

Evaluación teórica-experimental de la ductilidad de vigas con poca cuantía de armadura transversal

Sergio Luis González García¹, Jean Marie Désir²

Trabalho recebido em 10/10/2006 e aprovado para publicação em 21/09/2007.

Resumen

Antes de alcanzar el fallo, todo elemento de hormigón armado o pretensado muestra una cierta ductilidad, que es directamente proporcional a la cantidad de armadura longitudinal y transversal presente en la sección transversal. En vigas armadas con poca cantidad de armadura, la rotura se presenta de forma frágil, debido al fallo del acero, después que ocurre la fisuración del hormigón. Es por eso que las normas de cálculo de estructuras de hormigón armado, establecen fórmulas para determinar la armadura longitudinal y transversal mínima. Estas armaduras tiene la función de resistir las cargas después de las primeras fisuras, impidiendo que la rotura de la viga sea de forma frágil y sí con cierta ductilidad. En este trabajo es evaluada la ductilidad de vigas con poca cuantía de armadura transversal, a través de una investigación teórica – experimental. Son analizadas diferentes criterios de ductilidad, considerando los resultados de ensayos de catorce vigas de sección transversal rectangular, con armadura transversal variando según ecuaciones de cuantía mínima propuestas por diferentes normas. Son discutidos cuales serian los índices de ductilidad necesarios para vigas con poca cuantía de armadura transversal.

Palabras clave: Ductilidad de vigas. Hormigón de alta resistencia. Cuantía mínima de cortante.

¹ Profesor Associado, Laboratório de Engenharia Civil, Universidade Estadual do Norte Fluminense, Avenida Alberto Lamego 2000, CEP 28013602, Campos dos Goytacazes, Rio de Janeiro, Brasil. E-Mail: liluiser@uenf.br

² Profesor Associado, Laboratório de Engenharia Civil, Universidade Estadual do Norte Fluminense, Avenida Alberto Lamego 2000, CEP 28013602, Campos dos Goytacazes, Rio de Janeiro, Brasil. E-Mail: jean@uenf.br

1. Introducción

La forma de colapso de las vigas de hormigón armado depende de las características del hormigón y el acero usado en ellas, dimensiones, tipo de carga, del diseño y distribución de la armadura, siendo deseado del tipo dúctil.

El análisis de ductilidad de vigas de concreto armado es tema de muchos trabajos desarrollados por diversos investigadores. Sin embargo, en la mayoría de ellos, la rotura de las vigas está siempre definida por flexión, sea por rompimiento del hormigón comprimido (fallo frágil) o por la fluencia de la armadura longitudinal (fallo dúctil). Vigas sometidas a niveles de carga y/o con dimensiones que las llevan, según cálculo, a no necesitar de armadura transversal, son normalmente armadas con cantidades mínimas. Esto con la finalidad de prevenir una rotura frágil, después que ocurra la fisuración diagonal, en el caso de aparecer sobrecargas no previstas. Esto hace que vigas armadas con poca cuantía de armadura transversal, lleguen a su estado límite último por cortante y no por flexión.

La ductilidad de vigas cuando la rotura es por flexión puede ser verificada de dos maneras (Mendes 1993): la primera con relación al elemento estructural y la segunda relativa a la ductilidad seccional. En el caso de la ductilidad referente a la sección transversal, es utilizado el índice $\mu_c = \phi_u / \phi_y$, donde el subíndice (c) indica una relación entre curvaturas de la sección transversal, siendo ϕ_u la curvatura de la sección transversal correspondiente al máximo momento flector y ϕ_y la curvatura de la sección transversal en el momento de la fluencia de la armadura longitudinal de tracción. Para la ductilidad del elemento estructural es utilizado el índice $\mu_d = \Delta_u / \Delta_y$, siendo Δ_u la flecha vertical máxima, medida en el medio de la luz de una viga referente a la carga de rotura y Δ_y la flecha vertical máxima, medida en el medio de la luz de una viga referente al inicio de la fluencia

Este trabajo muestra un estudio teórico-experimental sobre vigas con poca cuantía de armadura transversal, evalúa algunos criterios de ductilidad específicos para vigas que tienen fallo por cortante, y discute cuales tienen ductilidad adecuada, inferior o superior a la mínima.

2. Criterios de índice de ductilidad presentado Ozcebe, Ersoy and Tankut (1999)

Según Ozcebe, Ersoy and Tankut (1999), pueden ser considerados tres criterios para determinar la ductilidad mínima de vigas con poca armadura transversal, ellos son:

- criterio que tiene como base el índice de ductilidad (Δ_u / Δ_{cr}), definido como la relación entre la flecha de la viga en el medio de la luz para la carga última (Δ_u) y la flecha de la viga en el medio de la luz para la carga de fisuración diagonal (Δ_{cr}). Un índice de ductilidad de ($\Delta_u / \Delta_{cr} = 2,5$) es aceptable para aquellas vigas con poca cuantía de armadura transversal, y garantiza la mínima ductilidad;

- criterio de reserva de resistencia que considera la relación $(V_{u,exp}/V_c)$, definida como la relación entre el cortante último experimental $(V_{u,exp})$ y la contribución “del hormigón” (V_c) de acuerdo con las ecuaciones de las normas. Un valor mínimo de $(V_{u,exp}/V_c=1,5)$ es recomendado.

