

XXIII SIMPÓSIO BRASILEIRO DE RECURSOS HÍDRICOS

USO DE ELEMENTOS CILÍNDRICOS EM ESCADAS PARA PEIXES DE RANHURAS VERTICAIS PARA OBTENÇÃO DE PARÂMETROS DO ESCOAMENTO MAIS FAVORÁVEIS

Júlia Brusso Rossi¹ & Daniela Guzzon Sanagiotto²

RESUMO – Passagens para peixes têm importante papel na conservação da ictiofauna de um curso hídrico que teve o barramento do seu fluxo natural após a construção de obras hidráulicas. Este trabalho utiliza recursos de dinâmica de fluidos computacional para identificar os padrões de escoamento de uma escada para peixes de ranhuras verticais, e verificar se o acréscimo de elementos cilíndricos verticais, após a abertura das ranhuras nos tanques, proporciona um fluxo com condições mais favoráveis aos peixes. Foram avaliadas as reduções nos valores de velocidades médias, energia cinética da turbulência, taxa de dissipação da turbulência e potência dissipada, e a porcentagem de área submetida a valores elevados. A geometria com cilindros de 40 cm de altura obteve o maior percentual de área com velocidades menores à 2 m.s^{-1} , nos planos analisados. A inserção dos cilindros resultou em condições de fluxo menos seletivas aos peixes de baixa capacidade natatória, principalmente com o cilindro de maior altura (40 cm).

ABSTRACT – Fish passes have an important role in the conservation of the ichthyofauna of a watercourse that had the natural flow obstructed by hydraulic structures. This work uses computational fluid dynamics (CFD) to identify the flow patterns in a vertical slot fishway. It is also verified if the addition of vertical cylindrical elements after vertical slots in the pools provides improvements in order to obtain a fish friendly flow. The reductions in the values of mean velocity (V), turbulence kinetic energy (TKE) and turbulence eddy dissipation (ϵ), and percentage of area submitted to high values were evaluated. The geometry with cylinders of 40 cm in height obtained the highest percentage of area with velocities smaller than 2 m.s^{-1} in the analyzed planes. The insertion of the cylinders resulted in less selective flow conditions for the fish of low swimming capacity, mainly with the cylinder of greater height (40 cm).

Palavras-Chave – escadas para peixes, dinâmica de fluidos computacional, alteração de geometria.

¹) Instituto de Pesquisas Hidráulicas, IPH/UFRGS – julia.rossi@ufrgs.br

²) Instituto de Pesquisas Hidráulicas, IPH/UFRGS – dsanagiotto@ufrgs.br

INTRODUÇÃO

A fragmentação de cursos hídricos pela construção de barramentos em obras hidráulicas provoca o impedimento do livre trânsito de organismos aquáticos no ambiente. Mecanismos de transposição de peixes (MTP) surgem como um recurso para atenuar o impacto dessas obras, mantendo a conectividade longitudinal dos cursos d'água, e possibilitando a migração das espécies. O objeto de interesse deste estudo é o MTP do tipo escada para peixes com ranhuras verticais.

A escada de ranhuras verticais consiste em um canal retangular com piso inclinado que é dividido em um número de tanques, onde a água escoar de um tanque a outro através de ranhuras verticais Rajaratnam *et al.* (1986). Estudos experimentais têm sido conduzidos para avaliar o escoamento nessas estruturas (e.g. Bombač *et al.*, 2014; Calluud *et al.*, 2014; Rajaratnam *et al.*, 1986; Sanagiotto *et al.*, 2012). O fluxo de água forma um jato à medida que passa pelas ranhuras da escada, e a energia é dissipada pela mistura desse jato nos tanques (Rajaratnam *et al.*, 1986).

As rotas de migração com altas velocidades podem impor grandes custos energéticos as espécies migrantes (Khan, 2006). De maneira a proporcionar uma passagem menos seletiva este estudo propôs a inserção de elementos cilíndricos verticais em uma geometria existente de escada para peixes com ranhuras verticais. Outros estudos avaliaram a presença de cilindros em escadas de peixes (Calluud *et al.*, 2014; Tarrade *et al.*, 2008). Calluud *et al.* (2014) identificaram que o cilindro gera um bloqueio do fluxo, o que permite que o jato principal vindo da entrada da ranhura seja dividido em dois fluxos, reduzindo as amplitudes de velocidade.

