, Adriane Prisco, orient. II. Título.

Elaborada pelo Sistema de Geração Automática de Ficha Catalográfica da UFRGS com os dados fornecidos pelo(a) autor(a).

William Szalek Bruno

ESTUDO COMPARATIVO DOS EFEITOS DA VARIAÇÃO DE PARÂMETROS  
GEOMÉTRICOS DE UMA ASA FINITA DO TIPO AERODESIGN ATRAVÉS DA  
TEORIA DA LINHA SUSTENTADORA

ESTA MONOGRAFIA FOI JULGADA ADEQUADA COMO PARTE DOS  
REQUISITOS PARA A OBTENÇÃO DO TÍTULO DE  
**ENGENHEIRO MECÂNICO**  
APROVADA EM SUA FORMA FINAL PELA BANCA EXAMINADORA  
DO CURSO DE ENGENHARIA MECÂNICA

Prof. Mário Roland Sobczyk Sobrinho  
Coordenador do Curso de Engenharia Mecânica

Energia e Fenômenos de Transporte

Orientadora: Prof<sup>a</sup>. Adriane Prisco Petry

Comissão de Avaliação:

Prof. Paulo Smith Schneider

Prof. Sérgio Viçosa Möller

Prof. Alexandre Vagtinski de Paula

Porto Alegre, novembro de 2020

## AGRADECIMENTOS

Agradeço e dedico este trabalho a todos que de alguma forma me deram apoio, suporte e ajuda durante uma das etapas mais difíceis e desafiadoras da minha vida.

Agradeço em especial a minha família que sempre esteve ao meu lado, nos momentos de vitória e alegria, mas principalmente nos momentos de derrota, de quietude e de tristeza. Ao meu pai que sempre foi e sempre será meu maior exemplo de vida.

Agradeço também aos colegas de graduação que em incontáveis momentos me ajudaram, tanto em situações acadêmicas, quanto em situações da vida.

*O homem deve se elevar acima da Terra, até o limite da atmosfera e além, pois apenas assim ele entenderá completamente o mundo em que vive.*

*Sócrates*

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL  
ESCOLA DE ENGENHARIA - CURSO DE ENGENHARIA MECÂNICA  
TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO – 2020

ESTUDO COMPARATIVO DOS EFEITOS DA VARIAÇÃO DE  
PARÂMETROS GEOMÉTRICOS DE UMA ASA FINITA DO TIPO  
AERODESIGN ATRAVÉS DA TEORIA DA LINHA SUSTENTADORA

**Bruno, William Szalek**  
will.szalek@gmail.com

**Resumo.** Este trabalho tem por objetivo realizar um estudo comparativo do impacto aerodinâmico de modificações geométricas aplicadas à forma em planta de uma asa finita do tipo Aerodesign, verificando parâmetros aerodinâmicos e o comportamento das distribuições sob a envergadura da asa. A metodologia utilizada para o estudo foi a teoria da linha sustentadora clássica de Prandtl devido à sua simplicidade de aplicação e baixo custo computacional. Primeiramente foi analisada uma asa retangular real do tipo Aerodesign e comparada com uma asa teórica elíptica ideal, onde foi constatada uma discrepância considerável na eficiência aerodinâmica e no perfil de distribuição de carregamentos ao longo da envergadura. A primeira modificação geométrica analisada foi a de afilamento, onde foi observada uma distribuição mais próxima da elíptica e uma redução no arrasto induzido sob a asa. Posteriormente foi analisada a torção geométrica linear aplicada à asa, onde foi observada uma queda substancial no coeficiente de sustentação da asa, mas também uma maior proximidade da distribuição elíptica. Por último foi realizada a análise da asa com aumento no ângulo de incidência, onde foi observado o acréscimo no coeficiente de sustentação da asa e uma modificação desprezível no perfil de carregamentos sob a envergadura.

**Palavras-chave:** linha sustentadora, aerodinâmica, aerodesign, asa finita, forma em planta

**Comparative study of the effects of geometric parameters variation of an Aerodesign's finite wing.**

**Abstract.** This paper aims to perform a comparative study of the aerodynamic impact of geometric modifications applied to an Aerodesign finite wing's planform, verifying aerodynamic parameters and the behavior of the distributions along the wing span. The methodology used for this study was Prandtl's classic lifting line theory due to its simplicity of application and low computational cost. First, a real rectangular Aerodesign wing was analyzed and compared with a theoretical ideal elliptical wing, where a considerable discrepancy was found in the aerodynamic efficiency and in the load distribution profile along the span. The first geometric modification analyzed was the tapering, where a distribution closer to the elliptical and a reduction in the wing's induced drag was observed. Subsequently, the linear geometric torsion applied to the wing was analyzed, where a substantial drop in the wing lift coefficient was observed, but also a greater proximity to the elliptical distribution. Finally, the analysis of the wing was performed with an increase in the angle of incidence, where an increase in the coefficient of lift of the wing and a negligible change in the load profile along the wingspan was observed.

**Keywords:** lifting line, aerodynamics, aerodesign, finite wing, planform

## NOMENCLATURA

### Símbolos

$V_\infty$	Velocidade da corrente livre	[m/s]
$b$	Envergadura	[m]
$c$	Corda geométrica	[m]
$c_r$	Corda na raiz	[m]
$c_t$	Corda na ponta	[m]
$\bar{c}$	Corda média aerodinâmica	[m]
$S$	Área superficial	[m]
$a$	Coeficiente angular da curva CL vs $\alpha$ p/ asa finita	[1/rad]
$a_0$	Coeficiente angular da curva CL vs $\alpha$ p/ perfil	[1/rad]
AR	Razão de aspecto	—
Re	Número de Reynolds	—
$M_\infty$	Número de Mach	—
CL	Coeficiente de sustentação da asa	—
CD	Coeficiente de arrasto da asa	—
Cdi	Coeficiente de arrasto induzido da asa	—
$c_d$	Coeficiente de arrasto do perfil	—
$i_w$	Ângulo de incidência	[graus]
$e$	Fator de eficiência de envergadura	—
L	Força de sustentação	[N]
L'	Força de sustentação local	[N/m]
D	Força de arrasto	[N]
N	Número de elementos da série de Fourier	—

### Símbolos gregos

$\rho$	Massa específica do ar	[kg/m <sup>3</sup> ]
$\mu$	Viscosidade dinâmica do ar	[Pa.s]
$\lambda$	Razão de afinamento	—
$\theta$	Ângulo de torção	[graus]
$\theta_0$	Posição na envergadura	[m]
$\Gamma$	Circulação	[m <sup>2</sup> /s]
$\Gamma_0$	Circulação na raiz	[m <sup>2</sup> /s]
$\alpha$	Ângulo de ataque geométrico	[graus]
$\alpha_{ef}$	Ângulo de ataque efetivo	[graus]
$\alpha_i$	Ângulo de ataque induzido	[graus]
$\delta$	Fator de arrasto induzido	—

## SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO .....	1
2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA .....	2
2.1. GEOMETRIA DA ASA E PARÂMETROS DE ESTUDO .....	2
2.2. DOWNWASH E SEUS EFEITOS .....	4
2.3. TEORIA DA LINHA SUSTENTADORA .....	4
3. METODOLOGIA .....	5
3.1. MODELAGEM MATEMÁTICA.....	5
3.2. OBTENÇÃO DOS DADOS DO PERFIL AERODINÂMICO.....	7
3.3. ESQUEMÁTICO DE MODIFICAÇÕES GEOMÉTRICAS APLICADAS À ASA .....	8
4. RESULTADOS .....	9
5. CONCLUSÃO .....	15
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....	16



## 1. INTRODUÇÃO

A forma em planta é um dos fatores mais importantes no design aerodinâmico de uma asa finita, juntamente com a escolha do perfil aerodinâmico, sendo diretamente responsável pelo comportamento das forças atuantes sobre a superfície e, conseqüentemente, pela estrutura, controle e estabilidade da aeronave. O formato de uma asa finita deve ser resultado da missão requerida da aeronave e é historicamente um desafio para a indústria aeronáutica, desde o desenvolvimento de uma das aeronaves mais famosas da história, o Supermarine Spitfire, de origem inglesa, possuindo uma asa com formato em planta de duas semi-elipses (ACKROYD, 2013) para a otimização da distribuição de carregamento elíptica ao longo da envergadura e minimização do arrasto induzido, até o Concorde, aeronave comercial com o formato em planta do tipo ogiva-delta, visando a minimização dos efeitos de operação em regimes transônicos e supersônicos (BEAUBIEN-TAYLOR, 2016). Para o projeto de uma asa finita, é imprescindível o conhecimento de seus parâmetros geométricos e como cada um deles afeta no desempenho aerodinâmico da superfície. Para a análise do formato em planta de uma asa, sob o ponto de vista aerodinâmico, um método apropriado para fazer a avaliação do impacto de cada variável se faz necessário durante seu projeto. Neste trabalho será empregada a teoria da linha sustentadora clássica de Prandtl, aplicada à uma distribuição genérica de sustentação sob a envergadura de uma asa do tipo Aerodesign que, apesar de ser uma teoria clássica e já adaptada diversas vezes, a teoria de Prandtl é tão notável que até os dias de hoje continua sendo utilizada para cálculos preliminares de características de asas finitas (ANDERSON, 2011).

