

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
ESCOLA DE ENGENHARIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA DE MINAS, METALÚRGICA E
DE MATERIAIS (PPGE3M)

LUCIANO NUNES CAPPONI

PLANEJAMENTO ESTOCÁSTICO DE CURTO PRAZO INCORPORANDO A
INCERTEZA DA ESTIMATIVA NO CONTROLE DE TEORES

Porto Alegre

2019

LUCIANO NUNES CAPPONI

**PLANEJAMENTO ESTOCÁSTICO DE CURTO PRAZO INCORPORANDO A
INCERTEZA DA ESTIMATIVA NO CONTROLE DE TEORES**

Tese submetida ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Minas, Metalúrgica e de Materiais (PPGE3M) da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, como requisito parcial à obtenção do título de Doutor em Engenharia Mineral, modalidade Acadêmica.

Orientador: Prof. Dr. Rodrigo de Lemos Peroni

Coorientador: Prof. Dr. João Felipe Coimbra Leite Costa

Porto Alegre

2019

LUCIANO NUNES CAPPONI

**PLANEJAMENTO ESTOCÁSTICO DE CURTO PRAZO INCORPORANDO A
INCERTEZA DA ESTIMATIVA NO CONTROLE DE TEORES**

Esta tese foi analisada e julgada adequada para a obtenção do título de Doutor em Engenharia Mineral e aprovada em sua forma final pelo Orientador e pela Banca Examinadora designada pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Minas, Metalúrgica e de Materiais (PPGE3M) da Universidade Federal do Rio Grande do Sul.

Orientador: Prof. Dr. Rodrigo de Lemos Peroni

Coorientador: Prof. Dr. João Felipe Coimbra Leite Costa

Aprovada em: 18 / 12 / 2019

BANCA EXAMINADORA

Prof. Dr. Giorgio Francesco Cesare de Tomi (Escola Politécnica / USP)

Prof. Dr. Paulo Salvadoretti (PPGE3M / UFRGS)

Prof. Dr. Vanessa Cerqueira Koppe (PPGE3M / UFRGS)

Aos amores da minha vida: Veruska e Guilherme.

Com vocês, tudo é possível.

AGRADECIMENTOS

Ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Minas, Metalúrgica e de Materiais (PPGE3M), pela oportunidade de realização dos trabalhos em minha área de pesquisa.

Aos professores do Departamento de Engenharia de Minas da Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS), em especial, aos professores Rodrigo de Lemos Peroni e João Felipe Coimbra Leite Costa, pelos conhecimentos transmitidos, pela amizade, pelo apoio e pela orientação ao longo deste trabalho.

Aos colegas de Engenharia Leandro Mattioli, Daniel Mayer, Luciano Araújo, Florence Araújo, Edilson Gontijo, Ronald Leal e Augusto Torres, pelo apoio e pelas discussões técnicas que foram fundamentais para o desenvolvimento deste trabalho e para o meu próprio desenvolvimento.

“Imagination is more important than knowledge. For knowledge is limited, whereas imagination embraces the entire world, stimulating progress, giving birth to evolution.”
Albert Einstein, What Life Means to Einstein (1929)

RESUMO

Ainda que os limites operacionais aplicados ao planejamento de curto prazo sejam cada vez mais restritos, à medida que a operação avança, a decisão de lavrar uma determinada área requer um elevado nível de conhecimento para que os objetivos econômicos do empreendimento mineiro sejam atendidos conforme estabelecidos no plano de longo prazo. Na maioria dos casos, o processo de tomada de decisão é complexo e impreciso em virtude da incerteza inerente à qualidade do recurso mineral disponível e da abundância de cenários factíveis à lavra. Nesta pesquisa, uma nova metodologia para seleção dos limites de escavação de minério é apresentada, utilizando simulação estocástica para acesso à incerteza geológica, e que, simultaneamente, maximiza o benefício e minimiza a variabilidade na etapa de controle de teores. O processo de otimização para seleção dos blocos de escavação de minério é dividido em três estágios principais. No primeiro, técnicas de simulação geoestatística são empregadas para construir modelos de incerteza de teores e, por meio de parâmetros econômicos, quantificar sua incerteza financeira. No segundo estágio, visando tornar o processo de otimização mais eficiente, um algoritmo denominado *Self-Organizing Map* (SOM) é implementado para agrupar blocos de minério em unidades maiores para lavra com base na distância euclidiana. E, no terceiro, um algoritmo genético (AG) seleciona os blocos para lavra com o objetivo de maximizar o benefício e minimizar a variabilidade dos teores na planta de beneficiamento. Para sua validação, a metodologia é aplicada em um estudo de caso para uma mina de fosfato em operação. Os resultados demonstram que os blocos de minério selecionados melhoram o lucro relativo na ordem de 2,29% e reduzem a variabilidade relativa do plano semanal em 10,76%, quando comparados aos métodos tradicionalmente utilizados na indústria.

Palavras-chave: Planejamento estocástico. Planejamento de lavra de curto prazo. Limites de escavação.

ABSTRACT

Although the operational limits applied to short-term mining planning are increasingly restricted, as the operation progresses, the decision to mine a certain area requires a high level of knowledge in order for the economic objectives of the mining enterprise to be met as established in the long-term plan. In many cases, the decision-making process is complex and imprecise due to the uncertainty inherent in the quality of the available mineral resource and the abundance of feasible scenarios for mining. In this research, a new methodology for selecting ore excavation limits is presented, using stochastic simulation to assess geological uncertainty, which simultaneously maximizes the profit and minimizes the variability in the grade control stage. The optimization process for selecting ore excavation blocks is divided into three main stages. In the first, geostatistical simulation techniques are employed to build models of content uncertainty and, through economic parameters, quantify their financial uncertainty. In the second stage, in order to make the optimization process more efficient, an algorithm called Self-Organizing Map (SOM) is implemented to group ore blocks into larger units for mining based on the Euclidean distance. And, in the third, a genetic algorithm (AG) selects the blocks for mining in order to maximize the profit and minimize the variability of the levels in the beneficiation plant. For its validation, the methodology is applied in a case study for a phosphate mine in operation. The results demonstrate that the selected ore blocks improve the relative profit in the order of 2.29% and reduce the relative variability of the weekly plan by 10.76%, when compared to the methods traditionally used in the industry.

Keywords: Stochastic mining planning. Short-term mining planning. Dig limits.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 – Desenho esquemático das etapas utilizadas tradicionalmente na indústria de mineração para controle de teores	22
Figura 2 – Fluxograma esquemático da programação de produção de lavra de curto prazo, considerando quatro avanços que formarão a pilha de homogeneização buscando a maximização do lucro e a minimização da variabilidade dos teores, a partir da incerteza geológica	26
Figura 3 – Ilustração esquemática da metodologia proposta que apresenta as etapas de controle de teores realizadas para a obtenção dos limites de escavação	28
Figura 4 – O princípio das Bandas Rotativas em 2D	33
Figura 5 – Fluxo resumido do processo de planejamento de longo (PLP) e curto prazos (PCP).....	39
Figura 6 – Diferentes configurações de arranjo para o SOM em \mathcal{R}^2	56
Figura 7 – Todos os neurônios, representados por vetores de pesos sinápticos $m1 = m_{i1}, \dots, m_{iD}, i = 1, \dots, 24$, recebem o mesmo dado de entrada	57
Figura 8 – Pseudocódigo AG	63
Figura 9 – Fluxograma genérico AG.....	64
Figura 10 – A figura apresenta três diferentes distribuições associadas à incerteza de teores: a da esquerda pode ser definida como estéril; a da direita, como minério; e a central apresenta maior complexidade para definição	65
Figura 11 – Distribuição na qual a probabilidade que excede ao teor de corte é igual; entretanto, o potencial de benefício é maior para a distribuição da direita.....	66
Figura 12 – Interface de entrada e configuração de parâmetros do software STMP.....	74
Figura 13 – Seleção do plano de lavra de referência para o período com os blocos disponíveis.....	75
Figura 14 – Blocos que representarão o plano de lavra que será otimizado	77
Figura 15 – Interface com exemplo do modelo de blocos estimado do Walker Lake importado para o STMP	78
Figura 16 – Diagrama esquemático do funcionamento do SOM	79
Figura 17 – (a) Três agrupamentos executando a rotina SOM; (b) Seis agrupamentos executando a rotina SOM; (c) Nove agrupamentos executando a rotina SOM.....	81
Figura 18 – Representação do indivíduo para as n frentes de lavra dos blocos	82
Figura 19 – Representação esquemática da distância	85
Figura 20 – Exemplo de cruzamento do AG entre frentes de lavra	88
Figura 21 – Exemplo de mutação para frente de lavra.....	88
Figura 22 – Diagrama esquemático da sequência de atividades executada pela rotina computacional denominada <i>Batch Runner</i>	90
Figura 23 – Ilustração esquemática que apresenta as etapas de controle de teores realizadas para a obtenção dos limites de escavação	94
Figura 24 – Mapa de localização das amostras do parâmetro em estudo.....	95
Figura 25 – (a) Histograma dos dados originais; (b) Histograma dos dados desagrupados.....	96
Figura 26 – Histograma dos dados transformados	97
Figura 27 – (a) Variograma dos dados na direção $157,5^\circ$; (b) Variograma dos dados na direção $67,5^\circ$	98
Figura 28 – Modelos de blocos de seis simulações realizadas para a variável Cu para um <i>grid</i> de 1×1 m: (a) Simulação 1, (b) Simulação 2, (c) Simulação 3, (d) Simulação 4, (e) Simulação 5 e (f) Simulação 6.....	99
Figura 29 – (a) Variograma dos dados na direção $157,5^\circ$; (b) Variograma dos dados na direção $67,5^\circ$; (c) Histograma acumulado dos dados simulados.....	101
Figura 30 – Benefício associado aos teores simulado em um <i>grid</i> de $5,0 \times 5,0$ m: (a) Benefício 1, (b) Benefício 2	103
Figura 31 – Interface de entrada do programa com o dataset simples para o Etype dos teores de Cu.....	104
Figura 32 – Interface de entrada do programa considerando a etapa de agrupamento para quatro frentes de lavra.....	106

Figura 33 – Interface de configuração execução do plano (<i>Workbench</i>)	108
Figura 34 – Evolução da função-objetivo para cada geração do AG	108
Figura 35 – Interface de execução do plano estocástico (<i>Batch Runner</i>).....	110
Figura 36 – Os 30 planos de lavra gerados para cada cenário simulado	111
Figura 37 – Os 30 planos de lavra gerados para cada cenário simulado.....	111
Figura 38 – Os 30 planos de lavra gerados para cada cenário simulado	112
Figura 39 – Histograma da média dos teores simulados para o plano 11 semanal vs. o histograma de referência (<i>Etype</i>) do período (agrupamento 0, simulação 11)	112
Figura 40 – Os 30 planos de lavra gerados para cada cenário simulado (semana 1)	113
Figura 41 – (a) Plano otimizado da semana 1; (b) Plano otimizado da semana 2; (c) Plano otimizado da semana 3; (d) Plano otimizado da semana 4	113
Figura 42 – Dispersão dos teores de Cu para cada plano selecionado vs. plano de referência mensal.....	115
Figura 43 – (a) Histograma do plano otimizado da semana 1; (b) Histograma do plano otimizado da semana 2; (c) Histograma do plano otimizado da semana 3; (d) Histograma do plano otimizado da semana 4; (e) Histograma do plano de referência do período	115
Figura 44 – Gráfico <i>QQ-plot</i> da distribuição global do plano de referência do período selecionado (eixo x) vs. o plano executado no STMP (eixo y) para as semanas 1 (a), 2 (b), 3 (c) e 4 (d).....	117
Figura 45 – Detalhe de Minas Gerais e mesorregião do Triângulo Mineiro e Alto Paranaíba	119
Figura 46 – Evolução vertical de P ₂ O ₅ , CaO e TiO ₂ no manto de intemperismo, com as zonas de concentração de titânio e fosfato	122
Figura 47 – Mapa de localização das amostras para a região em estudo	124
Figura 48 – (a) Mapa de localização das amostras para o domínio 22; e (b) Histograma dos teores de P ₂ O ₅ para o domínio 22.....	125
Figura 49 – (a) Mapa de localização das amostras para o domínio 30; e (b) Histograma dos teores de P ₂ O ₅ para o domínio 30.....	125
Figura 50 – Histograma da normalização do teor de P ₂ O ₅ para (a) domínio 22 e (b) domínio 30.....	126
Figura 51 – Variogramas experimentais (pontos) e modelos ajustados (linhas contínuas) para a variável P ₂ O ₅ normalizada no domínio 22. Continuidades: (a) maior; (b) intermediária; e (c) menor. Na base, o histograma relativo ao número de pontos experimentais em cada <i>lag</i>	127
Figura 52 – Variogramas experimentais (pontos) e modelos ajustados (linhas contínuas) para a variável P ₂ O ₅ normalizada no domínio 30. Continuidades: (a) maior; (b) menor; e (c) vertical. Na base, o histograma relativo ao número de pontos experimentais em cada <i>lag</i>	129
Figura 53 – Validação dos histogramas simulados de P ₂ O ₅ . Em preto, o histograma acumulado dos dados simulados, e em vermelho, o histograma dos dados originais: (a) Domínio 22; (b) Domínio 30.....	131
Figura 54 – Validação dos variogramas das realizações. Em preto, os variogramas experimentais dos modelos simulados, e em cores, o variograma dos dados do domínio 22. Continuidades: (a) maior, (b) intermediária e (c) menor	132
Figura 55 – Validação dos variogramas das realizações. Em preto, os variogramas experimentais dos modelos simulados, e em cores, o variograma dos dados do domínio 30. Continuidades: (a) maior, (b) intermediária e (c) menor	133
Figura 56 – (a) Modelo simulado 1; (b) Modelo simulado 2; (c) Modelo simulado 3; (d) Modelo simulado 4; (e) Modelo simulado 5; e (f) Modelo simulado 6	134
Figura 57 – Modelos econômicos associados aos teores simulados: (a) Simulação 1; (b) Simulação 2	135
Figura 58 – Blocos selecionados no plano mensal.....	136
Figura 59 – Modelo de blocos (<i>Etype</i>) importado no software	137
Figura 60 – Agrupamento de regiões selecionadas na etapa do SOM	138
Figura 61 – Otimização realizada na interface <i>Workbench</i> do programa	140
Figura 62 – Gráfico dos 100 planos de lavra gerados para cada cenário simulado.....	141
Figura 63 – Gráfico dos 100 planos de lavra gerados para cada cenário simulado.....	142
Figura 64 – Gráfico dos 100 planos de lavra gerados para cada cenário simulado.....	142
Figura 65 – Gráfico da dispersão do teor de P ₂ O ₅ para as 50 simulações referente ao plano 29	143

Figura 66 – Histograma da média dos teores simulados (<i>Etype</i>) para o plano mensal de referência vs. histograma da semana selecionada (agrupamento 0, simulação 29)	143
Figura 67 – Dispersão dos teores de Cu para cada plano selecionado e referência mensal	144
Figura 68 – (a) Plano otimizado da semana 1; (b) Plano otimizado da semana 2; (c) Plano otimizado da semana 3; (d) Plano otimizado da semana 4; e (e) Histograma de referência.....	145
Figura 69 – Gráfico <i>QQ-plot</i> da distribuição global do plano de referência do período selecionado (eixo x) vs. o plano executado no STMP (eixo y) para as semanas 1 (a), 2 (b), 3 (c) e 4 (d).....	146
Figura 70 – Plano mensal programado no STMP para cada semana	147
Figura 71 – Plano semanal programado manualmente para a semana 1	149
Figura 72 – Gráfico <i>QQ-plot</i> da distribuição dos planos realizados manualmente (eixo x) vs. o plano executado no STMP (eixo y) para as semanas 1 (b), 2 (b), 3 (c) e 4 (d)	151
Figura 73 – Região de lavra considerando os planos semanais apresentados.(a) poligonais desenhadas manualmente, (b) blocos selecionados no STMP	152