3. Programa experimental

3.1. Descripción de las vigas

En Garcia (2002) son analizadas teórica y experimentalmente, catorce vigas de hormigón armado de sección rectangular, divididas en dos grupos de siete vigas cada uno. Un grupo formado por las vigas (1R, 2, 3, 4, 5, 6 y 7) de hormigón de resistencia a la compresión de aproximadamente 70MPa, con valores de $(\rho_{sw} f_{yw})$ de 0 a 1,16MPa, definido como cuantía geométrica de armadura transversal $(A_{sw}/s.b_w)$ veces la tensión de fluencia de la armadura transversal (f_{yw}) , (definido como la resistencia a cortante nominal de los estribos: $\rho_{sw} f_{yw} = V_{sw}/b_w z$), relación luz de cortante/altura efectiva (a/d) de aproximadamente 3, y relación (ρ/ρ_b) variando de 0,58 a 0,62, definida como la cuantía geométrica de armadura longitudinal de tracción, $= A_s/(b_w d)$ /cuantía geométrica balanceada de armadura longitudinal de tracción. El otro formado por las vigas (8R, 9, 10, 11, 12, 13 y 14) de hormigón de resistencia a la compresión de aproximadamente 38MPa, con valores de $\rho_{sw} f_{yw}$ variando de 0 a 0,716MPa, relación luz de cortante/altura efectiva de aproximadamente 3 y relación de cuantía de armadura longitudinal/cuantía de armadura balanceada (ρ/ρ_b) variando de 0,67 a 0,78 y una de 0,29. Las cuantías de armadura transversal usadas están aproximadamente, en el rango de variación de las cuantías dadas por las expresiones propuestas para determinar las armaduras transversales mínimas. Otros detalles de las vigas ensayadas son mostrados en la figura 1.

3.2. Materiales

En la Figura 2 se muestran las curvas experimentales de las armaduras usadas en las vigas ensayadas, y en la tabla 1 aparecen las principales características, tales como: el diámetro de la armadura (ϕ) , la tensión de fluencia (f_y) , la resistencia última de tracción (f_{su}) , (ϵ_{sy}) que corresponde a la deformación específica total convencional de fluencia para 2‰, en aceros de diámetro 3,4mm y (ϵ_{sy}^*) corresponde a la deformación específica de fluencia (la real, no la convencional) para los aceros de diámetro 20, 16 y 6,3mm.

Tabla 1: Resultados de los ensayos de tracción de las barras de acero.

Vigas	Armadura longitudinal de tracción					Armadura transversal				
	ϕ (mm)	f_y (MPa)	f_{su} (MPa)	ϵ_{sy} (‰)	ϵ_{sy}^* (‰)	ϕ (mm)	f_{yw} (MPa)	f_{su} (MPa)	ϵ_{sy} (‰)	ϵ_{sy}^* (‰)
A	20	546	659	3,37	3,37	6,3	390	526	2,25	2,25
B						3,4	760	840	5,75	3,8
C	16	520	857	2,40	2,40	3,4(*)	710	837	5,50	3,4

(A)-vigas 1R, 2 y 3; (B)-vigas 4, 5, 6 y 7; (C)-vigas 8R, 9, 10, 11, 12, 13 y 14.

La Tabla 2 muestra la resistencia a la compresión media (f_{cm}) y la resistencia a la tracción (compresión diametral) ($f_{ct,sp}$) para todas las vigas ensayadas de cada grupo. Para determinar la resistencia a la compresión en las vigas del grupo 1 (1R, 2, 3, 4, 5, 6 y 7) fueron usadas probetas cilíndricas de 100x200mm y para el grupo 2 (8R, 9, 10, 11, 12, 13 y 14) probetas cilíndricas de 150x300mm. Para ambos grupos la resistencia a la tracción fue determinada usando probetas cilíndricas de 150x300mm. La rotura de las probetas fue realizada el mismo día del ensayo de las vigas, con tiempo superior a los 28 días.

4. Procedimiento de ensayo

Las vigas ensayadas estaban simplemente apoyadas, con dos cargas concentradas equidistantes de los apoyos (ver Fig. 1 y 3). La flecha fue medida en el medio de la luz y debajo de la carga izquierda, con ayuda de sensores de desplazamiento, la rotación con dos clinómetros, uno en cada extremo de la viga, la deformación de la armadura de flexión en el centro de la luz y la deformación de la armadura de cortante en seis estribos, tres a cada lado de la luz de cortante, ambos con uso de "Strain Gages" y la deformación del hormigón a la compresión en el centro de la luz, con uso de chapas metálicas pegadas en su superficie, usando medición manual. Para medir el ancho de fisura, se utilizó un fisurometro con una escala graduada, con precisión de 0,001 mm.

Las cargas fueron aplicadas a través de un sistema de control de carga MTS, usando dos gatos de capacidad de 500kN cada uno. La aplicación de la carga fue con incrementos de 20kN hasta que cada viga alcanzara el cortante de fisuración diagonal (V_{cr}) y después de 10kN hasta la rotura definitiva de la viga.

Tabla 2: Resultados de los ensayos de las probetas de hormigón.

Grupos	Vigas	f_{cm} (MPa)	$f_{ct/sp}$ (MPa)
1	1R	70,2	3,24
	2	70,3	4,27
	3	71,3	4,03
	4	71,3	4,26
	5		
	6 y 7	67,1	4,53
2	8R	32,0	2,01
	9		
	10 y 11	37,5	2,00
	12 y 13	37,3	2,13
	14	42,6	2,23