Utilizando a teoria da linha sustentadora, Fonseca et al. (2018) faz uma análise numérica utilizando duas abordagens, a clássica de Prandtl e a estendida de Weissinger para asas com enflechamento. Foi analisado o impacto no coeficiente de sustentação da asa finita de acordo com modificações nos parâmetros de alongamento, enflechamento e afilamento e então feita a comparação com dados experimentais. Para a asa sem nenhum tipo de modificação geométrica, o impacto da modificação no alongamento gerou resultados consistentes com os dados experimentais, onde o CL da asa aumenta de acordo com o aumento da razão de aspecto. Para uma asa com afilamento, foi visto que o CL decresceu levemente, principalmente para razões de aspecto elevadas. Novamente analisando o impacto do afilamento, porém agora com um enflechamento de  $40^\circ$ , foi visto que o CL diminuiu consideravelmente para todos os valores de alongamento, embora o comportamento em relação ao afilamento tenha se mostrado similar ao comportamento sem enflechamento. Por último, para variações apenas na razão de aspecto, foi visto que o CL se mantém praticamente constante até os  $35^\circ$  de alongamento, sofrendo queda após isso. Os resultados foram condizentes com o esperado de acordo com a teoria e também com os dados experimentais utilizados.

Com respeito ao impacto da variação do parâmetro geométrico de afilamento da asa, Güzelbey et al. (2019) faz uma análise numérica utilizando o software XFLR5, com o método de Vortex Lattice. Primeiramente foi feita a avaliação da malha para a simulação, utilizando uma asa finita retangular com alta razão de aspecto. Posteriormente, foram analisadas asas com razão de afilamento indo de 0,2 até 1,2, com passo de 0,2. As asas com maiores razões de afilamento apresentaram deslocamento da distribuição de sustentação para as pontas, enquanto asas com menores razões apresentaram a distribuição centralizada na raiz. Os valores de afilamento que mais se aproximaram da sustentação elíptica foram os de 0,4 e 0,6. Com respeito ao arrasto induzido, o menor valor foi resultante do afilamento de 0,4 e o maior de 1,2. Por último, foi identificado um aumento nos vórtices de ponta de asa conforme aumento do afilamento na asa.

Analisando o impacto de outra variação geométrica em asa finita, Boschetti et al. (2012) faz a aplicação de torção geométrica linear na asa de um avião de patrulha, com a utilização da teoria da linha sustentadora e outros dois métodos computacionais de painel: PAN AIR e

CMARC. Primeiramente foi feita a análise do perfil no XFOIL e calculados os coeficientes da série de senos de Fourier para a utilização da teoria da linha sustentadora. Para o dado coeficiente de sustentação, o ângulo de torção ótimo foi de  $5,4119^\circ$ , reduzindo o arrasto induzido em 6,425%. As análises numéricas tiveram resultados com alta concordância em relação ao cálculo analítico, mostrando que a torção resultou na diminuição do ângulo de ataque para sustentação nula e que a inclinação da curva de sustentação foi levemente afetada de acordo com os cálculos numéricos e permaneceu constante de acordo com o analítico. Além de assertivamente reduzir o arrasto induzido com a torção, o autor também mostrou que para uma aeronave de baixas velocidades, a razão sustentação-arrasto (eficiência aerodinâmica) é aumentada.

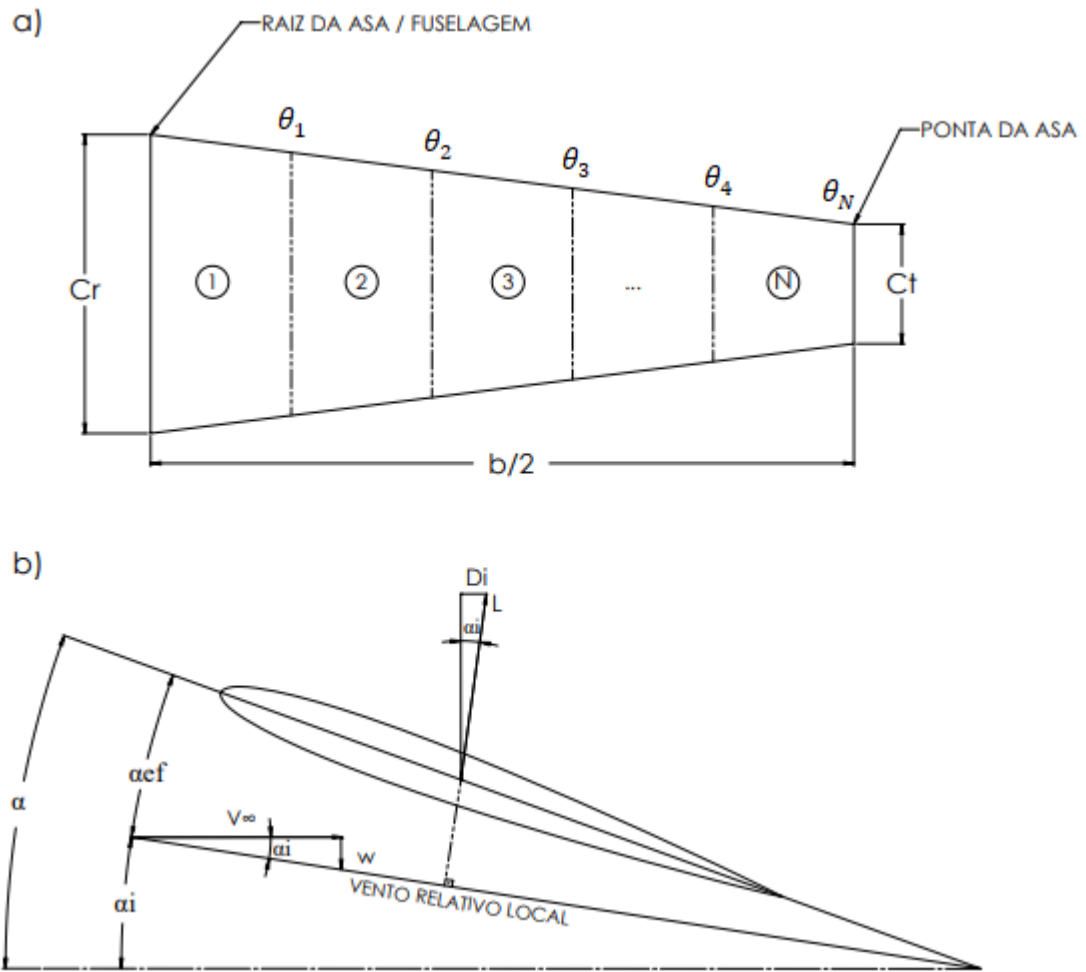
O presente trabalho tem por objetivo realizar um estudo comparativo da variação de parâmetros geométricos de uma asa finita de uma aeronave de Aerodesign, utilizada como padrão para o presente estudo, a fim de identificar os efeitos resultantes de cada modificação, bem como o comportamento das distribuições de carregamento e sustentação ao longo da envergadura da asa. As variações geométricas no formato em planta da asa a serem analisadas, de forma isolada e combinada, serão as de afilamento, torção e ângulo de incidência, visando uma distribuição ideal (i.e. elíptica) dos carregamentos ao longo da envergadura. A distribuição elíptica sob uma asa finita deve ser um objetivo durante seu projeto, pois a mesma proporciona vantagens de desempenho como, por exemplo, estol suave sob a envergadura partindo da raiz para as pontas da asa, menor momento fletor na raiz, centro de gravidade mais próximo da raiz e ângulo de ataque induzido e downwash constantes ao longo da envergadura (SADRAEY, 2013).