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Parâmetros técnicos e econômicos da função benefício.....	102
Tabela 2 – Configuração dos parâmetros de entrada nos algoritmos inseridos no STMP	105
Tabela 3 – Resultado do plano de lavra gerado no STMP	107
Tabela 4 – Valores dos teores médios e benefícios associados a cada plano.....	114
Tabela 5 – Principais tipos de rocha encontrados no depósito.....	120
Tabela 6 – Classificação das tipologias de intemperismo encontradas no depósito	121
Tabela 7 – Parâmetros de busca, simulação variável P ₂ O ₅ (%).....	130
Tabela 8 – Parâmetros econômicos adotados para cálculo do teor de corte	135
Tabela 9 – Parâmetros definidos na função de otimização	139
Tabela 10 – Teores médios e benefícios associados a cada plano	144
Tabela 11 – Comparativo entre método convencional Manual vs. STMP proposto na tese.....	150

LISTA DE SIGLAS

AG	algoritmo genético
ALO	aloterito
ccdf	curva da função de densidade cumulativa
CCV	coeficiente de variação condicional
cdf	função de distribuição condicional
cpdf	função de densidade de probabilidade condicional
CV	variância condicional
FLP	programa linear <i>fuzzy</i>
GA	algoritmo genético
IEP	intervalo entre percentis
IEQ	intervalo entre quartil condicional
ISB	isalterito de base
IST	isalterito de topo
MILP	programação linear inteira mista
MIP	programação inteira mista
MPS	máxima seleção de lucro
pdf	função de densidade de probabilidade
RF	função aleatória
RSA	rocha sã
RSI	rocha semi-intemperizada
RV	variável aleatória
SA	simulação <i>annealing</i>
SGS	simulação sequencial gaussiana
SK	krigagem simples
STMP	<i>Short Term Mine Planner</i>
VPL	valor presente líquido

LISTA DE SÍMBOLOS

L_{ore}	função lucro do bloco de minério
L_{wst}	função lucro do bloco de estéril
P_{ore}	função perda do bloco de minério
P_{wst}	função perda do bloco de estéril
$C(h)$	covariância
C_m	custo de mineração por tonelada
C_p	custo de processamento por tonelada.
Var	variância
$\gamma(h)$	variograma
$\rho(h)$	correlograma

SUMÁRIO

CAPÍTULO 1	19
1 INTRODUÇÃO	19
1.1 DEFINIÇÃO DO PROBLEMA	19
1.2 ABRANGÊNCIA DA CONSTRUÇÃO DOS LIMITES DE ESCAVAÇÃO.....	20
1.3 META – HIPÓTESE INVESTIGATIVA.....	24
1.4 OBJETIVOS.....	24
1.5 METODOLOGIA.....	25
1.6 ESTRUTURA DA TESE	28
CAPÍTULO 2	30
2 REVISÃO DA LITERATURA	30
2.1 CONSTRUÇÃO DE MODELOS DE INCERTEZA DE TEORES.....	30
2.1.1 Simulação por Bandas Rotativas	32
2.1.2 Escolha do método de simulação	34
2.2 PLANEJAMENTO DE LAVRA: VISÃO GERAL	35
2.2.1 Planejamento de curto prazo versus planejamento de longo prazo	36
2.2.2 Técnicas de otimização de planejamento de curto prazo	40
<i>2.2.2.1 Métodos convencionais de otimização de planejamento curto prazo</i>	40
<i>2.2.2.2 Métodos estocásticos de otimização aplicados à incerteza geológica</i>	47
2.3 INTELIGÊNCIA COMPUTACIONAL APLICADA À OTIMIZAÇÃO DE PLANEJAMENTO DE LAVRA.....	50
2.3.1 Técnicas de agrupamento (cluster)	52
<i>2.3.1.1 Conceito de Mapas Auto-Organizáveis de Kohonen (SOM)</i>	53
<i>2.3.1.2 Algoritmo de treinamento</i>	58
2.3.2 Otimização do planejamento de lavra utilizando algoritmo genético (AG)	61
<i>2.3.2.1 Conceito de algoritmo genético</i>	62
2.4 SELEÇÃO DOS BLOCOS DE MINÉRIO COM BASE NO LUCRO ESPERADO.....	64
2.4.1 Conversão do lucro utilizando um teor de corte	66
2.4.2 Conversão do lucro utilizando os custos operacionais	68
CAPÍTULO 3	71
3 ALGORITMOS DE SELEÇÃO DOS LIMITES DE ESCAVAÇÃO	71
3.1 SELEÇÃO DOS LIMITES DE ESCAVAÇÃO – ASPECTOS PRÁTICOS	71
3.2 ALGORITMO DE OTIMIZAÇÃO DE PLANEJAMENTO DE CURTO PRAZO (STMP)	72

3.2.1	Detalhes de implementação do STMP.....	73
3.2.2	Estrutura dos arquivos de entrada.....	75
3.2.3	Filtros aplicados aos dados.....	76
3.2.4	Agrupamento das frentes de lavra (<i>clusters</i>) utilizando SOM.....	78
3.2.5	Seleção dos blocos de lavra utilizando AG	81
3.2.5.1	<i>Representação dos indivíduos</i>	81
3.2.5.2	<i>Geração da população inicial</i>	83
3.2.5.3	<i>Avaliação da população ou aptidão</i>	84
3.2.5.4	<i>Métodos de seleção</i>	86
3.2.5.5	<i>Operadores genéticos</i>	87
3.3	ROTINA DE PLANEJAMENTO ESTOCÁSTICO DE CURTO PRAZO – <i>BATCH RUNNER</i>	89
3.4	DETERMINAÇÃO DA SEQUÊNCIA ÓTIMA DE ESCAVAÇÃO	91
CAPÍTULO 4		92
4	IMPLEMENTAÇÃO DA METODOLOGIA: ESTUDO DE CASO	93
4.1	DESENVOLVIMENTO DOS ESTUDOS	93
4.2	ESTUDO DE CASO – <i>WALKER LAKE</i>	94
4.2.1	Avaliação da área em estudo.....	95
4.2.1.1	<i>Análise exploratória dos dados</i>	96
4.2.1.2	<i>Transformação normal</i>	96
4.2.1.3	<i>Modelagem do variograma</i>	98
4.2.2	Simulação geostatística aplicada ao modelo de curto prazo	99
4.2.3	Função de transferência para o lucro	102
4.2.4	Algoritmo de sequenciamento de lavra aplicado ao curto prazo	103
4.2.4.1	<i>Seleção da região</i>	104
4.2.4.2	<i>Agrupamento dos avanços de lavra (SOM)</i>	105
4.2.4.3	<i>Seleção única dos blocos de lavra (Workbench)</i>	106
4.2.4.4	<i>Seleção estocástica dos blocos de lavra (Batch Runner)</i>	109
4.3	ESTUDO DE CASO EM UMA MINA DE FOSFATO EM OPERAÇÃO.....	118
4.3.1	Avaliação da área em estudo.....	118
4.3.1.1	<i>Localização e geologia</i>	119
4.3.1.2	<i>Unidades litológicas</i>	120
4.3.1.3	<i>Unidades tipológicas (intemperismo)</i>	121
4.3.1.4	<i>Controle de mineralização</i>	121

4.3.1.5	<i>Domínios estatísticos estudados</i>	123
4.3.1.6	<i>Análise exploratória dos dados</i>	123
4.3.1.7	<i>Localização das amostras</i>	123
4.3.1.8	<i>Estatística univariada dos dados</i>	124
4.3.1.9	<i>Transformação normal</i>	126
4.3.1.10	<i>Modelagem do variograma</i>	127
4.3.2	Simulação geoestatística aplicada ao modelo de curto prazo	129
4.3.3	Função de transferência para o lucro	135
4.3.4	Sequenciamento de lavra aplicado ao planejamento de curto prazo	136
4.3.4.1	<i>Seleção da região</i>	136
4.3.4.2	<i>Agrupamento dos avanços de lavra (SOM)</i>	138
4.3.4.3	<i>Seleção única dos blocos de lavra (Workbench)</i>	139
4.3.4.4	<i>Seleção estocástica dos blocos de lavra (Batch Runner)</i>	140
4.4	COMPARAÇÃO DO MÉTODO CONVENCIONAL VERSUS PLANEJAMENTO ESTOCÁSTICO DE LAVRA	147
	CAPÍTULO 5	153
5	CONCLUSÕES E TRABALHOS FUTUROS	153
5.1	SELEÇÃO DOS BLOCOS DE ESCAVAÇÃO	154
5.2	COMENTÁRIOS E LIMITAÇÕES DO APLICATIVO DE SELEÇÃO DE LIMITE DE ESCAVAÇÃO	155
5.3	TRABALHOS FUTUROS	156
	REFERÊNCIAS	158
	ANEXO I	177

CAPÍTULO 1

1 INTRODUÇÃO

1.1 DEFINIÇÃO DO PROBLEMA

O processo de seleção de minério e estéril, na etapa de planejamento de lavra de curto prazo, pode ser considerado como uma das decisões mais importantes para garantir a sustentabilidade do empreendimento mineiro. Essa decisão torna-se ainda mais complexa em função da incerteza inerente à qualidade do recurso mineral disponível, que, por sua vez, é uma consequência do conhecimento limitado sobre o real teor do mineral de interesse em cada setor do depósito.

A decisão de que uma área deverá ser lavrada e o material escavado encaminhado à planta de beneficiamento ou mesmo à pilha de estéril passa por critérios econômicos que estão relacionados à concentração do mineral de interesse contido nesse material. A seleção de blocos de lavra é, tipicamente, baseada na comparação de um teor atribuído ao bloco com base em uma estimativa que carrega consigo uma incerteza, em relação a um teor de corte econômico. Em geral, esse teor do bloco é calculado por meio de estimadores lineares tradicionais, e as informações disponíveis para essa estimativa provêm de amostragem exploratória e/ou de amostragem de frente de lavra que, por exemplo, pode ser obtida a partir dos furos da operação regular de desmonte com uso de explosivos. Após a estimativa, engenheiros de planejamento definem poligonais de avanço, que tornam-se limites de escavação para a operação de lavra. Toda essa etapa – chamada de controle de teores – visa classificar e destinar as unidades seletivas de lavra dentro do planejamento produtivo da empresa (Godoy, 1998). Qualquer erro que ocorra nesse ponto de decisão é irreversível, ou seja, o momento da seleção é a última oportunidade que a empresa de mineração tem de obter sua receita esperada.

Nesse caso, é possível pensar que áreas com maior concentração de teor deveriam resultar em maior lucro e essas áreas deveriam ser priorizadas na lavra. Por sua vez, a planta de beneficiamento, na maioria dos casos, perde considerável desempenho a partir das flutuações de teores na sua alimentação. Associado a isso, a limitada informação existente, representada por um volume significativamente menor do que o material que será lavrado, gera incerteza razoável para uma clara definição dos limites de escavação.

Diante desses potenciais cenários anteriormente descritos, dentro da etapa de controle de teores, qual decisão deveria ser tomada? Priorizar a lavra de blocos mais ricos em teores,

esperando garantir o máximo benefício no tempo, ou minimizar a variabilidade dos teores na planta de beneficiamento? Seria possível realizar um planejamento de lavra que combinasse esses dois critérios e ainda incorporasse a incerteza dos teores limitada à escassez das informações existentes?

1.2 ABRANGÊNCIA DA CONSTRUÇÃO DOS LIMITES DE ESCAVAÇÃO

Embora grandes avanços tecnológicos tenham ocorrido, em muitos aspectos, associados ao controle de qualidade da lavra – incluindo modelagem geoestatística, sistemas de posicionamento embarcados nos equipamentos de lavra, topografia de precisão, entre outros – a maioria das operações ainda não considera, na sua plenitude, a importância do controle de teores, e dedica recursos insuficientes para o desenvolvimento dessa tarefa. De acordo com Godoy (1998), as etapas tradicionais que constituem o controle de teores – incluindo a definição dos limites de escavação – podem ser organizadas da seguinte forma:

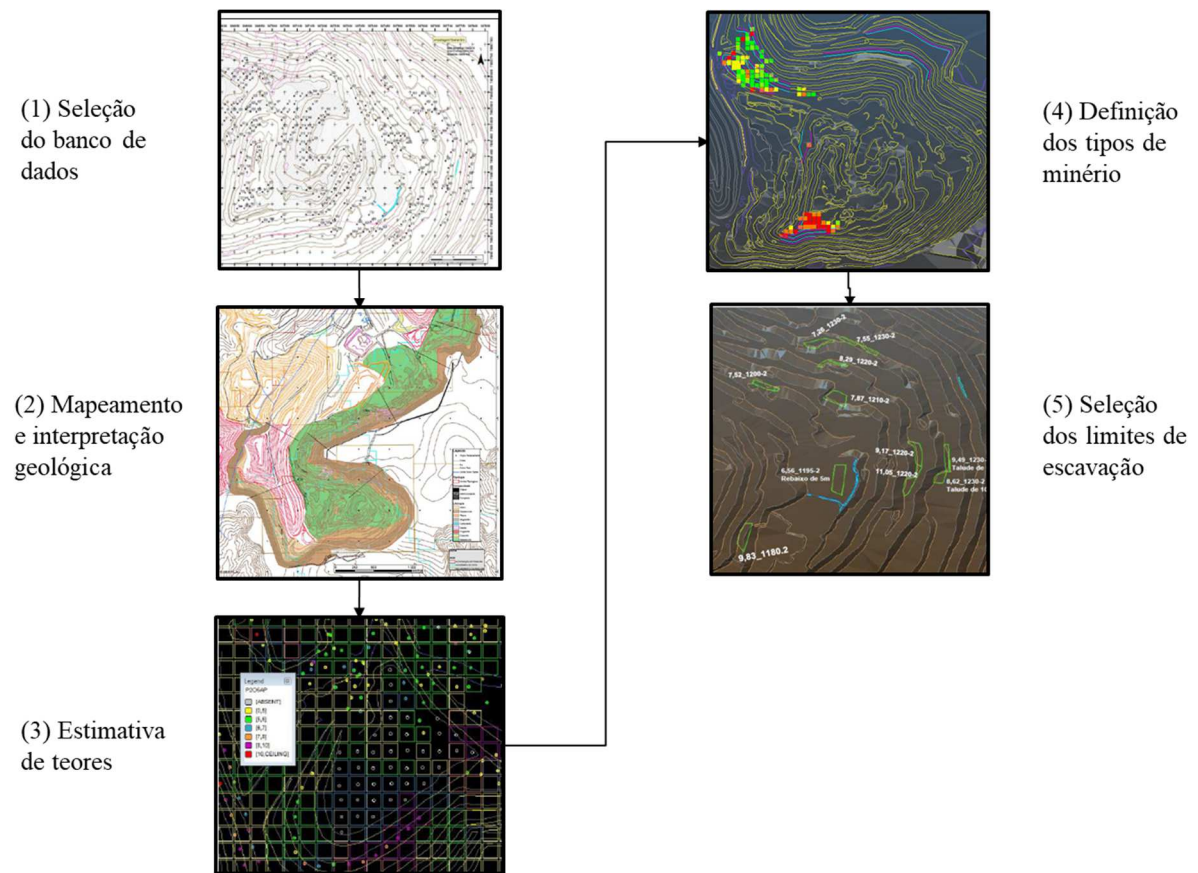
- (i) Amostragem: os dados obtidos na fase exploratória não são suficientes para capturar as flutuações dos teores nos avanços de lavra. Normalmente, uma amostragem proveniente dos furos de desmonte fornece uma fonte adicional de informações sobre a variabilidade local dos teores. A malha do desmonte serve como uma densa malha amostral, na qual as amostras são coletadas durante a execução dos furos por meio de coletores adaptados às perfuratrizes. O procedimento de amostragem deve seguir rigorosamente o protocolo determinado; a padronização desse procedimento é essencial para a qualidade dos dados que alimentarão as fases subsequentes da operação;
- (ii) Análise química: na grande maioria dos casos, as amostras coletadas são analisadas em laboratórios instalados na própria mina. Os métodos e protocolos de análise representam uma fonte potencial de erros e devem ser criteriosamente estudados e validados para garantir a confiabilidade dos resultados;
- (iii) Mapeamento das feições geológicas e estruturais: essa etapa visa adicionar o julgamento do geólogo ao modelo gerado; a detecção de componentes estruturais e de variações tipológicas tem como objetivo corrigir quaisquer

problemas de domínio não detectáveis pela modelagem matemática subsequente e pela estimativa de teores;

- (iv) Estimativa de teores dos blocos: de posse dos valores de teores correspondentes às posições das amostras de desmonte e da sondagem exploratória, a prática comum é proceder com a estimativa de teores dos blocos que compõem o avanço. Esses teores são comparados com os de corte praticados para que se obtenha a classificação dos blocos em estéril e minério;
- (v) Definição e demarcação dos limites de escavação: nesse momento, são geradas – normalmente em softwares de planejamento de lavra – poligonais representando os limites de escavação determinados no plano. De uma maneira geral, esses limites são selecionados em uma base de curto prazo, ou seja, consideram um horizonte mensal, semanal ou mesmo diário na programação de lavra. Após o desmonte, ou mesmo *in situ*, são demarcadas poligonais separando as diferentes categorias de minério, conforme o modelo gerado nos passos (iii) e (iv). Em geral, são utilizadas demarcações físicas, tais como bandeiras, estacas, spray e fitas para indicar à operação a categoria do material (minério ou estéril) delineado em cada poligonal;
- (vi) Carregamento: os fatores determinantes da eficiência na operação de carregamento são a capacidade seletiva do equipamento, a habilidade do operador e a complexidade das poligonais demarcadas.

