

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL  
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA E ESTATÍSTICA  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE MATEMÁTICA  
MESTRADO ACADÊMICO

Morgana Aline Reinheimer

**Do coletivo ao individual e vice-versa: uma experiência de trabalho  
coletivo no uso combinado de diferentes Espaços Virtuais na formação  
continuada de professores de matemática**

Porto Alegre

2020

MORGANA ALINE REINHEIMER

**Do coletivo ao individual e vice-versa: uma experiência de trabalho coletivo com o uso combinado de diferentes Espaços Virtuais na formação continuada de professores de matemática**

**Dissertação** apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática da Universidade Federal do Rio Grande Sul para obtenção do título de mestre em Ensino de Matemática

Orientador: prof. Dr. Rodrigo Sychocki da Silva

Linha de Pesquisa: Tecnologias Digitais da Informação e Comunicação na Educação Matemática.

Porto Alegre

2020

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL

Reitor: prof. Dr. Rui Vicente Oppermann

Vice-Reitora: prof. Dra. Jane Fraga Tutikian

Pró-Reitor de Pós-Graduação: prof. Dr. Celso Giannetti Loureiro Chaves

Coordenador do PPGEMat: prof. Dr. Marcus Vinicius de Azevedo Basso

Morgana Aline Reinheimer

**Do coletivo ao individual e vice-versa: uma experiência de trabalho coletivo no uso combinado de diferentes Espaços Virtuais na formação continuada de professores de matemática**

Dissertação de mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática, da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, como requisito para a obtenção do título de Mestre em Ensino de Matemática.

Linha de Pesquisa: Tecnologias Digitais da Informação e Comunicação na Educação Matemática

Porto Alegre, 15 de setembro de 2020

BANCA EXAMINADORA

---

Prof. Dr. Rodrigo Sychocki da Silva – UFRGS (orientador)

---

Prof<sup>ª</sup>. Dr<sup>ª</sup>. Aline Silva De Bona – IFRS – Campus Osório

---

Prof<sup>ª</sup>. Dr<sup>ª</sup>. Marilaine de Fraga Sant’Ana – UFRGS

---

Prof<sup>ª</sup>. Dr<sup>ª</sup>. Márcia Rodrigues Notare Meneghetti – UFRGS

“Só se vê bem com o coração, o essencial é invisível aos olhos”

Antoine de Saint-Exupéry

## AGRADECIMENTOS

Foram dois anos de muita dedicação, trabalho, disciplina e foco para concluir esta jornada, e tenho muito a agradecer àqueles que me apoiaram e auxiliaram nesta trajetória porque acredito que nessa vida não se consegue nada sozinho.

Primeiramente quero agradecer Àquele que ilumina meus dias, me dá coragem e determinação para realizar meus sonhos e objetivos, que colocou pessoas especiais para me iluminar e que me permitiu concluir esta etapa com êxito enchendo meu coração de orgulho! Obrigada, querido Deus, por tudo o que me concedeste!

Também agradeço ao meu esposo, Everton Bennech, que me acompanhou em todas as fases deste mestrado, apoiando-me, ajudando-me e sendo meu porto seguro nos momentos difíceis, aquele que cuidou da melhor forma possível da casa, dos filhos e de mim mesma nos momentos em que 24 horas no dia pareciam pouco. Muito obrigada, meu amor!

Agradeço também aos meus dois amados filhos Isadora Reinheimer Bennech e Erick Reinheimer Bennech, que são as duas pessoinhas mais importantes da minha vida, que me dão força, são luz nos dias cinza e que são os bens mais preciosos que Deus me deu! Obrigada pela paciência que tiveram para entender minha ausência e pela compreensão de vocês!

À minha mãe, Neoli Marlene Reinheimer, (in memorial) que me ensinou todos os valores que eu sigo e apoiou-me desde cedo a estudar. Ela sempre dizia: “Estuda para não depender de ninguém!”. Hoje eu consigo entender bem a dimensão dessa frase! Obrigada, mãe!

Ao meu professor orientador, Rodrigo Sychocki da Silva, pela dedicação, empenho e pelas orientações que foram muito importantes para mim, muito obrigada professor!

Às queridas professoras - Aline Silva De Bona, Marilaine de Fraga Sant’Ana e Márcia Rodrigues Notare Meneghetti - pelas dicas, pelo apoio, pela paciência e dedicação. Professoras queridas, muito obrigada!

Aos revisores técnicos Élen Waschburger e Éverson Pereira da Silva que contribuíram por meio da revisão desta dissertação. Obrigada queridos!

Aos amigos, compadres e familiares que me apoiaram, ajudaram-me de alguma forma e compreenderam minha ausência em determinados momentos, muito obrigada!

Finalizo meus agradecimentos com esta frase do livro “Pequeno Príncipe”: “Aqueles que passam por nós não vão só, não nos deixam sós. Deixam um pouco de si, levam um pouco de nós.”

Beijos no coração de cada um, e obrigada por estarem junto comigo escrevendo esta história!

## RESUMO

A presente pesquisa visou investigar a postura dos professores de Matemática do Ensino Fundamental do município de Nova Hartz/RS e região, participantes de um curso de formação continuada na modalidade à distância e inseridos em diferentes espaços virtuais. A fundamentação teórica do trabalho perpassou as ideias de espaços virtuais e de trabalho coletivo. As ideias de postura ativa/interativa e formação de professores foram utilizadas na perspectiva de construção da arquitetura pedagógica. Para a análise dos dados produzidos acerca das interações dos participantes, foram utilizadas seis categorias elencadas com o trabalho de Cavalcanti (2014): (1) Postura ativa e gestão do tempo; (2) Postura interativa – Interação entre seus pares; (3) Postura interativa – Interação entre aluno e professora/pesquisadora; (4) Postura interativa – *Feedback* da professora; (5) Postura interativa – trabalho coletivo; (6) Postura passiva. A postura dos envolvidos nem sempre foi a mesma, mas observou-se certa regularidade em suas atitudes. O curso de formação objetivava também oportunizar ao professor participante momentos de reflexão sobre potenciais atividades que envolvessem a temática do curso e que pudessem ser trabalhadas com os alunos em sala de aula. Optou-se pela utilização de uma metodologia de pesquisa qualitativa, a fim de detalhar o processo de ensino utilizado no curso de formação e as evidências das aprendizagens construídas coletivamente, bem como, das posturas apresentadas pelos participantes. Ao final da formação continuada, utilizou-se um questionário, oriundo do Google formulários, objetivando recolher informações sobre as percepções dos oito participantes que estiveram presentes até o final do curso. No trabalho de campo, foram realizadas atividades relacionadas às questões que se fazem presentes em diferentes competições nacionais no que tange à aritmética, contagem e geometria, com um olhar mais abrangente sobre cada um dos temas propostos. O uso da informática, por meio da elaboração e execução de uma arquitetura pedagógica de curso a distância, teve importante destaque no desenvolvimento da proposta de pesquisa, pois se entendeu que, a partir do trabalho coletivo, os participantes do curso (re)construíram conceitos matemáticos necessários à prática docente. Os espaços virtuais criados tornaram-se importantes ferramentas que contribuíram, de alguma forma, para que o professor participante fizesse uma reflexão sobre a prática que é executada por ele em sala de aula, e também, conhecesse diferentes possibilidades para trabalhar as questões com seus alunos.

**Palavras-chave:** Espaços Virtuais. Interação. Trabalho Coletivo. Formação Continuada de Professores.

## ABSTRACT

The present research aimed to investigate the posture of Elementary School Mathematics teachers in the municipality of Nova Hartz/RS and region, participating in a continuing education course in distance learning and inserted in different virtual spaces. The theoretical foundation of the work ran through ideas of virtual spaces and collective work. The ideas of active/interactive posture and teacher training used in the perspective of building pedagogical architecture. For an analysis of the data available on the interactions of the participants, the six categories listed with the work of Cavalcanti (2014) were used: (1) Active posture and time management; (2) Interactive posture – Interaction between peers; (3) Interactive posture – Interaction between student and teacher/researcher; (4) Interactive posture – Teacher feedback; (5) Interactive posture - collective work; (6) Passive posture. The position of the representatives was not always the same, but there was certain regularity in their attitudes. The training course also aimed to provide the participating teacher with moments of reflection on potential activities that involved the theme of the course and that could be worked with students in the classroom. We opted for the use of a qualitative research methodology, an end of the teaching process used in the training course and evidence of the collectively constructed learning, as well as the postures affected by the participants. At the end of continuing education, a questionnaire was used, originating from Google forms, aiming to collect information about the perceptions of the eight participants who were present until the end of the course. In the fieldwork, activities were carried out related to the issues that are present in different national competitions with regard to arithmetic, counting and geometry, with a more comprehensive look at each of the proposed themes. The use of information technology, through the elaboration and execution of a distance learning pedagogical architecture, had an important highlight in the development of the research proposal, as it was understood that, from the collective work, the participants of the course (re)constructed concepts mathematical concepts to teaching practice. The virtual spaces were created as important tools that contributed, in some way, for the teacher to participate, to reflect on the practice that is performed by him in the classroom, and also, to know different options to work as issues with his students.

**Keywords:** Virtual spaces. Interaction. Collective work. Continuing teacher formation.



## LISTA DE FIGURAS

|   |     |
|---|-----|
| Figura 01 – Releitura da pesquisadora mediante o trabalho coletivo.....           | 24  |
| Figura 02 – Elementos de um modelo pedagógico .....                               | 44  |
| Figura 03 – Fluxograma .....  | 52  |
| Figura 04 – Site para criação de plataforma.....                                  | 59  |
| Figura 05 – Imagem utilizada como foto de capa do curso .....                     | 59  |
| Figura 06 – Logo utilizado no folder e na plataforma .....                        | 60  |
| Figura 07 – Layout parcial da plataforma do curso I .....                         | 60  |
| Figura 08 – Layout parcial da plataforma do curso II.....                         | 61  |
| Figura 09 – <i>PrintScreen</i> conversa grupo de <i>WhatsApp</i> .....            | 70  |
| Figura 10 – <i>Print Screen</i> interação na plataforma .....                     | 71  |
| Figura 11 – <i>Print Screen</i> interação no grupo de <i>WhatsApp</i> .....       | 72  |
| Figura 12 - <i>Print Screen</i> interação no grupo de <i>WhatsApp</i> .....       | 77  |
| Figura 13 – <i>Print Screen</i> conversa na plataforma de “C” .....               | 83  |
| Figura 14 – <i>Print Screen</i> conversa na plataforma de “I” .....               | 83  |
| Figura 15 – Interação participante A na plataforma .....                          | 84  |
| Figura 16 – <i>Print Screen</i> conversa plataforma participante K .....          | 89  |
| Figura 17 – Comentários na semana 3 .....   | 91  |
| Figura 18 – Interação participante A .....  | 92  |
| Figura 19 – <i>Print Screen</i> conversa na plataforma participante I .....       | 95  |
| Figura 20 – <i>Print Screen</i> conversa na plataforma participante A .....       | 95  |
| Figura 21 – <i>Print Screen</i> : interação na plataforma do participante C ..... | 97  |
| Figura 22 – Exemplo com número 1240.....  | 98  |
| Figura 23 – Interação participante K .....  | 99  |
| Figura 24 – Interação participante D.....   | 99  |
| Figura 25 - <i>Print Screen</i> da plataforma .....                               | 101 |
| Figura 26 – <i>Print Screen</i> : interação participante A .....                  | 102 |
| Figura 27 – <i>Print Screen</i> : interação participante C.....                   | 102 |
| Figura 28 – <i>Print Screen</i> : interação pesquisadora .....                    | 102 |
| Figura 29 – <i>Print Screen</i> : da interação da participante K (1) .....        | 103 |
| Figura 30 – <i>Print Screen</i> da interação da participante K (2) .....          | 104 |
| Figura 31 – E-mail de sensibilização .....  | 105 |
| Figura 32 – Imagem 1 postada no grupo de <i>WhatsApp</i> pela pesquisadora .....  | 106 |
| Figura 33 – Imagem 2 postada no grupo de <i>WhatsApp</i> pela pesquisadora .....  | 106 |

|   |     |
|---|-----|
| Figura 34 – Postagem realizada antes do debate do <i>WhatsApp</i> .....   | 121 |
| Figura 35 – <i>PrintScreen</i> conversa no grupo de <i>WhatsApp</i> ..... | 122 |
| Figura 36 – <i>PrintScreen</i> conversa no grupo de <i>WhatsApp</i> ..... | 122 |
| Figura 37 – Interação de C na plataforma após debates .....               | 123 |
| Figura 38 – <i>PrintScreen</i> interação participante K .....             | 124 |
| Figura 39 – <i>PrintScreen</i> interação participante C .....             | 125 |
| Figura 40 – <i>PrintScreen</i> interação participante A .....             | 125 |
| Figura 41 – Alunos jogando cara a cara .....                              | 126 |
| Figura 42 – Respostas questão 7 (Questionário) .....                      | 135 |

## **LISTA DE TABELAS**

|   |     |
|---|-----|
| Tabela 01 – Descrição dos sujeitos .....  | 50  |
| Tabela 02 – Interação por participante .....                                      | 68  |
| Tabela 03 – Interações primeira semana.....                                       | 78  |
| Tabela 04 – Postura dos participantes na primeira semana.....                     | 80  |
| Tabela 05 – Interação da terceira semana .....                                    | 91  |
| Tabela 06 – Postura dos participantes na terceira semana .....                    | 92  |
| Tabela 07 – Interações geradas durante as semanas quatro e cinco .....            | 107 |
| Tabela 08 – Postura apresentada pelos envolvidos nas semanas quatro e cinco ..... | 108 |
| Tabela 09 – Interações geradas durante a semana oito .....                        | 118 |
| Tabela 10 – Postura dos participantes na oitava semana.....                       | 119 |
| Tabela 11 – Interação semanas dois, seis e sete.....                              | 127 |

## LISTA DE QUADROS

|  |     |
|--|-----|
| Quadro 01 – Os diferentes tipos de interatividades.....                          | 26  |
| Quadro 02 – Categorização enunciada por Cavalcanti.....                          | 30  |
| Quadro 03 – Interação no processo educativo .....                                | 32  |
| Quadro 04 – Características de postura baseada no quadro de Cavalcanti.....      | 34  |
| Quadro 05 – Objetivos por aula.....  | 54  |
| Quadro 06 – Critério carga horária.....  | 56  |
| Quadro 07 – Cores possíveis – tarefa 2 .....                                     | 74  |
| Quadro 08 – Interações sobre Soma gigante no grupo de <i>WhatsApp</i> .....      | 75  |
| Quadro 09 – Recortes/afirmações sobre o algarismo da unidade na plataforma.....  | 76  |
| Quadro 10 – Transcrição interação participante K .....                           | 89  |
| Quadro 11 – Mensagem deixada pela pesquisadora no grupo de <i>WhatsApp</i> ..... | 106 |
| Quadro 12 – Tarefa final participante C.....                                     | 110 |
| Quadro 13 – Tarefa final participante K.....                                     | 111 |
| Quadro 14 – Descrição da tarefa final participante K.....                        | 111 |
| Quadro 15 – Relato atividade final participante B .....                          | 114 |
| Quadro 16 – Relato 1: atividade final participante E .....                       | 114 |
| Quadro 17 – Legenda postura.....   | 129 |
| Quadro 18 – Postura dos envolvidos no decorrer da formação.....                  | 129 |

## SUMÁRIO

|  |           |
|--|-----------|
| <b>1. INTRODUÇÃO.....</b>  | <b>15</b> |
| <b>2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA .....</b>  | <b>22</b> |
| 2.1 Trabalho coletivo .....  | 22        |
| 2.2 Tecnologia digital .....   | 25        |
| 2.2.1 Interatividade e Interação .....   | 26        |
| 2.2.2 Postura ativa e interativa.....  | 29        |
| 2.2.3 Espaços virtuais.....  | 35        |
| 2.3 Formação de professores em espaços virtuais .....                                    | 37        |
| <b>3. ARQUITETURA PEDAGÓGICA .....</b>   | <b>43</b> |
| 3.1 Modelos pedagógicos.....   | 43        |
| <b>4. METODOLOGIA .....</b>  | <b>47</b> |
| 4.1 Problema de pesquisa .....   | 47        |
| 4.2 Objetivo geral .....   | 48        |
| 4.3 Objetivo específico .....  | 48        |
| 4.4 Detalhamento da pesquisa .....   | 48        |
| 4.5 Os envolvidos e seu percurso dentro da Arquitetura pedagógica .....                  | 50        |
| 4.5.1 Aspectos organizacionais .....   | 52        |
| 4.5.2 Conteúdos.....   | 54        |
| 4.5.3 Aspectos metodológicos .....   | 56        |
| 4.5.4 Tipos de postura.....  | 57        |
| 4.6 Espaços Virtuais para interação .....  | 58        |
| <b>5. ANÁLISE E CONSIDERAÇÕES SOBRE OS DADOS PRODUZIDOS .....</b>                        | <b>63</b> |
| 5.1 Obtenção dos dados .....   | 63        |
| 5.2 Objetivos considerados para análise de dados.....                                    | 63        |
| 5.2.1 Objetivos semana um .....  | 64        |
| 5.3 Sujeitos da pesquisa.....  | 64        |
| 5.4 Questões trabalhadas na semana 1 e suas considerações .....                          | 69        |
| 5.4.1 Questão paridade e números inteiros.....   | 69        |
| 5.4.2 Desafio das lâmpadas (questão fora do assunto paridade) .....                      | 72        |
| 5.4.3 Desafio soma gigante .....   | 75        |
| 5.4.4 Relação da 1ª semana com os objetivos da pesquisa e a pergunta diretriz .....      | 77        |
| 5.5 Questões trabalhadas na semana três e suas considerações .....                       | 80        |
| 5.5.1 Objetivo semana três e suas considerações.....                                     | 80        |
| 5.5.2 Questões que envolvem material de apoio e sua relação com objetivos propostos..... | 81        |

|           |   |            |
|-----------|---|------------|
| 5.5.3     | Questões do Cubos (OBM/2017) .....  | 85         |
| 5.5.4     | Relação da terceira semana com os objetivos e a pergunta diretriz .....                                     | 91         |
| 5.6       | Análise e considerações das semana quatro e cinco .....   | 93         |
| 5.6.1     | Objetivos das semanas quatro e cinco.....   | 93         |
| 5.6.2     | Questão Terra dos Impas (OBM 2017) .....  | 94         |
| 5.6.3     | Questões de Lógica.....   | 101        |
| 5.6.4     | E-mail de sensibilização .....  | 105        |
| 5.6.5     | Relação da quarta e da quinta semana com objetivos e pergunta diretriz.....                                 | 107        |
| 5.7       | Análise e considerações da semana oito .....  | 109        |
| 5.7.1     | Objetivo semana oito e suas considerações .....   | 109        |
| 5.7.2     | Tarefas finais aplicadas.....   | 109        |
| 5.7.3     | Relação da oitava semana com os objetivos e a pergunta diretriz .....                                       | 119        |
| 5.8       | Análise das semanas com menor interação .....   | 120        |
| 5.8.1     | Semana dois .....   | 120        |
| 5.8.2     | Semana seis .....   | 123        |
| 5.8.3     | Semana sete .....   | 127        |
| 5.8.4     | Relação das semanas com menor interação e os objetivo propostos pela<br>pesquisa e a pergunta diretriz..... | 127        |
| 5.9       | Análise das posturas no decorrer da formação .....  | 129        |
| 5.10      | Análise dos questionários.....  | 131        |
| <b>6.</b> | <b>CONSIDERAÇÕES FINAIS .....</b>   | <b>137</b> |
| <b>7.</b> | <b>REFERÊNCIAS .....</b>  | <b>140</b> |
| <b>8.</b> | <b>APÊNDICE A.....</b>  | <b>147</b> |
|           | <b>APÊNDICE B .....</b>   | <b>148</b> |
|           | <b>APÊNDICE C .....</b>   | <b>167</b> |
|           | <b>APÊNDICE D .....</b>   | <b>202</b> |
|           | <b>APÊNDICE E .....</b>   | <b>204</b> |

## 1 INTRODUÇÃO

O desenvolvimento da presente investigação sobre formação a distância de professores de Matemática está relacionado essencialmente ao fato de reconhecermos, na atualidade, a necessidade de uma formação continuada específica para esses profissionais. Apesar de não se tratar de um problema recente<sup>1</sup>, persiste o fato de o Brasil ocupar, entre os países americanos, um dos últimos lugares em termos de rendimento escolar nesta disciplina. Na avaliação do PISA, 2018, o Brasil desceu dez posições na disciplina de Matemática, apresentando um dos piores rendimentos do globo. Além disso, ao avaliar os rendimentos das escolas públicas brasileiras, por meio do SAEB – Sistema de Avaliação da Educação Básica –, observa-se que, na maioria das situações, as escolas, municípios e estados ficam abaixo da média esperada e proposta na avaliação que envolve os conteúdos matemáticos.

Quando os focos são desafios, raciocínio lógico e resolução de problemas, essas dificuldades sobressaem, pois os conteúdos, em geral, geram dúvidas e dificuldades, fazendo os estudantes saírem do Ensino Fundamental com lacunas em relação a essas competências. As questões aplicadas nas competições matemáticas, que foram objeto deste estudo, relacionam-se com os três focos citados acima, e observa-se que, por vezes, os profissionais que atuam na Educação Básica e no Ensino Médio têm dificuldade em trabalhar os conteúdos da forma como eles são abordados por essas competições de âmbito nacional.

Salienta-se que a presente pesquisa tem como foco a formação de professores, a tecnologia digital e a educação a distância. Existem e foram consultados, durante a construção da pesquisa, trabalhos que contemplam a formação de professores e o uso das tecnologias. Como exemplo, pode-se mencionar o grupo de Pesquisa em Informática, outras Mídias e Educação Matemática (GPIMEM) que, por vários anos, desenvolve estudos relacionados à temática do uso das Tecnologias de Informação e Comunicação na formação de professores de Matemática e também processos de formação continuada na modalidade de Educação a Distância. Pode-se citar ainda os trabalhos de Miskulin (2011); Penteado (1999, 2000) e Zulatto (2007), participantes do Grupo de Pesquisa em Informática, outras Mídias e Educação Matemática GPIMEM; Scherer (2005), pesquisadora do GEPETE (Grupo de Estudos Professor, Escola e Tecnologia), grupo da UFPR (Universidade Federal do Paraná) que investiga o professor, a escola e as tecnologias educacionais e do GETECMAT (Grupo de

---

<sup>1</sup> Ano corrente 2020.

Estudo de Tecnologia e Educação Matemática), que investiga o uso de tecnologia na/para a Educação Matemática.

A formação de professores, sendo mediada (ou não) por tecnologia, é um tema contemplado nas pesquisas acadêmicas, artigos e livros em todo o país. Cavalcanti (2014) pesquisou sobre a efetividade de um Laboratório Virtual de Ensino de Matemática quanto ao processo de apropriação didático-pedagógico dos recursos tecnológicos digitais na formação inicial do curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal do Rio Grande do Norte (UFRN). Silva *et al* (2018) explanam sobre os desafios e benefícios da formação de professores com tecnologia. Podemos citar, ainda, autores que dissertam sobre o tema Castells (2005), Behar (2009), Aragón *et al* (2009), Fiorentini (2008), Valente (1999), Miskulin (2011,2017), Imbernón (2002), Artigue (2013).

Silva (2013, p.18), com relação a sua pesquisa envolvendo a formação de professores, afirma:

[...] propõe-se uma nova abordagem para a Matemática, que não se limita à tradicional lista de exercícios. Ao inserir essa proposta metodológica num curso de formação de professores de Matemática, propomos um resgate da construção dos conceitos matemáticos que, se bem aproveitados no exercício profissional desses futuros professores, poderá significar uma nova forma de ensinar Matemática (SILVA, 2013, p. 18).

Essas propostas metodológicas por meio da formação continuada podem ser um caminho a ser traçado que resulte em bons frutos, por isso a proposta de pesquisa investigou qual a postura dos professores inseridos em diferentes Espaços Virtuais, por meio de um curso de formação continuada de professores de Matemática utilizando atividades que promovessem a reflexão, a compreensão dos professores com relação ao tema, desenvolvessem didáticas que pudessem ser utilizadas em sala de aula e que permitissem/favorecessem a interação entre os envolvidos. A partir dos dados produzidos, a pesquisa teve como propósito investigar a seguinte questão:

*Quais as posturas apresentadas pelos professores de matemática inseridos em um contexto de formação continuada que ocorre por meio de diferentes Espaços Virtuais na modalidade à distância?*

Atentando-se à pergunta norteadora desta pesquisa, observa-se que o curso proposto foi permeado por tecnologia.

Com relação ao aspecto tecnologia, pode-se salientar que pesquisas realizadas no Brasil - tais como Valente (1993, 1999), Fagundes (1993), Basso (2003), Bona (2010), entre outros -



ressaltam que os computadores e demais tecnologias digitais são meios de potencializar a reflexão, de aumentar a mobilização e a concentração. Pressupõem a criação de novos espaços de aprendizagem que possibilitem aos estudantes novas formas e oportunidades de aprender usando recursos digitais. Bona (2012) propõe a utilização de comunidades virtuais para o ensino de Matemática em uma turma de Ensino Médio Técnico Integrado de Informática. O conceito de Espaço Virtual utilizado por esta pesquisa está embasado nas ideias de Lévy, Peters e Miskulin, e este conceito refere-se às oportunidades de uma interconexão entre pessoas, promovendo a conexão entre agrupamentos de indivíduos ao redor de um mesmo tema, discussão, ideologia ou objetivo. Além disso, os Espaços Virtuais são os locais onde os envolvidos, por meio de suas interações, promovem trocas com o grupo, o que favorece o trabalho coletivo.

Para que fosse possível responder ao questionamento acima, foi necessária a compreensão dos tipos de postura que foram apresentados pelos 11 inscritos para o curso de formação proposto. Nas pesquisas e materiais consultados, observou-se que os termos postura ativa, postura interativa e postura passiva apareciam com frequência. Além disso, os autores Aragón *et al* (2009), que alicerçaram nossa arquitetura pedagógica, dissertam sobre a postura interativa esperada por todos os envolvidos em uma formação na modalidade à distância. Para analisar os dados produzidos, foram utilizadas seis categorias elencadas com o trabalho de Cavalcanti (2014): (1) Postura ativa e gestão do tempo; (2) Postura interativa – Interação entre seus pares; (3) Postura interativa – Interação entre aluno e professora/pesquisadora; (4) Postura interativa – *Feedback* da professora; (5) Postura interativa – trabalho coletivo; (6) Postura passiva.

A interação foi uma das características identificadas na análise dos dados produzidos; ela assumiu um papel importante tanto na verificação dos objetivos propostos, quanto na elaboração da resposta para a nossa pergunta diretriz. Ressalta-se que, para Behar (2005, 2006, 2009), Bairral (2015), Lévy (1999), Aragón *et al* (2009), a interação assume papel fundamental em uma formação na modalidade à distância.

Dentro desse contexto - e em consonância com a visão de mundo e de conhecimento da pesquisadora - a pesquisa teve como objetivo principal:

- Analisar, a partir do trabalho coletivo em diferentes Espaços Virtuais, a postura dos professores de Matemática inseridos em uma formação continuada na modalidade à distância.

E procurou alcançar os seguintes objetivos específicos:

- Promover discussões de diferentes problemas/situações matemáticas por meio de diferentes Espaços Virtuais, a fim de proporcionar diferentes formas e olhares sobre cada problema/situação matemática tratada.

- Oportunizar aos participantes momentos de reflexão coletiva, os quais possibilitassem o delineamento de propostas de atividades que pudessem ser trabalhadas com os seus estudantes nas aulas de Matemática.

- Contribuir, no campo da Educação Matemática, com uma reflexão acerca dos desafios inerentes à formação continuada em matemática do professor que ensina Matemática no nível fundamental.

- Analisar se houve, ao longo da formação continuada à distância, alterações na postura dos professores participantes a partir do uso combinado de diferentes Espaços Virtuais.

Ressalta-se que, para a análise dos dados produzidos, utilizou-se a pesquisa qualitativa e que, visando atender aos objetivos citados acima, o curso de formação realizado teve sua arquitetura pedagógica alicerçado nas ideias de Behar (2005,2005,2007,2009) e Aragón *et al* (2005, 2009). Utilizaram-se os conceitos apresentados pelos autores com relação aos aspectos organizacionais, metodológicos, de conteúdo e aspectos tecnológicos (suportes tecnológicos).

Dentro das expectativas mediante a arquitetura pedagógica criada, as aulas propostas no curso de formação foram ministradas por dois meses, com atividades semanais em uma plataforma virtual. Lançaram-se vídeos, desafios ou situações problema para os docentes analisarem e sugerirem diferentes formas de solução. As discussões foram promovidas por meio de dois Espaços Virtuais: a plataforma *Coursify.me* e o grupo de *WhatsApp* que, conforme combinado com os participantes, tinha horários de encontros síncronos pré-definidos.

Realizaram-se revisões de literatura referentes ao tema OBMEP, pois inicialmente o foco da pesquisa seria esta competição em específico; entretanto, no decorrer, optou-se por ampliar o campo de alcance do material didático ofertado, logo a maioria das questões disponibilizadas na formação tinham a competição como referência. Observou-se que, de 2015 para cá, as pesquisas relacionam-se com a análise crítica das questões aplicadas nesse tipo de prova e numa perspectiva de resolução de problemas. Machado (2015) faz uma análise crítica das provas da segunda fase de 2014, enquanto Chagas e Nunes (2017) fez uma análise das questões níveis 1 e 2 da primeira fase, sob uma perspectiva de resolução de problemas. O artigo de Caldas e Viana (2016) discorre sobre a origem histórica das Olimpíadas de Matemática e detalha de que forma a OBMEP tem contribuído para a formação de alunos e professores nas Escolas Públicas das regiões Nordeste (Ceará), Sudeste (Minas-Gerais) e Norte, especificamente nos municípios de Barcarena (PA) e Parauapebas (PA). Os autores destacam

que os cursos de formação sobre a OBMEP vêm sendo fornecidos por instituições de ensino superior visando estimular o raciocínio lógico matemático do educando, desenvolver a autonomia, contribuindo, efetivamente, para obtenção de um bom desempenho escolar e para a participação ativa na sociedade (VIANA e CALDAS, 2016, p. 332). O curso de formação para professores que preparam estudantes para a OBMEP oferecido pela CAPES foi realizado por esta pesquisadora no ano de 2016, mas, para que o leitor possa entender o caminho percorrido por ela até aqui, vamos conhecer sua história desde a sua formatura.

Minha trajetória<sup>2</sup> profissional contribuiu para que este tema de pesquisa surgisse. Minha formatura, em 2008, em Licenciatura em Matemática, pela Universidade do Vale do Rio dos Sinos, UNISINOS, marcou o início da minha experiência com os alunos. Naquele mesmo ano, trabalhei em outro projeto do Governo Federal denominado PROJOVEM Urbano, que era destinado aos jovens que não haviam concluído o Ensino Fundamental. Naquela época, eu já pude perceber o quanto o conhecimento dos estudantes estava distante das questões das competições de âmbito nacional. Em 2010, fui nomeada e tomei posse no município de Campo Bom/RS, na Escola Municipal de Ensino Fundamental Duque de Caxias, e foi nesse ambiente que o encantamento pelo projeto OBMEP ficou mais acentuado.

Já no segundo ano como professora municipal (2009), fui membro da comissão de elaboração da Olimpíada Municipal de Matemática de Campo Bom e também iniciei os estudos das questões pertencentes à OBMEP. No ano de 2012, tive minha primeira aluna ganhadora de uma medalha de bronze na Olimpíada Municipal, bem como na disputa da competição nacional (OBMEP). Nos anos seguintes, iniciei um grupo de estudos sobre as questões da OBMEP, ocasião em que a escola começou a obter menções honrosas e medalhas. Nas olimpíadas municipais posteriores, os estudantes começaram a conquistar medalhas de bronze, de prata e de ouro, e a escola em que eu atuava, que nunca havia ganho nenhuma premiação referente à competições relacionadas com Matemática, começou a acumular seus primeiros troféus.

Em 2013, comecei minha especialização a distância pela FURG (Universidade Federal de Rio Grande), denominada “Especialização para professores de Matemática”. Naquela etapa, comecei a estudar e a observar a importância do uso das tecnologias no ensino da Matemática por meio das leituras realizadas e de uma disciplina na qual realizamos um trabalho prático sobre o tema. O município de Campo Bom/RS disponibilizava para seus funcionários vários cursos na área de tecnologia, e eu realizei vários deles a fim de aprimorar meus conhecimentos. Em cada sala, havia uma lousa interativa o que facilitava o desenvolvimento das atividades. Por

---

<sup>2</sup> A trajetória profissional da professora/pesquisadora será descrita na primeira pessoa do singular.

consequência, meu interesse pelo assunto tecnologia aumentou ainda mais.

Em 2016, minha vida profissional tomou outros rumos. Comecei a trabalhar como responsável pelo projeto de informática no município de Nova Hartz, na Escola Municipal de Ensino Fundamental Imigrante, e meu conhecimento sobre tecnologia ficou ainda mais aprimorado. Naquele ano, também iniciei as aulas do ONE (OBMEP na Escola) e a formação para os professores que lecionam no projeto. O contato com outros docentes com mestrado e doutorado fez o sonho de realizar um mestrado vir à tona. Além disso, observei, no decorrer das aulas, que os estudantes tinham dificuldade de aprender e que, na maioria das vezes, os estudantes não haviam tido nenhum tipo de contato com as questões da prova. Essa dificuldade também foi percebida no diálogo realizado com outros professores do município que narravam terem problemas em entender as questões propostas pela OBMEP, bem como de promover uma explicação detalhada da resposta solicitada no enunciado.

Diante do cenário exposto acima e de educação atual, de 2016 à 2018 fui a única representante do OBMEP na escola do município de Nova Hartz/RS e da região onde o município se localiza. Tive interesse em investigar esse tema, pois, ao trabalhar junto aos estudantes no projeto *OBMEP na escola*<sup>3</sup>, percebi que as questões ou não eram trabalhadas ou eram trabalhadas com pouca profundidade. Essa situação causou-me certa angústia, pois percebi as dificuldades apresentadas pelos estudantes. No ano de 2017 - em um momento de trocas de ideias com minha colega de profissão -, fui questionada sobre a possibilidade de realizar uma formação para professores com relação às questões que envolvessem as competições nacionais, considerando que, no diálogo, a professora afirmou que não tinha o conhecimento necessário para trabalhar com os estudantes. Eu fiquei com aquela afirmação em mente e resolvi conversar com os demais colegas de profissão sobre a angústia percebida. Quando entendi que o discurso da minha colega se repetiu na maioria das falas, resolvi pesquisar usando uma formação continuada na modalidade à distância sobre o trabalho coletivo de professores de Matemática inseridos em diferentes Espaços Virtuais do município de Nova Hartz e região.

Inicialmente, pretendia relacionar a formação somente à OBMEP, mas, segundo as considerações feitas pelos colegas, o problema se estendia a todas as competições nacionais. Então, resolvi utilizar as questões disponíveis dos diferentes tipos de competição, mas que

---

<sup>3</sup> Segundo o site do OBMEP, o programa é: "Voltado para os professores de Matemática das escolas públicas e para os alunos de licenciatura em Matemática. O programa tem como um dos objetivos contribuir para a formação de professores em Matemática estimulando estudos mais aprofundados e a adoção de novas práticas didáticas em suas salas de aula." (disponível em: <http://www.obmep.org.br/apresentacao.htm>, acesso em maio de 2019).

envolvessem um dos temas citados anteriormente: desafios, raciocínio lógico e/ou resolução de problemas que envolvessem conteúdos relacionados com aritmética, contagem e geometria.

Por fim, destaca-se que o presente trabalho divide-se em cinco capítulos: a Introdução traz a proposta desta investigação, apresentando os objetivos da pesquisa, o referencial teórico utilizado, bem como as intenções e a trajetória profissional da pesquisadora.

O capítulo II, referencial teórico, traz os conceitos de formação de professores, trabalho coletivo, interatividade, interação e Espaço Virtual que foram utilizados como base para a elaboração desta pesquisa.

No capítulo III, apresenta-se uma discussão acerca da arquitetura pedagógica criada, detalhando seu planejamento e as considerações sobre cada aspecto a ser usado.

O capítulo IV relata a metodologia utilizada na realização da pesquisa, a caracterização do local que envolve a pesquisa e dos sujeitos da pesquisa, os conteúdos aplicados, os aspectos organizacionais, metodológicos e tecnológicos. Apresentou também os objetivos semanais da formação continuada proposta, além dos espaços de aprendizagem utilizados e suas caracterizações.

O capítulo V disserta sobre a análise e discussão/interpretação dos dados produzidos no decorrer da pesquisa.

Finaliza-se com o capítulo VI, considerações finais, no qual se fazem as reflexões e constatações acerca dos dados produzidos e dos objetivos propostos por esta pesquisa.

## 2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Nesta seção, discutem-se concepções acerca de conceitos inerentes ao trabalho coletivo, tecnologia, formação de professores e Espaços Virtuais, que foram utilizados como aportes teóricos a fim de contribuir para que os objetivos propostos por esta pesquisa fossem alcançados.

### 2.1 TRABALHO COLETIVO

O conceito de trabalho vem sofrendo várias alterações no decorrer da história. Segundo o dicionário de filosofia, “Hegel considerava o trabalho como mediação entre o homem e seu mundo” (ABBAGNANO, 2007, p. 965). Este dicionário faz um apanhado histórico sobre as diferentes concepções acerca do significado da expressão “trabalho” afirmando:

Só na satisfação de suas necessidades através do trabalho é que o homem é realmente homem, porque assim se educa tanto *teoricamente*, por meio dos conhecimentos que o trabalho exige, quanto *na prática*, ao habituar-se à ocupação, ao adequar suas atividades à natureza da matéria e ao adquirir aptidões universalmente válidas (ABBAGNANO, 2007, p. 965).

O trabalho é inerente à vida do ser humano. Desde os primórdios da humanidade, ele tem uma significação diferente para cada um, porém sua importância no coletivo, principalmente na atualidade, assume um papel de destaque. Segundo o dicionário de filosofia, “através do trabalho, o egoísmo subjetivo converte-se na satisfação das necessidades de todos os outros, de tal modo que, enquanto alguém adquire, produz e usufrui, justamente por isso está produzindo e adquirindo para o usufruto de outros” (ABBAGNANO, 2007, p. 965).

Além disso, Antunes (1997) aponta o trabalho como sendo propulsor do desenvolvimento humano, dissertando:

Por um lado, o próprio homem que trabalha é transformado pelo seu trabalho; ele atua sobre a natureza; desenvolve as potências nela ocultas e subordina as forças da natureza ao seu próprio poder. Por outro lado, os objetos e as forças da natureza são transformados em meios, em objetos de trabalho, em matérias primas (ANTUNES, 1997, p.123).

Destaca-se que a relação do homem com o trabalho não se caracteriza como apática, pelo contrário, há uma relação dialética entre eles, pois à medida que o homem trabalha, ele se transforma surgindo, assim, um outro homem, que, por sua vez, poderá modificar sua forma de trabalho.

O trabalho que se realiza normalmente busca um resultado que vem precedido de metas e de objetivos definidos. A conquista que se almeja pode ser não somente para o indivíduo que o executou, como também para um fim coletivo, sendo o seu resultado um objeto, um troféu, um produto e até mesmo a lapidação de uma ideia ou conceito. Nesta dissertação, o trabalho desenvolvido pelas participantes e pela pesquisadora teve um resultado precedido de objetivos que foram estabelecidos buscando-se um saldo positivo para todos os envolvidos no projeto.

A palavra coletivo tem sua origem etimológica no latim ‘collectivus’, que, de acordo com o dicionário de latim (s/d), significa: (1) Recolhido; (2) Que é fundado no raciocínio, concludente; (3) Colher juntamente, recolher, juntar, reunir; (4). Ligar juntamente, atar juntamente, reunir, prender; (5) Ter elementos ligados em conjunto.

Para Vicentini *et al* (2006, p. 66), o significado da palavra coletivo, expresso acima, está relacionado à “ideia de reunião entre indivíduos, que possuem uma necessidade comum, por isso ficam motivados a estarem juntos”. Não obstante, nesta relação, há também o conceito de aprendizado mútuo, de construção de conhecimento por meio de um processo de interação entre os indivíduos.

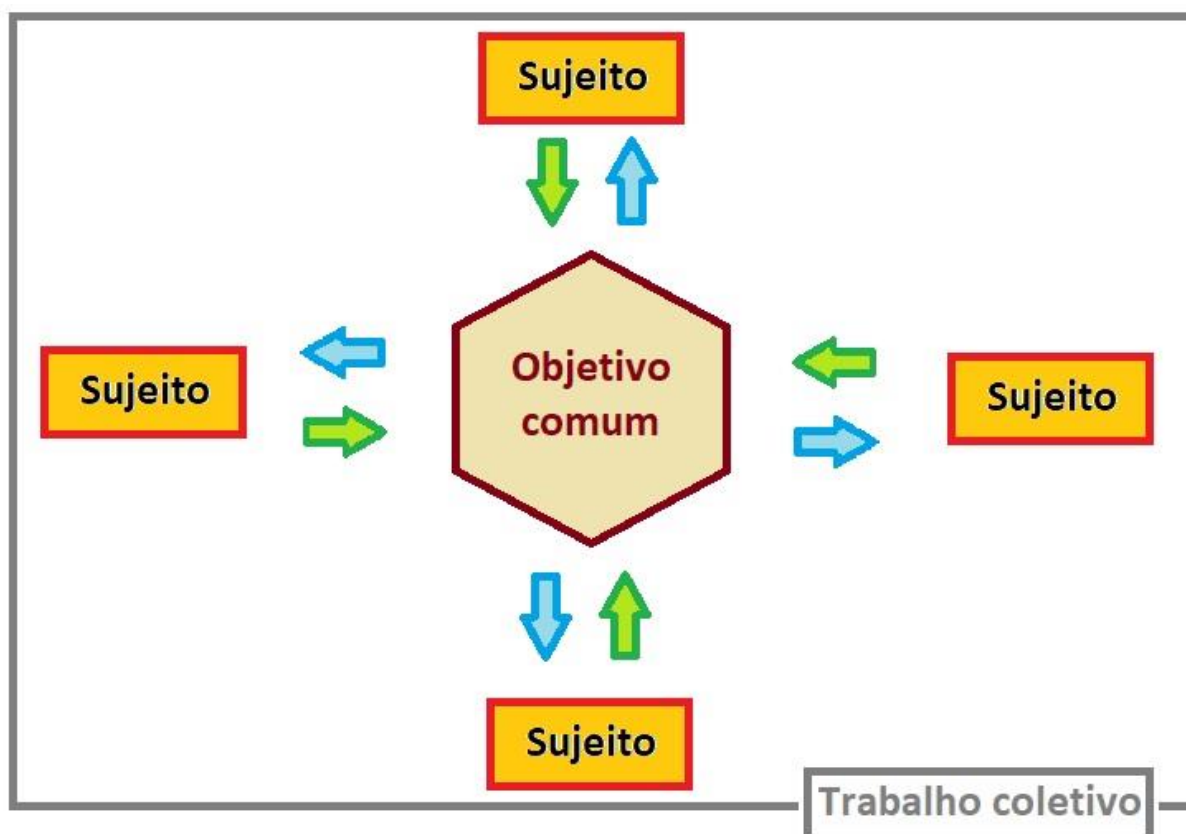
A formação continuada para professores de Matemática, em diferentes Espaços Virtuais, baseou-se nos conceitos de “trabalho” e “coletivo”, expressos acima, para fazer uso de questões aplicadas nas competições nacionais e analisar a postura dos docentes neste contexto. Destaca-se que Varani (2005, p.118), por exemplo, aponta os diversos termos relacionados ao trabalho coletivo: “investigação colaborativa, colaboração, grupo, pesquisa ação colaborativa, colegialidade, cooperação”.

O trabalho coletivo proposto por esta dissertação está alicerçado nas ideias expostas acima, segundo as quais os sujeitos, envoltos em objetivos comuns, resolveram problemas, estabeleceram laços, discutiram soluções e metodologias que pudessem ser utilizadas em sala de aula, por meio de interações que fizeram com que o trabalho executado proporcionasse o bem coletivo. Para que haja o trabalho coletivo numa formação EAD, a interação é peça fundamental, sendo assim Aragón *et al* (2009, p. 22) disserta sobre como “a interação nos ambientes virtuais fortalecem a Educação continuada a distância baseada nas trocas entre os alunos, docentes e tutores, considerando que um dos grandes fatores de permanência e produtividade em cursos a distância é o sentimento de pertencimento ao grupo”.

Sobre a organização do trabalho coletivo na escola, CANÁRIO (2000) explana que se trata da aprendizagem de um trabalho, mas que tem como finalidade produzir não apenas bens ou serviços, mas também saber, pois permite que o exercício do trabalho ganhe contornos qualificantes. O autor destaca que esse processo não se reduz somente à dimensão individual,

mas corresponde também a uma dimensão coletiva e interativa, que, através de um coletivo de atores, constrói e mobiliza, de forma partilhada, teorias de ação organizacional e estruturas de ação coletivas (CANÁRIO, 2000). A Figura 1 reflete uma releitura sobre o trabalho coletivo baseada nos conceitos expostos acima.

Figura 01: Releitura da pesquisadora mediante o conceito de trabalho coletivo



Fonte: arquivo pessoal

Na figura 1, os sujeitos, por meio do trabalho coletivo, agem sobre o objetivo comum, sendo as setas azuis as contribuições/ações/interações do sujeito no objetivo; já as vermelhas se referem as transformações/mudanças que as discussões por meio do coletivo podem fornecer aos sujeitos envolvidos. Logo, entender o movimento de configuração do trabalho coletivo docente, permeado pela reflexão como uma forma de trabalho, pode construir um outro sentido para a educação e formação de professores no interior da unidade escolar (CANÁRIO, 2000). Assim, “construir um novo sentido para educação e formação implica repensar as finalidades da formação (não se trata de uma preparação para o trabalho, mas, sim, um processo de aprendizagem no e pelo trabalho)” (CANÁRIO, 2000, p. 94).



A Base Nacional Comum Curricular (BNCC), documento de orientação nacional, cita, em determinados momentos, os termos “coletivo” e “trabalho coletivo”. Segundo o documento, uma das competências que deve ser alcançada é a seguinte: “Desenvolver a autonomia, a crítica, a autoria e o trabalho coletivo e colaborativo” (BRASIL, 2018, p.198). Ao se referir especificamente à competência da disciplina de Matemática, o documento orienta:

Interagir com seus pares de forma cooperativa, trabalhando coletivamente no planejamento e desenvolvimento de pesquisas para responder a questionamentos e na busca de soluções para problemas, de modo a identificar aspectos consensuais ou não na discussão de uma determinada questão, respeitando o modo de pensar dos colegas e aprendendo com eles (BRASIL, 2018, p.267).

Segundo Aragón *et al* (2009, p. 361), “nas escolas é importante que se crie um conjunto de condições, de lógica de trabalho coletivo (através da reflexão e da troca de experiências) onde seja possível dar origem a uma atitude reflexiva dos professores”. Os autores destacam a importância dos professores fazerem ou se sentirem parte de um grupo, ajudando-o, assim, a construir sua identidade (ARAGÓN *et al*, 2009).

As ideias apresentadas acima corroboram com as dispostas na BNCC:

A afirmação de sua identidade em relação ao coletivo no qual se inserem resulta em formas mais ativas de se relacionarem com esse coletivo e com as normas que regem as relações entre as pessoas dentro e fora da escola, pelo reconhecimento de suas potencialidades e pelo acolhimento e pela valorização das diferenças. (BRASIL, 2018, p.10)

O trabalho coletivo está relacionado não só com essa construção de identidade enquanto grupo, mas também com as interações que os sujeitos realizam, por isso “analisar interações possibilita aos participantes, além da troca de conhecimentos e experiências, a discussão de outras vivências, criação e (re)criação de suas estruturas cognitivas por meio de suas próprias experiências com o coletivo” (BAIRRAL, 2015, p. 492). Logo, pela importância dos conceitos de interação e interatividade para esta pesquisa, os aportes teóricos referentes a esses assuntos serão apresentados na próxima seção.

## **2.2 TECNOLOGIA DIGITAL**

A presente pesquisa envolveu tecnologia na educação em uma formação à distância, logo a presente seção visa referenciar teoricamente os conceitos de interatividade, interação e Espaço Virtual que se fizeram necessários para que os objetivos propostos fossem alcançados.

## 2.2.1 INTERATIVIDADE E INTERAÇÃO

Embora não sejam recentes<sup>4</sup> e possam ser utilizados para explicar conceitos em diferentes áreas da educação científica, os conceitos de interação e de interatividade têm sido valorizados com o avanço das tecnologias digitais, pelo seu potencial comunicativo, pelo rompimento de barreiras físico-temporais e pelos múltiplos formatos com que uma comunicação pode ser estabelecida (BAIRRAL, 2015). Destaca-se que, para atingir os objetivos propostos neste trabalho, é conveniente que entendamos um pouco sobre esses conceitos. No seu livro “Cibercultura”, Pierre Lévy (1999) aborda a interatividade como um problema, pois narra que o termo é usado muitas vezes sem o devido cuidado e, às vezes, sem se saber do que se trata.

Para Lévy (1999), o termo interatividade, em geral:

[...] ressalta a participação ativa do beneficiário de uma transação de informação. De fato, seria mostrar que o receptor de informação, a menos que esteja morto, nunca é passivo. Mesmo sentado na frente de uma televisão sem controle remoto, o destinatário decodifica, interpreta, participa, mobiliza seu sistema nervoso de muitas maneiras, e sempre de forma diferente de seu vizinho (LÉVY, 1999, p. 79).

Lévy (1999) ainda ressalta que a interatividade só pode ser concretizada com base nas redes digitais de comunicação, pois, para ele, este é o dispositivo que oferece um amplo grau de comunicação no sentido “todos-todos”. Assim, o pesquisador propõe uma divisão em tipos de interatividade conforme o quadro a seguir:

Quadro 01 - Os diferentes tipos de interatividade

| Relação com a mensagem<br>Dispositivo de comunicação | Mensagem linear não-alterável em tempo real                                      | Interrupção e reorientação do fluxo informacional em tempo real  | Implicação do participante na mensagem  |
|--|--|--|---|
| Difusão unilateral                                   | Imprensa<br>Rádio<br>Televisão<br>Cinema   | Bancos de dados multimodais<br>Hiperdocumentos fixos<br>Simulações sem imersão nem possibilidade de modificar o modelo | Videogames com um só participante<br>Simulações com imersão (simulação de voo) sem modificação possível no modelo |
| Diálogo, reciprocidade                               | Correspondência postal entre duas pessoas  | Telefone<br>Videofone  | Diálogos através de mundos virtuais, cibersexo  |
| Diálogo entre vários participantes                   | Rede de correspondência<br>Sistema das publicações em uma comunidade de pesquisa | Teleconferência ou videoconferência com vários participantes<br>Hiperdocumentos abertos acessíveis on-line, frutos     | RPG multiusuário no ciberespaço<br>Videogame em “realidade virtual” com vários participantes                      |

<sup>4</sup> Segundo Valle (2012) as origens mais diretas do termo interação aparecem no século XIX, quando se cunhou no vocabulário da Física.

|  |  |   |  |
|--|--|---|--|
|  | Correio eletrônico<br>Conferências eletrônicas | da escrita/leitura de uma comunidade<br>Simulações (com possibilidade de atuar sobre o modelo) como suportes de debates de uma comunidade | Comunicação em mundos virtuais, negociação contínua dos participantes sobre suas imagens e a imagem de sua situação comum. |
|--|--|---|--|

Fonte: Lévy (1999, p.83)

Para Lévy (1999), a interação pode influenciar uma pessoa, duas pessoas, ou um grupo de pessoas que, ao serem receptores das informações, podem gerar outra que modifica o fluxo da informação e podem até mudar a importância da mensagem inicial. Para o autor, quando um envolvido interage sugerindo um caminho a ser seguido - e vem outro com uma informação que pode encurtar ou facilitar esse caminho - , a mensagem inicial passa a ser questionada, ignorada ou utilizada parcialmente. Para Lévy (1999), o diálogo baseado na reciprocidade assim como o diálogo todos/todos deve estar presente nos Espaços Virtuais.

Já para Silva (2000), a interatividade permite ultrapassar a condição de espectador passivo para a condição de sujeito operativo. Já na perspectiva da comunicação, Silva (2000) destaca a interatividade como um tipo específico de interação, ou seja, interação tornou-se um termo amplo que não mais conferia acepções contidas na interatividade.

Com relação à interação, disserta: “Apesar de não ser recente, o construto interação pode ajudar a entender o aprendizado e o desenvolvimento pessoal-profissional dos implicados em determinados cenários, incluindo o virtual” (BAIRRAL, 2015, p. 489).

Segundo Silva (2005), especificamente para a Educação, na perspectiva da interatividade, o professor deixa de ser um transmissor de saberes para converter-se em formulador de problemas, provocador de interrogações, coordenador de equipes de trabalho, que valoriza, possibilita e promove o diálogo e a colaboração concretamente. O autor parte da interatividade para enfatizar a necessidade de modificar a modalidade comunicacional predominante na ação pedagógica, seja ela presencial seja a distância. Silva destaca ainda: "Interatividade é a disposição ou predisposição para mais interação, para uma hiperinteração, para bidirecionalidade – fusão/emissão – recepção para participação e intervenção" (1998, p.155). O trabalho de Mussoi, envolvendo multimídias interativas no aprimoramento da capacidade de leitura e escrita, afirma que entendem a interatividade como a oportunidade de organizar o conteúdo instrucional em um ambiente. (Moreno e Valdez, 2005 *apud* MUSSOI 2014, p.67).

Domasgk, Schwartz e Plass *apud* Mussoi (2014, p.68) defendem que a interatividade constitui: "[...] um modelo unificador que inclui o usuário, o ambiente de aprendizagem e um

sistema de conexões e conceitos que formam a interatividade". Destaca-se ainda que, para Lemos (2000), interatividade é um caso específico de Interação; e a interatividade digital é compreendida como um tipo de relação tecnossocial, ou seja, como um diálogo entre homem e máquina, por meio de interfaces gráficas, em tempo real.

Em uma formação na modalidade à distância, a interação desempenha papel central permitindo que os participantes exerçam suas atribuições e diminuam o número de discentes que acabam desistindo da formação. Nesse sentido Aragón *et al* (2009) afirmam que a interação tem se mostrado como forma privilegiada de “encurtar distância” e por isso evita a sensação de isolamento que é um dos principais fatores de evasão. Segundo a autora, as arquiteturas pedagógicas devem adotar pedagogias abertas favoráveis a situações de aprendizagem interativas, flexíveis e adaptáveis a diferentes contextos (ARAGÓN *et al*, 2009).

Bairral disserta sobre como a interação tem sido importante para o desenvolvimento da cognição matemática por

- \* contribuir com a constituição da atividade formativa, mediada ou não por tecnologia digital;
- \* promover a constituição e o senso de pertencimento no coletivo de aprendizagem;
- \* permitir ao professor olhar o tempo formativo presente, de modo a elaborar ações futuras potencializadoras do aprendizado;
- \* auxiliar a todos na deflagração ou no entendimento de uma dinâmica colaborativa de trabalho e aprendizado;
- \* caminhar conjuntamente com motivação (individual ou coletiva) e avaliação de práticas formativas;
- \* fornecer pistas ao formador, para construir estratégias para a manutenção da sedução tecnológica dos envolvidos;
- \* materializar mediante várias formas de comunicação (escrita, pictórica, gestual, na tela de um dispositivo móvel etc.);
- \* potencializar o estudo de dinâmica sobre objetos, sobre relações e sobre relações entre relações (BAIRRAL, 2015, p. 502).

Portanto, a interação permite que haja comunicação de formas diferentes, em tempo real ou não, obtendo-se, na maioria das vezes, uma troca coletiva. Essa troca pode ocorrer entre sujeitos que se conhecem pessoalmente ou virtualmente, logo a distância não impede que essa interação ocorra, ou seja, podemos dizer que o conhecimento produzido não se reduz somente a quatro paredes. Em nossa pesquisa, a interação alcançada nos diferentes Espaços Virtuais foi significativa tanto do ponto de vista individual quanto do ponto de vista coletivo.

Com relação à interação, Behar (2005, 2006, 2007) reflete que os modelos pedagógicos em educação a distância - em cursos de graduação, pós-graduação e extensão aplicados considerando a demanda de cada modalidade de ensino (presencial, semi-presencial ou totalmente a distância) - devem levar em conta o conhecimento a ser produzido e *privilegiar a interação entre os sujeitos* (grifo da pesquisadora). A autora falava de um novo domínio da

educação: “Passando de uma relação de um-para-muitos e/ou muitos-para-muitos, com espaço-tempo definidos, e em que predomina a comunicação oral, para uma interação de um-para-muitos, um-para-um e inclusive muitos-para-muitos (BEHAR, 2009, p. 24).

Para Behar (2013), o conceito “interação” é explicitado nos espaços tecnológicos como possibilidade de os indivíduos realizarem trocas entre seus pares, sejam eles alunos, professores e tutores, bem como entre os participantes da equipe pedagógica, de maneira criativa, em uma situação tal que a comunicação possa ter lugar sem que o sujeito se sinta preso à relação ação-reação. Ressalta ainda que, na educação a distância, a interação é entendida como uma ação entre os participantes/usuários de uma tecnologia digital.

Para responder à nossa pergunta norteadora, foram utilizados os conceitos de interação, trabalho coletivo e postura baseados nas interações. Os conceitos sobre postura adotados pelos envolvidos nesta pesquisa serão descritos na próxima seção.

## 2.2.2 POSTURA ATIVA E INTERATIVA

A pergunta norteadora desta pesquisa visou identificar a postura dos professores de Matemática em um contexto de formação continuada, utilizando-se diferentes Espaços Virtuais. Para responder a essa interrogação, atentou-se para o fato de que, em nosso questionamento, a palavra “postura” assumiu um papel central, por isso ressalta-se que o termo foi usado para expressar “atitudes”. Em latim *positūra*, a postura, é a posição ou a atitude que alguém adota em determinado momento ou em relação a algum assunto, ou seja, na análise dos dados produzidos, observaram-se as atitudes que os envolvidos apresentaram no decorrer das atividades propostas. Segundo o dicionário de filosofia, a atitude “pode ser definida como o projeto de opções porvindouras em face de certo tipo de situação (ou problema), ou como um projeto de comportamento que permita efetuar opções de valor constante diante de determinada situação” (ABBAGNANO, 2007, p. 89).

Na formação continuada proposta, essa postura foi avaliada observando as interações realizadas pelos envolvidos, pois “o aluno é o sujeito que - através de suas interações com o objeto de estudo/conhecimento e com seus colegas, tutor e professor - aprende. Assim, o aluno não só é como torna-se sujeito que se constitui como ser humano, pelas relações que estabelece com os outros” (BEHAR; KONRATH; TAROUÇO, 2009, p.5).

As autoras também afirmam que, em uma formação EAD, o estudante não pode ser passivo apenas assistindo lendo e acessando os Espaços Virtuais. “A interação com o objeto de estudo e com o grupo (lendo os materiais, interagindo nas ferramentas, contribuindo com

colegas, tutores e professores, resolvendo desafios, publicando suas produções, etc.) é que marca sua presença” (BEHAR; KONRATH; TAROUCO 2009, p.5).

A postura esperada, em uma formação na modalidade à distância, é uma postura ativa tendo o sujeito como protagonista de sua aprendizagem, logo a ideia é quebrar com o paradigma tradicional da educação em que “o conhecimento é transmitido vertical e unilateralmente, de fora para dentro, sem interação, suscitando postura passiva de quem está submetido, cristalizando o modelo de apresentação para recepção, assemelhando-se à escola do tipo um-todos”, conforme Silva (2010, p. 124).

Pinto e Pinto corroborando com o exposto acima, refletem sobre a EAD afirmando: “O aluno não mais será um consumidor passivo, mas um produtor ativo e interativo de texto consciente” (2011, p. 53).

Sobre a postura ativa/interativa em EAD, a tese de doutorado de Cavalcanti (2014) teve como objetivo investigar o funcionamento e a efetividade de um Laboratório Virtual de Ensino de Matemática quanto ao processo de apropriação didático-pedagógico dos recursos tecnológicos digitais na formação inicial do curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal do Rio Grande do Norte (UFRN) na modalidade Educação a Distância. A autora elaborou 21 categorias dentro de quatro eixos temáticos: Eixo 1: Utilização de recursos tecnológicos na prática educativa (RT); Eixo 2: Postura ativa dos licenciados no processo educativo (PA); Eixo 3: Interação no processo educativo (IP); Eixo 4: Aprendizagem dos conteúdos matemáticos mediada pela tecnologia (AM) (CAVALCANTI, 2014).

Cavalcanti, após uma pesquisa em diferentes aportes teóricos, criou quatro quadros, sendo um para cada eixo temático que apresentavam as respectivas caracterizações de cada grupo de informações. Serão apresentados todos os eixos criados pela pesquisadora, conforme quadro 2, porém ressalta-se que, para as considerações desta pesquisa, utilizou-se apenas o Eixo 2 e o Eixo 3 como base para a análise dos dados produzidos e também para responder à pergunta diretriz.