A análise das condições do escoamento nas escadas para peixes pode ser realizada através da utilização de recursos de dinâmica de fluidos computacional (CFD). A validação de modelos numéricos pode utilizar dados de estudos experimentais, e com os resultados obtidos há a possibilidade de serem testadas novas estruturas derivadas da experimental, identificando alterações nas variáveis de interesse. Alguns estudos de escadas para peixes utilizam ferramentas de CFD para caracterizar o escoamento nas estruturas com modelos tridimensionais (e.g. An *et al.*, 2016; Heimerl *et al.*, 2008).

No estudo de Rossi e Sanagiotto (2018) e Sanagiotto *et al.* (2019a) foram avaliadas as mesmas geometrias presentes neste estudo apresentando uma análise geral do comportamento do escoamento. Estes estudos indicaram que a inserção dos cilindros pode reduzir as magnitudes máximas de velocidades em até cerca de 8% e de energia cinética da turbulência em até 15%. O presente estudo busca dar continuidade a estes trabalhos, identificando e quantificando a eficiência na redução da velocidade média (V), da energia cinética da turbulência (TKE – turbulence kinetic energy) e da taxa de dissipação da turbulência (ϵ – turbulence eddy dissipation) quando se opta por utilizar cilindros após a abertura das ranhuras nas geometrias de interesse.

MATERIAIS E MÉTODOS

Descrição da estrutura

A estrutura utilizada como referência (D1) para este estudo é uma escada para peixes de ranhuras verticais, avaliada anteriormente em Bombač *et al.* (2017). Bombač *et al.* (2017) utilizou como estrutura de referência uma geometria com declividade de 1,67%, que possui resultados experimentais e numéricos (Bombač *et al.* 2017, 2015, 2014). Neste estudo foram modelados 9 tanques consecutivos de 3 m de comprimento e 2,2 m de largura cada um, além de uma região de entrada e saída, totalizando 46 m de comprimento da estrutura. As simulações foram realizadas utilizando as dimensões dos tanques em escala real.

A partir da estrutura de referência foram propostas modificações nos tanques da geometria, de forma a obter um escoamento menos seletivo para os peixes que realizam a travessia pela escada. Um elemento cilíndrico foi posicionado após a ranhura vertical, como tentativa de reduzir os valores de velocidades nessa região. Com a inserção de um cilindro após as ranhuras na geometria de referência, duas novas estruturas foram propostas, ambas com cilindros de 40 cm de diâmetro e altura de 40 cm (D2) e 20 cm (D3). Detalhes dos defletores nos tanques centrais das geometrias D1 e D2/D3 são apresentados na Figura 1.

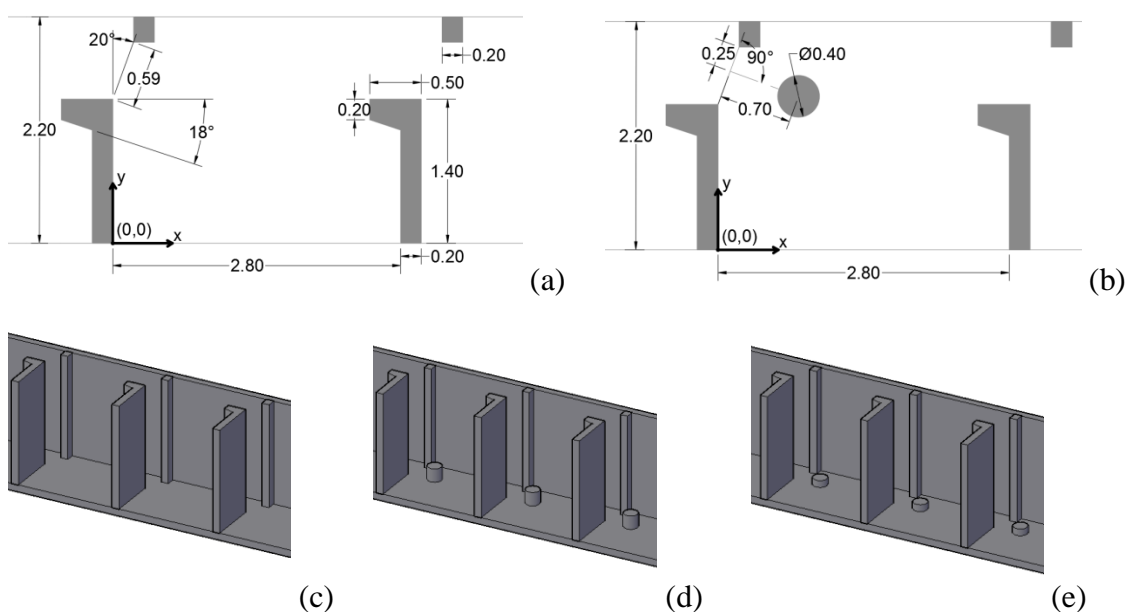


Figura 1. Configurações dos defletores, em planta com as dimensões: (a) Geometria D1 — referência; (b) Geometria D2 e D3 com cilindro; e em vista parcial 3D: (c) Geometria D1; (d) Geometria D2 – cilindro de 40 cm; (e) Geometria D3 – cilindro de 20 cm (dimensões em metros).