A Figura 1 apresenta um desenho esquemático das etapas utilizadas tradicionalmente na indústria de mineração para o planejamento de curto prazo e controle de teores.

Figura 1 – Desenho esquemático das etapas utilizadas tradicionalmente na indústria de mineração para controle de teores



Fonte: Elaboração própria do autor.

O presente estudo dedica-se ao entendimento das etapas (iv) e (v), analisa a evolução das técnicas existentes, identifica oportunidades de melhoria nos métodos atualmente disponíveis e propõe alternativas para uma das etapas de planejamento de curto prazo. Essas etapas são fundamentais no processo de separação e seleção das porções estéril e minério do depósito, e possuem caráter definitivo, pois, uma vez tomada a decisão sobre o destino do material, os erros podem ser irreversíveis.

Na grande maioria dos casos, a estimativa da distribuição de teores em um depósito mineral empregada no planejamento de curto prazo ainda é executada por métodos clássicos de interpolação – tais como polígonos e inverso do quadrado da distância – ou por métodos geoestatísticos tradicionais – por exemplo, krigagem ordinária. As referências dessa abordagem são dadas por David (1977) e Journel & Huijbregts (1978), que discutem a aplicação de krigagem na engenharia mineral. Existem outras práticas que também apresentam o uso de krigagem relacionada ao controle de teores e reservas minerais, tais como as citadas por Raymond (1979); Westley (1986); Davis, Trimble e McClure (1989); Snowden, Moore e Kelly

(1994), que abordam o uso de métodos não lineares para melhor quantificar a continuidade de valores extremos aplicados ao controle de lavra.

Todavia, essas técnicas são incapazes de reproduzir a real variabilidade espacial dos dados *in situ* apresentados, resultando apenas em valores médios estimados para os blocos que formam o depósito (Isaaks, 1990; Journel, 1974). Nesse caso, os métodos tradicionalmente utilizados compartilham das seguintes deficiências:

- não fornecem medida eficaz sobre a incerteza da estimativa;
- não levam em conta as flutuações locais da variabilidade dos blocos;
- não reproduzem o histograma ou a continuidade espacial dos teores das amostras.

O entendimento da variabilidade é requerido nas etapas de controle de teores. Reduzir as incertezas dos teores relacionados com a estimativa contribui para o melhor direcionamento de avanços de lavra. Além disso, a prática convencional mostra que engenheiros e geólogos definem os limites de escavação a partir de poligonais digitalizadas manualmente em softwares de mineração. Esse processo, além de moroso, pode adquirir um caráter altamente subjetivo e variável de acordo com seu executor. A execução dos planos de forma sistemática, com prazos de entrega limitados, não permite que simulações de cenários de lavra contemplem a análise de múltiplas alternativas possíveis. No entanto, um plano que contenha os controles de teores e de incerteza conjugados e, ainda, busque a otimização dos resultados em função da necessidade de entrega dos planos em caráter de curto prazo é desejável para que a decisão seja tomada com base em aspectos técnicos e econômicos.

No que diz respeito ao controle de variabilidade, as técnicas de simulação geoestatística podem superar muitas das limitações associadas aos métodos de estimativa convencionais. Múltiplas realizações são construídas para capturar a incerteza dos parâmetros de controle de lavra. Essas incertezas podem ser transferidas, por meio de uma ou mais funções-objetivo, e contribuir para a determinação dos limites “ideais” de escavação associados às atividades de planejamento de curto prazo e controle de teores.

Dentro desse contexto, por mais de três décadas, a indústria de mineração tem apresentado interesse no uso de simulação geoestatística avançada para resolver problemas relacionados ao planejamento de curto prazo e ao controle de qualidade. Com a evolução dos recursos computacionais, esta motivação tem se renovado na busca de soluções que aprimorem os métodos de seleção do minério e estéril. Dentro da literatura, existe uma vasta documentação de como outros pesquisadores usaram modelos de incerteza de teores para identificar regiões

de minério e estéril (Isaaks, 1990; Srivastava, 1994; Glacken, 1996; Godoy, 1998; Deutsch, Magri e Norrena, 2000; Peroni, 2002; Neufeld, Norrena e Deutsch, 2003; Richmond e Beasley, 2004; Norrena, 2007; Dimitrakopoulos e Jewbali, 2013; Toledo, 2018).

No entanto, nenhum desses métodos busca definir os limites de escavação baseando-se na combinação da rentabilidade do bloco e na sua menor variabilidade para alimentação da planta de beneficiamento, utilizando a incerteza geológica como informação adicional no processo de tomada de decisão. A maioria desses métodos está alicerçada em uma função de transferência que maximiza o lucro, minimiza a perda do bloco ou, ainda, ignora a busca da redução da variabilidade dos teores em determinado horizonte de tempo. É fato que eles servem como base para algoritmos de otimização, mas podem apresentar limitações para operações de lavra nas quais as etapas de concentração mineral sejam mais sensíveis à variabilidade dos teores.

1.3 META – HIPÓTESE INVESTIGATIVA

Seria possível criar um novo paradigma de planejamento de lavra de curto prazo contemplando, simultaneamente, a seleção de áreas visando ao máximo lucro com a mínima variabilidade dos parâmetros de alimentação da planta de beneficiamento e, ainda, incorporar a incerteza dos teores limitada à escassez das informações existentes? Seria essa nova metodologia superior aos métodos em uso na indústria mineral, especificamente para definição de linhas de escavação projetadas pela engenharia de planejamento de curto prazo?

1.4 OBJETIVOS

Para investigar a hipótese proposta, alguns objetivos precisam ser alcançados; portanto, as etapas listadas a seguir compreendem alguns dos marcos relevantes desta pesquisa:

- (i) revisar e fundamentar conceitos ligados ao planejamento de curto prazo, em especial, a etapa de classificação de unidades seletivas de lavra;
- (ii) investigar o benefício da simulação estocástica para a construção do modelo de incerteza e a obtenção da distribuição de probabilidades dos teores nos blocos de lavra;
- (iii) desenvolver e implementar um algoritmo que avalie os resultados por meio das funções de transferência para otimização do lucro em conjunto com a minimização da variabilidade dos teores;

- (iv) analisar e medir a eficiência da metodologia proposta em um ambiente controlado, no qual se conheça a distribuição espacial real da variável de interesse;
- (v) demonstrar o uso da metodologia proposta em um caso real e comparar os resultados da classificação com aqueles obtidos pelo uso de métodos tradicionais aplicados à etapa de planejamento de curto prazo.

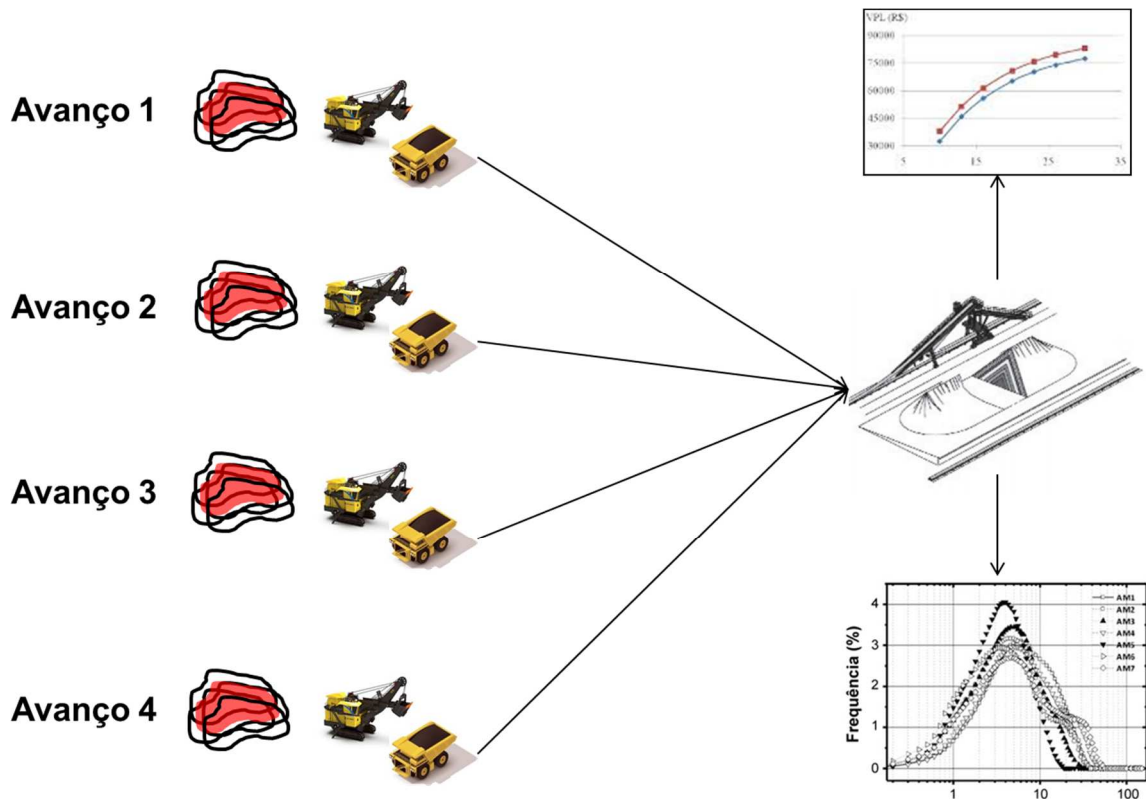
1.5 METODOLOGIA

Neste estudo, tem-se como objetivo desenvolver uma metodologia para definição dos limites de escavação considerando o lucro por meio da classificação do benefício de blocos de lavra e controle simultâneo da variabilidade dos teores, baseando-se em modelos estocásticos. Além disso, implementará, por meio de rotinas computacionais, uma forma automatizada de lidar com o problema aplicado à seleção dos blocos de escavação de minério. A lógica de programação utiliza a teoria dos grafos para criar um grid regular e selecionar os blocos, as redes neurais de Kohonen para agrupamento de frentes de lavra e, por fim, o algoritmo genético, que visa gerar subdivisões de lavra viáveis – se não ótimas, quase-ótimas –, com o mínimo de intervenção humana, acelerando o processo de planejamento de curto prazo e fornecendo alternativas rápidas para tomada de decisão no que diz respeito à seleção dos limites de escavação no horizonte de curto prazo.

O diferencial deste trabalho reside no fato de que a metodologia proposta substitui o critério de seleção tradicional por um enfoque probabilístico e semiautomático de entrega ao planejamento de curto prazo dos blocos, capaz de compor o plano de escavação otimizado. Enquanto vários autores focam na quantificação da oportunidade de ganhos econômicos existentes nos erros de classificação, a metodologia proposta por esta tese está interessada na manutenção do lucro e na redução de ocorrências de variabilidade de teores em escala de produção de curto prazo.

A Figura 2 mostra um esquema do sequenciamento de lavra proposto neste estudo, buscando melhorar a seleção de blocos de lavra oriundos de vários avanços, que atendam à otimização do benefício e à variabilidade dos teores de forma conjunta (área vermelha de cada frente, com maior probabilidade de atingir as metas estabelecidas). Na última etapa, minimiza-se, novamente, a variância ao homogeneizar os teores e, como consequência, aspira-se uma produção com resultados mais assertivos.

Figura 2 – Fluxograma esquemático da programação de produção de lavra de curto prazo, considerando quatro avanços que formarão a pilha de homogeneização buscando a maximização do lucro e a minimização da variabilidade dos teores, a partir da incerteza geológica



Fonte: Elaboração própria do autor.

Resumidamente, com base nos objetivos propostos, desenvolveu-se uma metodologia que envolve a integração de diferentes etapas do trabalho passando pela seleção dos dados, pela construção dos modelos de incerteza de teores e pela seleção dos blocos de lavra no horizonte de curto prazo.

A primeira etapa é representada pela seleção da área analisada e, posteriormente, pela seleção do banco de dados das amostras contidas nesse local. O critério proposto nesta metodologia está baseado na região definida no plano de lavra semestral, previamente concebido pelos engenheiros de planejamento. Neufeld *et al.* (2003) sugerem que, para a etapa de planejamento de curto prazo e controle de teores, a área analisada deve ser grande o suficiente para reproduzir a continuidade espacial dos dados e, ao mesmo tempo, garantir um modelo que represente a variabilidade da região que será lavrada. A análise exploratória dos dados é realizada nesta etapa e será a base para a construção dos modelos de incerteza de teores.

A segunda etapa compreende a construção dos modelos de incerteza geológica por meio do uso de simulação estocástica. O método de simulação por Bandas Rotativas (*Turning Bands*)

(Matheron, 1972, 1973; Journel, 1974) é utilizado para desenvolver uma série de modelos da distribuição espacial *in situ* de teores, empregados para a quantificação da incerteza nos depósitos minerais apresentados nos estudos de caso. A distribuição de referência que será utilizada pelo algoritmo de otimização é obtida a partir do modelo *Etype* gerado nesta etapa.

Após a validação das simulações e a mudança de suporte, considerados ainda na etapa de construção dos modelos simulados, o benefício econômico gerado por cada bloco simulado é, então, calculado a partir de uma função de transferência estabelecida. Nesta etapa, os parâmetros utilizados para a determinação do lucro são: (i) preço do minério; (ii) custos operacionais de lavra e beneficiamento; e (iii) desempenho metalúrgico. Dessa forma, teremos o modelo de blocos com as n simulações realizadas para o atributo de interesse e o seu respectivo benefício associado ao atributo simulado. O modelo gerado nesta fase representa a entrada dos dados na rotina computacional desenvolvida em *Python*® e denominada *Short Term Mine Planner* (STMP).