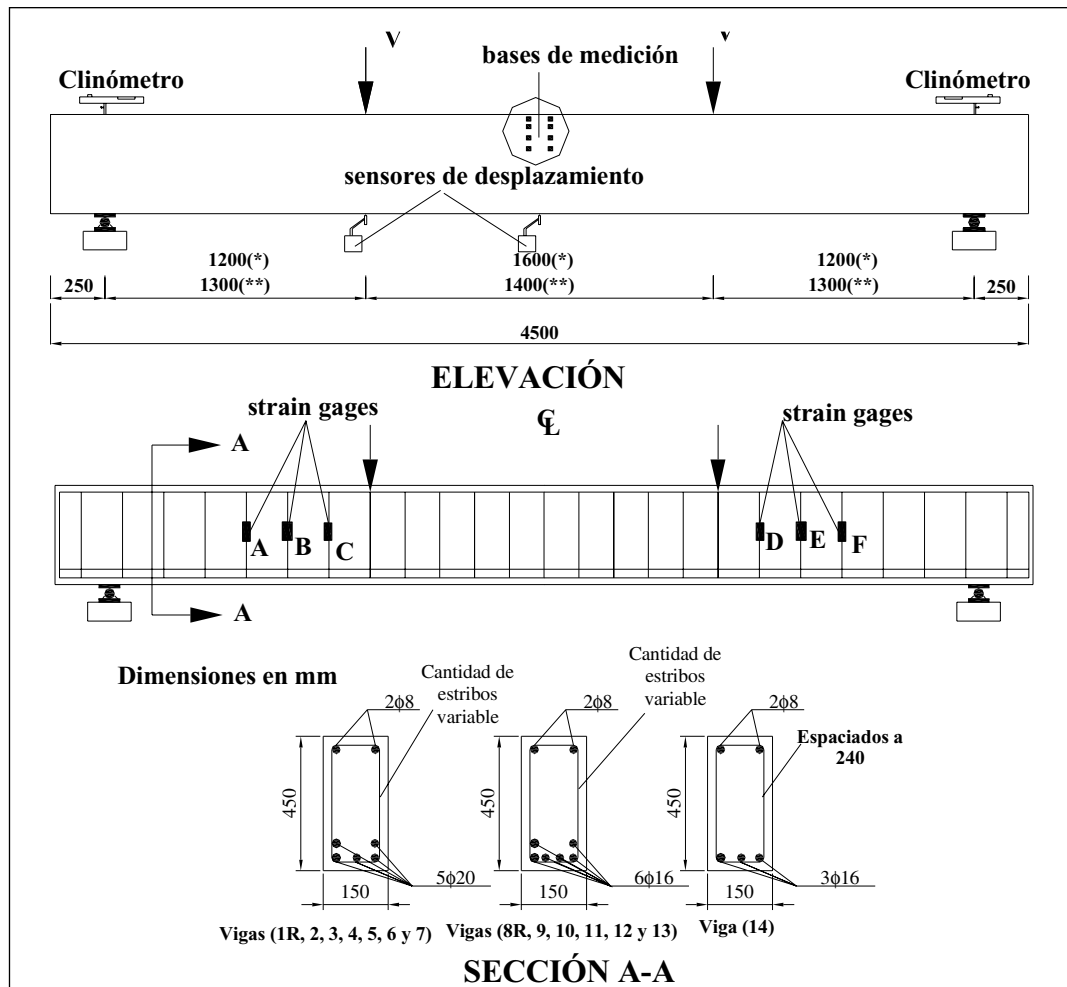


Figura 1: Detalles de las vigas ensayadas.

5. Resultados de los ensayos

En la Tabla 3 aparecen los principales datos y resultados obtenidos en las vigas ensayadas, tales como: fuerza cortante última (V_u), fuerza cortante correspondiente a la fisuración diagonal (V_{cr}), fuerza cortante para la cual ocurre la fluencia del primer estribo (V_y), fuerza cortante para la cual ocurre la fluencia de la armadura longitudinal ($V_{y,l}$) y modos de rotura. El cortante de fisuración diagonal (V_{cr}) de las vigas fue considerado el obtenido de las vigas de referencia (1R y 8R), a excepción de las vigas 7 y 14, que resultaron en valores inferiores. Los resultados son mostrados en orden creciente de $\rho_{sw} f_{yw}$ para cada grupo de vigas.

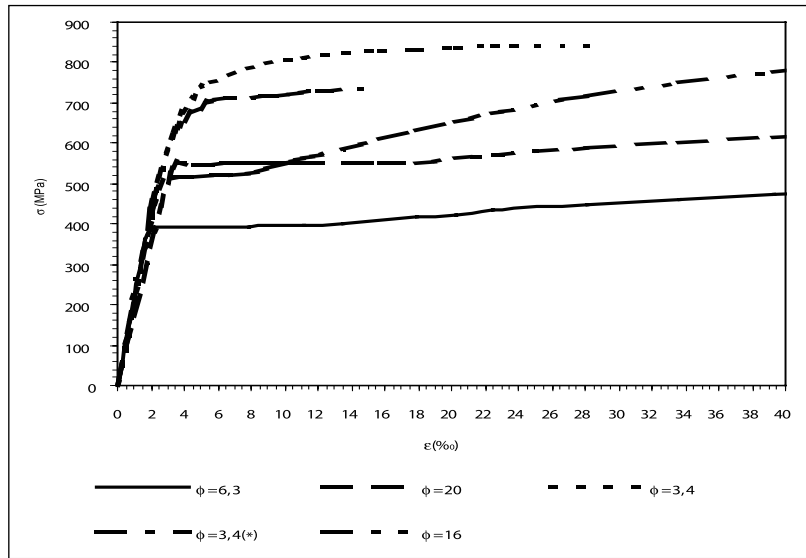


Figura 2: Curvas tensión – deformación de las armaduras usadas en las vigas.

5.1. Flecha en el medio de la luz

Una comparación de los diagramas carga x flecha en el medio de la luz para cada grupo de viga es presentado en las Figuras 4 y 5.