Quadro 02 – Categorização enunciadas por Cavalcanti

| Eixo 1: Utilização de recursos tecnológicos na prática educativa (RT) |   |
|---|---|
| Código  | Categoria emergentes                        |
| 01RT  | Infraestrutura                              |
| 02RT  | Plataforma Moodle                           |
| 03RT  | Tutorias dos softwares matemáticos          |
| 04RT  | Softwares matemáticos ( C.a.R. e Geogebra ) |

|  |   |
|--|---|
| 05RT   | Linguagem computacional   |
| Eixo 2: Posturas ativas dos alunos no processo educativo (PA)                |   |
| Código   | Categoria emergentes  |
| 06PA   | Mudança de atitude  |
| 07PA   | Gestão de estudos e controle do tempo   |
| 08PA   | Autonomia <sup>5</sup>  |
| Eixo 3: Interação no processo educativo (IP)                                 |   |
| Código   | Categoria emergentes  |
| 09IP   | Aspectos afetivos e relacionais   |
| 10IP   | <i>Feedback</i> dos professores regentes  |
| 11IP   | Interação entre docente e aluno (licenciando)   |
| 12IP   | Interação entre os pares (licenciandos)   |
| 13IP   | Interação com recurso tecnológico   |
| Eixo 4 - Aprendizagem dos conteúdos matemáticos mediada pela tecnologia (AM) |   |
| Código   | Categoria emergentes  |
| 14AM   | Materiais didáticos   |
| 15AM   | Aspectos cognitivos   |
| 16AM   | Atividades de aprendizagem envolvendo conteúdos matemáticos de Geometria plana, álgebra e trigonometria |
| 17AM   | Produção do aluno licenciado  |
| 18AM   | Motivação para aprendizagem   |
| 19AM   | Desenvolvimento da capacidade crítica   |
| 20AM   | Percepção de aprendizagem do aluno  |
| 21AM   | Aprendizagem colaborativa   |

Fonte: Cavalcanti (2014, p. 160)

Cavalcanti (2014) criou indicadores para cada categoria que foram utilizados como embasamento para análise dos seus dados. Os eixos 1 e 4 não contemplam categorias que transmitem informações que se fazem necessárias para a interpretação dos dados produzidos por esta pesquisa. No entanto, o eixo 2, formado por três categorias, e o eixo 3, formado por cinco categorias, apresentaram ideias convergentes com as pensadas para elaborar esta dissertação e, por isso, foram tomadas como aportes teóricos para analisar os dados produzidos. Segundo a autora, no eixo Postura ativas dos alunos no processo educativo categoria *mudança de atitude*, deve-se observar:

---

<sup>5</sup> A autonomia não será observada, pois esta demanda de um estudo teórico complementar que poderá ser feito posteriormente pela professora/pesquisadora.

(1) Conscientização da necessidade de mudança de atitude e de foco na ação formativa - desta modalidade de educação em que o aluno assume a responsabilidade da construção de conhecimentos (passagem de agente passivo para ativo). (2) - Comprometimento do aluno no processo de ensino e de aprendizagem (CAVALCANTI, 2014, p. 167).

Ainda dentro do Eixo 2, na categoria *gestão de estudo e controle de tempo*, para Cavalcanti “esta habilidade enfatiza a dedicação aos estudos em relação ao tempo destinado para garimpar conhecimentos e para cumprimento de prazos estabelecidos na ação didática” (2014, p. 167). Corroborando com a autora, Aragón (2005) trabalha com a ideia de que ao aluno cabe uma postura ativa e a ele cabe experimentar, compartilhar, criar e interagir para compreender.

O Eixo 3, intitulado “Interação no processo educativo (IP)”, apresenta categorias relacionadas aos tipos de interação encontradas pela autora e suas características. A fim de possibilitar uma compreensão mais detalhada dessas características, apresentou-se o quadro elaborado por Cavalcanti (2014):

Quadro 03 - Interação no processo educativo

| (IP) Interação no processo educativo |   |   |
|--------------------------------------|---|---|
| Código                               | Categoria   | Indicadores   |
| 09 IP                                | Aspectos afetivos e relacionais                             | Relação de confiança, valorização pessoal, aproximação do aluno, atenção com abertura para se expressar são fatores para a superação de dificuldades relativas à utilização de recursos tecnológicos nas unidades didáticas nas disciplinas do AVA.<br>As relações sociais estabelecidas entre os protagonistas (professor/a; aluno/aluno) presentes na ação didática auxiliam, de forma significativa, a promoção de aprendizagem. |
|                                      |   | Refere-se à ansiedade, insegurança, receio quanto ao novo enfoque didático, apreensão dos licenciados relativa à habilidade e ao uso da tecnologia (maturidade tecnológica).  |
| 10 IP                                | <i>Feedback</i> dos professores regentes (formador e tutor) | Refere-se aos diálogos escritos nas ferramentas do AVA correspondentes aos constantes esclarecimentos de dúvidas pertinentes às questões solicitadas, à dinâmica da disciplina, ao contrato pedagógico (organização da disciplina, as expectativas do aluno em relação à nota e aos erros) visando auxiliar a construção de aprendizados neste processo de formação inicial.  |
| 11 IP                                | Interação entre o docente e o aluno (licenciado)            | Aborda a interação entre os docentes e os licenciados buscando a solução de problemas numa relação de troca e colaboração para alcançar objetivos comuns no processo de ensino e de aprendizagem  |



|       |                                     |   |
|-------|-------------------------------------|---|
| 12 IP | Interação entre seus pares          | Refere-se às trocas de experiências entre seus pares(alunos/alunos) e circulação do saber no decorrer da ação educativa para a construção de aprendizados de forma coletiva                                   |
| 13 IP | Interação com recursos tecnológicos | Refere-se às interações estabelecidas com os aplicativos tecnológicos (computador/software matemáticos) relativa à funcionalidade das ferramentas dos programas de geometria dinâmica e do AVA da disciplina) |

Fonte: Cavalcanti (2014, p. 173)

A pesquisadora da Unicamp analisou os dados produzidos observando as diferentes interações; tal metodologia também foi utilizada para analisar os dados desta dissertação. Destaca-se que foram utilizados aspectos comuns tais como: interação entre os pares e entre os estudantes e a professora, observando a troca de experiências, a solução de problemas, os *feedback* que foram realizados, o trabalho coletivo e também as interações estabelecidas com os aplicativos tecnológicos (CAVALCANTI, 2014).

As características descritas pela autora foram embasadas em diferentes autores que buscaram descrever as características inerentes à interação, entre eles: Belloni (2009); Anderson (2004); Almeida (2000, 2005a, 2005b); Valente (2011); Rodrigues (2011) entre outros. Destaca-se que, para Belloni (2009, p. 58), a interação produz comunicação entre os sujeitos, constituída pela “ação recíproca entre dois ou mais atores onde ocorre a intersubjetividade; isto é, encontro de dois sujeitos - que pode ser direta ou indireta (mediatizada por algum veículo técnico de comunicação)”. Já para Anderson (2004), a interação está relacionada a acontecimentos recíprocos com exigência mínima de dois objetos e duas ações que se influenciam mutuamente, podendo emergir quando os estudantes conseguem transformar as informações emitidas pelo outro colega e com auxílio do professor. Corroborando com as ideias dos autores citados acima, Levy (1999, p.83) disserta sobre a interação que acarreta uma “negociação contínua dos participantes sobre suas imagens e a imagem de sua situação comum”.

Outra reflexão apresentada pela autora envolveu o papel e a postura do professor nesse processo interativo. Segundo ela, o professor deve auxiliar o aluno, conhecê-lo e mantê-lo envolvido e ativo no decorrer da proposta. Na concepção de Cavalcanti (2014, p. 194),

O *feedback* contínuo do professor é essencial no contexto cultural dinâmico deste processo educacional, sinalizando grau de acompanhamento das discussões que pode intensificar a proximidade virtual. Também pode contribuir de forma significativa como fator de motivação a construção de aprendizados viabilizada pela troca de informações e conhecimentos ao desenvolvimento e conquista da autonomia. As relações sociais estabelecidas neste ambiente auxiliam a promover melhoria da autoestima do aluno, além de oportunizar que sejam detectadas as falhas na revisão da ação didática.

Aliado a esse pensamento, Almeida (2005a, p. 2) afirma que “[...] a interação representa a ação recíproca com mutua influência nos elementos inter-relacionados e encontra-se entrelaçada com a comunicação, a intervenção e a participação *de todos os segmentos e pessoas envolvidas*<sup>6</sup> [...]”

Cabe ao professor a criação de situações diversificadas de aprendizagem para que se consiga construir, reconstruir o conhecimento numa relação mais dialógica capaz de tecer uma rede colaborativa. Portanto, a interatividade e o desenvolvimento da autonomia são essenciais nesta mudança de paradigma em que os estudantes são estimulados como sujeitos construtores dos seus saberes no processo educativo (CAVALCANTI, 2014).

Ao analisarmos a tese de Cavalcanti (2014) e a correlacionarmos às ideias propostas por esta pesquisa de mestrado, observaram-se pontos comuns entre os dois documentos. Em ambos os casos, entende-se haver necessidade de impulsionar a formação docente, especialmente a formação docente com tecnologia. Além disso, deve-se atentar para o papel que o professor deve desempenhar mediante os diferentes recursos tecnológicos disponíveis.

Entretanto, a tese foi relacionada com a formação inicial, diferenciando-se desta dissertação que se refere à formação continuada. A postura defendida por Cavalcanti (2014) foi voltada para a autonomia; já a observada nesta pesquisa estava relacionada com as interações e atitudes dos envolvidos. Apreciando todos os aspectos e considerações expostas acima, elaborou-se um quadro similar ao de Cavalcanti que será utilizado para ajudar a analisar os dados e responder à pergunta diretriz.

Quadro 04 - Características de postura baseada no quadro de Cavalcanti (2014)

| Código da categoria | Categoria   | Características   |
|---------------------|---|---|
| 01 PA-GT            | Postura ativa e gestão do tempo   | 1- Conscientização da necessidade de atitude interativa e de foco na ação formativa;<br>2-as atitudes proativas que promovessem/favorecessem o trabalho coletivo;<br>3 - dedicação aos estudos em relação ao tempo destinado para garimpar conhecimentos. |
| 02 PI-EP            | Postura interativa – Interação entre seus pares                             | 1-Refere-se às trocas de experiência entre seus pares (participante/participante) e circulação do saber no decorrer da ação educativa à construção de aprendizados de forma coletiva.   |
| 03 PI-AP            | Postura interativa – Interação entre participante e professora/pesquisadora | 1-Aborda a interação entre a docente e os envolvidos (participante/ professora/pesquisadora) buscando a solução de problemas numa relação de troca através das  |

<sup>6</sup> Grifo da professora/pesquisadora.

|          |  |  |
|----------|--|--|
|          |  | interações para alcançar objetivos comuns no processo de ensino e de aprendizagem.   |
| 04 PI-FP | Postura interativa – <i>Feedback</i> da professora, ou seja, interação professora/pesquisadora /participante | 1- Refere-se aos diálogos escritos nos diferentes Espaços Virtuais correspondentes aos constantes esclarecimentos de dúvidas pertinentes às questões solicitadas, à dinâmica da formação, visando auxiliar a construção de metodologias que pudessem ser utilizadas em sala de aula neste processo de formação continuada. |
| 05 PI-TC | Postura interativa – trabalho coletivo   | 1-As relações sociais estabelecidas entre protagonistas (professor-participante, participante-participante) presentes na ação didática que auxiliaram de forma significativa à promoção do trabalho coletivo; indícios de construção de identidade.  |
| 06 PP    | Postura passiva  | 1-O envolvido não apresentou interações em determinada situação.   |

Fonte: arquivo pessoal

Destaca-se que a categoria 04 foi elaborada com intuito de evidenciar a importância de proporcionar esses feedbacks aos participantes em uma formação à distância, entretanto, não foi o foco da análise utilizado por esta pesquisa. Destaca-se ainda que as posturas analisadas foram obtidas por meio das interações em dois Espaços Virtuais distintos. Na próxima seção, serão apresentados os conceitos e definições que foram utilizados para elaboração desses espaços e que são parte integrante desta pesquisa.

### 2.2.3 ESPAÇOS VIRTUAIS

Para entendermos o conceito de “Espaços Virtuais” que foi utilizado na pesquisa proposta, conceituar-se-á o que se entende por virtual. O dicionário Abbagnano (2015), afirma que “virtual” tem a mesma significância que “potencial”. O dicionário de filosofia destaca: “Para Aristóteles, a faculdade sensível e o intelecto potencial nada mais são que seus próprios objetos "em potência": não têm nenhuma independência em face desses objetos.” (ABBAGNANO, 2015, p. 175). Além disso, o dicionário destaca que, para Aristóteles, o potencial em Metafísica pode expressar (1) - o que não é necessariamente falso; ou (2) - o que é verdadeira e, por fim, 3 - o que pode ser verdadeiro” (ABBAGNANO, 2015, p. 175).

A significação de virtual está relacionada com o significado que o dicionário traz para memória, pois este perpassa pelos termos virtual, atual e potencial:

A melhor exposição dessa concepção encontra-se em Bergson (*Matéria e Memória*, 1896), que a contrapôs à concepção de Memória baseada na recordação. Bergson disse: "A Memória não consiste na regressão do presente para o passado, mas, ao contrário, no progresso do passado ao presente. É no passado que nós nos situamos de chofre. Partimos de um *estado virtual*, que pouco a pouco, através de uma série de

planos de consciência diferentes, vamos conduzindo até o termo em que ele se materializa em apercepção atual, ou seja, até o ponto em que se transforma em estado presente e agente, enfim, até o plano extremo de nossa consciência sobre o qual se desenha nosso corpo. A recordação pura consiste nesse estado virtual" (*Malière et mémoire*, 7- ed., p. 245 apud ABBAGNANO, 2015, p. 658).

Lévy também disserta sobre a conceituação de virtual no campo filosófico, sendo que o autor destaca que este é um conceito muito importante da realidade: “É virtual aquilo que existe apenas em potência e não em ato, o campo de forças e de problemas que tende a resolver-se em uma atualização. O virtual encontra-se antes da concretização efetiva ou formal (a árvore está virtualmente presente no grão)” (2010, p. 48).

O autor destaca que, no campo filosófico, o virtual não é o oposto de real, mas, sim, do atual. Logo, o virtual e o atual são dois modos diferentes do real. Lévy destaca ainda quanto ao virtual:

As duas características distintivas do mundo virtual, em sentido mais amplo, são a imersão e a navegação por proximidade. Os indivíduos ou grupos participantes são imersos em um mundo virtual, ou seja, eles possuem uma imagem de si mesmos e de sua situação. Cada ato do indivíduo ou do grupo modifica o mundo virtual e sua imagem no mundo virtual. Na navegação por proximidade, o mundo virtual orienta os atos do indivíduo ou do grupo. Além dos instrumentos de pesquisa e endereçamento clássicos (índices, *links* hipertextuais, pesquisa por palavras-chave etc.), as demarcações, pesquisas e comunicações são feitas por proximidade em um espaço contínuo. Um mundo virtual, mesmo não "realista", é portanto fundamentalmente organizado de acordo com uma modalidade "táctil" e proprioceptiva (real ou transposta) (2010, p. 74).

Os Espaços Virtuais foram criados com a pretensão de verificar a postura dos envolvidos no decorrer do curso. Segundo Lévy (2010), esses ambientes podem simular espaços não físicos, do tipo simbólico ou cartográfico, que permitam a comunicação por meio de um universo de signos compartilhados.

Também destaca-se que viver em uma sociedade em rede permite, segundo Gómez (2015), a criação de uma nova estrutura social, onde virtualmente constituem-se comunidades virtuais em que indivíduos estabelecem laços interpessoais e de trocas de informações, criando um sentimento de pertença e de construção de uma identidade social. É dentro desses espaços que são construídas comunidades que são envoltas de objetivos comuns, e pode-se dizer que os espaços que foram criados constituíam-se também de comunidades virtuais, pois, sobre esse conceito, afirma-se: “Ao aprender juntos em uma comunidade virtual os alunos têm a oportunidade de transpor e aprofundar suas experiências de aprendizagem, vivenciar novas ideias, compartilhando-as com o grupo, e receber retorno crítico e construtivo” (MISKULIN *et al*, 2011, p.178).

O conceito de comunidade virtual ultrapassa as concepções tradicionais de ensino-aprendizagem, possibilitando aos envolvidos construir uma cultura informatizada e um saber compartilhado, em que a interação mútua e a colaboração constituem-se em fatores fundamentais para a constituição do conhecimento (PETERS, 2002).

Já as comunidades virtuais de aprendizagem constituem-se em “Espaços Virtuais” abertos à participação de pessoas interessadas em trocar informações sobre um tema ou área específica, discutindo, interagindo e construindo conhecimento de forma colaborativa. A importância das comunidades para cursos na modalidade a distância é definida por Peters: “Seus alunos também descobrirão como é confortável utilizar os recursos centrais via internet e como é útil se tornar membro de comunidades virtuais de estudantes” (2002, p. 65).

Na seção que segue, explana-se sobre os aportes teóricos utilizados na formação de professores em Espaços Virtuais.

### **2.3 FORMAÇÃO DE PROFESSORES EM ESPAÇOS VIRTUAIS**

A presente seção visa propor um diálogo a respeito da importância do uso das tecnologias digitais na formação de professores de Matemática em diferentes Espaços Virtuais e seus possíveis impactos na sala de aula. A realização de uma formação totalmente na modalidade a distância para professores foi uma tarefa desafiadora, tanto para os participantes quanto para a pesquisadora, tendo em vista que foi diferente a visão do aprender com a qual ambos estavam habituados. Consideram-se importantes essas reflexões, pois, quando um professor está realizando uma formação envolvendo tecnologia, ele está também revendo ferramentas tecnológicas para trabalhar em sala de aula. O trabalho coletivo, por meio das interações, pode ser visto como uma peça fundamental, mas o entendimento do papel que cada um deve exercer e de suas responsabilidades acaba sendo indispensável para a finalização do quebra-cabeça.

Em um mundo globalizado e em constante transformação, é imprescindível que os profissionais da educação estejam em constante evolução e formação. Fiorentini e Oliveira (2013) indicam a pouca conexão entre as práticas formativas oferecidas na graduação e as práticas de ensinar e aprender Matemática que estão presentes na escola básica, bem como a falta de uma maior articulação entre as disciplinas de conteúdos específicos e as de caráter didático-pedagógico.

Os autores ressaltam que a existência, nos cursos de licenciatura brasileiros, de uma perspectiva que considera que “a arte de ensinar se aprende ensinando, ou seja, na prática, não

há necessidade de uma formação formal ou teórica acerca das relações entre Matemática, aluno e professor” (FIORENTINI; OLIVEIRA, 2013, p. 920). Esses cursos acabam concedendo à formação matemática um papel central e majoritário, voltado essencialmente ao conhecimento matemático “clássico”, do conteúdo, em detrimento de um saber problematizado e direcionado à formação matemática e didático-pedagógica do professor da escola básica. Também já foi comum as licenciaturas brasileiras considerarem a prática de ensino apenas como um “campo para aplicação dos conhecimentos produzidos pela pesquisa acadêmica” (FIORENTINI e OLIVEIRA, 2013, p. 921).

Refletindo sobre as informações acima, a Sociedade Brasileira de Educação Matemática (SBEM) e a Sociedade Brasileira de Matemática (SBM) publicaram um documento conjunto (SBEM, 2013), no qual são apresentadas reflexões sobre diversos elementos constituintes do currículo das licenciaturas em Matemática e indicações de pontos essenciais que devem estar presentes na formação do futuro professor de Matemática. De acordo com esse documento, é necessário que o currículo da Licenciatura em Matemática esteja articulado com a prática docente escolar, que consiste no destino profissional de seus egressos. Uma das orientações presentes em tal documento aponta para a necessidade de a Licenciatura em Matemática superar a desconexão existente entre a formação matemática e as questões relativas ao trabalho docente na escola básica, que tradicionalmente são abordadas de forma não integrada, como se o “conteúdo matemático e os métodos de ensino desse conteúdo fossem duas coisas distintas e separáveis” (SBEM, 2013, p. 5).

Madler *et al* (2017) refletem sobre a problemática e afirmam que o ensino superior é baseado nos conhecimentos específicos referentes aos conteúdos essencialmente à Matemática Acadêmica que, em geral, distanciam-se da Matemática utilizada no trabalho docente na escola básica.

De acordo com D'Ambrósio, “será essencial para a escola estimular a aquisição, a organização, a geração e a difusão do conhecimento vivo, integrado nos valores e expectativas da sociedade. Isso será impossível de se atingir sem a ampla utilização da tecnologia na educação” (D'AMBRÓSIO, 1998, p. 80). Rosa *et al* (2013) destacam que talvez o maior desconforto encontrado pelos professores não seja a falta de instrumentos tecnológicos [...], mas o fato de tais educadores não terem uma formação tecnológica que beneficie a sua prática docente (ROSA *et al*, 2013, p. 156).

As oportunidades que podem ser repassadas aos docente para que eles repensem sua prática docente utilizando as tecnologias é essencial, mas não são suficientes, pois é necessário que eles “[...] sejam alfabetizados no uso dos instrumentos eletrônicos e saibam produzir,

armazenar e disseminar novas formas de conhecimento, utilizando linguagem digital” (MORAES, 1996, p.65). Autores como Vanini e Rosa (2012) destacam que os docentes, além de inserir a tecnologia no ambiente de ensino e aprendizagem, devem repensar suas *práxis*.

Atualmente, dispõe-se de recursos que podem ser utilizados em sala de aula e assim potencializar o conhecimento: *Google, Moodle, WhatsApp, Facebook*, enfim, uma série de publicações tem ampliado e proporcionado reflexões e discussões a respeito da utilização de dispositivos móveis na educação (BARBOUR, *ET AL.*, 2014; ROSCHELLE, *ET AL.*, 2010; SHARPLES, *ET AL.* 2010; TING, 2013; TRAXLER, 2009). As investigações propostas têm verificado o potencial de dispositivos móveis na educação e, em particular, os benefícios de incorporá-los em sala de aula para desencadear a aprendizagem colaborativa e a participação ativa do estudante. Além disso, Moran (2013, p.2) afirma que as tecnologias móveis desafiam as instituições a sair do ensino tradicional [...], para uma aprendizagem mais participativa e integrada, com momentos presenciais e outros a distância, mantendo vínculos pessoais e afetivos, estando juntos virtualmente. As formações de professores já são pensadas para uma tecnologia que chega e sai em tempo real.

As grades curriculares propostas nos cursos de graduação em Matemática ainda não promoveram as devidas mudanças com relação às tecnologias. Oliveira (2014, p. 115) destaca: “[...] os cursos de formação inicial não estão dando conta de formar professores para utilizarem as TIC em suas práticas pedagógicas [...]”. Diante de tais fatos, faz-se necessário que mudemos essa realidade, buscando capacitar os professores que lecionam matemática e indicar os benefícios que as tecnologias podem oferecer aos processos de ensino e aprendizagem, tornando-se uma ferramenta aliada em tais processos.

Segundo Penteado (2000), é de extrema importância que essa mudança ocorra na escola e na formação dos professores:

Para explorar o potencial educacional das Tecnologias Informáticas (TI), é preciso haver mudanças na organização da escola e, particularmente, no trabalho do professor. Quanto à escola, é necessário ajustar e/ou eliminar práticas e regras já existentes e concentrar esforços na criação de situações novas. Estão em jogo as normas institucionais, o currículo, a relação com os alunos, com pais e professores. Quanto ao professor, as mudanças envolvem desde questões operacionais – a organização do espaço físico e a integração do velho com o novo – até questões epistemológicas, como a produção de novos significados para o conteúdo a ser ensinado (PENTEADO, 2000, p.23).

A possibilidade dessa interação fez a educação a distância crescer expressivamente, pois a inteligência coletiva que se forma mediante essa nova modalidade de ensino permite que, apesar da distância física, consiga-se pensar sobre assuntos de interesse comum. Foram criados

vários cursos de graduação e pós-graduação nessa modalidade de ensino. Dados apresentados em estudo adotando, basicamente, três fontes de dados: o Anuário Brasileiro Estatístico de Educação Aberta e à Distância – ABRAEAD (SANCHEZ, 2005); os documentos disponibilizados pelo MEC (Ministério da Educação e Cultura) em seu portal; e os sites de uma amostra de IES indicadas nas duas fontes precedentes revelam que o número de instituições credenciadas para EAD cresceu 350%, e os cursos de graduação a distância cresceram 310% (SEGENREICH, 2006<sup>7</sup>).

O docente deve agir coletivamente como disseminador por meio do conhecimento informático, permitindo-se aprender a cada dia, permanecendo em uma zona de risco constante. "O trabalho individual estimula a estagnação. É o pensar e o agir coletivo que poderão impulsionar e manter o professor numa zona de risco..." (BORBA; PENTEADO, 2007 p. 70).

Por isso, quanto à sua coerência, corrobora-se com Silva (2018), que disserta: "As formações iniciais ou continuadas que versam sobre tecnologias não são, de forma alguma, suficientes, porém tornam-se necessárias" (SILVA, 2018, p. 31).

Logo, em determinados momentos, devemos fazer uso dos recursos que a tecnologia nos proporciona, tornando-nos atores principais do cenário da sala de aula, a fim de modificar a forma de produzir conhecimento, voltando nosso olhar para o processo e não para o produto/resultado. Silva (2018) disserta ainda: " Quando se pensa em zona de risco, pode-se remeter e relacionar com o termo autonomia. Arriscar exige autonomia de todos os envolvidos no processo educacional" (SILVA, 2018, p. 22).

Borba *et al* (2016, p. 32 *apud* Silva 2018, p. 28), ainda sobre formação de professores explica:

Nesse contexto, diversas questões já foram e ainda são investigadas por autores como Gracias (2003), Borba e Villarreal (2005), Pastre (2007), Zulatto (2007) e Bairral (2009): Como organizar currículo *online*? Qual a natureza do pensamento matemático em um curso *online*? Como a matemática é transformada em ambientes virtuais? Pesquisas sugerem que diferentes interfaces moldam a natureza da comunicação e da interação entre os usuários (estudantes e/ou professores e pesquisadores) e, conseqüentemente, a natureza das ideias matemáticas é transformada em ambientes virtuais de aprendizagem.

Santos, Rodrigues e Alves (2018, p. 9), em seu artigo baseado em uma pesquisa bibliográfica realizada no Banco de Teses e Dissertações - Capes e da Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações (BDTD) sobre formação de professores e tecnologia, trazem

---

<sup>7</sup> Usou-se esta pesquisa visando mostrar a título de exemplo que, a partir do acesso à informatização, as possibilidades de um ensino EAD cresceram consideravelmente.



um panorama das teses e dissertações realizadas de 2013 a 2017. Os autores, a partir de reflexões provenientes da consulta de diferentes aportes teóricos, consideram que

As pesquisas analisadas ressaltam em seus resultados que a Formação Continuada contribui para: \* O desenvolvimento profissional; \* Para o crescimento de apropriação de tecnologias por alguns professores; \* Mudanças na prática de alguns professores, proporcionando maior segurança em utilizar as tecnologias digitais (SANTOS, RODRIGUES e ALVES 2018, p. 9).

Silva (2018, p.34) compartilhando ideias similares às apresentadas acima, reflete: “O uso das tecnologias e todos os percalços que possam surgir durante o processo constituem um exercício de reflexão e aperfeiçoamento do fazer docente. Logo, entende-se que arriscar deve fazer parte do processo educacional.”

Silva (2009) destacou quatro principais desafios para a formação de professores para a docência *online*: a transição da mídia clássica para a mídia *online*, materiais próprios para a docência virtual, a interatividade como mudança fundamental da comunicação e a exploração das interfaces da internet. Ao fazer isso, também apresenta propostas de como deve ser a relação professor-estudante-conteúdo no contexto virtual.

Nessa mesma perspectiva, Gravina *et al* advertem para a finalidade esperada de uma mídia digital: "Isto porque consideramos que as mídias digitais se tornam realmente interessantes quando elas nos ajudam a mudar a dinâmica da sala de aula na direção de valorizar o desenvolvimento de habilidades cognitivas com a concomitante aprendizagem da Matemática." (GRAVINA *et al*, 2012, p. 24).

Nesse mesmo documento, Gravina *et al* (2012) corroboram com os autores citados anteriormente quando afirmam:

Por outro lado, ao cursar estas disciplinas, os alunos-docentes também tiveram a oportunidade de constatar a necessidade de refletir sobre a sua prática docente, não raras vezes enraizada num método de fazer sem muito pensar, e, se necessário, modificá-la de modo a atender as necessidades que se apresentam, possivelmente optando por novas formas de abordagem de alguns conteúdos (GRAVINA *et al*, 2012, p. 137).

A formação de professores com tecnologia pode possibilitar-lhes uma reflexão acerca de suas práticas e fazê-los aspirar a uma mudança nos seus métodos de ensino, permitindo-lhes sair de sua zona de conforto e possibilitar-lhes maior confiabilidade na zona de risco.

[...] vê-se que esta modalidade possui instrumentos capazes de transformar a educação brasileira. Acredita-se que, sem o uso intensivo de tecnologia, as instituições brasileiras não terão condições de atingir todo o seu leque de formação/capacitação na educação. Todavia, isso requer o estudo de propostas teórico-metodológicas e uma ampla divulgação de experiências em EAD, bem como uma reflexão das mesmas e de

suas possibilidades (BEHAR, 2009, p.17).

As reflexões sobre as propostas em educação a distância, dentro de diferentes Espaços Virtuais, fazem-se necessárias, assim como a ação com o intuito de promover uma ampla divulgação dessas experiências por meio dos profissionais que trabalham com essa modalidade de ensino. Essa nova forma de ensinar tem mostrado novas possibilidades e potencialidades que devem ser exploradas com o propósito de beneficiar o sistema educacional brasileiro.

### 3 ARQUITETURA PEDAGÓGICA

O presente capítulo se fez necessário, pois entende-se que o tema merece destaque considerando-se que a formação continuada proposta foi totalmente a distância. A proposta de arquitetura pedagógica foi embasada nas ideias de Behar (2009) e Aragón *et al* (2007, 2009), logo fez-se necessária uma reflexão das ideias convergentes e divergentes das autoras detalhando o que são modelos pedagógicos, explanando quais são os elementos que os compõem e como foram utilizados por esta pesquisa.

Para Behar (2009), as formações a distância devem ter apenas uma plataforma virtual na qual as interações devem ocorrer, porém, para Aragón *et al* (2005, 2007), o uso de diferentes suportes da *web* mobiliza a aprendizagem com exigências diferentes. A pesquisa proposta fez uso de diferentes espaços para promover as interações conforme orienta Aragón *et al* (2007), que, em linhas gerais, afirma que existe uma preocupação com o ato pedagógico, então deve-se fazer o uso de pedagogias mais abertas capazes de acolher didáticas flexíveis e maleáveis.

As arquiteturas pedagógicas são definidas como “suportes estruturantes” para a aprendizagem. Em relação à arquitetura pedagógica, Aragón, Carvalho, e Menezes (2007) afirmam que estas são configuradas pela junção de diferentes componentes: abordagem pedagógica, software, internet, educação a distância, concepção de tempo e espaço. No que tange às pedagogias abertas, segundo Aragón *et al*, “estas devem ser capazes de suportar situações de aprendizagem interativas, mais flexíveis, e adaptáveis a diferentes contextos, além de uma ampliação dos espaços e tempos de aprendizagem” (2009, p. 20).

Na visão de Behar *et al* (2009), a atenção se volta para questões organizacionais, gerenciais e de planejamento e sustentadas em uma plataforma digital. Ressalta-se que as ideias de Behar foram utilizadas para nortear as questões organizacionais desta pesquisa.

#### 3.1 MODELO PEDAGÓGICO

Para uma arquitetura pedagógica, o "Modelo pedagógico" representa uma relação de ensino/aprendizagem, sustentado por teorias de aprendizagem que são fundamentadas em campos epistemológicos diferentes. O modelo é um sistema figurativo que reproduz a realidade de forma mais abstrata, quase esquemática e que serve de referência (BEHAR, 2007).

Segundo a autora, para entendermos o conceito de modelo, devemos perpassar pelo conceito de paradigma:

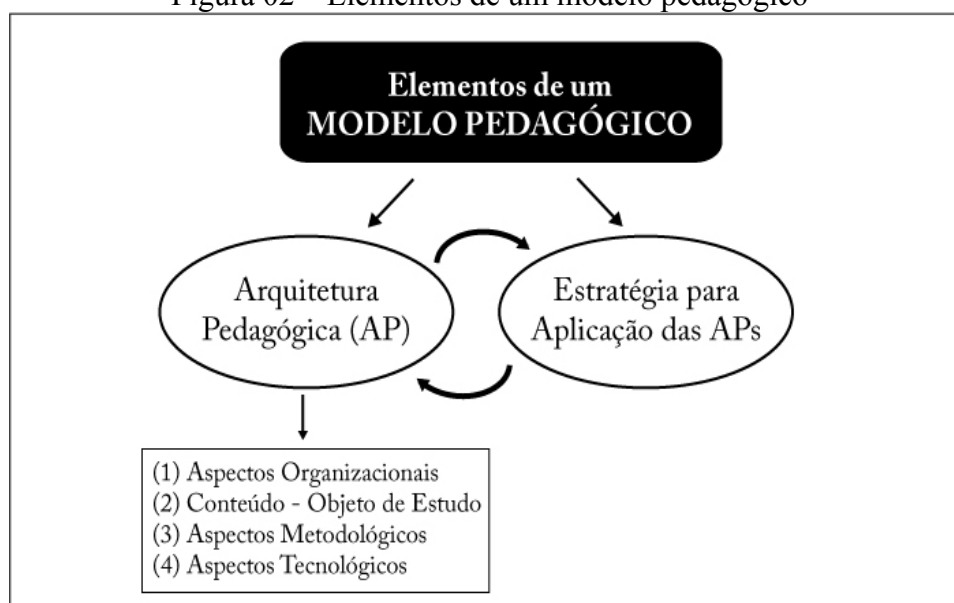
[...] partindo da definição kuhniana, pode-se dizer que o paradigma é a representação do padrão de modelos a serem seguidos. É um pressuposto filosófico matricial, ou seja, uma teoria, um conhecimento que origina o estudo de um campo científico; uma realização científica com métodos e valores que são concebidos como modelo; uma referência inicial como base de modelo (BEHAR, 2009, p. 20).

Behar, após explicitar a significação de modelo, traz a definição de modelos pedagógicos:

Entende-se o conceito de modelo pedagógico para EAD como um sistema de premissas teóricas que representa, explica e orienta a forma como se aborda o currículo e que se concretiza nas práticas pedagógicas e nas interações professor/aluno/objeto de estudo. Nesse triângulo (professor, aluno e objeto) são estabelecidas relações sociais em que os sujeitos irão agir de acordo com o modelo definido (BEHAR, 2009, p. 24).

O modelo pedagógico proposto será baseado na figura 02.

Figura 02 – Elementos de um modelo pedagógico



Fonte: Behar (2009, p. 5)

Para Aragón (2009), o modelo indicado em EAD e utilizado no curso de Pedagogia a distância da Universidade Federal do Rio Grande do Sul- UFRGS é o modelo interacionista amparado pela teoria de Jean Piaget. Para esse modelo, a interação assume um papel fundamental.

Observa-se que, enquanto Behar (2009) deixa em aberto o tipo de teoria de aprendizagem a ser utilizada, Aragón *et al* (2009) sugere a teoria interacionista. Atenta-se também para o fato de as duas referências frisarem a importância da interação no processo de EAD.

Behar (2009) afirma também que, a arquitetura pedagógica tem papel importante, pois esta define previamente as ações que serão desenvolvidas no decorrer da proposta. Destaca-se que essas ações podem ser alteradas conforme necessidades observadas no decorrer da aplicação.

A figura acima indica as quatro fases que se fazem necessárias na elaboração de uma AP, segundo a autora. Behar (2009) destaca que os aspectos organizacionais:

Dizem respeito à definição dos objetivos da aprendizagem em termos de “lista de intenções”; à organização social da classe em que se estabelecem agrupamentos e separações, definição de papéis, direitos e deveres de cada “ator” (seja ele aluno, professor ou tutor); à sistematização do tempo e do espaço, levando em conta as questões que a virtualidade propicia em termos de flexibilização (BEHAR, 2009, p.25).

Para Aragón *et al* (2009), ao se referir à arquitetura pedagógica, afirma que esta é uma prática didática apresentada no cotidiano quando se desdobra o currículo. Segundo os autores, “a expressão do conceito é de ordem da epistemologia do ato pedagógico apoiado pelo uso de tecnologias emergentes” (ARAGÓN *et al*, 2009, p.280). Aragón *et al* (2009) complementam sua definição afirmando que os componentes essenciais de uma AP são os seguintes: concepção forte e embasada, uma metodologia sistematizada do trabalho que será executado e suporte telemático (mídias).

Outro aspecto importante, segundo Behar (2009), é a definição do conteúdo a ser estudado, ou seja, o que será trabalhado para que o aluno se aproprie do conhecimento. Para Aragón *et al*(2009), o conteúdo deve ser trabalhado de forma interdisciplinar, formando um novo corpo de “conhecimento totalizável” ou fazendo o aluno conseguir perceber uma relação mais profunda entre os diferentes conhecimentos.

Para Behar (2009) e Aragón *et al* (2009), após a definição do que será trabalhado, deve-se definir “o como”. Além disso, para as duas autoras, o ensino a distância não pode ser igual ao presencial. O material do ensino presencial pode ser usado como material de apoio ou complementar, mas não deve ser o único.

Os *aspectos metodológicos* tratam não somente da seleção das técnicas, dos procedimentos e dos recursos informáticos a serem utilizados na aula, mas também da relação e da estruturação que a combinação desses elementos terão. Ela vai depender dos objetivos a serem alcançados e da ênfase dada aos conteúdos previamente estabelecidos (BEHAR, 2009, p. 27).

Após determinar de que forma serão realizadas as atividades, deve-se definir quais serão os aspectos tecnológicos que serão utilizados na proposta de ensino. Os aspectos tecnológicos

referem-se a quais serão os recursos que serão utilizados para que os objetivos do curso sejam contemplados (BEHAR, 2009). Porém destaca-se que, nesta pesquisa, utilizar-se-ão as ideias de Aragón *et al* (2005, 2007) que afirmam que, entre os *aspectos tecnológicos*, pode ser definida mais de uma plataforma para que os momentos síncronos e assíncronos ocorram, quando se definem, de forma aberta, as funcionalidades e/ou recursos de comunicação e interação a serem utilizados e quais mais se adaptam ao curso/programa que se pretende ministrar.

Ao concluirmos nossa exposição sobre arquitetura pedagógica, ressaltamos que, no decorrer da formação proposta, fizemos alterações desta modificando, assim, seus objetivos, conforme prevê Behar (2009) e Aragón *et al* (2005, 2007 e 2009), considerando-se que, em um momento inicial, entendeu-se que a única inspiração para a elaboração do material tivesse sido a OBMEP, porém, em uma reflexão enquanto pesquisadora sobre o potencial e a riqueza de outros materiais que pudessem ser utilizados, optou-se por utilizar outras fontes que envolviam outras competências.

Por fim, destaca-se que as ações referentes à arquitetura pedagógica serão detalhadas no capítulo metodológico.

## 4 METODOLOGIA

O presente capítulo visa apresentar os aspectos metodológicos, bem como problema de pesquisa, objetivo geral, objetivos específicos e permitir conhecer quais foram os participantes que estiveram envolvidos com esta pesquisa.

### 4.1 PROBLEMA DE PESQUISA

Os procedimentos metodológicos desta pesquisa estão baseados na visão de mundo e de conhecimento da pesquisadora, nos objetivos que foram citados abaixo e procuraram responder à seguinte pergunta diretriz:

*Quais as posturas apresentadas pelos professores de matemática inseridos em um contexto de formação continuada que ocorre por meio de diferentes Espaços Virtuais na modalidade à distância?*

Para a pesquisadora, o mundo é composto por pessoas que querem promover uma transformação, melhora e refinamento no meio em que vivem (financeiramente, culturalmente, fisicamente, no campo familiar, profissional, das amizades entre outros) e, com isso, torná-lo melhor ou mais agradável, bem como o trabalho que executam ou as relações que constroem. Neste mundo, a tecnologia vem assumindo um papel cada vez mais importante, já que as pessoas se tornaram cada vez mais adeptas da tecnologia, que está avançando e contribuindo com o ser e o fazer delas. Com esse avanço tecnológico, faz-se necessária a reflexão sobre os processos de ensino e de aprendizagem com tecnologia. De acordo com Chaves (1998), o ensino por meio do qual o aluno só recebe informação na sala de aula e o professor era detentor do conhecimento, há tempos passa por significativas mudanças. Segundo Vanini, Rosa, Justo e Pazuch (2013), nossos modos de vida têm se alterado no momento em que nossa relação com a tecnologia tornou-se outra, pois acessamos a internet com diferentes propósitos (redes sociais, trocas de arquivos, conversas etc.) e de diferentes maneiras (computadores, tablets, smartphones), e isso nos permite estarmos conectados o tempo todo e em qualquer lugar.

Diante desse avanço e da possibilidade de transformação da própria educação, surge a concepção do trabalho com tecnologia como facilitadora dos processos de ensino e de aprendizagem de Matemática.

Assim, entrelaçando a visão de mundo com a visão de conhecimento, acreditamos que a tecnologia pode ser vista como uma nova forma de se produzir conhecimento matemático. Ela pode fazer o aluno assumir uma postura ativa e, ao mesmo tempo, reflexiva. Com isso,

correlacionamos a visão de mundo e a de conhecimento com a pesquisa, passando a investigar o uso de tecnologia, especificamente em Espaços Virtuais, por meio do trabalho coletivo em um curso de formação continuada. As seções que seguem apresentam os objetivos tidos como base para a realização desta pesquisa.

## **4.2 OBJETIVO GERAL**

A presente pesquisa, em consonância com a pergunta diretriz, a visão de mundo e de conhecimento da pesquisadora, tem como objetivo principal:

*Analisar, a partir do trabalho coletivo em diferentes Espaços Virtuais, a postura dos professores de Matemática inseridos numa formação continuada na modalidade à distância*

## **4.3 OBJETIVOS ESPECÍFICOS**

Dentro das atividades e metodologias propostas, procurou-se alcançar os seguintes objetivos específicos:

- promover discussões de diferentes problemas/situações matemáticas por meio de diferentes Espaços Virtuais, a fim de proporcionar diferentes formas e olhares sobre cada problema/situação matemática tratada;
- oportunizar momentos de reflexão coletiva junto aos participantes, os quais possibilitem o delineamento de propostas de atividades que possam ser trabalhadas com os seus estudantes nas aulas de matemática;
- contribuir, no campo da Educação Matemática, com uma reflexão sobre os desafios inerentes à formação continuada em Matemática do professor que ensina essa disciplina no nível fundamental;
- analisar se houve, ao longo da formação continuada à distância, alterações na postura dos professores participantes a partir do uso combinado de diferentes Espaços Virtuais.

## **4.4 DETALHAMENTO DA PESQUISA QUALITATIVA**

Para promover uma abordagem ampla e, ao mesmo tempo, consolidada, foi utilizada, para fundamentar a construção da análise de dados, a pesquisa qualitativa. Para Günther (2006), a abordagem qualitativa tem papel importante pois permite uma quantificação com uma finalidade definida, e dessa maneira, o pesquisador pode chegar a generalizações mais



consubstanciada. O propósito da utilização da pesquisa qualitativa foi entendermos e interpretarmos alguns comportamentos dos envolvidos no decorrer da formação continuada. O objetivo não era medir esses comportamentos, mas, sim, analisá-los e compreendê-los.

A pesquisa qualitativa ou naturalística, segundo Bogdan e Biklen (1982), envolve a obtenção de dados descritivos, obtidos no contato direto do pesquisador com a situação estudada, enfatiza mais o processo do que o produto e se preocupa em retratar a perspectiva dos participantes. Bogdan e Biklen também enfatizam, “[...] os dados recolhidos são designados por qualitativos, o que significa ricos em pormenores descritivos relativamente a pessoas, locais e conversas [...]” (BOGDAN; BIKLEN, 1994, p. 16).

Conforme Goldenberg,

A pesquisa qualitativa é útil para identificar conceitos e variáveis relevantes de situações que não podem ser estudadas quantitativamente [...] Também é evidente o valor da pesquisa qualitativa para estudar questões difíceis de quantificar, como sentimentos, motivações, crenças e atitudes individuais (GOLDENBERG, 1997, p. 69).

Groulx (2010) aponta que, para a pesquisa qualitativa no que tange ao pesquisador, nessa abordagem, ele está mais inclinado a trazer o testemunho daquilo que compreendeu, e também a defender o sujeito, do que a se entregar a uma análise aprofundada e crítica de suas fontes e observações. Para o autor, “devido à cumplicidade do pesquisador com o universo social no qual ele é um ator, o conhecimento que ele produz é, de certa forma, cativo da perspectiva que ele compartilha com seus interlocutores” (GROULX, 2010, p. 113).

Godoy destaca também a diversidade existente entre os trabalhos qualitativos e enumera um conjunto de características essenciais capazes de identificar uma pesquisa desse tipo: “(1)- o ambiente natural como fonte direta de dados e o pesquisador como instrumento fundamental; (2) – o caráter descritivo; 3 – o significado que as pessoas dão às coisas e à sua vida como preocupação do investigador e 4 – enfoque indutivo” (GODOY, 1995, p. 62).

Ao pensarmos no propósito qualitativo de trabalho utilizamos vídeos, desafios, materiais disponíveis no Portal da Matemática<sup>8</sup> e livros baseados nos seguintes assuntos: contagem, aritmética e geometria para promover discussões desses temas em diferentes Espaços Virtuais onde se desenvolveu uma metodologia de trabalho coletivo.

Pois, como Gibbs destaca: “A pesquisa qualitativa é uma questão de interpretação daquilo que os entrevistados e participantes dizem ou fazem.” (GIBBS, 2009, p. 23).

---

<sup>8</sup> Link: <https://portaldabmep.impa.br/index.php/site/index?a=>, acesso em Setembro de 2020.

Logo, observaram-se as interações, postagens e posicionamentos juntamente com as respostas produzidas por um questionário aplicado através do “Google formulários” para responder à pergunta norteadora fazendo-se uso da pesquisa qualitativa. Nas próximas seções, detalharemos os sujeitos envolvidos com a pesquisa, a caracterização da arquitetura pedagógica e os tipos de postura detectados no decorrer da formação continuada.

#### 4.5 OS ENVOLVIDOS E SEU PERCURSO DENTRO DA ARQUITETURA PEDAGÓGICA PROPOSTA

A pesquisa foi destinada aos professores licenciados ou bacharéis em Matemática da rede pública e privada do município de Nova Hartz/RS e região. O município de Nova Hartz é um município banhado pelas águas do Rio dos Sinos. Seu relevo é acidentado no extremo norte, com a divisa municipal estabelecida pelos contrafortes da Serra Geral, a mais de 700 m de altitude. No site do Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE)<sup>9</sup> é apontado que, a população estimada do município é de 21.317 habitantes. O Instituto também informa que o IDEB- Anos finais do município é 4,5, ocupando a 1890ª posição no Brasil, a 129ª no estado e 6ª na sua microrregião (destaca-se que o grupo é composto por 22 municípios). Destaca-se que, dos doze inscritos efetivamente no curso, cinco moram ou trabalham neste município.

A caracterização individual dos sujeitos participantes desta pesquisa levou em conta aspectos como faixa etária, gênero, experiência na educação, tipo de estabelecimento de ensino, e os envolvidos serão identificados pelas letras do alfabeto do A ao L conforme legendas abaixo:

Tabela 01: Descrições dos sujeitos

| Sujeito | Gênero    | Faixa etária    | Experiência             | Estabelecimento de ensino |
|---------|-----------|-----------------|-------------------------|---------------------------|
| A       | Masculino | 40 anos ou mais | De 21 à 30 anos ou mais | Público/Nova Hartz        |
| B       | Feminino  | 30 a 39 anos    | De 11 a 20 anos         | Público /Nova Hartz       |
| C       | Feminino  | 40 anos ou mais | De 21 a 30 anos ou mais | Privado/Novo Hamburgo     |
| D       | Masculino | 30 a 39 anos    | De 21 a 30 anos ou mais | Público /Parobé           |
| E       | Masculino | 20 e 29 anos    | De 1 a 10 anos          | Privado/Nova Hamburgo     |
| F       | Feminino  | 40 anos ou mais | De 21 a 30 anos ou mais | Privado /Novo Hamburgo    |

<sup>9</sup> <https://cidades.ibge.gov.br/brasil/rs/nova-hartz/panorama>, acesso Abril de 2019.

|   |           |                 |                         |                        |
|---|-----------|-----------------|-------------------------|------------------------|
| G | Masculino | 40 anos ou mais | De 21 a 30 anos ou mais | Privado /Novo Hamburgo |
| H | Masculino | 40 anos ou mais | De 21 a 30 anos ou mais | Público/ Nova Hartz    |
| I | Masculino | 40 anos ou mais | De 21 a 30 anos ou mais | Público / Nova Hartz   |
| J | Feminino  | 40 anos ou mais | De 21 a 30 anos ou mais | Privada /Novo Hamburgo |
| K | Feminino  | 30 à 39 anos    | De 11 a 20 anos         | Público /Novo Hamburgo |

Fonte: arquivo pessoal

Conforme tabela 1, podemos ter uma visão geral das características dos sujeitos que foram envolvidos na pesquisa e podemos observar que, em maioria, estes eram de escolas públicas e possuíam mais de vinte anos atuando em sala de aula. Quanto ao gênero, observa-se que houve um equilíbrio de inscritos, pois eram cinco do sexo feminino e seis do sexo masculino. Destaca-se que os dados inseridos na tabela ou foram oriundos de conversas informais, ou do questionário aplicado no final da formação e/ou ainda das informações inseridas na apresentação inicial.

Cada sujeito envolvido nesta formação continuada foi parte integrante de uma trajetória que foi marcada pelo trabalho coletivo, por interações em diferentes Espaços Virtuais e, além disso, apresentaram diferentes tipos de postura. Cada etapa dessa trajetória será detalhada abaixo:

1º) conheceu a formação continuada através da divulgação feita pela pesquisadora no *Facebook*, nas prefeituras e ou nos grupos de *WhatsApp* dos quais era integrante;

2º) realizou inscrições via e-mail ou *WhatsApp* no curso de formação;

3º) recebeu da professora/pesquisadora um e-mail de boas-vindas com os orientações gerais do curso e também da primeira semana, atentando para o fato de que, antes de iniciar as atividades do curso, deveria realizar a inscrição no plataforma <http://matematica-para-obmep.coursify.me/> (conforme documento em anexo). O documento explicava como cada envolvido deveria realizar sua “matrícula” na plataforma e os dados necessários para essa ação;

4º) realizou o cadastro na plataforma do curso. Após cada inscrição completa efetuada, a professora/pesquisadora recebia um e-mail com os dados do participante: e-mail, telefone e nome completo;

5º) conheceu o conteúdo da primeira semana postado na plataforma, bem como o seu funcionamento;

6º) promoveu as primeiras interações com a professora/pesquisadora e os demais

participantes;

7º) iniciou as primeiras discussões sobre o grupo de *WhatsApp* e definiu que os encontros síncronos seriam nas quintas-feiras das 19h às 20h e nos sábados das 8h às 9h;

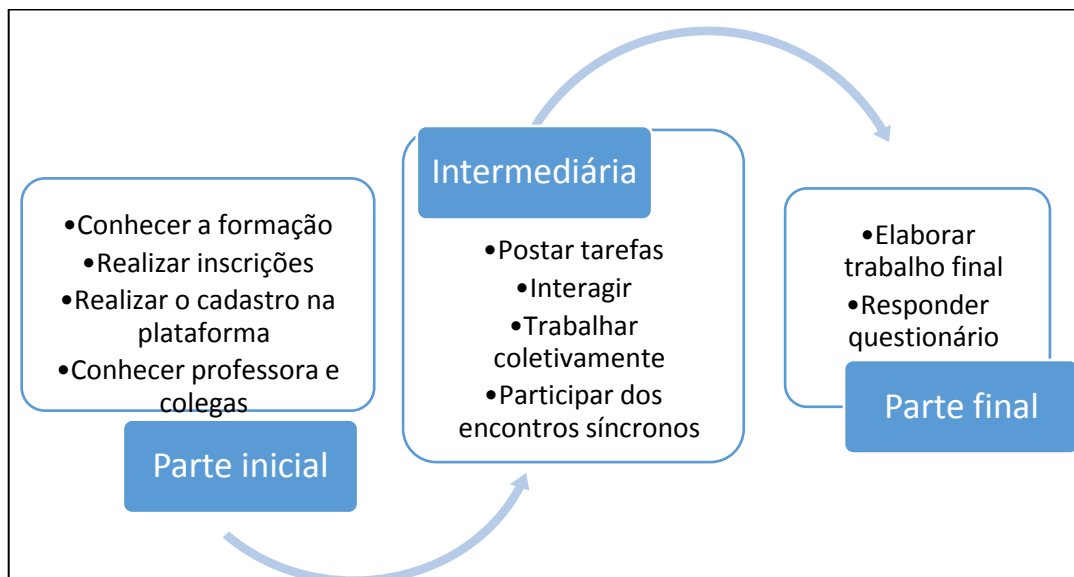
8º) estabeleceu seus vínculos, postou suas tarefas, fez suas interações e participou coletivamente das discussões;

9º) elaborou um trabalho final;

10º) respondeu questionário.

Para que o leitor possa compreender melhor a caminho percorrido por cada participante, optou-se por criar o fluxograma da figura 3, que representa as ações que foram realizadas pelos envolvidos durante a formação continuada:

Figura 3 – Fluxograma das ações dos participantes



Fonte: arquivo pessoal

Para que esse fluxo fosse possível, foram utilizadas as ideias de Behar e Aragón *et al* para construir uma arquitetura pedagógica adequada, conforme detalhado no capítulo 3, e assim atender aos objetivos do curso de formação e da pesquisa. Os aspectos utilizados foram descritos nas seções subsequentes.

#### 4.5.1 ASPECTOS ORGANIZACIONAIS

A formação continuada proposta possuiu 40 horas, distribuídas em dois meses, totalmente a distância, e cada participante foi certificado pela UFRGS- Universidade Federal do Rio Grande do Sul.

Sob esses aspectos, o curso proposto foi dirigido inicialmente aos docentes da rede pública, porém, em função da demanda, foi estendido aos professores da rede privada, todos formados em Licenciatura em Matemática ou Bacharelado em Matemática que trabalham com estudantes do sexto ao nono ano do Ensino Fundamental. Todos tinham conhecimento tecnológico e já haviam realizado alguma atividade EAD. Os deveres dos participantes eram os seguintes:

- comprometer-se com as tarefas e horários estabelecidos;
- entregar, no prazo estabelecido, as tarefas solicitadas;
- aderir à interatividade proposta pelo curso;
- obter 75% da frequência *online* estabelecida, através do controle dos acessos dos usuários e das tarefas entregues;
- disponibilizar, pelo menos 5 horas semanais, para se dedicar às tarefas e leituras propostas, bem como, dispor do material adequado para acesso ao material do curso;
- elaborar um trabalho prático que contemple uma atividade aplicada com os estudantes e relacionada com um dos tópicos estudados no curso a título de finalização do curso.

Em contrapartida o frequentador do curso teve como direitos:

- retornos pontuais das solicitações e explicações;
- material didático/pedagógico adequados;
- acompanhamento sistemático nas tarefas e avaliações;
- certificação das horas cursadas e
- retorno das postagens, comentários e trabalhos.

A responsável pela coordenação e execução do curso foi a professora/pesquisadora Morgana Aline Reinheimer, autora dessa dissertação, e teve como atribuições:

- dispor de materiais adequados para o curso, bem como postá-los nos prazos combinados;
- gerar um ambiente favorável ao trabalho coletivo, promovendo retornos significativos às postagens e aos comentários;
- sugerir alternativas pedagógicas que facilitem o entendimento das questões por parte dos jovens que realizaram a competição;
- propor e discutir alternativas didático- pedagógicas que colaborem com o professor para trabalhar essas questões em sala de aula e
- gerenciar as matrículas, bem como, a participação efetiva nos espaços propostos.

Após serem definidas as responsabilidades de cada envolvido na formação, conforme orienta Behar (2007 e 2009), definiu-se os conteúdos que foram tratados na formação. Os mesmos serão apresentados na próxima seção.

#### 4.5.2 CONTEÚDOS

Os conteúdos propostos na formação continuada foram definidos a partir de pesquisas realizadas nos sites das competições nacionais: Canguru, OBM e OBMEP<sup>10</sup>. Eles foram divididos em três eixos principais: aritmética, contagem e geometria. Cada eixo subdivide-se em conteúdos que são abordados conforme o quadro 05. Cabe ressaltar que não foram trabalhados, no curso EAD, todos os conteúdos que são apresentados aos estudantes, pelas competições, pois alguns não apresentavam margem para as discussões esperadas por esta dissertação. Para maior compreensão do curso que foi proposto, seguem atividades que foram propostas e objetivos específicos por aula:

Quadro 05: Objetivos por aula

| Data     | Conteúdo <sup>11</sup> /Tarefa   | Tempo | Objetivos  |
|----------|--|-------|--|
| Semana 1 | Apresentação através de criação de perfil e postagem sobre sua atuação profissional e aspirações mediante o curso. | 2h    | Conhecer os participantes e promover os primeiros contatos entre eles;<br>Conhecer a trajetória profissional de cada integrante do curso;<br>Conhecer as expectativas com relação à formação continuada. |
|          | Questões referente ARITMÉTICA: Paridade<br><br>Questões de raciocínio  | 3h    | Conhecer as questões sobre paridade aplicadas nas competições nacionais e apresentar alternativas que facilitem o entendimento dos discentes.  |
| Semana 2 | Atividade 1 – CONTAGEM<br>Vídeo explicativo sobre os princípios aditivo e multiplicativo + fórum para comentários  | 1h    | Debater sobre as diferenças entre os dois princípios;<br>Conhecer os tipos de questões que envolvem os princípios aditivos e multiplicativos e de que forma são utilizados nas competições nacionais.    |
|          | Diferentes tipos de atividades que utilizem os dois princípios<br>Questões de raciocínio                           | 3h    |  |
| Semana 3 | Atividades de GEOMETRIA envolvendo área e perímetro. A lógica por trás desses tipos de questões.                   | 3h    | Conhecer as questões sobre área e perímetro utilizados nas competições nacionais;  |

<sup>10</sup> Os materiais utilizados podem ser acessados em:

<http://www.obmep.org.br/banco.htm>, acesso em março de 2019.

<https://www.obm.org.br/como-se-preparar/provas-e-gabaritos/>, acesso em abril de 2019.

<https://www.cangurudematematicabrasil.com.br/para-escolas/provas-anteriores>, acesso em abril de 2019.

<sup>11</sup> Nas semanas 1 ,2, 3, 4 ,5 e 6 foram inseridas questões de raciocínio lógico que nem sempre envolviam os conteúdos da semana.

|          |   |    |   |
|----------|---|----|---|
|          |   |    | Discutir e propor alternativas que facilitem o entendimento dos discentes com relação a esse tipo de questão.<br>Refletir se o material de apoio pode facilitar a compreensão dos estudantes do ensino básico   |
|          | Fórum para debate da temática   | 2h |   |
| Semana 4 | Atividades de ARITMÉTICA envolvendo Divisão Euclidiana e os Fenômenos periódicos: padrões numéricos<br>A lógica por trás desses tipos de questões<br>Questões de raciocínio | 4h | Conhecer as questões sobre divisão euclidiana utilizadas nas competições nacionais e facilitar a compreensão por parte dos docentes e discentes;<br>Discutir e propor alternativas que facilitem o entendimento dos participantes e por conseguinte de seus alunos das questões que envolvem fenômenos periódicos e divisão euclidiana.   |
|          | Chat para debate da temática  | 1h |   |
| Semana 5 | Atividades de ARITMÉTICA envolvendo Divisão Euclidiana e os Fenômenos periódicos: padrões numéricos<br>A lógica por trás desses tipos de questões                           | 3h | Conhecer as questões sobre divisão euclidiana utilizadas nas competições nacionais e facilitar a compreensão por parte dos docentes e discentes;<br>Discutir e propor alternativas que facilitem o entendimento dos participantes e, por conseguinte, de seus alunos das questões que envolvem fenômenos periódicos e divisão euclidiana. |
|          | Fórum e chats   | 2h |   |
| Semana 6 | Atividades de CONTAGEM: probabilidade   | 3h | Compreender os conceitos inerentes à probabilidade buscando ambientes que favoreçam o entendimento desses conceitos pelos estudantes.   |
|          | Vídeos do princípio da casa do pombo + discussões em fórum sobre o vídeo<br>Questões de raciocínio  | 2h |   |
| Semana 7 | Atividade de GEOMETRIA: Semelhança de triângulos  | 3h | Promover reflexões sobre semelhança de triângulos e Teorema de Talles, através de diferentes Espaços Virtuais, que favoreçam o entendimento desses conceitos pelos estudantes.  |
|          | Teorema de Talles   | 2h |   |
| Semana 8 | Entrega de atividade que possa ser proposta a alunos do sexto ao nono anos sobre um dos eixos estudados e posterior debate  | 3h | Apresentar uma ou mais atividades que foram aplicadas aos alunos da escola básica;<br>Refletir sobre as possibilidades de aplicação mediante a atividade proposta.<br>Apresentar alternativas que facilitem o entendimento dos participantes e, por conseguinte, de seus alunos com relação a esse tipo de questão                        |
|          | Autoavaliação   | 1h |   |
|          | Questionário  | 1h |   |

Fonte: arquivo pessoal

A carga horária do curso foi distribuída conforme os critérios abaixo:

Quadro 06: Critérios carga horária

| Carga horária | Tipo de atividade   | Nível  |
|---------------|---|--|
| 3 a 4 horas   | Questões, vídeos ou discussões que necessitam de muita análise, explicações detalhadas e conjecturas.         | Difícil  |
| 2h            | Questões, vídeos ou fóruns que apresentam possibilidades de diferentes tipos de resolução e de questionamento | Intermediário                                  |
| 1h            | Atividades que promovam a reflexão dos participantes  | Podem variar entre os níveis fáceis a difíceis |

Fonte: arquivo pessoal

Dentro dos eixos temáticos, pretendeu-se desenvolver os conteúdos que possibilitassem debates, questionamentos e que promovessem o trabalho coletivo dentro de diferentes plataformas virtuais. Aspirou-se a reflexões acerca dos diálogos que possibilitaram propostas pedagógicas que facilitassem o entendimento por parte dos estudantes. Dentro dessas perspectivas, optou-se por desenvolver os conteúdos abaixo:

- semelhança de triângulos;
- paridade;
- o sistema decimal: representações e operações numéricas;
- Teorema de Tales;
- contagem através de listagens e de árvores de possibilidades;
- princípios aditivo e multiplicativo;
- probabilidade;
- relações métricas no triângulo retângulo: o Teorema de Pitágoras;
- perímetro;
- área de figuras planas – Parte 1: retângulos;
- área de figuras planas – Parte 2: paralelogramos e triângulos;
- múltiplos, divisores e primos e
- divisão Euclidiana e os fenômenos periódicos: padrões numéricos.

Após definirmos as responsabilidades e os conteúdos da arquitetura pedagógica proposta foram especificados os procedimentos e métodos conforme seção posterior.

#### 4.5.3 ASPECTOS METODOLÓGICOS

A metodologia de trabalho que foi desenvolvida na formação visou atender aos objetivos propostos pela pesquisa, bem como um alinhamento entre os aspectos organizacionais



e do conteúdo. O primeiro passo a ser dado foi a divulgação do curso por meio dos canais disponíveis: *WhatsApp*, *Facebook* e e-mail. A pesquisadora entrou em contato com as secretarias de educação do município de Nova Hartz e vizinhos<sup>12</sup>. O segundo passo foi a construção do Espaço Virtual conforme detalhado na seção 4.6. Posteriormente, a professora/pesquisadora iniciou as postagens das atividades, que deveriam ser desenvolvidas no prazo de uma semana. Em cada semana, foram desenvolvidas atividades referentes a um dos eixos: aritmética, contagem ou geometria, conforme quadros 3 e 4.