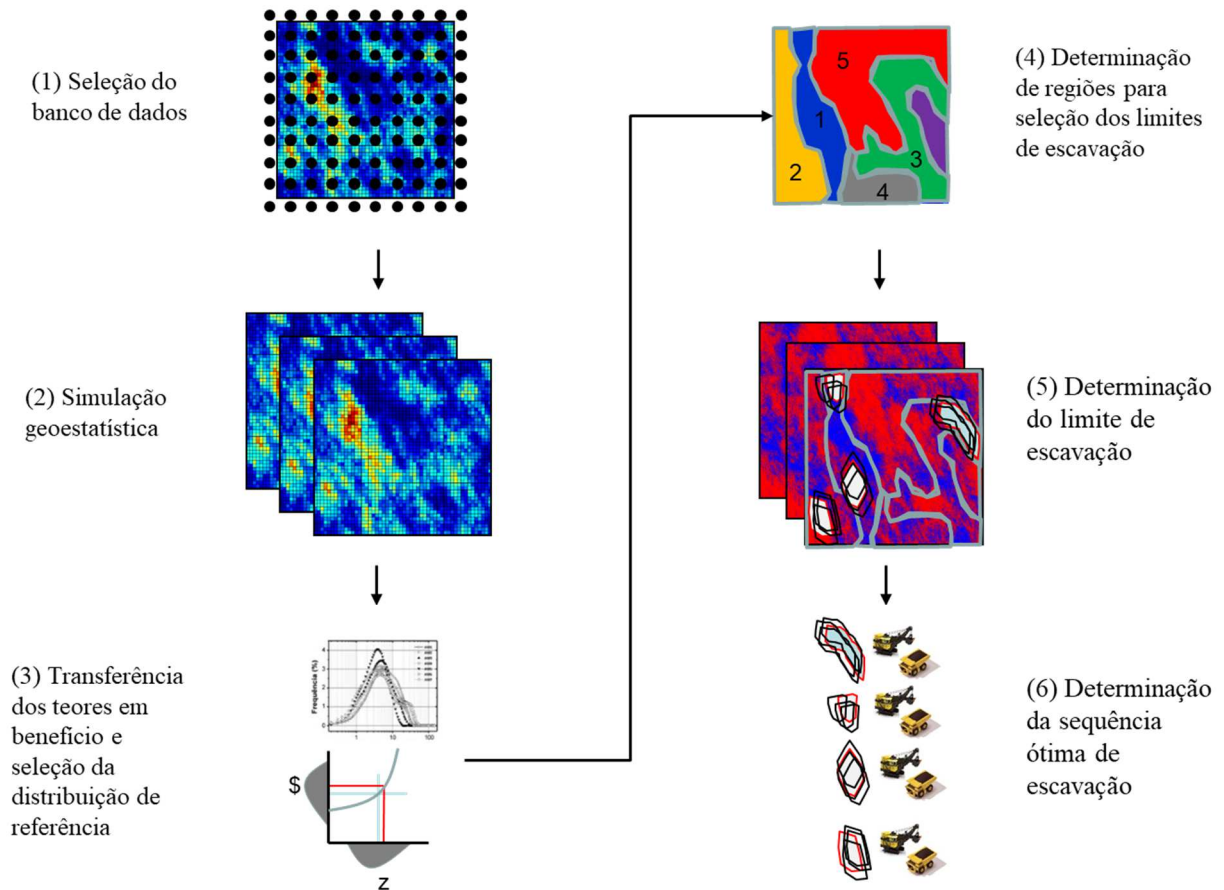
Após a importação do modelo gerado na fase anterior, incorporado à rotina STMP, o engenheiro de planejamento definirá o número de agrupamentos de lavra (*clusters*) que irão compor a programação do plano no período. Utilizando o algoritmo de otimização denominado *Self-Organizing Map* (SOM), ou mapa de Kohonen, regiões de lavra consideradas como potenciais avanços serão agrupadas para formar *clusters* automaticamente. O critério de agrupamento utiliza a distância euclidiana definida entre o número de *clusters* e cada bloco associado.

Na etapa seguinte, após definição dos parâmetros para seleção dos blocos de minério (benefício > 0) que serão lavrados, o engenheiro de planejamento deve realizar o planejamento estocástico de curto prazo. Uma rotina matemática, que utiliza algoritmo genético (AG) para otimização da função-objetivo, é então executada para selecionar os blocos de lavra dentro de cada avanço (*cluster*), com o objetivo de encontrar a sequência que maximiza a função associada ao lucro e à variabilidade dos teores, quando comparado ao plano de referência previamente estabelecido. A rotina matemática permite a construção de um plano de lavra para cada simulação realizada e ainda faz um comparativo com as demais simulações visando capturar a incerteza associada.

Por fim, a partir dos n cenários simulados, apenas um único sequenciamento de blocos deve ser escolhido pelo engenheiro de planejamento e repassado às operações. O critério de seleção do plano de lavra considera a relação entre o valor máximo obtido na função-objetivo definida pelo AG e o desvio padrão obtido a partir do comparativo das simulações.

Para atingir os objetivos da tese, a metodologia proposta foi aplicada em dois estudos de caso distintos e apresentados no Capítulo 4. A Figura 3 apresenta o fluxograma esquemático da metodologia proposta para a seleção dos blocos de minério que deverão compor a programação semanal inserida no planejamento estocástico de curto prazo.

Figura 3 – Ilustração esquemática da metodologia proposta que apresenta as etapas de controle de teores realizadas para a obtenção dos limites de escavação



Fonte: Elaboração própria do autor.

1.6 ESTRUTURA DA TESE

Além do Capítulo 1, que apresenta a introdução com a contextualização do problema, a meta e os objetivos, esta tese possui a seguinte estrutura:

- (i) **Capítulo 2:** apresenta uma revisão bibliográfica dos fundamentos teóricos utilizados na construção de modelos de incerteza geológica, revisa conceitos relacionados aos métodos de otimização de planejamento de lavra de curto prazo e explica fundamentos associados à elaboração da função de transferência para o lucro.

- (ii) **Capítulo 3:** detalha a aplicação da rotina computacional desenvolvida para a otimização do planejamento estocástico de curto prazo.

- (iii) **Capítulo 4:** apresenta a aplicação da metodologia proposta na tese, demonstrada em dois estudos de caso distintos, aponta os resultados objetivos no planejamento estocástico de lavra para cada estudo de caso e, por fim, faz um comparativo com métodos tradicionais utilizados na indústria.

- (iv) **Capítulo 5:** apresenta a conclusão dos resultados obtidos com a metodologia proposta, além de trazer sugestões de trabalhos futuros para a continuidade do desenvolvimento da metodologia e a aplicação em escala industrial dentro das rotinas operacionais de planejamento de curto prazo.

CAPÍTULO 2

2 REVISÃO DA LITERATURA

Este capítulo apresenta uma revisão dos conceitos que suportam a metodologia para tomada de decisão da seleção dos blocos de lavra no planejamento de curto prazo. Os temas abordados nesta etapa da tese estão relacionados: (i) à construção dos modelos de incerteza de teores a partir de simulação estocástica; (ii) a uma visão geral das atividades de planejamento de lavra com foco nas técnicas de otimização aplicadas ao planejamento de curto prazo para minas a céu aberto; (iii) aos métodos computacionais aplicados ao planejamento de curto prazo como técnica proposta para otimização da seleção dos blocos de lavra; e (iv) à conversão para o lucro esperado com base no modelo de incerteza de teores.

Primeiramente, é abordada, neste capítulo, a aplicação de modelos de teores simulados para a seleção dos blocos de minério e estéril. Na sequência, são apresentados, em maiores detalhes, o método de simulação por Bandas Rotativas (Matheron, 1972, 1973; Journel, 1974), com vistas a capturar a incerteza dos teores, e, em seguida, a revisão da literatura sobre uma visão geral do planejamento de lavra, considerando, ainda, a evolução das técnicas de otimização de planejamento de curto prazo utilizadas atualmente na indústria mineral. Após, são discutidos os métodos computacionais aplicados aos problemas de otimização propostos na tese, uma abordagem conceitual de inteligência computacional aplicada a problemas de planejamento de curto prazo. Finalmente, são apontados critérios para a construção da função de transferência, baseada no lucro gerado e empregada nos modelos resultantes de incerteza de teores. Esta etapa suporta a escolha dos planos de sequenciamento de curto prazo.

2.1 CONSTRUÇÃO DE MODELOS DE INCERTEZA DE TEORES

Para a construção do modelo de incerteza de teores, os algoritmos de simulação estocástica são mais indicados do que os de krigagem quando o estudo visa à análise do impacto da incerteza de valores de um atributo ao longo do depósito mineral ou à análise da incerteza a respeito de uma função de transferência.

Matheron (1973) propôs a simulação condicional como um método para fornecer uma avaliação quantitativa da variabilidade *in situ* e da incerteza dos atributos geológicos, tais como concentrações minerais (ou valores dos teores), que são espacialmente distribuídas dentro de um corpo mineral. A ideia é representar os fenômenos geológicos como variáveis aleatórias

correlacionadas (RVs) no espaço que é uma função de sua localização. Qualquer valor de atributo ou um número de valores de atributos em vários locais são, então, interpretados como resultados da variável aleatória RV ou função aleatória (RF), respectivamente.

A proposta básica da simulação condicional é identificar a RF, a partir dos dados de amostra disponíveis, usando suas estatísticas de um ponto (histograma) e dois pontos (função de covariância), e, em seguida, extrair realizações desse modelo de RF. O algoritmo de simulação é considerado condicional se as realizações reproduzirem o valor dos dados amostrados em seus locais. Considerando as múltiplas realizações da RF, a incerteza sobre a distribuição espacial dos atributos geológicos pode ser quantificada.

Journel (1974) propôs o método de Bandas Rotativas dividido em duas etapas para simulação condicional que captura as propriedades inerentes de uma RF multigaussiana. Sua abordagem foi, primeiramente, usada como simulação não condicional. Após, foi executado o condicionamento dos dados por meio das amostras usadas para gerar as simulações. O método por Bandas Rotativas foi proposto como uma forma rápida e eficiente de gerar as simulações necessárias não condicionais. O método começa com simulações unidimensionais em linhas, e, após, é executada a projeção dessas simulações para o espaço. As principais desvantagens desse método eram os artefatos – tais como bandas ou faixas – que são produzidos pelo número finito de linhas utilizadas na simulação. Também contribuiu como desvantagem a necessidade de derivação dos modelos de covariância unidimensional a partir de modelos de duas ou três dimensões.

O condicionamento simultâneo à simulação foi introduzido por Davis (1987) com o desenvolvimento do método *Lower-Upper* (LU), uma extensão da decomposição da LU da matriz de covariância para gerar realizações de campos Gaussianos (Anderson, 1984). O método LU lida automaticamente com anisotropias, no entanto, é limitado a RFs que não excedam algumas centenas de locais (Alabert, 1987a).

As limitações (percebidas) pelos métodos de Bandas Rotativas e LU, juntamente com as premissas inoportunas de uma RF multigaussiana, levaram ao desenvolvimento do método de simulação sequencial de indicadores não paramétrica (SIS) (Alabert, 1987b; Journel e Alabert, 1989, 1990). O SIS baseia-se na ideia de amostrar distribuições univariadas que estão relacionadas à decomposição da distribuição de probabilidade multivariada (Johnson, 1987). Variações dessa abordagem de simulação sequencial envolvem a modificação do modelo de RF subjacente, por exemplo, multigaussiano (Isaaks, 1990) e mosaico (Marechal, 1984; Journel e Deutsch, 1993). A técnica de simulação sequencial foi estendida de um atributo para vários atributos dependentes para um modelo multigaussiano por Verly (1993).

Inúmeros outros métodos para simular atributos contínuos e categóricos foram desenvolvidos ao longo dos anos, incluindo simulação gaussiana truncada (Matheron *et al.*, 1987), simulação fractal (Hewett, 1986), simulação espectral (Pardo-Iguzquiza e Dowd, 2003), simulação não estacionária (Dimitrakopoulos, 1990), simulação booleana (Damsleth *et al.*, 1992), simulação de campo de probabilidade (Srivastava, 1992), simulação plurigaussiana truncada (Galli *et al.*, 1994) e algoritmos de simulações interativas (Lantuejoul, 1997). Os métodos mais comumente usados são discutidos por Dowd (1992), Gotway e Rutherford (1994), Srivastava (1994), Costa (1997) e Dimitrakopoulos (1998).

Desenvolvimentos recentes em técnicas de simulação condicional nas áreas de ciências da terra têm focado em métodos de reprodução de saturação de múltiplos pontos, tais como redes neurais (Deutsch, 1992; Dowd e Sarac, 1994; Caers e Journel, 1998), orientações empíricas (Guardiano e Srivastava, 1993; Strebelle, 2001), além da geração de múltiplas realizações para aplicações práticas de mineração, por exemplo, por simulação direta de blocos (Godoy, 2002).

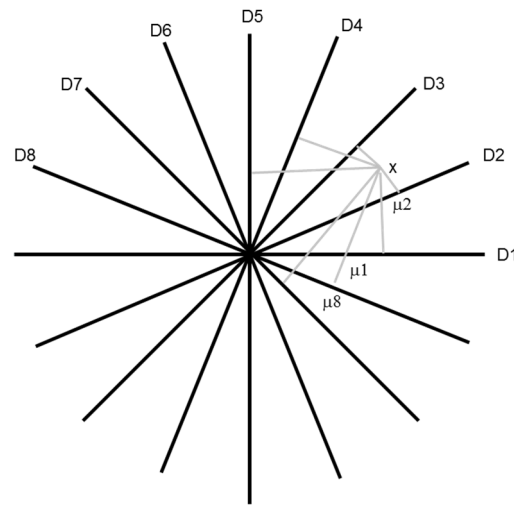
Na seção seguinte, o método de simulação por Bandas Rotativas, utilizado para gerar os cenários de teores nesta tese, será descrito com mais detalhes. Essa técnica foi escolhida para refletir aquelas comumente usadas na indústria mineira e fornecer modelos de incerteza de teores com características variáveis de conectividade espacial e aplicá-los à otimização do planejamento de curto prazo.

2.1.1 Simulação por Bandas Rotativas

O método de simulação por Bandas Rotativas foi primeiramente utilizado por Chentsov (1957), no caso especial para funções aleatórias brownianas. O desenvolvimento para as simulações foi devido a Matheron (1973) e consiste na adição de um grande número de simulações independentes definidas por linhas varrendo o plano. O valor da simulação no ponto x do plano é a soma dos valores assumidos nas projeções de x nas diferentes linhas por meio das simulações unidimensionais correspondentes (Chilés e Delfiner, 1999).

Considerando um sistema de n_D linhas (bandas) varrendo o plano regularmente a partir da origem no espaço (Figura 4), o ângulo entre duas linhas adjacentes será π/n_D , apresentado da seguinte maneira:

Figura 4 – O princípio das Bandas Rotativas em 2D



Fonte: Chilès e Delfiner, 1999.

Onde,

- $\theta_t \in [0, \pi[$ é o ângulo da linha D_t com o eixo x ;
- u_t é o vetor unidade de D_t com os componentes $\cos\theta_t$ e $\sin\theta_t$;
- q_t é a abscissa em D_t centrada na origem.

Simulações não condicionais independentes $Q_t(q_t)$ com média zero e com covariância $C_l(h)$ são associadas às linhas D_t . Considerando um ponto $x = (x,y)$ no plano, a sua projeção em D_t é um ponto com abscissa:

$$q_t = (x, u_t) = x \cos\theta_t + y \sin\theta_t \quad (1)$$

Então, a simulação no ponto x será definida por:

$$Q(x) = \frac{1}{\sqrt{n_D}} \sum_{t=1}^{n_D} Q_t(q_t) \quad (2)$$

Com as simulações elementares sendo independentes e com a mesma covariância $C^l(h)$, a covariância generalizada de $Q(x)$ é definida como:

$$C_2(h) = \frac{1}{n_D} \sum_{t=1}^{n_D} C_1((h, u_t)) \quad (3)$$

A simulação em cada linha é considerada não condicional para os valores de uma função aleatória em \mathbb{R}^1 com uma determinada covariância. Alguns algoritmos para simular valores em uma dada linha respeitando o modelo de covariância são apresentados por Lantuéjoul (2002).