Las flechas en el medio de la luz de cada viga, para la carga de fisuración diagonal y para la carga última son mostradas en la Tabla 4. El valor de flecha última fue obtenido, prolongando la curva de carga x flecha, hasta el valor de carga última de cada viga.

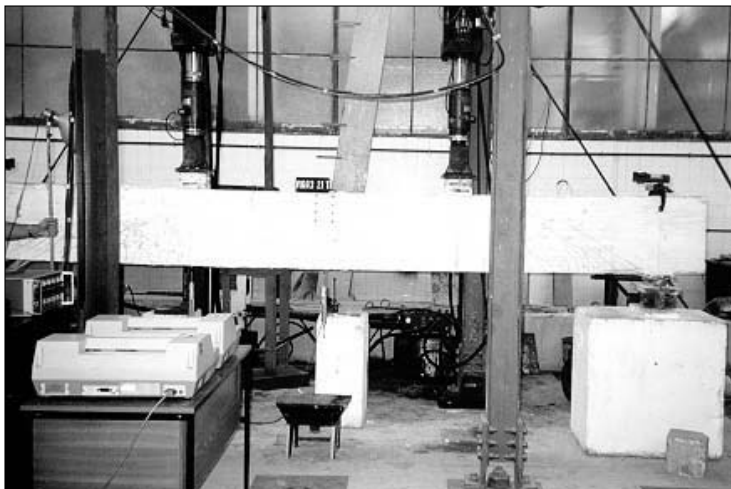


Figura 3: Esquema para ensayo de las vigas.

5.2. Deformación específica de la armadura transversal

En la Tabla 5 aparecen los valores de cortante, relativos a la fluencia de cada estribo. En ella son mostrados también los valores medios de las fuerzas cortantes de fluencia de los estribos de cada mitad de la viga ($V_{y,i}^*$ y $V_{y,d}^*$) y los valores medios de fuerzas cortantes (V_y^*), correspondientes a la fluencia de todos los estribos de cada viga que alcanzaron la deformación (ε_{sy}^*).

6. Análisis de los resultados visando determinar la ductilidad de vigas con poca cuantía de armadura transversal

6.1. Criterio propuesto para definir la ductilidad mínima

En Garcia (2002) el criterio propuesto para evaluar el nivel de ductilidad de vigas ensayadas es mostrado en la Figura 6. Esta figura muestra esquemáticamente la relación entre la tensión tangencial nominal relativa en una viga, (τ_w/τ_{wcr}), y la deformación relativa de los estribos ($\varepsilon_w/\varepsilon_{wy}$). En una viga con poca armadura transversal (menor que la mínima), sin ninguna ductilidad, se tiene que $\varepsilon_w/\varepsilon_{wy}=1$ y $\tau_{wu}/\tau_{wcr}=\tau_w/\tau_{wcr}=\tau_w^*/\tau_{wcr}=1$, o sea, el ángulo $\alpha(\text{tg}\alpha=\tau_w^*/\tau_{wcr}-1)$ es igual a cero. Vigas con armaduras mayores que la mínima, llevan a diferencias entre los valores de τ_{wcr} , τ_{wy} y τ_{wu} y entre τ_w y τ_w^* , y por tanto, a valores de α mayores que cero, que indican mayores niveles de ductilidad.

El parámetro τ_w^* (valor medio de los valores de τ_w correspondientes a los estribos que alcanzaron la tensión de fluencia) es mas representativo del comportamiento que el parámetro τ_{wy} (valor correspondiente a la fluencia del 1º estribo; pues el engloba lo que ocurre en varios estribos e no apenas uno).

Tabla 3: Datos y resultados de las vigas ensayadas.

GRUPOS	VIGAS	f_{cm} (MPa)	$f_{cl,sp}$ (MPa)	s	$\rho_{sw}f_{yw}$ (MPa)	$\rho_{sw}f_{su}$ (MPa)	V_u (kN)	V_{cr} (kN)	V_y (kN)	$V_{y,i}$ (kN)	MODOS DE RUPTURA
1	1R	70,2	3,24				133	110		-	TD
	7	67,1	4,53	200	0,460	0,50	108,5	108,5	+	-	A
	6	67,1	4,53	160	0,575	0,64	185	110	116	-	A
	5	71,3	4,26	120	0,767	0,84	202,5	110	150	-	A
	3	71,3	4,03	190	0,853	1,15	285	110	123	250	B
	4	71,3	4,26	80	1,150	1,27	240	110	220	-	A
	2	70,3	4,27	140	1,158	1,56	272	110	148	247	C
2	8R	32,0	2,01				90	80		-	TD
	14	42,6	2,23	240	0,358	0,42	60	60	+	-	A
	13	37,3	2,13	240	0,358	0,42	90	80	+	-	A
	12	37,3	2,13	210	0,409	0,48	80	80	+	-	A
	11	37,5	2,00	180	0,477	0,56	115	80	108	-	A
	10	37,5	2,00	150	0,573	0,68	168	80	138	140	C
	9	32,0	2,01	120	0,716	0,84	127	80	120	125	B

(TD) Tracción diagonal; (s) Espaciamiento de los estribos; (-) No ocurre la fluencia de la armadura longitudinal; (+) Cuando ocurre la fluencia y la rotura prácticamente simultáneos; (A) Tracción diagonal, con rotura de la armadura transversal; (B) Tracción diagonal, con fluencia de la armadura longitudinal y rotura de los estribos; (C) Fluencia de la armadura transversal, con posterior fluencia de la armadura longitudinal y rotura del hormigón en la zona de compresión.

Tabla 4: Valores de Δ_u/Δ_{cr} para las vigas ensayadas.