Para as três geometrias foram conduzidas simulações nas declividades (S) de 3,33% e 6,67% com diferença de nível entre tanques consecutivos (Δh) de 0,1 m e 0,2 m, respectivamente. Estas condições reproduzem os testes de Bombač *et al.* (2017), com vazões (Q) de 1,398 $\text{m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$ e 1,765

$\text{m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$, respectivamente. Para fins de apresentação e comparações nos resultados de forma simplificada, escolheu-se a nomenclatura S2 e S4 para as declividades de 3,33% e 6,67%, respectivamente, conforme apresentado em Sanagiotto *et al.* (2019a).

Simulação numérica

O programa comercial Ansys-CFX foi utilizado para a simulação numérica tridimensional do escoamento. O modelo utiliza o método dos volumes finitos para resolver as equações do escoamento. A turbulência foi modelada utilizando-se a decomposição de Reynolds, RANS (Reynolds Averaged Navier-Stokes) em três dimensões. A simulação considerou o escoamento em condição isotérmica, incompressível, mantendo as propriedades físicas da água constantes. O modelo de turbulência utilizado foi o $k-\epsilon$, o mesmo apresentado em Bombáč *et al.* (2015).

Condições de contorno foram aplicadas em todas as faces do domínio. Na entrada do escoamento no domínio foram informadas a vazão mássica de água, a pressão atmosférica para a parte correspondente ao ar e uma intensidade turbulenta alta (10%). Na saída do domínio foi considerada a distribuição de pressão hidrostática para o fluido água e pressão atmosférica para o ar. Profundidades do escoamento na parte inicial e final foram informadas com relação aos valores apresentados em Bombáč *et al.* (2017). Condição de contorno de não deslizamento e rugosidade nula foram aplicadas em todas as paredes (fundo, laterais e defletores) do domínio.

Foram realizadas análises para verificar a independência da malha nos resultados, através do índice de convergência de grade (grid convergence index - GCI). Foram testadas três malhas tetraédricas não estruturadas com refinamento junto às paredes e com adaptação de malha na interface ar-água. O número de elementos em cada malha no começo das simulações era de $1,8 \times 10^6$ (grosseira), $2,7 \times 10^6$ (média) e $6,1 \times 10^6$ (refinada). O número de elementos ao final das simulações foi maior devido a adaptação de malhas na interface ar-água. Os resultados do GCI obtidos foram de 5,6% comparando a malha mais refinada com a malha média e 1,5% na comparação da malha mais grosseira com a malha média, de acordo com resultados apresentados em Sanagiotto *et al.* (2019a). Após as análises foi selecionada a malha de $2,7 \times 10^6$ elementos, que possui um equilíbrio adequado entre precisão e custo computacional.

Em Sanagiotto *et al.* (2019a) os resultados das simulações numéricas da geometria de referência na declividade de 1,67% foram comparados com os dados experimentais e numéricos de Bombáč *et al.* (2015), avaliando a vazão de entrada e saída, a altura do escoamento e as velocidades obtidas nos tanques centrais. O modelo foi validado por obter concordância com os dados de Bombáč *et al.* (2015), como apresentado em Sanagiotto *et al.* (2019a), e então a estrutura pode ser simulada para as demais declividades. Mais detalhes sobre a estrutura simulada, equações governantes, condições de contorno, teste de malhas e validação do modelo podem ser vistos em Sanagiotto *et al.* (2019a), além de outras geometrias, declividades e vazões testadas.

Análise de dados

Com os produtos das simulações foi possível elaborar campos de escoamento, considerando as variáveis de interesse: velocidades médias (V), energia cinética da turbulência (TKE), taxa de dissipação da turbulência (ε) e potência dissipada. A partir destes resultados foi possível avaliar os valores médios dessas grandezas em diferentes planos paralelos ao fundo. Para as seis geometrias testadas, foram avaliados quatro planos paralelos ao fundo, distantes do fundo de $z/h = 0,1; 0,2; 0,4$ e $0,6$, onde z é a distância a partir do fundo do tanque até o plano e h é a profundidade média do escoamento, medida no meio do tanque central. Os resultados são apresentados principalmente para os planos de $z/h = 0,1$ e $0,2$, por serem planos que passam pela altura dos cilindros, sendo que o plano de $z/h = 0,2$ só passa pelo cilindro maior (40 cm), enquanto o plano de $z/h = 0,1$ cruza os cilindros em ambas as geometrias (D2 e D3).