De maneira geral, o algoritmo para aplicar o método de Bandas Rotativas é apresentado a seguir:

- (i) gerar n direções independentes $\theta_1, \dots, \theta_n$ (Figura 4);
- (ii) traçar uma perpendicular de uma linha (banda) simulada até o ponto x ;
- (iii) todas as realizações devem ter a mesma covariância $C_I(h)$;
- (iv) gerar n processos estocásticos independentes q_1, \dots, q_n de funções de covariâncias respectivas $C_{\theta_1}, \dots, C_{\theta_n}$ e obter o valor $q_n(x_n, \theta_n)$ em cada banda;
- (v) obter o valor simulado em x de acordo com a Equação 2.

2.1.2 Escolha do método de simulação

De acordo com Ravenscroft (1993), Myers (1996), Goovaerts (1998), Coombes *et al.* (2000) e Peroni (2002), alguns aspectos devem ser considerados para a escolha do método mais adequado de simulação a ser aplicado:

- (i) simplicidade do algoritmo matemático e facilidade de entendimento dos conceitos;
- (ii) facilidade de implementação computacional, portabilidade, crescente desenvolvimento e suporte por especialistas;
- (iii) robustez da técnica, o que significa sensibilidade às mudanças em parâmetros e grau de reprodutibilidade;
- (iv) velocidade de processamento do algoritmo;
- (v) tamanho dos modelos simulados – capacidade de criar um grande número de pontos (nós simulados) para contemplar depósitos inteiros com grid de teores;
- (vi) capacidade de gerar múltiplas simulações em paralelo.

A revisão de alguns métodos de simulação geoestatística, descritos anteriormente, é importante para a modelagem da incerteza geológica (variabilidade dos teores). Esta, por sua

vez, servirá de base para inferências no processo de definição dos limites de escavação, bem como da seleção dos blocos que deverão ser lavrados no horizonte de curto prazo.

A seleção do algoritmo a ser utilizado depende essencialmente da aplicabilidade e da confiabilidade dos resultados da metodologia empregada. Apesar da literatura apresentar diversas técnicas, apenas o algoritmo de Bandas Rotativas será empregado neste estudo.

A seção a seguir disserta sobre uma visão geral do planejamento de lavra, considerando as diferenças entre os planejamentos de longo e de curto prazos, e, ainda, discute técnicas de otimização de planejamento de lavra aplicado ao horizonte de curto prazo.

2.2 PLANEJAMENTO DE LAVRA: VISÃO GERAL

Embora o planejamento de lavra, no seu conceito, seja essencialmente o mesmo para todo o empreendimento mineiro, ele possui características distintas que resultam de sua dependência específica para cada recurso mineral lavrado. A partir do início das operações de lavra, o conhecimento do depósito é gradualmente enriquecido à medida que mais informações são incorporadas pelas atividades em andamento associadas ao ciclo de mineração. O produto final do processo de planejamento da lavra é um plano de negócios para lavar o depósito, desde a abertura até o seu fechamento. O plano de negócios inclui um plano de lavra, que pode ser simplificado pelo cronograma de produção indicando a origem e o destino de diferentes materiais, com suas respectivas qualidades, a serem extraídas do depósito (Camus, 2002).

Nesse caso, o planejamento de lavra pode ser definido como o processo de otimização da extração de reservas minerais a fim de maximizar o valor agregado alinhado com as metas e os objetivos estratégicos do empreendimento. O conjunto complexo de atividades associadas a esse processo tem como objetivo identificar o melhor projeto de produção possível e o planejamento de lavra considerando, entre outros, investimentos de capital, custo operacional, previsão de receita e gerenciamento de fluxos de caixa da operação de mineração. Todo esse processo de planejamento e otimização pode ser considerado como um componente crítico para os aspectos financeiros dos empreendimentos (Dimitrakopoulos *et al.*, 2002).

Tradicionalmente, a atividade de planejamento de lavra é dividida em etapas, de acordo com o nível de detalhamento da análise ou com o escopo de tempo ao qual a decisão de planejamento se aplica. No entanto, uma classificação mais prática é baseada na distinção entre o planejamento estratégico de lavra e o planejamento tático de lavra. Nas minas em operação, o escopo do planejamento estratégico de lavra está relacionado às revisões contínuas dos planos de médio e longo prazos, definindo qual a melhor estratégia a ser adotada e o que é essencial

para manter uma base atualizada que determine o futuro da operação. Não há uma delimitação temporal específica para o desenvolvimento dos projetos de planejamento de médio e longo prazos, variando para cada tipo de bem mineral, cada companhia de mineração ou mesmo cada mina, considerando, para isso, a complexidade das variáveis utilizadas no detalhamento dos planos. Na prática, observa-se uma rotina de planejamento que estabeleça o intervalo de detalhamento variando de dois a cinco anos para os horizontes de médio prazo e acima de cinco anos até a exaustão das reservas para os horizontes de longo prazo. O planejamento tático de lavra, por outro lado, engloba as atividades de planejamento que visa ao atendimento dos planos de produção em um horizonte de menor prazo. Nas minas em operação, o escopo de planejamento inclui a revisão contínua de planos de produção de curto prazo com o objetivo de incorporar as novas informações coletadas. O planejamento tático de lavra também lida com a preparação de orçamentos; direcionamento dos equipamentos e programação de produção, em base mensal, semanal e diária; controle de teores ou de qualidade; entre outras atividades rotineiras (Camus, 2002).

Conforme a operação de lavra progride, as premissas do planejamento inicial são refinadas. Melhorias na qualidade e na quantidade dos dados disponíveis podem contribuir para a redução da incerteza associada ao plano da lavra, mas não a eliminam completamente. Em todas as etapas do processo – desde o trabalho conceitual, a pré-viabilidade inicial, o projeto de viabilidade até o planejamento detalhado de longo e curto prazos –, a avaliação de múltiplos cenários de planejamento e a análise de sensibilidade dos parâmetros de entrada são fundamentais para o sucesso do empreendimento mineiro. O produto final deve ser um plano suficientemente robusto para permanecer economicamente atraente sob uma gama de variações das premissas assumidas desde a etapa inicial de projeto até o seu fechamento (Thorley, 2012).

Esta tese concentra-se na etapa de planejamento de curto prazo e propõe a construção de modelos de incerteza de teores para captura da variabilidade local e tomada de decisão em relação à sequência dos blocos de minério que serão lavrados.

2.2.1 Planejamento de curto prazo versus planejamento de longo prazo

Os planejamentos de curto e longo prazos diferem-se em várias dimensões críticas, as quais incluem: (i) o tipo de modelo de blocos usado como entrada para o processo de planejamento; (ii) a discretização do tempo (períodos semanais, mensais ou trimestrais versus horizontes anuais, quinquenais ou até a exaustão da reserva); (iii) as premissas e o número de

objetivos a serem otimizados; (iv) as restrições que devem ser consideradas durante a otimização; e (v) o nível de detalhe com o qual as operações de lavra são modeladas (Blom *et al.*, 2018).

Segundo Rossi e Deutsch (2013), modelos de longo prazo baseiam-se em sondagens amplamente espaçadas, que serão gradualmente executadas ao longo do avanço do projeto. Na maioria dos casos, os modelos de longo prazo são atualizados anualmente com informações coletadas a partir de novos furos de sondagem. Mesmo com a evolução da lavra e a adição de um maior número de informações, permitindo maior conhecimento do comportamento da mineralização, previsões mais precisas no curto prazo, muitas vezes, são necessárias para o adequado direcionamento da lavra. Dessa forma, devido à dinâmica do funcionamento do planejamento de lavra, os modelos de longo prazo tornam-se rapidamente obsoletos e com baixa aderência à realidade para seu uso no horizonte de curto prazo. Ainda dentro desse contexto, os modelos de longo prazo são confeccionados para fornecer estimativas globais com precisões aceitáveis. As estimativas globais são estabelecidas para corresponder aos volumes equivalentes a um ano ou período maior de lavra. Portanto, não capturam a real variabilidade requerida em um horizonte de curto prazo, ou mesmo para um volume relativamente pequeno considerado na etapa de controle de teores e posterior operação.

Rossi e Deutsch (2013) definem que modelos de curto e médio prazos podem sofrer grandes variações de uma companhia de mineração para a outra, e também a partir de uma área geográfica à outra. Em muitos casos, esse período pode significar um volume equivalente de um a seis meses de produção, embora dependa do tipo de mineração associada. Na prática, para a construção dos modelos de curto prazo, uma amostragem proveniente dos furos de desmonte de rocha com uso de explosivos fornece uma fonte adicional de informação sobre a variabilidade local dos teores. A malha do desmonte serve como uma densa malha amostral, na qual as amostras são coletadas durante a execução dos furos, por meio de coletores adaptados às perfuratrizes. Quanto mais densas forem essas malhas, espera-se maior acuracidade nas previsões a respeito da recuperação nos avanços de lavra. Abzalov *et al.* (2010) observaram que as diferentes qualidades de dados e as distribuições espaciais das amostras podem levar aos erros na etapa de controle de teores. Assim, todos os dados utilizados durante a geração do modelo de estimativa de curto prazo devem apresentar padrões de qualidades adequados. Dominy *et al.* (2010) apontam, ainda, que o mapeamento e a amostragem geológica efetiva aumentam o desempenho da classificação do bloco em minério e estéril, de tal forma que a diluição é minimizada e a recuperação do processo, maximizada. Em resumo, para gerar um modelo de curto prazo com parâmetros representativos, a amostragem deve ser cuidadosamente

gerenciada utilizando o mesmo protocolo de amostragem para cada furo analisado. O conjunto de dados derivado dos furos de sondagem contém todas as informações relativas a teores, tipos de minerais, zonas e geologia. Esses dados podem auxiliar na construção dos modelos de curto prazo.

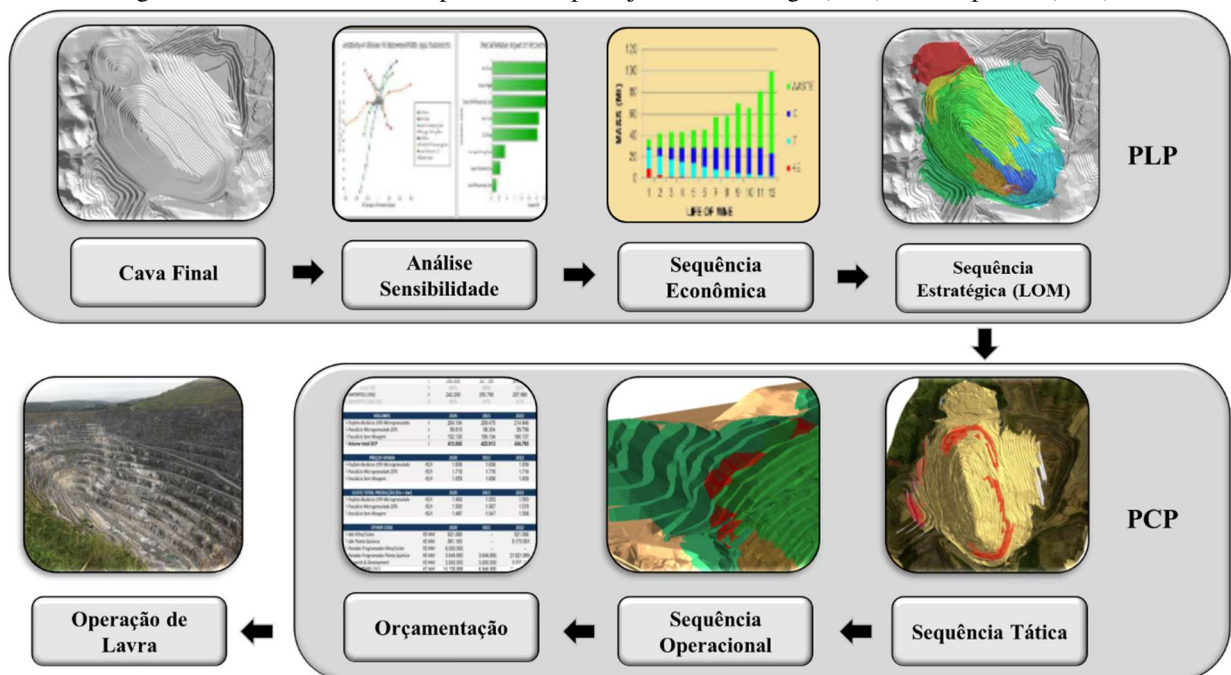
Blom *et al.* (2018) citam as decisões que determinam os custos de lavra e beneficiamento associados ao projeto, restrições físicas para lavra que interferem nos investimentos correntes, dimensionamento da frota, porte dos equipamentos, capacidade da planta e disponibilidades físicas, em geral, são definidas em horizontes de médio e longo prazos. Com base nos modelos de planejamento de longo prazo, selecionam-se subconjuntos de blocos a serem extraídos durante cada ano da vida útil de uma mina, de modo que o valor presente líquido (VPL) seja maximizado. Cada bloco produz um valor econômico (positivo ou negativo) dependendo do local ou do período em que forem extraídos. Tipicamente, os blocos são agregados em unidades maiores para fins de planejamento de longo prazo com vistas a garantir que os modelos construídos – muitas vezes utilizando Programação Inteira Mista (MIP) – possam ser resolvidos em tempo razoável. As decisões de investimentos de capital – como a introdução de uma nova fábrica ou de transportadores de correia, ou mudança no porte dos equipamentos de lavra – também são consideradas no cenário de longo prazo.

Desde a pesquisa pioneira de Lerchs e Grossmann (1965) sobre a otimização do projeto de planejamento de minas, vários problemas de otimização foram abordados na área de mineração a céu aberto, sobretudo no horizonte de longo prazo. Nos anos recentes, observa-se um significativo progresso na otimização estratégica de longo prazo, considerando a incorporação de aspectos mais complexos de mineração (Hoerger *et al.*, 1999; Peroni, 2002; Stone *et al.*, 2007; Whittle, 2010a, 2010b; Peevers e Whittle, 2013) e, mais recentemente, a incerteza geológica (Dimitrakopoulos, 2011; Diedrich, 2012; Capponi, 2012; Montiel e Dimitrakopoulos, 2015; Mello, 2015; Cherchenevski, 2015; Goodfellow e Dimitrakopoulos, 2016; Montiel *et al.*, 2016; Fontoura, 2017). Além destes, outros autores – como Caccetta (2007), Osanloo *et al.* (2008), Newman *et al.* (2010), Lambert *et al.* (2014) e Musingwini (2016) – apresentam trabalhos que consideram os desafios e as técnicas de solução existentes no contexto de planejamento de longo prazo para minas a céu aberto e subterrâneas. Lambert *et al.* (2014) apresentam formulações de uma série de problemas de planejamento de longo prazo definindo limites de cava final para melhorar os problemas de sequenciamento da lavra. Espinoza *et al.* (2012) apresentam uma biblioteca de conjuntos de dados (MineLib) adequada para avaliar técnicas que resolvam problemas de limite de cava final e sequenciamento estratégico de lavra.

Por outro lado, a prática de otimização requerida no longo prazo difere da otimização realizada no curto prazo, que, embora seja executada em regiões mais restritas, incorpora uma série de exigências adicionais. Entre as condicionantes estão a estacionarização dos teores que alimentam a planta de beneficiamento, o plano de lavra interligado ao sistema de despacho, a definição de posicionamento de equipamentos nos avanços de lavra, as restrições operacionais que impactam um horizonte de menor prazo, entre outras. Além disso, para períodos semanais ou quinzenais, o minério planejado deverá estar exposto ou com uma relação estéril/minério (REM) mínima suficiente a ponto de considerar os blocos disponíveis para lavra dentro da necessidade de atendimento às especificações da planta de beneficiamento, bem como com capacidade da frota para retirada de estéril nas regiões apontadas no plano.

A Figura 5 apresenta um diagrama esquemático das etapas de planejamento de lavra de longo e curto prazos utilizadas, tradicionalmente, na indústria mineral.