Vigas	Δ_u (mm)	Δ_{cr} (mm)	Δ_u/Δ_{cr}
1R	15,3	9,3	1,64
7	9,8	9,8	1,00
6	17,1	8,7	1,96
5	21,7	9,8	2,21
3	31,4	11,2	2,80
4	25,2	9,7	2,60
2	33,3	10,1	3,30
8R	18,8	12,2	1,54
14	13,8	13,8	1,00
13	10,7	9,2	1,16
12	9,3	8,0	1,20
11	18,7	10,1	1,85
10	31,7	10,6	2,99
9	22,2	10,7	2,07

Δ_{cr} -flecha en el medio de la luz para V_{cr} ;

Δ_u - flecha en el medio de la luz para V_u .

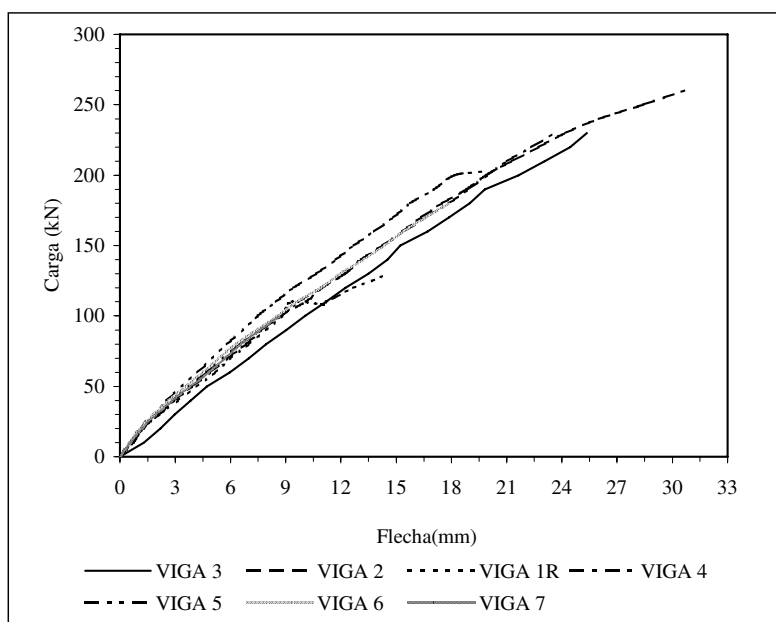


Figura 4: Diagrama carga-flecha en la sección en el medio de la luz de las vigas del grupo 1.

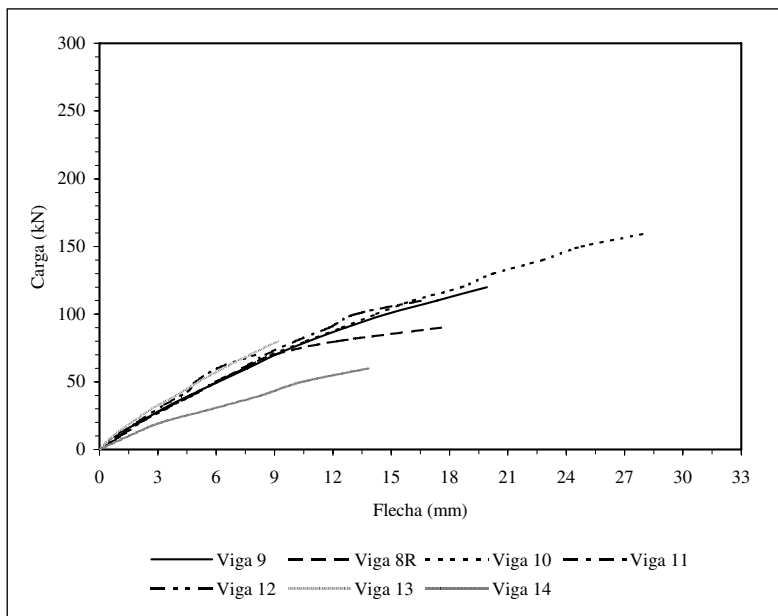


Figura 5: Diagrama carga-flecha en la sección en el medio de la luz de las vigas del grupo 2.

Tabla 5: Valores de fuerzas cortantes relativos a la fluencia de los estribos.

Vigas	Valores de V_y^* (kN)						V_y (kN)	V_y^* (kN)	$V_{y,i}^*$ (kN)	$V_{y,d}^*$ (kN)
	Posición A	Posición B	Posición C	Posición D	Posición E	Posición F				
7	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+
6	116	157	+	+	148	+	116(A)	140	137	148
5	150	+	+	+	197	+	150(A)	174	150	197
3	151	123	285	263	182	235	123(B)	206	186	227
4	+	+	+	+	+	220	220(F)	220	+	220
2	265	203	272	272	272	148	148(F)	238	247	231
14	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+
13	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+
12	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+
11	+	+	+	+	108	108	108(E)	108	+	108
10	+	168	153	138	150	168	138(D)	155	161	152
9	120	120	+	+	+	120	120(F)	120	120	120

(+) la armadura de cortante no alcanzó la fluencia;

(A, B, C, D, E y F) son las posiciones de los estribos donde fueron medidas las deformaciones (ver figura 1).