A potência dissipada por volume (P_V) pode ser calculada pela Equação 1, a partir de características gerais do escoamento:

$$P_V = \frac{\gamma Q \Delta h}{BLh} \quad (1)$$

Onde γ é o peso específico do fluido em escoamento; Q é a vazão volumétrica; Δh é o desnível entre tanques consecutivos da escada para peixes, que depende da declividade longitudinal da mesma; B e L são as dimensões do tanques, largura e comprimento, respectivamente e h é a profundidade média do escoamento no tanque.

Com os resultados obtidos da simulação numérica do escoamento, pode ser avaliada a distribuição espacial da potência dissipada dentro do tanque, através da relação:

$$P_i = \rho \varepsilon \quad (2)$$

onde ρ é a massa específica do fluido em escoamento e ε é a taxa de dissipação da turbulência. A equação (2) permite o cálculo da potência dissipada média no tanque ou em um determinado plano, desde que se utilize os valores médios da taxa de dissipação da turbulência no tanque ou nos planos, respectivamente.

RESULTADOS E DISCUSSÕES

A Figura 2 mostra o comportamento do escoamento nos tanques centrais das geometrias em relação às velocidades médias e a energia cinética da turbulência. Os valores para os parâmetros foram avaliados para planos paralelos ao fundo em $z/h = 0,1$ e $0,2$.

Como descrito em Bombáč *et al.* (2017), o aumento do Δh entre tanques adjacentes, provocado pelo aumento da declividade, leva ao aumento significativo das velocidades na zona entre as ranhuras, enquanto outras partes do escoamento permanecem praticamente inalteradas. Nesse sentido, com a

inserção dos cilindros é possível perceber uma redução nas áreas com velocidades mais elevadas, principalmente para a geometria de maior declividade. Ainda, nos planos que cruzam o cilindro se observa a formação de dois jatos bem característicos adjacentes ao cilindro. Para o plano que passa paralelo ao fundo na posição $z/h = 0,1$, observa-se que, por exemplo, para a geometria D1 na declividade de 6,67% mais de 13% da área está sujeita a velocidades superiores a $2,4 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$, enquanto que para as geometrias D2 e D3, a área cai para menos de 2% e 5%, respectivamente.