Figura 5 – Fluxo resumido do processo de planejamento de longo (PLP) e curto prazos (PCP)



Fonte: Elaboração própria do autor.

A próxima etapa concentra esforços na revisão do estado da arte de técnicas de otimização aplicadas ao planejamento de curto prazo para minas a céu aberto, considerando uma classificação temporal que estende-se por uma semana, passando por um período mensal, até um horizonte menor do que dois anos. Pesquisas relacionadas ao planejamento turno a turno ou dia a dia, seleção, tamanhos ou configurações de equipamentos, bem como sistemas de despacho de caminhões, estão fora do escopo desta revisão.

2.2.2 Técnicas de otimização de planejamento de curto prazo

Similar aos objetivos globais associados aos processos utilizados no horizonte de longo prazo, a otimização da programação de produção de lavra de curto prazo define a melhor sequência de extração e alocação do destino do material a ser lavrado ao longo de um horizonte de tempo (Quigley, 2016). Conforme descrito anteriormente, os fatores principais definidos nesta etapa do processo de planejamento estão associados à escala de tempo em que a otimização é realizada, bem como aos objetivos específicos considerados. Escalas de tempo mais curtas – geralmente exigidas no detalhamento dos planos de curto prazo – não consideram como um risco a necessidade de geração de fluxos de caixa descontados, os otimizadores de curto prazo são motivados por um conjunto de objetivos distintos. Os programadores de longo prazo otimizam as tonelagens anuais e os fluxos de caixa descontados considerando, na maioria dos casos, as capacidades fixas de lavra e beneficiamento. Por outro lado, os sequenciamentos de lavra de curto prazo tendem a priorizar as massas, a estacionarização dos teores e a sua aderência em horizontes mensais, semanais ou diários, considerando decisões operacionais mais fragmentadas e restritas às condições existentes. Em muitos casos, a otimização das estratégias operacionais utiliza uma gama de informações existentes, tais como: número de avanços que serão necessários para atendimento da qualidade do minério alimentado na planta; critérios de blendagem; detalhamento do plano de movimentação de um equipamento de carga; disponibilidade de equipamentos de perfuração e desmonte; produtividade e combinação de unidades de carregamento e transporte; restrições físicas de curto prazo, chegando a detalhes como acessos mais refinado aos equipamentos; entre outros.

A ideia básica das etapas que seguem é demonstrar os métodos convencionais de otimização aplicados na indústria e, posteriormente, dissertar sobre os métodos de planejamento estocástico utilizando modelos de incerteza.

2.2.2.1 Métodos convencionais de otimização de planejamento curto prazo

Embora não tão bem estudados quanto no planejamento de longo prazo, os problemas de otimização de planejamento de lavra de curto prazo têm ganhado maior atenção nos últimos anos, dado o valor substancial que pode ser adicionado, garantindo uma produção consistente, minimizando os custos operacionais e proporcionando estabilidade de alimentação na usina. Todo projeto de mineração é único no sentido de que uma ampla variedade de aspectos

operacionais diferentes pode ser considerada crítica em uma mina e eventualmente negligenciada em outra. Como o planejamento de curto prazo, em geral, precede imediatamente as operações de lavra, os objetivos principais nas abordagens de otimização de curto prazo também podem variar. Normalmente, a extensão do material que deverá ser lavrado considerado na otimização de curto prazo é derivada do plano de longo prazo realizado preliminarmente, e esse material também é representado por blocos de lavra.

Wilke e Reimer (1977) desenvolveram um modelo de programação linear (PL) para um planejamento de curto prazo que maximiza o lucro enquanto fornece material que satisfaça a capacidade de lavra e a qualidade requerida na etapa de beneficiamento. Fytas (1985) também elaborou uma formulação utilizando PL para otimizar o planejamento de curto prazo de uma mina de minério de ferro que é limitada pela quantidade de minério produzido, pela taxa de retirada de estéril e pelos requisitos de qualidade na blendagem de múltiplas espécies químicas em cada período. Essas aplicações anteriores de PL são relativamente pequenas, nas quais os subproblemas consistem em um ou dois períodos e são resolvidos sequencialmente com os blocos agrupados em poligonais de bancadas de lavra para limitar o número de variáveis de decisão. Um ponto importante é que esses métodos contam com a representação contínua de decisões de lavra que os autores declaram inviáveis em termos de atividade de mineração. Essas duas desvantagens são resultado da capacidade computacional requerida no momento desses estudos.

Durante a evolução dos métodos de otimização, a programação inteira mista (MIP) foi considerada mais apropriada para resolver problemas de planejamento de lavra, uma vez que a precedência de extração de blocos resultante é viável e implementável. Blom *et al.* (2018) apresentam o estado da arte do planejamento de curto prazo, citando que os modernos métodos de otimização de planejamento de minas de curto prazo são predominantemente baseados MIP. Esses métodos variam em termos de nível de detalhe com o qual as operações de mineração são modeladas e as atividades programadas. Smith (1998) desenvolve uma formulação de MIP no horizonte de curto prazo, que maximiza a produção de minério cumprindo com os requisitos blendagem de teores. O autor aplica a formulação a um pequeno estudo de bancada de período único usando um pacote de solução comercial. Sugestões são feitas sobre como reduzir o tamanho do problema com vistas a minimizar o tempo de resolução. O autor conclui que a principal desvantagem da abordagem é a capacidade computacional necessária para solucionar um número elevado de variáveis binárias, dadas as aplicações de modelos de blocos cobrindo áreas maiores e considerando vários períodos.

Weintraub, Pereira e Schultz (2008) propuseram um processo de MIP considerando a junção de dois estágios. A primeira etapa identificou grupos de blocos semelhantes, e a segunda etapa maximizou o fator de agregação para garantir a capacidade de mineração. No entanto, as comparações matemáticas aos métodos tradicionais não foram fornecidas.

Ben-Awuah e Askari-Nasab (2011) resolveram o problema do limite de escavação usando a Programação Meta de Objetivos Inteiros, na qual as equações de objetivo atuam como restrições rígidas para a tonelagem em cada período. Eivazy e Askari-Nasab (2012) propuseram uma formulação de programação inteira mista para otimizar um problema de planejamento de lavra de curto prazo. Os autores incorporam aspectos operacionais mais complexos, tais como: destinos de blocos variáveis para evitar o uso de um teor de corte previamente definido, capacidade de recuperar material de um estoque fixo a fim de satisfazer requisitos de blendagem desse material e opções de posicionamento de rampas de acesso para minimizar o custo de transporte. Para facilitar essas variáveis de decisão adicionadas, os autores reduzem o tamanho do problema agregando blocos em unidades de sequenciamento maiores considerando o teor médio dos blocos, como uma analogia ao processo de definição de *push backs* apresentada no longo prazo. A solução ótima é gerada usando um *solver* comercial, e os resultados mostram que o otimizador é capaz de fornecer quantidades mensais consistentes, dentro dos limites de classificação, para cada um dos destinos de processamento.

Yavarzadeh, Abodallheisharif e Neishabouri (2014) implementaram um método programação linear inteira mista (MILP) que integrou a direção de lavra e a otimização de vários períodos. O método foi baseado na determinação de “faces livres” que define os blocos acessíveis pela mina. Além disso, a abordagem garante as metas de tonelagem e classificação para cada período.

Os métodos descritos anteriormente são o que Alarie e Gamache (2002) definem como o estágio superior da otimização comum de várias etapas do planejamento de curto prazo. Nessa estrutura, o estágio superior gera um sequenciamento de lavra satisfazendo as restrições de combinação e capacidade, que, então, impõe as metas para a otimização de um estágio inferior, que aprimora o plano de despacho para a frota de equipamentos. Métodos mais recentes tentam otimizar simultaneamente essas decisões de programação da frota para gerar soluções mais robustas. L’Heureux *et al.* (2013) incorporam o sequenciamento de atividades de produção – como perfuração, desmonte e extração – em sua formulação utilizando MIP, juntamente com uma otimização de movimento dos equipamentos de carga. Os autores definiram as diferentes unidades espaciais do modelo: as áreas são regiões que qualificam os movimentos longos dos equipamentos; as faces, um pequeno agrupamento de blocos que atuam como unidades de

programação; e os *clusters*, agrupamentos de faces que podem ser disponibilizados por meio de uma programação de desmonte com uso de explosivos. A formulação garante que uma máquina de carga deve ser relocada em uma face antes que o material possa ser extraído, e os movimentos das máquinas de carga são penalizados na função-objetivo. A abordagem proposta é testada por meio de um aplicativo composto por 200 blocos em 90 períodos diários. Os autores consideraram como restrição as limitações computacionais utilizando *solvers* comerciais e fazem modificações na formulação para reduzir o tempo de resolução. Reduções substanciais no tempo de execução são alcançadas, mas os autores concluem que os solucionadores heurísticos oferecem uma opção mais atraente para resolver aplicações de tamanhos realistas.

Na indústria mineral, uma variedade de métodos heurísticos foram aplicados na solução de problemas de otimização de planejamento da lavra no horizonte de curto prazo. Busnach, Mehrez e Sinuany-Stern (1985) geraram um algoritmo heurístico que utilizou classificação binária e punições de agrupamento bloco a bloco para aproximar uma solução ótima em uma mina de fosfato.

Gershon (1983) propõe uma metodologia similar envolvendo a capacidade de explorar parcialmente os blocos e usar limites predefinidos como entrada para a otimização. Allard, Armstrong e Kleingeld (1994) propuseram o uso de operadores morfológicos para encontrar limites de escavação viáveis. Assim, um índice de conectividade poderia ser estabelecido, e o critério de escavação desses componentes, encontrado por meio de simulação, combinado com um operador morfológico adequado. O processamento da imagem foi indicado como uma área de pesquisa para resolver o problema do limite de escavação. Nesse estudo de caso, os autores observaram que os dois casos morfológicos geraram melhor poder de classificação do que as simulações geoestatísticas e foram mais aplicáveis.

Richmond e Beaseley (2004) desenvolveram um modelo multiobjetivo que maximiza o retorno e minimiza o risco financeiro, governado por um fator de ponderação e resolvido por uma heurística de busca local para otimização de lavra a céu aberto, de tal forma que as perdas de minério e diluição são incorporadas ao cenário de lavra.

Em outro trabalho, Richmond e Beasley (2004) geraram um algoritmo de cone flutuante bidimensional que pesquisou a solução sobrepondo um elipsoide de pesquisa ao modelo de bloco. Esse elipsoide de busca foi definido com base nas dimensões do equipamento de mineração, que estabelece o limite de uma janela específica para otimização do lucro. Essa metodologia, essencialmente, redefiniu o problema dos limites de escavação como um problema bidimensional de *pushback* de lavra, usando um algoritmo de busca heurística bem conhecido que garantiu a capacidade de lavra. Nesse caso, o agrupamento se divide em duas

categorias principais: o agrupamento particional, que classifica um grande número de blocos em um *cluster* lavrável cada vez menor; e o agrupamento hierárquico, que se inicia com blocos individuais e cria *clusters* que aumentam de tamanho até que uma solução estável seja atingida.

Além da heurística para solução de problemas de otimização, os algoritmos meta-heurísticos tem ganhado espaço no cenário de planejamento de lavra. A lógica de otimização consiste em uma aproximação de uma solução usando alguma variação de um algoritmo de decisão. A principal diferença entre heurísticas e meta-heurísticas é a metodologia de aceitação para mudanças. Os algoritmos meta-heurísticos quantificam o valor de uma mudança e baseiam-se na melhoria relativa, que considera a probabilidade de aceitação. Essa probabilidade pode ser diferente de zero para alterações negativas no valor, o que permite que o procedimento aceite alterações que piorem a solução atual, mas possibilita que o algoritmo pesquise o espaço da solução de forma mais abrangente.

Kumral e Dowd (2002) desenvolveram uma meta-heurística de multiobjetivo utilizando simulação *annealing* (SA) para otimizar um problema de planejamento de lavra de curto prazo em um depósito de minério de ferro. Nessa abordagem, uma solução quase-ótima é derivada da parametrização de Lagrange usando SA. Os diferentes objetivos são: satisfazer a tonelagem total e a de minério extraído, minimizar os desvios de qualidade para dois elementos e a variação dos teores entre os blocos para dois elementos estudados. Nessa abordagem, o critério de aceitação de perturbações não é uma simples decisão binária, pois uma solução candidata pode melhorar um objetivo e deteriorar outro. A priorização desses objetivos está sujeita a vieses, e os autores geram mais de 250 soluções de maneira relativamente rápida e selecionaram os cinco melhores manualmente. Essa abordagem específica depende de uma quantidade significativa de subjetividade e é incapaz de fornecer um cronograma de produção otimizado. Além disso, essa abordagem não considera restrições de curto prazo mais pertinentes, tais como posicionamento e movimentação de equipamentos de carga e transporte.

Mousavi *et al.* (2016) desenvolveram um sequenciador de curto prazo que otimiza simultaneamente a sequência de extração de bloco e as decisões de destino, incorporando decisões de recuperação de estoques de teores fixos e restrições mais abrangentes de acesso aos blocos. As soluções são geradas usando uma heurística híbrida composta por simulação *annealing*, *Branch and Bound* (B&B) e uma pesquisa de vizinhança (LNS). Os autores dão três razões que enfatizam a importância do sequenciamento no nível do bloco, em oposição ao uso de unidades agregadas maiores: (i) ao usar blocos agregados, pode haver uma redução na flexibilidade de encontrar uma solução relacionada às condições de lavra, levando a resultados abaixo do ideal, uma vez que os algoritmos de agrupamento previamente processados

geralmente não possuem uma sofisticação adequada; (ii) calcular a média dos teores dos blocos por meio da agregação intensifica o efeito de suavização da classe e suprime a presença de variabilidade de teores exigida na etapa de curto prazo; (iii) quando os planejamentos otimizados usando unidades agregadas são avaliados no nível do bloco, as soluções são frequentemente inviáveis no contexto original do problema. Os autores testaram o método proposto em várias instâncias de problemas, sendo a maior delas composta por 2.500 blocos, seis destinos e 12 períodos. A consistência do método heurístico compete com o desempenho de ferramentas comerciais em termos de qualidade. Além disso, soluções são geradas para instâncias consideradas muito grandes para o *solver* comercial. Os autores são bem-sucedidos no desenvolvimento de um modelo abrangente que otimiza de forma eficiente os planejamentos de lavra de curto prazo na escala de blocos. No entanto, essa formulação não incorpora diretamente um plano otimizado de movimentação dos equipamentos de carga nem a disponibilidade ou a produtividade da frota dos equipamentos de transporte.

Em outro trabalho, Mousavi *et al.* (2016a) apresentaram e compararam três meta-heurísticas – simulação *annealing*, busca tabu (BT) e um híbrido das duas – aplicadas ao planejamento de curto prazo com atribuição de equipamentos, opções de processamento e estoque. Uma modelagem utilizando MIP do problema é definida, com variáveis binárias indicando se um bloco b é extraído por um equipamento i no período t e enviado para o destino d (a estoque ou opção de processamento). O objetivo é minimizar os custos operacionais (transferência adicional de massas e manutenção de custos associados ao estoques intermediários), respeitando os limites inferiores e superiores da qualidade de produção. Cada meta-heurística usa busca de vizinhança com o limite de uma solução definida em termos de “tempo” e operadores de movimentação de “destino”. Dada uma solução s , um movimento de “hora” muda o período em que um bloco é extraído em s . Esse operador é projetado para determinar a lavra de blocos adequados ao beneficiamento em períodos nos quais existe capacidade de processamento disponível (reduzindo o número de blocos processáveis que são armazenados) e adiar o armazenamento de material para períodos posteriores. Um movimento de “destino” muda os rumos para os quais os blocos são enviados. Para cada período de tempo, um algoritmo utilizando MIP é resolvido para selecionar novos destinos para cada um dos blocos lavrados. O objetivo desse MIP é maximizar o processamento da mina e minimizar estoques intermediários até o envio à planta de beneficiamento. O híbrido de simulação *annealing*/busca tabu aplica BT (mantendo um histórico de pesquisa), impedindo uma solução encontrada anteriormente e priorizando a exploração do espaço de pesquisa ao selecionar novas soluções incorporando alguns conceitos de SA, permitindo, ainda, movimentos em soluções

inferiores para evitar ótimo local. Descobriu-se que esse método híbrido produz soluções superiores, dadas as instâncias de problemas maiores (com 900 a 1.200 blocos, quatro a seis escavadeiras e seis períodos de tempo), encontrando soluções com melhoria na função-objetivo de até 4%.