Mediante a proposta, os participantes apresentaram uma interação caracterizada pela ação, pelo trabalho coletivo, pela autonomia e pela responsabilidade, pois, segundo Levy (1998, p. 69), "[...] todo ato é virtualmente produtor de riqueza social via sua participação na inteligência coletiva".

A avaliação foi formativa, baseada na participação e evolução de cada integrante no decorrer do curso. No final, os frequentes realizaram um questionário que visou identificar as opiniões dos participantes pós-curso.

As posturas observadas durante a execução da arquitetura pedagógica foram detalhadas na próxima seção.

#### 4.5.4 TIPOS DE POSTURA

Para compreender os tipos de postura obtidos pelos participantes, durante a formação continuada, a pesquisadora, em um primeiro momento, realizou diferentes pesquisas com o objetivo de conhecer as distintas posturas e compará-las com as apresentadas no curso desenvolvido. Em suas buscas, por meio de diferentes plataformas virtuais, diagnosticou que os termos mais utilizados eram postura interativa, postura ativa e postura passiva.

No segundo momento, optou por delimitar mais sua pesquisa utilizando a expressão “postura dos professores de Matemática inseridos em formação continuada na modalidade à distância”. Nessa busca encontrou algumas pesquisas que relatavam a postura desses professores, entre elas, a tese de doutorado de Cavalcanti (2014) que, entre outras ações, analisou a postura dos futuros professores de Matemática que utilizavam o laboratório de informática do curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal do Rio Grande do Norte (UFRN) na modalidade Educação a Distância. O artigo de Pinto e Pinto (2011) traz termos como “postura ativa” e “postura passiva” e faz uma reflexão sobre a mudança de postura

---

<sup>12</sup> Araricá/RS, Sapiranga/RS e Parobé/RS.

dos professores e alunos mediante a inserção de tecnologias na sociedade contemporânea. Behar (2009) e Aragón *et al* (2007 e 2009) também esperam uma postura ativa dos envolvidos em uma formação EAD.

Diante dessas constatações e, a partir do conjunto de dados construídos, a pesquisadora verificou que sua pesquisa contemplava seis categorias: (1) -Postura ativa e gestão do tempo; (2) - Postura interativa – Interação entre seus pares; (3) - Postura interativa – Interação entre participante e professora/pesquisadora; (4) - Postura interativa – *Feedback* da professora; (5) - Postura interativa – trabalho coletivo; (6) -Postura passiva. As características de cada categoria foram explanadas no referencial teórico na seção 2.2.2.

Na trajetória mencionada anteriormente, os participantes, utilizando-se do trabalho coletivo, puderam participar com suas ações em dois Espaços Virtuais que serão detalhados na próxima seção.

#### **4.6 ESPAÇOS VIRTUAIS PARA INTERAÇÕES**

Quando os indivíduos têm interesses em comum, utilizam-se de Espaços Virtuais para conversar sobre esses assuntos. Segundo Lévy (2010), esses espaços permitem uma imersão dos envolvidos que é caracterizada pela interação que eles realizam. A construção de plataformas virtuais para um curso na modalidade à distância foi uma tarefa desafiadora, mas, ao mesmo tempo, muito prazerosa. Um dos Espaços Virtuais utilizado foi *Coursify.me*, por se tratar de uma plataforma de fácil utilização e com os recursos necessários à realização da formação.

Já para Bairral (2007), o planejamento e a estruturação do cenário do ambiente virtual são imprescindíveis e exigem um trabalho organizacional prévio significativo. E, sem dúvida, a elaboração e proposição de tarefas constituem um grande desafio. Uma das tarefas realizadas foi a criação da plataforma, conforme figura 04.

Figura 04: Site para criação da plataforma



Fonte: arquivo pessoal

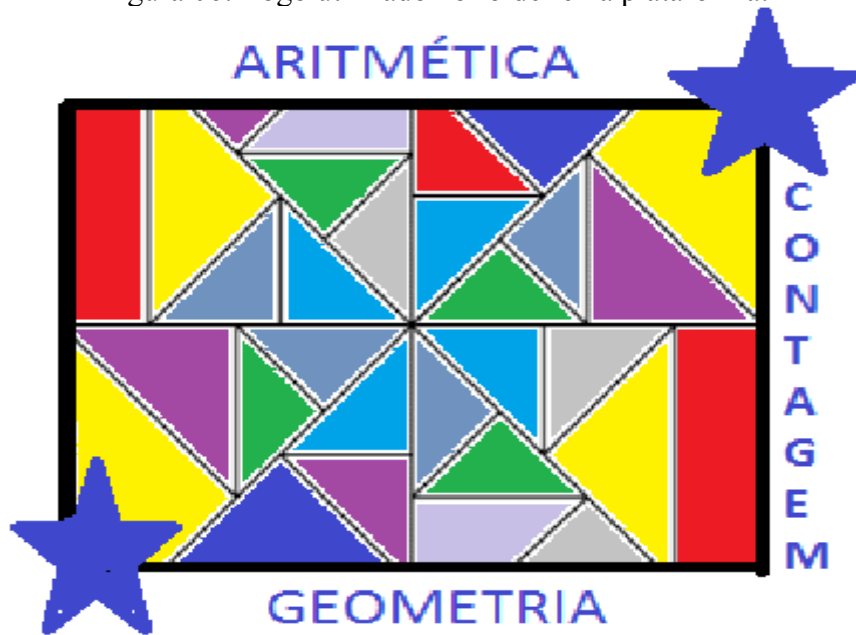
Na personalização da página, optou-se pela criação de dois logos, evidenciados pelas figuras 05 e 06 que foram utilizados na construção do *layout* da página.

Figura 05: Imagem utilizada como foto de capa do curso



Fonte: arquivo pessoal

Figura 06: Logo utilizado no folder e na plataforma:



Fonte: arquivo pessoal

Em toda a construção da plataforma, conforme figuras 07 e 08, houve preocupação com a permanência dos/as participantes no ambiente virtual, interagindo com os instrumentos metodológicos e com os recursos disponíveis, com o intuito de compartilhar o conhecimento por meio do vivido em tempo real e o contato com os saberes registrados na memória ou na zona de transição entre o pensamento e a linguagem características desta cibercultura (LÉVY, 1999). Tal compreensão levou-nos a trabalhar com as ferramentas de comunicação, como mensagens, fóruns, e-mails e a criação de grupos no aplicativo *WhatsApp*, que oportunizaram um debate envolto no trabalho coletivo.

Figura 07: *Layout* parcial da plataforma do curso I



Fonte: arquivo pessoal

Figura 08: Layout parcial da plataforma do curso II



Fonte: arquivo pessoal

O número expressivo de ferramentas de comunicação disponível, faz com que o professor passe a ter outra significação no processo educativo. Para Bona (2012), o professor precisa adotar outra postura frente às possibilidades que a tecnologia proporciona. Dentro dessa perspectiva de participante/professor, destaca-se que a plataforma é *online* e possibilita uma navegação em qualquer hora do dia, portanto pode transmitir os pensamentos/interrogações/anseios em tempo real permitindo uma maior aproximação dos participantes. Miskulin (2017) apoia a proposta de formação de professores que ensinam Matemática ao dissertar que a tecnologia de informação favorece novos espaços formativos com maneiras diferenciadas de ensinar e aprender em razão da interação entre os participantes ser envolvida por características pedagógicas e computacionais.

Além disso, o Espaço Virtual proposto corrobora com a ideia explanada por Morin quando ele destaca que a missão da educação, ou melhor, do ensino, não é apenas transmitir saber, "mas uma cultura que permite compreender nossa condição e nos ajude a viver e que favoreça, ao mesmo tempo, um modo de pensar aberto e livre" (MORIN, 2000, p. 11).

Ressalta-se que esse ambiente virtual foi escolhido por ser de fácil utilização, tanto para a pesquisadora, na criação da plataforma, quanto para os participantes que não apresentaram dificuldade de utilização no decorrer da formação. A plataforma permitiu a inserção de vídeos, de tarefas por módulo e apresentou boa qualidade na navegação, travando em momentos pontuais. Um ponto negativo observado foi que os comentários realizados não ficavam em ordem cronológica tornando difícil a identificação a qual pergunta ou comentário do colega se relacionava.

Destaca-se também que o Espaço Virtual citado acima por si só não foi suficiente para promover as interações que envolvessem os participantes em um trabalho coletivo conforme objetivava a formação, por isso, além dessa plataforma, os envolvidos, em decisão conjunta com a pesquisadora, optaram por criar um grupo de *WhatsApp*. Por conseguinte, o grupo de *WhatsApp* “Matemática para a OBMEP” tornou-se uma ferramenta com características de Espaço Virtual que procurou promover encontros assíncronos e síncronos de rápido acesso às quintas-feiras e aos sábados<sup>13</sup>. Segundo Maia e Castro Filho (2017), com o aumento desenfreado da informática, as expectativas de uso pedagógico da internet, bem como os dispositivos dos quais ela é acessada, aumentaram ainda mais as possibilidades de utilizar os Espaços Virtuais em processos de ensino e de aprendizagem. Os autores destacam ainda: “Com o suporte dos smartphones, hoje é possível que professores compartilhem e discutam suas práticas, numa perspectiva formativa e de desenvolvimento profissional” (MAIA e CASTRO FILHO, 2017, p.2).

Segundo Moran *et al.* (2010), a aprendizagem é mais fácil se tecnologias telemáticas, audiovisuais e textuais são integradas, pois, com elas, é possível divulgar informações, estimular a participação, avaliar reflexões e dar retorno de comentários (*feedback*), além de facilitar o acompanhamento da aprendizagem individual.

Em relação a esses conceitos, afirma-se que os Espaços Virtuais utilizados puderam proporcionar momentos de interação, discussões e trabalho coletivo enriquecendo a pesquisa e permitindo o alcance dos objetivos.

---

<sup>13</sup> Definiu-se que os encontros síncronos seriam aos sábados das 8h às 9h e às quintas-feiras das 19h às 20h. Esses horários foram definidos pela professora/pesquisadora e pelos participantes com o objetivo de dinamizar as discussões.

## 5 ANÁLISE E CONSIDERAÇÕES SOBRE OS DADOS PRODUZIDOS

O presente capítulo explana a forma como ocorreu a obtenção dos dados produzidos, bem como a análise das características dos envolvidos, a análise semanal dos dados produzidos, a análise das semanas com número menor de interações, a análise das posturas dos envolvidos durante a formação continuada e, por fim, a análise do questionário aplicado no final do curso.

Destaca-se que as resoluções das questões trabalhadas na formação estão inseridas no apêndice.

### 5.1 OBTENÇÃO DOS DADOS

Os dados analisados foram produzidos no período entre 01/04/2019 e 07/06/2019 e obtidos por meio de postagens relacionadas com as tarefas solicitadas na plataforma *Coursify.me*. Nessa plataforma, além das tarefas, eram postados as orientações e os vídeos. A segunda parte dos dados foi retirada do grupo de *WhatsApp*, criado uma semana depois do início do curso com o objetivo de discutir, analisar, trocar experiência e, por fim, tentar oportunizar momentos que favorecessem o trabalho coletivo no debate das questões postadas na plataforma.

O desenvolvimento da análise dos dados ocorreu de forma individual nas semanas um, três, quatro, cinco e oito e de forma coletiva nas semanas dois, seis e sete por se tratarem de semanas com menor número de interações. Nessas análises, observou-se a postura dos professores inseridos em uma formação a distância, a interação/ trabalho coletivo, os objetivos propostos por semana no curso e os objetivos propostos pela pesquisa.

A análise também levou em conta a pergunta norteadora que foi a seguinte: *Quais as posturas apresentadas pelos professores de matemática inseridos em um contexto de formação continuada que ocorre por meio de diferentes Espaços Virtuais na modalidade à distância?*

Após as análises semanais, realizou-se uma análise geral relacionando os diferentes objetivos, a pergunta norteadora e o questionário aplicado.

### 5.2 OBJETIVOS CONSIDERADOS PARA ANÁLISE DE DADOS

Para analisar os dados, foi necessário considerar os objetivos da pesquisa, bem como os objetivos de cada semana da formação. Ressalta-se que os objetivos da pesquisa são explanados nesta seção, porém apenas retomados quando forem alcançados em cada semana analisada. O objetivo geral foi este: Analisar, a partir do trabalho coletivo em diferentes Espaços Virtuais, a

postura dos professores de Matemática inseridos numa formação continuada na modalidade à distância.

Reiteramos que os objetivos específicos eram os seguintes:

- promover discussões de diferentes problemas/situações matemáticas por meio de diferentes Espaços Virtuais, a fim de proporcionar diferentes formas e olhares sobre cada problema/situação matemática tratada (*objetivo específico 1*);
- oportunizar momentos de reflexão coletiva junto aos participantes, os quais possibilitem o delineamento de propostas de atividades que possam ser trabalhadas com os seus estudantes nas aulas de matemática (*objetivo específico 2*);
- contribuir no campo da Educação Matemática com uma reflexão sobre os desafios inerentes à formação continuada em Matemática do professor que ensina essa disciplina no nível fundamental (*objetivo específico 3*);
- analisar se houve, ao longo da formação continuada à distância, alterações na postura dos professores participantes a partir do uso combinado de diferentes Espaços Virtuais. (*Esse objetivo poderá ser avaliado somente no final da análise dos dados, pois envolve todo o processo de formação*).

### 5.2.1 OBJETIVOS DA SEMANA UM

Nesta seção, são apresentados os objetivos da semana um conforme foi detalhado no quadro do capítulo metodológico. Os objetivos que envolviam a *semana 1* foram:

1. conhecer os participantes e promover os primeiros contatos entre eles;
2. conhecer a trajetória profissional de cada integrante do curso;
3. conhecer as expectativas com relação a formação continuada;
4. Conhecer as questões sobre paridade aplicadas nas competições nacionais e apresentar alternativas que facilitem o entendimento dos discentes

A análise de “como” e “se” - os objetivos 1, 2 e 3 da primeira semana - foram atendidos, e a compreensão de qual a postura apresentada pelos envolvidos, em um primeiro momento, será realizada na próxima seção.

### 5.3 SUJEITOS DA PESQUISA

O primeiro momento da primeira semana permitiu-nos conhecer os participantes, suas experiências, expectativas e tempo de atuação alcançando-se, assim, um dos objetivos



propostos na semana.

**PARTICIPANTE A**

*Oi, sou o professor A, trabalho no município de Nova Hartz desde 2004 com séries finais na disciplina de Matemática, minha expectativa com relação ao curso é procurar me atualizar frente aos desafios que são propostos, dentro de minhas aulas procuro acrescentar algumas questões da OBMEP. (<http://matematica-para-obmep.coursify.me/>, acesso em 31/03/2019 18:59).*

**PARTICIPANTE B**

*Olá! Sou a professora B, trabalho no município de Nova Hartz desde 2006 e também faço parte da rede estadual desde 1999. Leciono para as séries finais do fundamental e também para o ensino médio. Sou licenciada em Matemática pela UNISINOS. Me inscrevi no curso para me atualizar e também melhorar a aprendizagem dos meus alunos. E quem sabe, levar questões para a sala de aula que os motivem a participar com mais entusiasmo da OBMEP. Nos últimos anos, acabei levando poucas questões da OBMEP para a sala de aula (<http://matematica-para-obmep.coursify.me/>, acesso 04/04/2019 20:13).*

**PARTICIPANTE C**

*Olá! Sou C. Trabalho com a disciplina de Matemática, atualmente com alunos de 5.º e 6.º Anos. Sou professora desde 1980, e já trabalhei na séries iniciais, no Fundamental 2 e 1.º Ano do Ensino Médio. Espero aprender para melhorar a forma de ensinar com ludicidade. Não tenho o hábito de trabalhar com questões da OBMEP. (<http://matematica-para-obmep.coursify.me/>, acesso 31/03/2019 10:33).*

**PARTICIPANTE D**

*Olá, sou o professor D e trabalho com as disciplinas de matemática e física, trabalho desde setembro de 2017 com ensino fundamental 6º ano de matemática e ensino média 1º e 2º ano com física. Espero aprender muitas novidades para que possa utilizar no ensino das disciplinas que trabalho e obter mais conhecimento. Não tenho bem certeza. (<http://matematica-para-obmep.coursify.me/>, acesso em 29/03/2019 21:11).*

**PARTICIPANTE E**

*Olá, tive problemas com a minha inscrição, mas agora acho que está tudo ok. Sou o professor E e trabalho com matemática nos sextos, sétimos e oitavos anos. Estive por muito tempo trabalhando com o pré-vestibular, por isso o intuito é desfrutar do curso para que eu siga me qualificando também nessa área para que assim consiga atender da melhor forma as necessidades dos alunos no que se refere, não só a OBMEP, mas aos desafios cotidianos que circundam esses conteúdos. (<http://matematica-para-obmep.coursify.me/>, acesso em 09/04/2019, 18:18).*

**PARTICIPANTE F**

*Bom dia! Meu nome é F, trabalho no Colégio X, com Ensino Médio e na Universidade W, com os cursos de Engenharia e Arquitetura. Sou formada e especialista pela Unisinos (licenciatura e formação do professor de Matemática) e Mestre pela UFRGS em Ensino de Matemática. Gosto muito de trabalhar com questões de olimpíadas matemáticas e toda o trabalho proposto para a área me agrada. É um prazer fazer parte deste trabalho. (<http://matematica-para-obmep.coursify.me/>, acesso em 17/04/2019, 11:31).*

**PARTICIPANTE G**

*Boa noite Morgana! Me chamo G e trabalho nos oitavos e nonos anos do EF e primeiras séries do EM no Colégio X de Novo Hamburgo. Além disso sou professor na Universidade W, nos cursos de Administração, Ciências*

*Contábeis e Pedagogia. Sou formado pela Unisinos com pós-graduação em Gestão Escolar e Mestrado em Diversidade e Inclusão (com ênfase na Matemática), ambos pela Universidade Feevale. Apesar de militar no meio da educação por mais de 20 anos, penso que toda nova oportunidade para se agregar conhecimento deve ser muito bem-vinda. Espero contribuir ainda mais na formação de meus alunos a partir deste aprendizado. (<http://matematica-para-obmep.coursify.me/>, acesso em 16/04/2019, 12:25)*

### ***PARTICIPANTE H***

Este participante participou do grupo de WhatsApp por duas semanas, mas não fez nenhuma inserção na plataforma. O referido profissional trabalha no município de Nova Hartz em uma escola municipal. Possui mais de 20 anos de magistério, porém apresentou dificuldades de lidar com alguns aspectos tecnológicos, destacando, conforme dados abaixo, que, se não houvesse uma aula presencial, ele desistiria.

*[19:12, 18/04/2019] Morgana Reinheimer: Que estranho eu consigo*

*[19:13, 18/04/2019] H: Nem aqui, nem direto*

*[19:13, 18/04/2019] H: Sempre a mensagem*

*[19:14, 18/04/2019] Morgana Reinheimer: <https://coursify.me>*

*[19:15, 18/04/2019] Morgana Reinheimer: Depois clica em login*

*[19:15, 18/04/2019] Morgana Reinheimer: Direto no site*

*[19:25, 18/04/2019] H: Entrei mas não me achei.*

*Se for sem alguma aula presencial, acho que vou desistir.*

*[19:28, 18/04/2019] Morgana Reinheimer: Calma, vc pode falar via vídeo chamada mais tarde?*

*[19:29, 18/04/2019] H: Preenchi os campos iniciais depois não sabia onde ir.*

*Mandava criar curso*

Este professor optou em desistir da formação, pois encontrou dificuldade de acesso à plataforma. Há autores que dissertam sobre a importância de uma formação continuada que possibilite uma reflexão da prática docente relacionada à tecnologia. Rosa *et al* (2013), por exemplo, destacam que talvez: "o maior desconforto encontrado pelos professores não seja a falta de instrumentos tecnológicos (todos os dias surgem diferentes recursos), mas o fato de tais educadores não terem uma formação tecnológica que beneficie a sua prática docente" (ROSA *et al*, 2013, p. 156).

A utilização da informática causa certa preocupação e insegurança nos docentes fazendo muitos deles não quererem sair de sua zona de conforto. Borba e Penteado afirmam: "Alguns professores procuram caminhar em uma *zona de conforto*, onde tudo é conhecido, previsível e controlável" (BORBA; PENTEADO, 2016 p. 56). Ao sair do território conhecido, que é sua aula tradicional, é necessária uma preparação do professor para situações imprevistas que podem ocorrer em uma aula informatizada. Essa situação fez a pesquisadora refletir sobre o despreparo existente por parte de alguns professores.

**PARTICIPANTE I**

*O participante I não realizou sua apresentação via plataforma porque estava sem note/computador, mas realizou contato via WhatsApp. Este professor trabalha na rede pública municipal do município de Nova Hartz, possui mais de 25 anos de magistério e leciona para as turmas de sexto ano e de nono ano.*

**PARTICIPANTE J**

*Olá Pessoal, boa-tarde! Meu nome é J, sou supervisora pedagógica, pós graduada em gestão escolar e formada em Letras em 1998, atuando na educação desde 1997 (<http://matematica-para-obmep.coursify.me/>, acesso 06/04/2019, 16:38).*

**PARTICIPANTE K**

*Olá, o meu nome é K, sou professora de matemática. Fiz a minha graduação em Licenciatura em matemática na UNISINOS, pós graduação em Metodologia do Ensino da matemática na FAEL. Trabalho no município de Sapiranga 6º ao 9º ano desde 2011, e na rede Estadual no município de Estância Velha desde 2010 com Ensino Fundamental e Médio. O meu interesse no curso é para aprimorar o conhecimento no estudo da matemática, aprender novas técnicas para serem usadas na sala de aula (<http://matematica-para-obmep.coursify.me/>, acesso 06/04/2019, 16:38).*

Em geral, os professores inscritos no curso têm entre 10 e 30 anos de sala de aula e buscaram aprimorar sua prática docente participando da formação proposta. Cabe destacar que, via *WhatsApp* e e-mail, houve 19 pessoas interessadas no curso, porém, destas, apenas 11 fizeram sua inscrição na plataforma; nove iniciaram as tarefas da primeira semana e apenas sete concluíram efetivamente o curso. O participante H participou somente das conversas via *WhatsApp*.

Os dados produzidos permitiram-nos conhecer os participantes, sua trajetória profissional e as expectativas com relação à formação. Além disso, quanto às suas interações na apresentação, observou-se que os envolvidos expressaram uma postura interativa, principalmente pela interação participante/ professora/pesquisadora e professora/pesquisadora /participante. Dos 11 envolvidos, seis eram do sexo masculino enquanto cinco eram do sexo feminino, logo obteve-se um equilíbrio quanto ao gênero no início da formação. Esse equilíbrio se manteve, pois, entre os concluintes da formação, quatro eram homens e três eram mulheres. Outra situação percebida foi que dez participantes possuíam mais de vinte anos de sala de aula, sinalizando para o fato de que estão preocupados com a formação continuada. Outro aspecto a ser considerado é a faixa etária dos envolvidos, que, em sua maioria, tinham idade superior a 40 anos. Além disso, em seus discursos, evidenciou-se que estavam buscando novas metodologias para serem trabalhadas em sala de aula, o que foi ao encontro de um dos objetivos propostos pela pesquisa. As frases dos envolvidos - “*Apesar de militar no meio da educação por mais de 20 anos, penso que toda nova oportunidade para se agregar conhecimento deve ser muito bem-vinda*” (participante G) e “*Me inscrevi no curso para me atualizar e também*

*melhorar a aprendizagem dos meus alunos. E quem sabe, levar questões para a sala de aula que os motivem a participar com mais entusiasmo da OBMEP”* (participante B) - evidenciam a preocupação desses participantes com relação à formação continuada. Um deles, inclusive, demonstra preocupação com a aprendizagem de seus alunos. A tabela abaixo expressa as interações por participante e permite-nos analisar o perfil de cada sujeito com relação a suas interações.

Tabela 2 – Interações<sup>14</sup> por participantes

| PARTICIPANTE | Interações na Plataforma | Interações pelo <i>WhatsApp</i> | Total de interações |
|--------------|--------------------------|---------------------------------|---------------------|
| A            | 44                       | 215                             | 259                 |
| B            | 30                       | 180                             | 210                 |
| C            | 47                       | 99                              | 146                 |
| D            | 19                       | 70                              | 89                  |
| E            | 11                       | 86                              | 97                  |
| F            | 5                        | 41                              | 46                  |
| G            | 1                        | 21                              | 22                  |
| H            | 0                        | 25                              | 25                  |
| I            | 11                       | 25                              | 36                  |
| J            | 0                        | 20                              | 20                  |
| K            | 21                       | 115                             | 137                 |

Fonte: arquivo pessoal

Os participantes A, B, C e K apresentaram um alto nível de interações (postura ativa e interativa); os participantes E e D, um nível intermediário (passagem da postura ativa para passiva e vice-versa), porém os envolvidos I, F e G tiveram um baixo número de interações (postura passiva) no decorrer da formação. Os sujeitos H e J já desistiram na segunda semana de curso, enquanto que os participantes F e G desistiram da metade para o final. Na perspectiva de trabalho produzido na modalidade à distância, as interações dos envolvidos são fundamentais. Para Behar, Konrath e Tarouco (2009, p. 5):

O aluno é o sujeito que através de suas interações com o objeto de estudo/conhecimento e com seus colegas, tutor e professor - aprende. Assim o aluno não só é como torna-se sujeito que se constitui como ser humano, pelas relações que estabelece com os outros.

<sup>14</sup> Neste quadro, foram consideradas todas as interações realizadas por cada participante. Observa-se que as interações na plataforma sempre apresentavam informações relevantes para o trabalho coletivo. Entretanto, as do *WhatsApp* apresentavam comentários que nem sempre contribuíam para a formação matemática ou apenas expressavam concordância com alguma ideia. Destaca-se que, para a análise semanal, foram consideradas somente as interações que contribuíam com o trabalho coletivo.

Na sequência serão apresentadas as questões trabalhadas na semana um e suas considerações.

## 5.4 QUESTÕES TRABALHADAS NA SEMANA UM E SUAS CONSIDERAÇÕES

### 5.4.1 QUESTÃO PARIDADE E NÚMEROS INTEIROS

A atividade sobre paridade, conforme foi descrito anteriormente, tinha como objetivo “Conhecer as questões sobre paridade aplicadas nas competições nacionais e apresentar alternativas que facilitem o entendimento dos discentes”.

Nesta semana, com relação às atividades de paridade, houve 31 interações (participantes e professora/pesquisadora) na plataforma observando-se, nesta situação, posturas ativas, interativas, mas também passivas. Os docentes, em geral, destacaram que trabalham pouco a paridade no contexto trazido pelas competições, inclusive o participante D afirmou: “Na verdade nunca tinha ouvido falar de paridade”. Quando o participante fez essas afirmações, não relacionou o conteúdo aos nomes triviais que são par e ímpar, mas, sim, ao contexto que as competições trabalham.

Na questão 1: *(Canguru/2018 - questão 21) - Vários números inteiros estão escritos num quadro, incluindo o número 2018. A soma de todos esses números inteiros é 2018. O produto desses números inteiros também é 2018. Qual pode ser o número de números inteiros escritos no quadro?* (Nesta questão houve uma adaptação da professora/pesquisadora que optou por retirar as opções de resposta simplificando assim a resolução)

A participante C interagiu e em seguida, para auxiliá-la, o participante I fez seu comentário:

*[18:33, 07/04/2019] Participante C: Não encontrei resposta para a questão 1. Pensei em +, -1 E 2018. Mas o produto não fecha. Alguém me ajuda? Quanto à questão 2 acredito ser que a resposta correta seja a B(3) .... É isso ou alguém me dá uma ajudinha pra pensar de outra forma.*

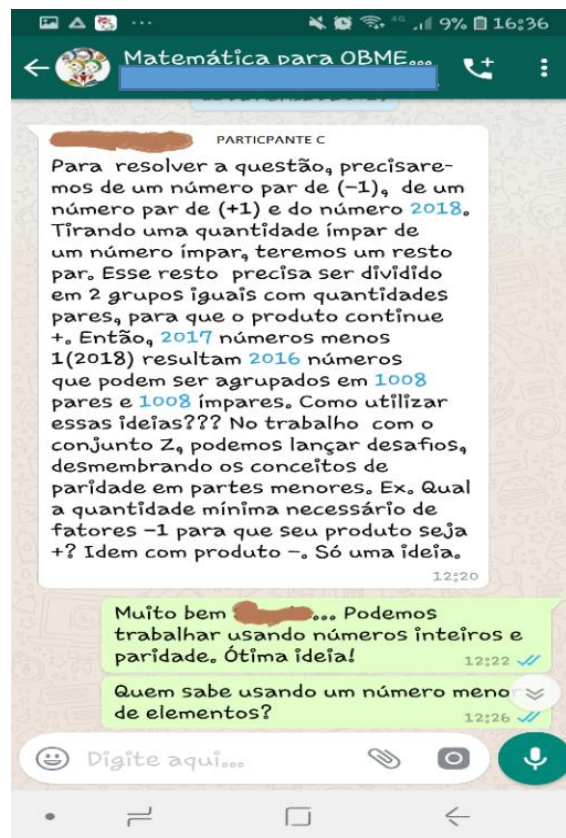
*[22:28, 08/04/2019] Participante I: Questão 1 – No meu entendimento fiz por exemplo  $1 -1 + 2018 = 2018$  e  $1 -1 - 2018 = -2018$  então a resposta é positiva e negativa.*

A professora/pesquisadora, observando o diálogo dos dois participantes, fez a seguinte consideração: “Oi, com relação à questão 1, temos um detalhe a observar no enunciado. O número deve ser 2018 e não -2018”. Segundo Behar, Konrath e Tarouco (2009), o professor assume um papel essencial na formação na modalidade à distância. Os autores dissertam: “O

professor, a partir da mediação pedagógica, é aquele que organiza, planeja e aglutina questões que apareceram ao longo de sua prática pedagógica sistematizando-a de forma a garantir o domínio de novos conhecimentos pelo grupo de alunos” (2009, p. 4).

Atenta-se, nas interações acima, para dois fatos: 1- quando a participante C digita: “... É isso ou alguém me dá uma ajudinha pra pensar de outra forma”, ela está interagindo de forma ativa, pois está instigando os demais colegas procurando “ativar” o trabalho coletivo; 2- conseqüentemente, a participante C pôde auxiliar a colega K no grupo de *WhatsApp*,<sup>15</sup> que pediu vídeos, explicações e auxílio. Segue conversa do participante C, oriunda da figura 9:

Figura 09: *PrintScreen* conversa grupo *WhatsApp*



Fonte: arquivo pessoal

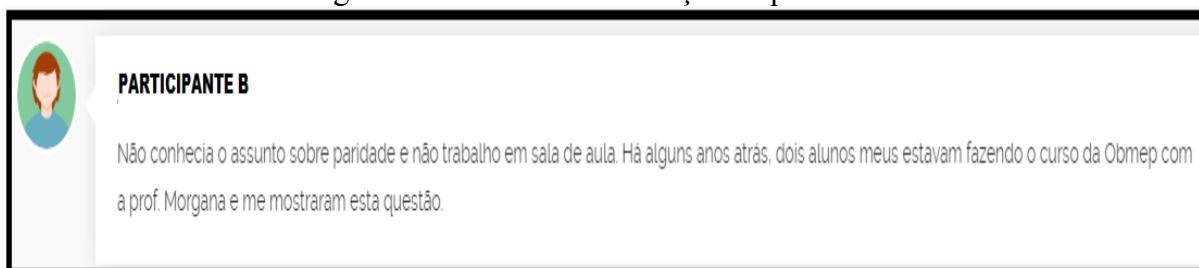
A partir desses movimentos, podemos perceber que a participante C, após as interações com a participante I e a professora/pesquisadora, conseguiu partir de uma situação de “Não encontrar resposta” para outra situação em que foi capaz de expor suas conclusões no grupo de

<sup>15</sup> Como foi destacado no capítulo metodológico, criamos um grupo de *WhatsApp* chamado “Matemática para OBMEP” a fim de complementar/fomentar/discutir sobre as questões postadas na plataforma na corrente semana. Nese grupo, a professora/pesquisadora inseriu um vídeo que pôde auxiliar os participantes a entenderem o conceito de paridade.

*WhatsApp*. Essa participante (C) apresentou uma postura ativa, pois contribuiu para o trabalho coletivo, demonstrando uma postura interativa durante toda a semana um. Infere-se que houve, nesta situação, diferentes situações que indicaram uma postura interativa, baseada na interação participante/participante e participante/ professora/pesquisadora.

Sob essa perspectiva, podemos afirmar que o trabalho coletivo favorece o surgimento de reflexões e trocas de experiências que podem acarretar uma mudança de pensamento ou de metodologia em sala de aula, segundo as ideias de Aragón *et al* (2007 e 2009) e Bairral (2015). Lévy (1997) já atentava para o fato da utilização de comunidades de todos os tipos e de todos os tamanhos em coletivos inteligentes, e também como o instrumento que permite aos coletivos inteligentes articularem-se entre si permitindo uma conexão de dispositivo de comunicação ao mesmo tempo coletivo e interativo. Outra situação que pode ser citada como fruto dessas interações refere-se à participante B. Ao manifestar-se na plataforma do curso sobre como havia tomada conhecimento sobre o tema, ela faz o comentário abaixo.

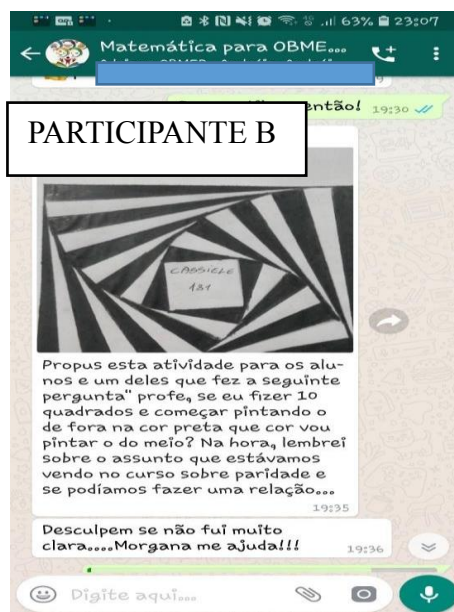
Figura 10: *PrintScreen* interação na plataforma



Fonte: arquivo pessoal

Porém, como a participante B estava participando das discussões expostas anteriormente no grupo de *WhatsApp*, ela demonstrou uma postura interativa, pois foi capaz de externar uma ação sua com seus alunos, na qual articulou um conhecimento já trabalhado com outro tratado na formação.

Figura 11: *PrintScreen* interação no grupo *WhatsApp*



Fonte: arquivo pessoal

Nesta situação, a participante B - que já havia conversado no privado do *WhatsApp* com a professora/pesquisadora sobre o fato de ter aproveitado uma atividade de geometria para introduzir os conceitos de paridade apresentados no curso de formação aos seus alunos - faz o comentário com seus colegas e pede ajuda da professora/pesquisadora para apresentar mais explicações. A participante K fez a seguinte interação acerca da interação da colega B: [08:08, 20/04/2019] **PARTICIPANTE K:** Sobre a atividade que a colega fez, achei muito interessante, eu não havia pensado nisso. Vou usar a ideia para fazer com os meus alunos.

Destaca-se que as interações participante/participante, professora/pesquisadora/participante ocorridas nos diferentes ambientes permitiu que os envolvidos pudessem pensar sobre o conteúdo paridade e chegar a determinadas conclusões, corroborando com as ideias de Bairral (2015), o qual afirma que a interação contribui para a composição da atividade formativa e ainda promove a constituição e o senso de pertencimento no coletivo de aprendizagem.

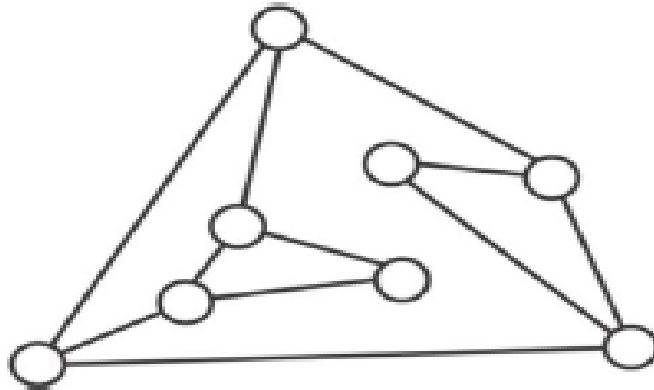
#### 5.4.2 DESAFIO DAS LÂMPADAS (QUESTÃO FORA DO ASSUNTO PARIDADE)

Uma estratégia<sup>16</sup> adotada pela formadora foi a inserção de uma questão que não envolvesse diretamente o conteúdo estudado na corrente semana. Na semana um, a questão “a parte” foi: (*Canguru - 2018*) Oito lâmpadas se conectam conforme mostrado na figura ao lado.

<sup>16</sup> Com intuito de aguçar as reflexões e estimular o trabalho coletivo.



*Inicialmente, todas as lâmpadas estão apagadas. Quando uma lâmpada é tocada, ela e todas as lâmpadas a ela conectadas diretamente se acendem. Pelo menos quantas lâmpadas devem ser tocadas para que todas elas se acendam?*



(A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5 (E) 6

A tarefa proposta nos permitiu elencá-la com interação e sua importância no processo a distância. Essa tarefa envolvia lógica e trouxe questionamentos e observações, conforme abaixo:

[08:06, 20/04/2019] **PARTICIPANTE C:** Na realidade, não li os comentários feitos quinta-feira. Fiquei com uma dúvida na questão 2 da OBMEP, a das lâmpadas. Que cálculo pode ser feito para encontrar a solução?

[08:07, 20/04/2019] Morgana Reinheimer : 🖱

[08:07, 20/04/2019] **PARTICIPANTE C:** Questão 2 da paridade.

[08:14, 20/04/2019] Morgana Reinheimer: Sim. Essa questão não envolvia diretamente paridade, mas sim raciocínio. Vamos por eliminação: somente uma lâmpada é impossível ligar todas! Com duas também não, pois posso pegar qualquer par de lâmpadas que consigo ligar somente  $3+3=6$  e são 8. Mas se eu ligar 3 necessariamente ligo mais que 8. Espero ter ajudado!

[08:08, 20/04/2019] **PARTICIPANTE K:** Sobre a atividade que a colega fez, achei muito interessante, eu não havia pensado nisso. Vou usar a ideia para fazer com os meu alunos.

[08:15, 20/04/2019] Morgana Reinheimer: Sim K, por isso considero tão importante nossas trocas.

[08:16, 20/04/2019] **PARTICIPANTE K:** Oi colega, sobre a questão das lâmpadas, acredito que seja no mínimo 3, mas até o momento não consegui fazer uma relação com paridade. Se alguém conseguiu e puder compartilhar...

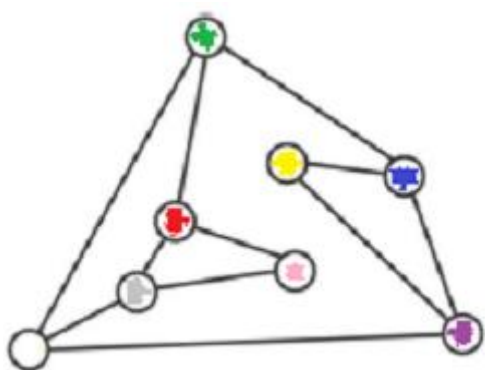
[08:17, 20/04/2019] **PARTICIPANTE C:** Ok. Eu tinha pensado dessa forma.

[08:17, 20/04/2019] **PARTICIPANTE C:** Ok

Nesta situação, as discussões, por meio das interações, fizeram a pesquisadora se questionar e refletir, pois, se observarmos, podemos perceber que ela, assim como 90% dos participantes do curso, afirmaram que seria necessário ligar três lâmpadas para garantir que

todas fossem acessas. No entanto -quando a professora/pesquisadora leu a interação do participante I : “será necessário ligar somente duas lâmpadas para ligar todas” -, ficou intrigada e realizou uma análise mais detalhada do desafio. Nesta situação, fica evidente que basta uma interação no coletivo para favorecer uma reflexão dos envolvidos. Como mais da metade dos envolvidos estavam indo por caminho errado, a professora/pesquisadora exerceu seu papel e a partir disto elaborou um esquema para que todos pudessem compreender o desafio:

Quadro 07 – Cores possíveis – tarefa 2 (Desafio<sup>17</sup>)



| COR             | LIGA                          |
|-----------------|-------------------------------|
| Branco          | Cinza, verde, roxo            |
| <b>Roxo</b>     | <b>Azul, amarelo e branco</b> |
| Azul            | Verde, amarelo e roxo         |
| Verde           | Azul, vermelho e branco       |
| <b>Vermelho</b> | <b>Rosa, Cinza e verde</b>    |
| Cinza           | Branco, vermelho e rosa       |
| Rosa            | Vermelho e cinza              |
| Amarelo         | Azul e roxo                   |

Fonte: arquivo pessoal

No próximo encontro síncrono pelo *WhatsApp*, enviou-se um áudio ratificando seu posicionamento, explicando corretamente a resposta do enunciado e enviou um arquivo explicativo (conforme anexo). Após a elaboração dessa “explicação”, constatou-se pelo grupo que realmente somente duas lâmpadas seriam suficientes. Esta situação promoveu uma reflexão sobre o problema e fez os envolvidos, incluindo a pesquisadora, refletirem sobre seus posicionamentos. Todos os participantes apresentaram uma postura ativa (participante/professor) ao postarem uma resposta na plataforma, porém somente os participantes A, B, C, I, e K apresentaram postura ativa (participante/participante e participante/professor) nas discussões por meio de suas interações no grupo de *WhatsApp*. Entretanto, os participantes D, E, F, G, H e I apresentaram posturas passivas, pois apenas acompanharam os posicionamentos de seus pares e não promoveram nenhuma interação.

Nesse sentido, Peters (2002) disserta que a interatividade melhorada dos discentes, quando apresentada de forma mais quantitativa e também qualitativa, representa um papel muito maior que na aprendizagem tradicional. Disserta ainda que “os defensores dos ambientes informatizados de aprendizagens mostram que é muito mais vantajosa” (2002, p. 188).

Outro ponto a se destacar foi o papel da professora/pesquisadora nesta situação. Ela -

<sup>17</sup> A outra solução possível está no adendo.

preocupada com o fato de os envolvidos, incluindo ela - terem afirmado o número incorreto de lâmpadas - procurou já, no próximo encontro síncrono, esclarecer a situação. Segundo Cavalcanti (2014), o *feedback* do professor é essencial (PI-FP).

#### 5.4.3 DESAFIO SOMA GIGANTE

Na primeira semana, a pesquisadora optou por fazer uma alteração na sua arquitetura pedagógica para dinamizar seu planejamento, conforme prevê Behar (2009) e Aragón *et al* (2009 e 2007). Foi inserido um desafio chamado “Soma gigante”, que foi proposto por meio do endereço da *web* <https://www.youtube.com/watch?v=FeRJGZQMC24>. Cabe destacar que no Manual do Mundo a questão é proposta com números de 5 dígitos, mas o próprio autor burla esta regra quando ao final do exemplo coloca um número que começa com 0, ou seja, tem 4 dígitos.

Essa atividade gerou interações que corroboraram com os objetivos propostos, pois houve a inserção da proposta na maioria das salas de aula dos participantes. Nessa situação, todos os participantes apresentaram uma postura ativa, pois interagiram promovendo as discussões coletivas. Destaca-se que pôde inferir-se que o objetivo específico 2 foi evidenciado no que tange à apresentação de atividades que foram e podem ser utilizadas nas aulas dos professores participantes desta formação. O quadro 08 apresenta alguns recortes de interações:

#### Quadro 08 – Interações sobre a Soma Gigante do Grupo de *WhatsApp*

**PARTICIPANTE B:** Boa noite colegas!!! Só queria dizer que apliquei a atividade da soma gigante com minha turma de 6ºano. Eles adoraram!!! Disseram como que estava entrando na mente deles... kkk Pedi de tarefa de casa que eles pesquisassem no canal manual do mundo (porque eles adoram You Tube) sobre como funciona a mágica e que trouxessem na aula seguinte. Os que fizeram a pesquisa compartilharam com os colegas os segredos da mágica e também fizeram com seus familiares. Adorei a experiência!!

**PARTICIPANTE A:** Bom dia, direto de São José do Centro, interior de Não me Toque, com internet incrível... Consegui visualizar os comentários, os quais colonizaram e me auxiliaram em algumas dúvidas que eu tinha. Ainda acrescento que além das considerações colocadas não Soma Gigante um estudante teve a resposta óbvia, me dizendo professor é Somar a primeira parcela a 199998. Gerou uma boa discussão e com relação a ter quatro parcelas a maioria apontou que teria que ter uma maneira diferente, pois esta não seria possível.

**PARTICIPANTE I:** Sobre a soma gigante fiz com os alunos e adoraram vão passar adiante. Sobre a contagem realizei atividades das placas e gostaram muito. Estou adorando por que saímos um pouco fora do tradicional e entramos num clima muito legal, onde os alunos interagem e querem achar a solução.

**PESQUISADORA:** Bah! Muito feliz com seu relato! Penso que quanto mais estimularmos esses jovens, mais fácil será fazê-los participar com mais seriedade e entusiasmo.

Outra discussão, acerca dessa atividade que também contribuiu no campo da formação matemática dos professores, foi com relação ao algarismo da unidade da primeira parcela que compõe a soma gigante, pois, conforme o diálogo abaixo, alguns participantes afirmaram que tal algarismo deveria ser maior que 1.

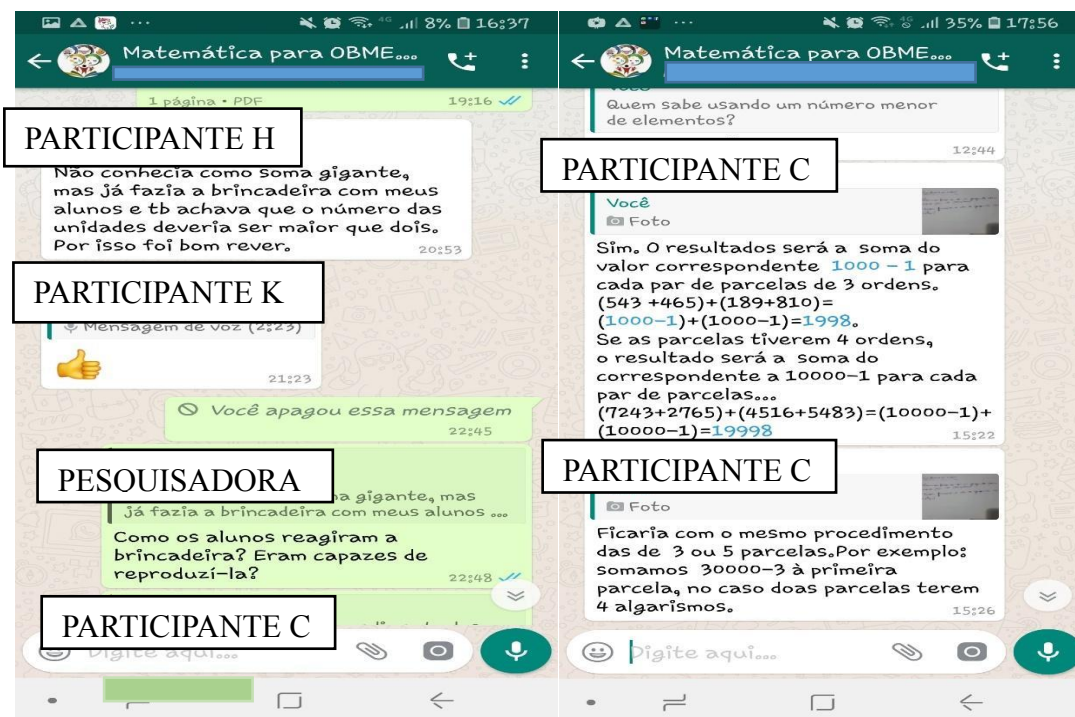
Quadro 09 – Recortes/afirmações sobre o algarismo da unidade na plataforma

**PARTICIPANTE C:** Essa soma só é possível, pois a parcela inicial precisa terminar em algarismos iguais ou maiores que 2.

**PARTICIPANTE K:** A soma gigante é possível pelos critérios determinados, pois quando a pessoa informa o primeiro número este será somado a dois blocos cujas somas totalizam o maior número possível com esta quantidade de algarismos. (Exemplo: cinco algarismos igual a 99999, seis algarismos iguais 999999). **Sendo que o último algarismo do primeiro número informado pela pessoa deverá ser entre 2 e 9 (pois 0 e 1 estão excluídos por regra)** a soma do primeiro número com a dos demais dois blocos ( o segundo número mais o terceiro, o quarto mais o quinto) terá valor mínimo iniciado por “2” pois considerando um número de cinco algarismos, a soma dos cinco números totalizará no mínimo 200000 e no máximo 299997. A adivinhação se torna fácil, pois o último algarismos do número informado pela pessoa sempre será reduzido de dois já que na soma de cada bloco totaliza o máximo de 9. Exemplo  $(8+9+9) = 26$ . Essa atividade ajuda os alunos no desenvolvimento e resolução dos demais problemas de raciocínio lógico.

Fonte: arquivo pessoal

Ao observar as explicações dos participantes, a pesquisadora fez o seguinte questionamento: “Muito bem, mas por que deve terminar com algarismos maiores que 2?” Nenhum participante soube fornecer uma resposta sobre o questionamento, logo a professora/pesquisadora elaborou um vídeo que procurou explicar sobre o algarismo da unidade na primeira parcela. Posteriormente, no grupo de *WhatsApp*, observou-se que a participante C compreendeu o raciocínio, explanando suas ideias aos demais colegas. Já o participante H ressaltou que também entendia que o algarismo da unidade deveria ser maior que 2, constatando que “foi bom rever”.

Figura 12: *PrintScreen* interações grupo *WhasApp*

Fonte: arquivo pessoal

O trabalho coletivo, por meio das interações participante/participante, participante/professor e todos/todos, começou a demonstrar sua importância, pois os envolvidos já estavam considerando as opiniões de seus pares e demonstrando seus interesses e posicionamentos comuns. Compartilhar ideias e experiências, buscar soluções não implica pensar de maneira uniforme pois segundo Borba *et al* (2007): o importante é sentir-se à vontade para se expor. Nos exemplos acima, os participantes A, B, C, K e H apresentam uma postura interativa, pois expuseram suas ideias e procuram mostrar suas experiências aos demais participantes.

Nas situações que envolveram a soma gigante, pudemos observar, conforme Cavalcanti (2014), quatro tipos distintos de postura: de interação entre pares (PI-EP), de interação participantes/ professora/pesquisadora (PI-AP), interação que envolveu o trabalho coletivo (PI-TC) e a interação por meio dos *feedbacks* da professora (PI-FP).

#### 5.4.4 RELAÇÃO DA PRIMEIRA SEMANA COM OS OBJETIVOS DA PESQUISA E A PERGUNTA DIRETRIZ

O objetivo principal desta pesquisa relacionou-se ao trabalho coletivo e este foi percebido e analisado por meio das diferentes interações obtidas no decorrer da formação

continuada. Com intensão de obter uma visão global dessas interações, foi elaborada a tabela 03, que expressa as interações ocorridas na plataforma e pelo *WhatsApp* por semana.

Tabela 03 - Interações primeira semana

| INTERAÇÕES <sup>18</sup> | PLATAFORMA | WHATSAPP <sup>19</sup> |
|--------------------------|------------|------------------------|
| TOTAL                    | 307        | 745                    |
| SEMANA 1                 | 74         | 130                    |

Fonte: arquivo pessoal

Destaca-se que as interações, conforme preveem Behar (2009) e Aragón *et al* (2007 e 2009), realizadas na plataforma, sempre foram de cunho explicativo, argumentativo, ou interrogativo, porém as inseridas no grupo de *WhatsApp* nem sempre objetivavam responder ou realizar um questionamento, mas, em determinados momentos, expressavam somente uma concordância e/ou eram emojis expressando sentimentos ou dúvidas. Destaca-se que, para Aragón (2009), Behar (2009) e Bairral (2009), a interação é peça fundamental para um curso de formação na modalidade à distância. O número de interações foi inserido na íntegra para que o leitor tivesse noção da quantidade obtida, no entanto, no decorrer das análises, foram usadas as interações que evidenciaram o trabalho coletivo, ou se enquadravam em uma das categorias criadas, ou atendiam aos objetivos propostos pela formação e pela pesquisa.

Na primeira semana, houve 130 interações realizadas no *WhatsApp*, conforme tabela 3, porém apenas 70 tinham cunho explicativo ou interrogativo e/ou complementativo e estavam relacionadas com uma das categorias criadas. Destaca-se que as mensagens interrogativas expressavam dúvidas sobre as questões, sobre as interações dos colegas e ou da professora/pesquisadora. As mensagens explicativas eram da resolução das questões, ou expressavam ações que tinham ou pudessem ser usadas em sala de aula ou opiniões dos envolvidos. Já mensagens complementativas eram usadas para complementar as ideias ou raciocínios dos colegas. As outras 60 interações envolviam respostas simples como “sim” ou “não” e saudações. Os participantes fizeram uso também de emojis que concordavam com a ideia anterior, ou indicavam dúvida ou concordância. Outro ponto a considerar foi o número expressivo de interações na plataforma (74), sendo estas todas relacionadas com alguma categoria elaborada (CAVALCANTI, 2014). As mensagens postadas nesse Espaço Virtual sempre tinham uma informação relevante, pois, nesse ambiente, não eram usados emojis, nem

<sup>18</sup> Foram consideradas as interações da professora/pesquisadora e dos participantes.

<sup>19</sup> Interações relacionadas com a formação continuada e realizadas no grupo criado ou em conversas no privado com a professora/pesquisadora.

respostas curtas, ou seja, este era considerado um ambiente mais formal de interações. Destaca-se que, para Aragón, Carvalho e Borda, a interação é entendida como “comunicação e troca de ideias, experiências e informações (2006b, p. 7). As autoras destacam que é necessário que todos se façam presentes, e a escrita é uma maneira (2006b).

Atenta-se para o fato de a semana um ter obtido o maior número de interações na plataforma, entretanto justifica-se o fato por este ser o momento que envolve as interações com as apresentações dos envolvidos. Destaca-se que participar não é apenas responder sim ou não; ou concordo com você, mas supõe interferir no conteúdo da informação ou modificar a mensagem (SILVA, 2000). A formação a distância é um desafio para todos os envolvidos e, para enfrentar esse desafio, é preciso uma mudança na postura comunicacional, baseada na interatividade conforme propõe Silva (2000; 2003). Mediante os dados expostos acima, infere-se que o objetivo geral “Analisar, a partir do trabalho coletivo em diferentes Espaços Virtuais, a postura dos professores de Matemática inseridos numa formação continuada na modalidade à distância” foi verificado em vários momentos e nos diferentes ambientes virtuais.

Quando a participante B partiu de uma situação em que afirmou conhecer pouco do assunto e foi para uma onde sugere uma forma diferente de trabalhar paridade com seus alunos e inclusive afirma já ter feito isso (seção 4.4.1), dá indicativos de que o objetivo específico 2 pode estar sendo alcançado.

Quando os envolvidos se propuseram a expor suas considerações sobre o algarismo da unidade na soma gigante (seção 4.4.3) – e, a partir das interações da professora/pesquisadora, questionarem-se no sentido de mudarem de conceituação sobre o tema infere-se que esta ação dá indicativos que o objetivo específico 3<sup>20</sup> possa ser alcançado.

Observa-se que o objetivo específico 1<sup>21</sup> por meio das situações da soma gigante e da paridade pode estar sendo evidenciado pois os participantes, por meio de suas interações, promoveram discussões sobre os conteúdos e também expuseram que consideraram o desafio pertinente para ser usado em suas salas de aula. Um ponto negativo a considerar foi que se percebeu que esses momentos eram mais recorrentes no grupo de *WhatsApp*.

A tabela 4 apresenta as interações por participante e as posturas que eles apresentaram dentro da primeira semana.

---

<sup>20</sup> Objetivo 3 - Contribuir no campo da Educação Matemática com uma reflexão sobre os desafios inerentes à formação continuada em matemática do professor que ensina matemática no nível fundamental.

<sup>21</sup> Objetivo 1 - Promover discussões de diferentes problemas/situações matemáticas por meio de diferentes Espaços Virtuais, a fim de proporcionar diferentes formas e olhares sobre cada problema/situação matemática tratada.

Tabela 04 – Postura dos participantes na primeira semana

| Participante | Interações<br><i>WhatsApp</i> e<br>Plataforma | PA-GT | PI-EP | PI-AP | PI-TC | PI-FP | PP |
|--------------|---|-------|-------|-------|-------|-------|----|
| A            | 9   | X     | X     | X     |       | X     |    |
| B            | 12  | X     | X     | X     | X     | X     |    |
| C            | 17  | X     | X     | X     | X     | X     |    |
| D            | 4   |       | X     | X     |       | X     |    |
| E            | 6   |       | X     | X     | X     | X     |    |
| F            | 3   |       |       | X     |       | X     | X  |
| G            | 1   |       | X     | X     | X     | X     |    |
| H            | 2   |       | X     | X     |       | X     |    |
| I            | 11  |       | X     | X     | X     | X     |    |
| J            | 0   |       |       |       |       |       | X  |
| K            | 8   | X     | X     | X     | X     | X     |    |

Fonte: arquivo pessoal

Com relação à postura, podemos inferir que os participantes A, B, C, I e K apresentaram uma postura ativa (01 PA-GT), pois apresentaram dedicação aos estudos em relação ao tempo destinado para garimpar conhecimentos. Esses participantes postaram todas as tarefas e participaram ativamente dos diálogos síncronos e assíncronos propostos pela formação. Também apresentaram uma postura interativa (02 PI-EP e 03 PI-AP), pois, como podemos observar nos diálogos apresentados nas seções anteriores, os participantes (B, C, K e H) interagiram de forma qualitativa com seus pares e também com a professora/pesquisadora. Cabe destacar que, na corrente semana, todos apresentaram uma postura interativa com a professora/pesquisadora (PI-AP), ora nos Espaços Virtuais coletivos, ora no aplicativo *WhatsApp* na opção privativa.

## 5.5 QUESTÕES TRABALHADAS NA SEMANA TRÊS E SUAS CONSIDERAÇÕES

Na semana três, foram realizadas atividades de Geometria envolvendo área e perímetro e também algumas atividades de lógica que havia por trás desses tipos de questões.

### 5.5.1 OBJETIVOS DA SEMANA TRÊS E SUAS CONSIDERAÇÕES

As atividades de Geometria, postadas na semana três, envolviam atividades relacionados com área e perímetro. Nesta semana, foram propostos três objetivos:



- 1- conhecer as questões sobre área e perímetro utilizados nas competições nacionais;
- 2- discutir e propor alternativas que facilitem o entendimento dos discentes com relação a esse tipo de questão;
- 3- refletir se o material de apoio pode facilitar a compreensão dos estudantes do ensino básico.

Observa-se que, nesta semana, os envolvidos tinham a opção de enviar a atividade por e-mail conforme previsto por Behar (2009) e Aragón *et al* (2009). Na arquitetura pedagógica, os participantes D, B e K utilizaram essa ferramenta para enviar suas contribuições. A explanação posterior nesta seção nos permite evidenciar que os demais participantes optaram em enviá-las pelos Espaços Virtuais criados visando à interação, à discussão e ao trabalho coletivo.

Os objetivos semanais 1 e 2 foram alcançados, pois os participantes envolvidos no trabalho coletivo, por meio de suas interações, puderam conhecer as diferentes maneiras que as competições abordam os conteúdos de área e perímetro e, ainda, discutir alternativas que facilitassem o entendimento de seus alunos conforme demonstrado nas seções 4.5.2 e 4.5.3.

Destaca-se que a próxima seção explanará as reflexões relacionadas ao material de apoio.

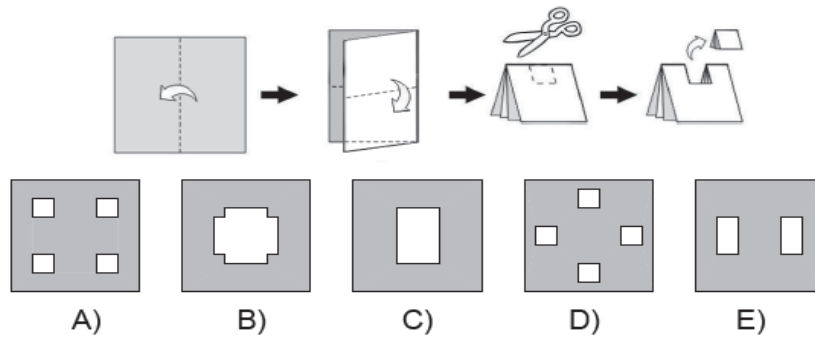
### **5.5.2 QUESTÕES QUE ENVOLVEM MATERIAL DE APOIO E SUA RELAÇÃO COM OS OBJETIVOS PROPOSTOS**

As questões iniciais que foram propostas na semana três, com material de apoio, apresentaram interações principalmente pela plataforma, evidenciando uma postura interativa professor/participante e participante/participante. Os materiais de apoio sugeridos foram os seguintes:

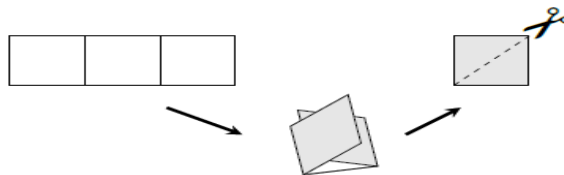
- ✓ quadrado 5cm X 5cm;
- ✓ tira de papel retangular 4cm X 12cm;
- ✓ dados para utilização respectivamente nas três questões abaixo.

Observa-se que, nesta seção, objetivou-se evidenciar que, segundo os participantes, o material de apoio pode auxiliar na aprendizagem, por isso as questões ficaram apresentadas em sequência e, posteriormente, realizou-se a análise das interações que envolviam os objetivos que foram contemplados nas questões que utilizaram o material de apoio. Foram utilizadas três questões para o debate:

(Prova da OBMEP 2010 – 1ª fase – N1 – Questão 8) - Joãozinho dobrou duas vezes uma folha de papel quadrada, branca de um lado e cinza do outro, e depois recortou um quadradinho, como na figura. Qual das figuras abaixo ele encontrou quando desdobrou completamente a folha? (Usou-se o quadrado).