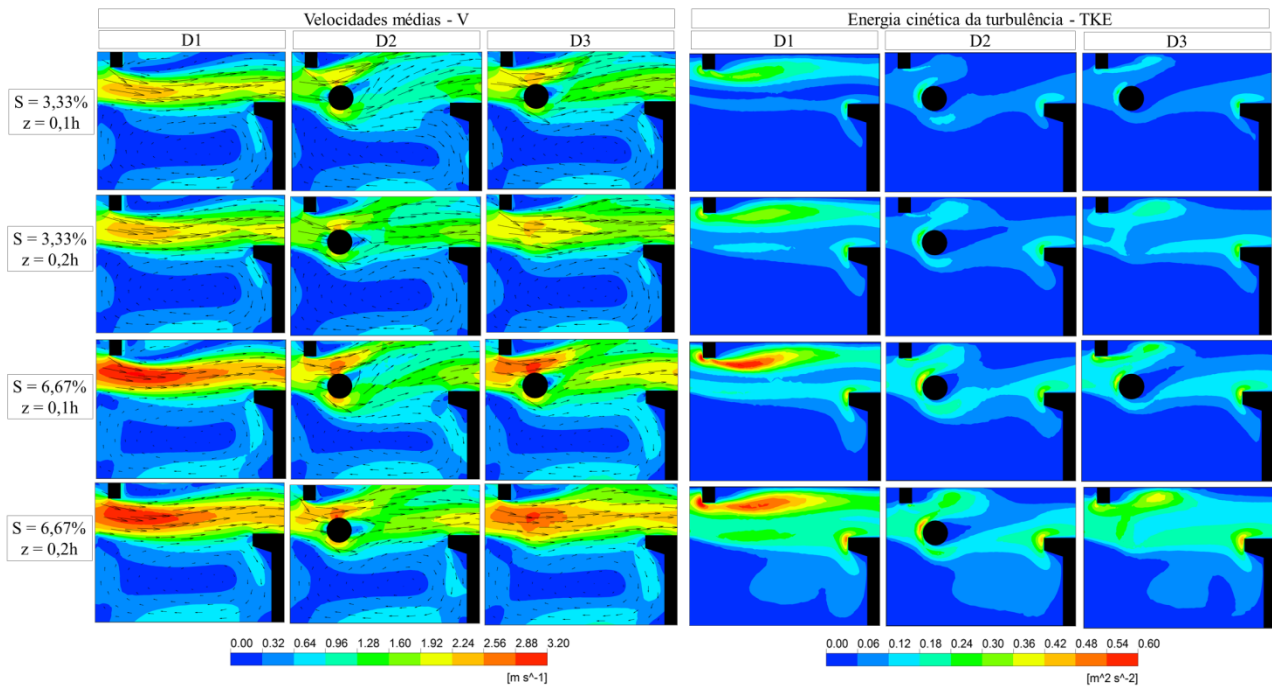


Figura 2. Comparativo dos campos de velocidade média e energia cinética da turbulência para as geometrias D1, D2 e D3, nas declividades de 3,33% e 6,67%, nos planos $z/h = 0,1$, e $0,2$.

Os padrões de escoamento em relação a energia cinética da turbulência indicam que há uma maior área no plano sujeita à valores mais elevados deste parâmetro nas geometrias com as maiores declividades de fundo. Novamente, as estruturas com inserção de cilindros surgem como uma alternativa com valores de TKE mais favoráveis aos peixes em uma maior porcentagem de área. Os campos de ϵ não foram apresentados de forma gráfica, mas na Tabela 1 são apresentadas as reduções de ϵ , bem como V e TKE, com a inserção dos cilindros. Os resultados são apresentados como comparações da geometria de referência (D1) com as geometrias com cilindros (D2 e D3).

A Tabela 1 mostra a diferença nos valores médios de alguns parâmetros, provocada pela substituição das geometrias sem cilindros por geometrias com cilindros, para três planos perpendiculares ao fundo ($z/h = 0,1$; $0,2$ e $0,4$), considerando duas declividades, de 3,33% (S2) e 6,67% (S4). No geral, os resultados de velocidades apresentam redução de valores na presença do cilindro. Porém, também se observa que ao utilizar cilindros de 20 cm (D3) a velocidade média nos

planos que cruzam nos cilindros ($z/h = 0,1$ e $0,2$) aumenta levemente em comparação à geometria sem cilindros, resultado da leve redução da área de passagem.

Os valores de TKE e a de ϵ indicaram redução de valores médios ao se utilizar a geometria com cilindros, em todas as condições avaliadas. A TKE mostra maiores reduções nos valores para os planos que passam na altura dos cilindros. Considerando os três parâmetros analisados, as geometrias quando utilizam cilindros de 40 cm (D2) sempre apresentam as maiores porcentagens de reduções nos valores médios.

Tabela 1. Diferença nos valores médios de velocidades (V), energia cinética da turbulência (TKE) e taxa de dissipação da turbulência (ϵ) entre geometrias com e sem cilindro.

Geometria		Redução na velocidade média [%]			Redução na TKE média [%]			Redução na ϵ média [%]		
Sem cilindro	Com cilindro	$z/h=0,1$	$z/h=0,2$	$z/h=0,4$	$z/h=0,1$	$z/h=0,2$	$z/h=0,4$	$z/h=0,1$	$z/h=0,2$	$z/h=0,4$
D1S2	D2S2	10.49	12.76	6.18	28.05	35.58	15.74	31.75	26.67	14.57
D1S2	D3S2	-0.50	-0.49	4.41	26.83	24.04	8.33	28.57	16.67	10.60
D1S4	D2S4	13.08	15.43	7.30	29.58	36.67	19.58	34.37	30.28	16.82
D1S4	D3S4	2.02	1.50	5.97	27.46	25.00	12.70	32.22	17.13	14.98

A Figura 3 indica o percentual de área acumulada em relação a valores de V e TKE. O comportamento observado para as geometrias, nos planos avaliados, em ambas as declividades, é similar, levando em consideração que a maior declividade corresponde a maiores valores de ambos os parâmetros, em uma maior porcentagem de área.