## **2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA**

### **2.1. GEOMETRIA DA ASA E PARÂMETROS DE ESTUDO**

A figura 1 ilustra os principais parâmetros geométricos de uma asa finita, através de sua semi-envergadura, e os parâmetros aerodinâmicos da seção de uma asa finita relevantes para o estudo em questão.

Figura 1 – a) Parâmetros geométricos do formato em planta de uma asa finita através de sua semi-envergadura e seções para aplicação da teoria da linha sustentadora. Adaptado de SADRAEY (2013). b) Efeitos do downwash em uma seção de asa finita. Adaptado de ANDERSON (2011).



A partir da figura 1.a é possível observar as seções com diferentes cordas ao longo da envergadura da asa, onde  $c_r$  e  $c_t$  são as cordas na raiz e na ponta, respectivamente. Estes dois parâmetros são utilizados para a definição da razão de afilamento  $\lambda$  de uma asa finita, definida por (RODRIGUES, 2013) como a equação 1.

$$\lambda = \frac{c_t}{c_r} \quad (1)$$

Outros dois parâmetros importantes na definição de uma asa finita, definidos novamente por (RODRIGUES, 2013), são a corda média aerodinâmica  $\bar{c}$  e a razão de aspecto (ou alongamento)  $AR$ , de acordo com as equações 2 e 3, respectivamente, onde  $b$  representa a envergadura da asa finita e  $S$  a área superficial da asa.

$$\bar{c} = \frac{2}{3} c_r \left( \frac{1 + \lambda + \lambda^2}{1 + \lambda} \right) \quad (2)$$

$$AR = \frac{b^2}{S} \quad (3)$$

A partir da figura 1.b é possível observar a relação entre os ângulos de ataque que agem sob a seção de uma asa finita sob influência do downwash  $w$ , de acordo com a equação 4, onde

$\alpha$  representa o ângulo de ataque geométrico, convencionalmente utilizado como referência para análises de perfis aerodinâmicos,  $\alpha_{ef}$  representa o ângulo de ataque efetivo, e  $\alpha_i$  o ângulo de ataque induzido.

$$\alpha = \alpha_{ef} + \alpha_i \quad (4)$$

Ainda referente à figura 1.b, define-se as forças aerodinâmicas de sustentação e arrasto atuantes sob a asa, a partir das equações 5 e 6, respectivamente, onde  $C_L$  e  $C_{Di}$  representam os coeficientes adimensionais de sustentação e arrasto induzido, respectivamente,  $c_d$  representa o coeficiente de arrasto do perfil aerodinâmico e  $\rho$  a massa específica do ar.

$$L = \frac{1}{2} \rho V_\infty^2 S C_L \quad (5)$$

$$D = \frac{1}{2} \rho V_\infty^2 S (C_{Di} + c_d) \quad (6)$$

## 2.2. DOWNWASH E SEUS EFEITOS

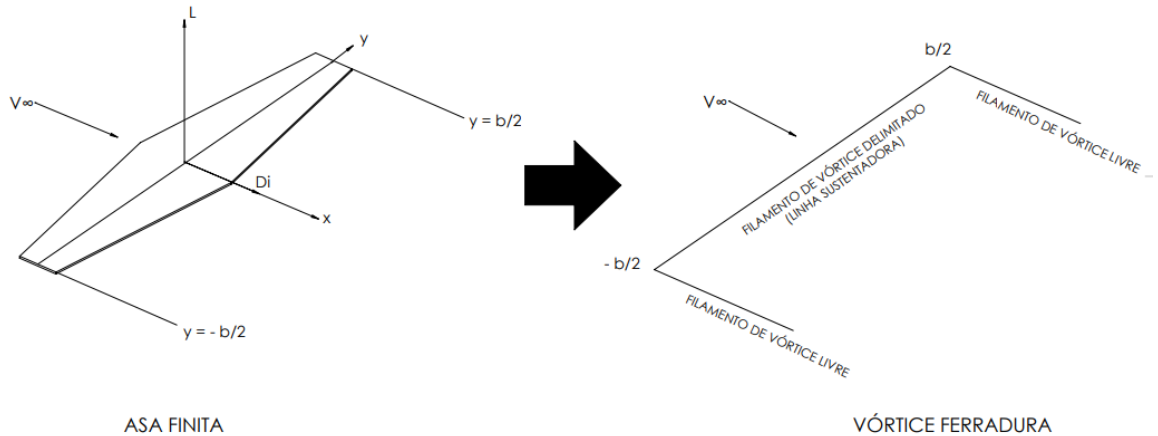
O escoamento sob uma asa finita é tridimensional, ou seja, existe uma componente na direção da envergadura da asa, gerada pela diferença de pressão entre seu intradorso e seu extradorso, resultando na curvatura do escoamento nas pontas da asa, gerando os chamados vórtices de ponta de asa (ANDERSON, 2011). Esses vórtices induzem uma componente da velocidade na direção oposta à sustentação, como ilustrado na figura 1.a, chamada de downwash  $w$ . O downwash inclina o vetor velocidade em um ângulo  $\alpha_i$ , resultando em dois efeitos principais:

- O ângulo de ataque efetivamente experienciado pela asa é o ângulo entre a linha de corda do perfil e o vento relativo local gerado pelo downwash, definido anteriormente como ângulo de ataque efetivo. Como esse ângulo é menor que o geométrico, o resultado é que uma asa finita possua uma sustentação inferior à uma asa 2D.
- A inclinação do vetor sustentação em um ângulo  $\alpha_i$  resulta no aparecimento de uma componente da velocidade na direção paralela ao escoamento, o chamado arrasto induzido. Devido à essa nova componente do arrasto, o arrasto total da asa finita é superior ao arrasto de uma asa 2D.

## 2.3. TEORIA DA LINHA SUSTENTADORA

A teoria da linha sustentadora de Prandtl consiste em sobrepor uma asa finita de envergadura  $b$  por um filamento de vórtice delimitado de  $-b/2$  a  $b/2$ , o qual recebe o nome de linha sustentadora. De acordo com o teorema de Helmholtz (KUETHE; CHOW, 1998), um filamento de vórtice não pode terminar em um fluido, portanto esse filamento deve se estender na forma de dois outros filamentos de vórtice livres em direção ao bordo de fuga da asa, nas pontas da asa, formando o chamado vórtice ferradura. A representação da asa dessa maneira e o vórtice ferradura estão ilustrados na figura 2.

Figura 2 – Substituição de uma asa finita por um vórtice ferradura. Adaptado de ANDERSON (2011).



Um filamento de vórtice não induz velocidade em si mesmo, porém os dois filamentos de vórtice livre induzem uma velocidade na direção oposta à sustentação, definido anteriormente como downwash.

Extrapolando o conceito recém apresentado, infinitos filamentos de vórtice livre com força infinitesimal  $\Gamma$  são sobrepostos sob a envergadura da asa, induzindo cada um uma componente infinitesimal de velocidade sob a asa. Com o conhecimento do downwash que age sob uma asa finita, é possível obter os parâmetros aerodinâmicos resultantes nessa asa, conforme apresentado na seção 3.1.

### 3. METODOLOGIA

#### 3.1. MODELAGEM MATEMÁTICA

Para a utilização da metodologia da teoria da linha sustentadora, primeiramente é necessário dividir a semi-envergadura da asa finita em  $N$  seções, de acordo com a necessidade de acuracidade dos resultados (SADRAEY, 2013), e definir as posições  $\theta_0$  ao longo da envergadura para análise, conforme ilustrado na figura 1.a.