(Prova da OBMEP 2012 – 1ª fase – N1 – Questão 14) - Juliana cortou uma tira de papel de 4 cm por 12 cm e a dobrou do modo indicado na figura, obtendo assim um quadrado. Em seguida, ela cortou o quadrado diagonalmente, como mostra a figura. Com os pedaços obtidos, ela montou dois novos quadrados. Qual é a diferença entre as áreas destes quadrados? (Usou-se a tira)



- a)  $9\text{cm}^2$
- b)  $12\text{cm}^2$
- c)  $16\text{cm}^2$
- d)  $18\text{cm}^2$
- e)  $32\text{cm}^2$

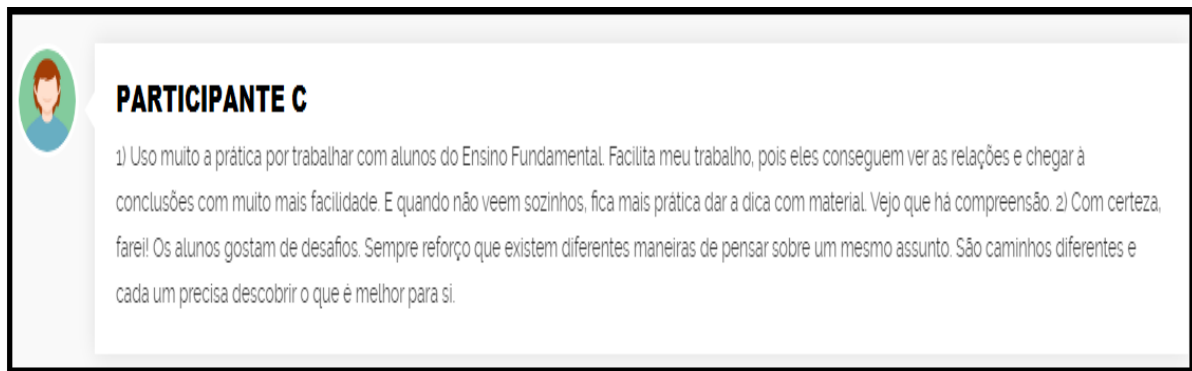
(Prova da OBMEP 2016 – 1ª fase – N1 – Questão 6) - A soma dos números das faces opostas de um dado é sempre 7. O dado da figura é girado sucessivamente sobre o caminho indicado até parar na última posição, destacada em cinza. Nessa posição, qual é o número que está na face superior do dado? (Usou-se o dadinho)



- a) 1
- b) 2
- c) 3
- d) 4
- e) 5

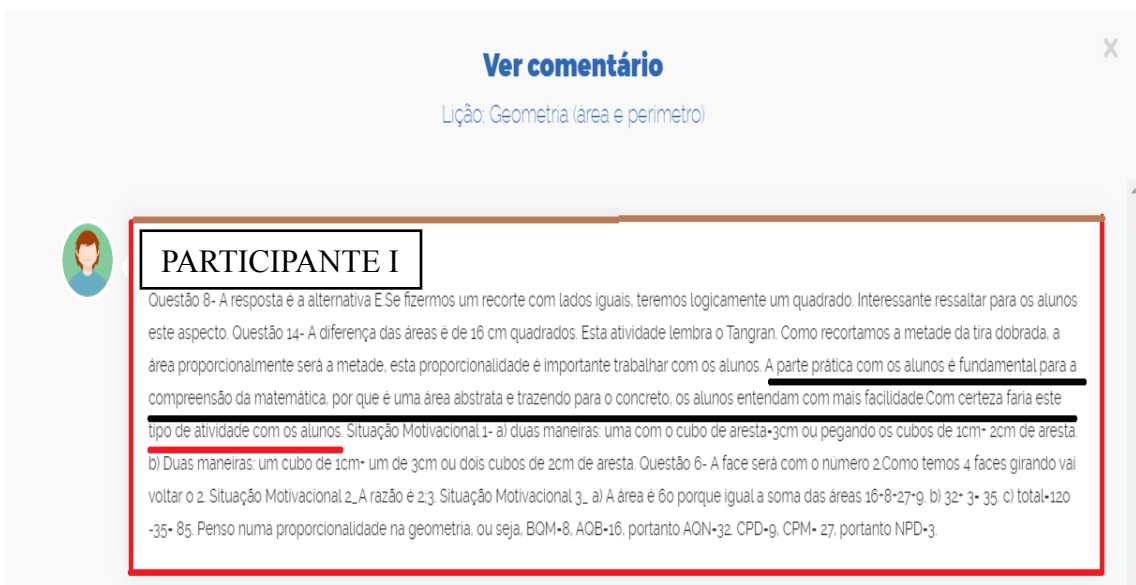
As imagens abaixo demonstram alguns dos posicionamentos com relação ao material de apoio sugerido e a utilização desse material nas salas de aula. Adverte-se que essas atividades não geraram muitas discussões no trabalho coletivo, porém geraram várias interações na plataforma, na qual cada envolvido expôs seu posicionamento evidenciando uma postura interativa principalmente pela interação participante/professora/pesquisadora. Em um dos relatos, o participante A afirma que as questões foram difíceis de serem resolvidas pelos seus alunos mesmo utilizando material de apoio e destaca que a questão da Juliana foi a mais complexa. Essa situação nos permite inferir que os professores pretendem utilizar as questões e sabem da importância da utilização desse tipo de material, logo pudemos observar que estava havendo uma contribuição na prática docente, que é um dos objetivos desta pesquisa.

Figura 13 – *PrintScreen*: conversa plataforma de “C”



Fonte: arquivo pessoal

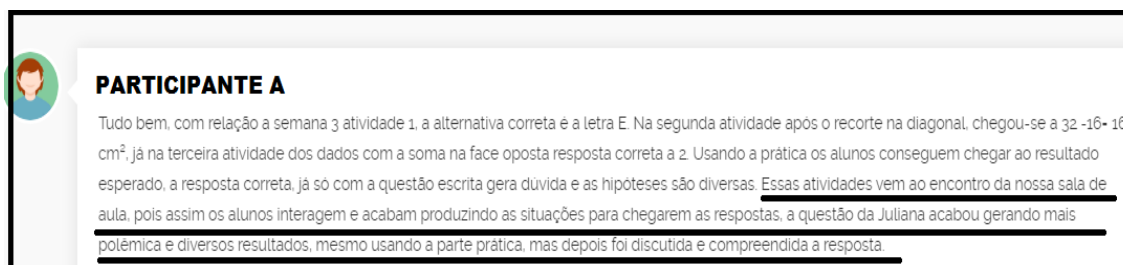
Figura 14 – *PrintScreen* conversa plataforma de “I”



Fonte: arquivo pessoal

Por e-mail, o participante D fez a seguinte afirmação: “Sim, a parte prática é muito importante para um melhor entendimento do conteúdo trabalhado, pois, junto com a teoria, fica mais claro para os alunos. Eu concordo com o andamento teoria e prática”. Já a participante K afirmou: “A parte prática facilita o entendimento das questões, pois, com o uso do concreto, é possível acompanhar e visualizar todo o processo e o resultado final. Eu faria essa atividade com meus alunos, pois esse tipo de atividade possibilita ao aluno experimentar e observar o resultado obtido; sai do tradicional, do cálculo abstrato, algumas vezes sem significado, sem aplicação”. O participante A também interagiu na plataforma, conforme figura abaixo, dizendo que também trabalharia com seus alunos com esse tipo de material:

Figura 15 – Interação participante A na plataforma



Fonte: arquivo pessoal

Quando os envolvidos afirmam que trabalhariam dessa forma com seus alunos - inclusive o participante A afirma: “A questão da Juliana acabou gerando mais polêmica e diversos resultados mesmo usando a parte prática”, dando, a entender que já aplicou a atividade com seus alunos – permite-nos inferir que o objetivo 2 foi parcialmente atendido, pois os envolvidos refletiram sobre uma nova metodologia e, inclusive, um deles já as aplicou com seus alunos.

Quando foi proposto que os envolvidos refletissem sobre se uma determinada metodologia podia ser ou não aplicada em sala de aula ou quando eles detectaram que um de seus pares a realizou com êxito, os sujeitos saíram de uma condição passiva e partiram para uma condição que os fez refletir sobre essas novas propostas metodológicas em sala de aula e suas possíveis aplicações, pois, segundo Aragón *et al* (2009), o trabalho coletivo (utilizando a reflexão e troca de experiências) pode dar origem a uma atitude reflexiva dos professores. Um dado a ser considerado foi o fato de 100% dos envolvidos afirmarem que iriam trabalhar com seus alunos esse tipo de questão, que estas foram consideradas adequadas pelos participantes e, segundo eles, esse tipo de material facilita muito a compreensão dos alunos sendo possível afirmar que o objetivo “refletir se o material de apoio pode facilitar a compreensão dos alunos

da escola básica” foi atendido.

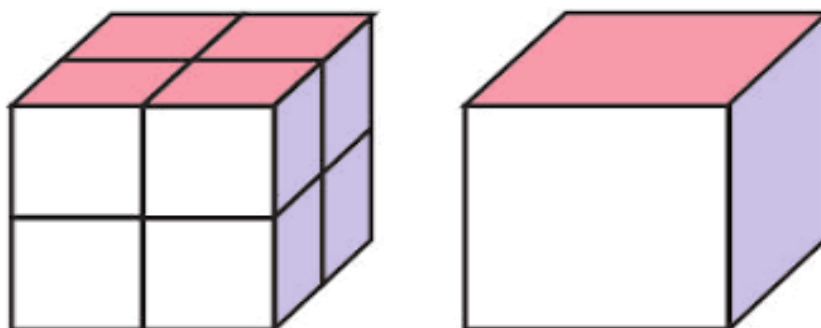
Nesse momento, observou-se mais a postura interativa entre professora e participantes (PI – AP). Destaca-se que - para Cavalcanti (2014), Behar (2009), Bairral (2015) e Aragón (2009) - a interação participante/professor é fundamental. Inclusive, Bairral aponta que uma das funções da interação é “fornecer pistas ao formador, para construir estratégias para a manutenção da sedução tecnológica dos envolvidos” (2015, p. 502).

### 5.5.3 QUESTÃO DOS CUBOS (OBM – 2017)

Outra situação que promoveu diversas interações que contribuíram para o trabalho coletivo foi a OBM-2017 que segue abaixo:

#### SITUAÇÃO MOTIVACIONAL 1: (OBM – Olimpíada Brasileira de Matemática- 2017)

Jacira tem muitos cubinhos cujos lados medem 1 cm, 2 cm ou 3 cm. Assim, por exemplo, ela tem duas maneiras diferentes de obter um cubo cujo volume é  $8 \text{ cm}^3$ : uma delas é montar um cubo com 8 cubinhos de 1 cm de lado e a outra e simplesmente pegar um cubo com 2 cm de lado, como mostrado na figura. Note que dois cubos de mesmo volume são obtidos de maneiras diferentes se, e somente se, são montados com diferentes números de cubos.



- De quantas maneiras diferentes ela pode obter um cubo com volume de  $27 \text{ cm}^3$ ?
- De quantas maneiras diferentes ela pode obter um cubo com volume de  $64 \text{ cm}^3$ ?

Como essa atividade proporcionou várias interações e discussões durante o trabalho coletivo, por meio do grupo de *WhatsApp*, optou-se por fazer um recorte das interações mais importantes. Além disso, realizou-se a análise desse extrato em três partes:


[08:06, 27/04/2019] PARTICIPANTE C: Gostaria de ver se entende a questão do volume na situação motivacional 1 OBM 2017.

[08:07, 27/04/2019] PARTICIPANTE C: São 3 maneiras de obter o volume 27 e 4 maneiras de obter o volume 64?

[08:12, 27/04/2019] Morgana Reinheimer : Sim. Temos três maneiras diferentes de obter o cubo com volume 27

[08:12, 27/04/2019] PARTICIPANTE C: Uso muito a prática e, com certeza, farei as atividades propostas na parte 1. (Esta interação se refere às atividades com material de apoio)

[08:13, 27/04/2019] Morgana Reinheimer : Porém temos mais maneiras de obter o 64

[08:13, 27/04/2019] Morgana Reinheimer : Ressalto que podemos utilizar cubos com medidas diferentes ao mesmo tempo!

[08:13, 27/04/2019] PARTICIPANTE C: Vou ver.

[08:15, 27/04/2019] PARTICIPANTE C: Sim. Mas então, não encontrei todas as possibilidades. Fiz com as seguintes medidas de lados: 2+2, 2+1+1, 1+1+1+1, 3+1.

[08:16, 27/04/2019] PARTICIPANTE C: Posso Usar medidas diferentes nos lados? É isso?

[08:17, 27/04/2019] PARTICIPANTE I: EU pensei que poderia usar o cubo somente uma vez

[08:20, 27/04/2019] Morgana Reinheimer : Exemplo: 8 cubos de aresta 2 ou 1 cubo de aresta 3 e 37 de aresta 1.

[08:20, 27/04/2019] Morgana Reinheimer : Conseguem imaginar?

[08:20, 27/04/2019] PARTICIPANTE C: Não 😊

[08:21, 27/04/2019] PARTICIPANTE I: Sim usando vários cubos

[08:22, 27/04/2019] PARTICIPANTE K: Bom dia Morgana, não pensei nesta possibilidade. Entendi que os cubos deveriam ser do mesmo tamanho. Eu havia encontrado 3 possibilidades ( 1 cubo de lado 4) ( 8 cubinhos de lado 2) ( 64 cubinhos de lado 1)

[08:23, 27/04/2019] PARTICIPANTE C: Mas não existem cubos de aresta 4.

[08:26, 27/04/2019] Morgana Reinheimer : Lembrando que devemos pensar espacialmente e que quando usamos cubos de medida de aresta 3, não podemos usar os cubos com aresta 2.

[08:27, 27/04/2019] PARTICIPANTE K: ???? Por que??

[08:28, 27/04/2019] PARTICIPANTE C: A questão propõe o uso de cubos de arestas 1, 2 e 3.

[08:28, 27/04/2019] PARTICIPANTE I: Vai dar 5 e então será um cubo de volume 125 cm<sup>2</sup>

[08:28, 27/04/2019] Morgana Reinheimer : Então devemos somar 64 cm cúbicos, certo?

[08:29, 27/04/2019] Morgana Reinheimer : Logo aresta no máximo 4

[08:29, 27/04/2019] PARTICIPANTE I: Isto ai

[08:29, 27/04/2019] PARTICIPANTE C: Mas eu não usei arestas 3 e 2. Usei somente as que somavam 4. Foi aí que errei?

[08:30, 27/04/2019] PARTICIPANTE I: Como errou não entendi

[08:31, 27/04/2019] PARTICIPANTE I: Eu tbm fiz assim


[08:31, 27/04/2019] PARTICIPANTE C: Encontrei so 4 possibilidades para o volume 64. A Morgana disse que tem mais.

No excerto acima, percebe-se que os envolvidos utilizaram a interação todos/todos para chegar à interpretação do enunciado. A participante K, envolta em uma postura ativa (AP-GT) que visa favorecer o trabalho coletivo, questiona interagindo com: “ ??? Por quê???” Percebe-se que ela começa a refletir sobre as afirmações dos participantes C e I e da pesquisadora. Além disso, a participante C diz que necessita de mais tempo para refletir e, no decorrer dos diálogos, afirma: “Mas eu não usei arestas 3 e 2. Usei somente as que somavam 4. Foi aí que errei?”. Quando C faz sua interrogação, ela está chamando os demais a entrarem em um debate que envolvia o trabalho coletivo (PI-EP e PI-TC). Outra postura evidente é a postura interativa professora/participantes (PI-AP), pois observou-se que a professora/pesquisadora procurou, por meio de suas interações, fazer os participantes refletirem sobre suas respostas iniciais. A continuação das interações foi expressa abaixo:

[08:32, 27/04/2019] Morgana Reinheimer : Logo o cubo de aresta 3 tem dentro de si 27 cubinhos menores de volume 1 cm cúbico. Se juntarmos com os outros 37cm<sup>3</sup> dos cubinhos de aresta 1 teremos, 27 + 37 = 64cm<sup>3</sup>.

[08:32, 27/04/2019] PARTICIPANTE I: Claro se pode usar vários cubos com a mesma aresta

[08:33, 27/04/2019] Morgana Reinheimer : Pensem comigo!

[08:33, 27/04/2019] PARTICIPANTE K:  vi agora, terei que refazer. Obrigada

[08:33, 27/04/2019] PARTICIPANTE I: Putz não pensei nesta, beleza adorei

[08:36, 27/04/2019] Morgana Reinheimer : Kkkk... Que bom 

[08:38, 27/04/2019] Morgana Reinheimer: Da mesma forma se pensarmos com o cubo de lado 2. Seu volume é 8cm<sup>3</sup>(tem dentro de si 8 cubinhos de volume 1cm<sup>3</sup>). Então se pegamos 8 com aresta 2, teremos 8\*8 = 64 cm<sup>3</sup>

[08:39, 27/04/2019] Morgana Reinheimer : Dica: temos 10 possibilidades.... Pensem  

[08:39, 27/04/2019] PARTICIPANTE I: Claro show

[08:40, 27/04/2019] PARTICIPANTE C: Estou tentando entender. Peguei o material dourado. Não ficou claro ainda. Preciso de mais tempo. 😊😊😊

[08:41, 27/04/2019] Morgana Reinheimer: Ok. Essa é uma ótima ideia. Eu iria sugerir justamente isso! Levar o material dourado para sala de aula ☐

[08:42, 27/04/2019] PARTICIPANTE I: Excelente idéia

[08:45, 27/04/2019] PARTICIPANTE C: 👍☐

[08:45, 27/04/2019] PARTICIPANTE K: 👍

[08:47, 27/04/2019] PARTICIPANTE I: Beleza, sem stress, estou adorando estas interações

No excerto acima, fica evidente uma postura interativa dos participantes I, K, C e da pesquisadora (PI-TC), e pode-se notar que o trabalho coletivo foi utilizado para atingir um objetivo comum. Quando a pesquisadora comenta sobre diferentes combinações, o participante I afirma: “Claro se pode usar vários cubos com a mesma aresta” - e, na sequência, os demais afirmaram que iriam repensar. A participante C sugere a utilização de material dourado apresentando uma postura ativa (PA-GT), e a sugestão de utilização desse recurso em sala de aula acaba sendo aceita pelos participantes I, K e C. Nessa perspectiva, infere-se que o objetivo relacionado com reflexões de metodologias que pudessem ser usadas em sala de aula foi atendido. O participante I afirma que estava adorando as interações dando indícios de que elas estavam contribuindo para com sua formação docente. Observou-se também a importância da postura da professora/pesquisadora (PI-FP), que procurou conduzir as discussões de maneira a favorecer a compreensão e, ao mesmo tempo, manter uma postura ativa dos envolvidos (CAVALCANTI, 2014). Na sequência, foi apresentado o restante do excerto obtido pelo *WhatsApp* no dia 27/04/2019. Esses últimos dados expressam as conclusões dos envolvidos.

[08:47, 27/04/2019] PARTICIPANTE C: Acho que agora entendi as possibilidades do volume 64. Bendito material dourado!!!

[08:47, 27/04/2019] PARTICIPANTE C: Eu tinha pensado somente nas arestas. 😊😊😊

[08:48, 27/04/2019] PARTICIPANTE I: Eu tbm

[08:50, 27/04/2019] PARTICIPANTE I: Este tipo de situação que é importante trabalhar com os alunos, afim de aguçar a imaginação

[08:53, 27/04/2019] Morgana Reinheimer: Sim! Concordo contigo... E temos muitos alunos que gostam de se sentir desafiados!

[08:54, 27/04/2019] PARTICIPANTE F: Bom dia!! Estou acompanhando as discussões e estou adorando. Este tipo de questão realizada no ensino fundamental, facilita muito o raciocínio exigido em questões do Ensino Médio. Quando trabalho com análise combinatória e probabilidade, sempre preciso iniciar com questões do tipo proposto para desenvolver o raciocínio com os alunos, que muitas vezes está travado."

[08:55, 27/04/2019] PARTICIPANTE I: Estou fazendo isso e o resultado está sendo ótimo, temos que ser menos conteudistas

[08:55, 27/04/2019] PARTICIPANTE F: Sim!! Precisamos de mais raciocínio e menos técnicas"

[08:56, 27/04/2019] PARTICIPANTE I: Bem lembrado, eu tenho somente ensino médio

[08:56, 27/04/2019] PARTICIPANTE F: Eu tb

[08:57, 27/04/2019] PARTICIPANTE I: Nós ainda temos a cultura de cumprir quantidade de conteúdos e a qualidade como fica?

[08:57, 27/04/2019] Morgana Reinheimer : Pessoal do Ensino Médio ☐!! Podemos usar de alguma forma o que estamos propondo no curso no Ensino Médio também?

[08:58, 27/04/2019] Morgana Reinheimer: Acredito que os alunos vão para o EM carecendo destes tipos de raciocínio! Certo?

[08:58, 27/04/2019] PARTICIPANTE F: Sim  
 [08:59, 27/04/2019] PARTICIPANTE I: Com certeza, em meus comentários frisei que a matemática é abstrata, precisamos trazê-la para o concreto  
 [08:59, 27/04/2019] PARTICIPANTE F: Eu proponho questões assim no início do ano, pra sentir o raciocínio dos alunos que ainda não conheço  
 [09:00, 27/04/2019] PARTICIPANTE F: E vou fazendo durante o ano tb  
 [09:01, 27/04/2019] PARTICIPANTE I: Ótima idéia, estou fazendo assim, já tive que brincar alunos em desafios  
 [09:01, 27/04/2019] PARTICIPANTE F: Tento fazê-los desenvolver aos poucos  
 [09:03, 27/04/2019] Morgana Reinheimer : Sim, as vezes a caminhada é lenta, mas é importante e necessária  
 [09:03, 27/04/2019] Morgana Reinheimer : 🙌🙌🙌🙌  
 [09:03, 27/04/2019] PARTICIPANTE F: Com certeza!  
 [09:05, 27/04/2019] PARTICIPANTE F: Obrigada!!  
 [09:07, 27/04/2019] PARTICIPANTE C: 🙌🙌Encontrei 10 possibilidades.  
 [09:07, 27/04/2019] PARTICIPANTE C: Encontrei  
 [09:07, 27/04/2019] Morgana Reinheimer : Parabéns!!! 😊  
 [09:08, 27/04/2019] PARTICIPANTE C: Minha profe + material dourado = sucesso. 😊😊😊😊  
 [09:08, 27/04/2019] PARTICIPANTE C: Espero que estejam corretas. Vou postar no site.  
 [09:12, 27/04/2019] PARTICIPANTE G: Vou aproveitar a dica de C. É assim que consigo participar, na observação.  
 [09:30, 27/04/2019] Morgana Reinheimer : 🙌🙌🙌🙌  
 [09:30, 27/04/2019] Morgana Reinheimer : Isso aí G!

O número expressivo de interações envolvendo essa questão, no grupo de *WhatsApp* é outro aspecto que merece ser mencionado, pois foram 58 interações realizadas pela professora/pesquisadora e/ou pelos participantes, que expressavam opiniões, interrogações ou complementação, e estas representaram mais de um terço das interações da semana pelo *WhatsApp* (153). Esses dados nos permitiram inferir que o trabalho coletivo estava acontecendo. Observa-se que os participantes aparentemente estavam empenhados coletivamente em busca de um objetivo comum (CANÁRIO, 2000).

As interações entre os participantes F e I (PI-EP), a respeito da utilização de questões de raciocínio no Ensino Médio, também podem ser consideradas indícios de mudança de metodologia em sala de aula indo ao encontro de um dos objetivos desta pesquisa. Nas interações entre os participantes F e I, promoveu um debate sobre a visão dos envolvidos com relação a questões de raciocínio no Ensino Fundamental.

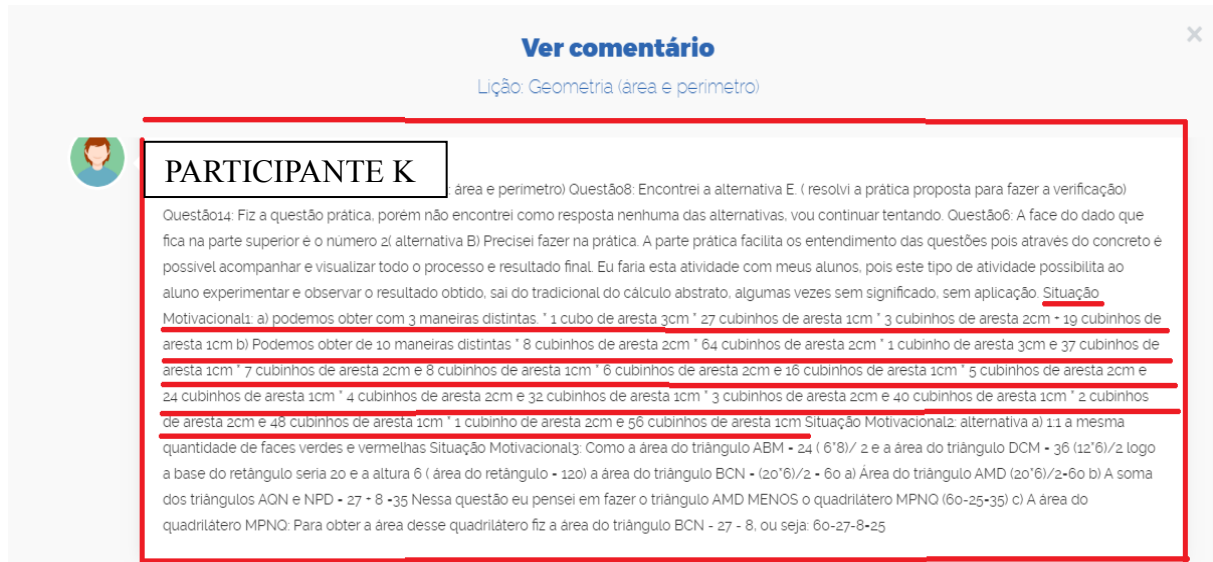
A interação da participante C: “Minha profe + material dourado = sucesso” forneceu-nos indícios não só de que a interação participante/ professora/pesquisadora (PI-AP) estava ocorrendo, mas também de que estava promovendo a afetividade entre os envolvidos. Entretanto, a postura do participante G na interação “Vou aproveitar a dica C. É assim que consigo participar, na observação” foi uma postura passiva (PP), já que o participante demonstrou uma atitude de mero espectador.

As respostas postadas, na plataforma, pela participante K, no dia 30/04/2019, reforçaram a importância das discussões coletivas baseadas em posturas ativas e interativas como produtoras da reflexão coletiva (BEHAR, 2009 e SILVA, 2018), pois essa participante -



que havia postado em 27/04/2019 “??? Por quê?? - no grupo de *WhatsApp*, conseguiu postar corretamente a solução da questão OBM 2017.

Figura 16 – *PrintScreen*: conversa plataforma da participante K



Fonte: arquivo pessoal

Para facilitar a compreensão do leitor optou-se em transcrever o trecho sublinhado no quadro abaixo:

Quadro 10 - Transcrição interação participante K


TEXTO SUBLINHADO – PARTICIPANTE K: Situação Motivacional1: a) podemos obter com 3 maneiras distintas. \* 1 cubo de aresta 3cm \* 27 cubinhos de aresta 1cm \* 3 cubinhos de aresta 2cm + 19 cubinhos de aresta 1cm b) Podemos obter de 10 maneiras distintas \* 8 cubinhos de aresta 2cm \* 64 cubinhos de aresta 2cm \* 1 cubinho de aresta 3cm e 37 cubinhos de aresta 1cm \* 7 cubinhos de aresta 2cm e 8 cubinhos de aresta 1cm \* 6 cubinhos de aresta 2cm e 16 cubinhos de aresta 1cm \* 5 cubinhos de aresta 2cm e 24 cubinhos de aresta 1cm \* 4 cubinhos de aresta 2cm e 32 cubinhos de aresta 1cm \* 3 cubinhos de aresta 2cm e 40 cubinhos de aresta 1cm \* 2 cubinhos de aresta 2cm e 48 cubinhos de aresta 1cm \* 1 cubinho de aresta 2cm e 56 cubinhos de aresta 1cm

Fonte: arquivo pessoal


Na terça-feira posterior às discussões listadas anteriormente, iniciou-se um diálogo sobre o uso do Tangram<sup>22</sup> nas aulas. Especificamente nessa situação, observou-se que os dois participantes partiram do mesmo pressuposto, já que, segundo Piaget (1973, p. 112), “as proposições de um podem corresponder simplesmente às do outro”. O participante E acabou enviando alguns áudios e levantou a questão da importância da utilização de material de apoio nas aulas, conforme diálogos abaixo retirados do grupo de *WhatsApp*:

<sup>22</sup> Acredita-se que este diálogo iniciou por conta do tópico da semana ser Geometria.

## AUDIO

[20:05, 02/05/2019] Morgana Reinheimer : Sim. Penso também que se o aluno entender com números menores o raciocínio lógico por traz de um enunciado, fica mais fácil quando precisar utilizar numa situação com números maiores e que necessitam de maior abstração!

## ÁUDIO

[20:09, 02/05/2019] Morgana Reinheimer : Sou totalmente a favor do uso do Tangram! Trabalho em um projeto de Matemática com crianças de quarto e quinto ano e já uso com eles!

[20:11, 02/05/2019] PARTICIPANTE E: Pois é. Eu já usei o tangram de diversas formas: Com peças de madeira, de papel, no computador, mas a que mais funcionou foi um tangram gigante "feito de papelão. As figuras unidas formavam um quadrado de lado medindo 1m.

[20:11, 02/05/2019] PARTICIPANTE E: Ali deu para explorar, áreas, perímetros e propriedades das figuras envolvidas. Foi muito rica a atividade.

[20:12, 02/05/2019] PARTICIPANTE E: \*formavam um

[20:14, 02/05/2019] Morgana Reinheimer : Que legal!

[20:17, 02/05/2019] PARTICIPANTE G: Trabalho com o Tangram inclusive com alunas na pedagogia. Oriento a utilização há nos primeiros anos.

[20:17, 02/05/2019] PARTICIPANTE G: Já.


[20:18, 02/05/2019] PARTICIPANTE E: 😊

[20:18, 02/05/2019] PARTICIPANTE G: Acho que facilita muito né prof.?

[20:21, 02/05/2019] PARTICIPANTE E: Com certeza.

Figuras com mesma forma e tamanhos e formas diferentes...

[20:23, 02/05/2019] PARTICIPANTE E: Acho importante as atividades livres no início, quebra-cabeças em seguida... você falou em tangram virtual (muito bom). Depois é possível trabalharmos o perímetro a partir de uma unidade padrão.

[20:28, 02/05/2019] Morgana Reinheimer : 

[21:05, 02/05/2019] PARTICIPANTE I: Acho interessante trabalhar com alunos no caminho de olhar a figura e identificar suas partes geométricas e fazer o cálculo por parte, eu vejo quando os alunos precisam calcular área e perímetro de figuras mais complexas, tem dificuldade, então a necessidade de decompor a figura em partes.

O diálogo do *WhatsApp* do dia 02 foi apresentado com o objetivo de frisar, por meio das interações dos participantes, a importância da utilização de material de apoio. Atenta-se para a interação do participante G, que afirmou que utiliza o recurso inclusive no nível superior. Dentro do contexto de interação entre pares (PI-EP), o participante E complementou as ideias de G: “Acho importante as atividades livres no início, quebra-cabeças em seguida... você falou em tangram virtual (muito bom). Depois é possível trabalharmos o perímetro a partir de uma unidade padrão.” Nessa situação, infere-se que o objetivo “oportunizar momentos de reflexão coletiva junto aos participantes, os quais possibilitem o delineamento de propostas de atividades que possam ser trabalhadas com os seus estudantes nas aulas de matemática” foi parcialmente atendido, pois os envolvidos refletiram sobre propostas que poderiam ser tratadas em sala de aula.

Tanto no final do diálogo do dia 27/04/2019 quanto no diálogo do dia 02/05/2019, os professores atentaram para a utilização desse tipo de material e expuseram suas metodologias de ensino com a sua utilização. A postura dos envolvidos nas discussões está relacionada com à de interação participante/participante (PI- EP).

### 5.5.4 RELAÇÃO DA TERCEIRA SEMANA COM OS OBJETIVOS DA PESQUISA E A PERGUNTA DIRETRIZ

Nesta seção, pretende-se relacionar os objetivos propostos e a pergunta norteadora com os dados produzidos na semana três. Para que o leitor compreenda novamente a relação entre os dados produzidos no decorrer da formação e o da semana três, apresentou-se a tabela 5.

Tabela 05 - Interações da terceira semana

| INTERAÇÕES | PLATAFORMA | WHATSAPP |
|------------|------------|----------|
| TOTAL      | 307        | 745      |
| SEMANA 3   | 31         | 153      |

Fonte: arquivo pessoal


Na semana três, foram obtidas interações significativas pelo grupo de *WhatsApp*, que permitiram analisar o trabalho coletivo e as diferentes posturas apresentadas pelos envolvidos. As interações na plataforma foram em número reduzido, porém apresentaram interações que contribuíram para com a reflexão sobre a matemática presente nas questões aplicadas considerando que todos expuseram suas conclusões após as discussões no grupo de *WhatsApp*. As figuras 17 e 18 evidenciam as interações dos envolvidos na semana três:

Figura 17 – Comentários na semana três



Fonte: arquivo pessoal

Figura 18 – Interação participante A



**PARTICIPANTE A**

Referente a semana 3, parte 2. Na situação motivacional 1, os cubos de Jacira. a) São três maneiras possíveis de obter o cubo com volume de  $27 \text{ cm}^3$ , usando os cubos com arestas 1, 2 e 3 cm. b) Já para obter o cubo com volume de  $64 \text{ cm}^3$  são dez as maneiras possíveis usando os cubos com as aresta de 1, 2 e 3 cm. Na situação motivacional 2: Penso que a alternativa a)1. As demais questões tinha me manifestado em outro momento.

Fonte: arquivo pessoal

Nesta semana obteve-se alguns indícios de que o objetivo geral “analisar, a partir do trabalho coletivo em diferentes Espaços Virtuais, a postura dos professores de Matemática inseridos numa formação continuada na modalidade à distância” está sendo verificado, e a postura dos envolvidos pode ser apurada e acompanhada utilizando-se como base tabela abaixo.

Tabela 06 – Postura dos participantes na terceira semana

| Participante | Interações <sup>23</sup><br><i>WhatsApp</i> e<br>Plataforma | PA-GT                      | PI-EP | PI-AP | PI-TC | PI-FP | PP |  |
|--------------|---|----------------------------|-------|-------|-------|-------|----|--|
| A            | 10  |                            | X     | X     |       | X     |    |  |
| B            | 10  |                            | X     | X     |       | X     |    |  |
| C            | 20  | X                          | X     | X     | X     | X     |    |  |
| D            | 5   |                            |       | X     |       | X     |    |  |
| E            | 5   |                            | X     | X     |       | X     | X  |  |
| F            | 13  |                            |       | X     |       | X     |    |  |
| G            | 8   | X                          | X     |       |       |       | X  |  |
| H            | 0   | DESISTIU NA SEGUNDA SEMANA |       |       |       |       |    |  |
| I            | 20  |                            | X     | X     | X     | X     |    |  |
| J            | 0   | DESISTIU NA SEGUNDA SEMANA |       |       |       |       |    |  |
| K            | 10  |                            | X     | X     | X     | X     |    |  |

Fonte: arquivo pessoal

A tabela acima permite-nos inferir que a postura dos envolvidos, no decorrer da semana três, foi em maioria interativa sendo que os participantes A, B, C, F, I e K apresentaram uma postura interativa em PI-EP, PI-TC e PI-FP nos diferentes Espaços Virtuais utilizados, e os

<sup>23</sup> Foram contabilizadas somente as interações que expressavam explicações, interrogações e/ou complementavam alguma ideia.

participante C e G apresentaram uma postura ativa em dois momentos: (1) quando C sugeriu a utilização do material dourado e inclusive o utilizou; (2) quando G sugere diferentes atividades utilizando o Tangram. Ressalta-se que os participantes D e F apresentaram interações, mas somente com a professora/pesquisadora (PI-AP), ela com eles (PI-FP) e, na maioria das situações discutidas na semana três, tais participantes apresentaram uma postura passiva (PP) pois apenas participavam como ouvintes. O participante G, embora tenha promovido interações com no grupo do *WhatsApp*, não apresentou interações com as suas considerações na plataforma o que caracterizou uma postura passiva.

Entende-se que as interações apresentadas nas seções 5.6.2 e 5.6.3 contemplaram o objetivo específico 1, pois as discussões sobre as atividades ocorreram nos dois ambientes virtuais e, quando os participantes C, K e I conseguiram “pensar” espacialmente para determinar as possíveis combinações de cubos menores para chegar ao volume  $64\text{cm}^3$ , foi evidenciado que os envolvidos desenvolveram diferentes formas e olhares sobre a situação matemática tratada.

## **5.6 ANÁLISE E CONSIDERAÇÕES DAS SEMANAS QUATRO E CINCO**

A proposta de atividade para as semanas quatro e cinco foi envolver os participantes em questões que abordassem a Aritmética e especificamente a Divisão Euclidiana e os Fenômenos periódicos: padrões numéricos.

### **5.6.1 OBJETIVOS DAS SEMANAS QUATRO E CINCO**

As atividades envolvendo fenômenos periódicos e divisão euclidiana tiveram os seguintes objetivos:

- conhecer as questões sobre divisão euclidiana utilizadas nas provas e facilitar a compreensão por parte dos docentes e discentes;
- discutir e propor alternativas que facilitem o entendimento dos participantes e, por conseguinte, de seus alunos das questões que envolvem fenômenos periódicos e divisão euclidiana.

A partir da quarta semana, houve mudanças na arquitetura pedagógica do curso, conforme previstas pela pesquisadora e alicerçada nas ideias de (2009) e Aragón *et al* (2009). A pesquisadora, ao postar a tarefa, inseriu a combinação no corpo do texto: *Cada semana terá apenas um arquivo com todas as questões propostas, mas eu gostaria que vocês fizessem a*

*postagem na plataforma separadamente por questão, identificando-a, pois quando eu for fazer minhas considerações mencionarei a questão e o nome de vocês. Esta medida tem por objetivo facilitar nossa comunicação e permitirá uma troca de ideias mais eficiente!*

Essa alteração foi realizada após uma das participantes ter comentado que estava encontrando dificuldades para entender às interações devolutivas da professora/pesquisadora e dos colegas, pois estas não estavam ficando embaixo do comentário, e sim por ordem de data. Por exemplo: se a pesquisadora fizesse duas interações sobre questões distintas, essas afirmações ficavam uma embaixo da outra, dificultando o entendimento dos envolvidos. Destaca-se que este foi considerado um ponto negativo encontrado na plataforma, portanto faria a pesquisadora optar por outra ferramenta em uma próxima edição.

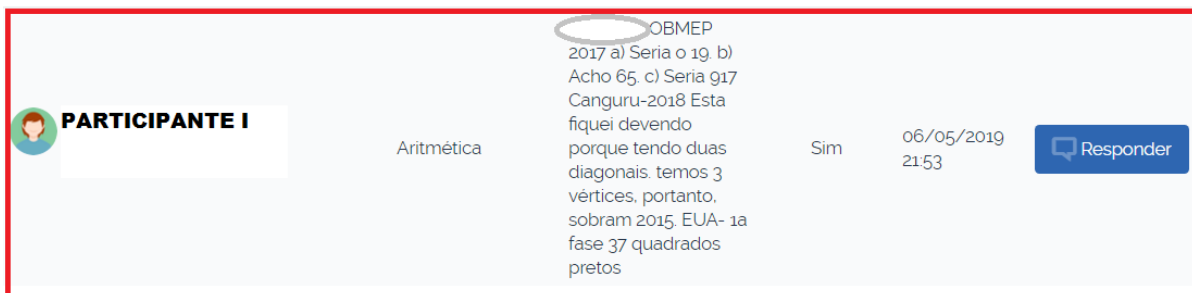
### **5.6.2 QUESTÃO DA TERRA DOS IMPAS (OBM 2007)**

A questão que envolveu discussões, postagens incorretas na plataforma e questionamentos por parte dos participantes foi a questão da OBM/2007 dos números Impas.

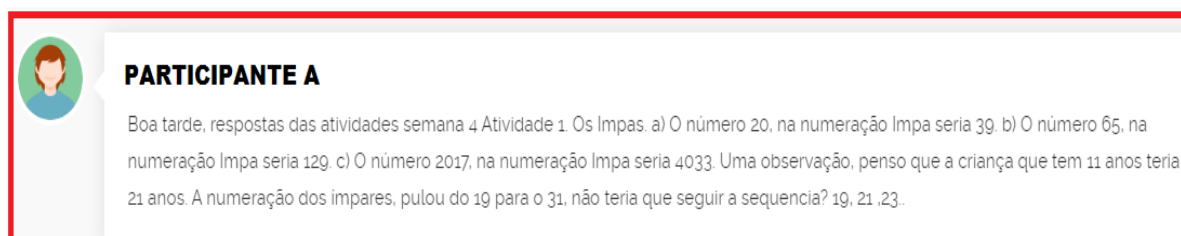
**SITUAÇÃO MOTIVACIONAL: (OBM – 2017)** - Na Terra dos Impas, somente os algarismos ímpares são utilizados para contar e escrever números. Assim, em vez dos números 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, . . . os Impas têm os números correspondentes 1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19, 31, 33, . . . (note que os números dos Impas têm somente algarismos ímpares). Por exemplo, se uma criança tem 11 anos, os Impas diriam que ela tem 31 anos.

- a) Como os Impas escrevem o nosso número 20?
- b) Numa escola desse lugar, a professora escreveu no quadro-negro a continha de multiplicar  $13 \times 5$ . Se você fosse um aluno Impa, o que escreveria como resultado?
- c) Escreva, na linguagem dos Impas, o número que na nossa representação decimal é escrito como 2017.

Em praticamente todas as postagens referentes a letra C, os participantes responderam incorretamente, pois não utilizaram os conceitos de sequência necessários para a resolução da questão nem o princípio multiplicativo que já havia sido estudado na formação.

Figura 19 – *PrintScreen*: conversa da plataforma participante I

Fonte: arquivo pessoal

Figura 20 – *PrintScreen*: conversa da plataforma participante A

Fonte: arquivo pessoal

Pode-se observar que a questão do Impas letra C gerou diferentes interações na plataforma que indicaram carência de discussões sobre a temática e sinais de que há necessidade de formação continuada tratando das questões propostas por esta pesquisa. Uma das interações exibiu erro de cálculo realizado pelo participante I; e outra, de interpretação do enunciado apresentada na interação do participante A.

A participante C, na interação da figura 21, afirmou que tentou realizá-la de várias maneiras, mas não obteve êxito. O enunciado destaca que, na numeração Impa, são usados somente números ímpares, mas o participante A teve dúvidas e fez uma observação sobre isso demonstrando reflexões sobre o enunciado. No diálogo abaixo, apresentam-se as interações professor/participante (PI-AP e PI-FP) entre a participante C e a pesquisadora que - segundo Cavalcanti (2014), Bairral (2015), Behar (2009) e Aragón *et al* (2009) - são fundamentais para que a formação a distância tenha êxito. Nessa mesma passagem, pode-se observar uma postura passiva (PP) da participante F que indicou sua presença, mas não participou efetivamente do debate:

[08:15, 11/05/2019] PARTICIPANTE C: Eu não posteí minhas respostas ainda, mas podés verificar pra mim se as respostas ãa Terra dos Impas... "estão corretas?"

a) 59 b) 319 c) 5953

[08:17, 11/05/2019] Morgana Reinheimer: A a está correta, porém a B e a C não.

[08:18, 11/05/2019] Morgana Reinheimer: Vc observou que o 13 é o 5 já estão em Impas?

[08:18, 11/05/2019] Morgana Reinheimer: Digo e o 5  
 [08:19, 11/05/2019] PARTICIPANTE C: Sim  
 [08:20, 11/05/2019] PARTICIPANTE C: O 13 corresponde ao 7?  
 [08:20, 11/05/2019] Morgana Reinheimer: Sim  
 [08:20, 11/05/2019] PARTICIPANTE C: Então o 11 corresponde ao 6?  
 [08:21, 11/05/2019] Morgana Reinheimer: Sim  
 [08:21, 11/05/2019] PARTICIPANTE C:  $13 \times 5 = 65$   
 $65 = 119$ ?  
 [08:22, 11/05/2019] PARTICIPANTE C: Bom dia  
 [08:22, 11/05/2019] PARTICIPANTE F: Bom dia!  
 [08:23, 11/05/2019] PARTICIPANTE F: Estou começando as atividades hj  
 [08:23, 11/05/2019] Morgana Reinheimer: Não porque o 13 equivalente ao 7 e o 5 equivalente ao 3  
 [08:23, 11/05/2019] Morgana Reinheimer: Fazemos a multiplicação no nosso sistema de numeração e transformamos depois  
 [08:24, 11/05/2019] Morgana Reinheimer: Bom dia 🙌🙌🙌  
 [08:24, 11/05/2019] Morgana Reinheimer: Quais são as suas dúvidas ou considerações?  
 [08:27, 11/05/2019] PARTICIPANTE C: Não entendi. Pensei que se 6 equivale a 11 e 5 equivale a 9, então 65 equivaleria a 119.  
 [08:29, 11/05/2019] Morgana Reinheimer: Sim. O nosso 6 equivale ao 11 impa  
 [08:30, 11/05/2019] Morgana Reinheimer: Porém o 5 impa equivale ao nosso 3  
 [08:32, 11/05/2019] PARTICIPANTE C: Sim. Eu fiz isso no meu caderno. Essa correspondência. Mas não estou entendendo o que queres dizer.  
 [08:33, 11/05/2019] Morgana Reinheimer: Foto correta  
 [08:33, 11/05/2019] PARTICIPANTE C: Sim. Mas...  
 [08:34, 11/05/2019] PARTICIPANTE C: Onde errei?  
 [08:34, 11/05/2019] Morgana Reinheimer: Basta multiplicarmos o 3 e o 7 (correspondentes aos impas), depois transformar  
 [08:36, 11/05/2019] Morgana Reinheimer: Digo ao nosso 3  
 [08:36, 11/05/2019] PARTICIPANTE C: Tá. O cálculo também precisa ser feito com os correspondentes impas. Não só o produto. Isso??  
 [08:38, 11/05/2019] Morgana Reinheimer: Sim  
 [08:39, 11/05/2019] PARTICIPANTE C: Então o produto 21 corresponderá a 31?  
 [08:39, 11/05/2019] Morgana Reinheimer: No caso com os correspondentes ao nosso sistema de numeração  
 [08:40, 11/05/2019] Morgana Reinheimer: Sim, o produto é 21. Se o 20 corresponde ao 59. Quem corresponde ao 21?  
 [08:41, 11/05/2019] PARTICIPANTE C: Claro! Precisamos ver o valor posicional. 591?  
 [08:44, 11/05/2019] Morgana Reinheimer : Quem é o próximo número impa após o 59?  
 [08:46, 11/05/2019] PARTICIPANTE C: 71?  
 [08:47, 11/05/2019] Morgana Reinheimer : Sim  
 [08:47, 11/05/2019] Morgana Reinheimer : Logo 21 corresponde ao 71 impas  
 [08:48, 11/05/2019] PARTICIPANTE C: Sequência!!!  
 [08:48, 11/05/2019] PARTICIPANTE C: Eu fiz essa sequência numérica mas não relacionei as ideias

Ao analisarmos as postagens e posturas nos dois ambientes virtuais, conforme objetivo desta pesquisa, pode-se observar que - embora a pesquisadora tenha interagido sobre a questão da Terra dos Impas com a participante C por aproximadamente meia hora, no grupo de WhasApp no dia 11/05/2019 - em sua interação realizada no dia 12/05/2019, C não soube responder à indagação.



Figura 21: interação na plataforma da participante C

**PARTICIPANTE C**

Aritmética

SITUAÇÃO MOTIVACIONAL:  
(OBM - 2017) a) 59  
b)  $13 \times 5$  na linguagem impa. equivale a  $7 \times 3$  na forma decimal. Se  $7 \times 3 = 21$ , n aforma decimal.  $13 \times 5 = 71$  na linguagem Impa. c) Mesmo com inúmeras tentativas, não consegui fazer.

Sim

12/05/2019 14:32

Responder

Fonte: arquivo pessoal

A situação apresentada acima converge para a justificativa da pesquisadora com relação à necessidade de formação para professores sobre questões que são apresentadas nas competições nacionais que envolvem Matemática. Em um grupo de 9 professores participantes deste curso de formação, nenhum conseguiu encontrar a solução correta para a letra C da Terra dos Impas. O participante A apresentou uma postura ativa (PA-GT) enviando mensagens no privado para a pesquisadora para realmente compreender como se resolvia a letra C e ainda apresentou uma interação participante/professor (PI-AP) que também evidencia a importância dos *feedbacks* realizados pela professora/pesquisadora (PI-FP), pois o participante necessita desse amparo. Reitera-se que para, Cavalcanti (2014), o *feedback* contínuo do professor é essencial no contexto cultural dinâmico desse processo educacional.

[18:36, 09/05/2019] PARTICIPANTE A: Boa noite Morgana.

Refiz, os exercícios.

O número 20 nos Impasse então seria 59 e o 65 339?

Deveria ter te mandado antes de publicar..

[19:10, 09/05/2019] Morgana Reinheimer: A. Podes publicar com erro sem problemas nenhum. Um dos objetivos do curso é essa reflexão.

[19:11, 09/05/2019] Morgana Reinheimer: Que tipo de raciocínio vc utilizou?

[19:14, 09/05/2019] PARTICIPANTE A: Devo publicar no geral?

[19:14, 09/05/2019] Morgana Reinheimer: O 59 está correto, mas o outro precisa refletir mais um pouco

[19:16, 09/05/2019] Morgana Reinheimer: Vc tem duas maneiras de fazer o exercício. Usando o princípio multiplicativo, fixando os números. Por exemplo números com 3 algarismos temos  $5 \times 5 \times 5$  possibilidades, com 2, temos  $5 \times 5$  e com 1 5.

[19:18, 09/05/2019] Morgana Reinheimer: Outra forma é usando a divisão euclidiana e estabelecendo o padrão (que é mais difícil)

[19:21, 09/05/2019] Morgana Reinheimer: Reescrevi. Usando combinatória percebemos que: \*Com 1 algarismo -> 5 números \*Com 2 algarismos -> 25 números \*Com 3 algarismos -> 125 números \*Com 4 algarismos -> 625 números \*Com 5 algarismos -> 3125 números

[19:22, 09/05/2019] Morgana Reinheimer: Logo o número procurado tem 5 algarismos, certo?

[19:24, 09/05/2019] Morgana Reinheimer: Somando  $5 + 25 + 125 + 625 = 780$

[19:25, 09/05/2019] Morgana Reinheimer: Se somarmos mais 3125 passará. Temos que analisar com o 1 fixo, depois o 3 e assim sucessivamente.

[19:25, 09/05/2019] Morgana Reinheimer: Espero ter ajudado

[19:26, 09/05/2019] PARTICIPANTE A: Obrigado, procurei fazer os números até 100, e encontrar o padrão, mas

não deu certo.

[19:28, 09/05/2019] PARTICIPANTE A: Se eu quiser o número 1240 como ficará nessa situação dos impas?

[19:28, 09/05/2019] Morgana Reinheimer: Tem um padrão, mas que é um raciocínio complexo, que acredito que os alunos não compreenderiam

[19:28, 09/05/2019] Morgana Reinheimer: Posso te mandar uma foto?

[19:29, 09/05/2019] PARTICIPANTE A: Sim.

[19:29, 09/05/2019] Morgana Reinheimer: Estou calculando

[19:30, 09/05/2019] PARTICIPANTE A: 

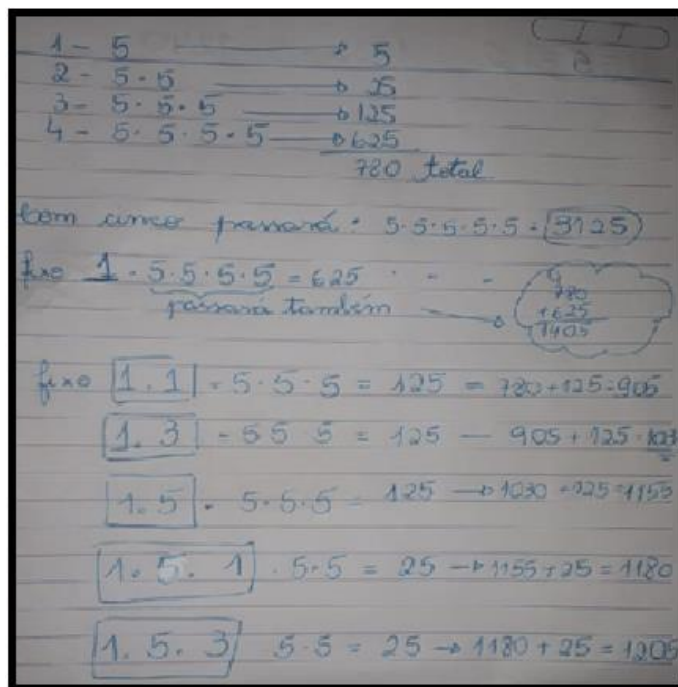
[19:40, 09/05/2019] PARTICIPANTE A: No caso da situação 13x5

Devo usar já na multiplicação os impas correspondentes:  $35 \times 9 = 315$  e a partir disto encontrar o impa correspondente ao 315 e não ao 65.

[19:46, 09/05/2019] Morgana Reinheimer: Não, debes multiplicar normal e depois transformar

A pesquisadora realizou um exemplo e enviou-o para o participante A com o número 1240, conforme figura 22 abaixo. Aqui fica evidenciado que o *feedback* e o apoio do professor são fundamentais. O participante necessitava de atenção e também de *feedbacks* (PI-FP).

Figura 22 – Exemplo com o número 1240



Handwritten mathematical work on lined paper showing calculations for the number 1240. The work includes a table of powers of 5, a calculation for  $5^5 = 3125$ , and several steps of multiplication and addition to reach 1240.

|                   |   |           |
|-------------------|---|-----------|
| 1 - 5             | = | 5         |
| 2 - 5 · 5         | = | 25        |
| 3 - 5 · 5 · 5     | = | 125       |
| 4 - 5 · 5 · 5 · 5 | = | 625       |
|                   |   | 720 total |

com cinco paradas:  $5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 = 3125$

foi  $1 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 = 625$  - - - - -  $\begin{matrix} 6 \\ 720 \\ 1625 \\ 1405 \end{matrix}$

passará também  $\rightarrow$

foi  $1 \cdot 1 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 = 125 = 720 + 125 = 845$

$1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 = 125 = 905 + 125 = 1030$

$1 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 = 125 \rightarrow 1030 + 125 = 1155$


$1 \cdot 5 \cdot 1 \cdot 5 \cdot 5 = 25 \rightarrow 1155 + 25 = 1180$

$1 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5 = 25 \rightarrow 1180 + 25 = 1205$

Fonte: arquivo pessoal

Nos dias seguintes, as postagens começaram a acontecer, mas infelizmente os envolvidos não obtiveram as respostas esperadas, mas apresentaram certa coerência. A participante K fez uso de um raciocínio interessante, que servia se estivéssemos falando em um sistema posicional, mas não válido para os números Impas.



Figura 23 – Interação participante K

|   |            |   |     |  |
|---|------------|---|-----|--|
|  <b>PARTICIPANTE K</b> | Aritmética | Situação motivacional (OBM-2017)<br>Sequencia dos impas:<br>1.3.5.7.9.11.13.15.17.19.31.33.35.37.39.5<br>1.53.55.57.59.71.73.75... a) Escrevem<br>o nosso número 20 como 59. b) 35.9<br>= 315 c) 2017 = (20=59)(17=53) Logo.<br>2017 = 5953 | Sim | <div style="border: 1px solid red; padding: 2px;">13/05/2019<br/>22:05</div> |
|   |            |   |     |  |

Fonte: arquivo pessoal

Utilizando-se do mesmo tipo de raciocínio ou partindo da interação da participante K, o envolvido D inseriu sua contribuição dizendo:

Figura 24 – Interação participante D

|   |            |   |     |  |   |
|---|------------|---|-----|--|---|
|  <b>PARTICIPANTE D</b> | Aritmética | c) Para mim<br>representar o<br>número 2017 no<br>sistema dos<br>impas eu teria<br>que utilizar os<br>seguintes<br>números 5953 | Sim | <div style="border: 1px solid red; padding: 2px;">18/05/2019<br/>13:16</div> | <div style="border: 1px solid blue; padding: 2px; background-color: #4a7ebb; color: white;">  Responder         </div> |
|   |            |   |     |  |   |

Fonte: arquivo pessoal

Como os envolvidos ainda apresentavam dificuldade em resolver essa situação, a professora/pesquisadora realizou um vídeo explicando a resolução partindo do exemplo da figura 22 e após com a explicação da solução procurando realizar o *feedback* (PI-FP) necessário para a compreensão de todos. No vídeo a professora/pesquisadora explicou<sup>24</sup> ainda que:

Dentre esses 3125 números Impas de 5 algarismos 625 começarão com o algarismo 1, outros 625 com o algarismo 3, outros 625 com o algarismo 5, outros 625 com o algarismo 7 e os 625 restantes com o algarismo 9.

Descobriremos a seguir cada algarismo do número Impa que representa o nosso número 2017:

- 1º algarismo: Analisando as posições dos números, teremos que do 781º ao 1405º número Impa, e também que todos os números Impas de 5 algarismos que começam com o algarismo 1, do 1406º ao 2030º número Impa, teremos todos os números Impas de 5 algarismos que começam com o algarismo 3. Note que o 2017º estará neste intervalo, então já sabemos que o 2017º Impa tem 5 algarismos e começa com o algarismo 3. Dessa forma, do 1406º ao 2030º número Impa, os 125 primeiros tem como segundo algarismo o número 1, ou seja, do 1406º ao 1530º temos todos os Impas de 5 algarismos que começam com 31.

<sup>24</sup> Conforme detalhado no site da OBMEP, disponível em [www.obmep.org.br](http://www.obmep.org.br), acesso em agosto de 2020.

- 2° algarismo: Na mesma lógica, do 1531o ao 1655o temos todos os Impas de 5 algarismos que começam com 33, do 1656o ao 1780o temos todos os Impas de 5 algarismos que começam com 35, do 1781° ao 1905° temos todos os Impas de 5 algarismos que começam com 37 e do 1906o ao 2030o temos todos os Impas de 5 algarismos que começam com 39. Como o 2017° Impa está neste intervalo, já temos que ele começa com os algarismos 3 e 9, respectivamente.

- 3° algarismo: Logo do 1906° ao 2030°, os 25 primeiros têm como o terceiro algarismo da esquerda para a direita o algarismo 1, ou seja, do 1906° ao 1930° temos todos os Impas de 5 algarismos que começam com 391, do 1931° ao 2055° temos todos os Impas de 5 algarismos que começam com 393, do 1956° ao 2080° temos todos os Impas de 5 algarismos que começam com 395, do 1981° ao 2005° temos todos os Impas de 5 algarismos que começam com 397 e do 2006° ao 2030° temos todos os Impas de 5 algarismos que começam com 399. Como o 2017o Impa está neste último intervalo, sabemos que ele deve começar com os algarismos 3, 9 e 9. Faltam apenas os dois últimos, então novamente vamos separar o intervalo do 2006° ao 2030° em outros 5 intervalos, nos quais cada intervalo corresponde ao quarto algarismo da esquerda para a direita.

- 4° algarismo: Do 2006° ao 2010° temos todos os Impas de 5 algarismos que começam com 3991, do

2011° ao 2015° temos todos os Impas de 5 algarismos que começam com 3993, e do 2016o ao 2020° temos todos os Impas de 5 algarismos que começam com 3995. Note que o 2017° Impa está neste intervalo, logo o 2017° Impa começa com os algarismos 3, 9, 9 e 5.

- 5° algarismo: Vamos finalmente descobrir o último algarismo. Observe que neste último intervalo só haviam 5 números Impas, do 2016° ao 2020°. Assim, temos que esses Impas em ordem crescente serão:

- 39951 (2016° Impa);

- **39953 (2017° Impa);**

- 39955 (2018° Impa);

- 39957 (2019° Impa);

- 39959 (2020° Impa).

Outra situação a considerar é que, na semana quatro, obtiveram-se 58 comentários na plataforma, indicando que os participantes estavam procurando resolver as situações, conforme figura 25, porém as interações, entre os participantes no grupo de *WhatsApp*, foram voltadas praticamente para a questão OBM 2017, e os envolvidos D, E, F e G apresentaram uma postura

passiva (PP).

Figura 25 – *PrintScreen* da plataforma

| Estudante   | Lição      | Comentário                             | Lido | Data                | Ações   |
|---|------------|--|------|---------------------|---------|
| MORGANA ALINE REINHEIMER<br>mreinheimer41@gmail.com | Aritmética | muito bem!<br>Questão EUA 1ª fase - OK | Sim  | 30/05/2019<br>19:01 | Excluir |

Fonte: arquivo pessoal

As postagens relacionadas com a semana quatro, na plataforma, demonstram que, em geral, os envolvidos conseguiram realizar as questões propostas na semana quatro e demonstraram uma postura interativa participante/participante e participante/professora/pesquisadora (PI-EP e PI-AP), porém apresentaram dificuldades na questão OBM 2017 conforme foi evidenciando anteriormente.

### 5.6.3 QUESTÕES DE LÓGICA

A semana cinco também foi destinada a sequências numéricas, mas, além desse tipo de questões, foram aplicadas questões de lógica que, dependendo do professor, não são trabalhadas no ensino regular. Percebe-se que os participantes tiveram dificuldades em determinar as soluções dos enunciados propostos. Seguem as questões propostas, pois faremos um pouco da análise acerca dessas atividades.

1- **(Círculos de Matemática Moscou – Problema 10.2)** É possível medir exatamente 4 litros de água usando uma torneira, um recipiente de 3 litros e um recipiente de 5 litros?

2- **(Canguru 2018 – Questão 6)** - As duas afirmações a seguir são verdadeiras:

- (i) Alguns alienígenas são verdes e os demais são roxos.
- (ii) Alienígenas verdes vivem somente em Marte.