Liu e Kozan (2012) aplicaram a pesquisa baseada em busca tabu e vizinhança para melhorar as soluções existentes em problema de planejamento de curto prazo com atribuição de equipamento. Essa abordagem considera o contexto de métodos multiestágios baseados em MIP e formulários, e, subsequentemente, combina cronogramas para cada equipamento em um processo iterativo. Em cada iteração, a meta-heurística de Liu e Ong (2004) e Liu *et al.* (2005) é aplicada para melhorar a qualidade desse programa combinado. Essa meta-heurística é definida com respeito a uma representação de um fluxo de *job-shop* do problema de planejamento e é independente ao domínio estudado.

Grande parte da literatura de planejamento de curto prazo, com exceção do trabalho sobre algoritmos de despacho de caminhões, concentra-se no planejamento de horizontes que abrangem de um a vários meses. Comparativamente, existem poucos trabalhos sobre as atividades que ocorrem nos ciclos de planejamento semanal e quinzenal. Planos nesses horizontes atribuem partes de blocos disponíveis a uma sequência de avanços, dos quais cada um é formado para uma especificação definida.

Norrena (2007) desenvolve técnicas para a construção dos limites de escavação denominadas de “semiautomáticas”. A técnica de seleção do limite de escavação tem a característica adicional de representar as limitações do equipamento de mineração. As técnicas são referidas como semiautomáticas porque o engenheiro de planejamento deve selecionar limites da escavação denominados de “base” ou “origem”. Os limites da poligonal, previamente selecionada, são alterados utilizando simulação *annealing* com o objetivo de minimizar as perdas de lavra de acordo com o porte dos equipamentos de escavação.

Os primeiros métodos para definição dos limites de escavação geravam polígonos dentro das regiões de minério a partir das informações diretas dos furos de sondagem, sem a realização de estimativa geoestatística ou simulação dos furos utilizados no desmonte de rocha. Norrena e Deutsch (2002) também enfatizaram que abordagens geométricas como triangulação ou polígonos apresentam limitações claras, tais como: ignoram o valor econômico do bloco, não acessam a incerteza dos teores lavrados e, ainda, não avaliam o impacto do tamanho do equipamento relacionado à perda e à diluição durante as operações de lavra.

Toledo (2018) propõe uma forma automática para desenhar polígonos de curto prazo utilizando AG e dinâmico a partir de múltiplas iterações em cada avanço de lavra contendo um

conjunto de blocos de minério, gerando regiões ou polígonos e selecionando as áreas de menor variabilidade de teores. As funções de distribuição de probabilidade dos teores de cada avanço são comparadas à função da distribuição de teores global do corpo de minério, para um período determinado. Os resultados mostram que os polígonos possuem distribuições semelhantes à de referência, então é possível sequenciar os blocos de forma operacional, garantindo o que é chamado de quase-estacionaridade dos parâmetros de lavra.

A seção seguinte apresenta conceitos de classificação de minério e estéril, e obtenção do benefício gerado em cada bloco a partir dos modelos de incerteza de teores simulados utilizados no planejamento estocástico de lavra.

2.2.2.2 Métodos estocásticos de otimização aplicados à incerteza geológica

Existem limitações associadas ao desempenho das técnicas determinísticas de otimização de planejamento de lavra, tradicionalmente aplicadas na indústria, causadas, em grande parte, pela falha dos modelos estimados em representar adequadamente a variabilidade espacial e a presença de valores extremos em depósitos minerais. Além disso, há a relação de não linearidade entre as variáveis de entrada e a função usada na otimização do sequenciamento da lavra, o que leva ao uso de técnicas de otimização estocástica estudadas por diversos autores. Esses efeitos adversos da otimização determinística são amplificados no planejamento de lavra de curto prazo por duas razões principais: (i) a maior complexidade operacional é geralmente incorporada no planejamento de curto prazo e, portanto, sistemas que englobam maior incerteza são introduzidos; e (ii) o maior número de informações de sondagem está disponível no curto prazo, o que tende a expor ainda mais a variabilidade geológica do que foi previamente observado com os dados de exploração. Por essas razões, parece lógico e necessário incorporar a incerteza geológica em modelos de planejamento de lavra no horizonte de curto prazo.

Isaaks (1990) e Glacken (1996) foram pioneiros na proposição de métodos baseados no uso de modelos estocásticos dos teores dos painéis para a seleção de blocos de lavra. Isaaks (1990) propôs a utilização de uma função de transferência baseada na teoria de funções de perda, que quantifica as perdas relativas aos cenários de classificação errônea dos blocos. E Glacken (1996) sugeriu uma variante que inclui os cenários de correta classificação e coeficientes de risco. Ambos conseguiram resultados superiores para classificação de blocos, se comparados àqueles obtidos com uso de modelos de teores gerados por krigagem, porém Glacken (1996) limitou-se a uma análise de seleção estéril/minério, não considerando a

possibilidade do uso de diversas classes de minério (múltiplos *cut offs*) ou estacionarização dos teores.

Inúmeros trabalhos foram desenvolvidos ao longo dos anos utilizando simulação estocástica para construção de modelos de incerteza e posterior definição dos limites de escavação aplicados ao planejamento de curto prazo: Srivastava *et al.*, 1992; Douglas *et al.*, 1994; Schofield *et al.*, 2001; Godoy, 1998; Deutsch, Magri e Norrena, 2000; e Shaw, Khosrowshahi e Gaze, 1999. Mais recentemente, alicerçada à evolução dos recursos computacionais, essa motivação tem se renovado na busca de soluções que aprimorem os métodos que combinam a incerteza geológica associada aos diversos cenários gerados no planejamento de lavra de curto prazo.

Dimitrakopoulos e Jewbali (2013) incorporaram incerteza de teores para um horizonte de longo e curto prazos em um modelo de sequenciamento da lavra de curto prazo. Os autores propõem uma abordagem em vários estágios para atualizar o modelo geológico e otimizar o sequenciamento de produção. No primeiro estágio, uma alta densidade de informações é utilizada para simulação do modelo de curto prazo usando dados de controle de teores incluindo informações de exploração e furos para desmonte de rocha com uso de explosivos em áreas anteriormente mineradas. O segundo estágio atualiza os modelos de simulação preexistentes com as simulações de controle de teores do estágio anterior, usando uma técnica conhecida como simulação condicional por resíduos sucessivos (CSSR) (Vargas-Guzmán e Dimitrakopoulos, 2002). O terceiro e último estágio da metodologia proposta realiza a otimização estocástica do sequenciamento de lavra de curto prazo, usando o modelo de curto prazo atualizado no segundo estágio do processo. Um modelo MIP – que maximiza o VPL esperado e minimiza os desvios das metas de produção – é utilizado. Os autores aplicam essa abordagem em várias etapas de planejamento para uma grande mina de ouro, na qual dois sequenciamentos de lavra estocásticos são gerados em uma escala trimestral: uma usando a simulação condicional com base nos dados de exploração e a outra, os modelos de curto prazo atualizados pelas técnicas de simulação condicional por resíduos. Os resultados mostram que a última abordagem estocástica adiciona 36% a mais de massa e um aumento de 70% no VPL aos planos, quando comparado ao sequenciamento existente da mina. Além disso, a abordagem estocástica usando os modelos atualizados gera um aumento de 1,6% do VPL sobre a abordagem estocástica usando os modelos originalmente simulados. Os autores enfatizam que os programas de curto prazo normalmente se desviam das diretrizes definidas pelos planos de longo prazo devido à disponibilidade de novas informações das características do corpo, não

disponíveis no momento de longo prazo. Além disso, é esperado que as programações de curto prazo se desviarão dos planos de longo prazo para atender às restrições de produção.

Abordagens alternativas que foram consideradas para a otimização estocástica no contexto de curto prazo incluem: projeção de políticas para adaptar os planos de lavra à medida que surgem novas informações (estimativas geológicas) (Paduraru e Dimitrakopoulos, 2017); otimização de portfólio (Osanloo e Rahmanpour, 2017) e opções reais (Li e Knights, 2009).

Paduraru e Dimitrakopoulos (2017) consideram como novas informações estimativas atualizadas sobre as características do material extraído, podendo ser integradas ao processo de planejamento de curto prazo conforme surjam. Essa integração é obtida por meio do uso de políticas flexíveis de curto prazo para atribuir destinos a blocos lavrados. Essas políticas são dependentes das regiões de lavra, características específicas que mapeiam essas regiões e premissas que deverão ser estabelecidas. Uma região, neste contexto, é um vetor numérico que descreve as características do bloco. Uma política seleciona um destino para o bloco que produz a “maior melhoria imediata no objetivo”, que, no estudo de caso examinado por Paduraru e Dimitrakopoulos (2017) captura os custos de receita e processamento para cada destino. À medida que novas estimativas se tornam disponíveis para o conteúdo de um bloco, uma nova região é formada, e a política de curto prazo reatribui um destino ao bloco. A otimização de portfólio determina o montante de dinheiro para investir em um conjunto de ativos de risco, com o objetivo de maximizar o retorno esperado.

Osanloo e Rahmanpour (2017) aplicam conceitos similares ao planejamento de curto prazo. Avanços de lavra são vistos como ativos de risco, cada um com um nível médio de retorno e risco, calculado com base em dados históricos ou simulação. O retorno, neste contexto, define as características geológicas dos avanços. Um planejamento de curto prazo define as quantidades de material extraído de cada avanço de lavra, representando a extensão do gasto em cada um desses ativos.

O planejamento estocástico pode ser considerado mais robusto do que os métodos convencionais, pois permite ao engenheiro de planejamento uma visão da incerteza associada aos planos definidos. As limitações da sua aplicabilidade em escala industrial relacionam-se: (i) à limitada capacidade de processamento computacional para a construção de múltiplos cenários em tempo reduzido; (ii) à falta de rotinas computacionais que suportem a construção de planos de lavra estocásticos no horizonte de curto prazo; (iii) aos critérios sólidos na escolha dos cenários apontados; e (iv) às técnicas de simulação estocástica ainda não amplamente dominadas ou aceitas pela indústria.

A próxima seção desta tese apresenta alguns conceitos de inteligência computacional aplicados na construção dos algoritmos de otimização para seleção dos blocos de lavra no horizonte de curto prazo. Ainda discute os conceitos dos algoritmos implementados na rotina matemática proposta.

2.3 INTELIGÊNCIA COMPUTACIONAL APLICADA À OTIMIZAÇÃO DE PLANEJAMENTO DE LAVRA

Na indústria mineral, engenheiros geralmente enfrentam problemas relacionados à tomada de decisão entre um conjunto de alternativas para lavrar uma determinada região. Em algumas situações, a melhor decisão é aquela que minimiza a perda ou maximiza o lucro, quantificada por uma função-objetivo global. Em grande parte das vezes, o conjunto de alternativas tem elevada complexidade, e uma decisão ótima não pode ser claramente identificada, porque existem inúmeros caminhos distintos, porque existem apenas diferenças sutis entre as alternativas, ou por ambas as razões.

De acordo com Souza (2005), muitos problemas práticos relacionados à tomada de decisão são modelados da seguinte forma: dado um conjunto S de variáveis discretas s (chamadas solução) e uma função-objetivo $f: S \leftarrow R$, que associa cada solução $s \in S$ a um valor real $f(s)$, encontre a solução $s^* \in S$, dita ótima, para a qual $f(s)$ é mínima.

Grande parte desses problemas são classificados na literatura como NP-difíceis, isto é, são problemas para os quais não existem algoritmos que os resolvam em tempo polinomial. Tais problemas são enquadrados como “problemas de otimização combinatória”.

Para citar um exemplo, similar a problemas encontrados no sequenciamento de lavra, é o conhecido Problema do Caixeiro Viajante (PCV). O PCV é descrito por um conjunto de n cidades e uma matriz de distâncias entre elas, tendo o seguinte objetivo: o caixeiro viajante deve sair de uma cidade chamada origem, visitar cada uma das restantes $n - 1$ cidades apenas uma única vez e retornar à cidade origem percorrendo a menor distância possível. Em outras palavras, deve ser encontrada uma rota fechada (ciclo hamiltoniano) de comprimento mínimo que passe exatamente uma única vez por cada cidade.

A dificuldade de solução do PCV está no número elevado de soluções existentes. Assumindo que a distância de uma cidade i à outra j seja simétrica, isto é, que $d_{ij} = d_{ji}$, o número total de rotas possíveis é $(n - 1)!/2$. Mesmo considerando os rápidos avanços tecnológicos dos computadores, uma enumeração completa de todas essas rotas é inconcebível para valores elevados de n . Para demonstrar a magnitude dos tempos envolvidos para a

resolução do PCV por enumeração, para $n = 20$, tem-se 6×10^{16} rotas possíveis. Dessa forma, um computador que avalia uma rota em cerca de 10^{-8} segundos gastaria 19 anos para encontrar a melhor rota.

É possível dar uma certa “inteligência” a um método de enumeração, utilizando, por exemplo, as técnicas *branch and bound* ou *branch and cut*, de forma a reduzir o número de soluções a analisar no espaço de busca. Com isso, pode ser possível resolver problemas de dimensões um pouco mais elevadas; entretanto, certamente haverá uma dimensão acima da qual os problemas tornam-se intratáveis computacionalmente.

Portanto, em questões dessa natureza, o uso de métodos exatos se torna bastante restrito. Por outro lado, na prática, em geral, é suficiente encontrar uma “boa” solução para o problema, ao invés do ótimo global, o qual somente pode ser encontrado após um considerável esforço computacional.

Esse é o motivo pelo qual pesquisadores têm concentrado esforços na utilização de heurística para solucionar problemas desse nível de complexidade. Definimos heurística como sendo uma técnica que procura boas soluções (próxima da otimalidade) a um custo computacional razoável, sem, no entanto, estar capacitada a garantir a otimalidade, bem como garantir quão próximo uma determinada solução está da solução ótima.

Segundo Souza (2005), o desafio é produzir, em tempo reduzido, soluções tão próximas quanto possível da solução ótima. Muitos esforços têm sido feitos nessa direção, e heurísticas muito eficientes foram desenvolvidas para diversos problemas. Entretanto, a maioria dessas heurísticas desenvolvidas é muito específica para um problema particular, não sendo eficiente, ou mesmo aplicável, na resolução de uma classe mais ampla de problemas.

Somente a partir da década de 1980, intensificaram-se os estudos no sentido de se desenvolver procedimentos heurísticos com uma certa estrutura teórica e com caráter mais geral, sem prejudicar a sua principal característica, que é a flexibilidade.

Essa meta tornou-se mais realista a partir da reunião de conceitos das áreas de Otimização e Inteligência Artificial, viabilizando a construção das chamadas “melhores estratégias” ou dos “métodos inteligentemente flexíveis”, comumente conhecidos como “meta-heurísticas”.

Esses métodos, situados em domínios teóricos, ainda pouco explorados pela literatura, possuem como características básicas estruturas com uma menor rigidez que as encontradas em métodos clássicos de otimização, sem, contudo, emergir em uma flexibilidade caótica.

Entre os procedimentos enquadrados como meta-heurísticas que surgiram ao longo das últimas décadas destacam-se: AGs, redes neurais, SA, BT, GRASP, VNS, Colônia de Formigas

etc. As duas primeiras meta-heurísticas fundamentam-se em analogias com processos naturais, sendo que os AGs são procedimentos inspirados em princípios da evolução natural. A SA explora uma possível analogia com a termodinâmica, enquanto a BT faz uso de uma memória flexível para tornar o processo de busca mais eficaz.