De acordo com a teoria da linha sustentadora (ANDERSON, 2011), pode-se definir a mesma relação apresentada na equação 4, para uma distribuição genérica de sustentação, a partir de uma série de senos de Fourier, de acordo com a equação 7, onde os dois primeiros termos à direita da equação representam o ângulo de ataque efetivo  $\alpha_{ef}$  e o terceiro termo à esquerda representa o ângulo de ataque induzido  $\alpha_i$ .

$$\alpha(\theta_0) = \frac{4b}{ac(\theta_0)} \sum_1^N A_n \text{sen}(n\theta_0) + \alpha_{L=0}(\theta_0) + \sum_1^N nA_n \frac{\text{sen}(n\theta_0)}{\text{sen}(\theta_0)} \quad (7)$$

A partir da equação 7, para uma dada posição  $\theta_0$  ao longo da envergadura, um dado ângulo de ataque  $\alpha$  e uma quantidade  $N$  de elementos da série de Fourier, conhecendo-se previamente os valores de envergadura, corda e os dados do perfil 2D, é possível resolver o sistema de  $N$  equações, resultando em valores algébricos para as variáveis auxiliares  $A_n$ .

Com as variáveis  $A_n$ , é possível calcular a distribuição de circulação  $\Gamma$  ao longo da envergadura da asa com a equação 8.

$$\Gamma(\theta_0) = 2bV_\infty \sum_1^N A_n \text{sen}(n\theta_0) \quad (8)$$

Com o conhecimento da distribuição de circulação ao longo da envergadura, através do Teorema de Kutta-Jukowski (KUETHE; CHOW, 1998), calcula-se a distribuição de sustentação, por unidade de comprimento,  $L'$ , e o coeficiente de sustentação da asa finita  $CL$ , de acordo com as equações 9 e 10, respectivamente.

$$L'(\theta_0) = \rho_\infty V_\infty \Gamma(\theta_0) \quad (9)$$

$$CL = A_1 \pi AR \quad (10)$$

Onde  $A_1$  representa o primeiro termo da expansão da série de senos de Fourier. O arrasto induzido  $C_{Di}$  na asa finita é calculado de acordo com a equação 11.

$$C_{Di} = \frac{CL^2}{\pi e AR} \quad (11)$$

A variável  $e$  na equação 11 é denominada como fator de eficiência de envergadura da asa finita e representa o quão próximo de uma distribuição elíptica a asa em estudo se encontra, sendo igual à unidade para uma distribuição ideal. O fator de eficiência de envergadura é calculado pela equação 12.

$$e = \frac{1}{1 + \delta} \quad (12)$$

Onde  $\delta$  é o fator de arrasto induzido, variável empírica obtida através de experimentação com variações dos parâmetros de afilamento e razão de aspecto e pode ser calculada de acordo com a equação 13.

$$\delta = \sum_2^N n \left( \frac{A_n}{A_1} \right)^2 \quad (13)$$

Para a realização dos cálculos através da teoria da linha sustentadora, de acordo com a modelagem apresentada no presente capítulo, foi implementada uma rotina de cálculos através do software Scilab, software livre para realização de cálculo numérico, utilizando como parâmetros de entrada os dados fornecidos na tabela 1.

Tabela 1 – Dados de entrada para a análise da asa reta padrão e da asa elíptica.

Símbolo	Descrição	Valor
V	Velocidade da corrente livre	16 m/s
b	Envergadura	2,35 m
c	Corda geométrica	0,38 m
$\bar{c}$	Corda média aerodinâmica	0,38 m
S	Área superficial	0,893 m <sup>2</sup>
AR	Razão de aspecto	6,184

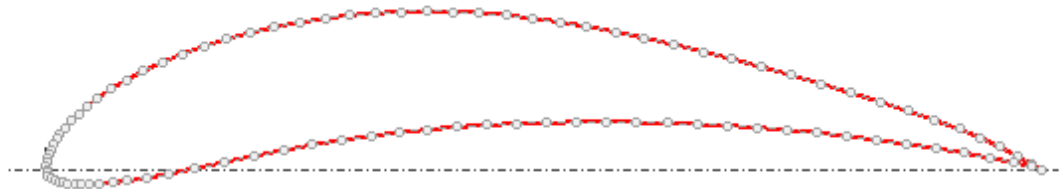
$\rho$	Massa específica do ar	1,225 kg/m <sup>3</sup>
$\mu$	Viscosidade dinâmica do ar	17,2E-6 Pa.s
Re	Número de Reynolds	4,33E+05
$M_\infty$	Número de Mach	0,05
$a$	Coeficiente angular para asa finita	4,231 1/rad

### 3.2. OBTENÇÃO DOS DADOS DO PERFIL AERODINÂMICO

Para a realização dos cálculos via teoria da linha sustentadora, é necessário previamente o conhecimento dos parâmetros referente ao perfil utilizado. De acordo com a equação 7, para a resolução do sistema de  $N$  equações, são necessários os valores do coeficiente angular da curva  $CL$  vs  $\alpha$ ,  $a$ , e também do ângulo de ataque para sustentação nula,  $\alpha_{L=0}$ .

A asa padrão e todas suas variações possuem o perfil aerodinâmico Eppler 423 e foram avaliadas na condição de cruzeiro com  $\alpha = 0$ . Os dados de entrada do aerofólio foram obtidos através do programa XFLR5, software livre para análise de perfis, superfícies e aeronaves, o qual possui acoplamento do Xfoil para análise de asas 2D. A análise foi realizada para o número de Reynolds listado na tabela 1, utilizando a corda de referência da asa padrão como dimensão característica, também listada na tabela 1. O restante dos parâmetros utilizados na análise do perfil se encontra na figura 3.

Figura 3 – Parâmetros de entrada para análise do perfil aerodinâmico.



E423

Espessura	=	12,53%	Reynolds	=	433000
Posição max. Espessura	=	25,43%	Mach	=	0,05
Max. Arqueamento	=	10,05%	Ncrit	=	9
Posição max. Arqueamento	=	43,55%	Transição sup. Forçada	=	1
Número de painéis	=	99	Transição inf. Forçada	=	1

Os valores obtidos a partir da análise da asa 2D via XFLR5 e utilizados neste estudo se encontram na tabela 2.

Tabela 2 – Dados obtidos a partir da análise do perfil aerodinâmico.

Variável	Valor
$a_0$	5,4855 1/rad
$\alpha_{L=0}$	-10,5°
$c_d (\alpha = 0)$	0,013

É importante observar que o coeficiente angular  $\alpha_0$  obtido via XFL5 é válido apenas para a asa 2D. O valor utilizado para a análise via teoria da linha sustentadora, que se encontra na tabela 1, foi corrigido para uma asa finita através da equação 14.

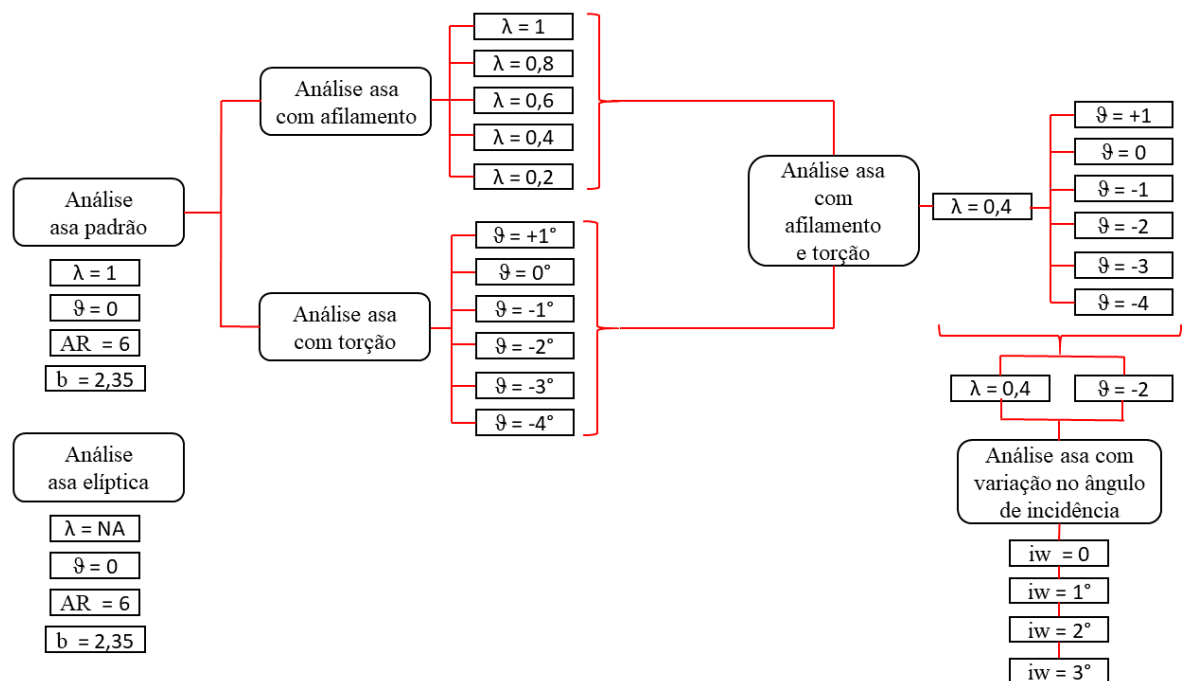
$$a = \frac{\alpha_0}{1 + \left(\frac{\alpha_0}{AR}\right)(1 + \delta)} \quad (14)$$