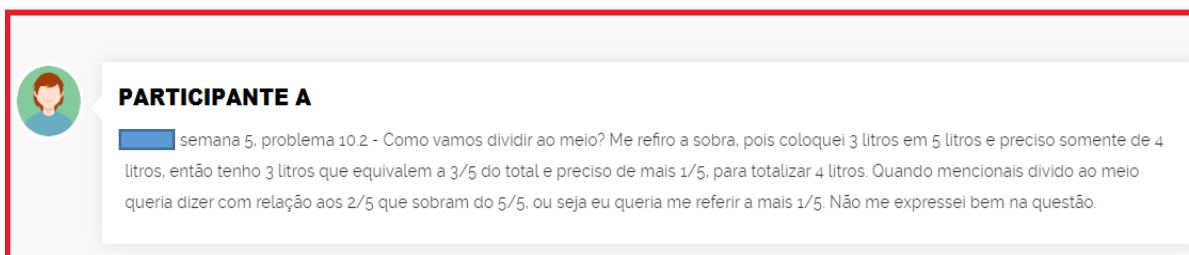
Qual das afirmações a seguir é uma consequência lógica dessas duas afirmações?

- (A) Todos os alienígenas vivem em Marte. (B) Somente alienígenas verdes vivem em Marte.
- (C) Alguns alienígenas roxos vivem em Vênus. (D) Todos os alienígenas roxos vivem em

Vênus. (E) Nenhum alienígena verde vive em Vênus.

A questão Círculos de matemática de Moscou 10.2 gerou algumas dúvidas e interações incorretas, conforme imagens abaixo, nas quais se percebeu que os participantes, mesmo depois de questionados pela pesquisadora, tiveram dificuldades de expressar o resultado.

Figura 26 - *PrintScreen*: interação participante A

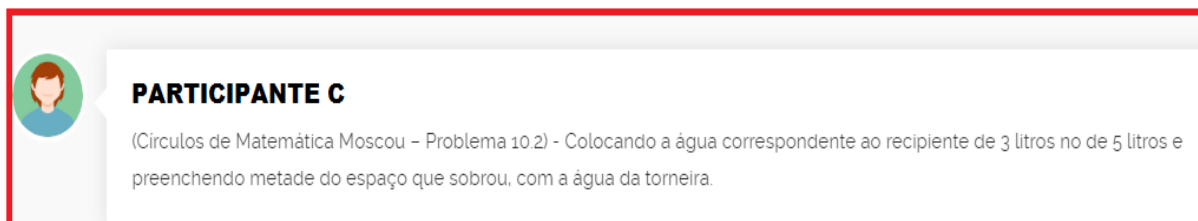


**PARTICIPANTE A**

semana 5, problema 10.2 - Como vamos dividir ao meio? Me refiro a sobra, pois coloquei 3 litros em 5 litros e preciso somente de 4 litros, então tenho 3 litros que equivalem a  $\frac{3}{5}$  do total e preciso de mais  $\frac{1}{5}$ , para totalizar 4 litros. Quando mencionais dividido ao meio queria dizer com relação aos  $\frac{2}{5}$  que sobram do  $\frac{5}{5}$ , ou seja eu queria me referir a mais  $\frac{1}{5}$ . Não me expressei bem na questão.

Fonte: arquivo pessoal

Figura 27 – *PrintScreen*: interação participante C






**PARTICIPANTE C**

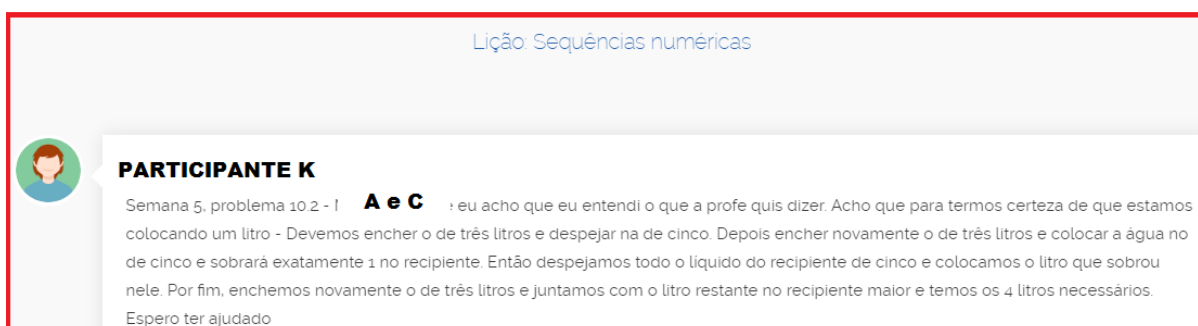
(Círculos de Matemática Moscou – Problema 10.2) - Colocando a água correspondente ao recipiente de 3 litros no de 5 litros e preenchendo metade do espaço que sobrou, com a água da torneira.

Fonte: arquivo pessoal

Figura 28 – *PrintScreen*: interação pesquisadora

| Estudante  | Lição                | Comentário   | Lido | Data             | Ações   |
|--|----------------------|--|------|------------------|---|
|  <b>MORGANA ALINE REINHEIMER</b><br>mreinheimer41@gmail.com | Sequências numéricas | <br>Círculos de Matemática de Moscou - problema 10.2) Como podemos garantir que serão colocados um litro? | Sim  | 30/05/2019 19:44 |  Excluir |

Fonte: arquivo pessoal

Figura 29 – *PrintScreen* da interação da participante K (1)

Fonte: arquivo pessoal

Observa-se que as interações (PI-AP e PI-EP) realizadas pelos participantes A e C necessitavam de uma justificativa adequada que garantisse a quantidade exata de água a ser colocada nos recipientes. Novamente, percebeu-se que os envolvidos careciam de reflexões sobre a temática do curso. Com as discussões, a participante K, chamando os participantes A e C para o trabalho coletivo (PI-TC), fez suas interações contribuindo para que os seus colegas pudessem compreender o que a professora/pesquisadora estava questionando.

Houve debate indicando uma postura interativa no grupo de *WhatsApp* sobre a questão 3 de sequência numérica da semana cinco que foi:

**Exercício 3**<sup>25</sup>- Todo termo de uma sequência, a partir do segundo, é igual à soma do anterior com a soma de seus algarismos. Os primeiros elementos da sequência são 1, 2, 4, 8, 16, 23, 28, 38, 49, ...

a) É possível que 793210041 pertença a essa sequência?

**OBSERVAÇÃO:** O exercício 3 foi proposto como desafio e foi necessário a postagem das dicas abaixo para indicar um possível caminho a seguido pelos participantes:

**Sugestão:** Analise os restos dos números da sequência quando são divididos por 3.

**Fatos que Ajudam:** Um número e a soma de seus algarismos deixam o mesmo resto quando divididos por 3.

Primeiramente houve algumas interações no grupo de *WhatsApp*, conforme os excertos abaixo:

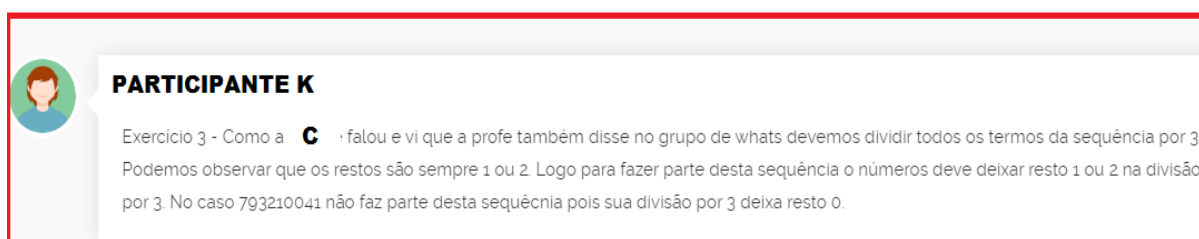
[08:12, 18/05/2019] Morgana Reinheimer: Na questão três temos que usar uma propriedade: um número e a soma de seus algarismos deixam o mesmo resto quando divididos por 3.

<sup>25</sup> Fonte: Roteiro OBMEP na escola Nível 2

[08:13, 18/05/2019] Morgana Reinheimer: Logo sugiro que vcs dividam os números da sequência por 3  
 [08:15, 18/05/2019] Morgana Reinheimer: Posteriormente o número 793210041  
 [08:17, 18/05/2019] **PARTICIPANTE C**: Na sequência que escrevi, devo dividir os numeros por 3. Todos os restos serão iguais. Ai, divido o número em questão também por 3, para ver se também sobram 3, o que justificaria sua presença na sequência. É isso?  
 [08:18, 18/05/2019] **PARTICIPANTE C**: Para ver se o resto é igual, não igual a 3.  
 [08:18, 18/05/2019] Morgana Reinheimer: Sim  
 [08:18, 18/05/2019] **PARTICIPANTE C**: Ok  
 [08:20, 18/05/2019] **PARTICIPANTE C**: Acho que não tivemos problemas nas demais questões.  
 [08:20, 18/05/2019] Morgana Reinheimer: Que bom! Já consegui te dar alguns retornos na plataforma  
 [08:21, 18/05/2019] **PARTICIPANTE C**: Vi ontem à noite. Preciso rever a questão que não havia conseguido fazer.  
 [08:21, 18/05/2019] Morgana Reinheimer: Sim

Observa-se que a professora/pesquisadora ao atentar para os restos que eram apresentados pelos números da sequência na divisão por 3 quis estabelecer a relação desta com as características enunciada na divisão Euclidiana. A participante K, com intenção de auxiliar os colegas em suas reflexões, interagiu na plataforma:

Figura 30 – PrintScreen da interação participante K (2)



Fonte: arquivo pessoal

A interação realizada por K indica que esta observa ativamente as interações dos demais participantes e da pesquisadora e essa observação realizada por K, segundo Bairral (2015), permite aos envolvidos, além da troca de conhecimentos e experiências, a discussão de outras vivências, criação e (re)criação de suas estruturas cognitivas por meio de suas próprias experiências com o coletivo. As situações citadas da semana cinco são marcadas por ações que envolveram o trabalho coletivo, conforme Bairral (2015), Aragón *et al* (2009). A colaboração, segundo Piaget (1973), seria uma interação em que existem trocas de pensamento, seja por comunicação verbal seja por coordenações de pontos de vista, de discussão, sem ocorrerem operações racionais, não havendo uma estrutura operatória. A colaboração refere-se à troca de informações entre os sujeitos envolvidos no processo de aprendizagem, com a conotação de ato solidário. A pesquisadora, ao analisar as postagens no grupo de *WhatsApp*, ficou preocupada com a falta de interação indicando uma postura passiva PP apresentada nas semanas quatro e cinco. Destaca-se que os participantes realizaram a postagem na plataforma apresentando uma postura interativa PI-AP, porém não apresentaram a disponibilidade necessária no grupo de

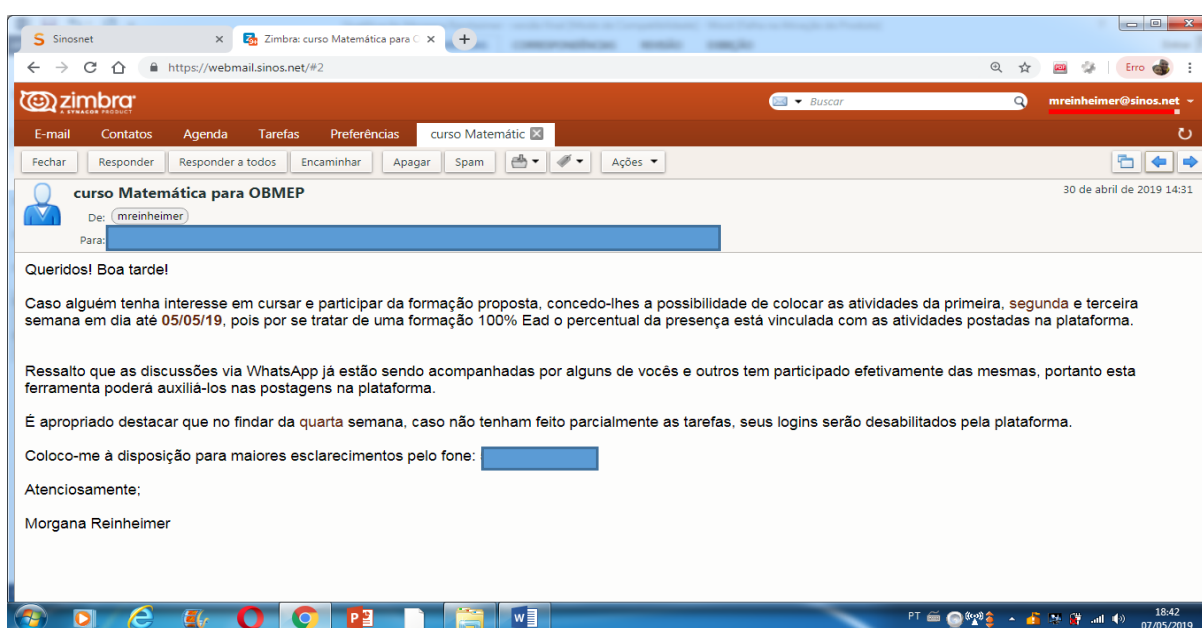


*WhatsApp*. Atenta-se para o fato de a PARTICIPANTE C, em suas postagens da semana quatro, ter colocado a sua resposta, fato este que fez com que o restante do grupo apenas “reproduzisse” seu pensamento. No privado, a pesquisadora solicitou que ela não o fizesse nas próximas semanas. A justificativa apresentada pelos professores por essa “ausência” foi a falta de tempo atribuída ao fim de trimestre (correções de avaliações, fechamento de notas e de chamada). Mas, infere-se que a utilização da informática causa certa preocupação e insegurança nos docentes fazendo-os não quererem sair de sua zona de conforto (BORBA E PENTEADO, 2016). Outro aspecto abordado por Borba e Penteado (2016) é o tempo reduzido que os professores de Matemática possuem, tanto no momento das aulas, quanto no momento de prepará-las juntamente com o despreparo para utilização dos equipamentos. Esses fatores influenciam a postura dos professores, principalmente quando estão realizando uma formação que é 100% a distância.

#### 5.6.4 E-MAIL DE SENSIBILIZAÇÃO

Behar (2009) destaca que, para um tipo de formação desse tipo, a disciplina, responsabilidade e o comprometimento com o grupo são fundamentais. Por isso, a professora/pesquisadora enviou um e-mail, conforme figura 31 apresentada nesta seção, a fim de atentar para com as responsabilidades de todos consigo mesmos e com o grupo.

Figura 31 – E-mail de sensibilização



Fonte: arquivo pessoal

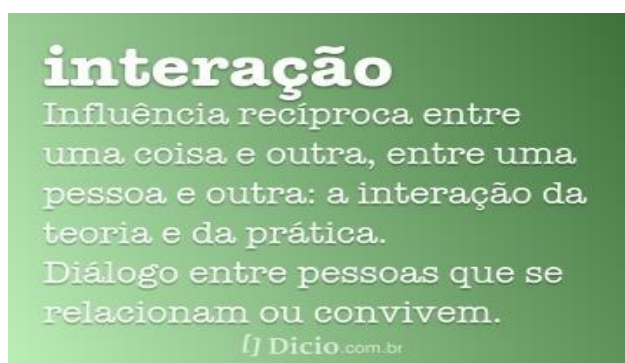
A ação fez com que três participantes começassem a fazer suas interações e contribuições apresentando uma postura interativa novamente. Além da ação acima, a pesquisadora também fez uma postagem de resgate no grupo de *WhatsApp* conforme dados demonstrados abaixo:

Quadro 11 – Mensagem deixada pela pesquisadora no grupo de *WhatsApp*

[13:58, 23/05/2019] Morgana Reinheimer 🗨️🗨️: Pessoal, boa tarde! Nosso curso está quase terminando e nossas discussões têm proporcionado momentos de interação e aprendizagem. Por isso sintam - se à vontade para postar contribuições e trocar ideias a qualquer momento do dia. Forte abraço

Fonte: arquivo pessoal

Figura 32 – Imagem 1 postada no grupo de *WhatsApp* pela pesquisadora



Fonte: Google

Figura 33 – Imagem 2 postada no grupo de *WhatsApp* pela pesquisadora



Fonte: Google

As ações realizadas pela pesquisadora permitiram-lhe resgatar alguns participantes e também constatar a desistência de outros. A participante F, por exemplo, afirmou que não continuaria participando da formação. Entretanto, o participante G disse que faria o possível

para completar suas tarefas na plataforma, que estava gostando das discussões feitas no grupo de *WhatsApp* e pretendia continuar participando. Os participantes D, E e I atualizaram suas tarefas na plataforma apresentando interações do tipo participante/participante e principalmente participante/professor.

Na próxima seção, serão discutidas as relações da quarta e da quinta semana com os objetivos e a pergunta diretriz.

### **5.6.5 RELAÇÃO DA QUARTA E DA QUINTA SEMANA COM OS OBJETIVOS E A PERGUNTA DIRETRIZ**

Nesta seção, pretende-se relacionar os objetivos propostos e a pergunta norteadora com os dados produzidos nas semanas quatro e cinco. Para que o leitor compreenda novamente a relação entre os dados produzidos no decorrer da formação e o das semanas 4 e 5, apresenta-se a tabela 07:

Tabela 07 - Interações geradas durante as semanas quatro e cinco

| INTERAÇÕES   | PLATAFORMA | WHATSAPP |
|--------------|------------|----------|
| TOTAL        | 307        | 745      |
| SEMANA 4 e 5 | 104        | 176      |

Fonte: arquivo pessoal

Reitera-se que a participação dos envolvidos, na plataforma nessas duas semanas, foi significativa, pois foram responsáveis por um terço das interações do curso, indicando, assim, uma postura interativa (PI-EP e PI-AP). A postura da professora/pesquisadora fornecendo os *feedbacks* para os envolvidos e fazendo um chamamento para que cada um cumprisse suas responsabilidades (BEHAR, 2009) fez a diferença para com a postura dos participantes e também para com o andamento da formação continuada. Das 176 interação no grupo de *WhatsApp*, apenas 40%, ou seja, 70 delas apresentavam discussões que indicavam o trabalho coletivo ou uma das posturas interativas entre os envolvidos, ou seja, nessas semanas, as interações promovidas foram mais significativas pela plataforma do que pelo grupo de *WhatsApp*. Essas 176 interações também podem indicar que os envolvidos já estavam se sentindo mais “livres” para uma interação mais informal com emojis ou que não necessariamente envolvessem o curso dando lugar a uma situação tal que a comunicação pudesse ter lugar sem que o sujeito se sentisse preso à relação ação-reação (BEHAR, 2009). A

tabela abaixo apresenta a postura apresentada por cada participante nas semanas quatro e cinco:

Tabela 08 – Postura apresentada pelos envolvidos nas semanas quatro e cinco

| Participante | Interações <sup>26</sup><br><i>WhatsApp</i> e<br>Plataforma | PA-GT                      | PI-EP | PI-AP | PI-TC | PI-FP | PP |
|--------------|---|----------------------------|-------|-------|-------|-------|----|
| A            | 26  | X                          | X     | X     | X     | X     |    |
| B            | 12  |                            |       | X     |       | X     | X  |
| C            | 52  | X                          | X     | X     | X     | X     |    |
| D            | 11  |                            |       | X     |       | X     | X  |
| E            | 6   |                            | X     | X     |       | X     | X  |
| F            | 6   |                            | X     | X     |       |       | X  |
| G            | 0   |                            |       |       |       |       | X  |
| H            |   | DESISTIU NA SEGUNDA SEMANA |       |       |       |       |    |
| I            | 11  |                            |       | X     |       | X     | X  |
| J            |   | DESISTIU NA SEGUNDA SEMANA |       |       |       |       |    |
| K            | 15  |                            | X     | X     | X     | X     |    |

Fonte: arquivo pessoal

A tabela 8 serviu como ferramenta para observar e analisar a postura dos professores envolvidos em diferentes Espaços Virtuais corroborando com o objetivo principal desta pesquisa. Por meio dela, observou-se que os participantes B, D e I, embora tenham apresentado uma postura passiva (PP) no grupo de *WhatsApp*, apresentaram posturas interativas na plataforma, pois postaram suas resoluções das tarefas e demonstraram entendimento do objeto de estudo. Os participantes A, K e C demonstraram posturas ativas e interativas, pois sempre estavam presentes nos horários marcados, promoveram diversas interações que contribuíram para a reflexão coletiva, além de o participante A ter chamado a pesquisadora no privado para uma explicação mais aprofundada da letra C da questão OBM/2017. Já os participantes F e G apresentaram posturas passivas (PP) nos dois Espaços Virtuais disponibilizados. Ressalta-se que, nas semanas quatro e cinco, o participante E foi o único que apresentou uma postura passiva (PP) na plataforma, mas participou das reflexões no grupo de *WhatsApp*.

No decorrer das duas semanas, pôde-se perceber que os envolvidos tinham dúvidas e careciam de explicações pontuais sobre situações que envolviam fenômenos periódicos e

<sup>26</sup> Somente as interação que expressavam explicações, interrogações e ou complementavam alguma ideia.

divisão euclidiana. Os encontros síncronos realizados promoveram debates sobre problemas/situações matemáticas, por meio dos dois Espaços Virtuais criados, os quais possibilitaram desenvolver diferentes formas e olhares sobre cada problema/situação matemática tratada.

Por fim, destaca-se que, nessas duas semanas, os objetivos semanais foram atendidos parcialmente, pois os envolvidos puderam conhecer como as questões de sequência numérica e a divisão euclidiana são utilizadas nas competições nacionais, porém não houve debate de metodologias para facilitar a compreensão dos estudantes, logo o objetivo semanal “discutir e propor alternativas que facilitem o entendimento dos discentes/docentes com as questões que envolvem fenômenos periódicos e divisão euclidiana” e o objetivo específico 2 não foram evidenciados.

## **5.7 ANÁLISE E CONSIDERAÇÕES DA SEMANA OITO**

Na semana 8, foram postadas as atividades relacionadas com um dos conteúdos estudados na formação continuada e aplicadas com os alunos de cada docente envolvido com a formação continuada. Nesta seção, serão apresentadas as atividades realizadas e as reflexões geradas mediante a aplicação.

### **5.7.1 OBJETIVOS DA SEMANA OITO E SUAS CONSIDERAÇÕES**

Para a semana oito, foram atribuídos três objetivos:

- 1) apresentar uma ou mais atividades que foram aplicadas aos alunos da escola básica;
- 2) refletir sobre as possibilidades de aplicação mediante a atividade proposta;
- 3) apresentar alternativas que facilitem o entendimento dos participantes e, por conseguinte, de seus alunos com relação a esse tipo de questão.

Nessa semana, as interações no grupo de *WhatsApp* foram significativas. Destaca-se que todos os dados apresentados nesta seção foram postados no dia 06/06/2019, conforme o previsto na arquitetura pedagógica como a data do último encontro e a apresentação final.

### **5.7.2 TAREFAS FINAIS APLICADAS**

A participante C apresentando uma postura ativa postou nos dois Espaços Virtuais suas contribuições anteriormente ao horário solicitado (06/06/2019, às 07h 43min) e destacou o grande interesse demonstrado pelos alunos para realizar a tarefa solicitada.

## Quadro 12 – Tarefa final da participante C

**PARTICIPANTE C - ATIVIDADE AVALIATIVA FINAL**

Desafio a ser resolvido usando-se folha quadriculada, recorte, pintura com cores diferentes...

Quantos quadrados é possível enxergar num quadrado de lados com a medida indicada?

Lado 1 = ..... quadrados  
 Lado 2 = ..... quadrados  
 Lado 3 = ..... quadrados  
 Lado 4 = ..... quadrados  
 Lado 5 = ..... quadrados  
 Lado 6 = ..... quadrados

À medida que os registros forem feitos, dependendo da série onde for aplicada a atividade, podemos instigar os alunos a descobrirem a sequência usada.

Sobre a realização da atividade - A atividade, foi desenvolvida numa turma de 6.º Ano, com 25 alunos presentes. Entreguei a cada um, um pedaço de folha quadriculada e uma folha A4 em branco, onde construíram a tabela relacionando a medida do lado dos quadrados com a quantidade de quadrados que podem ser vistos em cada um.

Pedi que desenhassem quadrados de lados 1cm, 2cm, 3cm, 4cm e 5cm.

Analisei com o grande grupo as respostas obtidas nos dois primeiros quadrados, verificando sua validade.

A partir disso, foram tentando resolver os itens seguintes. Eles realmente se sentiram desafiados e muito motivados na realização da tarefa. Trocaram ideias com os colegas na busca dos resultados, mostrando as posições dos quadrados que visualizavam e fazendo as contagens.

À medida que alguns iam acertando, eu confirmava as respostas obtidas. As visualizações das quantidades de quadrados foram acontecendo até o quadrado de lado 4cm.

Nesse momento, eu disse que havia um cálculo que podia ser feito para resolver o desafio, pois a visualização se tornava muito difícil em quadrados com lados maiores. Comentei que o segredo estava na própria tabela.

Em poucos minutos, dois alunos que não estavam interagindo entre si, vieram me dizer que “é só fazer o cinco vezes cinco e juntar com o 30”.

Pedi que não comentassem o que tinham percebido, para dar mais tempo de reflexão aos colegas. Meu período acabou e recolhi as tarefas. Saindo as sala, ainda ouvi “Profe, posso fotografar o quadro para tentar fazer em casa?”

Em uma próxima aula, pretendo devolver os registros e analisar possíveis maneiras de obter as possíveis maneiras de resolver o desafio.

Percebi que a reação da grande maioria da turma foi totalmente favorável à realização da tarefa, apesar de muitos terem tido bastante dificuldade em visualizar os quadrados e encontrar a lógica do desafio. Infelizmente, também percebi alguns alunos poucos copiando resultados de colegas.

Penso que a dificuldade pode ser reduzida, se tivermos continuidade na realização desse tipo de atividade.

Fonte: arquivo pessoal

A atividade de C está relacionada com sequência e Geometria (especificamente área) e ainda utiliza material de apoio. A proposta apresenta nível intermediário de raciocínio, porém a ideia de utilizar cores para determinar o conjunto de quadrados possíveis foi interessante. O relato da participante C “Penso que a dificuldade pode ser reduzida, se tivermos continuidade na realização desse tipo de atividade” sugere que este tipo de questão é pouco trabalhado com os estudantes. A proposta ainda corrobora com o posicionamento dos participantes na semana três quando afirmaram que utilizariam o material de apoio para auxiliar o desenvolvimento da aula.

No dia e horário combinados, a participante K também apresentando uma postura ativa - (interações destacadas em negrito) no diálogo abaixo - foi a primeira a dar o seu relato. As interações da participante C - indicando uma postura interativa e também visando ao trabalho coletivo, afirmando que os alunos reagiram com surpresa e euforia - foram salientadas em itálico.

## Quadro 13 - Tarefa final participante K

[18:05, 06/06/2019] **PARTICIPANTE K:** Apliquei a tarefa com duas turmas 7 e 8 anos. Foi bem legal, tentaram resolver a questão cada um seguindo a sua linha de raciocínio e quando os primeiros chegaram a um resultado vieram para explicar. Achei bem interessante o envolvimento de todos.

[18:05, 06/06/2019] Morgana Reinheimer: Acredito que ao desafiarmos nossos alunos estamos desenvolvendo várias habilidades

[18:06, 06/06/2019] **PARTICIPANTE C:** Quando eu disse que estava fazendo um curso sobre olimpíadas matemáticas, a reação foi de surpresa e euforia. Ai, pedi ajuda para meu trabalho. Adoraram.

[18:06, 06/06/2019] Morgana Reinheimer: 🙌🙌🙌

[18:06, 06/06/2019] **PARTICIPANTE K:** Muitos ainda não chegaram na resposta correta, pois tinha apenas um período com eles, na próxima aula vou dar um breve explicação e devolver para eles concluir.

[18:07, 06/06/2019] Morgana Reinheimer: Tirem fotos pois sempre é um registro interessante ☐

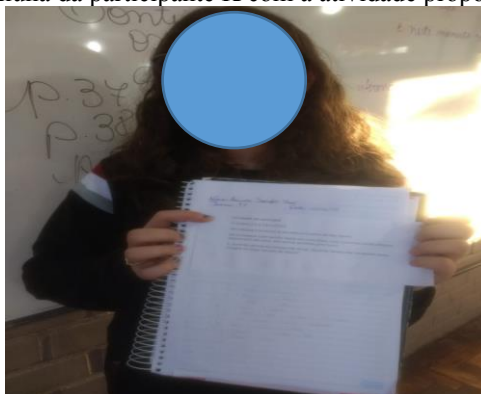
[18:07, 06/06/2019] **PARTICIPANTE C:** Nunca lembro.

[18:08, 06/06/2019] **PARTICIPANTE B:** Pensei em relatar a atividade que fiz no início do curso sobre paridade e geometria.

[18:08, 06/06/2019] Morgana Reinheimer: “C”.... Na linha da tua ideia tem aquela atividade dos pontos

[18:08, 06/06/2019] **PARTICIPANTE K:** Essa menina foi a primeira a realizar na turma do 7 ano.

Aluna da participante K com a atividade proposta



Fonte: arquivo pessoal do *WhatsApp*

[18:09, 06/06/2019] Morgana Reinheimer: Querida ☐🙌☐🙌☐🙌☐

Fonte: arquivo pessoal

Além das interações acima, a participante K enviou uma foto com a atividade, mas sua qualidade não foi adequada, por isso ela foi digitada a fim de proporcionar uma melhor compreensão da proposta para o leitor.

## Quadro 14– Descrição da tarefa final da participante K

**O CARACOL E OS TIJOLOS**

Um caracol começou a escalar uma pilha de dez tijolos. Ele consegue subir 4 tijolos em uma hora. Mas como faz muito esforço depois que ele sobe, ele dorme por uma hora.


E, quando sobe, ele desce 3 tijolos. Quanto tempo ele vai gastar para chegar ao topo da pilha de tijolos?

Fonte: arquivo pessoal

A participante enviou fotos dos alunos realizando a atividade e destacou que seus alunos gostaram bastante. O participante I declarou: “Precisamos trazer a Matemática do abstrato para o concreto, acho que desta forma os alunos vão entender e gostar.” (18:16, 06/06/2019). A atividade proposta por K assemelhou-se às propostas trazidas pela pesquisadora que envolviam raciocínio e, embora tenha sido uma questão de fácil compreensão, segundo K os alunos estavam encontrando dificuldade em resolvê-la, significando que os discentes carecem de atividades que envolvam raciocínio. Na sequência, o participante A fez sua interação:


[18:16, 06/06/2019] **PARTICIPANTE A:** *Foi bem estimulante o trabalho, eles sentiram se desafiados, e estavam empenhados em resolver a atividade proposta. Fiz o desafio do princípio dos três pombos.*

[18:16, 06/06/2019] **PARTICIPANTE A:** *Cada qual queria dar sua resposta primeiro.*

[18:16, 06/06/2019] Morgana Reinheimer □ : *Sim. A conta pra eles achei bem interessante teu relato!*

[18:17, 06/06/2019] **PARTICIPANTE A:** *E foram apresentadas várias discussões.*

*Com diferentes soluções.*

[18:18, 06/06/2019] Morgana Reinheimer □ :

**RELATO DO “PARTICIPANTE A” NA PLATAFORMA:** *Trabalhei com meus alunos algumas questões apresentadas do tipo do princípio dos três pombos...*

*Foi bem interessante ver a vontade, as tentativas de resolução, o problema do aniversário na mesma data, uma aluna chegou multiplicar por 3 e depois tirar 11. Foi bem produtivo.*

Neste caso, indica-se uma postura ativa do participante A, que aplicou o princípio da Casa dos Pombos, que é um conteúdo do Ensino Médio no Ensino Fundamental 2, e, inclusive, o participante A fez sua tarefa final utilizando-se desse princípio. Esse relato nos permite concluir que uma formação a distância, baseada no trabalho coletivo e usando diferentes Espaços Virtuais, pode possibilitar uma modificação no fazer pedagógico do participante, atingindo significativamente os objetivos que nortearam este curso e também esta pesquisa. Cabe desatacar que o participante A enviou várias fotos com seus alunos realizando as atividades do curso de formação e, inclusive, em diferentes momentos, o participante fazia relatos da aplicação em sala de aula e estas nos permitem inferir que o objetivo “oportunizar momentos de reflexão coletiva junto aos participantes, os quais possibilitem o delineamento de propostas de atividades que possam ser trabalhadas com os seus estudantes nas aulas de matemática” pode ser alcançado. O excerto abaixo apresenta diálogos e reflexões:

[18:18, 06/06/2019] **PARTICIPANTE I:** *Estou na mesma situação, fim de trimestre*

[18:19, 06/06/2019] **PARTICIPANTE K:** *Obrigada.*

[18:20, 06/06/2019] Morgana Reinheimer: *Sim gente, eu entendo mas tentem fazer algo na linha do que estudamos pois normalmente os alunos adoram!*

[18:20, 06/06/2019] **PARTICIPANTE C:** *Deu pra ver. 😊😊😊*

[18:21, 06/06/2019] Morgana Reinheimer: *No caso de probabilidade a PARTICIPANTE C deu várias ideias muito interessantes □*

[18:21, 06/06/2019] **PARTICIPANTE C:** *Teve uma aluna que pediu pra tirar foto do quadro, quando terminou o período, para continuar tentabdo em casa.*

[18:21, 06/06/2019] **PARTICIPANTE C:** *Obrigada*



[18:22, 06/06/2019] Morgana Reinheimer: Vocês aplicariam em quais turmas?

[18:22, 06/06/2019] Morgana Reinheimer: 🙌🙌🙌

[18:24, 06/06/2019] **PARTICIPANTE C:** Não sei se sexto ano dá conta. □□

[18:25, 06/06/2019] Morgana Reinheimer: Eu considero que as diferentes soluções são muito importantes e fazem eles refletir: O que vocês acham?

[18:26, 06/06/2019] Morgana Reinheimer: Eu aplicaria no sétimo.

[18:26, 06/06/2019] Morgana Reinheimer: Talvez até no oitavo

[18:27, 06/06/2019] **PARTICIPANTE C:** Tenho o hábito de pedir que a turma explique como chega às respostas dos problemas. Tento fazer com que eles vejam as diferentes formas usadas na turma.

[18:27, 06/06/2019] **PARTICIPANTE I:** Demonstrar maneiras diferentes de solução sempre é muito interessante,

[18:27, 06/06/2019] **PARTICIPANTE K:** Concordo! E interessante ouvir a explicação deles.

[18:27, 06/06/2019] **PARTICIPANTE I:** Principalmente...

[18:27, 06/06/2019] **PARTICIPANTE A:** Apresentei as questões para os alunos do 6º ao 9º ano e percebi o empenho de cada um, uns bem mais interessados outros nem tanto, mas quem não conseguia resolver fazia questão de entender.

No diálogo acima, podemos perceber que os envolvidos trocam ideias ao mesmo tempo e complementando um ao outro. Esse fato se refere ao que Piaget (1973) chama de complementariedade, na qual um reforça ou discorda do que o outro diz, mas juntos chegam a uma conclusão comum. Além disso, podemos observar, no diálogo acima, que a pesquisadora, que é sabedora de suas responsabilidades previstas na arquitetura pedagógica conforme prevê Behar (2009), chama os participantes para o compromisso de realizar as tarefas com os discentes e ainda destaca que normalmente eles as adoram. Behar (2009) disserta sobre a importância dos envolvidos terem claro quais são os direitos e os deveres de cada um. A pesquisadora demonstrou não só na última semana, mas no decorrer do curso, a sua preocupação com o envolvimento e entendimento de todos. Essa afirmação fica evidenciada no questionário que foi aplicado no final do curso e que será discutido posteriormente. Na sequência do diálogo, observa-se que as discussões envolveram trabalho coletivo, pois promoveram interações sobre o fazer pedagógico dos participantes.

Na sequência, temos o relato da atividade do participante B, e novamente aparecem passagens indicando descontentamento com relação à “falta de tempo” e ao excesso de conteúdo. Destaca-se que esses relatos foram frequentes no decorrer da formação, especialmente no privado, com a professora/pesquisadora. Mas os participantes, com as interações da professora/pesquisadora, sempre eram orientados e incentivados a continuar, conforme orienta Behar (2009).

### Quadro 15 – Relato de atividade final participante B

**PARTICIPANTE B:** Nestas duas últimas semanas não apliquei, pois estava fazendo revisões de conteúdo e recuperações. Mas já havia aplicado, no início do curso uma atividade sobre paridade e geometria. E, durante a introdução a Potenciação, utilizei as sequências de quadrados para a potenciação semelhante à da C... Também trabalhei no 6º e 7º ano a atividade da soma, um dos alunos do 6º me surpreendeu com parte da solução da mágica, depois desta aula, outros alunos trouxeram desafios para os colegas. Apliquei também algumas atividades de geometria que foram estudadas aqui no curso. Os alunos gostaram muito e se sentiram desafiados, percebi que alguns tiveram dificuldades, mas também conseguimos perceber alunos que gostam deste tipo de atividade diferenciada e se saem bem diante de desafios.

Fonte: arquivo pessoal

Essa interação de B, indicando uma postura interativa participante/professor e participante/participante, chama a atenção pelo fato de a participante explicar seu descontentamento com a questão da falta de tempo. Destaca-se que essa participante sempre apresentou uma postura interativa, expondo suas dúvidas, posicionamentos e dando depoimentos sobre as metodologias usadas em sala de aula, por isso acredita-se que ela teria proposto mais atividades da formação se realmente houvesse mais tempo para preparar-se. O participante E faz seu discurso na mesma linha de B, conforme quadro 16.

### Quadro 16 – Relato 1: atividade final participante E

**PARTICIPANTE E:** Pois é eu estou substituindo uma prof. que está de licença maternidade. Nessas últimas semanas, estava focado em fazer a readaptação dela e não consegui aplicar alguma atividade. No entanto, eu já tinha feito um momento desafio com o sexto ano envolvendo a soma gigante. E com os oitavos anos envolvendo placas de carro (princípio multiplicativo).  
A reação do sexto ano inicialmente foi de achar que era uma mágica. Pedi que eles achessem um qual era o "truque matemático" utilizado, mas não conseguiram. Então a partir dos meus questionamentos eles passaram a compreender o que estava acontecendo ali.  
Já no oitavo ano, pedi para que eles explorassem a quantidade de placas que podíamos ter com o modelo atual (3 letras e 4 números) e a partir daí trabalhei algumas re...

Fonte: arquivo pessoal


No diálogo acima, o participante E também coloca sua preocupação por estar substituindo uma colega e descreve sua atividade. Os demais participantes interagem (conforme diálogo abaixo) e novamente comentam sobre a soma gigante, dando ênfase à significação que a atividade teve. Além disso, os participantes interagem trocando ideias no decorrer do diálogo do dia 06/06/2019, o que, para Piaget (1973), nas interações observam-se operação qualitativas e métricas. Seguem as interações após relato de E:

[18:28, 06/06/2019] **PARTICIPANTE K:** 🍷


[18:29, 06/06/2019] **PARTICIPANTE F:** Beleza colegas, este é o caminho. Parabéns, faça tbm

[18:29, 06/06/2019] **PARTICIPANTE A:** Muitas explicações e por momentos alguns alunos tomavam posição e contribuam com as explicações.










[18:29, 06/06/2019] Morgana Reinheimer 🗣️🗣️: Eu acho que a soma gigante pode ser feita com pessoas de qualquer idade e encantar 🗣️🗣️

- [18:29, 06/06/2019] Morgana Reinheimer : Bah, que show!!!
- [18:29, 06/06/2019] **PARTICIPANTE A:** Houve uma bagunça organizada para as interações entre os mesmos.
- [18:30, 06/06/2019] **PARTICIPANTE C:** Soma gigante até quinto ano dá conta.
- [18:30, 06/06/2019] **PARTICIPANTE E:** Sim. Concordo mesmo. Comigo funcionou bem tratar as atividades como desafios.
- [18:31, 06/06/2019] Morgana Reinheimer: Eu adoro essa bagunça organizada

Após as considerações dos colegas, o participante E decidiu relatar uma experiência sua com seus alunos de sexto ano utilizando memes. Os colegas e a pesquisadora promoveram interações que deram indicativos de que trabalhariam com seus alunos, no entanto não há certeza desta aplicação, mas pode-se inferir que as interações realizadas fizeram os envolvidos refletir sobre sua prática, que é uma das características do trabalho coletivo e um dos objetivos desta dissertação. As discussões levaram E a fazer mais um relato:

- [18:31, 06/06/2019] **PARTICIPANTE E:** Eu trabalhei com o sexto ano com alguns memes de internet também. No intuito de trabalhar com uma linguagem próxima deles e de explorar a busca por padrões lógicos com sequências numéricas ou sequências geométricas.
- [18:32, 06/06/2019] Morgana Reinheimer: Que interessante! Como foi?
- [18:33, 06/06/2019] **PARTICIPANTE K:** Que legal!!
- [18:33, 06/06/2019] **PARTICIPANTE E:** Peguei aqueles memes que volta e meia aparecem no facebook e pedi que eles encontrassem os valores.
- [18:33, 06/06/2019] **PARTICIPANTE E:** Na ideia de desafio também
- [18:33, 06/06/2019] **PARTICIPANTE E:** Deixa eu ver se acho aqui os que usei
- [18:35, 06/06/2019] Morgana Reinheimer : Eu uso um aplicativo com os alunos do sétimo ao nono chamado CALCULADORA O JOGO. Muito legal!
- [18:35, 06/06/2019] **PARTICIPANTE E:** <https://images.app.goo.gl/XBB6vduTnrYhm4Sc6>



- [18:35, 06/06/2019] **PARTICIPANTE E:** Esse foi um deles 
- [18:35, 06/06/2019] **PARTICIPANTE E:** Mas não dei numa folha
- [18:36, 06/06/2019] **PARTICIPANTE C:** Aplicativo?   Vou procurar.
- [18:36, 06/06/2019] **PARTICIPANTE E:** Abri no computador e projetei no quadro, para que eles relacionassem de fato com a linguagem da internet
- [18:36, 06/06/2019] Morgana Reinheimer : Eles baixam em casa e jogam na aula. É um jogo de pura lógica e raciocínio. Até eu jogo kkkk
- [18:38, 06/06/2019] Morgana Reinheimer : Que show!!!
- [18:38, 06/06/2019] **PARTICIPANTE E:** Que legal. Eu andei procurando aplicativos esses tempos, mas sinceramente achei todos muito legais pra nós profs. que gostamos de matemática, mas a maioria acaba ficando monótono pra eles com o passar do tempo de aula.
- [18:39, 06/06/2019] **PARTICIPANTE E:** Se tiverem alguns para indicar aqui, adoraria ter uma lista para explorar com eles nos diferentes momentos do ano
- [18:39, 06/06/2019] Morgana Reinheimer : Eles gostam... Alguns até viraram ele 
- [18:39, 06/06/2019] **PARTICIPANTE E:** Que legal
- [18:39, 06/06/2019] **PARTICIPANTE E:** Não conhecia esse
- [18:39, 06/06/2019] Morgana Reinheimer : Esse é de celular mesmo.
- [18:39, 06/06/2019] Morgana Reinheimer : Conheço outros de computador.
- [18:41, 06/06/2019] **PARTICIPANTE C:** Achei! Tem Calculadora o jogo e Calculadora 2 o jogo. Qual tu usas, Morgana?
- [18:41, 06/06/2019] Morgana Reinheimer: O normal. O outro é chique, é para iPhone kkk

[18:42, 06/06/2019] **PARTICIPANTE C:** Fico com o normalzinho. 😊😊

[18:42, 06/06/2019] Morgana Reinheimer: Mas alguns só conseguem baixar o 2, mas que eu não considero tão bom!

[18:42, 06/06/2019] **PARTICIPANTE C:** Vou explorar o primeiro.

[18:43, 06/06/2019] Morgana Reinheimer: Sim. Vai gostar ☐

No diálogo acima, podemos perceber que o trabalho coletivo pode promover mudanças nas ações produzidas em sala de aula. Nesse diálogo, fica evidenciado o papel positivo da interação, pois, no mesmo instante em que a pesquisadora sugere um aplicativo que pode ser utilizado com os alunos, a participante C já avisa que irá baixá-lo e sai do grupo para jogá-lo. O fato de o participante E ter falado em utilizar a tecnologia, por meio de memes do *Facebook*, e a pesquisadora aproveitar a oportunidade sugere um aplicativo que pode ser usado com alunos de sexto ao nono ano. Entende-se que, em uma formação integralmente feita na modalidade a distância, a interação desempenhe uma função fundamental. Nessa perspectiva, Piaget (1973) afirma que

[...] toda a interação social se manifesta sob a forma de regras (sistema de obrigações), valores (trocas) e símbolos (representações de regras e valores-sinais). A sociedade constitui um sistema de interação que inicia com as relações dos indivíduos dois a dois e se estende até as interações históricas, que atuam sobre os indivíduos atuais. (PIAGET, 1973, p. 35).

Na sequência, apresenta-se o diálogo com o retorno positivo da participante C e o comentário de outros participantes com relação ao jogo (comentários em negrito). Além disso, no diálogo também são expressos comentários sobre a opinião dos envolvidos sobre a formação realizada (Itálico). Pode-se observar que os participantes começam a demonstrar seu posicionamento mediante o curso realizado, apresentando pontos positivos com relação à importância que a formação continuada proporcionou para eles. Essas atitudes indicaram que os envolvidos já se sentiam à vontade para expressar suas opiniões, dúvidas e descontentamentos.

[18:49, 06/06/2019] **PARTICIPANTE C:** Voltei! Estava brincando no Calculadora o jogo.

[18:49, 06/06/2019] Morgana Reinheimer : Legal né!!!

[18:49, 06/06/2019] **PARTICIPANTE C:** Siim

[18:49, 06/06/2019] Morgana Reinheimer: 🌟🌟🌟

[18:50, 06/06/2019] **PARTICIPANTE C:** Preciso de mais tempo para brincar. 😊😊😊

[18:44, 06/06/2019] **PARTICIPANTE B:** Meu propósito ao iniciar o curso, era buscar inspiração e motivação para estudar com meus alunos as questões da Obmep. E principalmente como motivá-los a estudar e a visualizarem que existe beleza e "mágica" na matemática. Obrigada colegas, por compartilharem tantas ideias para tornar significativa e prazerosa a aprendizagem dos nossos alunos. ☐

[18:45, 06/06/2019] **PARTICIPANTE E:** Vou fazer isso também

[18:45, 06/06/2019] **PARTICIPANTE E:** Acho que hoje é um desafio lidarmos com o celular na sala de aula

[18:45, 06/06/2019] Morgana Reinheimer: Fico muito feliz com tuas colocações. E penso como poderíamos ir mais longe se não fosse a questão do tempo!


[18:45, 06/06/2019] **PARTICIPANTE E:** E usar ele ao nosso favor nem sempre faz parte da nossa zona de

*conforto.*



[18:47, 06/06/2019] Morgana Reinheimer:  *Sim. Sair da zona de conforto para muitos é difícil! Mas tenho certeza que é necessário!*

[18:47, 06/06/2019] PARTICIPANTE E: *Com certeza Morgana*

[18:48, 06/06/2019] PARTICIPANTE E: *Acredito que pelo esforço dos colegas aqui, nos desafiamos ao longo de todo o curso. Isso foi importante pra mim.*

[18:48, 06/06/2019] PARTICIPANTE K: *Eu tbm penso isso colega, apesar do pouco tempo que temos, estamos sempre em busca de mais conhecimento. Obrigada a todos!!!* 

[18:49, 06/06/2019] PARTICIPANTE E: *Aceitar que é preciso seguir estudando, pesquisando, e trocando informações com colegas é fundamental. E principalmente ser humilde quando não sabemos algum tipo de questão. Foi um belo aprendizado*

[18:50, 06/06/2019] Morgana Reinheimer:  

[18:53, 06/06/2019] Morgana Reinheimer: *Queridos, quero agradecer a dedicação e a atenção de cada um! Eu aprendi muito com vocês e espero ter contribuído com a formação de vocês! Espero que vocês utilizem um pouco das nossas trocas de conhecimento pois todos ganham com isso!*

[18:55, 06/06/2019] Morgana Reinheimer: *@G @I OBMEP postem suas tarefas!*

[18:55, 06/06/2019] PARTICIPANTE C: *Podes ter certeza de que foi muito motivador fazer esse tipo de trabalho. Obrigada pela oportunidade!!*

[18:55, 06/06/2019] Morgana Reinheimer: 

[18:57, 06/06/2019] PARTICIPANTE E: *Pode ter certeza que contribuiu, assim como todos os colegas aqui.*

*Nem sempre consegui participar das discussões, mas podes ter certeza que eu estava acompanhando tudo. E foi muito importante pra mim*

A participante B afirmou no grupo de *WhatsApp*: “Meu propósito, ao iniciar o curso, era buscar inspiração e motivação para estudar com meus alunos as questões da OBMEP. E principalmente como motivá-los a estudar e a visualizarem que existe beleza e "mágica" na Matemática. Obrigada, colegas, por compartilharem tantas ideias para tornar significativa e prazerosa a aprendizagem dos nossos alunos”. Esse depoimento da participante B deixa claro seu contentamento e sua gratidão. Esse tipo de afirmação aparece mais vezes no grupo de *WhatsApp* e também por mais de um participante no questionário aplicado indicando que a afetividade que normalmente é gerada pelo trabalho coletivo ocorreu e também fica implícito que os docentes consideram importantes formações como as propostas por esta pesquisa de mestrado.

Os participantes D e I postaram suas atividades avaliativas posteriormente ao prazo combinado. O participante I fez uma atividade muito semelhante à C indicando que a ideia da colega foi considerada apropriada também para os alunos dele, e D relatou na plataforma que também realizou a soma gigante com seus alunos - as atividades com princípio multiplicativo e uma atividade de Geometria. Observou-se uma postura passiva (PP) em D, pois, além de postar sua tarefa depois, D não participou dos debates do grupo de *WhatsApp*. No entanto, I participou das discussões demonstrando uma postura interativa e preocupação com os combinados coletivos (PI-TC; PI-EP).

A interação do participante E “nem sempre consegui participar das discussões, mas podes ter certeza de que eu estava acompanhando tudo. E foi muito importante pra mim” mostra

ciência de sua ausência em alguns momentos, mas também demonstra que as interações da pesquisadora ou de seus pares foram acompanhadas e permitiram reflexões por parte de E.

Por fim, conclui-se que na semana 8 percebeu-se uma postura interativa de todos os envolvidos, tanto no sentido de interações participante/participante, participante/professora/pesquisara, quanto, de interações que vieram a agenciar o trabalho coletivo.

Na próxima seção, dissertar-se-á sobre como os dados produzidos corroboraram com a pergunta diretriz e os objetivos da pesquisa.

### 5.7.3 RELAÇÃO DA OITAVA SEMANA COM OS OBJETIVOS DA PESQUISA E A PERGUNTA DIRETRIZ

A semana oito foi motivada pela narrativa dos participantes das atividades realizadas com os alunos envolvendo um dos tópicos estudados e como elas lhes proporcionaram momentos de trocas e de interação que contribuíram para a reflexão coletiva. Com intenção de obter uma visão global dessas interações, foi elaborada a tabela 09 que expressa as interações ocorridas na plataforma e pelo *WhatsApp* na corrente semana.

Tabela 09 - Interações geradas durante a semana oito

| INTERAÇÕES <sup>27</sup> | PLATAFORMA | WHATSAPP <sup>28</sup> |
|--------------------------|------------|------------------------|
| TOTAL                    | 307        | 745                    |
| SEMANA 8                 | 7          | 120                    |

Fonte: arquivo pessoal

Reitera-se que, na última semana de formação, houve um número expressivo de interações pelo grupo de *WhatsApp* (PI-AP; PI-TC, PI-FP PI-AL), sendo que estas proporcionaram aos professores momentos de reflexão sobre o fazer pedagógico de cada um, de trocas de ideias, de pontos de vista e também de gratidão pelos momentos compartilhados. É notória a importância da interação e do trabalho coletivo para que objetivos desta dissertação fossem alcançados. Salienta-se também que a única interação dos envolvidos na plataforma na semana oito foi a postagem da atividade avaliativa final. As mensagens mais utilizadas na formação proposta, e principalmente na semana oito, foram as alteráveis em tempo real

<sup>27</sup> Foram consideradas as interações da professora/pesquisadora e dos participantes.

<sup>28</sup> Todas as interações relacionadas com a formação continuada e realizadas no grupo criado ou em conversas no privado com a professora/pesquisadora.

(*WhatsApp*). Os diálogos entre vários participantes (síncronos) realizados no grupo de *WhatsApp* possibilitavam interrupções e reorganização do fluxo imediatas, ou seja, em tempo real (LÉVY, 1999). Esse tipo de interação permite que os envolvidos troquem informações e ideias criando, assim, uma identidade que é oriunda do trabalho coletivo (BRASIL, 2018). A tabela 10 apresenta a postura diagnosticada nos envolvidos na semana oito.

Tabela 10 – Postura dos participantes na oitava semana

| Participante | Interações<br><i>WhatsApp</i> e<br>Plataforma | PA-GT | PI-EP | PI-AP | PI-TC | PI-FP | PP |
|--------------|---|-------|-------|-------|-------|-------|----|
| A            | 10  | X     | X     | X     | X     | X     |    |
| B            | 10  |       | X     | X     |       | X     |    |
| C            | 23  | X     | X     | X     | X     | X     |    |
| D            | 7   |       |       | X     |       | X     | X  |
| E            | 23  | X     | X     | X     | X     | X     |    |
| F            | 5   |       | X     |       |       |       | X  |
| G            | DESISTIU NA QUINTA SEMANA                     |       |       |       |       |       |    |
| H            | DESISTIU NA SEGUNDA SEMANA                    |       |       |       |       |       |    |
| I            | 13  |       | X     | X     |       | X     |    |
| J            | DESISTIU NA SEGUNDA SEMANA                    |       |       |       |       |       |    |
| K            | 17  | X     | X     | X     | X     | X     |    |

Fonte: arquivo pessoal

Na semana oito, os participantes A, C, E, I e K apresentaram uma postura interativa tanto com seus pares quanto com a professora/pesquisadora e, além disso, promoveram, por meio de suas interações, o trabalho coletivo (PI-EP, PI-AP, PI-TC). Além disso, A, C, E e K apresentaram posturas ativas em diferentes situações, tais como: (a) o participante A trabalhou o princípio da casa dos pombos já no Ensino Fundamental; (b) a participante C mostrou-se proativa instalando um aplicativo sugerido e em seguida dando seu *feedback* para os colegas e professora/pesquisadora; (c) o participante E teve dois relatos de atividades distintas, inclusive uma utilizando recursos tecnológicos; (d) a participante K sugeriu uma atividade de lógica diferente das utilizadas no curso e se preocupou em enviar fotos e trazer evidências (CAVALCANTI, 2014). O participante F interagiu no grupo de *WhatsApp* até a última semana, porém não fez nenhum registro na plataforma sendo impossível a obtenção do certificado. F sempre teve uma postura passiva na plataforma (PP), porém mostrou uma postura interativa no

grupo (PI-EP; PI-AP e PI- TC).

A participante B apresentou sua atividade e relatou suas expectativas quanto ao curso, apresentando uma postura interativa participante/participante e participante/professora, mas poderia ter participado e contribuído mais nas discussões coletivas.

Espera-se que a formação tenha proporcionado uma ampliação da formação matemática dos participantes, além de ter-lhes possibilitado uma familiarização com questões de olimpíadas, utilizando-se de metodologias diversas das habituais que podem facilitar a compreensão dos discentes e ainda possibilitar que o trabalho coletivo emergisse. Nesse sentido, infere-se que, na semana oito, as interações dão indicativos que o objetivo específico 3 poderá ser alcançado.

Ao analisarmos os dados que mostraram o quanto os envolvidos se propuseram a discutir coletivamente sobre as questões trabalhadas - considerando a utilização de diferentes metodologias e ainda ponderar sobre as turmas que se adequariam a determinadas atividades e métodos – tivemos indícios que estamos caminhando para que o objetivo específico 2 seja alcançado.

Já na semana oito, o objetivo específico 1 foi parcialmente abrangido, pois houve discussões sobre diferentes situações, conforme interações apresentadas anteriormente, entretanto essas interações foram realizadas apenas no grupo de *WhatsApp*.

## **5.8 ANÁLISE DAS SEMANAS COM MENOR INTERAÇÃO**

### **5.8.1 SEMANA DOIS**

A segunda semana foi destinada para as reflexões referentes aos conceitos relacionados com o Princípio Aditivo e do Princípio Multiplicativo, tendo como objetivos: (1) debater sobre as diferenças entre os dois princípios; (2) conhecer os tipos de questões que envolvem os princípios aditivos e multiplicativos e de que forma são utilizados nas competições nacionais. Nessa semana, disponibilizou-se um vídeo explicativo sobre os princípios estudados juntamente com as questões - e este, segundo os envolvidos, auxiliaram na resolução das questões da segunda semana. As questões realizadas possibilitaram que os participantes conhecessem a forma como são tratadas nas competições, porém não promoveram os debates esperados como será explicado a seguir.

Observou-se que as situações motivacionais e atividades foram resolvidas com certa tranquilidade pelos participantes. Porém, quando a pesquisadora foi analisar as postagens na



plataforma, observou que houve problemas de interpretação do enunciado da situação motivacional 1 e até mesmo o uso inadequado do princípio multiplicativo pelos envolvidos. Abaixo apresenta-se a situação motivacional 1.

*SITUAÇÃO MOTIVACIONAL<sup>29</sup>: Cada uma das placas das bicicletas de Nova Hartz contém três letras. A primeira letra é escolhida dentre os elementos do conjunto  $A=\{G, H, L, P, R\}$ , a segunda letra é escolhida dentre os elementos do conjunto  $B=\{M, I, O\}$  e a terceira letra é escolhida dentre os elementos do conjunto  $C=\{D, U, N, T\}$ .*

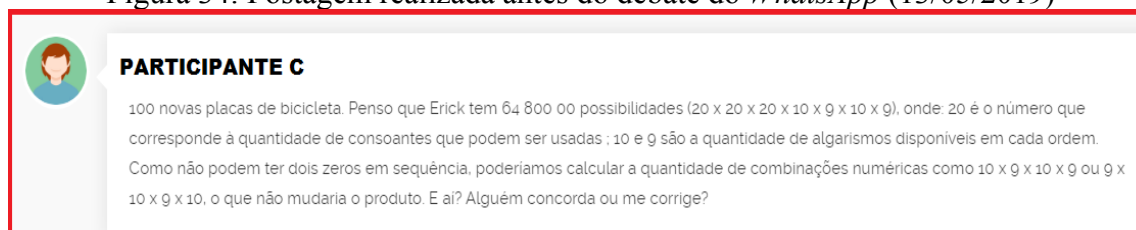
*Devido ao aumento no número de bicicletas da cidade, teve-se que expandir a quantidade de possibilidades de placas. Ficou determinado acrescentar duas novas letras a apenas um dos conjuntos ou uma letra nova a dois conjuntos.*

*Qual o maior número de novas placas que podem ser feitos, quando se acrescentam as duas novas letras?*

*### As placas no Brasil, atualmente, são compostas por 3 letras (incluindo k, y e w) e 4 números. Erick é muito supersticioso e compra carros somente com placas compostas por consoantes e que não contenham dois zeros seguidos. Quantas são as opções de compra de Erick?*

Abaixo seguem algumas postagens realizadas, com respostas incorretas, na plataforma. Ressalta-se que 100% dos participantes não souberam resolver corretamente a questão.

Figura 34: Postagem realizada antes do debate do *WhatsApp* (13/05/2019)



Fonte: arquivo pessoal

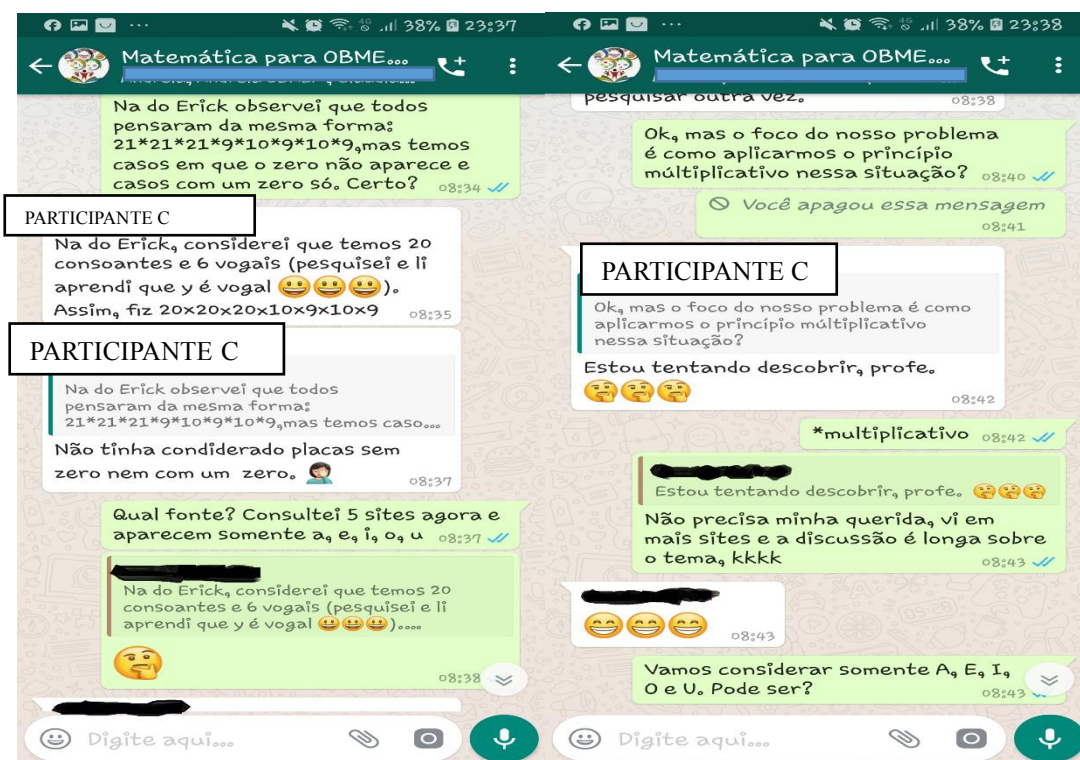
A participante K, na plataforma, afirmou: “Na do Erick, considerando 20 consoantes e 10 algarismos. Temos:  $21 \times 21 \times 21 \times 10 \times 9 \times 10 \times 9 = 75014$  possibilidades” (20/04/2019, às 09:33). O participante A declarou: “Com relação à situação do Erick vamos ter:  $21 \times 21 \times 21 \times 10 \times 9 \times 10 \times 9$ . Seria isto” (21/04/2019, às 21:10).