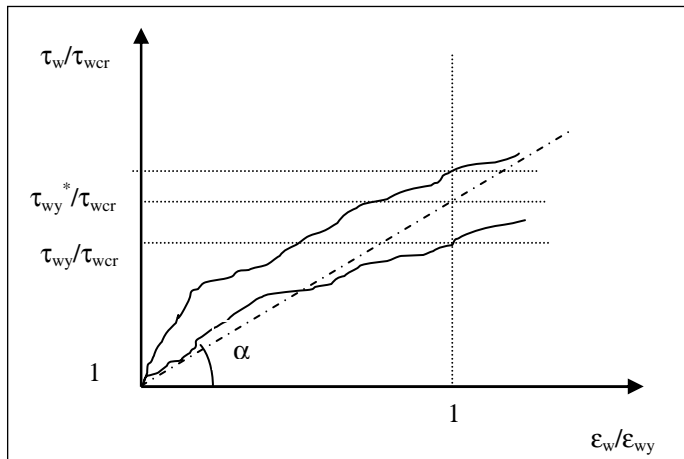


Figura 6: Esquema de gráfico de la tensión tangencial nominal relativa en una viga (τ_w/τ_{wcr}), en función de la deformación relativa en los estribos (ϵ_w/ϵ_{wy}).

Las relaciones τ_{wy}^*/τ_{wcr} y $\rho_{sw} f_{yw}/f_{ct}$ determinadas para las vigas ensayadas por García (2002) son mostradas en la Figura 7. Se verifica que la relación τ_{wy}^*/τ_{wcr} puede ser adoptada como medidor de la ductilidad de vigas con poca armadura transversal (rotura por cortante), recomendándose un valor de τ_{wy}^*/τ_{wcr} alrededor de 1,4 (correspondiente a un ángulo α de aproximadamente $9,5^\circ$), valor próximo al de las vigas 6, 5, y 11, pudiendo ser adoptado como criterio para verificar si una viga tiene o no, armadura transversal mínima (mínima ductilidad).

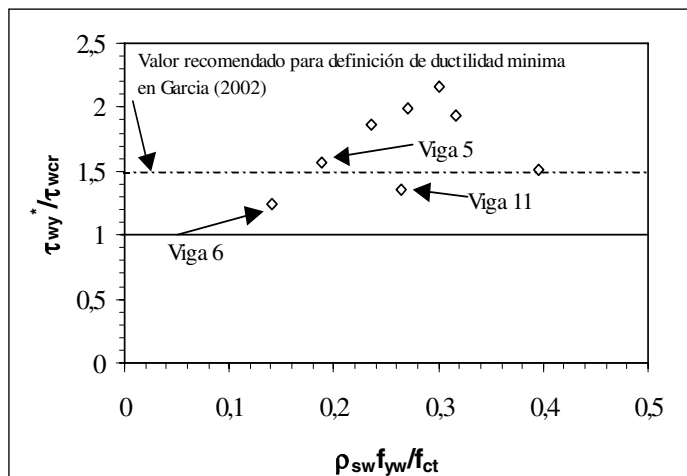


Figura 7: Relación τ_{wy}^*/τ_{wcr} en función de $\rho_{sw} f_{yw}/f_{ct}$ para las vigas ensayadas por García (2002).

6.2. Verificación de criterios de ductilidad existentes

6.2.1. Verificación del criterio de índice de ductilidad de reserva de resistencia

$$V_{u,exp}/V_c$$

La Tabla 7 muestra los valores de $V_{u,exp}/V_c$ para las vigas ensayadas. Para el cálculo de V_c , son consideradas las fórmulas de las normas NS3473-92 (1992), ACI-318-2005 (2005), CEB-FIP Model Code 1990 (1991), CSA A23.3-04 (2005), EC2 (2001) y BS8110 (2002). De estas, la que lleva al valor de V_c más próximo de $V_{u,exp}$ de las vigas 1R y 8R fue la norma NS3473-92 (1992).

De la Tabla 7, se puede concluir que las variaciones de $V_{u,exp}/V_c$, resultado de las aproximaciones en los cálculos de V_c , llevan a valores de $V_{u,exp}/V_c$ de las vigas 5, 6 y 11 más próximos o más distantes del valor de 1,5 propuesto por Ozcebe, Ersoy and Tankut (1999). A pesar de esas variaciones, independiente de la norma adoptada para cálculo de V_c , este criterio lleva a la conclusión que las vigas 7, 14, 13 y 12 no experimentan buena ductilidad, llevando a definir que tienen armadura menor que la mínima.

6.2.2. Verificación del criterio de índice de ductilidad a través de la relación Δ_u/Δ_{cr}

Como resultado de la Tabla 4 y Figuras 4 y 5 se muestra la Figura 8, donde son relacionados los valores de Δ_u/Δ_{cr} con los de $\rho_{sw} f_{yw}/f_{ct}$ para las vigas ensayadas, junto con el valor mínimo recomendado por Ozcebe, Ersoy and Tankut (1999) para este índice. Se observa que el valor de $\Delta_u/\Delta_{cr}=2,5$ definido, no puede ser considerado adecuado, pudiéndose, por tanto adoptarse para Δ_u/Δ_{cr} un valor alrededor de 2,0.

Tabla 7: Valores de $V_{u,exp}/V_c$ para las vigas ensayadas.