### 3.3. ESQUEMÁTICO DE MODIFICAÇÕES GEOMÉTRICAS APLICADAS À ASA

A fim de se obter um modelo padrão para a análise comparativa, o primeiro objeto de estudo para a aplicação da teoria foi uma asa real de uma aeronave de Aerodesign, já projetada e construída pela equipe Pampa Aerodesign da UFRGS. A asa em questão é referente à aeronave JF-02B e possui o formato em planta retangular, tendo baixa eficiência aerodinâmica por possuir um carregamento ao longo da envergadura distante do elíptico (ROSKAM; LAN, 1997), configurando assim, uma asa com alto potencial de melhoria, possibilitando diversas modificações geométricas para o estudo em questão.

A partir da asa original, neste estudo foram avaliadas diversas modificações geométricas em seu formato em planta, a fim de se averiguar os efeitos no desempenho aerodinâmico e nas distribuições ao longo da envergadura. A Figura 4 ilustra o esquemático das variações geométricas aplicadas à asa.

Figura 4 – Esquema de variações geométricas aplicadas à asa.



Os valores utilizados para os parâmetros geométricos foram baseados em dados históricos de diversas aeronaves comerciais e militares e podem ser encontrados em SADRAEY (2013).

Primeiramente foram analisadas as asas padrão (retangular) e elíptica para os mesmos valores de envergadura e razão de aspecto. Estes valores, bem como o resto dos dados de entrada para análise, se encontram na tabela 1.



Para as asas retangular e elíptica, foi feita a análise comparativa entre suas distribuições de carregamento, seus coeficientes e forças aerodinâmicas e suas variáveis de comparação geométrica, sigma e fator de eficiência de envergadura.

Tendo os dados aerodinâmicos da asa padrão, foram realizadas as modificações de afilamento  $\lambda$  na asa, variando desde a forma retangular, até uma asa com 0,2 de razão de afilamento, com passo de 0,2, mantendo os valores de envergadura e razão de aspecto constantes. A partir dos dados obtidos com essas variações, foi novamente feita a análise comparativa da distribuição de carregamento sob a envergadura da asa, bem como o impacto nos coeficientes aerodinâmicos e no fator de eficiência de envergadura. Para os mesmos valores de afilamento, foi analisada também a distribuição de sustentação ao longo da envergadura da asa.

Partindo novamente da asa padrão, foram realizadas as modificações de torção geométrica na asa, variando linearmente desde uma asa com 1 (um) grau positivo nas pontas, até 4 graus de torção negativa, com passo de 1 (um) grau. Com essas modificações, foi obtida a distribuição de sustentação ao longo da envergadura da asa, bem como o coeficiente de sustentação e o fator de eficiência de envergadura.

Após as análises com modificações isoladas, foi utilizado o valor de afilamento que mais se aproximou de uma distribuição de sustentação ideal, i.e., elíptica, e foi analisado de forma conjunta com as variações de torção da asa, com os mesmos valores de  $\vartheta$  utilizados anteriormente. A partir dos dados obtidos com as modificações conjuntas, foram obtidos os coeficientes aerodinâmicos da asa, o fator de eficiência de envergadura e a distribuição de sustentação ao longo da envergadura, juntamente com a posição do CL máximo local.

Por último, para a asa resultante, foram feitas variações no ângulo de incidência, mantendo os valores de  $\lambda$  e  $\theta$  constantes e iguais a 0,4 e  $-2^\circ$ , respectivamente, bem como a envergadura e a razão de aspecto. A partir disso, foram obtidas as distribuições de sustentação e de carregamento, juntamente com os coeficientes aerodinâmicos e fator de eficiência de envergadura.

#### 4. RESULTADOS

Primeiramente foi verificada a necessidade da quantidade de elementos a se utilizar na série de senos de Fourier para análise via teoria da linha sustentadora. A tabela 3 mostra os resultados dos parâmetros de circulação na raiz da asa e coeficiente de sustentação da asa, bem como o tempo para realização da rotina de cálculos, de acordo com a quantidade de elementos utilizados.

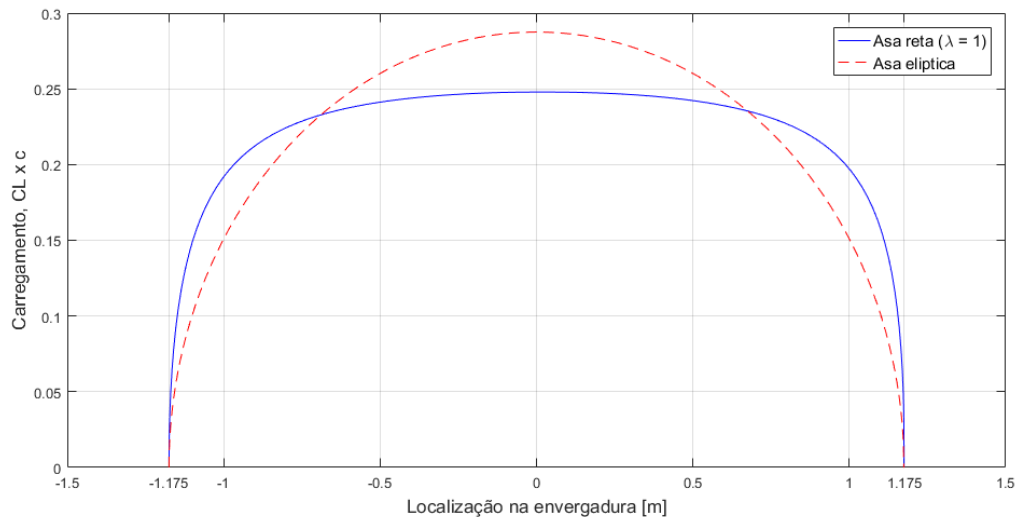
Tabela 3 - Resultados e tempos de acordo com a quantidade N de elementos da série de Fourier.

N	$\Gamma_0$ [m <sup>2</sup> /s]	CL	Tempo [s]
4	1,9841	0,5825	0,616
9	1,9831	0,5838	0,873
49	1,9829	0,5841	0,878
99	1,9829	0,5841	1,043
999	1,9829	0,5841	23,978

Apesar do parâmetro de tempo não ter se mostrado muito relevante, dado que a metodologia não possui alto custo computacional, foi visto que a partir de 49 elementos os resultados já não diferem mais em relação ao valor de N, motivo pelo qual este valor foi adotado.

Para a análise inicial da asa padrão, a figura 5 mostra o carregamento (produto entre coeficiente de sustentação e corda local) sob as asas reta e elíptica, de acordo com a posição na envergadura da asa.

Figura 5 - Gráfico carregamento vs envergadura para as asas reta e elíptica.



Pela figura 5 é possível observar que o carregamento da asa padrão, por possuir uma forma em planta retangular, difere consideravelmente da distribuição elíptica, principalmente pela baixa sustentação na região próxima da raiz e pela sustentação mais elevada na região das pontas da asa.

A tabela 4 mostra os resultados da análise das asas reta e elíptica.