Em ambos os planos a geometria D2 se mostra mais eficiente em reduzir os valores de velocidades do escoamento no tanque, principalmente no plano $z/h = 0,2$ onde o cilindro de 20 cm não se encontra mais presente, obtendo um efeito menor na redução de velocidades. No plano de $z/h = 0,1$, para a declividade de 3,33% (S2), a geometria D2 apresenta aproximadamente 91% da área com valores de velocidade menores que $1,5 \text{ m.s}^{-1}$, enquanto nas geometrias D1 e D3 essa área corresponde a aproximadamente 79% e 84% do plano, respectivamente.

A geometria com maior percentual de área com velocidades menores que 2 m.s^{-1} , nos planos e declividades avaliadas, é a geometria D2. Ela apresentou percentual de área no tanque dentro dessa faixa de 98,8% e 99,3% para os planos $z/h = 0,1$ e $0,2$ respectivamente, na declividade de 3,33%, e na declividade de 6,67%, a área correspondente foi de 94,3% e 92,7% para os planos $z/h = 0,1$ e $0,2$, respectivamente. No plano de $z/h = 0,6$ a geometria D2 com declividade de 3,33% apresenta toda a área com velocidade do escoamento menor que 2 m.s^{-1} .

Em relação à TKE, no plano $z/h = 0,1$, as geometrias D2 e D3 em ambas as declividades apresentam praticamente a mesma curva de área acumulada. Na declividade de 3,33% essas

geometrias mostram 91% da área do tanque com valores de TKE menores a $0,1 \text{ m}^2.\text{s}^{-2}$, enquanto a geometria D1 apresenta 82% da área do tanque nesse intervalo de TKE. Da mesma forma, a análise do plano $z/h = 0,2$, mostra que a geometria D2 é uma alternativa melhor a passagem dos peixes, com maior percentual de área com valores menores de TKE, em ambas as declividades.

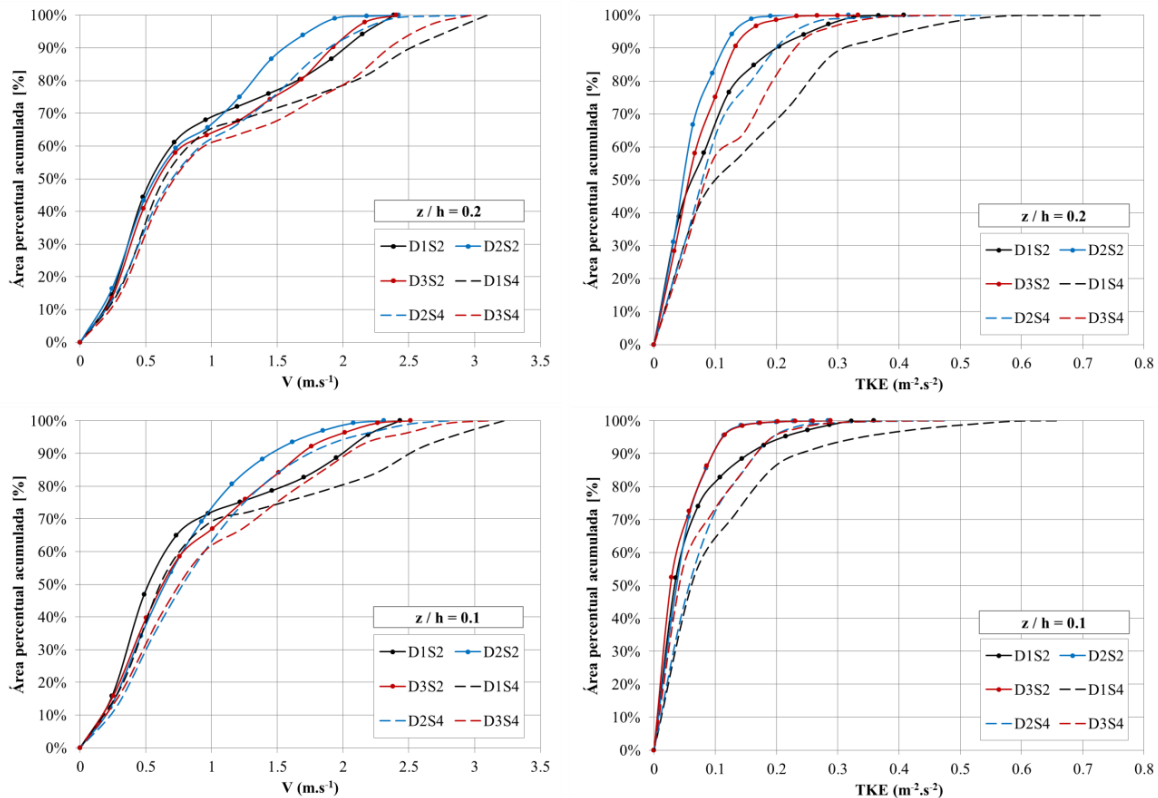


Figura 3. Curvas de distribuição de frequência acumulativa de velocidades (V) e energia cinética da turbulência (TKE) para planos em $z/h = 0,1$ e $0,2$ para as geometrias D1, D2 e D3, com declividades de 3,33% (S2) e 6,67% (S4).