Atenta ao fato de os envolvidos estarem equivocados com relação à situação

<sup>29</sup> Situação adaptada do Banco de questões da OBMEP em 2017 pela pesquisadora. Destaca-se que o objetivo nesta questão é que o participante teste todas as alterações possíveis.

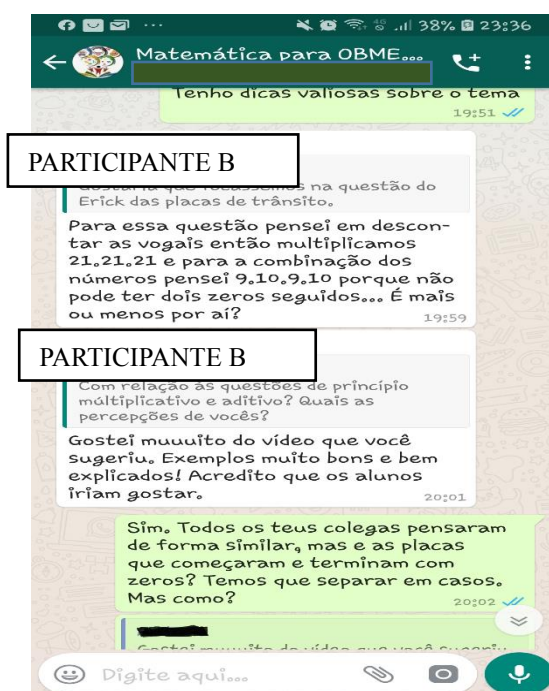
motivacional 1, a professora/pesquisadora, valendo-se de suas responsabilidades (BEHAR, 2009), procurou promover discussões envolvendo a questão, conforme figuras abaixo:

Figura 35: PrintScreen conversa grupo WhatsApp



Fonte: arquivo pessoal

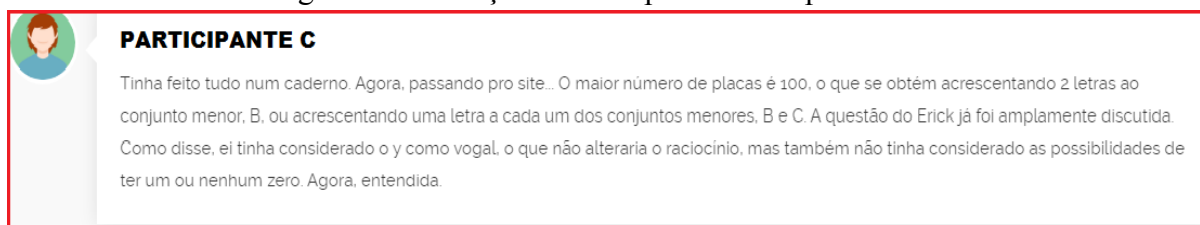
Figura 36: PrintScreen conversa grupo WhatsApp



Fonte: arquivo pessoal

Após as discussões síncronas dos envolvidos no grupo de *WhatsApp* a participante C postou sua nova resposta na plataforma indicando que as discussões coletivas contribuíram para com sua formação Matemática.

Figura 37: Interação de C na plataforma após debates



Fonte: arquivo pessoal

As interações desta semana no grupo de *WhatsApp* ficaram comprometidas devido ao volume de trabalho e a falta de tempo dos professores (sábados letivos, reuniões pedagógicas e fechamento de trimestre), com isso os professores apresentaram uma postura passiva (PP) principalmente nos momentos síncronos pré-agendados. As interações desta semana nesse Espaço Virtual foram em maioria justificativas de ausência demonstrando uma preocupação com formação e com os compromissos assumidos coletivamente. Entretanto, as participantes B e C apresentaram posturas interativas (PI-PA, PI-EP) conforme imagens acima. Ressalta-se que nesta semana das 70 interações pelos *WhatsApp* apenas 50% apresentaram interações com informações relevantes para o estudo proposto.

Já as interações via plataforma ocorreram de forma sistemática por todos os envolvidos sinalizando que os conceitos apresentados eram dominados por eles. As interações apresentaram pouco erro e indicavam uma postura interativa entre participante/participante e participante/professor (PI-AP; PI-EP).

Nesta segunda semana houve interações qualitativas, principalmente na plataforma e, pode-se observar que, os envolvidos tinham um objetivo comum que é uma característica do trabalho coletivo. Houve também aprendizagem matemática atingindo-se um dos objetivos da pesquisa.

### 5.8.2 SEMANA SEIS

A semana seis envolvia um conteúdo que é recorrente nas competições nacionais: a probabilidade e, além disso, o princípio da casa dos pombos também foi abordado. O objetivo proposto para a semana foi: (1) compreender os conceitos inerentes a probabilidade buscando ambientes que favoreçam o entendimento destes conceitos pelos estudantes.

As questões foram postadas e observou-se uma manifestação discreta no grupo de *WhatsApp*, porém muito significativa. Os participantes foram desafiados a pensarem em atividades que poderiam ser utilizadas no Ensino Fundamental II. A participante C sugeriu a utilização do jogo Cara a cara<sup>30</sup> para introdução de probabilidade no nono ano do EF2 e fez diferentes sugestões para se trabalhar o princípio da casa dos pombos.

[10:36, Q30/05/2019] PARTICIPANTE C: QUESTIONAMENTOS:

1) A partir do vídeo você introduziria o princípio da casa dos pombos no Ensino Fundamental? Por quê? Como isso poderia ser feito?

Acredito que poderíamos iniciar esse princípio com uma brincadeira. Os alunos seriam divididos em grupos.

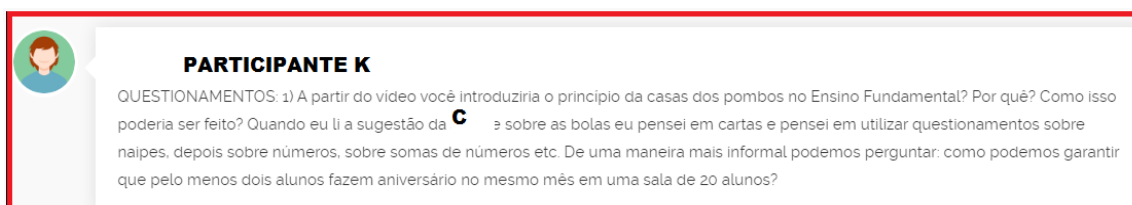
**Situação 1** - Teríamos à disposição bolinhas coloridas de três cores (piscina de bolinhas) e três caixas de sapato etiquetadas com as mesmas cores das bolinhas.

Um representante de cada grupo, vem à frente e, de olhos vendados, retira as bolinhas, uma a uma, colocando-as nas caixas correspondentes às cores das bolinhas retiradas. Anota-se o número de bolinhas retiradas por cada grupo até atingir o objetivo. Pontua a equipe que conseguir colocar, pelo menos duas bolas da mesma cor, sem que nenhuma caixa fique sem bolinhas.

**Situação 2** - Repete-se a atividade, utilizando 4 cores e 4 caixas.

Destaca-se que na plataforma houve 25 comentários e que os participantes fizeram observações positivas com relação às ideias apresentadas pela participante C, inclusive a participante K apresentou ideias na plataforma que corroboraram com as de C.

Figura 38 – PrintScreen: Interação participante K



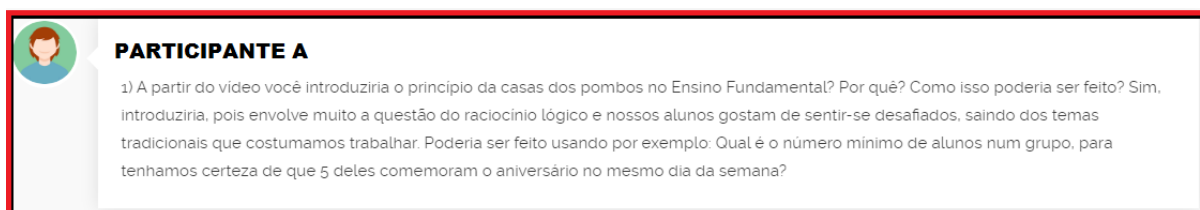
Fonte: arquivo pessoal

O princípio da casa dos pombos é um conteúdo de Ensino Médio, mas que segundo os participantes pode ser trabalhado no Ensino Fundamental e de forma interessante. Neste comentário podemos observar que a participante K a partir do posicionamento de sua colega C sugeriu outros caminhos para que a probabilidade seja trabalhada de uma maneira mais informal. O participante A também apresenta posicionamento favorável à aplicação deste conteúdo já no Ensino Fundamental II. Deduz-se que novamente a formação proposta pode oportunizar momentos de reflexão sobre a prática docente e ainda uma possível mudança na

<sup>30</sup> Segundo o site da Estrela: “O objetivo desse jogo é desvendar o personagem do adversário. Cada participante seleciona uma das figuras e o outro faz perguntas sobre as características. Dinâmico, divertido e repleto de **estratégias**.” (<https://www.estrela.com.br/>, acesso em dezembro de 2019).

mesma.

Figura 39 – *PrintScreen*: interação participante C



**PARTICIPANTE A**

1) A partir do vídeo você introduziria o princípio da casas dos pombos no Ensino Fundamental? Por quê? Como isso poderia ser feito? Sim, introduziria, pois envolve muito a questão do raciocínio lógico e nossos alunos gostam de sentir-se desafiados, saindo dos temas tradicionais que costumamos trabalhar. Poderia ser feito usando por exemplo: Qual é o número mínimo de alunos num grupo, para tenhamos certeza de que 5 deles comemoram o aniversário no mesmo dia da semana?

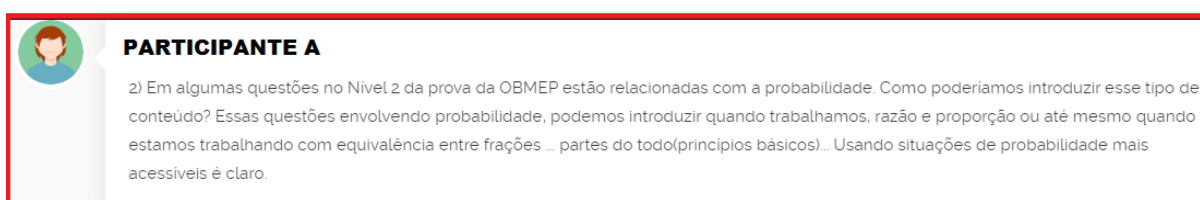
Fonte: arquivo pessoal

Ressalta-se que na BNCC (2018), foi acrescentada uma unidade temática chamada “probabilidade e estatística”, dando uma maior ênfase aos conteúdos dessas áreas e por consequência demandando uma maior atenção por parte dos docentes. Destaca-se também as interações promovidas em dois Espaços Virtuais distintos promoveram reflexões coletivas usando a internet como emissora e receptora da construção de um contexto comum (LÉVY, 1998).

Os participantes A e C apresentaram uma postura interativa (PI-EP; PI-AP) na semana seis fazendo sugestões que também exemplificaram metodologias que poderiam ser trabalhadas com os estudantes em sala de aula sobre probabilidade, atingindo um dos objetivos propostos por esta pesquisa. Seguem interações:

[10:37, 30/05/2019] PARTICIPANTE C – *QUESTIONAMENTO* -Em algumas questões no Nível 2 da prova da OBMEP estão relacionadas com a probabilidade. Como poderíamos introduzir esse tipo de conteúdo?  
 1) Jogo Cara a Cara – Nesse jogo, o que tenho em mãos, existem 24 rostos diferentes. Inicialmente, os alunos devem jogar livremente. Numa segunda etapa, devem fazer observações quanto às características das imagens. Ex.: 7 são mulheres, 8 usam óculos, 5 têm cabelos loiros...  
 Feitas as análises, a professora questiona quais estratégias poderiam ser usadas para descobrir a imagem escolhida pelo adversário, mais rapidamente.  
 Ex.: A chance de o adversário ter escolhido a imagem de um homem é de 17 em 24.  
 O chance de ter escolhido uma imagem com óculos é de 8 em 24. Com esse tipo de observações, os jogadores podem tentar direcionar suas perguntas e vencer o jogo.

Figura 40 – *PrintScreen*: interação participante A



**PARTICIPANTE A**


2) Em algumas questões no Nível 2 da prova da OBMEP estão relacionadas com a probabilidade. Como poderíamos introduzir esse tipo de conteúdo? Essas questões envolvendo probabilidade, podemos introduzir quando trabalhamos, razão e proporção ou até mesmo quando estamos trabalhando com equivalência entre frações ... partes do todo(princípios básicos)... Usando situações de probabilidade mais acessíveis é claro.

Fonte: arquivo pessoal



As trocas que aconteceram em contexto coletivo promovem uma reflexão que pode ser vista como uma potencial alternativa para que o docente saia da sua zona de conforto e promova



uma “renovação” ou até mesmo uma “transformação” das metodologias utilizadas nas salas de aula. A professora/pesquisadora afim de instigar que os envolvidos saíssem dessa zona de conforto (SILVA, 2018) aplicou em uma de suas aulas, numa turma de nono ano de Ensino Fundamental II, a sugestão da participante C referente a probabilidade. A iniciativa visou demonstrar aos participantes que as metodologias discutidas e/ou sugeridas na formação podem ser aplicadas nas salas de aula como potencializadoras da aprendizagem. As interações abaixo demonstram essa iniciativa:

[13:10, 20/09/2019] Morgana Reinheimer : Outra coisa... Olha só @C ... Apliquei tua ideia de probabilidade em uma turma minha. Eles adoraram!!!

[13:11, 20/09/2019] Morgana Reinheimer : Bom feriado e ótimo finde para todos!!!

[13:11, 20/09/2019] Morgana Reinheimer : Grande abraço 

[13:37, 20/09/2019] PARTICIPANTE C: Que show!!! Fico muito feliz com isso.

Figura 41 – Alunos jogando cara a cara



Fonte: arquivo pessoal

Nesta situação podemos observar que novamente as discussões promoveram reflexões/sugestões que podem ser trabalhadas na sala de aula satisfazendo um dos objetivos propostos por essa dissertação.

Na semana seis, houve 25 interações via plataforma contemplando sugestões de diferentes atividades que podem ser trabalhadas com os estudantes e apresentaram respostas claras demonstrando certo domínio pelos envolvidos. Apenas a participante C demonstrou dificuldade nas questões de probabilidade afirmando “faz tempo que eu não trabalho com esses conteúdos”. Nesta situação, A ajudou C com as questões no privado depois que ele se colocou à disposição para auxiliá-la no grupo de *WhatsApp*.

### 5.8.3 SEMANA SETE

Na semana sete, foi abordado o conteúdo Teorema de Talles com o objetivo de promover reflexões sobre semelhança de triângulos e Teorema de Talles, por meio de diferentes Espaços Virtuais, que favorecessem o entendimento destes conceitos pelos estudantes. Nesta semana, não houve interações significativas no grupo de *WhatsApp* indicando uma postura passiva (PP) dos envolvidos neste Espaço Virtual e impossibilitando que o objetivo proposto fosse alcançado. Na plataforma houve 18 comentários, indicando uma postura interativa entre participante/professor (PI-AP), pois os mesmos conseguiram realizar suas interações com facilidade e realizar os exercícios com êxito. Esse fato, supõe que os mesmos dominam este conteúdo e provavelmente esse é trabalhado na escola regular.

O fato de nesta semana não ter sido colocado nenhum tipo de desafio também pode ter sido um fator determinante para que não houvesse interações significativas no grupo de *WhatsApp*. As questões reflexivas/desafios fizeram com que os envolvidos envolvidos no trabalho coletivo refletissem sobre sua prática e propusessem ideias que possibilitassem que a mesma fosse lapidada, refinada e/ou reformulada, portanto, a professora/pesquisadora inseriria na sétima semana questões reflexivas ou desafios se aplicasse uma nova versão da formação proposta.

### 5.8.4 RELAÇÃO DAS SEMANAS COM MENOR INTERAÇÃO E OS OBJETIVOS PROPOSTOS PELA PESQUISA E A PERGUNTA DIRETRIZ

A tabela abaixo nos permite observar um panorama das interações das semanas dois, seis e sete e das interações globais. Nota-se um número reduzido de interações principalmente na semana 7.

Tabela 11 - Interações semanas dois, seis e sete

| INTERAÇÕES <sup>31</sup> | PLATAFORMA | WHATSAPP <sup>32</sup> |
|--------------------------|------------|------------------------|
| TOTAL                    | 307        | 745                    |
| SEMANA 2                 | 48         | 70                     |
| SEMANA 6                 | 25         | 56                     |
| SEMANA 7                 | 18         | 40                     |

Fonte: arquivo pessoal

<sup>31</sup> Foram consideradas as interações da pesquisadora e dos participantes.

<sup>32</sup> Interações relacionadas com a formação continuada e realizadas no grupo criado ou em conversas no privado com a pesquisadora.

Observou-se que nas semanas seis e sete os participantes acabaram realizando um número menor de interações na plataforma porque havia respostas de mais de uma questão em cada comentário emitido. Nessas três semanas observou-se que o objetivo sobre reflexões da prática docente não foi concretizado com toda sua potencialidade pois os envolvidos refletiram mas não houve debate todos/todos como nas demais semanas. As interações foram mais entre participante/professor ou professor/participante mostrando a importância da postura interativa, por meio de *feedbacks*, do professor (CAVALCANTI, 2014) e também de sua atuação tendo em vista cumprir com suas responsabilidades previstas na arquitetura pedagógica (BEHAR, 2009).

Com relação à postura dos envolvidos nas semanas dois, seis e sete notou-se uma mudança, pois mais de 50% apresentaram uma postura passiva (PP) em pelo menos um Espaço Virtual. Destaca-se que, na semana dois, apenas os participantes A, B e C apresentaram posturas interativas (PI-EP; PI-AP) ou ativas (PA-GT) nos dois Espaços Virtuais. Na semana seis apenas C, E e K apresentaram esse tipo de postura. Entretanto, na semana sete ninguém foi interativa/ativo nos dois Espaços Virtuais, condição que seria adequada considerando que este foi um combinado realizado no início da formação, onde os participantes deveriam participar dos encontros síncronos e também fazer a inserção das suas resoluções na plataforma. Esse fato pode estar relacionado com o tipo de questões e/ou conteúdo como já foi mencionado anteriormente.

Após explanarmos as análises semanais podemos realizar algumas ponderações ainda:

- 1- obteve-se no total 1052 interações;
- 2- em todas as semanas, as interações foram maiores pelo grupo de *WhatsApp* do que pela plataforma;
- 3- as semanas um, três, quatro e oito obtiveram um número maior de interações, destacando-se que, na semana 8, na plataforma, houve somente sete interações, que foram as dos trabalhos finais e
- 4- a semana sete foi a semana com o menor número de interações.




Para finalizar nossas ações de análise de dados realizou-se na próxima seção uma explicação sobre as posturas de cada indivíduo participante no decorrer da formação



## 5. 9 ANÁLISE DAS POSTURAS NO DECORRER DA FORMAÇÃO

Para responder a pergunta norteadora desta pesquisa realizou-se um acompanhamento semanal das posturas dos envolvidos na formação continuada. Salienta-se que o objetivo geral era “analisar, a partir do trabalho coletivo em diferentes Espaços Virtuais, a postura dos professores de Matemática inseridos numa formação continuada na modalidade à distância” e para esse fim elaborou-se uma tabela com os diferentes tipos de postura apresentadas pelos envolvidos a cada semana. O quadro abaixo representa a legenda utilizada.



































































Quadro 17 – Legenda postura

| Símbolo   | Descrição   |
|---|---|
|  | Apresentou postura ativa/interativa nos dois Espaços Virtuais   |
|  | Apresentou postura ativa/interativa em apenas UM Espaço Virtual |
|  | Postura passiva nos DOIS espaço virtuais                        |

Fonte: arquivo pessoal

As interações consideradas para elaboração do quadro 18 são as interações entre pares (BEHAR, 2013), ou prevalecendo a reciprocidade todos/todos (LÉVY, 1999) e que ainda transmitiram alguma mensagem que promovessem reflexões coletivas (CANÁRIO, 2000).

Quadro 18 - Postura dos envolvidos no decorrer da formação

| Semana | UM  | DOIS  | TRÊS  | QUATRO  | CINCO  | SEIS  | SETE  | OITO  |
|--------|---|---|---|---|--|---|---|---|
| A      |  |  |  |  |  |  |  |  |
| B      |  |  |  |  |  |  |  |  |
| C      |  |  |  |  |  |  |  |  |
| D      |  |  |  |  |  |  |  |  |
| E      |  |  |  |  |  |  |  |  |
| F      |  |  | DESISTIU NA TERCEIRA SEMANA   |   |  |   |   |   |
| G      |  |  |  |  |  |  |  |  |
| H      | DESISTIU NA PRIMEIRA SEMANA   |   |   |   |  |   |   |   |
| I      |  |  |  |  |  |  |  |  |
| J      | DESISTIU NA PRIMEIRA SEMANA   |   |   |   |  |   |   |   |
| K      |  |  |  |  |  |  |  |  |

Fonte: arquivo pessoal

Dentro do contexto de postura temos ainda que considerar o objetivo específico: analisar se houve, ao longo da formação continuada à distância, alterações na postura dos professores participantes a partir do uso combinado de diferentes Espaços Virtuais. Ao analisarmos o quadro acima podemos inferir que:

- os participantes A e C apresentaram uma postura ativa/interativa entre seus pares (CAVALCANTI, 2014) em praticamente toda a formação continuada. Esses participantes apresentaram interações qualitativas e através de suas experiências contribuíram para com o coletivo (BAIRRAL, 2015);

- a participante B apresentou uma postura ativa/interativa nas primeiras 4 semanas de formação, porém nas três subsequentes, apresentou postura passiva (PP) no grupo de WhatsApp e interativa (PI-EP; PI-AP) na plataforma. Na última semana esta participante interagiu significativamente com o grupo nos momentos síncronos e também na plataforma favorecendo o trabalho coletivo (CANÁRIO, 2009);

- o participante D manteve sua postura sempre a mesma, pois manteve uma postura interativa pela plataforma através da interação participante/ professora/pesquisadora e dos feedbacks contínuos da professora/pesquisadora (CAVALCANTI, 2014), porém apresentava uma postura passiva (PP) no grupo de WhatsApp. Salienta-se também que embora não participasse das discussões, em determinadas situações, este envolvido fazia correlações na plataforma, indicando assim seu acompanhamento das discussões nos encontros síncronos. Este participante recebeu o certificado porque realizou todas as solicitações da professora/pesquisadora pela plataforma;

- o participante E apresentou uma postura passiva (PP) no início do curso e depois apresentou uma postura interativa principalmente no grupo de WhatsApp (PI-AP, PI-EP), pois segundo Cavalcanti (2014) a reciprocidade é um dos fatores essenciais em uma formação à distância. Nas semanas seis e oito este participante apresentou interações que contribuíram para com o trabalho coletivo (ARAGÓN *et al*, 2009);

- a participante F desistiu na metade do curso pois não conseguiu acompanhar devido a falta de tempo (BORBA E PENTEADO, 2016);

- o participante G apresentou uma postura passiva (PP) na maior parte do tempo, porém afirmou que gostaria de acompanhar as discussões pelo WhatsApp e contribuir sempre que possível. Este participante não recebeu seu certificado porque não realizou nenhuma interação na plataforma, que era, o espaço “oficial” de postagens das tarefas;

- o participante I apresentou uma postura interativa principalmente pelo WhatsApp,

mas sua postura oscilou bastante entre 100% interativo e apenas 50% interativo. Esse participante teve problemas com suas interações na plataforma, mas conseguiu atualizar suas postagens. Ele sempre se mostrou interessado pelas interações dos colegas (CAVALCANTI, 2014), apresentou comentários positivos sobre esse tipo de debate e ele emitiu comentários sobre a importância das mesmas (BEHAR, 2009). Destaca-se que postura de I foi a que mais teve alterações no decorrer da formação;

- a participante K apresentou uma postura interativa nos dois ambientes virtuais em 50% das semanas, 25% das semanas ela interagiu significativamente pelo WhatsApp e nos outros 25% contribuiu significativamente nas discussões coletivas (PI-TC) pela plataforma. K contribuiu muito no debate entre pares e por conseguinte para com o trabalho coletivo (CAVALCANTI, 2014).

Mediante o exposto acima podemos afirmar que metade dos participantes mantiveram o mesmo tipo de postura durante as semanas da formação (A, C, D e G), enquanto os outros apresentaram oscilações consideráveis em suas posturas passando pelos três tipos de atitudes (B, E e I). E por fim, destaca-se que a participante K oscilou somente entre dois tipo de postura, mas sempre esteve preocupada em cumprir com os combinados e engajada no trabalho coletivo (CAVALCANTI, 2014).

## 5.10 – ANÁLISE DOS QUESTIONÁRIOS

Para diagnosticar as percepções dos envolvidos com relação à formação proposta definiu-se que seria aplicado um questionário composto de 8 questões dissertativas, sendo a última destinada à coleta de dados pessoais. A coleta dos dados foi feita pelo Google formulário por tanto foi inteiramente anônima, procurando assim manter idoneidade da mesma. Dos oito participantes que se dispuseram a ir até o final da formação, sete responderam a este questionário. Nesta seção foram analisadas as perguntas e suas contribuições para com os objetivos propostos e a pergunta norteadora desta pesquisa. As perguntas do questionário foram:

- 1) Quais foram suas percepções pós-curso? Comente:
- 2) Conforme o site oficial do projeto OBMEP, um dos objetivos do programa é: "Incentivar o aperfeiçoamento dos professores das escolas públicas, contribuindo para a sua valorização profissional". Você considera que essa afirmação acontece na prática? A formação continuada andou ao encontro com esse objetivo?
- 3) Você conseguiu ou pretende adotar em sua prática docente algumas das ideias apresentadas na formação continuada? Quais? Justifique:

4) Como você percebeu a relação entre você, a ministrante do curso e os demais participantes no decorrer do curso?

5) Em um parágrafo disserte sobre as trocas de saberes e experiências no decorrer da formação continuada executada:

6) As discussões coletivas sobre os problemas da OBMEP oportunizaram refletir sobre a matemática abordada em cada situação? Por quê?

7) Defina em uma palavra a formação continuada realizada. Argumente a razão desta escolha:

8) DADOS GERAIS: •Tempo de sala de aula: •Já havia realizada alguma formação relacionada a OBMEP antes? •Já possuiu aluno medalhista ou ganhador de menção honrosa? •Qual sua opinião sobre a competição OBMEP? Explore:

Quando questionados sobre suas percepções pós curso os respondentes trouxeram somente características positivas. Um deles afirmou: *“Veio ao encontro do que eu procurava, pois tratou dos mais diversificados tipos de questões contextualizadas ou não onde a interpretação e a lógica prevaleceram, sabemos que temos várias dicas no youtube e em outros canais, mas nesta plataforma ficou muito bom, permitiu a interação entre os docentes procurando estimular assim nossos alunos ao gosto pela Matemática.”* Nesta afirmação podemos inferir que os objetivos da formação foram alcançados pois o respondente falou sobre as interações, conforme disserta Piaget (1973) e ainda mencionou o estímulo dos alunos ao gosto pela matemática. Também fica evidente que esse tipo de formação com tecnologia conforme Silva (2018) realmente se faz necessária

Outros dissertaram: *“O curso era muito bom. Eu que deixei a desejar”* e *“Foram ótimas no sentido de trabalhar com desafios com os alunos, saindo do tradicional”*. Nestes dois trechos podemos realizar dois tipos inferências respectivamente, onde na primeira o participante é sabedor de seus deveres, mas reconhece que não o fez. Este fato corrobora com Behar (2009) que afirma que os direitos e deveres devem estar claros para cada participante de uma formação EAD. Já a segunda frase expressa uma opinião um tanto polêmica pois o participante afirma que as questões das competições são consideradas para ele desafios, o que pode sinalizar um certo despreparo para resolver as questões.

Na questão 2: Conforme o site oficial do projeto OBMEP, um dos objetivos do programa é: "Incentivar o aperfeiçoamento dos professores das escolas públicas, contribuindo para a sua valorização profissional". Você considera que essa afirmação acontece na prática? A formação continuada andou ao encontro com esse objetivo?

No que concerne ao segundo questionamento os respondentes afirmaram que a

formação foi ao encontro do esperado, porém, acreditam que acontece pouco na prática. Um deles afirmou: *“Como já havia mencionado, acredito que esta formação veio ao encontro do que nós professores esperávamos, também acho que deveriam acontecer mais formações neste sentido valorizando, qualificando e atualizando assim nós professores”*, porém outro, foi mais franco e objetivo: *“Ainda não, por que os professores ao meu ver, não incentivam os alunos com esta prática metodológica”*. Outro respondente também manifestou certo desapontamento com relação à profissão dissertando: *“Contribui, no sentido que conseguimos tornar nossas aulas mais atrativas e significativa na aprendizagem dos discentes. Mas acredito que a valorização da nossa profissão está muito longe de acontecer, principalmente pelas políticas atuais.”* Na última afirmação o respondente demonstra descontentamento não com o curso, mas com a condição atual do professor no Brasil, porém, o termo valorização depende do conceito que cada um tem dele, que pode ser salarial, ser por reconhecimento e ou até mesmo em uma formação continuada de qualidade. Reforça-se novamente a importância de formações como a proposta por esta dissertação. Aponta-se ainda uma das respostas obtidas pois nela aparece novamente o termo interação, onde o respondente escreveu: *“Essa formação é importante para a interação dos professores com outros e também para aprofundar conteúdos de Matemática. A valorização acontece de forma pessoal”*. Reitera-se como o conceito de valorização é pessoal e fica difícil mensurá-lo. Porém nesta afirmação a interação é utilizada como o produto que é gerado pelo trabalho coletivo. (PIAGET, 1973).

A questão 3 questionava se o participante trabalharia com os alunos os tipos de questões propostas pela formação. Todos apresentaram *feedbacks* positivos e afirmaram que sim, destacando que o curso possibilitou que eles enxergassem as questões de outra maneira. Esses *feedbacks* com relação à questão três nos dão indicativos de que o objetivo relacionado com as reflexões coletivas pode ter sido alcançado.

Já a questão 4 indagava como foi o relacionamento entre os envolvidos no curso. As respostas apresentadas em geral foram positivas e sucintas: *“A ministrante do curso Professora Morgana se mostrou sempre disponível e esclareceu várias dúvidas e também nos deu segurança na continuidade do curso”* (indicando uma interação adequada PI-AP); *“Gostei muito, percebi a preocupação em inovar nossa prática docente.”*; *“Com a ministrante do curso, foi muito tranquilo. Sempre incentivando e disposta a ajudar”* (atendeu ideias propostos por Behar(2009) e Cavalcanti (2014)); *“Relação muito boa.”*; *“Muito boa.”*; *“A ministrante do curso, sempre muito atenciosa e prestativa, preocupada em atender à todas as nossas dúvidas. Com os Participantes do curso, acabamos trocando ideias através do grupo no WhatsApp.”* e *“Tranquila, todos participaram expressando suas ideias e auxiliando os colegas sempre que*

*houve necessidade*” (Indicando a existência do trabalho coletivo). Apenas uma destoou das demais: *“Essa foi a primeira vez que fiz um curso online, e senti bastante dificuldade na interação com o grupo. Não conseguia participar dos momentos de quinta-feira à noite e, no sábado, poucas pessoas interagem”*. Uma reflexão sobre a fala anterior, frente ao referencial teórico sobre formação de professores com tecnologias, nos permitiu perceber que para o participante foi desafiador participar de formações que exijam trabalho remoto e que envolvesse o trabalho coletivo. Entendemos que isso entra em consonância com a dualidade de ideias com referência nas zonas de risco e conforto conforme apresentado por Borba e Penteado (2016).

Na questão 5 os participantes foram convidados a dissertar em um parágrafo sobre as trocas de saberes e experiências no decorrer da formação continuada realizada. As respostas vieram ao encontro da proposta inicial da formação e mostraram-se favoráveis ao material utilizado na mesma. Exemplos de manifestações que convergem com o que se almejou em termos de objetivos foram: *“Foi muito bom trocar experiências com outros colegas, me deixou mais aliviado, por que percebi que as angústias não eram somente minhas”*; *“A meu ver, as trocas foram enriquecedoras. Acredito que, no grupo de alunos, poderiam ter acontecido em maior número. Mesmo assim, aprendi bastante”*; *“O desafio proposto por cada questão fazia a gente refletir e depois nas trocas de ideias as contribuições de cada um iam enriquecendo as conclusões de cada um”* e *“Acredito que a troca de saberes através do grupo do Whatss foi muito importante, pois nos sentimos mais perto dos colegas e da professora. Percebemos que os anseios em relação as aprendizagens dos nossos alunos são parecidas”*. As respostas obtidas são indicativas das reflexões promovidas pela formação especialmente pelo grupo de *WhatsApp*. Aqui também percebe-se a importância do trabalho coletivo (CANÁRIO 2000).

As respostas apresentadas na questão 6 foram significativas. Quando questionados: As discussões coletivas sobre os problemas da OBMEP oportunizaram refletir sobre a matemática abordada em cada situação? Por quê? Um dos participantes afirma: *“Sim, porque cada um vê algo a mais e vai compartilhando para enriquecer o aprendizado de todos.”*, neste trecho fica evidente que o trabalho coletivo é fundamental (ARAGÓN *et al*, 2007). Outro docente em sua resposta afirmou: *“Acredito que sim, pois muitas vezes acabamos trabalhando muito com o tradicional e a forma com que as questões são apresentadas e contextualizadas, permitem que nosso aluno sintam-se desafiado a refletir e resolver situações mais complexas, nós mesmos professores acabamos saindo da zona de acomodação.”* Esta fala nos faz refletir sobre o fato de certos dos professores estarem numa zona de conforto conforme destaca Borba e Penteado (2016) e Silva (2018) entre outros.

Outro participante declarou: *“Nas poucas discussões em que participei, houve sim*

*reflexão sobre a matemática abordada. Nas questões relativas ao Ensino Fundamental, que é minha área de atuação, consegui ver isso mais claramente. Precisei de mais ajuda nas questões de Ensino Médio, principalmente nas de Combinatória. Faz muito tempo que estudei isso e não lembro de praticamente nada. Sem o conhecimento do conteúdo, não há como fazer relações. Nesse momento, a discussão com o grupo me ajudou bastante.*”. Essa resposta mostra que os próprios participantes compreenderam a importância das discussões. Mediante a resposta acima, atenta-se ao fato dos professores participantes apresentaram uma interação caracterizada pelo trabalho coletivo, pela autonomia e pela responsabilidade. Pois, segundo Lévy (1998, p. 69), “[...] todo ato é virtualmente produtor de riqueza social via sua participação na inteligência coletiva”.

Na questão 7 os respondentes foram questionados sobre qual seria a palavra que definiria melhor a formação realizada. A imagem abaixo reproduz essas escolhas:

Figura 42: Respostas da questão 7 (Questionário)



Fonte: arquivo pessoal

A partir das palavras mencionadas, entendemos que os termos “diversificação” e “inovação” indicam que os participantes perceberam a formação como uma ação que possa oportunizar o fazer diferencial metodológico. As expressões como “aprendizado”, “qualificação” e “esclarecedora” podem ser indicadores que a formação matemática dos participantes foi ampliada e que, portanto, essa ideia alinha-se ao referencial teórico sobre formação de professores. Quanto aos termos “motivação” e “agradável”, entendemos que esses

foram mencionados em um contexto tal como apresentado por Gómez (2015), onde o autor indica o estabelecimento, entre os indivíduos, de laços interpessoais e de trocas de informações, os quais acabam por criar um sentimento de pertencimento e acolhimento do sujeito perante um grupo.

Por fim, observamos a partir das falas dos participantes que a formação continuada contribuiu para que de alguma forma ocorresse uma reflexão individual, a partir de ações coletivas, sobre o fazer pedagógico em sala de aula e também no que se refere à formação matemática. Por isso, nossas ideias corroboram com Vanini e Rosa (2012), Basso (2003) e Silva (2018) onde os autores destacam a importância de se promover formações com professores por meio das tecnologias digitais, sejam essas continuadas ou não.



## 6. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Ao analisar os dados e correlacioná-los utilizando os aportes teóricos apresentados podemos observar que o curso de formação continuada proposto possibilitou discutir matemática de forma coletiva, onde os envolvidos puderam propor soluções e debater usando-se de ideias e reflexões sobre matemática. Além disso, o curso proporcionou momentos de interações que refletiram em narrativas sobre a utilização da matemática em debate no curso nas salas de aula ou pelo menos o desejo dos participantes em fazê-lo. Observa-se que o trabalho coletivo ocorreu principalmente nos momentos em que os participantes explanavam suas ideias e/ou ações metodológicas. A interação entre professora/pesquisadora e participante por meio dos feedbacks constantes dela também assumiu um papel importante (CAVALCANTI, 2014).

A pergunta norteadora do trabalho: “*Quais as posturas apresentadas pelos professores de matemática inseridos em um contexto de formação continuada que ocorre por meio de diferentes Espaços Virtuais na modalidade à distância?*” pode ser respondida considerando os apontamentos apresentados pelos participantes no questionário aplicado e nas interações apresentadas nos Espaços Virtuais utilizados. Observou-se na maior parte da formação continuada desenvolvida uma postura interativa e por meio das discussões coletivas os envolvidos puderam conhecer como são apresentadas as questões nas competições nacionais e utilizaram-se dessas interações para promover reflexões sobre diferentes maneiras que pudessem ser utilizadas com os estudantes. Segundo os dados produzidos a postura dos participantes em cinquenta por cento dos casos manteve-se a mesma.

Os participantes propensos a ser interativos nos dois Espaços Virtuais (A e C) se mantiveram assim durante toda a formação, assim como, o participante D se manteve interativo somente pela plataforma e G somente pelo grupo de *WhatsApp*. As posturas interativas conforme preveem Behar (2009), Aragón *et al* (2009) e Cavalcanti (2014) se fizeram presentes em todas as fases da formação continuada, no entanto, os participantes B, E e I, que relatavam problemas com a falta de tempo, foram os que mais tiveram oscilação de postura durante a formação.

De acordo com os relatos dos participantes dessa pesquisa, discursos os quais não podem ser generalizados, mas apresentam elementos para uma possível reflexão acadêmica, a falta de tempo e conhecimento sobre as demandas e assuntos tecnológicos pode distanciar os professores de formações na modalidade à distância e, por conseguinte da construção de práticas e reflexões que sejam propensas a uma formação de qualidade de futuros estudantes que possam a vir participar de competições olímpicas nacionais.

Percebeu-se a partir das manifestações dos professores no questionário que esses enfrentaram uma dualidade entre as zonas de conforto e de risco ao mesmo tempo em que debatiam e construíam soluções para os contextos matemáticos explorados. Com isso, além de observarmos uma argumentação matemática por parte dos participantes ao longo da formação, nota-se que o termo “contribuir” presente em um dos objetivos específicos encaixa-se em uma proposta de encorajamento do professor, o qual foi convidado a participar, contribuir e construir ideias matemáticas, sem que estivessem sendo veiculadas em uma formação obrigatoriamente presencial.

Entendemos, a título de contribuição da pesquisa, que ao propor o debate sobre diferentes estratégias didático-pedagógicas envolvendo os conteúdos que circundavam os temas em estudo também oportunizou construir ou reconstruir conceitos matemáticos, uma vez que ao organizar momentos que envolvessem a organização ou aplicação de determinada proposta de ensino, os professores fizeram uso do trabalho coletivo, pois segundo Aragón *et al* (2009) o trabalho coletivo é caracterizado por meio de reflexões e da troca de experiência.

Dentro das atividades e metodologias utilizadas, destaca-se que os objetivos propostos foram alcançados, tanto no que se refere ao objetivo específico “Oportunizar momentos de reflexão coletiva junto aos participantes, os quais possibilitem o delineamento de propostas de atividades que possam ser trabalhadas com os seus estudantes nas aulas de matemática”, pois houve vários exemplos trazidos pelos participantes que discutiram ideias ou experiências de sala de aula nos Espaços Virtuais.

O objetivo principal “Analisar, a partir do trabalho coletivo em diferentes plataformas virtuais, a postura dos professores de Matemática inseridos numa formação continuada na modalidade à distância” pode ser verificado por meio das várias afirmações positivas sobre o trabalho coletivo apresentadas no questionário e nas interações apresentadas nos Espaços Virtuais.

Houve narrativas que expunham a necessidade de formações desse tipo e da dificuldade de certos docentes em resolver as questões propostas e as preocupações em atingir os alunos, logo, permite-se concluir que a formação atingiu o objetivo “Contribuir no campo da Educação Matemática com uma reflexão sobre os desafios inerentes à formação continuada em matemática do professor que ensina matemática no nível fundamental” no que tange à reflexão sobre a formação continuada dos que preparam para as competições.

Ao refletir sobre os aspectos negativos verificados durante a formação continuada proposta citamos três pontos que, segundo nossa perspectiva, deveriam ser alterados: (I) A plataforma utilizada era de fácil manipulação, no entanto, os comentários não eram emitidos

logo após às questões a que se referiam, prejudicando a comunicação em função disto. Para solucionar este impasse buscaríamos outro tipo de plataforma que se encaixasse no contexto esperado; (II) Por ser um curso totalmente a distância, observou-se que oito semanas com um assunto novo por semana acabou sendo muito cansativo para os participantes (números reduzidos de interações nas semanas seis e sete), por isso, uma próxima versão seria proposta por meio de uma formação que compactasse as semanas e reduzisse o tempo de curso; (III) A inserção de um momento de aula online seria feito na metade do curso de formação, para que todos os envolvidos participassem, tirando suas dúvidas em tempo real, ou seja, como se fosse uma aula presencial. A alteração três também está relacionada com a um pois nesta plataforma este tipo de proposta metodológica não é possível.

Encerram-se as considerações finais reafirmando que a formação continuada com professores e que faça uso da tecnologia seja um assunto que mereça atenção por parte de todos da comunidade acadêmica. O fato da formação continuada ter sido realizada na modalidade à distância exigiu de todos os participantes disciplina e pró atividade, fazendo-se atuantes a fim de contribuir para que as discussões acontecessem e fossem com qualidade. As reflexões apresentadas nessa dissertação constituem-se em desafios tanto pessoais quanto profissionais, os quais lançam para outros professores de Matemática e demais integrantes da educação brasileira a permanente necessidade de reflexão sobre a importância, valorização e manutenção da formação (inicial ou continuada) de professores por meio das tecnologias digitais.

## REFERÊNCIAS

ABBAGNANO, Nicola. **Dicionário de Filosofia**. Trad. Alfredo Bosi. São Paulo: Martins, 1982

ALMEIDA, Maria Elizabeth Bianconcini. Educação a distância na internet: abordagens e contribuições dos ambientes digitais de aprendizagem. **Educação e Pesquisa**, São Paulo, v. 29, n. 2, p. 327-340, jul./dez. 2003.

ALMEIDA, Maria Elizabeth Bianconcini. Integração das tecnologias a educação: novas formas de expressão do pensamento, produção, escrita e leitura. *In*: \_\_\_\_\_; VALENTE, José Armando (Orgs.). **Formação de educadores a distância e integração das mídias**. São Paulo: Avercamp, 2007. p. 159-169.

ALMEIDA, Maria Elizabeth Bianconcini. **O computador na escola: contextualizando a formação de professores**. 2000. 281 f. Tese (Doutorado em Educação) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2000.

ALMEIDA, Maria Elizabeth Bianconcini. O relacionamento entre parceiros na gestão de projetos de educação a distância: desafios e perspectivas de uma ação transdisciplinar. *In*: CONGRESSO MUNDIAL DE TRANSDISCIPLINARIDADE, 2., 2005, Vitória. **Anais...** Vitória: UFES, 2005a. Disponível em: <[http://cettrans.com.br/artigos/Maria\\_Elizabeth\\_Bianconcini\\_de\\_Almeida\\_et\\_al.pdf](http://cettrans.com.br/artigos/Maria_Elizabeth_Bianconcini_de_Almeida_et_al.pdf)>. Acesso em: 18 dez. 2013.

ALMEIDA, Maria Elizabeth Bianconcini. **Tecnologia na escola: criação de redes de conhecimentos**. 2008. Disponível em: < <http://portal.mec.gov.br/seed/arquivos/pdf/2sf.pdf>>. Acesso em: 12 abr. 2020.

ALMEIDA, Maria Elizabeth Bianconcini; VALENTE, José Armando. **Tecnologias e currículo: trajetórias convergentes ou divergentes?** São Paulo: Paulus, 2011.

ANDERSON, Terry. **Theory and practice of online learning**. Canada: Athabasca University, 2004.

ANTUNES, Ricardo. **Adeus ao Trabalho?** Ensaio sobre as metamorfoses e a centralidade do mundo do trabalho. 4. ed. São Paulo: Cortez, 1997.

ARAGÓN, Rosane; CARVALHO, Marie Jane Soares; BORDAS, Merion Campos. **Guia do professor – Curso de Licenciatura em Pedagogia a Distância**. Porto Alegre: FAGED/UFRGS, 2006b.

ARAGÓN, Rosane; CARVALHO, Maria Jane Soares; MENEZES, Crediné Silva de. **Aprendizagem em rede na educação a distância: estudos e recursos para formação de professores**. Porto Alegre: Ricardo Lenz, 2007.

ARAGÓN, Rosane; CARVALHO, Maria Jane Soares; MENEZES, Crediné Silva de. Arquiteturas pedagógicas para educação à distância: concepções e suporte telemático. *In*: SIMPÓSIO BRASILEIRO DE INFORMÁTICA NA EDUCAÇÃO, 16., 2005, Juiz de Fora. **Anais...** Juiz de Fora: UFJF, 2005. p. 351-360.

ARAGÓN, Roseane; CARVALHO, Marie Jane Soares; MENEZES, Crediné Silva de. Inovações na formação de professores na modalidade a distância. **ETD: Educação Temática Digital**, Campinas, v. 10, n. 2, p. 373-393, jun. 2009.

ARANTES, Valéria Amorim (Org). **Educação a Distância: pontos e contrapontos**. São Paulo: Summus, 2011.

BAIRRAL, Marcelo Almeida. **Discurso, interação e aprendizagem matemática em ambientes virtuais a distância**. Rio de Janeiro: Edur, 2007.

BAIRRAL, Marcelo Almeida. Pesquisas em educação matemática com tecnologias digitais: algumas faces da interação. **Perspectivas da Educação Matemática**, Campo Grande, v. 8, n. 18, 2015.

BASSO, Marcus Vinicius de Azevedo. **Espaços de aprendizagem em rede: novas orientações na formação de professores de matemática**. 2003. 412 f. Tese (Doutorado em Informática na Educação) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2003.

BEHAR, Patricia Alejandra. **Competências em educação a distância**. Porto Alegre: Penso Editora, 2013.

BEHAR, Patricia Alejandra. **Modelos pedagógicos em educação a distância**. Porto Alegre: Artmed Editora, 2009.

BEHAR, Patricia Alejandra; LEITE, Silvia Meirelles. Criando novos espaços pedagógicos na Internet: o ambiente ROODA. *In: WWW/INTERNET 2005*, 2005, Lisboa. **Anais do...** Lisboa: IADIS, 2005. v. 1. p. 3-10.

BEHAR, Patricia Alejandra; MEIRELLES, Silvia. The virtual learning environment ROODA: an institutional project of long distance education. **Journal of Science Education and Technology**, [S.l.], v. 15, n. 2, p. 159-167, 2006.

BEHAR, Patricia Alejandra; PASSERINO, Liliana Maria; BERNARDI, Maira. Modelos Pedagógicos para Educação a Distância: pressupostos teóricos para a construção de objetos de aprendizagem. **RENOTE: revista novas tecnologias na educação**, Porto Alegre, v. 5, n. 2, s.p, dez. 2007.

BELLONI, Maria Luiza. **Educação a Distância**. 5. ed. 1. reimp. Campinas: Editores Associados, 2009.

BOGDAN, R. e BIKLEN, S.K. *Qualitative Research for Education*. Boston, Allyn and Bacon, inc., 1982

BOGDAN, R. e BIKLEN, S.K. **Investigação qualitativa em educação**. Tradução Maria João Alvarez, Sara Bahia dos Santos e Telmo Mourinho Baptista. Porto: Porto Editora, 1994.

BONA, Aline Silva de. **Espaço de aprendizagem digital da matemática: o aprender a aprender por cooperação**. 2012. 252 f. Tese (Doutorado em Informática na Educação) –

Centro Interdisciplinar de Novas Tecnologias na Educação, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2012. Disponível em: <https://www.lume.ufrgs.br/handle/10183/63132>. Acesso em: 12 abr. 2020.

BONA, Aline Silva de. **Portfólio de Matemática**: um instrumento de análise do processo de aprendizagem. 2010. 404 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) – Instituto de Matemática, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2010.

BORBA, Marcelo de Carvalho. Fases das tecnologias digitais e a reinvenção da sala de aula. *In*: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 12., 2016, São Paulo. **Anais...** São Paulo: PUC/SP, 2016. p. 1-4.

BORBA, Marcelo de Carvalho; MALHEIROS, Ana Paula dos Santos; ZULATTO, Rúbia Barcelos Amaral. **Educação a Distância online**. Belo Horizonte: Autêntica, 2007.

BORBA, Marcelo de Carvalho; PENTEADO, Miriam Godoy. **Informática e educação matemática**. 5. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2016.

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular**: Ensino Médio. Brasília: MEC/Secretaria de Educação Básica, 2018.

CALDAS, Carlas Ciane Silva; VIANA, Cléber Soares. As olimpíadas brasileira de matemática das escolas públicas na formação de professores e alunos. **Revista Margens Interdisciplinar**, Abaetetuba, v. 7, n. 8, p. 325-339, abr. 2013.

CANÁRIO, Rui. **Educação de Adultos**: um campo e uma problemática. Lisboa: Educa, 2000. 153p.

CASTELLS, Manuel. **A sociedade em rede**. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 1999.

CAVALCANTI, Lialda Bezerra. **Funcionamento e efetividade do laboratório virtual de ensino de matemática na formação inicial de professor de matemática na modalidade EaD**. 2014. 319 f. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2014.

CHAVES, Eduardo. **Tecnologia e Educação**: O futuro da escola na sociedade da informação. Campinas: Mindware Editora / Unicamp, 1998.

D'AMBROSIO, Ubiratan. Tempo da escola e tempo da sociedade. *In*: SERBINO, Raquel Volpato *et al* (Orgs.). **Formação de Professores**. São Paulo: Editora Unesp, p. 239-250, 1998.

FIORENTINI, Dario; OLIVEIRA, Ana Teresa de Carvalho Correa de. O Lugar das Matemáticas na Licenciatura em Matemática: que matemáticas e que práticas-formativas? **Bolema**, Rio Claro, v. 27, n. 47, p. 917 – 938, dez. 2013.

GIBBS, Graham. **Análise de dados qualitativos: coleção pesquisa qualitativa**. Porto Alegre: Grupo A, 2009.

GODOY, Arilda Schmidt. Introdução à pesquisa qualitativa e suas possibilidades. **RAE**: Revista de Administração de Empresas, São Paulo, v. 35, n. 2, p. 57-63, mar./abr. 1995.

GOLDENBERG, Mirian. **A Arte de Pesquisar**: como fazer pesquisa qualitativa em Ciências sociais. 14. ed. Rio de Janeiro: Record, 2015.

GÓMEZ, Ángel I. Pérez. **Educação na era digital**: a escola educativa. Trad. Marisa Guedes. Porto Alegre: Penso, 2015.

GRAVINA, Maria Alice *et al* (Orgs.). **Matemática, mídias digitais e didática**: tripé para formação de professores de matemática. Porto Alegre: Evangraf, 2012.

GROULX, Lionel-Henri. Contribuição da pesquisa qualitativa à pesquisa social. *In*: POUPART, Jean *et al* (Orgs.). **A pesquisa qualitativa**: enfoques epistemológicos e metodológicos. Petrópolis: Vozes, 2008. p. 95-126.

KONRATH, Mary Lúcia Pedrosa; TAROUÇO, Liane Margarida R.; BEHAR, Patricia Alejandra. Competências: desafios para alunos, tutores e professores da EaD. **RENOTE**: Revista Novas Tecnologias na Educação, Porto Alegre, v. 7, n. 1, s.p, 2009.

LEMOS, Cristina. Inovação na era do conhecimento. **Parcerias estratégicas**, Brasília, v. 5, n. 8, p. 157-180, maio 2000.

LÉVY, Pierre. **As tecnologias da inteligência**: o futuro do pensamento na era da informática. Rio de Janeiro: Editora 34, 1993.

LÉVY, Pierre. **Cibercultura**. Trad. Carlos Irineu da Costa. São Paulo: Editora 34, 1997.

LÉVY, Pierre. São Paulo: Editora 34, 1999.

LÉVY, Pierre. 2. ed. São Paulo: Editora 34, 2000.

LÉVY, Pierre. 3. ed. São Paulo: Editora 34, 2010.

MACHADO, Leandro da Silva. **Uma análise crítica das provas da segunda fase da OBMEP 2014**. 2015. 109 f. Dissertação (Mestrado em Matemática) - Instituto de Matemática Pura e Aplicada, Rio de Janeiro, 2015.

MAIA, Dennys Leite; CASTRO FILHO, José Aires de. E quando Skype, *Facebook* e *Whatsapp* são usados em formação de professoras que ensinam Matemática?. **Revista Tecnologias na Educação (TecEdu)**, [S.l], ano 9, v. 20, p. 1-20, out. 2017.

MANDLER, Marnei Luis *et al*. Do conhecimento do conteúdo ao conhecimento matemático para o ensino: contributos de uma prática docente compartilhada na formação de professores de matemática. *In*: CONGRESSO INTERNACIONAL DE ENSINO DA MATEMÁTICA, 7., 2017. **Anais...** Canoas: ULBRA, 2017. p. 1-12.

MARTINO, Luís Mauro Sá. **Teoria das mídias digitais**: linguagem, ambientes, redes. 2. ed. Petrópolis, RJ: Vozes, 2015.

MARX, Karl. **O capital**: crítica da economia política. 10. ed. São Paulo: Difel, 1965.

MISKULIN, Rosana Giaretta Sguerra. Articulações entre dimensões da formação de professores e tecnologias informacionais e comunicacionais (TIC). *In*: CONGRESSO IBEROAMERICANO DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA, 8., 2017, Madrid. **Actas...** Madrid: FESPM, 2017.

MISKULIN, Rosana Giaretta Sguerra *et al.* A Prática do Professor que Ensina Matemática e a Colaboração: uma reflexão a partir de processos formativos virtuais. **Bolema**, Rio Claro, v. 25, n. 41, p. 173-186, dez. 2011.

MORAES, Maria Candida. **O paradigma educacional emergente**. Tese (Doutorado) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 1996.

MORAN, José Manuel; MASETTO, Marcos T.; BEHRENS, Marilda Aparecida. **Novas Tecnologias e medição pedagógica**. 17. ed. São Paulo: Papyrus, 2010.

MORAN, José Manuel. **Desafios que as tecnologias digitais nos trazem**. 2013. Disponível em: <[http://www.eca.usp.br/prof/moran/site/textos/tecnologias\\_educacao/desaf\\_int.pdf](http://www.eca.usp.br/prof/moran/site/textos/tecnologias_educacao/desaf_int.pdf)>. Acesso em: 12 out. 2019.

MORIN, Edgar. **A cabeça bem-feita: repensar a reforma, reformar o pensamento**. Rio de Janeiro: Bertrand Brasil, 2000.

MUSSOI, Eunice Maria. **Objetivos de aprendizagem multimídia interativos no aprimoramento da capacidade de leitura e escrita**. 2014. 152 f. Tese (Doutorado em Informática na Educação) – Centro Interdisciplinar de Novas Tecnologias na Educação, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2014.

OLIVEIRA, Franciele Taís de. **A inviabilidade do uso das tecnologias da informação e comunicação no contexto escolar: o que contam os professores de Matemática?**. 2014. 170 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, Rio Claro, 2014.

PENTEADO, Miriam *et al* (Orgs). **A informática em ação formação de professores, pesquisa e extensão**. São Paulo: Olho d'Água, 2000.

\_\_\_\_\_; Novos Atores, Novos Cenários: discutindo a inserção dos computadores na profissão docente. *In*: BICUDO, Maria Aparecida V. (Org.). **Pesquisa em Educação Matemática: Concepções e Perspectivas**. São Paulo: Editora UNESP, 1999. p. 38-47.

PETERS, Otto. **A educação à distância em transição**. São Leopoldo, RS: UNISINOS. 2009.

PETERS, Otto. **Didática do ensino à distância: experiências e estágio da discussão numa visão internacional**. São Leopoldo, RS: UNISINOS, 2001.

PIAGET, Jean. **Biologia e conhecimento**. 2. ed. Petrópolis: Vozes, 1996.

PIAGET, Jean. **Estudos sociológicos**. Rio de Janeiro: Forense, 1973.

PIAGET, Jean. **Intelligence and affectivity: their relationship during child development**. Annual Reviews, Palo Alto-CA, 1954.



PINTO, Fabiana Maria Conde; PINTO, Therezinha de Jesus Conde. EAD: desafios à docência. **Conhecimento & Diversidade**, Niterói, v. 3, n. 5, p. 48-57, 2012.

RODRIGUES, Cleide Aparecida Carvalho. Configurações das abordagens pedagógicas da educação a Distância. **RBAAD: Revista Brasileira de Aprendizagem Aberta e a Distância**, São Paulo, v 10, p. 71-82, 2011.

ROSA, Mauricio. **A Construção de Identidades Online por meio do Role Playing Game: relações com o ensino e aprendizagem de matemática em um curso à distância**. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2008.

ROSA, Mauricio; PAZUCH, Vinicius.; VANINI, Lucas. Tecnologias no ensino de matemática: a concepção de Cyberformação como norteadora do processo educacional. *In: ENCONTRO GAÚCHO DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA*, 11., 2012, Lajeado. **Anais...** Lajeado: SBEM, 2012.

SOCIEDADE BRASILEIRA DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA. **A formação do professor de matemática no curso de licenciatura: reflexões produzidas pela comissão paritária SBEM/SBM**. Brasília: Sociedade Brasileira de Educação Matemática, Boletim SBEM, n. 21, p. 1-42. 2013.

SEGENREICH, Stella Cecilia Duarte. Desafios da educação a distância ao sistema de educação superior: novas reflexões sobre o papel da avaliação. **Educar em Revista**, Curitiba, n. 28, p. 161- 177, jul./ dez. 2006.

SILVA, Paulo Henrique das Chagas; NUNES, Antônio Gomes. Análise e avaliação das questões do nível 1 da primeira fase da OBMEP sob uma perspectiva de resolução de problemas. *In: CONGRESSO NACIONAL DE EDUCAÇÃO*, 6., 2019, Fortaleza. **Anais...** Fortaleza: UEPB, 2019.

SILVA, Marco. Educação na cibercultura: o desafio comunicacional do professor presencial e online. **Educação e Contemporaneidade**, Salvador, v. 12, n. 20, p. 261-271, jul./dez., 2003

SILVA, Marco. Formação de professores para a docência *online*. *In: CONGRESSO INTERNACIONAL GALEGO-PORTUGUÊS DE PSICOPEDAGOGIA*, 10., 2009, Braga. **Actas...** Braga: Universidade de Minho, 2009. p. 25-40. Disponível em: <<http://www.educacion.udc.es/grupos/gipdae/documentos/congreso/Xcongreso/pdfs/c/c/cc2.pdf>>. Acesso em: 28 set. 2018.

SILVA, Marco. **Que é interatividade**. Rio de Janeiro: Editora Senac, 1998.

SILVA, Marco. **Sala de aula interativa**. Rio de Janeiro, Quartet, 2000.

SILVA, Marco . Rio de Janeiro: São Paulo: Loyola, 2010.

SILVA, Marco. Um convite à interatividade e à complexidade: novas perspectivas comunicacionais para a sala de aula. *In: GONÇALVES, Maria Alice Rezende (Org.)*. **Educação e cultura: pensando em cidadania**. Rio de Janeiro: Quartet, 1999, p. 135-167.

SILVA, Rodrigo Sychocki da. **Diálogos e reflexões sobre tecnologias digitais na educação matemática**. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2018

SILVA, Rodrigo Sychocki da; RIBEIRO, Alexandre Moretto; DA SILVA, João Luis Tavares. História da matemática & tecnologias da informação e comunicação: uma experiência semipresencial cooperativa na formação de professores. **#Tear: Revista de Educação, Ciência e Tecnologia**, Porto Alegre, v. 2, n. 2, 2013.

OLIMPIADAS BRASILEIRA DE MATEMÁTICA DAS ESCOLAS PÚBLICAS. Disponível em: <<http://www.obmep.org.br/apresentacao.htm>>

VALENTE, José Armando. **Computadores e conhecimento**: repensando a educação. Campinas, SP: Graf. Central da UNICAMP, 1993.

VALENTE, José Armando. Educação a distância: criando abordagens educacionais que possibilitam a construção de conhecimento. *In*: ARANTES, Valéria Amorim (Org.). **Educação a distancia**: pontos e contrapontos. São Paulo: Summus, 2011. p. 13-44.

VALENTE, José Armando. **O computador na sociedade do conhecimento**. Campinas: UNICAMP/NIED, 1999.

VALLE, Lílian do; BOHADANA, Estrella. Interação e interatividade: por uma reantropologização da EaD online. **Educação & Sociedade**, v. 33, n. 121, p. 973-984, 2012

VANINI, Lucas *et al.* Cyberformação de Professores de Matemática: olhares para a dimensão tecnológica. **Acta Scientiae**, Canoas, v. 15, n. 1, p. 153-171, jan./abr. 2013.

VANINI, Lucas; ROSA, Maurício. A Presentificação da Cyberformação na Práxis do professor de Matemática Online. *In*: ENCONTRO BRASILEIRO DE ESTUDANTES DE PÓS GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, v. 15, 2011, Campina Grande. **Anais...** Campina Grande: SBEM, 2011.

VARANI, Adriana. **Da constituição do Trabalho docente coletivo**: re-existência docente na descontinuidade das políticas educacionais. 2005. 307 f. Tese (Doutorado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2005.

VICENTINI, Adriana Alves Fernandes. **O trabalho coletivo docente**: contribuições para o desenvolvimento profissional dos professores. 2006. 166 f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2006.

ZULATO, Rúbia Barcelos Amaral. **A natureza da aprendizagem matemática em um ambiente online de formação continuada de professores**. 2007. 174 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2007.