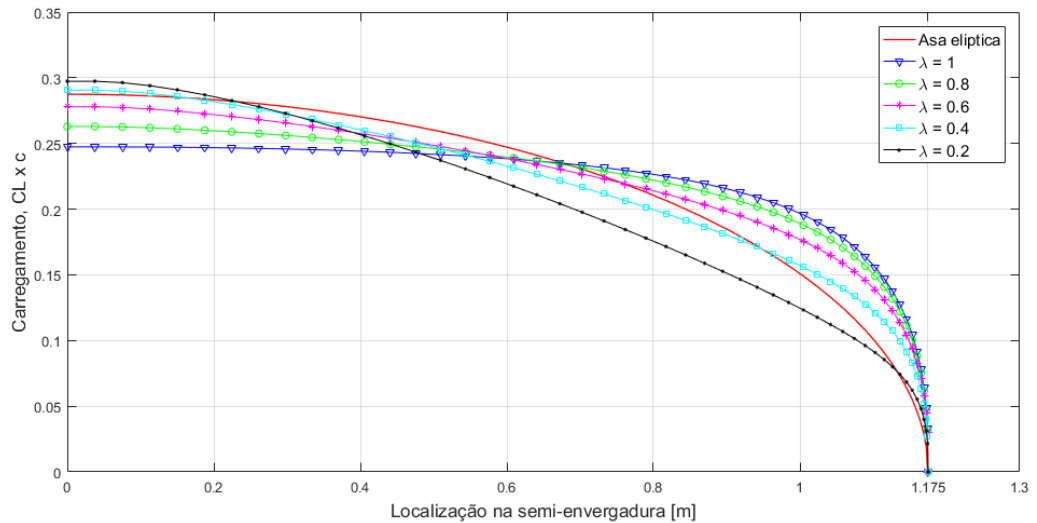
Tabela 4 - Resultados para asa asas reta e elíptica.

	Asa Reta	Asa Elíptica
$\delta$	0,0517	0
e	0,9508	1
CL	0,5831	0,5942
CDi	0,0184	0,0162
CD	0,0314	0,0292
L [N]	81,6401	83,2035
D [N]	4,3967	4,0886
Eficiência (L/D)	18,5685	20,3501

A tabela 4 mostra o quão distante a distribuição da asa reta se encontra da asa elíptica, de acordo com os parâmetros sigma e fator de eficiência de envergadura. Além disso também são mostrados os valores relevantes de sustentação e arrasto, onde é possível ver que a eficiência aerodinâmica da asa elíptica também é maior que o da asa reta.

Para a primeira modificação geométrica alvo deste estudo, a figura 6 mostra o carregamento sob a semi-envergadura da asa de acordo com a variação do parâmetro de afilamento  $\lambda$ , de  $\lambda = 1$  (asa reta) até  $\lambda = 0,2$ , mais a curva para asa elíptica, para fins de comparação.

Figura 6 - Gráfico carregamento vs semi-envergadura com variação de afilamento.



De acordo com a figura 6 é possível observar que a curva de carregamento sob a semi-envergadura da asa tende a se aproximar da elíptica à medida que a razão de afilamento diminui, aumentando o carregamento na raiz e diminuindo nas pontas da asa.

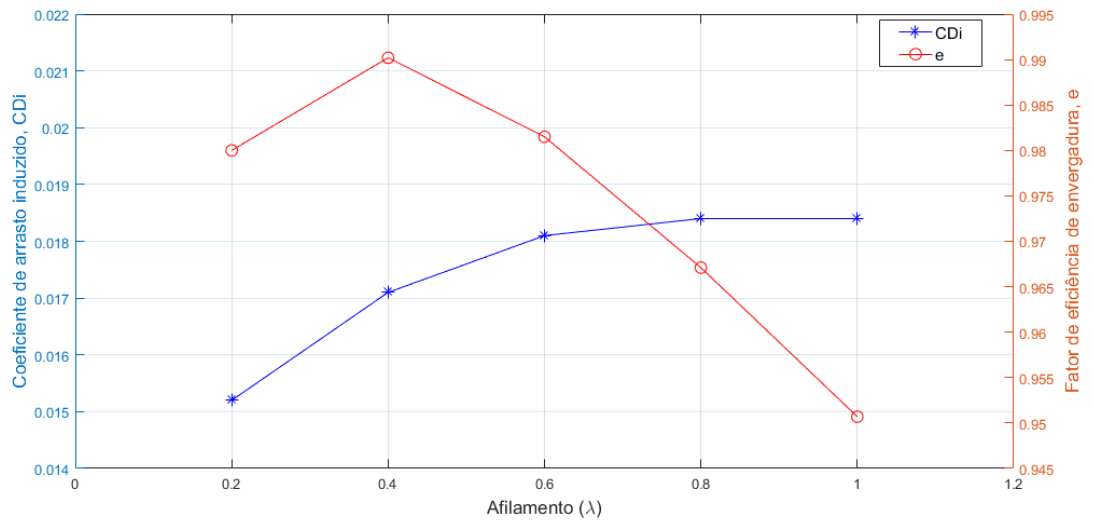
A tabela 5 mostra os resultados da análise da variação do afilamento, bem como os valores utilizados para as cordas na raiz e na ponta. Os valores de área superficial e razão de aspecto permaneceram constantes.

Tabela 5 - Resultados para análise da variação do afilamento.

$\lambda$	AR	S	$c_r$	$c_t$	CL	CDi	e
1	6,1842	0,8930	0,3800	0,3800	0,5831	0,0184	0,9507
0,8	6,1842	0,8930	0,4205	0,3364	0,5884	0,0184	0,9671
0,6	6,1842	0,8930	0,4653	0,2792	0,5875	0,0181	0,9815
0,4	6,1842	0,8930	0,5115	0,2046	0,5741	0,0171	0,9902
0,2	6,1842	0,8930	0,5516	0,1103	0,5383	0,0152	0,9800

De acordo com os resultados mostrados na tabela 5 para variação da razão de afilamento, dando especial atenção à variável  $e$ , a distribuição de carregamento ao longo da envergadura da asa se aproxima cada vez mais da elíptica à medida que o afilamento diminui, até um máximo em  $\lambda = 0,4$ , onde o fator de eficiência de envergadura mais se aproxima da unidade e após esse valor a distribuição começa a se afastar novamente da elíptica, por mais que o valor de arrasto induzido continue sendo reduzido. A figura 7 evidencia o comportamento citado acima, mostrando a variação do fator de eficiência de envergadura e do coeficiente de arrasto induzido de acordo com a variação do afilamento.

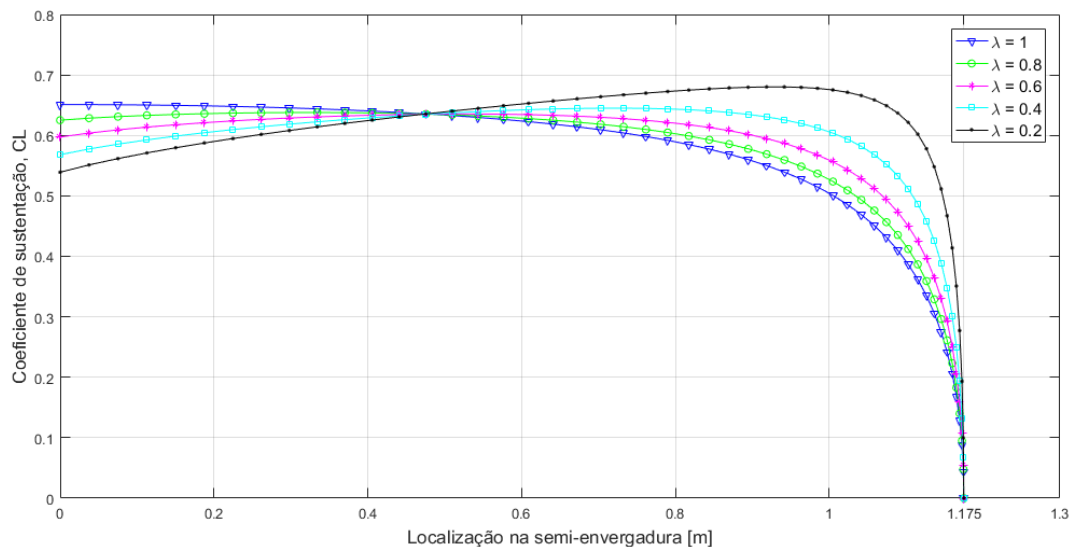
Figura 7 – Variação dos parâmetros  $CDi$  e fator de eficiência de envergadura de acordo com a variação da razão de afilamento.