Em relação ao comportamento das curvas de velocidade e TKE das geometrias D2S4 e D1S2 se observa um padrão semelhante, em relação aos valores dos parâmetros, principalmente no plano $z/h = 0,1$. Ainda, a geometria D2S4 apresenta menor percentual de área com velocidades mais elevadas que a geometria D1S2. Essa análise evidencia os benefícios em se utilizar uma geometria com cilindros e maior declividade e vazão ao invés de uma sem cilindros com menor declividade e vazão. Ao se utilizar uma maior declividade na estrutura é necessário um menor número de tanques construídos para vencer uma determinada altura de barramento, reduzindo assim os custos de construção, compensando com o gasto para a implantação dos cilindros nos tanques. Porém, uma declividade maior exige uma descarga maior para manter a mesma altura do escoamento nos tanques, o que significa um consumo maior de água na operação da escada.

Os valores resultantes de potência dissipada são calculados pela Equação 1, para o valor médio no tanque, e pela Equação 2, para quatro planos paralelos ao fundo, a partir da análise da taxa de dissipação de turbulência média em cada plano. A Tabela 2 apresenta os resultados de potência

dissipada, além de valores de vazão, Δh e profundidade média do escoamento para todas as geometrias avaliadas, necessárias ao cálculo da potência.

Tabela 2. Parâmetros de fluxo e valores de potência resultantes para as geometrias D1, D2 e D3 com declividades de 3,33% (S2) e 6,67% (S4).

Geometria	Q [m ³ .s ⁻¹]	Δh [m]	h [m]	P _v (Eq. 1) [W.m ⁻³]	P (Eq. 2) [W.m ⁻³]			
					z/h=0,1	z/h=0,2	z/h=0,4	z/h=0,6
D1S2	1,398	0,1	1,275	166,1	193	189	150	151
D2S2			1,415	149,7	128	129	110	129
D3S2			1,315	161,1	138	135	125	135
D1S4	1,765	0,2	1,275	419,5	435	419	327	327
D2S4			1,450	368,9	262	275	228	272
D3S4			1,355	394,7	298	284	271	278

Para a geometria D1, em ambas as declividades, a Equação 1 alcança valores de potência próximos aos da Equação 2. Enquanto nas geometrias com o cilindro (D2 e D3) os valores de potência dissipada no tanque, obtidos pela Equação 1, são maiores que os valores médios em cada um dos planos analisados. Dessa forma, a presença dos cilindros permite a redução dos valores esperados de potência nos tanques. Também se observa, como mencionado em Sanagiotto *et al.* (2019b), que os resultados médios de potência dissipada volumétrica indicam o maior valor associado à maior vazão.

Bell (1991) sugere um valor máximo de 191 W.m⁻³ para a potência dissipada por volume na estrutura. Considerando esse valor limite, apenas as geometrias com declividade de 3,33% seriam adequadas para passagem. O acréscimo dos cilindros resulta em valores mais reduzidos para esse parâmetro nos planos avaliados mais próximos ao fundo. Por exemplo, para a profundidade de z/h = 0,1 a potência dissipada por volume na geometria D1 é de 193 W.m⁻³, superior ao limite de referência, enquanto nas geometrias D2 e D3 a potência dissipada por volume é 128 W.m⁻³ e 138 W.m⁻³, respectivamente, representando valores dentro da faixa adequada à passagem dos peixes.

CONCLUSÃO

Este trabalho analisa o efeito da inserção de elementos cilíndricos verticais e de sua altura dentro de tanques de escadas para peixes com ranhuras verticais. Avaliando os padrões de fluxo e os valores dos parâmetros, a presença dos cilindros resulta V, TKE e ϵ menores que os encontrados em estruturas sem os cilindros, reduzindo também as áreas submetidas a esses valores elevados, que podem ser consideradas barreiras hidráulicas ao deslocamento dos peixes. As maiores reduções dos valores de parâmetros foram indicadas para a geometria com cilindros de maior altura. Desse modo, por proporcionar condições de escoamento menos seletivas, o acréscimo dos cilindros trouxe benefícios aos peixes de baixa capacidade natatória que transitam por essa passagem.