**APÊNDICE A**  
**TERMO DE CONSENTIMENTO INFORMADO**

Eu, \_\_\_\_\_, R.G. \_\_\_\_\_, declaro, por meio deste termo, que concordei em participar da pesquisa intitulada: Do fazer ao compreender coletivo: o uso de comunidades virtuais na formação de professores de matemática que preparam estudantes para a OBMEP no Ensino Fundamental, desenvolvida pela pesquisadora Morgana Aline Reinheimer. Fui informado(a), ainda, de que a pesquisa é orientada por Rodrigo Sychocki da Silva, a quem poderei contatar a qualquer momento que julgar necessário, por meio do e-mail sychocki.rodrigo@gmail.com. Tenho ciência de que a minha participação não envolve nenhuma forma de incentivo financeiro, sendo a única finalidade desta participação a contribuição para o sucesso da pesquisa. Fui informado(a) dos objetivos estritamente acadêmicos do estudo, que, em linhas gerais, são: promover discussões de diferentes problemas/situações matemáticas por meio de diferentes Espaços Virtuais, a fim de proporcionar diferentes formas e olhares sobre cada problema/situação matemática tratada; Estimular o trabalho cooperativo acerca de discussões propostas que possibilitem a criação de atividades que possam ser trabalhadas com os alunos em sala de aula e contribuir no campo da Educação Matemática com uma reflexão sobre a formação continuada em matemática do professor que ensina a matemática necessária à preparação dos estudantes para as competições olímpicas.

Fui também esclarecido(a) de que o uso das informações oferecidas será apenas em situações acadêmicas (artigos científicos, palestras, seminários etc.), identificadas apenas pela inicial do meu nome e pela minha idade.

A colaboração se fará por meio de questionário escrito, bem como da participação em curso *online*, em que serão observados e analisados: produção escrita, post e comentários. No caso de fotos ou filmagens, obtidas durante a minha, autorizo que sejam utilizadas em atividades acadêmicas, tais como artigos científicos, palestras, seminários etc, sem identificação. Esses dados ficarão armazenados por pelo menos 5 anos após o término da investigação.

Cabe ressaltar que a participação nesta pesquisa não infringe as normas legais e éticas. No entanto, poderá ocasionar algum constrangimento dos entrevistados ao precisarem responder a algumas perguntas sobre o desenvolvimento de seu trabalho na escola. A fim de amenizar este desconforto será mantido o anonimato das entrevistas. Além disso, asseguramos que poderá deixar de participar da investigação a qualquer momento, caso não se sinta confortável com alguma situação.

Como benefícios, esperamos com este estudo, produzir informações importantes sobre a OBMEP e a formação de professores, a fim de que o conhecimento construído possa trazer contribuições relevantes para a área educacional.

Estou ciente de que, caso eu tenha dúvida, ou me sinta prejudicado(a), poderei contatar o(a) pesquisador(a) responsável no e-mail: mreinander@sinos.net.

Qualquer dúvida quanto a procedimentos éticos também pode ser sanada com o Comitê de Ética em Pesquisa (CEP) da Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS), situado na Av. Paulo Gama, 110 -Sala 317, Prédio Anexo 1 da Reitoria -Campus Centro, Porto Alegre/RS -CEP: 90040-060 e que tem como telefone 55 51 3308 3738 e e-mail etica@propeq.ufrgs.br.

Fui ainda informado(a) de que posso me retirar dessa pesquisa a qualquer momento, sem sofrer quaisquer sanções ou constrangimentos.

Porto Alegre, \_\_\_\_ de \_\_\_\_\_ de \_\_\_\_\_.

\_\_\_\_\_  
Assinatura do Responsável

\_\_\_\_\_  
Assinatura do(a) pesquisa

\_\_\_\_\_  
Assinatura do Orientador da pesquisa

## APÊNDICE B

Questões utilizadas no decorrer do curso

### Semana 1

- Apresentação da professora
- Mensagem<sup>33</sup> inicial de boas-vindas:



**"Educar é ser um artesão da personalidade, um poeta da inteligência, um semeador de ideias."**  
Augusto Cury

Figura 1: Mensagem de boas vindas

- Apresentação dos discentes acerca dos seguintes tópicos:
  - Trajetória profissional
  - Expectativas com relação ao curso
  - Trabalha as questões da OBMEP em suas aula

Na primeira situação proposta aos participantes, utilizaremos um vídeo a fim de discutirmos por que a soma gigante é possível.

<https://www.youtube.com/watch?v=FeRJGZQMC24>

---

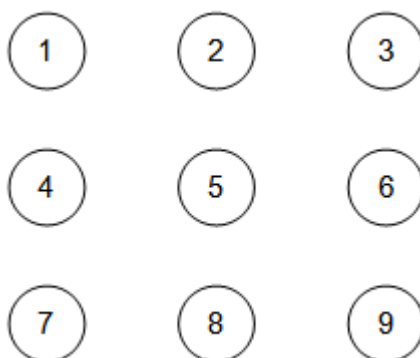
<sup>33</sup> Fonte: Google imagens.

## QUESTIONAMENTOS

- Por que a soma gigante é possível?
- Que tipo de habilidade estamos desenvolvendo nos discentes que serão úteis na realização da prova da OBMEP quando aplicarmos esse tipo de atividade?

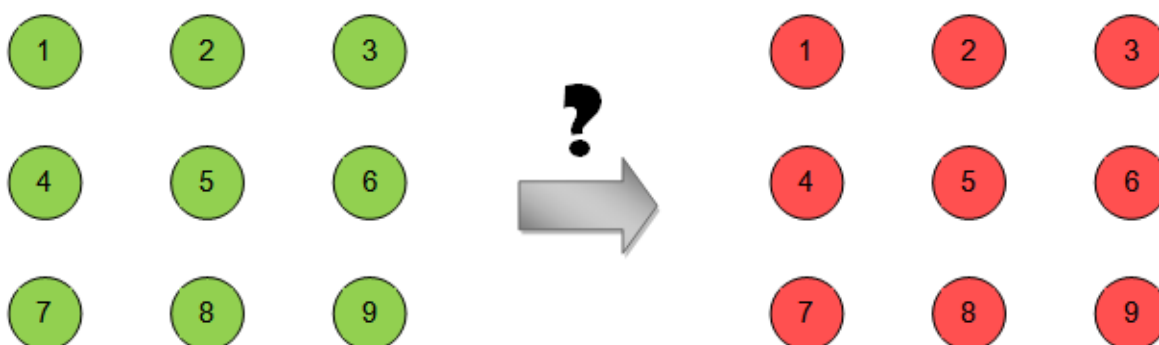
## SITUAÇÃO MOTIVACIONAL 1:

Um jogo consiste de 9 botões luminosos (de cor verde ou vermelha) dispostos da seguinte forma:



- Apertando o botão do centro (botão 5), trocam de cor todos os seus 8 vizinhos, porém ele não.
- Apertando qualquer botão que não seja o do centro, trocam de cor o botão apertado e seus vizinhos (do lado ou em diagonal).

Inicialmente todos os botões estão verdes. É possível, apertando sucessivamente alguns botões, torná-los todos vermelhos?

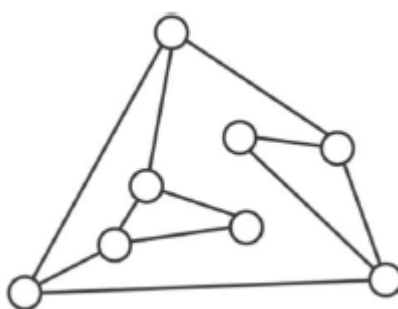


Após obtenção de algumas postagens iniciar-se-á a discussão e explicação sobre paridade e sugerir-se-á o seguinte material para leitura: artigo “Paridade” – Eduardo Wagner, em Eureka!, Edição Especial, 2007. <http://www.obmep.org.br/docs/Eureka.pdf>

**Exercício 1:** (Canguru/2018 – Nível J- Questão 21) - Vários números inteiros estão escritos num quadro, incluindo o número 2018. A soma de todos esses números inteiros é 2018. O

produto desses números inteiros também é 2018. Qual pode ser o número de números inteiros escritos no quadro? (Nesta questão houve uma adaptação da professora/pesquisadora que optou por retirar as opções de resposta simplificando assim a resolução)

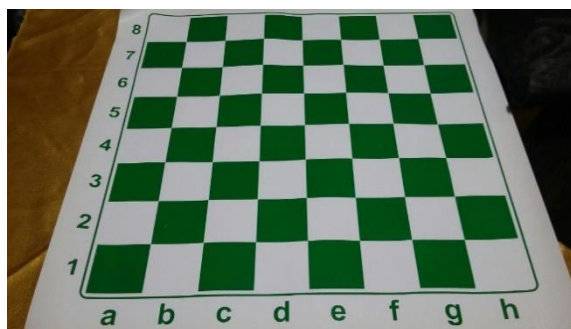
Exercício 2: (Canguru-2018) Oito lâmpadas se conectam conforme mostrado na figura ao lado. Inicialmente, todas as lâmpadas estão apagadas. Quando uma lâmpada é tocada, ela e todas as lâmpadas a ela conectadas diretamente se acendem. Pelo menos quantas lâmpadas devem ser tocadas para que todas elas se acendam?



(A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5 (E) 6

**Exercício 2:** Sobre um tabuleiro de Xadrez, um cavalo começa do quadrado A1 e retorna após fazer alguns movimentos. Mostre que o cavalo fez um número par de movimentos:

Observe a imagem do tabuleiro<sup>34</sup> abaixo para tirar suas conclusões:



**VÍDEO ILUSTRATIVO:**

<https://portaldosaber.obmep.org.br/index.php/modulo/ver?modulo=53#>

Sugestão de atividade com alunos na escola: Trazer os tabuleiros para sala de aula e fazer os movimentos com os alunos criando outras situações que envolvam paridade.

\*\*\*

<sup>34</sup> Fonte: Google imagens.

### Questionamentos propostos em fórum:

- 1) Você costuma trabalhar com questões de paridade em sala de aula? Por quê?
- 2) Questões deste tipo poderiam ser trabalhada em que ano? Relacionadas com que conteúdo?

**AVALIAÇÃO DA SEMANA 1:** Serão analisadas as postagens, os comentários e contribuições acerca da sua qualidade argumentativa e grau de interação.

## **Semana 2**

**SITUAÇÃO MOTIVACIONAL<sup>35</sup>:** Cada uma das placas das bicicletas de Nova Hartz contém três letras. A primeira letra é escolhida dentre os elementos do conjunto  $A=\{G, H, L, P, R\}$ , a segunda letra é escolhida dentre os elementos do conjunto  $B=\{M, I, O\}$  e a terceira letra é escolhida dentre os elementos do conjunto  $C=\{D, U, N, T\}$ .

Devido ao aumento no número de bicicletas da cidade, teve-se que expandir a quantidade de possibilidades de placas. Ficou determinado acrescentar duas novas letras a apenas um dos conjuntos ou uma letra nova a dois conjuntos.

Qual o maior número de novas placas que podem ser feitos, quando se acrescentam as duas novas letras?



Figura 2: placas de carros<sup>36</sup>

### As placas no Brasil, atualmente, são compostas por 3 letras (incluindo k, y e w ) e 4 números. Erick é muito supersticioso e compra carros somente com placas compostas por

<sup>35</sup> Situação adaptada em 2017 pela pesquisadora.

<sup>36</sup>Fonte: Google imagens.

consoantes e que não contenham dois zeros seguidos. Quantas são as opções de compra de Erick?

#### SITUAÇÃO MOTIVACIONAL 2:



Figura 3: teclado virtual<sup>37</sup>

Uma senha, ou password, serve para autenticar uma conta, ou seja, é usada no processo de verificação da sua identidade, assegurando que você é realmente quem diz ser e que possui o direito de acessar o recurso em questão. É um dos principais mecanismos de autenticação usados na Internet devido, principalmente, a simplicidade que possui. Segundo o site da Universidade Estadual do Norte do Paraná:

Com a globalização, estamos cada vez mais dependentes da informática, onde esta se torna o nosso maior meio de armazenamento de informações. Quando navegamos na internet para realizarmos transações bancárias, por exemplo, estamos totalmente vulneráveis ao risco, pois a internet é uma rede não segura e qualquer usuário pode ter acesso.<sup>38</sup>

Dentro deste contexto pesquise junto às instituições bancárias do município de Nova Hartz/RS, quais são os critérios para a elaboração de senhas utilizadas pelos usuários dos serviços prestados por elas, diagnosticando o número possível de senhas, suas particularidades e limitações.

Vídeo explicativo para ser trabalhado com os alunos da escola regular:

<https://www.youtube.com/watch?v=2dtHUK54j0c>

Atividades que serão propostas para serem analisadas em um chat com dia e hora pré-agendados

(OBMEP 2015) – Apertando tecla de zero a nove de um cofre, Pedro cria uma senha de 11 dígitos.

<sup>37</sup> Fonte: Google imagens, acesso em Dezembro de 2018.

<sup>38</sup> Fonte: Google imagens, acesso em Outubro de 2018.

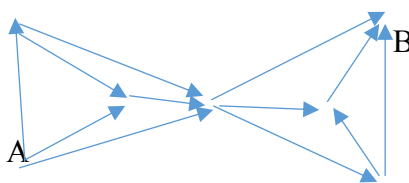


- a) Quantas são as senhas que começam com 20152015?  
 b) Quantas são senhas que contém todos os algarismos juntos em ordem crescente, isto é, quantas são as senhas que contém o bloco 0123456789?

Pedro quer criar uma senha de forma que, quando se exclui um de seus algarismos, restam os algarismos de 0 a 9 em ordem crescente. Por exemplo, 80123456789 e 01234456789 são senhas possíveis, mas 01324567890 não. Nessas condições, quantas senhas Pedro pode criar?

**(Canguru- 2018)** Na figura, seguindo as setas, quantos caminhos diferentes existem de A para B?

- (A) 20  
 (B) 16  
 (C) 12  
 (D) 9  
 (E) 6



**(OBM – 2017)** -Vemos, nas figuras 1 e 2 a seguir, exemplos de bloqueio de tela de um telefone celular que só funciona com uma senha que não é digitada, mas desenhada com segmentos de reta. Esses segmentos formam uma linha poligonal com vértices em um reticulado. Ao desenhar o padrão correspondente a senha, o dedo deve permanecer todo o tempo tocando a tela. Toda a linha poligonal corresponde a uma sequência de algarismos e essa sequência é que é, de fato, a senha. O traçado das poligonais obedece as regras a seguir:

I - O traçado começa por um dos pontos destacados, os quais correspondem aos algarismos de 1 a 9 (figura 3).

II - Cada segmento do padrão deve ter como um dos seus extremos (aquele em que terminamos de traçar o segmento) um ponto que ainda não foi usado.

III. Se um segmento liga dois pontos e contém um terceiro (o seu ponto médio), então o algarismo correspondente a esse terceiro ponto é incluído na senha. Isso não acontece quando esse ponto/algarismo já foi usado.

IV. Toda senha tem pelo menos quatro algarismos. Assim, toda linha poligonal é associada a uma sequência de quatro ou mais algarismos, os quais aparecem na senha na mesma ordem em que são visitados. Na figura 1 acima, por exemplo, a senha é 218369, caso o primeiro ponto visitado tenha sido o 2. Note que o segmento ligando os pontos associados aos algarismos 3 e 9 inclui o ponto associado ao algarismo 6. Se o primeiro ponto visitado fosse o 9, então a senha seria 963812. Se o primeiro ponto visitado fosse o 6, então a senha seria 693812. Note que o

6 seria pulado, já que não poderia repetir.

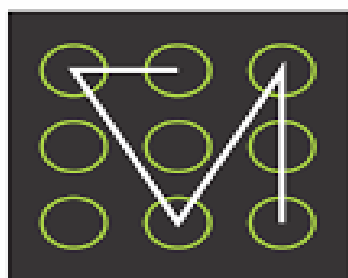


figura 1

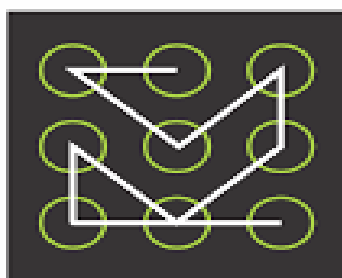


figura 2

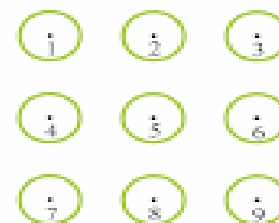


figura 3

- Por que a linha na figura 2 corresponde a uma única senha? Qual é essa senha?
- Quantas senhas estão associadas a exatamente três lados consecutivos de um quadrado?
- Quantas senhas diferentes de quatro algarismos possuem dois segmentos colineares (segmentos que estão na mesma reta)?

Leitura: [http://www.sbmac.org.br/eventos/cnmac/xxxi\\_cnmac/PDF/21.pdf](http://www.sbmac.org.br/eventos/cnmac/xxxi_cnmac/PDF/21.pdf)

Baseado na leitura acima responda as questões:

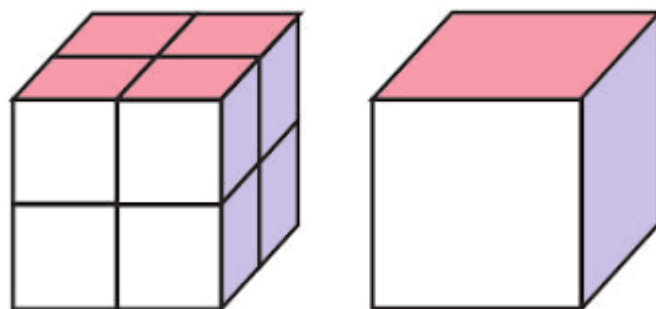
- Quantas são as possibilidades de obtermos soma para nos lançamentos do jogo?
- Em uma partida com 10 lançamentos podemos afirmar que se Isadora conseguiu obter em 80% das jogadas o número 4 adicionado com outro maior que 3 foi vencedora da partida? Por quê?

Sabe-se que seu adversário conseguiu combinações com 4 em apenas 60% dos lançamentos.

**AVALIAÇÃO DA SEMANA 2:** Serão analisadas as postagens, os comentários e contribuições considerando a linguagem matemática e argumentação, além da interação entre os participantes

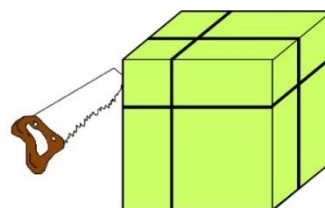
## Semana 3

**SITUAÇÃO MOTIVACIONAL 1: (OBM 2017)** Jacira tem muitos cubinhos cujos lados medem 1 cm, 2 cm ou 3 cm. Assim, por exemplo, ela tem duas maneiras diferentes de obter um cubo cujo volume é  $8 \text{ cm}^3$ : uma delas é montar um cubo com 8 cubinhos de 1 cm de lado e a outra é simplesmente pegar um cubo com 2 cm de lado, como mostrado na figura. Note que dois cubos de mesmo volume são obtidos de maneiras diferentes se, e somente se, são montados com diferentes números de cubos.



- a) De quantas maneiras diferentes ela pode obter um cubo com volume de  $27 \text{ cm}^3$ ?  
 b) De quantas maneiras diferentes ela pode obter um cubo com volume de  $64 \text{ cm}^3$ ?

**SITUAÇÃO MOTIVACIONAL 2 - (OBM – 2016)** - Um cubo foi pintado de verde. Em seguida, foi cortado paralelamente às faces, obtendo-se oito blocos retangulares menores. As faces sem cor desses blocos foram pintadas de vermelho. Qual é a razão entre a área da superfície total verde e a área da superfície total vermelha?

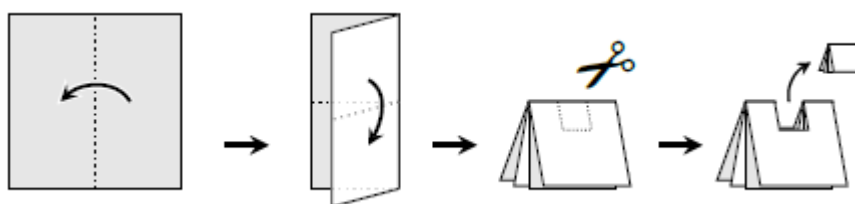


- a) 1:1      b) 1:2      c) 1:3      d) 2:3      e) 3:4

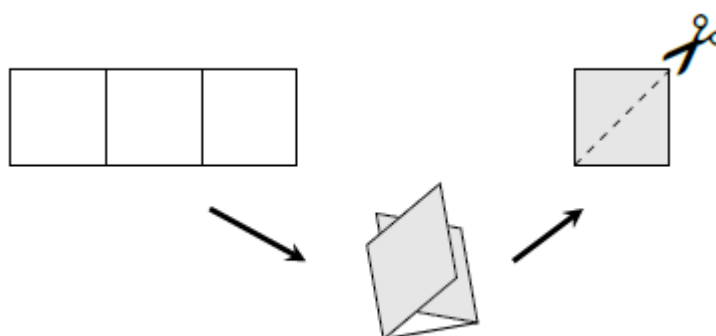
Sugere-se a utilização de materiais complementares para facilitar o entendimento das questões para o entendimento das próximas questões:  
 Materiais de apoio:

- ✓ Quadrado 5cm X 5cm
- ✓ Tira de papel 4cm X 12cm
- ✓ Dados

(Prova da OBMEP 2010 – 1ª fase – N1 – Questão 8) Joãozinho dobrou duas vezes uma folha de papel quadrada, branca de um lado e cinza do outro, e depois recortou um quadradinho, como na figura. Qual das figuras abaixo ele encontrou quando desdobrou completamente a folha?



. (Prova da OBMEP 2012 – 1ª fase – N1 – Questão 14) - Juliana cortou uma tira de papel de 4 cm por 12 cm e a dobrou do modo indicado na figura, obtendo assim um quadrado. Em seguida, ela cortou o quadrado diagonalmente, como mostra a figura. Com os pedaços obtidos, ela montou dois novos quadrados. Qual é a diferença entre as áreas destes quadrados?



(Prova da OBMEP 2016 – 1ª fase – N1 – Questão 6)

A soma dos números das faces opostas de um dado é sempre 7. O dado da figura é girado sucessivamente sobre o caminho indicado até parar na última posição, destacada em cinza. Nessa posição, qual é o número que está na face superior do dado?



### Questões a serem discutidas em:

- 1) A parte prática facilita o entendimento das questões? Justifique seu posicionamento:
- 2) Você faria as atividades acima? Por quê?
- 3) Proponha uma atividade que possa ser realizada com o auxílio de material de apoio.

Proponha uma discussão acerca disso:

## Semana 4



**SITUAÇÃO MOTIVACIONAL: (OBM – 2017)** - Na Terra dos Impas, somente

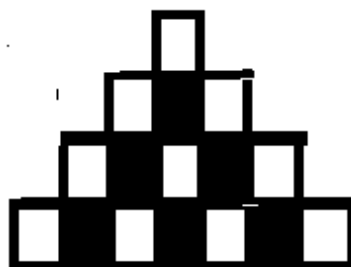
os algarismos ímpares são utilizados para contar e escrever números. Assim, em vez dos números 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, . . . os Impas tem os números correspondentes 1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19, 31, 33, . . . (note que os números dos Impas tem somente algarismos ímpares). Por exemplo, se uma criança tem 11 anos, os Impas diriam que ela tem 31 anos.

- Como os Impas escrevem o nosso número 20?
- Numa escola desse lugar, a professora escreveu no quadro-negro a continha de multiplicar abaixo. Se você fosse um aluno Impa, o que escreveria como resultado?  $13 \times 5$
- Escreva, na linguagem dos Impas, o número que na nossa representação decimal é escrito como 2017.

**(Canguru – 2018)** Um polígono regular de 2018 vértices tem esses vértices numerados de 1 a 2018. São então desenhadas duas diagonais, uma que liga os vértices de números 18 e 1018 e outra que liga os vértices de números 1018 e 2000. Quantos vértices possuem os três polígonos resultantes?

- 38, 983, 1001
- 37, 983, 1001
- 38, 982, 1001
- 37, 982, 1000
- 37, 983, 1002

**(EUA 1ª fase)** – A figura a seguir mostra parte de uma escada feita de quadrados pretos e brancos alterados, onde podemos ver a primeira e a quarta linha. Todas as linhas começam e terminam com um quadrado branco. Qual é o número de quadrados pretos da 37ª linha?



(OBM – 1ª fase) Numa sequência, cada termo, a partir do terceiro, é a soma dos dois termos anteriores mais o próximo. O segundo termo é igual a 1 e o quinto termo vale 2005. Qual é o sexto termo?

(Problema 15.4 – Círculos de Matemática da OBMEP – Volume 1) Observe as multiplicações a seguir:

$$\begin{aligned} 101 \times 11 &= 1111 \\ 101 \times 111 &= 11211 \\ 101 \times 1111 &= 112211 \\ 101 \times 11111 &= 1122211 \end{aligned}$$

Encontre a soma dos algarismos do número obtido quando multiplicamos 101 pelo 1111...11, composto por 2007 algarismos 1

(Problema 15.9 – Círculos de Matemática da OBMEP – Volume 1) Numa sequência, cada termo, a partir do terceiro, é a soma dos dois termos anteriores mais próximos. O segundo é igual a 1 e o quinto é igual a 2005. Qual é o sexto termo?

(Canguru- 2018- questões 26) - Paulo pretende colocar as peças ao lado em suas posições corretas, isto é, partes com números iguais devem estar em contato. Ele pode fazer isso por meio de dois movimentos: trocar duas peças de lugar, sem girar, ou girar somente uma peça. Qual é o menor número de movimentos que ele deve fazer para acertar os dominós?

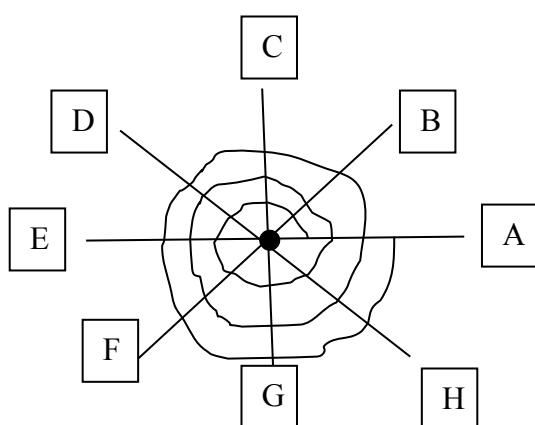


(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

## Semana 5

Situação Motivacional<sup>39</sup>: Uma aranha usa os fios de apoio A, B, C, D, E, F, G e H para construir sua teia, conforme mostra a figura. A aranha continua seu trabalho nesse ritmo e seguindo sempre a mesma ordem.

<sup>39</sup> Fonte: arquivo pessoal.

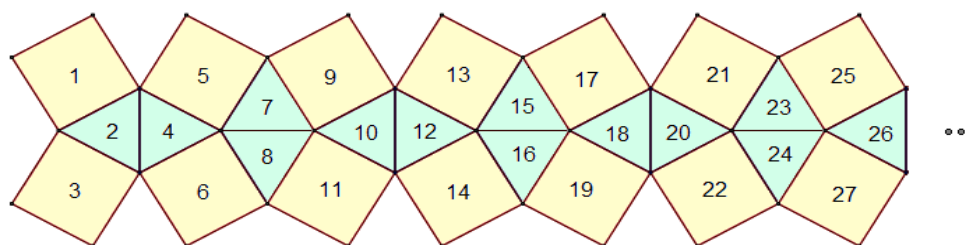


k16095278 www.fotosearch.com

O marco inicial 0 é o encontro da reta A com o começo do espiral, enquanto que o encontro da reta B com a sequência do espiral é o número 2 e o encontro da reta C com a continuação do espiral é 3 e assim sucessivamente. A cada novo encontro um novo numeral Natural.

- a) Sobre qual fio de apoio estará o número 25?
- b) Sobre qual fio de apoio estará o número 40?
- c) Sobre qual fio de apoio estará o número 55?
- d) Sobre qual fio de apoio estará o número 82?
- e) Podemos dizer que o número 100 está sobre o fio de apoio E? Por quê?
- f) É correto afirmar que o número 240 está sobre o fio de apoio H? Por quê?
- g) Onde a aranha deveria começar sua teia para que o número 240 estivesse sobre o fio de apoio H?

**Exercício 2<sup>40</sup>.** Com peças no formato de quadrados e triângulos equiláteros coladas lado a lado, podemos formar uma faixa horizontal muito cumprida. A faixa é construída passo a passo, com a adição de uma peça em cada passo, começando com a peça 1, depois a peça 2, em seguida a peça 3, e a peça 4, e assim por diante, de acordo com a numeração ilustrada a seguir.



- Se em uma dessas faixas foram utilizados exatamente 2075 triângulos equiláteros, qual é a quantidade total de quadrados na faixa?
- E se fosse ao contrário. Quantos triângulos equiláteros existem na faixa que contém exatamente 2075 quadrados?

**Exercício 3<sup>41</sup>**- Todo termo de uma sequência, a partir do segundo, é igual à soma do anterior com a soma de seus algarismos. Os primeiros elementos da sequência são 1, 2, 4, 8, 16, 23, 28, 38, 49, ...

- É possível que 793210041 pertença a essa sequência?

**OBSERVAÇÃO:** O exercício 3 será proposto como desafio e se necessário serão postadas as dicas abaixo:

**Sugestão:** Analise os restos dos números da sequência quando são divididos por 3.

**Fatos que Ajudam:** Um número e a soma de seus algarismos deixam o mesmo resto quando divididos por 3.

Alguns questionamentos propostos em fórum:

- Você trabalha questões que utilizam o resto como instrumento para chegar a resposta?
- Atividades deste nível poderiam ser trabalhadas em que ano do Ensino Fundamental?

<sup>40</sup> Fonte: Roteiro OBMEP na escola Nível 2.

<sup>41</sup> Fonte: Roteiro OBMEP na escola Nível 2.



Por quê?

- c) Pesquise o conceito de fenômenos periódicos e traga uma situação que envolva esse tipo de conteúdo e que você trabalharia com os discentes para nossa discussão:

### QUESTÕES ADICIONAIS DE LÓGICA

(Círculos de Matemática Moscou – Problema 10.2) É possível medir exatamente 4 litros de água usando uma torneira, um recipiente de 3 litros e um recipiente de 5 litros?

(Canguru 2018 – Questão 6) - As duas afirmações a seguir são verdadeiras:

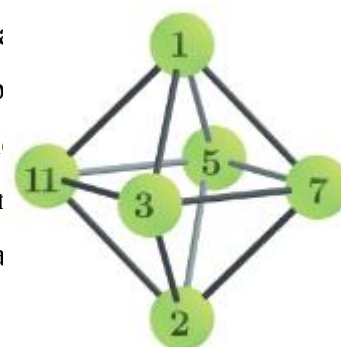
- (iii) Alguns alienígenas são verdes e os demais são roxos.  
 (iv) Alienígenas verdes vivem somente em Marte.

Qual das afirmações a seguir é uma consequência lógica dessas duas afirmações?

- (A) Todos os alienígenas vivem em Marte.  
 (B) Somente alienígenas verdes vivem em Marte.  
 (C) Alguns alienígenas roxos vivem em Vênus.  
 (D) Todos os alienígenas roxos vivem em Vênus.  
 (E) Nenhum alienígena verde vive em Vênus.

### (Prova da 2ª fase da OBMEP 2017 – N1 – questão 6)

Um objeto foi construído com doze varetas iguais e seis bolinhas numeradas com 1, 2, 3, 5, 7 e 11, como na figura. Uma formiguinha caminha pelas varetas, passeando de bolinha em bolinha, a partir de uma bolinha inicial. Quando termina um passeio, ela multiplica todos os números das bolinhas que visitou e obtém um número para esse passeio. Por exemplo, ao final de um passeio



$$3 \rightarrow 1 \rightarrow 3 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 11 \rightarrow 1$$

ela obtém  $3 \times 1 \times 3 \times 2 \times 3 \times 11 \times 1 = 594$ .

- (a) Descreva um passeio no qual a formiguinha obtém, ao final, o número 45.  
 (b) Explique por que a formiguinha nunca vai conseguir obter o número 52 ao final de um passeio.  
 (c) Explique por que a formiguinha nunca vai conseguir obter o número 40 ao final de um passeio.

Quantos passeios diferentes a formiguinha pode fazer para obter, ao final, o número 30?

Questão<sup>42</sup> OBMEP 2016 – Primeira fase – Nível 1

$\frac{2\pi}{3}$   
 $\frac{1}{7}$

**12<sup>a</sup> OLIMPIÁDA BRASILEIRA DE MATEMÁTICA**  
**DAS ESCOLAS PÚBLICAS – OBMEP 2016**

Joãozinho distribuiu bolas em caixas numeradas de 1 a 2016. Ele fez isso de forma que o número total de bolas, em quaisquer cinco caixas consecutivas, fosse sempre o mesmo. Na figura abaixo estão indicadas as quantidades de bolas em algumas caixas; a figura também mostra que Joãozinho colocou 3 e 7 bolas em duas caixas vizinhas.

***Quantas bolas ele colocou na última caixa?***

?

5

9

1

?

...

3

7

...

?

Caixa 1
Caixa 2
Caixa 3
Caixa 4
Caixa 5
Caixa 2016

A) 1; B) 3; C) 5; D) 7; E) 9.

## Semana 6

(OBMEP-2018 – Nível 2 -1<sup>a</sup> fase) - Cinco crianças lançaram, cada uma, dois dados. A soma dos pontos obtidos nos dez dados foi 57. Quantas crianças, no mínimo, tiraram 6 em ambos os dados?

- A) 1
- B) 2
- C) 3
- D) 4
- E) 5

(OBMEP-2018 – Nível 3 -1<sup>a</sup> fase) - Tomás tem duas caixas, cada uma com cinco bolas numeradas de 1 a 5. As dez bolas são idênticas, exceto pelo seu número. Ele sorteia uma bola da primeira caixa e a coloca na segunda. Em seguida, ele sorteia duas bolas da segunda caixa. Qual é a probabilidade de que a soma dos números das duas bolas sorteadas da segunda caixa seja igual a 6?

- A) 1/5
- B) 4/15
- C) 11/30
- D) 7/45
- E) 1/3

<sup>42</sup> Fonte: Google imagens.

(CARVALHO, 2010, p. 27<sup>43</sup>) - Laura e Telma retiram um bilhete cada de uma urna em que há 100 bilhetes numerados de 1 a 100. Qual é a probabilidade de que o número retirado por Laura seja maior do que o de Telma? E se elas, depois de consultarem o número, devolvem o bilhete à urna?

(SANTOS, MELLO E MURARI, 2007, p. 295<sup>44</sup>) – Quantos estudantes uma turma precisa conter, no mínimo, para que pelo menos dois estudantes tirem notas iguais no exame final, dado que as notas variam de 0 à 10 e apenas uma casa decimal é utilizada?

(SANTOS, MELLO E MURARI, 2007, p. 295<sup>45</sup>) – Existem 83 casas em uma rua. As casas são numeradas com números 100 a 162 inclusive. Mostre que pelo menos 2 casas tem números consecutivos:



Figura 6: Casas<sup>46</sup>

Vídeos para debate em chat:

<https://www.youtube.com/watch?v=kZGiHP91P14>

<https://www.youtube.com/watch?v=ChKwQRDpUHc>

### QUESTIONAMENTOS:

- 1) A partir do vídeo você introduziria o princípio da casa dos pombos no Ensino Fundamental? Por quê? Como isso poderia ser feito?

<sup>43</sup> CARVALHO P. C. P. Métodos de contagem e probabilidade. Rio de Janeiro. IMPA/OBMEP.2010.

<sup>44</sup> SANTOS J.O.; MELLO M. P.; MURARI I. T. C.. Introdução à Análise Combinatória. Rio de Janeiro. Ciência Moderna. 2007.

<sup>45</sup> SANTOS J.O.; MELLO M. P.; MURARI I. T. C. Introdução à Análise Combinatória. Rio de Janeiro. Ciência Moderna. 2007.

<sup>46</sup> Disponível em: <https://www.assiscity.com/?b=59634>, acesso em janeiro de 2019.

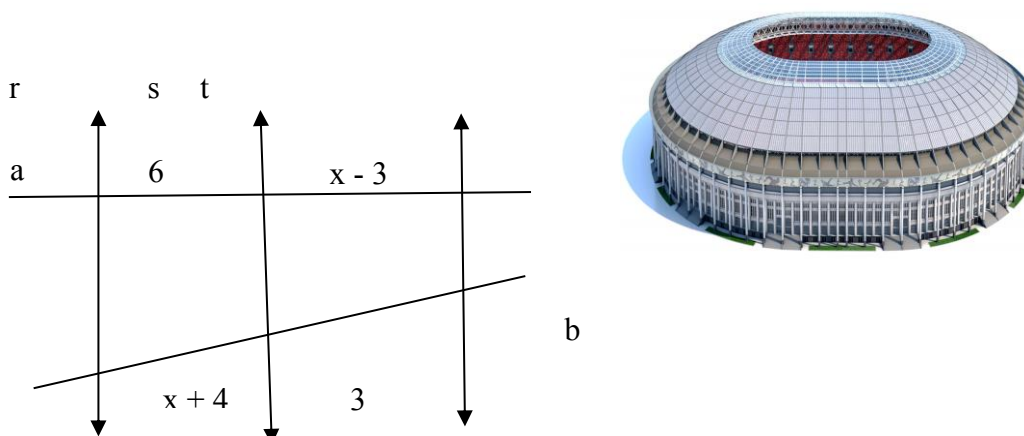
2) Em algumas questões no Nível 2 da prova da OBMEP estão relacionadas com a probabilidade. Como poderíamos introduzir esse tipo de conteúdo?

### Atividade Avaliativa Final

- Entrega de atividade que possa ser proposta à alunos do sexto ao nono ano sobre um dos eixos estudados, para que posteriormente sejam realizadas discussões.
- Data da postagem: última semana do curso

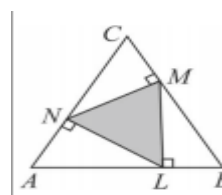
## Semana 7

(MASSUQUETTO, 2014, p. 25<sup>47</sup>) -Nos meses de junho e julho de 2014, o Brasil sediou a Copa do Mundo FIFA. Para esse evento, o governo federal realizou uma série de obras. Entre elas, o asfaltamento das ruas ao redor dos estádios. A figura a seguir representa as ruas a e b que foram asfaltadas. Sabendo que as retas r, s e t são paralelas e que as medidas das ruas estão em quilômetros, determine o valor de x.



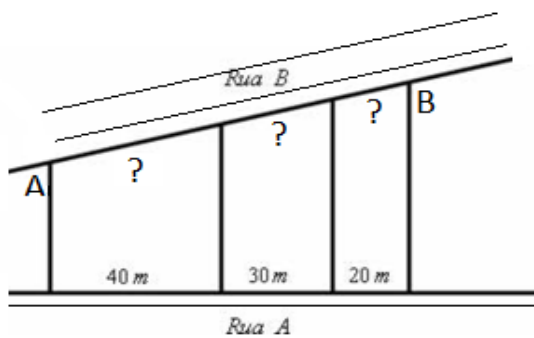
(Canguru -2016) - Os pontos N, M e L estão sobre os lados do triângulo equilátero ABC, tais que  $NM \perp BC$ ,  $ML \perp AB$  e  $LN \perp AC$ , conforme mostrado na figura. A área do triângulo ABC é 36. Qual é a área do triângulo LMN?

- (A) 9  
(B) 12  
(C) 15  
(D) 16  
(E) 18



<sup>47</sup>Didático-Pedagógicas, P. OS DESAFIOS DA ESCOLA PÚBLICA PARANAENSE NA PERSPECTIVA DO PROFESSOR PDE. CEP, 87, 000.

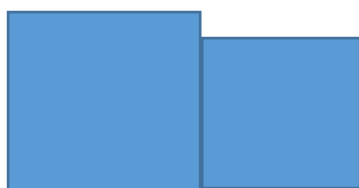
(Roteiro OBMEP – 2018) Três terrenos têm frentes para a rua A e os fundos para a rua B, como na figura abaixo. As divisas laterais de todos eles são perpendiculares à rua A. Qual a medida do fundo de cada um dos lotes, sabendo que a soma dessas medidas dos fundos é igual a  $AB = 180\text{m}$ ?



(Canguru/2018 – Questão 25 ) Uma mesa de bilhar mede 3 m por 2 m. Uma bola é atirada a partir do ponto M, de um dos lados maiores, e bate nos três outros lados, conforme indicado na figura. Se  $BM = 1,2\text{ m}$  e  $BN = 0,8\text{ m}$ , a que distância do ponto A a bola irá bater no lado de onde foi lançada?

(A) 1,2 m (B) 1,5 m (C) 1,8 m (D) 2 m (E) 2,8 m

**(Exercício 24 (OBMEP-Banco de Questões 2016))** A figura a seguir mostra uma “escadinha” formada por dois quadrados, um de lado 8cm e um de lado 6cm. A tarefa é cortar a figura em três pedaços e reagrupá-los para formar um quadrado sem buracos.



(a) Qual o lado do quadrado que deverá ser formado no final?

(b) Utilizando apenas um lápis, uma régua de 20cm, com marcações de 1cm em 1cm, e uma tesoura que corta apenas seguindo uma linha reta, mostre como realizar a tarefa desejada.

Recomendar-se-á a leitura do material:

[http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/cadernospde/pdebusca/producoes\\_pde/2014/2014\\_ufpr\\_mat\\_pdp\\_almir\\_massuquetto.pdf](http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/cadernospde/pdebusca/producoes_pde/2014/2014_ufpr_mat_pdp_almir_massuquetto.pdf)

<http://forscience.ifmg.edu.br/forscience/index.php/forscience/article/view/139/96>

## Semana 8

Semana destinada a:

- ✚ Elaboração da tarefa e postagem.
- ✚ *Web* conferência para discussão/encerramento
- ✚ Auto avaliação
- ✚ Preenchimento da questionário de avaliação da formação

## APÊNDICE C

### METODOLOGIA DE APLICAÇÃO

As questões propostas pelo curso de formação continuada foram aplicadas em OITO semanas, divididas em 4 horas semanais e foi inserido um assunto novo a cada semana. As questões foram divididas em três categorias: contagem, geometria e aritmética. A distribuição dos conteúdos foi feita da seguinte forma:

**1ª semana:** paridade;

**2ª semana:** princípio aditivo e princípio multiplicativo;

**3ª semana:** área e perímetro;

**4ª semana:** sequências numéricas;

**5ª semana:** sequências numéricas;

**6ª semana:** probabilidade e princípio da casa dos pombos;

**7ª semana:** Teorema de Talles;

**8ª semana:** apresentação de tarefa aplicada com os alunos.

Outro ponto importante a ser mencionado foi a inserção de questões de lógica nas semanas 1, 2, 3, 4, 5 e 6, porque estas também são utilizadas nas competições de nível nacional que foram objeto deste estudo. Esta ação teve como o objetivo desafiar e promover reflexões dos envolvidos sobre a temática

As tarefas foram postadas pela professora pesquisadora sempre nas segundas-feiras e os participantes tinham até o domingo seguinte para resolvê-las e fazer a postagem na plataforma *Coursify-me*. Além disso, entre a postagem da professora pesquisadora com as atividades e do participante com a resolução haviam dois momentos de encontros síncronos realizados no *WhatsApp*; um na quinta-feira das 19h às 20h e o outro no sábado das 8h às 9h. Destaca-se que os participantes não eram obrigados a participar dos dois momentos, mas sim, de pelo menos UM. Em alguns casos os envolvidos participaram dos dois encontros. Nestes encontros foram discutidas possíveis soluções e também metodologias que pudessem ser aplicadas com os alunos em sala de aula.

Após os encontros síncronos os participantes realizavam a postagem na plataforma *Coursify-me* e a professora pesquisadora realizava os feedbacks utilizando também esta ferramenta. Em alguns dos casos a professora realizava mais questionamento com a intenção que o participante realizasse uma reflexão mais profunda sobre o objeto de estudo. Abaixo segue as questões utilizados na formação e suas soluções.

Questões utilizadas no decorrer do curso e suas soluções. Os sites mencionados em algumas questões são:

- OBMEP - <http://www.obmep.org.br/banco.htm>, acesso em março de 2019;
- OBM - <https://www.obm.org.br/como-se-preparar/provas-e-gabaritos/>, acesso em abril de 2019;
- CANGURU DE MATEMÁTICA:  
<https://www.cangurudematematicabrasil.com.br/para-escolas/provas-anteriores>, acesso em abril de 2019.

## Semana 1

- Apresentação da professora
- Mensagem<sup>48</sup> inicial de boas-vindas:



Figura 1: Mensagem de boas vindas

- Apresentação dos discentes acerca dos seguintes tópicos:
  - Trajetória profissional
  - Expectativas com relação ao curso
  - Trabalha as questões da OBMEP em suas aula

Na primeira situação proposta aos participantes, utilizaremos um vídeo a fim de discutirmos por que a soma gigante é possível: <https://www.youtube.com/watch?v=FeRJGZQMC24>

---

<sup>48</sup> Fonte: Google imagens.

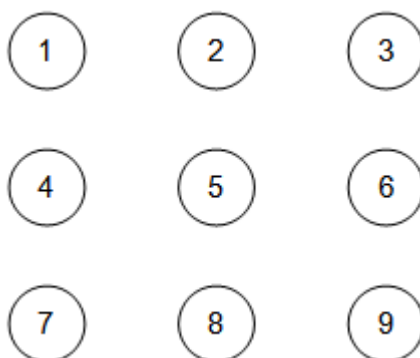


## QUESTIONAMENTOS

- a) Por que a soma gigante é possível?
- b) Que tipo de habilidade estamos desenvolvendo nos discentes que serão úteis na realização da prova da OBMEP quando aplicarmos esse tipo de atividade?

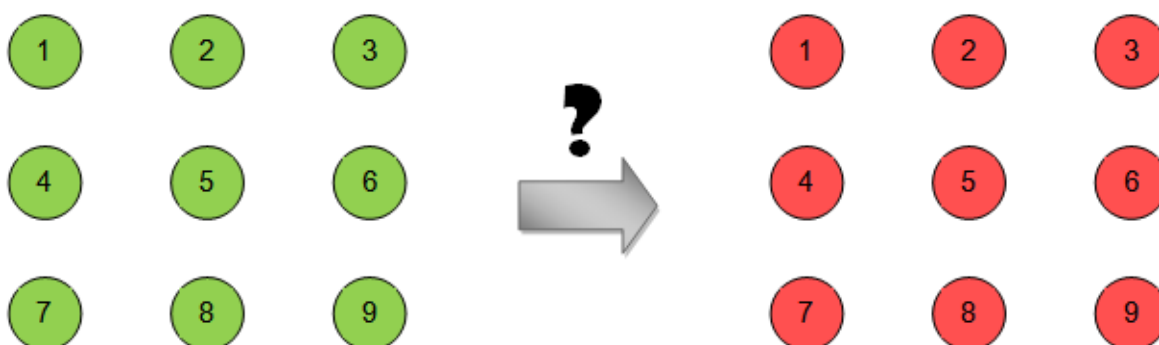
## SITUAÇÃO MOTIVACIONAL 1:

Um jogo consiste de 9 botões luminosos (de cor verde ou vermelha) dispostos da seguinte forma:



- Apertando o botão do centro (botão 5), trocam de cor todos os seus 8 vizinhos, porém ele não.
- Apertando qualquer botão que não seja o do centro, trocam de cor o botão apertado e seus vizinhos (do lado ou em diagonal).

Inicialmente todos os botões estão verdes. É possível, apertando sucessivamente alguns botões, torná-los todos vermelhos?



## SOLUÇÃO PROPOSTA

Não é possível. Observe que apertando um botão do vértice do retângulo, trocam de cor 4 botões. Apertando um botão do meio de um lado, trocam de cor 6 botões e apertando um botão do centro trocam de cor 8 botões. Assim, cada vez que apertamos um botão trocam de cor um número par de botões. Como existem 9 botões, não é possível que todos troquem de cor.

**Exercício 1:** (Canguru/2018 - questão 21) - Vários números inteiros estão escritos num quadro, incluindo o número 2018. A soma de todos esses números inteiros é 2018. O produto desses números inteiros também é 2018. Qual pode ser o número de números inteiros escritos no quadro? (Nesta questão houve uma adaptação da professora/pesquisadora que optou por retirar as opções de resposta simplificando assim a resolução)

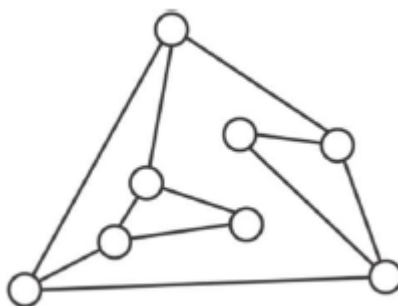
#### SOLUÇÃO PROPOSTA

Uma das possíveis respostas é 5, pois se somarmos  $(-1) + (-1) + (+1) + (+1) + (+2018) = 2018$  e se multiplicarmos esses mesmos três números temos:  $(-1) \times (-1) \times (+1) \times (+1) \times (+2018) = 2018$ .

**OBSERVAÇÃO:** A competição Canguru de Matemática Brasil traz cinco opções de resposta (A) 2016 (B) 2017 (C) 2018 (D) 2019 (E) 2020

Destas, apenas a opção 2017 é possível, pois se somarmos 1008 vezes o mais um (+1) e 1008 vezes o menos um (-1) ao 2018, temos:  $(+1008) + (-1008) + 2018 = 2018$ . Da mesma forma se multiplicarmos 1008 vezes o mais um (+1) e 1008 vezes o menos um (-1) ao 2018 também obteremos 2018, pois ao multiplicarmos -1 por ele mesmo 1008 vezes teremos +1, assim como, se multiplicarmos (-1) por ele mesmo 1008 vezes teremos +1, logo  $(+1) \times (+1) \times (+2018) = 2018$ . Nesta situação o número de -1 deve ser par para que a multiplicação seja positiva.

**Exercício 2:** (CANGURU) Oito lâmpadas se conectam conforme mostrado na figura ao lado. Inicialmente, todas as lâmpadas estão apagadas. Quando uma lâmpada é tocada, ela e todas as lâmpadas a ela conectadas diretamente se acendem. Pelo menos quantas lâmpadas devem ser tocadas para que todas elas se acendam?



(B) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5 (E) 6

SOLUÇÃO PROPOSTA

| COR      | LIGA                    |
|----------|-------------------------|
| Branco   | Cinza, verde, roxo      |
| Roxo     | Azul, amarelo e branco  |
| Azul     | Verde, amarelo e roxo   |
| Verde    | Azul, vermelho e branco |
| Vermelho | Rosa, Cinza e verde     |
| Cinza    | Branco, vermelho e rosa |
| Rosa     | Vermelho e cinza        |
| Amarelo  | Azul e roxo             |

Ligar Roxo + Vermelho OU Azul + cinza.

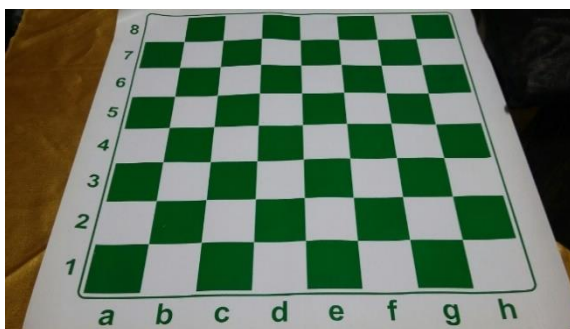
Outra resposta possível encontrada no site do Canguru de Matemática: Ao tocar uma lâmpada, quatro lâmpadas se acendem. Então é necessário tocar mais uma lâmpada. A figura abaixo mostra como as oito lâmpadas podem ser acesas tocando apenas duas delas.

SOLUÇÃO SUGERIDA PELO SITE CANGURU DE MATEMÁTICA

Ao tocar uma lâmpada, quatro lâmpadas se acendem, no máximo. Então é necessário tocar mais uma lâmpada. A figura mostra como as oito lâmpadas podem ser acesas tocando-se apenas duas delas.

**Exercício 2:** Sobre um tabuleiro de Xadrez, um cavalo começa do quadrado A1 e retorna após fazer alguns movimentos. Mostre que o cavalo fez um número par de movimentos: Observe a

imagem do tabuleiro<sup>49</sup> abaixo para tirar suas conclusões:



### VÍDEO ILUSTRATIVO:

<https://portaldosaber.obmep.org.br/index.php/modulo/ver?modulo=53#>

#### SOLUÇÃO PROPOSTA PELO SITE DA OBMEP

Suponha, sem perda de generalidade, que o cavalo parta de uma casa preta. Quando o cavalo faz uma quantidade ímpar de movimentos, ele para numa casa branca e, quando a quantidade de movimentos é par, o cavalo termina seu trajeto numa casa preta. Até chegar na última casa, ele deve fazer 63 movimentos a fim de visitar todas as casas do tabuleiro uma única vez (o tabuleiro tem 64 casas e ele já começa na casa do canto). Mas se ele fizer 63 movimentos, ele vai parar numa casa branca, o que impossibilita realizar a tarefa proposta, pois ele teria que terminar numa preta.

A ideia é análoga para o caso em que ele começa numa casa branca. Portanto, realizar tal percurso é impossível!

Sugestão de atividade com alunos na escola: Trazer os tabuleiros para sala de aula e fazer os movimentos com os alunos criando outras situações que envolvam paridade.

\*\*\*

## Semana 2

SITUAÇÃO MOTIVACIONAL<sup>50</sup>: Cada uma das placas das bicicletas de Nova Hartz contém três letras. A primeira letra é escolhida dentre os elementos do conjunto  $A=\{G, H, L, P, R\}$ , a segunda letra é escolhida dentre os elementos do conjunto  $B=\{M, I, O\}$  e a terceira letra é escolhida dentre os elementos do conjunto  $C=\{D, U, N, T\}$ .

Devido ao aumento no número de bicicletas da cidade, teve-se que expandir a quantidade de possibilidades de placas. Ficou determinado acrescentar duas novas letras a apenas um dos

<sup>49</sup> Fonte: Google imagens.

<sup>50</sup> Situação adaptada em 2017 pela pesquisadora.

conjuntos ou uma letra nova a dois conjuntos.

Qual o maior número de novas placas que podem ser feitos, quando se acrescentam as duas novas letras?



Figura 2: placas de carros<sup>51</sup>

### As placas no Brasil, atualmente, são compostas por 3 letras (incluindo k, y e w ) e 4 números. Erick é muito supersticioso e compra carros somente com placas compostas por consoantes e que não contenham dois zeros seguidos. Quantas são as opções de compra de Erick?

#### SOLUÇÃO PROPOSTA QUESTÃO DAS PLACAS

CONJUNTOS:

A = 5 elementos;

B = 3 elementos;

C = 4 elementos.

Resposta: Quando acrescentamos uma nova letra a dois dos conjuntos temos as seguintes possibilidades:

$$6 \cdot 4 \cdot 4 = 96$$

$$5 \cdot 3 \cdot 5 = 75$$

$$5 \cdot 4 \cdot 5 = 100$$

Agora se aumentarmos 2 elementos em um conjunto apenas temos:

$$7 \cdot 3 \cdot 4 = 84$$

$$5 \cdot 5 \cdot 4 = 100$$

$$5 \cdot 3 \cdot 6 = 60$$

<sup>51</sup>Fonte: Google imagens.

Por tanto nas duas situações o número maior de placas é 100

SOLUÇÃO PROPOSTA QUESTÃO DO ERICK

Podemos ter placas sem zero  $21^3 \times 9^4$ .

Com um zero no começo, na segunda posição, ou terceira ou na quarta posição  $21^3 \times 9^3 \times 4$ .

Com dois zeros  $21^3 \times 9^2 \times 3$  /placas com dois zeros:  $0\_0\_ / \_0\_0 / 0\_ \_0$ .

Como se trata de diferentes situações que podem ocorrer somamos todas essas possibilidades.

(OBMEP 2015) – Apertando tecla de zero a nove de um cofre, Pedro cria uma senha de 11 dígitos.

— — — — —

a) Quantas são as senhas que começam com 20152015?

SOLUÇÃO PROPOSTA:  $10^3$  (sobram três dígitos que podem ser de 0 a 9).

b) Quantas são senhas que contém todos os algarismos juntos em ordem crescente, isto é, quantas são as senhas que contém o bloco 0123456789?

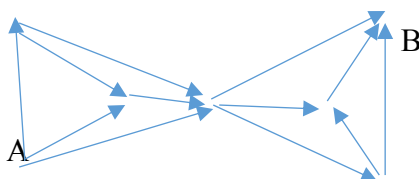
SOLUÇÃO PROPOSTA:  $10^2$  (dez algarismos diferentes podem ser usados no início ou fim da senha).

c) Pedro quer criar uma senha de forma que, quando se exclui um de seus algarismos, restam os algarismos de 0 a 9 em ordem crescente. Por exemplo, 80123456789 e 01234456789 são senhas possíveis, mas 01324567890 não. Nessas condições, quantas senhas Pedro pode criar?

SOLUÇÃO PROPOSTA:  $10^{11}$  (ele pode utilizar cada número possível entre cada número da sequência dada, por exemplo  $\_0123456789$ , ou  $0\_123456789$  e assim por diante).

(Canguru- 2018) Na figura, seguindo as setas, quantos caminhos diferentes existem de A para B?

- (A) 20
- (B) 16
- (C) 12
- (D) 9
- (E) 6



SOLUÇÃO PROPOSTA:  $4 \times 4 = 16$  possibilidades.

(OBM – 2017) -Vemos, nas figuras 1 e 2 a seguir, exemplos de bloqueio de tela de um telefone celular que só funciona com uma senha que não é digitada, mas desenhada com segmentos de reta. Esses segmentos formam uma linha poligonal com vértices em um reticulado. Ao desenhar o padrão correspondente a senha, o dedo deve permanecer todo o tempo tocando a tela. Toda a linha poligonal corresponde a uma sequência de algarismos e essa sequência é que é, de fato, a senha. O traçado das poligonais obedece as regras a seguir:

I - O traçado começa por um dos pontos destacados, os quais correspondem aos algarismos de 1 a 9 (figura 3).

II - Cada segmento do padrão deve ter como um dos seus extremos (aquele em que terminamos de traçar o segmento) um ponto que ainda não foi usado.

III. Se um segmento liga dois pontos e contém um terceiro (o seu ponto médio), então o algarismo correspondente a esse terceiro ponto é incluído na senha. Isso não acontece quando esse ponto/algarismo já foi usado.

IV. Toda senha tem pelo menos quatro algarismos. Assim, toda linha poligonal é associada a uma sequência de quatro ou mais algarismos, os quais aparecem na senha na mesma ordem em que são visitados. Na figura 1 acima, por exemplo, a senha é 218369, caso o primeiro ponto visitado tenha sido o 2. Note que o segmento ligando os pontos associados aos algarismos 3 e 9 inclui o ponto associado ao algarismo 6. Se o primeiro ponto visitado fosse o 9, então a senha seria 963812. Se o primeiro ponto visitado fosse o 6, então a senha seria 693812. Note que o 6 seria pulado, já que não poderia repetir.

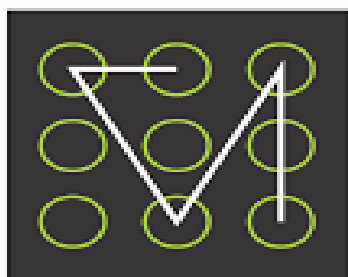


figura 1

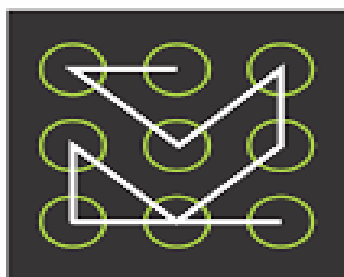


figura 2

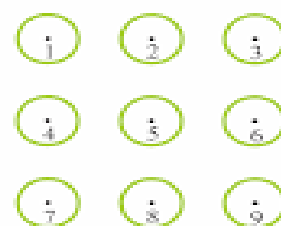


figura 3

- a) Por que a linha na figura 2 corresponde a uma única senha? Qual é essa senha?  
 b) Quantas senhas estão associadas a exatamente três lados consecutivos de um quadrado?

**SOLUÇÃO PROPOSTA SITE OBM**

a) Observamos que temos dois possíveis inícios para a nossa senha: ou começamos pelo algarismo 2, ou na 3ª linha.

Na última linha, não poderíamos começar pelo algarismo 8 pois não teríamos como passar pelo 8 de novo para formar o segmento 48, assim como se começarmos por esse segmento, não completariamos a senha, porque temos também o segmento 86, mas o 8 já teria sido usado. Começando pelo 9 então, faríamos o segmento 97, porém na senha, seria incluso o algarismo 8, pois esse é o ponto médio de de 97. Assim, não temos a possibilidade de fazer 48, pois o oito já foi usado na senha. Também vemos que 7 não é uma opção de início de senha pois na senha temos dois segmentos que sairiam de 7, mas só podemos traçar uma linha de cada vez. Visto que não podemos começar na 3a, devemos começar então pelo algarismo 2, tendo assim a senha 215368479.

b) Temos 2 tipos de senhas associadas a 3 lados consecutivos de um quadrado. Umas que apresentam quadrados de lado "pequeno" e que apresentam quadrados de lado "grande". Começando pelos quadrados de lado pequeno, temos que um exemplo seria a senha 1452. Observe que também podemos formar a senha 2541.

Visto que a um desenho são associadas duas senhas, resta também notar que podemos "girar" a senha até 3 vezes, obtendo até 3 novas figuras, as quais, a cada uma temos 2 senhas associadas, resultando assim em  $3 \times 2 = 6$  senhas. Somando as duas senhas achadas inicialmente, totalizamos  $6 + 2 = 8$  senhas com os números 1; 2; 4 e 5.

Veja também que teremos a mesma quantidade de senhas para as quadruplas: 2; 3; 5 e 6; 4; 5; 7 e 8; e 5; 6; 8 e 9. Então, para as senhas com quadrados de lados "pequenos", temos  $8 \times 4 = 32$  senhas.

Considerando agora as senhas associadas a lados de quadrados "grandes", vamos ter dois tipos de quadrados. Começando por 1 e começando por 3. O exemplo pode ser associado a duas senhas: 1478963 e 3698741. Igual aos quadrados pequenos, podemos rotacionar o desenho até 3 vezes, tendo cada uma dessas figuras duas senhas associadas. Então temos, nesse caso,  $3 \times 2 = 6$  senhas. Adicionando as senhas achadas inicialmente, totalizamos  $6 + 2 = 8$  senhas desse tipo. Temos o resto das senhas associadas a lados de quadrados. Temos duas senhas associadas: 2684 e 4862. Porém, como os outros casos, podemos rotacionar até 3 vezes. Vemos então que a quantidade de casos é a mesma do caso anterior, então temos 8 senhas.

Somando as quantidades de senhas encontradas, temos então  $32 + 8 + 8 = 48$  senhas associadas a 3 lados consecutivos de um quadrado.