Além da variação do fator de eficiência de envergadura, a figura 7 também mostra um dos principais objetivos ao se afilar uma asa, a redução do coeficiente de arrasto induzido  $CDi$ , o qual foi reduzido em aproximadamente 21% com  $\lambda = 0,2$ , em relação à asa sem afilamento. Outro objetivo central ao se afilar uma asa, evidenciado na figura 6, é a diminuição do carregamento nas pontas da asa. Estruturalmente falando, assunto que foge do escopo deste estudo e por isso não será provado, o momento fletor na raiz da asa é função do carregamento e, se a distribuição de carregamento é concentrada próxima à raiz, então o momento é consideravelmente menor do que quando a distribuição é concentrada próxima às pontas da asa (SADRAEY, 2013), possibilitando uma superfície mais leve e, conseqüentemente, mais aerodinamicamente eficiente.

Em contrapartida, um dos problemas ao se afilar uma asa é a modificação da distribuição de sustentação sob a asa, como evidenciado na figura 8.

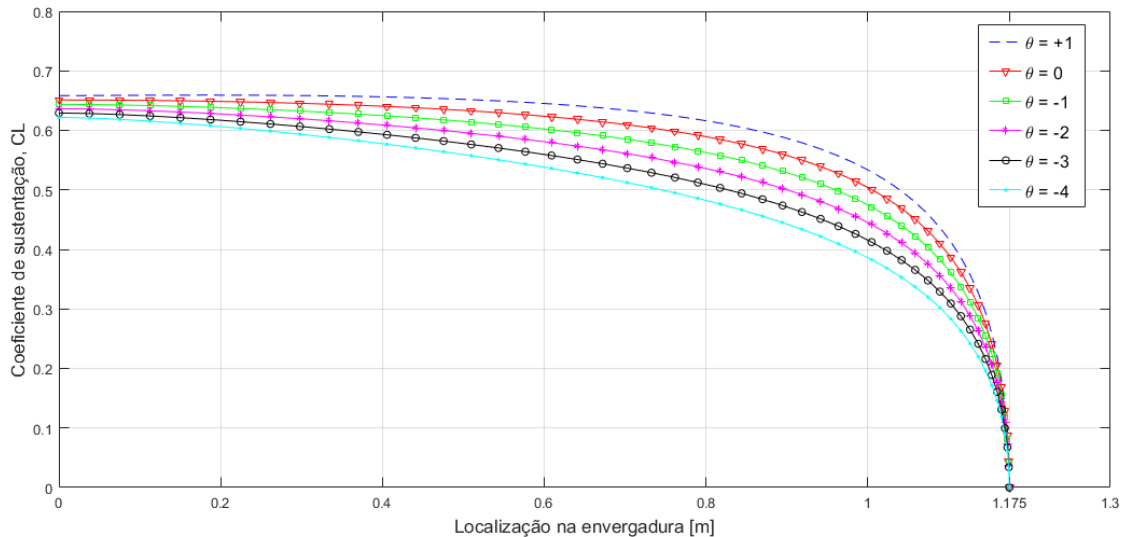
Figura 8 – Gráfico CL vs semi-envergadura com variação do afilamento.



A figura 8 mostra que à medida que a razão de afilamento diminui, o pico de sustentação local se desloca da raiz da asa em direção às pontas, comportamento resultante da influência do escoamento sobre a própria asa. Uma distribuição de sustentação desse tipo poderá acarretar em um descolamento da camada limite sobre a superfície a partir das pontas da asa em direção à raiz, podendo resultar em perda repentina de controle da aeronave. O comportamento dos parâmetros aerodinâmicos, de acordo com a variação da razão de afilamento, se mostrou similar aos encontrados em Güzelbey et al. (2019).

A segunda modificação geométrica na forma em planta da asa finita alvo deste estudo, a torção geométrica, é uma possível solução para o problema de estol de ponta de asa. A figura 9 mostra a distribuição de sustentação sob a semi-envergadura da asa, a partir da asa padrão sem nenhuma modificação.

Figura 9 – Gráfico CL vs semi-envergadura com variação da torção geométrica a partir da asa padrão.



De acordo com a análise da torção geométrica isolada, foi visto que uma torção positiva (aumento no ângulo de ataque) afasta a distribuição da elíptica e aumenta a sustentação nas pontas da asa, bem como uma torção negativa aproxima da distribuição ideal, ao custo de uma queda significativa no coeficiente de sustentação da asa.

A tabela 6 mostra os resultados para a variação da torção aplicada à asa reta.

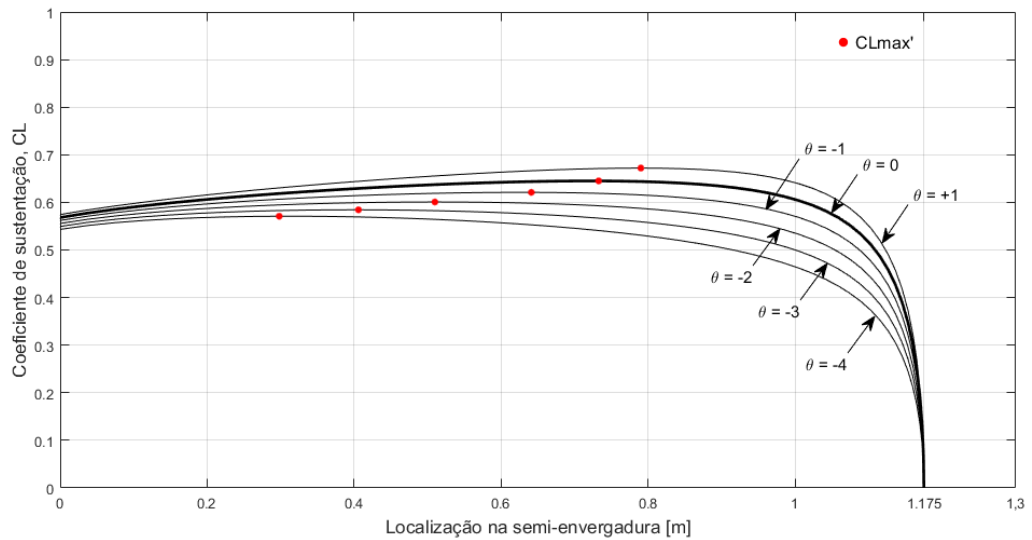
Tabela 6 – Resultados para análise da variação da torção a partir da asa padrão.

$\theta$	CL	e
1	0,6025	0,9403
0	0,5831	0,9507
-1	0,5636	0,9608
-2	0,5441	0,9703
-3	0,5246	0,9791
-4	0,5051	0,9867

Utilizando o valor de afilamento que mais se aproximou da distribuição elíptica ( $\lambda = 0,4$ ), foi aplicada uma torção geométrica na asa, com os mesmos valores utilizados anteriormente, a fim de contornar o problema do estol de ponta de asa e manter a distribuição próxima da elíptica.

A figura 10 mostra o gráfico do CL da asa em função da localização na semi-envergadura.

Figura 10 - Gráfico CL vs semi-envergadura com variação da torção e afilamento constante de 0,4.



Na figura 10, o ponto vermelho evidencia a posição do CL máximo local se deslocando da ponta da asa em direção à raiz à medida que a torção se torna mais negativa. Foi visto que a partir de uma torção de  $-2^\circ$ , o CL máximo local se encontra anterior à metade da semi-envergadura. A tabela 7 mostra os resultados obtidos a partir da análise de torção aplicada à uma asa com afilamento constante de  $\lambda = 0,4$ .