Vigas	$V_{u,exp}$ (kN)	V_c (kN)					$V_{u,exp}/V_c$				
		NS- 3473/92	ACI- 318/05	MC/90=EC2- 2001	CSA A23.3- 04	BS8110 (2002)	NS- 3473/92	ACI- 318/99	MC/90=EC2- 2001	CSA A23.3- 04	BS8110 (2002)
1R	133	115,1	84,6	105,0	93,9	139,9	1,15	1,57	1,27	1,42	0,95
7	108,5	114,6	83,3	103,8	92,3	137,0	0,95	1,30	1,04	1,17	0,79
6	185	114,6	83,3	103,8	92,3	137,0	1,61	2,22	1,78	2,00	1,35
5	202,5	115,5	85,9	105,9	95,1	141,2	1,75	2,36	1,91	2,13	1,43
3	285	114,9	85,2	105,3	94,6	140,4	2,48	3,34	2,70	3,01	2,03
4	240	115,5	85,9	105,9	95,1	141,2	2,08	2,79	2,27	2,52	1,70
2	272	114,7	84,6	104,8	93,9	139,5	2,37	3,21	2,59	2,90	1,95
8R	90	84,4	58,5	74,9	64,5	83,3	1,07	1,54	1,20	1,39	1,08
14	60	72,0	69,3	66,7	75,8	69,1	0,83	0,86	0,90	0,79	0,87
13	90	90,2	63,2	78,8	69,6	89,9	0,99	1,42	1,14	1,29	1,00
12	80	90,2	63,2	78,8	69,6	89,9	0,87	1,26	1,01	1,15	0,89
11	115	90,3	63,3	78,9	69,8	90,2	1,27	1,82	1,46	1,65	1,27
10	168	90,3	63,3	78,9	69,8	90,2	1,86	2,65	2,13	2,41	1,86
9	127	84,4	58,5	74,9	64,5	83,3	1,50	2,17	1,69	1,97	1,52

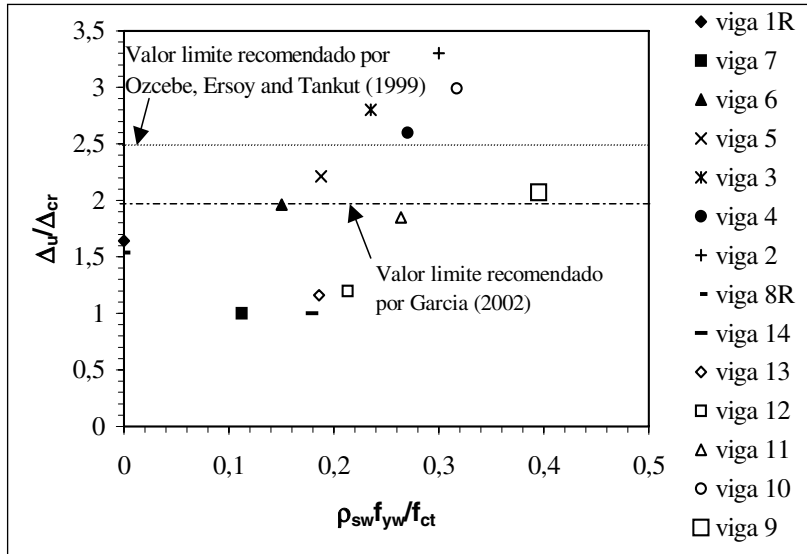


Figura 8: Índice de ductilidad (Δ_u/Δ_{cr}) en función de $\rho_{sw} f_{yw}/f_{ct}$ para las vigas ensayadas.

7. Conclusiones

Este trabajo demuestra que las recomendaciones de normas sobre cuantía de armadura transversal mínima no siempre conducen a vigas con una ductilidad mínima deseada. Obviamente, si todas las normas objetivan con la cuantía mínima de armadura transversal propuesta apenas evitar rotura brusca de las vigas, caso ocurra fisuración diagonal, no debería haber tanta diferencia entre los valores por ellas propuestos para esa cuantía y consecuentemente ductilidad diferente.

Se demuestra que de las doce vigas ensayadas (con armadura transversal), solamente tres de ellas (6, 5 y 11) tenían la ductilidad deseada y consecuentemente armadura transversal mínima, las otras tenían ductilidad superior o inferior a la mínima.

Los criterios utilizados para evaluar la ductilidad a cortante, mostraron ser coherentes para definir cuales vigas experimentan ductilidad deseada o no. El nuevo criterio propuesto de ductilidad (definir si una viga tiene o no, armadura transversal mínima), es más preciso y se basa en el parámetro τ_{wy}^*/τ_{wcr} , el cual es más adecuado, y las vigas ensayadas sugieren que un valor de τ_{wy}^*/τ_{wcr} en torno de 1,4, puede ser usado para definir las vigas que tienen refuerzo transversal mínimo (mínima ductilidad).

Referencias

- American Concrete Institute (2005). *Building Code Requirements for Structural Concrete (ACI318-05) and Commentary ACI318R-318*. New York.
- British Standards Institute (2002). *The Structural Use of Concrete, Part 1, Code of Practice for Design and Construction*. BS8110 2002. London.
- Canadian Standards Association (2005). *Design of Concrete Structures, Concrete Design Handbook*. CSA-A23.3 04, Ontário: Rexdale.
- Comité Euro-International du Béton (1990). *CEB-FIP Model Code 1990*. London: Thomas Telford Services Ltd.
- European Committee for Standardization (2001). *Design of Concrete Structures, Part 1, General Rules and Rules for Buildings, 1st Draft*. Eurocode 2.
- Garcia, S.L.G. (2002). *Taxas de Armadura Transversal Mínima em Vigas de Concreto de Armado*. Tese de Doutorado, Universidade Federal de Rio de Janeiro, COPPE, RJ.
- Mendes, H. O. (1993). *Ductilidade de Elementos de Concreto de Alta Resistência*. Dissertação Msc, Universidade Federal de Rio de Janeiro, COPPE, RJ.
- Norwegian Council for Building Standardization (1992). *Concrete Structures Design Rules*. NS 3473E, 4th ed.
- OZCEBE, G.; ERSOY, U. and TANKUT, T. (1999). Evaluation of Minimum Shear Reinforcement Requirements for Higher Strength Concrete. *ACI Structural Journal*, v. **96**, n. 3, p. 361-368.