Baseado na leitura acima responda as questões:

- Quantas são as possibilidades de obtermos soma para nos lançamentos do jogo?
- Em uma partida com 10 lançamentos podemos afirmar que se Isadora conseguiu obter em 80% das jogadas o número 4 adicionado com outro maior que 3 foi vencedora da partida? Por quê?

Sabe-se que seu adversário conseguiu combinações com 4 em apenas 60% dos lançamentos.

#### SOLUÇÃO PROPOSTA

O Jogo: Este jogo utiliza dois dados e é disputado por dois jogadores, João e Maria. Os resultados abaixo valem os pontos indicados e resultados diferentes não são pontuados.

(4; 1) ou (1; 4) → 1 ponto;

(4; 2) ou (2; 4) → 2 pontos;

(4; 3) ou (3; 4) → 3 pontos;

(4; 4) → 4 pontos;

(4; 5) ou (5; 4) → 5 pontos;

(4; 6) ou (6; 4) → 6 pontos.

- Como podemos obter as possibilidades de soma pontuadas através do princípio multiplicativo?

Possibilidade para primeiro dado igual a 4 =  $1 \times 6 = 6$

Possibilidade para segundo dado igual a 4 =  $6 \times 1 = 6$

Como as possibilidades são ou uma ou outra usamos o princípio aditivo:  $6 + 6 = 12 - 1$  do caso (4,4) - Temos então 11 possibilidades.

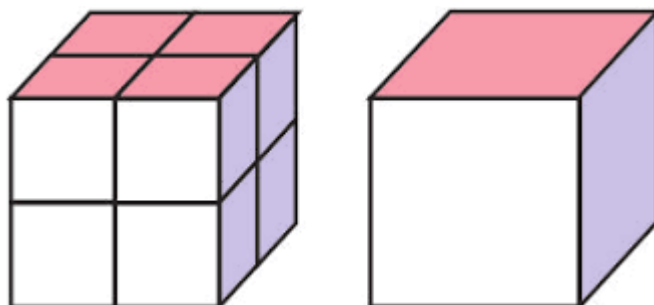
- 80% de 10 = 8 - Pontuou em 8 lançamentos: n° mínimo de pontos  $8 \times 4 = 32$ . N° máximo de pontos  $8 \times 6 = 48$

Não podemos afirmar pois se seu oponente pontuar nas dez jogadas também terá uma pontuação alta: Por exemplo:  $10 \times 4 = 40$  ou  $10 \times 1 = 10$

### Semana 3

**SITUAÇÃO MOTIVACIONAL 1: (OBM 2017)** Jacira tem muitos cubinhos cujos lados medem 1 cm, 2 cm ou 3 cm. Assim, por exemplo, ela tem duas maneiras diferentes de obter um cubo cujo volume é  $8 \text{ cm}^3$ : uma delas é montar um cubo com 8 cubinhos de 1 cm de lado e a

outra e simplesmente pegar um cubo com 2 cm de lado, como mostrado na figura. Note que dois cubos de mesmo volume são obtidos de maneiras diferentes se, e somente se, são montados com diferentes números de cubos.



a) De quantas maneiras diferentes ela pode obter um cubo com volume de  $27 \text{ cm}^3$ ?

SOLUÇÃO PROPOSTA

- 27 cubinhos de  $1 \text{ cm}^3$ ;
- 1 cubinho de 2 cm de lado + 19 cubinhos de 1 cm de lado =  $8\text{cm}^3 + 19\text{cm}^3$ ;
- 2 cubinhos de 2 cm de lado + 11 cubinhos de 1 cm de lado =  $16\text{cm}^3 + 11 \text{ cm}^3$ ;
- 1 cubo de 3 cm de lado =  $27\text{cm}^3$ .

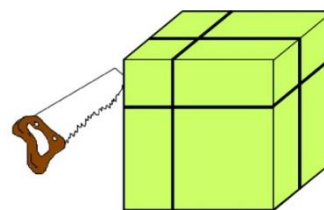
b) De quantas maneiras diferentes ela pode obter um cubo com volume de  $64 \text{ cm}^3$ ?

SOLUÇÃO PROPOSTA: 10 possibilidades

- cubo de aresta 3 cm e 37 cubos de aresta 1 cm =  $27\text{cm}^3 + 37\text{cm}^3$ ;
- 8 cubos de aresta 2 cm =  $8 \times 8\text{cm}^3$ ;
- 7 cubos de aresta 2 cm e 8 cubos de aresta 1 cm =  $56\text{cm}^3 + 8\text{cm}^3$ ;
- 6 cubos de aresta 2 cm e 16 cubos de aresta 1 cm =  $48\text{cm}^3 + 16\text{cm}^3$ ;
- 5 cubos de aresta 2 cm e 24 cubos de aresta 1 cm =  $40\text{cm}^3 + 24\text{cm}^3$ ;
- 4 cubos de aresta 2 cm e 32 cubos de aresta 1 cm =  $32\text{cm}^3 + 32 \text{ cm}^3$ ;
- 3 cubos de aresta 2 cm e 40 cubos de aresta 1 cm =  $24\text{cm}^3 + 40\text{cm}^3$ ;
- 2 cubos de aresta 2 cm e 48 cubos de aresta 1 cm =  $16\text{cm}^3 + 48\text{cm}^3$ ;
- 1 cubos de aresta 2 cm e 56 cubos de aresta 1 cm =  $8\text{cm}^3 + 56\text{cm}^3$ ;
- 64 cubos de aresta 1 cm =  $64\text{cm}^3$ .

**SITUAÇÃO MOTIVACIONAL 2 - (OBM – 2016)** - Um cubo foi pintado de verde. Em seguida, foi cortado paralelamente às faces, obtendo-se oito blocos retangulares menores. As faces sem cor desses blocos foram pintadas de vermelho. Qual é a razão entre a área da

superfície total verde e a área da superfície total vermelha?



- a) 1:1      b) 1:2      c) 1:3      d) 2:3      e) 3:4

#### SOLUÇÃO PROPOSTA

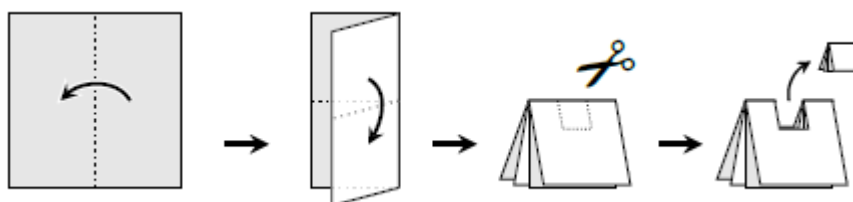
Para cada três partes pintadas de verde, há também três pintadas de vermelho. Observe o cubo no canto superior esquerdo, onde tem-se a parte superior e duas laterais pintadas de verde, por conseguinte, temos 3 pintadas de vermelho. Essa situação se repete em todas as situações. Logo a razão é 1:1.

Sugere-se a utilização de materiais complementares para facilitar o entendimento das questões para o entendimento das próximas questões:

Materiais de apoio:

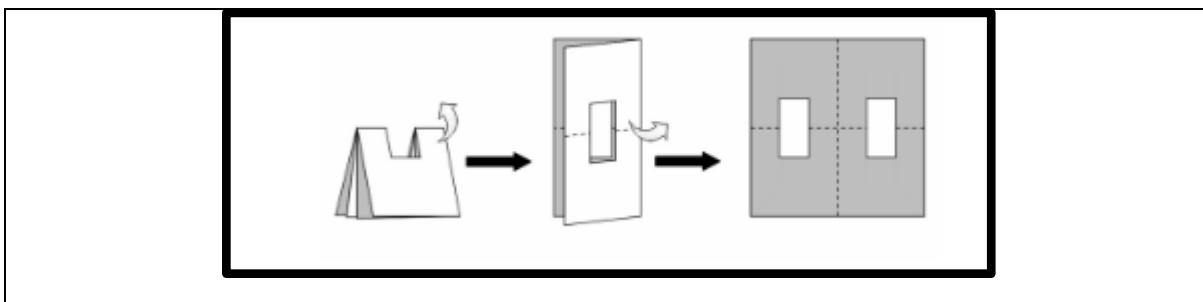
- ✓ Quadrado 5cm X 5cm
- ✓ Tira de papel retangular 4cm X 12cm
- ✓ Dados

(Prova da OBMEP 2010 – 1ª fase – N1 – Questão 8) Joãozinho dobrou duas vezes uma folha de papel quadrada, branca de um lado e cinza do outro, e depois recortou um quadradinho, como na figura. Qual das figuras abaixo ele encontrou quando desdobrou completamente a folha?

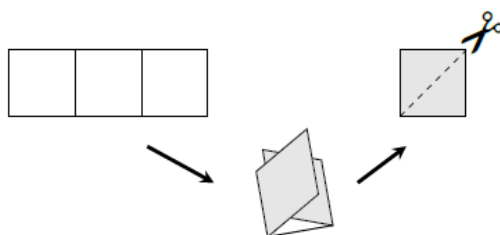


#### SOLUÇÃO PROPOSTA PELO SITE OBMEP

O processo realizado pela folha está ilustrado abaixo:

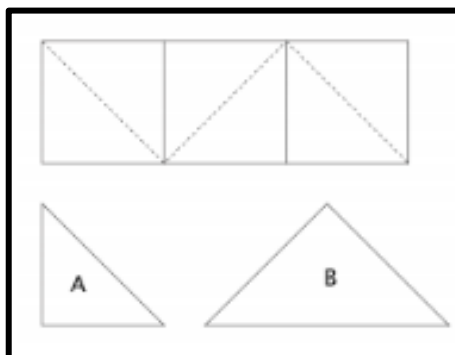


(Prova da OBMEP 2012 – 1ª fase – N1 – Questão 14) - Juliana cortou uma tira de papel de 4 cm por 12 cm e a dobrou do modo indicado na figura, obtendo assim um quadrado. Em seguida, ela cortou o quadrado diagonalmente, como mostra a figura. Com os pedaços obtidos, ela montou dois novos quadrados. Qual é a diferença entre as áreas destes quadrados?



#### SOLUÇÃO PROPOSTA PELO SITE DA OBMEP

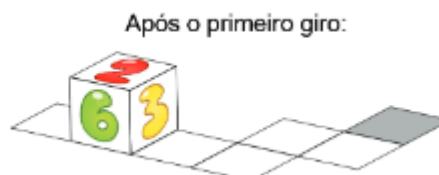
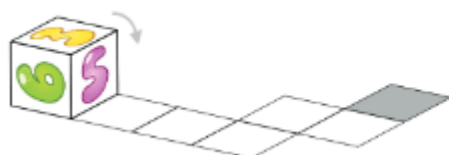
A figura abaixo mostra a folha aberta, com os cortes determinados na tira em pontilhado. A tira fica dividida em quatro triângulos, dois do tipo A e dois do tipo B. Como um triângulo do tipo B é formado por dois triângulos do tipo A, a tira fica dividida em seis triângulos do tipo A. Por outro lado, a tira tem área  $4 \times 12 = 48 \text{ cm}^2$ , e segue que a área de um triângulo do tipo A tem área  $48 : 6 = 8 \text{ cm}^2$ .



Um dos novos Quadrados é formado pelos dois triângulos do tipo A e o outro é formado pelos dois triângulos do tipo B; a diferença entre as áreas desses quadrados é então igual à área de dois triângulos do tipo A, que é  $2 \times 8 = 16 \text{ cm}^2$ .

(Prova da OBMEP 2016 – 1ª fase – N1 – Questão 6)

A soma dos números das faces opostas de um dado é sempre 7. O dado da figura é girado sucessivamente sobre o caminho indicado até parar na última posição, destacada em cinza. Nessa posição, qual é o número que está na face superior do dado?



#### SOLUÇÃO PROPOSTA

1º GIRO: 2 para cima (conforme ilustração acima);

2º GIRO: 4 para cima;

3º GIRO: 5 para cima;

4º GIRO: 6 para cima;

5º GIRO: 3 para cima;

6º GIRO: 2 para cima.

## Semana 4



**SITUAÇÃO MOTIVACIONAL: (OBM – 2017)** - Na Terra dos Impas, somente os algarismos ímpares são utilizados para contar e escrever números. Assim, em vez dos números 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, . . . os Impas tem os números correspondentes 1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19, 31, 33, . . . (note que os números dos Impas tem somente algarismos ímpares). Por exemplo, se uma criança tem 11 anos, os Impas diriam que ela tem 31 anos.

a) Como os Impas escrevem o nosso número 20?

#### SOLUÇÃO PROPOSTA PELO SITE OBM

A forma mais simples de resolvermos o item (a) é listar os 20 primeiros números dos Impas em ordem crescente, tendo assim: 1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19, 31, 33, 35, 37, 39, 51, 53, 55, 57 e 59. Portanto, os Impas escrevem o nosso número 20 como 59.

b) Numa escola desse lugar, a professora escreveu no quadro-negro a continha de multiplicar abaixo. Se você fosse um aluno Impa, o que escreveria como resultado?  $13 \times 5$

#### SOLUÇÃO PROPOSTA PELO SITE OBM

Ao levarmos em consideração que a conta que estava no quadro-negro estava na forma do Impas de escrever, vamos começar "traduzindo" esta conta para a nossa forma em base decimal para calcularmos. Pela listagem que fizemos no item (a), temos que o 13 e 5 dos Impas representam, respectivamente, o 7 e 3 da nossa base decimal. Assim, o resultado da conta seria 21, pois  $7 \times 3 = 21$ . Agora, vamos "traduzir" novamente para a representação dos Impas. Tomando a lista do item (a), temos que o número vinte é representado por 59 para os Impas, então o número 21 será representado por 71, que é o sucessor do 59 na sequência de números onde só algarismos ímpares são aceitos.

c) Escreva, na linguagem dos Impas, o número que na nossa representação decimal é escrito como 2017.

#### SOLUÇÃO PROPOSTA PELO SITE OBM

Classe dos números formados por um único algarismo: teremos 5 números diferentes (1, 3, 5, 7 e 9), e a quantidade de números por classe pode ser determinada por um arranjo com repetição. Na primeira classe temos um arranjo de 5 elementos (os 5 algarismos ímpares) tomados 1 a 1 (quantidade de algarismos dos números da classe).

-Classe dos números formados por dois algarismos: teremos 25 números diferentes, ou seja, um arranjo com repetição de 5 elementos (os 5 algarismos ímpares) tomados 2 a 2 (quantidade de algarismos dos números da classe),  $5 \times 5 = 25$ .

-Classe dos números formados por 3 algarismos: teremos 125 números diferentes, e portanto, um arranjo com repetição de 5 elementos (os 5 algarismos ímpares) tomados 3 a 3 (quantidade de algarismos dos números da classe),  $5 \times 5 \times 5 = 125$ .

- Classe dos números formados por 4 algarismos: teremos 625 números diferentes, logo um arranjo com repetição de 5 elementos (os 5 algarismos ímpares) tomados 4 a 4 (quantidade de algarismos dos números da classe),  $5 \times 5 \times 5 \times 5 = 625$ .

-Classe dos números formados por 5 algarismos: teremos 3125 números diferentes, que é o mesmo que um arranjo com repetição de 5 elementos (os 5 algarismos ímpares) tomados 5 a 5 (quantidade de algarismos dos números da classe),  $5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 = 3125$ . Tomando todos os números de Impas em ordem crescente, teremos que estas classes têm uma ordem crescente de seus elementos, assim como uma ordem entre si, ou seja, um número de 3

algarismos nunca virá antes de um de 2 algarismos, por exemplo. Assim, podemos usar este sistema de ordem para descobrir qual número dos Impas representará o nosso 2017, isto é, o 2017º número em ordem crescente dos números dos Impas.

Do 1º ao 5º número da ordem crescente dos Impas temos os números pertencentes à primeira classe, do 6º ao 30º temos os pertencentes à segunda classe (números de dois algarismos), do 31º ao 155º temos os pertencentes à terceira classe (números de três algarismos), do 156º ao 780º temos os pertencentes à quarta classe (números de quatro algarismos) e do 781º ao 3905º temos os pertencentes à quinta classe (números de cinco algarismos). Sendo assim, o 2017º número Impa da sequência tem 5 algarismos, agora precisamos descobrir qual será este número. Para isto, vamos abrir o problema em forma de árvore (para facilitar o entendimento da resolução a seguir, inserimos um diagrama da mesma no final da resolução). Sabemos que o 781º número Impa da sequência será o 11111, pois é o menor número de Impa de 5 algarismos e o 3905º número Impa da sequência será o 99999, pois é o maior número Impa de 5 algarismos. Dentre esses 3125 números Impas de 5 algarismos 625 começarão com o algarismo 1, outros 625 com o algarismo 3, outros 625 com o algarismo 5, outros 625 com o algarismo 7 e os 625 restantes com o algarismo 9.

Descobriremos a seguir cada algarismo do número Impa que representa o nosso número 2017:

- 1º algarismo: Analisando as posições dos números, teremos que do 781º ao 1405º número Impa, e também que todos os números Impas de 5 algarismos que começam com o algarismo 1, do 1406º ao 2030º número Impa, teremos todos os números Impas de 5 algarismos que começam com o algarismo 3. Note que o 2017º estará neste intervalo, então já sabemos que o 2017º Impa tem 5 algarismos e começa com o algarismo 3. Dessa forma, do 1406º ao 2030º número Impa, os 125 primeiros tem como segundo algarismo o número 1, ou seja, do 1406º ao 1530º temos todos os Impas de 5 algarismos que começam com 31.

- 2º algarismo: Seguindo a mesma lógica, do 1531º ao 1655º temos todos os Impas de 5 algarismos que começam com 33, do 1656º ao 1780º temos todos os Impas de 5 algarismos que começam com 35, do 1781º ao 1905º temos todos os Impas de 5 algarismos que começam com 37 e do 1906º ao 2030º temos todos os Impas de 5 algarismos que começam com 39. Como o 2017º Impa está neste intervalo, já temos que ele começa com os algarismos 3 e 9, respectivamente.

- 3º algarismo: Continuando o raciocínio, do 1906º ao 2030º, os 25 primeiros têm como o terceiro algarismo da esquerda para a direita o algarismo 1, ou seja, do 1906º ao 1930º

temos todos os Impas de 5 algarismos que começam com 391, do 1931° ao 2055° temos todos os Impas de 5 algarismos que começam com 393, do 1956° ao 2080° temos todos os Impas de 5 algarismos que começam com 395, do 1981° ao 2005° temos todos os Impas de 5 algarismos que começam com 397 e do 2006° ao 2030° temos todos os Impas de 5 algarismos que começam com 399. Como o 2017° Impa está neste último intervalo, sabemos que ele deve começar com os algarismos 3, 9 e 9. Faltam apenas os dois últimos, então novamente vamos separar o intervalo do 2006° ao 2030° em outros 5 intervalos, nos quais cada intervalo corresponde ao quarto algarismo da esquerda para a direita.

- 4° algarismo: Do 2006° ao 2010° temos todos os Impas de 5 algarismos que começam com 3991, do 2011° ao 2015° temos todos os Impas de 5 algarismos que começam com 3993, e do 2016° ao 2020° temos todos os Impas de 5 algarismos que começam com 3995. Note que o 2017° Impa está neste intervalo, logo o 2017° Impa começa com os algarismos 3, 9, 9 e 5.

- 5° algarismo: Vamos finalmente descobrir o último algarismo. Observe que neste último intervalo só haviam 5 números Impas, do 2016° ao 2020° . Assim, temos que esses Impas em ordem crescente serão:

- 39951 (2016° Impa);
- **39953 (2017° Impa);**
- 39955 (2018° Impa);
- 39957 (2019° Impa);
- 39959 (2020° Impa).

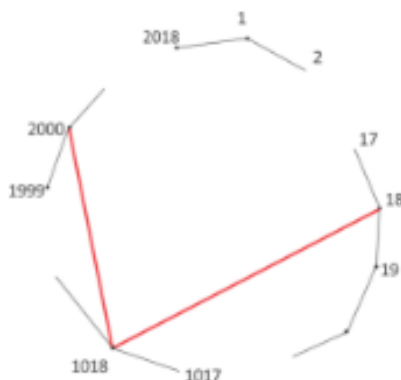
(Canguru – 2018) Um polígono regular de 2018 vértices tem esses vértices numerados de 1 a 2018. São então desenhadas duas diagonais, uma que liga os vértices de números 18 e 1018 e outra que liga os vértices de números 1018 e 2000. Quantos vértices possuem os três polígonos resultantes?

- (A) 38, 983, 1001
- (B) 37, 983, 1001
- (C) 38, 982, 1001
- (D) 37, 982, 1000
- (E) 37, 983, 1002

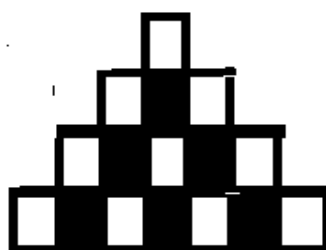


**SOLUÇÃO PROPOSTA PELO SITE GANGURU DE MATEMÁTICA: letra A**

O polígono original fica dividido nos polígonos indicados na figura abaixo. Um deles tem os vértices de 1 a 18, o vértice 1018 e os vértices de 2000 a 2018, totalizando  $18 + 1 + 2018 - 2000 + 1 = 38$  vértices. O outro tem os vértices de 18 a 1018, totalizando  $1018 - 18 + 1 = 1001$  vértices e o terceiro tem os vértices de 1018 a 2000, totalizando  $2000 - 1018 + 1 = 983$  vértices. Os polígonos têm, respectivamente, 38, 983 e 1001 vértices.



**(EUA 1ª fase)** – A figura a seguir mostra parte de uma escada feita de quadrados pretos e brancos alterados, onde podemos ver a primeira e a quarta linha. Todas as linhas começam e terminam com um quadrado branco. Qual é o número de quadrados pretos da 37ª linha?



**SOLUÇÃO PROPOSTA**

Ao Observarmos cada linha de cima para baixo podemos notar que, na primeira linha  $N_1 =$  zero quadrados pretos, na segunda linha,  $N_2 =$  um quadrado preto, na terceira linha,  $N_3 =$  dois quadrados pretos e assim sucessivamente, logo o número de quadrados pretos é igual a posição menos um  $(N - 1)$ . Logo na 37ª linha teremos 36 quadradinhos pretos.

**(OBM – 1ª fase)** Numa sequência, cada termo, a partir do terceiro, é a soma dos dois termos anteriores mais o próximo. O segundo termo é igual a 1 e o quinto termo vale 2005. Qual é o

sexto termo?

#### SOLUÇÃO PROPOSTA

$$A_1 = 1;$$

$$A_2 = 1;$$

$$A_3 = x;$$

$$A_4 = x + 1;$$

$$A_5 = 2005;$$

$$A_6 = ?$$

Se chamarmos  $A_3$  de  $x$ , então  $A_4 = A_2 + A_3$ , ou seja,  $A_4 = x + 1$ . Podemos a partir destas conclusões encontrar o valor de  $x$ , pois,  $A_5 = A_3 + A_4$ . Temos:

$$A_5 = A_3 + A_4$$

$$2005 = x + x + 1$$

$$2005 - 1 = 2x$$

$$2004 = 2x$$

$$x = 1002 \quad \longrightarrow \quad \text{Logo, } A_3 = 1002$$

$$A_4 = 1003 \text{ e por consequência } A_6 = 3008.$$

(Problema 15.4 – Círculos de Matemática da OBMEP – Volume 1) Observe as multiplicações a seguir:

$$\begin{aligned} 101 \times 11 &= 1111 \\ 101 \times 111 &= 11211 \\ 101 \times 1111 &= 112211 \\ 101 \times 11111 &= 1122211 \end{aligned}$$

Encontre a soma dos algarismos do número obtido quando multiplicamos 101 pelo 1111....11, composto por 2007 algarismos 1

#### SOLUÇÃO PROPOSTA

Ao analisarmos a linha 1, com a multiplicação de  $101 \times 11$ , vemos que temos como resultado 4 algarismos 1 e zero algarismos 2, na linha 2 ( $101 \times 111$ ), temos 4 algarismos 1 e um algarismos 2, na linha 3, temos no resultado 4 algarismos 1 e dois algarismos 2, e assim sucessivamente. Sendo  $N$  a quantidade de algarismos 1 que se multiplica por 101, temos como resultado sempre 4 algarismos 1, sendo dois na frente e dois atrás e na parte central temos a quantidade de  $N-2$  algarismos dois. Logo, o resultado de  $101 \times 1111\dots 111$  (composto por 2007 algarismos 1) é dado por 2 algarismos 1 na frente, 2005 algarismos 2 na parte central e por fim mais 2 algarismos 1. Essa soma será expressa por  $4 \times 1 + 2005 \times 2 = 4014$ .

(Canguru- 2018- questões 26) - Paulo pretende colocar as peças ao lado em suas posições corretas, isto é, partes com números iguais devem estar em contato. Ele pode fazer isso por meio de dois movimentos: trocar duas peças de lugar, sem girar, ou girar somente uma peça. Qual é o menor número de movimentos que ele deve fazer para acertar os dominós?



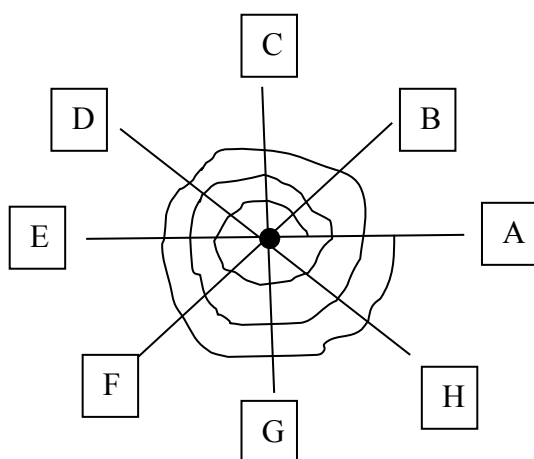
(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E)

#### SOLUÇÃO PROPOSTA

Há duas metades com os números 1, 2 e 3 e três com 4 e 6. Isto significa que duas metades, uma com o número 4 e outra com o 6, terão que ficar nos extremos. Então não mexemos nessas duas peças. Como as duas partes com o 1 e o 3 estão com orientações contrárias, fica claro que devemos fazer pelo menos uma rotação que corrija essas duas posições. Com uma única rotação da 2ª peça, fazemos isso (movimento 1). As duas metades com 6 devem se juntar e isto se consegue intercambiando a 2ª e a 5ª peças ou então, aproximamos o 6 intercambiando a 3ª e a 5ª peças, o que foi feito (movimento 2). Nas duas situações fica faltando um intercâmbio. No nosso caso, trocamos a posição da 2ª e 3ª peças (movimento 3).

## Semana 5

Situação Motivacional<sup>52</sup>: Uma aranha usa os fios de apoio A, B, C, D, E, F, G e H para construir sua teia, conforme mostra a figura. A aranha continua seu trabalho nesse ritmo e seguindo sempre a mesma ordem.



<sup>52</sup> Fonte: a autora.



k16095278 www.fotosearch.com

O marco inicial 0 é o encontro da reta A com o começo do espiral, enquanto que o encontro da reta B com a sequência do espiral é o número 2 e o encontro da reta C com a continuação do espiral é 3 e assim sucessivamente. A cada novo encontro um novo numeral Natural.

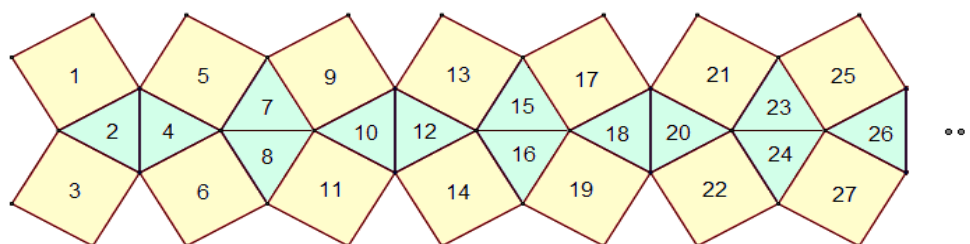
- Sobre qual fio de apoio estará o número 25?
- Sobre qual fio de apoio estará o número 40?
- Sobre qual fio de apoio estará o número 55?
- Sobre qual fio de apoio estará o número 82?
- Podemos dizer que o número 100 está sobre o fio de apoio E? Por quê?
- É correto afirmar que o número 240 está sobre o fio de apoio H? Por quê?

#### SOLUÇÃO PROPOSTA

- A
- H
- G
- B
- Não, porque temos os múltiplos de 8 no fio H, logo teremos o número 96 ( $8 \times 12$ ) sobre H, e assim, 97 sobre A; 98 sobre B, 99 sobre C e 100 sobre D.
- Sim, porque 240 é múltiplo de 8.

**Exercício 2<sup>53</sup>.** Com peças no formato de quadrados e triângulos equiláteros coladas lado a lado, podemos formar uma faixa horizontal muito cumprida. A faixa é construída passo a passo, com a adição de uma peça em cada passo, começando com a peça 1, depois a peça 2, em seguida a peça 3, e a peça 4, e assim por diante, de acordo com a numeração ilustrada a seguir.

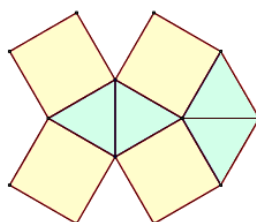
<sup>53</sup> Fonte: Roteiro OBMEP na escola Nível 2.



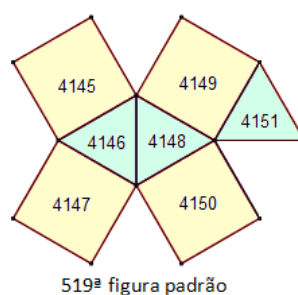
- c) Se em uma dessas faixas foram utilizados exatamente 2075 triângulos equiláteros, qual é a quantidade total de quadrados na faixa?
- d) E se fosse ao contrário. Quantos triângulos equiláteros existem na faixa que contém exatamente 2075 quadrados?

SOLUÇÃO PROPOSTA PELO SITE DA OBMEP:

(a) se repete de tempos em tempos. Neste tipo de questão, quando percebemos uma repetição, algo periódico, precisamos encontrar esse padrão que fica se repetindo infinitamente. Observe que, neste exercício, para fazer uma faixa, basta copiarmos lado-a-lado a figura padrão a seguir formada por 8 peças: 4 quadrados e 4 triângulos equiláteros.



Como cada figura padrão possui 4 triângulos equiláteros, devemos dividir 2075 por 4 obtendo  $2075 = 4 \times 518 + 3$ . Isso significa que para fazer uma figura com 2075 triângulos, precisamos de 518 dessas figuras padrão completas (totalizando  $8 \times 518 = 4144$  peças) e de mais 3 peças triangulares da 519ª figura padrão. Para acrescentar três triângulos nesta última figura padrão, precisamos de quatro quadrados (veja figura a seguir da 519ª figura padrão desta faixa):

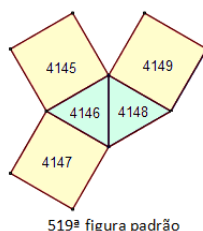


519ª figura padrão

Portanto a faixa que possui exatamente 2075 triângulos possui  $4 \times 518 + 4 = 2076$  quadrados

e, portanto,  $2075+2076=4151$  peças ao todo. Esta faixa termina como está ilustrada na figura anterior.

(b) De modo análogo, se a faixa possui exatamente 2075 quadrados, então esta faixa possui 518 figuras padrão completas e mais 3 quadrados na 519ª figura padrão. Esta última figura padrão está incompleta: ela possui três quadrados e dois triângulos. (veja figura a seguir):



519ª figura padrão

Portanto a faixa que possui exatamente 2075 quadrados possui  $4 \times 518 + 2 = 2074$  triângulos e, portanto,  $2075+2074=4149$  peças ao todo. Esta faixa termina como está ilustrada na figura anterior.

**Exercício 3**<sup>54</sup>- Todo termo de uma sequência, a partir do segundo, é igual à soma do anterior com a soma de seus algarismos. Os primeiros elementos da sequência são 1, 2, 4, 8, 16, 23, 28, 38, 49, ...

a) É possível que 793210041 pertença a essa sequência?

OBSERVAÇÃO: O exercício 3 será proposto como desafio e se necessário serão postadas as dicas abaixo:

**Sugestão:** Analise os restos dos números da sequência quando são divididos por 3.

**Fatos que Ajudam:** Um número e a soma de seus algarismos deixam o mesmo resto quando divididos por 3.

### SOLUÇÃO PROPOSTA

A partir da dica, observa-se que, os restos obtidos dividindo os números presentes na sequência por 3 são sempre 1 ou 2. Quando somamos os algarismos do número 793210041, temos  $7+9+3+2+1+0+0+4+1 = 27$ , logo o número dado apresenta resto zero na divisão por 3 e por isso não pertence a sequência dada.

<sup>54</sup> Fonte: Roteiro OBMEP na escola Nível 2.

### QUESTÕES ADICIONAIS DE LÓGICA

(Círculos de Matemática Moscou – Problema 10.2) É possível medir exatamente 4 litros de água usando uma torneira, um recipiente de 3 litros e um recipiente de 5 litros?

#### SOLUÇÃO PROPOSTA

É possível, pois se enchermos o balde de três litros, despejarmos essa água no de 5l, preencheremos novamente o de 3l e derramarmos novamente no de 5l, restará **EXATAMENTE um litro** no balde menor. Devemos colocar fora toda água do recipiente de 5l e despejar um litro restante do balde menor no maior. Por fim, enchemos o balde de três litros e derramamos no de 5l, obtendo  $1l + 3l = 4$  litros.

(Canguru 2018 – Questão 6) - As duas afirmações a seguir são verdadeiras:

- (v) Alguns alienígenas são verdes e os demais são roxos.
- (vi) Alienígenas verdes vivem somente em Marte.

Qual das afirmações a seguir é uma consequência lógica dessas duas afirmações?

- (A) Todos os alienígenas vivem em Marte.
- (B) Somente alienígenas verdes vivem em Marte.
- (C) Alguns alienígenas roxos vivem em Vênus.
- (D) Todos os alienígenas roxos vivem em Vênus.
- (E) Nenhum alienígena verde vive em Vênus.

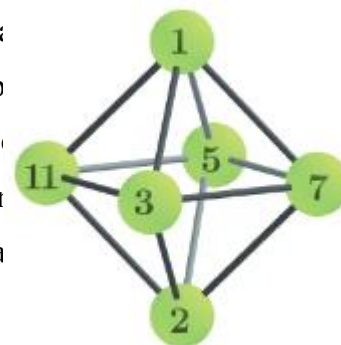
#### SOLUÇÃO PROPOSTA PELO SITE CANGURU DA MATEMÁTICA: Alternativa E

Os alienígenas verdes são seres verdes, logo vivem em Marte.

Logo nenhum alienígena verde vive em Vênus.

#### (Prova da 2ª fase da OBMEP 2017 – N1 – questão 6)

Um objeto foi construído com doze varetas iguais e seis bolinhas numeradas com 1, 2, 3, 5, 7 e 11, como na figura. Uma formiguinha caminha pelas varetas, passeando de bolinha em bolinha, a partir de uma bolinha inicial. Quando termina um passeio, ela multiplica todos os números das bolinhas que visitou e obtém um número para esse passeio. Por exemplo, ao final do passeio



$$3 \rightarrow 1 \rightarrow 3 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 11 \rightarrow 1$$

ela obtém  $3 \times 1 \times 3 \times 2 \times 3 \times 11 \times 1 = 594$ .

- (d) Descreva um passeio no qual a formiguinha obtém, ao final, o número 45.
- (e) Explique por que a formiguinha nunca vai conseguir obter o número 52 ao final de um passeio.
- (f) Explique por que a formiguinha nunca vai conseguir obter o número 40 ao final de um passeio.

Quantos passeios diferentes a formiguinha pode fazer para obter, ao final, o número 30?

#### SOLUÇÃO PROPOSTA PELO SITE OBMEP

a) Existem vários passeios da formiguinha nos quais ela obtém o número 45. Ela deve necessariamente visitar duas vezes a bolinha com o número 3 e uma vez a bolinha com o número 5, em uma ordem correta. Eis alguns exemplos:

- $x 1 \times 3 \times 1 \times 5$ ;
- $x 1 \times 3 \times 1 \times 3$ ;
- $1 \times 3 \times 1 \times 5 \times 1 \times 3$ ;
- $1 \times 5 \times 1 \times 3 \times 1 \times 3$ ;
- $x 1 \times 5 \times 1 \times 3$ ;
- $x 1 \times 3 \times 1 \times 3 \times 1$ ;
- $1 \times 3 \times 1 \times 5 \times 1 \times 3 \times 1$  e
- $1 \times 5 \times 1 \times 3 \times 1 \times 3 \times 1$ .

b) A fatoração do número 52 em produtos de números primos é  $52 = 2 \times 2 \times 13$ . A formiguinha nunca vai conseguir obter o número 52 em um passeio pois, no objeto, não há uma bolinha com o número 13 para ela visitar.

c) A fatoração do número 40 em produtos de números primos é  $40 = 2 \times 2 \times 2 \times 5$ . Assim, para obter o número 40 em um passeio, a formiguinha deve passar somente pelas bolinhas 1, 2 e 5, passando exatamente três vezes pela bolinha 2 e uma vez pela bolinha 5. Como não há vareta ligando as bolinhas 1 e 2, para passar três vezes pela bolinha 2 a formiguinha é obrigada a passar pelo menos três vezes pela vareta que liga as bolinhas 2 e 5 e, ao fazer isso, ela passa pelo menos duas vezes pela bolinha 5. Assim, é impossível para a formiguinha fazer um passeio passando somente pelas bolinhas 1, 2 e 5, passando exatamente três vezes pela bolinha 2 e uma vez pela bolinha 5.



d) A fatoração do número 30 em produto de números primos é  $30 = 2 \times 3 \times 5$ . Para obter o número 30 no final de um passeio, a formiguinha deve passar somente pelas bolinhas 1, 2, 3 e 5, passando uma única vez pelas bolinhas 2, 3 e 5. A formiguinha não pode passar mais de duas vezes pela bolinha 1, pois, se isso acontecesse, ela passaria mais de uma vez pelas bolinhas 3 ou 5. Assim, temos as seguintes situações:

- obter 30 sem passar pela bolinha 1;
- obter 30 passando somente uma vez pela bolinha 1;
- obter 30 passando duas vezes pela bolinha 1;

Na primeira situação, a formiguinha tem duas possibilidades para iniciar seu passeio (bolinhas 3 ou 5) e, em cada uma delas, uma única direção a seguir. Temos, então,  $2 \times 1 = 2$  possibilidades. São as seguintes:  $3 \times 2 \times 5$  e  $5 \times 2 \times 3$ . Na segunda situação, a formiguinha tem quatro possibilidades para iniciar seu passeio (bolinhas 1, 2, 3 ou 5) e, em cada uma delas, duas direções a seguir. Temos, então,  $4 \times 2 = 8$  possibilidades. São elas:

- $1 \times 3 \times 2 \times 5$ ;
- $1 \times 5 \times 2 \times 3$ ;
- $x 3 \times 1 \times 5$ ;
- $x 5 \times 1 \times 3$ ;
- $x 1 \times 5 \times 2$ ;
- $x 2 \times 5 \times 1$ ;
- $x 1 \times 3 \times 2$  e
- $x 2 \times 3 \times 1$ .

Na terceira situação, a formiguinha tem três possibilidades: iniciar e terminar na bolinha 1, iniciar na bolinha 1 e terminar na bolinha 2, ou iniciar na bolinha 2 e terminar na bolinha 1; em cada uma delas, ela tem duas direções a seguir.

Temos, então,  $3 \times 2 = 6$  possibilidades. São as seguintes:

- $1 \times 3 \times 2 \times 5 \times 1$ ;
- $1 \times 5 \times 2 \times 3 \times 1$ ;
- $1 \times 3 \times 1 \times 5 \times 2$ ;
- $1 \times 5 \times 1 \times 3 \times 2$ ;
- $x 3 \times 1 \times 5 \times 1$  e
- $x 5 \times 1 \times 3 \times 1$ .

No total, temos  $2 + 8 + 6 = 16$  passeios diferentes em que a formiguinha obtém, ao final, o número 30.

Questão<sup>55</sup> OBMEP 2016 – Primeira fase – Nível 1

**12ª OLIMPIÁDA BRASILEIRA DE MATEMÁTICA**  
**DAS ESCOLAS PÚBLICAS – OBMEP 2016**

Joãozinho distribuiu bolas em caixas numeradas de 1 a 2016. Ele fez isso de forma que o número total de bolas, em quaisquer cinco caixas consecutivas, fosse sempre o mesmo. Na figura abaixo estão indicadas as quantidades de bolas em algumas caixas; a figura também mostra que Joãozinho colocou 3 e 7 bolas em duas caixas vizinhas.

***Quantas bolas ele colocou na última caixa?***

?

5  
bolas

9  
bolas

1  
bola

?

...

3  
bolas

7  
bolas

...

?

Caixa 1
Caixa 2
Caixa 3
Caixa 4
Caixa 5
Caixa 2016

A) 1; B) 3; C) 5; D) 7; E) 9.

#### SOLUÇÃO PROPOSTA PELO SITE OBMEP

Como o número total de bolas em cinco caixas consecutivas é sempre o mesmo, a quantidade de bolas da primeira até a quinta caixa deve ser igual à quantidade de bolas da segunda até a sexta caixa:  $(n^\circ \text{ de bolas na Caixa 1}) + 5 + 9 + 1 + (n^\circ \text{ de bolas na Caixa 5}) = 5 + 9 + 1 + (\text{no de bolas na Caixa 5}) + (n^\circ \text{ de bolas na Caixa 6})$ . Logo,  $(\text{no de bolas na Caixa 1}) = (n^\circ \text{ de bolas na Caixa 6})$ .

Pelo mesmo motivo, começando da segunda caixa e depois na terceira caixa,  $5 + 9 + 1 + (\text{no de bolas na Caixa 5}) + (\text{no de bolas na Caixa 6}) = 9 + 1 + (n^\circ \text{ de bolas na Caixa 5}) + (n^\circ \text{ de bolas na Caixa 6}) + (n^\circ \text{ de bolas na Caixa 7})$ .

Logo, o número de bolas na Caixa 7 é 5. De modo análogo, vemos que o número de bolas da Caixa 8 é 9, o número de bolas na Caixa 9 é 1, que a Caixa 10 possui o mesmo número de bolas que o da Caixa 5 e a Caixa 11, o mesmo número de bolas que o da Caixa 6, o qual é igual ao número de bolas na Caixa 1, como vimos acima. As quantidades de bolas repetem-se a cada cinco caixas. Na ilustração há a informação de que as caixas contendo 3 e 7 bolas são vizinhas; para que isto ocorra, a Caixa 1 deve conter 7 bolas e as caixas 5 e 6 devem conter, respectivamente, 3 e 7 bolas. Assim, os conteúdos das caixas formam a sequência 7, 5, 9, 1, 3, 7, 5, 9, 1, 3 ....

De fato, não pode ocorrer que a primeira caixa contenha 3 bolas, pois isto geraria a sequência 3, 5, 9, 1, 7, 3, 5, 9, 1, 7, ... e a ordem entre 3 e 7 seria incompatível com o que aparece na

<sup>55</sup> Fonte: Google imagens, acesso em Março de 2019.

ilustração no enunciado.

Para descobrir o conteúdo da Caixa 2016, fazemos a divisão de 2016 por 5; o resto é 1 e isto nos diz que o conteúdo da Caixa 2016 é o mesmo que o da Caixa 1, ou seja, que a Caixa 2016 contém 7 bolas. Solução 2: (utilizando Álgebra). Sejam  $X_1, X_2, X_3, X_4, X_5$  e  $X_6$  os números de bolas distribuídas em seis caixas consecutivas, respectivamente. Como o número total de bolas em cinco caixas consecutivas é sempre o mesmo, segue que  $X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_5 = X_2 + X_3 + X_4 + X_5 + X_6$  e, conseqüentemente,  $X_1 = X_6$ . Assim, caixas cujos números diferem por cinco unidades contêm o mesmo número de bolas. Como em duas caixas consecutivas aparecem 3 e 7 bolas, concluímos que os conteúdos das caixas formam a sequência 7, 5, 9, 1, 3, 7, 5, 9, 1, 3 ..., pois a outra possibilidade, 3, 5, 9, 1, 7, 3, 5, 9, 1, 7 ..., é incompatível com a informação da ilustração. Assim, a caixa de número 2016 contém a mesma quantidade de bolas que a Caixa 1, a saber, 7 bolas.

## Semana 6

(OBMEP-2018 – Nível 2 -1ª fase) - Cinco crianças lançaram, cada uma, dois dados. A soma dos pontos obtidos nos dez dados foi 57. Quantas crianças, no mínimo, tiraram 6 em ambos os dados?

- A) 1
- B) 2
- C) 3
- D) 4
- E) 5

### SOLUÇÃO PROPOSTA PELO SITE OBMEP

#### ALTERNATIVA B

Ao lançar dois dados de cada vez, após cinco lançamentos, obteremos 10 números. Suponha que  $N$  desses números sejam 6 e o restante igual ou menor do que 5. Como o total obtido é 57, temos:  $57 \leq N \times 6 + (10 - N) \times 5 = N + 50$ , ou seja,  $N \geq 7$ . Isso pode ser confirmado notando que, se apenas 6 dados resultassem em 6, o maior número que José poderia ter obtido, no final, seria  $6 \times 6 + 4 \times 5 = 56$ . Assim, podemos garantir que foram obtidos pelo menos 7 dados com o valor 6.

Suponha agora que em  $x$  lançamentos saiu um par de 6, em  $y$  lançamentos apenas um 6 e em  $z$  lançamentos nenhum 6. Note que  $x$ ,  $y$  e  $z$  são inteiros entre 0 e 5, e  $x + y + z = 5$ , já que 5 é o total de lançamentos.

O número 6 saiu  $2x + 1y + 0z = 2x + y$  vezes. Devemos ter, portanto,  $2x + y \geq 7$ , ou seja,  $7 - 2x \leq y$ . Por outro lado, como  $y = 5 - x - z \leq 5 - x$ , juntando as duas últimas desigualdades, temos  $7 - 2x \leq 5 - x$ , o que implica  $x \geq 2$ . Devemos ter pelo menos 2 lançamentos com um par de 6. Para estabelecer 2 como o menor número de lances em que sai um par de 6, devemos exibir uma configuração de pares que some 57, com apenas dois pares de 6. Isso pode ser obtido da seguinte forma: (6 e 6), (6 e 6), (6 e 5), (6 e 5), (6 e 5).

(OBMEP-2018 – Nível 3 -1ª fase) - Tomás tem duas caixas, cada uma com cinco bolas numeradas de 1 a 5. As dez bolas são idênticas, exceto pelo seu número. Ele sorteia uma bola da primeira caixa e a coloca na segunda. Em seguida, ele sorteia duas bolas da segunda caixa. Qual é a probabilidade de que a soma dos números das duas bolas sorteadas da segunda caixa seja igual a 6?

- A) 1/5
- B) 4/15
- C) 11/30
- D) 7/45
- E) 1/3

#### SOLUÇÃO PROPOSTA PELO SITE OBMEP

Há 5 possibilidades para uma bola ser transferida para a segunda caixa. A seguir, a primeira bola da segunda caixa pode ser escolhida de 6 modos e a segunda, de 5. Há, portanto,  $5 \times 6 \times 5 = 150$  casos possíveis.

Vamos contar os casos favoráveis separando-os em duas situações:

a) A bola transferida para a segunda caixa é a de número 3.

A segunda caixa passa a contar com 6 bolas, sendo duas com o número 3, que vamos representar por 3a e 3b. A soma 6 pode ocorrer retirando duas bolas iguais a 3 (há duas possibilidades para a ordem: 3a depois de 3b ou 3b depois de 3a) ou retirando as bolas 1 e 5, em qualquer ordem (duas possibilidades) ou retirando as bolas 2 e 4 em qualquer ordem (duas possibilidades). Há, portanto, 6 casos favoráveis nesta situação.

b) A bola transferida é uma das bolas 1, 2, 4 ou 5.

Consideremos, por exemplo, o caso em que a bola transferida é a bola 1 (a situação é a mesma com as demais). A segunda caixa tem 6 bolas, sendo duas com o número 1, que representaremos por 1a e 1b. A soma 6 pode ser formada retirando bolas 1 e 5 ou bolas 2 e 4 (note que não é possível tirar duas bolas 3). No primeiro caso, há 4 possibilidades, a saber: (1a depois de 5), (1b depois de 5), (5 depois de 1a) ou (5 depois de 1b); no segundo há 2 possibilidades (3 depois de 4) ou (4 depois de 3). Temos, então, 6 casos favoráveis quando a bola transferida é a 1. O mesmo ocorre quando a bola transferida é 2, 4 ou 5. Há, portanto,  $4 \times 6 = 24$  casos favoráveis nesta situação.

Assim, o número total de casos favoráveis é  $6 + 24 = 30$  e a probabilidade de se obter soma 6 é  $(30/150) = (1/5)$ .

(CARVALHO, 2010, p. 27<sup>56</sup>) - Laura e Telma retiram um bilhete cada de uma urna em que há 100 bilhetes numerados de 1 a 100. Qual é a probabilidade de que o número retirado por Laura seja maior do que o de Telma? E se elas, depois de consultarem o número, devolvem o bilhete à urna?

#### SOLUÇÃO PROPOSTA

1° Não há devolução: As meninas possuem a mesma probabilidade de tirar um número maior que a outra. Portanto, a probabilidade de que o número retirado por Laura seja maior do que o de Telma é de 50%.

2° Há devolução: Se ao retirar um número o mesmo é devolvido, pode acontecer de as duas meninas tirarem o mesmo número.

A probabilidade de isso acontecer é de  $100/10000 = 0,01 = 1\%$ .

Portanto, a probabilidade de que o número retirado por Laura seja maior do que o de Telma, nesse caso, é de:

$$P = \frac{1-0,01}{2} = 0,495 \text{ ou seja, } \mathbf{49,5\%}.$$

(SANTOS, MELLO E MURARI, 2007, p. 295<sup>57</sup>) – Quantos estudantes uma turma precisa conter, no mínimo, para que pelo menos dois estudantes tirem notas iguais no exame final, dado

<sup>56</sup> CARVALHO P. C. P. Métodos de contagem e probabilidade. Rio de Janeiro. IMPA/OBMEP.2010.

<sup>57</sup> SANTOS J.O.; MELLO M. P.; MURARI I. T. C.. Introdução à Análise Combinatória. Rio de Janeiro. Ciência Moderna. 2007.

que as notas variam de 0 à 10 e apenas uma casa decimal é utilizada?

**SOLUÇÃO PROPOSTA** As possíveis notas são: 0; 0,1; 0,2; 0,3;...; 9,8; 9,9; 10, , ou seja 10x10 mais o zero, portanto 101 números. Logo para garantirmos pelo menos dois com notas iguais basta que a turma tenha 102 alunos.

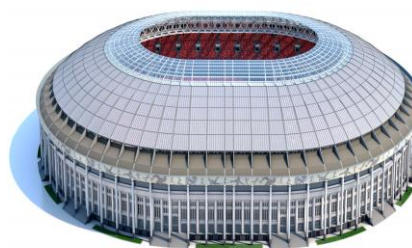
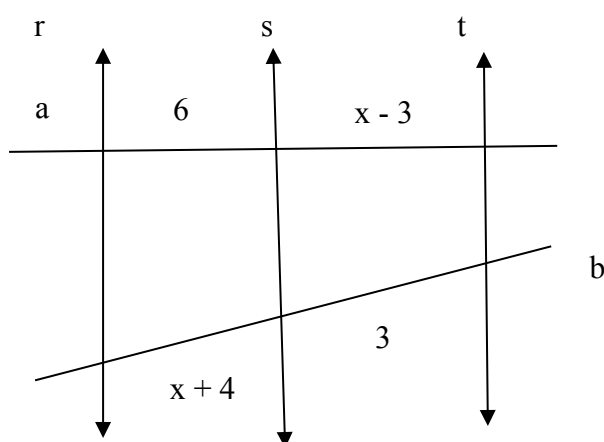
Vídeos para debate em chat:

<https://www.youtube.com/watch?v=kZGiHP91P14>

<https://www.youtube.com/watch?v=ChKwQRDpUHc>

## Semana 7

(MASSUQUETTO, 2014, p. 25<sup>58</sup>) -Nos meses de junho e julho de 2014, o Brasil sediou a Copa do Mundo FIFA. Para esse evento, o governo federal realizou uma série de obras. Entre elas, o asfaltamento das ruas ao redor dos estádios. A figura a seguir representa as ruas a e b que foram asfaltadas. Sabendo que as retas r, s e t são paralelas e que as medidas das ruas estão em quilômetros, determine o valor de x.



**SOLUÇÃO PROPOSTA**

$$\frac{x-3}{3} = \frac{6}{x+4}$$

$$(x-3).(x+4) = 6.3$$

$$x^2 + 4x - 3x - 12 = 18$$

$$x^2 + x - 30 = 0$$

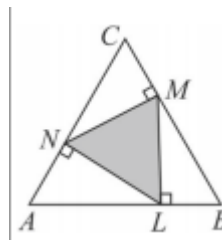
$$X_1 = -6 \text{ e } X_2 = 5$$

Quando estamos calculando medidas devemos utilizar valores positivo, logo  $x = 5$ .

<sup>58</sup>Didático-Pedagógicas, P. OS DESAFIOS DA ESCOLA PÚBLICA PARANAENSE NA PERSPECTIVA DO PROFESSOR PDE. CEP, 87, 000.

(Canguru 2016) - Os pontos N, M e L estão sobre os lados do triângulo equilátero ABC, tais que  $NM \perp BC$ ,  $ML \perp AB$  e  $LN \perp AC$ , conforme mostrado na figura. A área do triângulo ABC é 36. Qual é a área do triângulo LMN?

- (A) 9  
 (B) 12  
 (C) 15  
 (D) 16  
 (E) 18



### SOLUÇÃO PROPOSTA

O triângulo LMN é equilátero. O ângulo ALN é de  $30^\circ$ , logo o ângulo NLM é de  $60^\circ$ .

Lado do triângulo LMN =  $l$ .

Podemos afirmar que os triângulos CMN, ALN e BLM são congruentes pelo caso A.L.A (ângulo; lado; ângulo).

Ao "Chamarmos" **NA** de  $x$ , teremos:

$$\text{sen}30^\circ = \frac{x}{AL} = \frac{1}{2} \rightarrow AL = 2x$$

$$\text{cos}30^\circ = \frac{l}{2x} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow l = x\sqrt{3}, \text{ logo, o lado do triângulo LMN é igual a } x\sqrt{3}.$$

Como os triângulos são congruentes, **CN = 2x**

Logo, temos que  $3x$  é igual ao lado do triângulo ABC.

A altura H de NML é dada por:

$$(x\sqrt{3})^2 = h^2 + \left(\frac{x\sqrt{3}}{2}\right)^2$$

$$3x^2 = h^2 + 3x^2/4$$

$$3x^2 - 3x^2/4 = h^2$$

$$9x^2/4 = h^2, \text{ logo, } h = 3x/2$$

A altura H de ABC é dada por

$$(3x)^2 = h^2 + \left(\frac{3x}{2}\right)^2$$

$$9x^2 = h^2 + 9x^2/4$$

$$9x^2 - 9x^2/4 = h^2$$

$$25x^2/4 = h^2 \quad H = 5x/2$$

Como a área do triângulo ABC é igual a 36:

$$\text{Área do triângulo} = \frac{b \cdot h}{2}$$

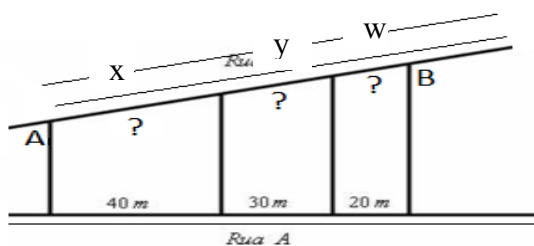
$$36 = \frac{3x \cdot 5x/2}{2}, \text{ temos que } 36 = \frac{15x^2/2}{2} \quad 36 = 15x^2/4 \quad 144 = 15x^2 \quad x^2 = 9,6$$

$$X \cong 3,09$$

Então, área do triângulo LMN é igual a:

$$\frac{x\sqrt{3} \cdot 3x/2}{2} \cong \frac{3x^2\sqrt{3}}{4} \cong \frac{3 \cdot 3,09^2 \sqrt{3}}{4} \cong \frac{49,61}{4} \cong 12,4 \text{ (ALTERNATIVA b).}$$

(Roteiro OBMEP – 2018) Três terrenos têm frentes para a rua A e os fundos para a rua B, como na figura abaixo. As divisas laterais de todos eles são perpendiculares à rua A. Qual a medida do fundo de cada um dos lotes, sabendo que a soma dessas medidas dos fundos é igual a AB = 180m?



### SOLUÇÃO PROPOSTA

Se na parte dos fundos é igual a 180 e a parte da frente igual a 90, temos:

$$\frac{90}{180} = \frac{40}{x}$$

$$90x = 7200$$

$$x = 80$$

$$\frac{90}{180} = \frac{30}{y}$$

$$90y = 5400$$

$$y = 60$$

$$\frac{90}{180} = \frac{20}{w}$$

$$90w = 3600$$

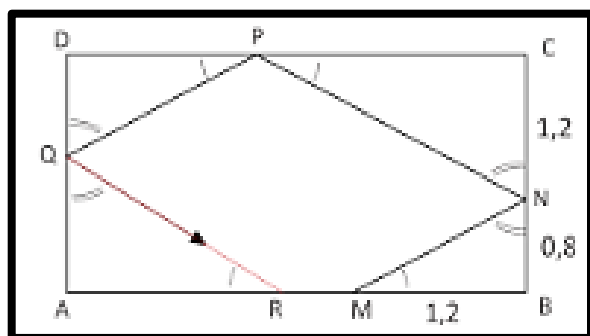
$$w = 40$$

(Canguru/2018 – Questão 25 ) Uma mesa de bilhar mede 3 m por 2 m. Uma bola é atirada a partir do ponto M, de um dos lados maiores, e bate nos três outros lados, conforme indicado na figura. Se  $BM = 1,2\text{m}$  e  $BN = 0,8\text{ m}$ , a que distância do ponto A a bola irá bater no lado de onde foi lançada?



(A) 1,2 m (B) 1,5 m (C) 1,8 m (D) 2 m (E) 2,8 m

SOLUÇÃO PROPOSTA PELO SITE CANGURU DE MATEMÁTICA



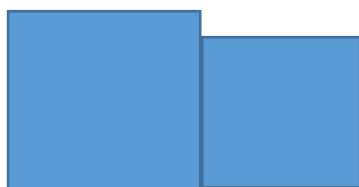
Nos choques, o ângulo de incidência é igual ao ângulo de reflexão.

Assim, os triângulos retângulos MBN, PCN, PDQ e RAQ são semelhantes.

$$\text{Portanto, } \frac{PC}{1,2} = \frac{1,2}{0,8}$$

PC = 1,8 m. Logo PD = 3 - 1,8 = 1,2 m, o que acarreta DQ = 0,8 m. Portanto, AQ = 1,2 m logo AR = 1,8 m

**(Exercício 24 (OBMEP-Banco de Questões 2016))** A figura a seguir mostra uma “escadinha” formada por dois quadrados, um de lado 8cm e um de lado 6cm. A tarefa é cortar a figura em três pedaços e reagrupá-los para formar um quadrado sem buracos.



(a) Qual o lado do quadrado que deverá ser formado no final?

SOLUÇÃO PROPOSTA

O quadrado de lado 8 cm, tem como área  $64\text{cm}^2$ , já o de lado 6 cm, tem como área  $36\text{cm}^2$ . Ao somarmos a área dos dois quadrados temos  $100\text{cm}^2$ . Como obtemos o lado de um quadrado realizando a raiz quadrada de sua área, temos que  $\sqrt{100} = 10$ . Logo o lado do quadrado deverá ser de 10 cm.

## APÊNDICE D



Prezados(as) professores(as), sejam bem-vindos!

O curso **MATEMÁTICA PARA OBMEP: uma nova perspectiva a partir de uma formação continuada docente** iniciará dia 1º de Abril do corrente ano. Para iniciar as atividades do curso você deverá acessar o *link* abaixo:

<http://matematica-para-obmep.coursify.me/>

Aparecerá a imagem a seguir:



Você deverá fazer seu cadastro clicando em: **COMECE A APRENDER AGORA**



**Não esqueça de anotar seu login e senha pois estas são informações essenciais para dar continuidade ao curso.**

Após realizado seu cadastro basta iniciar as tarefas propostas na semana 1 do curso.

Eventuais dúvidas podem ser sanadas através do e-mail [mreinheimer@sinos.net](mailto:mreinheimer@sinos.net) ou através do *WhatsApp* .

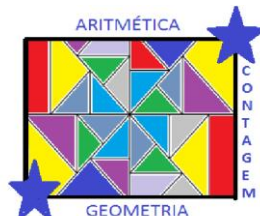
Atenciosamente;

Equipe Matemática para OBMEP

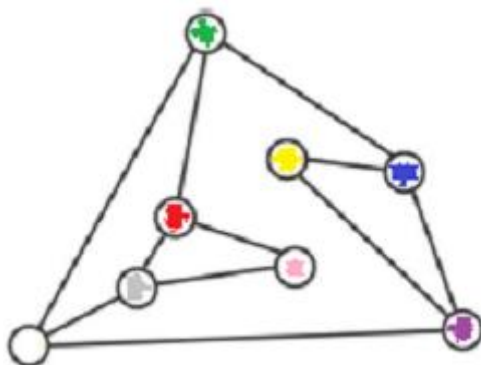
## APÊNDICE E



Universidade Federal do Rio Grande do Sul – UFRGS



(OBMEP) Oito lâmpadas se conectam conforme mostrado na figura ao lado. Inicialmente, todas as lâmpadas estão apagadas. Quando uma lâmpada é tocada, ela e todas as lâmpadas a ela conectadas diretamente se acendem. Pelo menos quantas lâmpadas devem ser tocadas para que todas elas se acendam?



COR  
 Branco  
**Roxo**  
*Azul*  
 Verde  
**Vermelho**  
*Cinza*  
 Rosa  
 Amarelo

LIGA  
 Cinza, verde, roxo  
**Azul, amarelo e branco**  
*Verde, amarelo e roxo*  
 Azul, vermelho e branco  
**Rosa, Cinza e verde**  
*Branco, vermelho e rosa*  
 Vermelho e cinza  
 Azul e roxo

Ligar  
 Roxo + Vermelho  
 OU  
 Azul + cinza