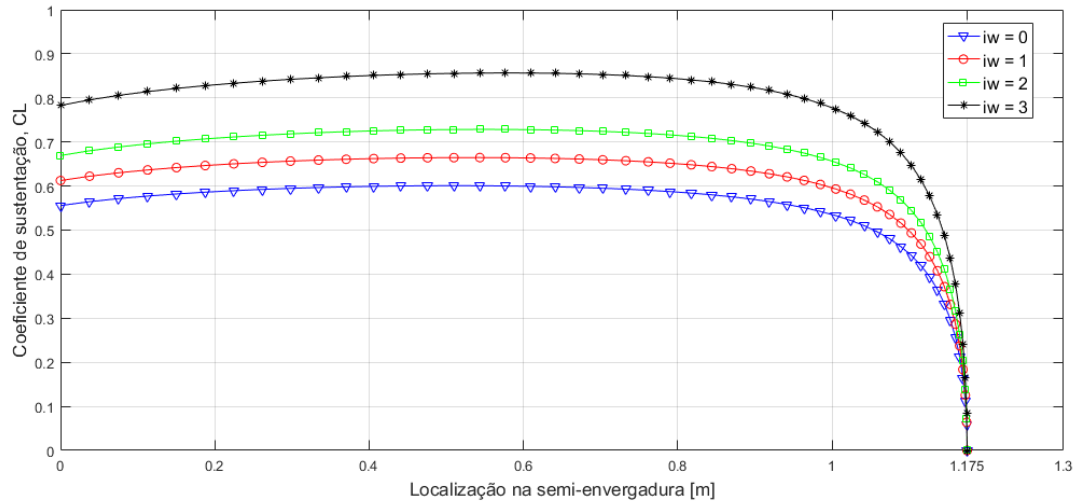
Tabela 7 – Resultados para análise da variação da torção com afilamento de 0,4.

$\theta$	$\lambda$	AR	S	CL	CDi	e
1	0,4	6,1842	0,8930	0,5916	0,0182	0,9887
0	0,4	6,1842	0,8930	0,5741	0,0171	0,9902
-1	0,4	6,1842	0,8930	0,5566	0,0161	0,9906
-2	0,4	6,1842	0,8930	0,5391	0,0151	0,9897
-3	0,4	6,1842	0,8930	0,5215	0,0142	0,9873
-4	0,4	6,1842	0,8930	0,5040	0,0133	0,9830

Foi visto que, apesar da torção geométrica negativa (washout) propiciar um estol mais suave e próximo da raiz e também aproximar a distribuição da asa para elíptica, um forte ponto negativo é a queda do coeficiente total de sustentação da asa. Para manter o CL próximo ao da asa padrão e da asa elíptica sem modificar a distribuição de carregamento sob a envergadura, foi aplicado um ângulo de incidência  $i_w$  sob a asa.

A figura 11 mostra a terceira modificação geométrica aplicada à forma em planta alvo de estudo, a partir do gráfico de CL em função da semi-envergadura para diferentes ângulos de incidência, para valores de afilamento e torção constantes iguais a  $\lambda = 0,4$  e  $\theta = -2^\circ$ , respectivamente.

Figura 11 - Gráfico CL vs semi-envergadura para variação do ângulo de incidência com afilamento de 0,4 e torção de  $-2^\circ$ .



A tabela 8 mostra os resultados da análise da variação do ângulo de incidência da asa, com valores de afilamento e torção geométrica constantes.

Tabela 8 – Resultados para análise do ângulo de incidência com afilamento de 0,4 e torção de  $-2^\circ$ .

iw	$\lambda$	$\theta$	CL	CDi	e
0	0,4	-2	0,5391	0,0151	0,9897
1	0,4	-2	0,5965	0,0185	0,99
2	0,4	-2	0,6539	0,0222	0,9902
3	0,4	-2	0,7113	0,0263	0,9903
4	0,4	-2	0,7687	0,0307	0,9904

A partir da análise da variação do ângulo de incidência, foi visto que o perfil de distribuição ao longo da envergadura foi praticamente inalterado, sofrendo apenas um deslocamento no gráfico CL vs semi-envergadura. Os resultados da figura 11 e da tabela 8 evidenciam o aumento no coeficiente de sustentação da asa finita, onde o valor cresce aproximadamente 10% por ângulo de incidência aplicado, diminuindo gradativamente. Como consequência, o arrasto induzido também foi aumentado, uma vez que este é altamente dependente da sustentação, evidenciado ao se analisar a equação 11.

## 5. CONCLUSÃO

Foi visto que uma asa com forma em planta retangular possui uma distribuição dos carregamentos ao longo da envergadura distante da ideal, principalmente devido ao comportamento na raiz e nas pontas da asa, possuindo menor eficiência aerodinâmica e de envergadura e maior arrasto induzido do que uma asa finita com forma em planta elíptica. A aplicação de afilamento na asa mostrou uma melhora na distribuição de carregamentos ao longo

da envergadura, bem como um deslocamento do pico de sustentação para as pontas à medida que a razão de afilamento diminui. As razões de afilamento que mais aproximaram a distribuição da ideal foram as de 0,4 e 0,6, faixa na qual deve se encontrar um valor ótimo que resulte no maior valor de fator de eficiência de envergadura. Quanto à torção geométrica, foi observado uma queda considerável no coeficiente de sustentação da asa finita, porém com a aplicação de torção negativa foi visto que a distribuição de carregamento se aproxima da ideal e também que é possível alterar a distribuição de sustentação para evitar problemas de estol de ponta de asa. Por último, a modificação no ângulo de incidência da asa não mostrou mudança no perfil de carregamentos ao longo da envergadura, apenas um aumento na sustentação geral da asa finita.

Como foi observado, a utilização de modificações geométricas em uma asa finita pode resultar em melhorias aerodinâmicas, se utilizado com o embasamento correto. A aplicação de afilamento na asa se mostrou especialmente útil para se aproximar a asa de uma distribuição elíptica e pode ser implementado em uma aeronave de Aerodesign para tal propósito, devido à simplicidade construtiva, porém averiguando também possíveis problemas de estol de ponta de asa. O mesmo pode-se concluir para a torção geométrica e o ângulo de incidência, os quais podem resultar em melhorias aerodinâmicas, porém também com a cautela de se fazer a análise das condições ângulo de ataque resultantes dessas modificações.

Como sugestão, a análise pode ser feita para outras condições dentro do envelope de voo da aeronave alvo de estudo como, por exemplo, para outros ângulos de ataque a fim de analisar condições de estol e também visando movimentos de arfagem, guinada e rolagem, diferentes velocidades e condições climáticas ou ainda em diferentes situações de voo como, por exemplo, sob influência de vento de través. Como citado anteriormente, a teoria clássica de Prandtl já foi adaptada e implementada em outras versões, cabendo também um estudo comparativo entre diferentes abordagens da teoria da linha sustentadora.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ACKROYD, J. The Spitfire Wing Planform: A Suggestion. **Journal of Aeronautical History Paper No**, 2013.
- ANDERSON, J. D. **Fundamentals of aerodynamics / John D. Anderson, Jr.** 5. ed. New York: McGraw-Hill, 2011.
- BEAUBIEN-TAYLOR, J. **Characteristics & Aspects of Asing Delta Wing for Subsonic & Supersonic Aircraft.** Toronto: [s.n.].
- BOSCHETTI, P. J.; CÁRDENAS, E. M.; AMERIO, A. **Induced drag reduction of an airplane using local twist, panel method verification.** 50th AIAA Aerospace Sciences Meeting Including the New Horizons Forum and Aerospace Exposition. **Anais...**2012
- FONSECA, W. D. P.; PINHEIRO, E. M.; ARCOS, I. S. V. **Aerodynamics Investigation of Finite Wings by Lifting-line Models using the Track Method.** Maceió: Congresso Técnico Científico de Engenharia e de Agronomia - CONTECC, 2018
- GÜZELBEY, İ. H.; ERASLAN, Y.; DOĞRU, M. H. Effects of Taper Ratio on Aircraft Wing Aerodynamic Parameters: A Comperative Study. **European Mechanical Science**, 2019.
- KUETHE, A. M.; CHOW, C. Y. **Foundations of aerodynamics : bases of aerodynamic design.** 5. ed. New York: John Wiley & Sons, Inc., 1998.
- RODRIGUES, L. E. M. J. **Fundamentos da Engenharia Aeronáutica.** 1. ed. São Paulo: Cengage Learning, 2013.
- ROSKAM, J.; LAN, C.-T. E. **Airplane Aerodynamics and Performance.** 1. ed. Lawrence: DARcorporation, 1997.
- SADRAEY, M. H. **Aircraft Des.: A Systems Eng. Approach.** 1. ed. Chennai: John Wiley and Sons, Inc., 2013.