Experimental and theoretical evaluation of the ductility of beams with low amount of shear reinforced

Abstract

Before reach the failure, any element of reinforced or prestressed concrete, shows a certain ductility that is directly proportional to the quantity of longitudinal and transversal reinforcement present in the cross section. Lightly reinforced concrete beams fail in a brittle manner, due to the failure of the steel, after cracking of the concrete. For that reason, design codes of reinforced concrete structures establish formulas to determine the minimum longitudinal and transversal reinforcement. This reinforcement has the function of resisting the loads after the first crack, guaranteeing the failure of the beam to occur with certain ductility instead of a fragile way. This work reports some theoretical and experimental investigations that aim at evaluating the ductility of beams with low density of transversal reinforcement. Different criteria of ductility are analyzed, based on the results of test of fourteen beams of rectangular cross section, with transversal reinforcement varying according to minimum quantity equations proposed by different codes. The results are discussed to establish what would be an accurate index of ductility for beams with lightly transversal reinforcement.

Keywords: Beam ductility. High strength concrete. Minimum shear steel ratio.

1. Introduction

The form of collapse of reinforced concrete beams depends on the characteristics of the concrete and the steel, in terms of dimensions, load type, amount and distribution of the reinforcement and the desired ductile type.

The analysis of ductility of concrete reinforced beams has been the subject of several works carried out by diverse researchers. Nevertheless, in most of them, the failure of the beams is always defined by flexural failure of the compressed concrete (fragile failure) or by the yield of the longitudinal reinforcement (ductile failure). In those beams, when submitted to low load levels and/or with great dimensions, there is no need of shear reinforcement according to calculation. Normally they are reinforced with minimum steel ratios. Minimum reinforcement is provided in concrete beams in order to improve their behavior regarding cracking and ductility at failure. This takes place for the beams which are reinforced with approximately minimum steel ratios,

reaching their Ultimate Limit State (ULS) due to shear and not to bending. This work shows a theoretical-experimental study on beams with approximately minimum steel ratios, evaluating some specific criteria of ductility for beams that have failed by shear, and discussing whether they had suitable ductility or smaller/higher ratio.

2. Criteria of ductility

According to Ozcebe, Ersoy and Tankut (1999), three criteria can be considered to determine the minimum ductility of beams with lightly transversal reinforcement. The first one is based on the ductility index (Δ_u/Δ_{cr}), and establish that the index of ductility of ($\Delta_u/\Delta_{cr}=2,5$) is acceptable for those beams with little quantity of transversal reinforcement, and that guarantees the minimum ductility. The second adopts the criterion of strength reservation that considers the relationship ($V_{u,exp}/V_c$). Finally, a criterion of minimum value of ($V_{u,exp}/V_c=1,5$) is recommended.

3. Experimental program and results

In Garcia (2002) fourteen reinforced concrete beams of rectangular cross section are analyzed theoretical and experimentally, divided in two groups, each one with seven beams. A group formed by the beams (1R, 2, 3, 4, 5, 6 and 7) has a compressive strength of approximately 70MPa, with values of ($\rho_{sw} f_{yw}$) ranging from 0 to 1,16MPa. The other formed by the beams (8R, 9, 10, 11, 12, 13 and 14) has compressive strength of approximately 38MPa, with ($\rho_{sw} f_{yw}$) values varying from 0 to 0,716MPa. The beams were simply supported, with two-concentrated load equidistant of the supports. Deflection at mid span was measured; the strain of the flexural reinforcement in the middle of those beams as well as the strain in six stirrups, three at each side were also measured.

Figure 7 shows the relationships τ_{wy}^*/τ_{wcr} and $\rho_{sw} f_{yw}/f_{ct}$ for the beams tested by Garcia (2002). It has been verified that the relationship τ_{wy}^*/τ_{wcr} can be adopted as a measure of the ductility of beams with little transversal reinforcement (failure shear), being recommended a value τ_{wy}^*/τ_{wcr} around 1,4 (corresponding to an angle of approximately 9,5°). This value is close to that derived for beams 6, 5, and 11 and may be adopted as a criterion to verify whether a beam has or not, minimum transversal reinforcement (minimum ductility).

From table 7, it is possible to conclude that the variations of $V_{u,exp}/V_c$, obtained from the calculations of V_c , take the values of $V_{u,exp}/V_c$ of beams 5, 6 and 11, which are closer or further of the value of 1.5 proposed by Ozcebe, Ersoy and Tankut (1999). In spite of those variations, independently of the code adopted for the calculation of V_c , this criterion has concluded that beams 7, 14, 13 and 12 do not experience marked ductility, which can indicate that they have reinforcement bellow the minimum. According to results in table 4 and figures 5 and 6, it can be showed in figure 8 that the values of Δ_u/Δ_{cr} are

related to those of $\rho_{sw} f_{yw} / f_{ct}$ for the tested beams and close to the minimum value recommended by Ozcebe, Ersoy and Tankut (1999) for this index. It is also observed that the defined value of $\Delta_u / \Delta_{cr} = 2,5$ cannot be adopted, being more appropriated, therefore the adoption of a value around 2,0 for Δ_u / Δ_{cr} .

4. Conclusions

Herein, it was demonstrated that only three (6, 5 and 11) of the fourteen beams, tested with reinforced minimum had the desired ductility and consequently shear reinforcement approximate to the minimum. The others had ductility superior or inferior to the desired minimum. The criteria used to evaluate the ductility to shear seemed to be coherent to define whether the beams experienced ductility or not. The new proposed criterion of ductility (to define if a beam has or not, minimum steel ratios), is more precise and τ_{wy}^* / τ_{wcr} is based on the parameter, which showed more suitability, and the tested beams suggest that a value of τ_{wy}^* / τ_{wcr} around of 1.4, can be used to define the beams that have minimum steel ratios (minimum ductility).