AGRADECIMENTOS

As autoras agradecem ao apoio financeiro do Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico do Brasil (444180/2014-1), e à Universidade Federal do Rio Grande do Sul pela concessão de bolsa de iniciação científica à primeira autora.

REFERÊNCIAS

- AN, R.; LI, J.; LIANG, R.; TUO, Y. (2016). "Three-dimensional simulation and experimental study for optimising a vertical slot fishway". *J. Hydro-Environment Res.* 12, 119–129. <https://doi.org/10.1016/j.jher.2016.05.005>
- BELL, M.C. (1991). "Fisheries Handbook of Engineering Requirements and Biological Criteria". Corps of Engineers, 3rd ed., North Pacific Division: Portland, OR, USA.
- BOMBAČ, M.; ČETINA, M.; NOVAK, G. (2017). "Study on flow characteristics in vertical slot fishways regarding slot layout optimization". *Ecol. Eng.* 107, 126-136. <https://doi.org/10.1016/j.ecoleng.2017.07.008>
- BOMBAČ, M.; NOVAK, G.; MLAČNIK, J.; ČETINA, M. (2015). "Extensive field measurements of flow in vertical slot fishway as data for validation of numerical simulations". *Ecol. Eng.* 84, 476–484. <https://doi.org/10.1016/j.ecoleng.2015.09.030>
- BOMBAČ, M.; NOVAK, G.; RODIĆ, P.; ČETINA, M. (2014). "Numerical and physical model study of a vertical slot fishway". *J. Hydrol. Hydromechanics.* 62, 150–159. <https://doi.org/10.2478/johh-2014-0013>
- CALLUAUD, D.; PINEAU, G.; TEXIER, A.; DAVID, L. (2014). "Modification of vertical slot fishway flow with a supplementary cylinder". *J. Hydraul. Res.* 52, 614–629. <https://doi.org/10.1080/00221686.2014.906000>
- HEIMERL, S.; HAGMEYER, M.; ECHELER, C. (2008). "Numerical flow simulation of pool-type fishways: New ways with well-known tools". *Hydrobiologia* 609, 189–196. <https://doi.org/10.1007/s10750-008-9413-1>
- KHAN, L.A. (2006). "A Three-Dimensional Computational Fluid Dynamics (CFD) Model Analysis of Free Surface Hydrodynamics and Fish Passage Energetics in a Vertical-Slot Fishway". *North Am. J. Fish. Manag.* 26:2, 255-267. <https://doi.org/10.1577/M05-014.1>
- RAJARATNAM, N.; VAN DER VINNE, G.; KATOPODIS, C. (1986). "Hydraulics of Vertical Slot Fishways". *J. Hydraul. Eng.* 112, 909–927. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)0733-9429\(1986\)112:10\(909\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)0733-9429(1986)112:10(909))
- ROSSI, J.B.; SANAGIOTTO, D.G. (2018). "Otimização da Geometria de Escadas para Peixes de Ranhura Vertical". in *Anais do XXVIII Congresso Latinoamericano de Hidráulica*, Buenos Aires, Set, 2018, 5, pp. 2649-2660
- SANAGIOTTO, D.; PINHEIRO, A., ENDRES, L.; MARQUES, M. (2012). "Estudo Experimental das Características do Escoamento em Escadas para Peixes do Tipo Ranhura Vertical: Padrões Gerais do Escoamento". *Rev. Bras. Recur. Hídricos* 17, 135–148. <https://doi.org/10.21168/rbrh.v17n1.p135-148>
- SANAGIOTTO, D.G.; ROSSI, J.B.; BRAVO, J.M. (2019a). "Applications of Computational Fluid Dynamics in The Design and Rehabilitation of Nonstandard Vertical Slot Fishways". *Water* 11, 199. <https://doi.org/10.3390/w11020199>
- SANAGIOTTO, D.G.; ROSSI, J.B.; LAUFFER, L.L.; BRAVO, J.M. (2019b). "Three-dimensional numerical simulation of flow in vertical slot fishways: validation of the model and characterization of the flow". *RBRH*, 24, e20. <http://dx.doi.org/10.1590/2318-0331.241920180174>
- TARRADE, L.; TEXIER, A.; DAVID, L.; LARINIER, M. (2008). "Topologies and measurements of turbulent flow in vertical slot fishways". *Hydrobiologia* 609, 177–188. <https://doi.org/10.1007/s10750-008-9416-y>