Na seção seguinte, o método de agrupamento de frentes de lavra que utiliza redes neurais de Kohonen SOM, implementado nesta tese, é descrito com mais detalhes. Ainda nesta seção, os conceitos de AGs são detalhados para melhor entendimento das técnicas de seleção dos blocos de lavra propostas. Ambos algoritmos de otimização foram utilizados na construção da rotina matemática de seleção dos blocos de minério aplicados no planejamento de curto prazo.

2.3.1 Técnicas de agrupamento (*cluster*)

Como discutido anteriormente, um dos principais obstáculos no uso de métodos de otimização aplicados ao planejamento de lavra a céu aberto está associado ao tamanho dos problemas reais encontrados na mineração, que formam, em muitos casos, um problema intratável de otimização. Uma das alternativas adotadas visa classificar e agrupar atributos que tenham alguma semelhança entre si, a fim de minimizar o esforço computacional na busca de soluções viáveis para o problema. Algumas dessas técnicas de agrupamento podem ser modeladas e resolvidas utilizando algoritmos matemáticos, porém a dificuldade está na quantidade de recursos e no tempo necessário para encontrar uma solução. O problema de agrupamento é comprovadamente NP-difícil (Gonzalez, 1982), e uma ampla variedade de algoritmos foi desenvolvida na literatura para tentar atingir soluções adequadas em períodos aceitáveis. Esses algoritmos geralmente são executados definindo-se uma medida de similaridade ou dissimilaridade entre os objetos. Essas técnicas podem ser categorizadas em dois principais grupos: *cluster* hierárquico e particional. Como o próprio nome indica, o *cluster* hierárquico é realizado a partir da criação de uma hierarquia de *clusters*. Por outro lado, o agrupamento em *cluster* particional é realizado particionando os objetos em vários grupos. O agrupamento hierárquico é conhecido por resultar melhores *clusters* em comparação com algoritmos particionais; porém, em geral, consomem maior tempo de processamento (Feng *et al.*, 2010). Um famoso exemplo de algoritmo de partição é o *k-means*, que objetiva particionar n observações entre k grupos nos quais cada observação pertence ao mais próximo da média. Com base no tamanho do espaço de busca, encontrar a solução ideal exata para esse problema também provou ser NP-difícil (Mahajan *et al.*, 2010), mas heurísticas podem ser usadas para

encontrar boas partições dos dados. Outro problema com o algoritmo *k-means* é quando nem todos os atributos são numéricos. Com isso, modificações foram feitas nos meios *k* para incorporar propriedades de dados não numéricos (Deng *et al.*, 2010; He *et al.*, 2008; Huang, 1997, 1998).

Na literatura, é possível encontrar trabalhos que aplicam algoritmos de agrupamento ou *clusters* para agregação de blocos na etapa de programação da produção de lavra. Tabesh e Askari-Nasab (2011) formularam o problema usando programação linear inteira mista (MILP) para definir *clusters* hierárquicos e incluíram otimização multiperíodo. O algoritmo explora índices de similaridade para definir a hierarquia do *cluster* ótimo para cada bloco. Os parâmetros de similaridade envolvem localização, teor, tipo de rocha e direção de lavra desejada. Uma busca tabu foi então usada para registrar o processo e melhorar a solução. Outros trabalhos – que visam à criação de agrupamentos ou *clusters* para seleção dos blocos de lavra com vistas a minizar o esforço computacional – foram apresentados no item 2.2.2.2.

Para este trabalho, um algoritmo de treinamento utilizando redes neurais artificiais de Kohonen ou SOM tenta descobrir categorias entre os dados de entrada, baseado no conceito de distância euclidiana, e o supervisor participa apenas fornecendo os rótulos (número de frentes) para esses agrupamentos. Na literatura, esse tipo de aprendizado é denominado não supervisionado ou auto-organizado e utiliza a regra do aprendizado competitivo. Nesse processo de aprendizagem competitiva, como o nome indica, as unidades de saída de um mapeamento competem entre si para se tornarem ativas. É essa característica que torna a aprendizagem competitiva muito adequada a descobrir características estatisticamente similares e, assim, ter a capacidade de fazer classificação em um conjunto de padrões de entrada de forma razoavelmente rápida.

2.3.1.1 Conceito de Mapas Auto Organizáveis de Kohonen (SOM)

O Mapa Auto-Organizável de Kohonen (1982, 1997) é um tipo de rede neural artificial baseada em aprendizado competitivo e não supervisionado, sendo capaz de mapear um conjunto de dados, de um espaço de entrada contido em \mathcal{R}^D , em um conjunto finito de neurônios organizados em um arranjo normalmente unidimensional ou bidimensional. As relações de similaridade entre os neurônios e, por extensão, entre os dados podem ser observadas por meio das relações estabelecidas entre os vetores de pesos dos neurônios, os quais também estão contidos em \mathcal{R}^D .

Baseado nesse contexto, o SOM realiza uma projeção não linear do espaço de dados de entrada, em \mathcal{R}^D , para o espaço de dados do arranjo, em \mathcal{R}^P , executando uma redução dimensional quando $P < D$. Como o arranjo é normalmente unidimensional ou bidimensional, então resulta $P = 1$ ou $P = 2$. Ao realizar essa projeção não linear, o algoritmo tenta preservar ao máximo a topologia do espaço original, ou seja, procura fazer com que os neurônios vizinhos no arranjo apresentem vetores de pesos que retratem as relações de vizinhança entre os dados. Para tanto, os neurônios competem para representar cada dado, e o neurônio vencedor tem seu vetor de pesos ajustado na direção do dado. Essa redução de dimensionalidade com preservação topológica permite ampliar a capacidade de análise de agrupamentos dos dados pertencentes a espaços de elevada dimensão, situações encontradas nos planejamentos de lavra.

Em analogia aos processos naturais, evidências biológicas têm mostrado que as células do córtex cerebral dos mamíferos organizam-se de forma altamente estruturada em suas funções, resultando em regiões do cérebro especificamente capacitadas no processamento sensorial de sinais como visão, audição, controle motor, linguagem etc. Isso significa, que os neurônios tornam-se sensíveis a determinados estímulos em particular e a outros, não, especializando-se no “processamento” de um determinado sinal, o que pode ser explicado pela separação dos canais nervosos que ligam os órgãos sensoriais ao cérebro. Em particular, a ordem física dos sinais percebidos pelo tecido dos órgãos sensoriais é projetada no córtex cerebral primário em ordem semelhante, resultando em um mapeamento que preserva a ordem topológica do sinal recebido, embora com algumas transformações.

Entretanto, analisando-se mais especificamente essas regiões especializadas, há evidências de uma organização um pouco mais abstrata e complexa, ainda não totalmente compreendida: suas células organizam-se e tornam-se sensíveis aos estímulos de acordo com uma ordem topológica que especifica uma relação de similaridade entre os sinais de entrada. Assim, os neurônios exibem uma ordenação física tal que estímulos semelhantes no espaço de dados são processados por neurônios fisicamente próximos entre si no córtex cerebral. Nota-se que não existe nenhum “movimento” de neurônios, apenas seus parâmetros são ajustados para que tal comportamento ocorra. Assim é, por exemplo, com o córtex auditivo: os neurônios dessa região tornam-se sensíveis aos estímulos sonoros em uma ordem topológica que reflete a variação tonal do sinal sonoro, fato simulado por Kohonen (1998).

A formação de mapeamentos topologicamente corretos é atribuída a diversos mecanismos, dos quais um, em particular – a auto-organização –, recebeu bastante atenção da comunidade acadêmica devido às suas fortes evidências biológicas. Isso levou à proposição de vários modelos de mapas topográficos ou mapas topologicamente corretos. Duas variantes são

pesquisadas: modelos baseados em gradientes e modelos baseados em aprendizado competitivo (Van Hulle, 2000). Essa última vertente, embora menos relacionada com fundamentos biológicos, foi muito mais pesquisada, e é nela que baseia-se o SOM. O aprendizado competitivo, sob a ótica de uma rede neural artificial, tem sentido de quantização vetorial e pode ser sucintamente descrito desta forma:

- (i) um conjunto de dados representados por vetores no espaço \mathcal{R}^D é apresentado, em ordem aleatória e de forma repetitiva, a uma rede composta por neurônios organizados segundo um arranjo específico, cada neurônio com o seu vetor de pesos no \mathcal{R}^D .
- (ii) para cada dado apresentado à rede, haverá uma competição entre todos os neurônios pelo direito de representá-lo, de forma que o neurônio cujo vetor de pesos for o mais próximo do dado, segundo uma métrica previamente definida, vence a competição. Esse neurônio é chamado de BMU (*Best Matching Unit*) e esse passo é chamado de estágio competitivo (Van Hulle, 2000).
- (iii) o neurônio BMU é adaptado, isto é, seu vetor de pesos sinápticos é alterado no sentido de se aproximar ainda mais do dado apresentado, aumentando a probabilidade de que esse mesmo neurônio volte a vencer em uma subsequente apresentação do mesmo dado. Para viabilizar o requisito de que neurônios próximos no arranjo vençam para dados próximos no \mathcal{R}^D , neurônios pertencentes a uma vizinhança do neurônio vencedor, de acordo com a especificação do arranjo, também terão seu vetor de pesos ajustado na direção do dado, embora com menor intensidade. A primeira regra é conhecida como WTA (*Winner-Takes-All*) (Kaski e Kohonen, 1997), e o seu passo de ajuste da vizinhança é chamado de estágio cooperativo (Van Hulle, 2000).

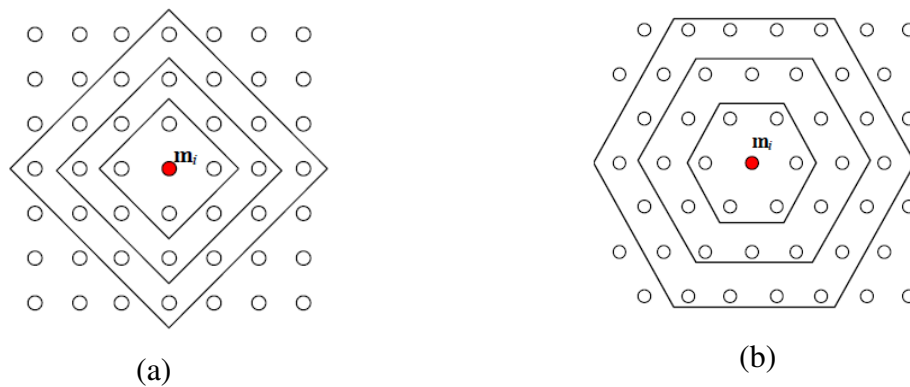
Fica evidente, então, que a ideia fundamental é a de que neurônios próximos entre si no arranjo representem dados semelhantes no espaço de dados. Representar um dado, aqui, significa ter um vetor de pesos que seja mais próximo do dado que qualquer outro vetor de pesos da rede neural. Com isso, a topologia dos dados no espaço original acabará sendo preservada, dentro do possível, pelo arranjo de neurônios em um espaço de menor dimensão.

As relações de similaridade entre os neurônios podem ser visualmente observadas com tanto que a dimensão do arranjo seja $1 \leq P \leq 3$. Embora não existam restrições teóricas à utilização de arranjos de dimensões maior ou igual a três, esta tese concentra-se no arranjo

bidimensional com vizinhança hexagonal, considerada a mais adequada pela maioria dos autores quando o objetivo do SOM é a análise de agrupamento de dados (Kohonen, 1997; Kaski, 1997).

Seja o conjunto de entrada $V = \{v_1, \dots, v_N\}, V \subseteq \mathfrak{R}^D$, de vetores $v_n = [v_{n1}, \dots, v_{nD}]^T \in \mathfrak{R}^D, n = 1, \dots, N$, onde cada vetor v_1 representa um dado (um ponto) no espaço D-dimensional, por meio de seus D atributos. O SOM é definido por um conjunto de neurônios $i, i = 1, \dots, Q$, dispostos em um arranjo que define a vizinhança de cada neurônio, como pode ser visto na Figura 6 para as possibilidades mais utilizadas em \mathfrak{R}^2 . Na Figura 6(a), observa-se a vizinhança retangular; enquanto em (b), observa-se um arranjo com vizinhança hexagonal.

Figura 6 – Diferentes configurações de arranjo para o SOM em \mathfrak{R}^2

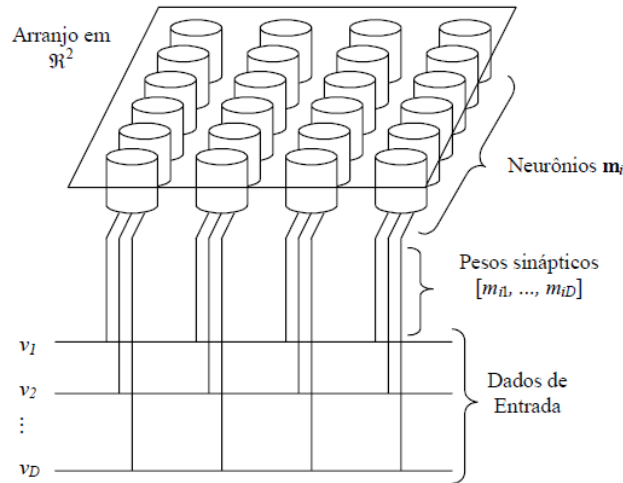


Fonte: Adaptado de Zuchini (2003).

Um neurônio é considerado vizinho de outro no arranjo conforme a configuração adotada, o que define a vizinhança imediata com quatro a seis vizinhos nos arranjos retangulares e hexagonal, respectivamente. O formato do arranjo influencia diretamente a adaptação do SOM, sendo que o modelo hexagonal oferece tradicionalmente resultados melhores que o retangular.

Cada neurônio i é representado por um vetor de pesos sinápticos $m_i = [m_{i1}, \dots, m_{iD}]^T \in \mathfrak{R}^D$, e todos os neurônios são conectados ao sinal de entrada ou dado recebido (Figura 7).

Figura 7 – Todos os neurônios, representados por vetores de pesos sinápticos $m_1 = [m_{i1}, \dots, m_{iD}]$, $i = 1, \dots, 24$, recebem o mesmo dado de entrada



Fonte: Adaptado Zuchini (2003).

Seja $v_n \in V$ um dado de entrada tomado aleatoriamente ($n \in \{1, \dots, N\}$) e apresentado à rede. Como todos os neurônios do arranjo recebem a mesma entrada v_n (Figura 4) anterior, calcula-se a distância do vetor de pesos m_i de cada neurônio i ao vetor v_n de acordo com uma métrica, que, no caso da distância euclidiana, é dada por:

$$d(m_i, v_n) = \|m_i - v_n\| = \sqrt{\sum_{j=1}^D |m_{ij} - v_{nj}|^2} \quad (4)$$

Calculadas todas as distâncias, é eleito um neurônio BMU de índice c na forma:

$$c = \arg \min_i \{\|m_i - v_n\|\} \quad (5)$$

A proposta original de aprendizado competitivo diz que o neurônio BMU deve, então, ser adaptado para melhor representar o sinal de entrada segundo a regra WTA. Como já colocado, não apenas o neurônio que ganhou a competição é adaptado, mas também seus vizinhos, estabelecendo uma interação local entre os neurônios que, ao longo do aprendizado, promovem a organização geral do mapa (Kohonen, 1997). O aprendizado, isto é, o novo valor de peso sináptico do i -ésimo neurônio no instante de tempo $(t + 1)$, é definido por uma equação de adaptação dada por:

$$m_i(t + 1) = m_i(t) + \alpha(t) * h_{ci}(t) * [m_i(t) - v_n(t)] \quad (6)$$

onde $t = 0, 1, 2, \dots$ é um número inteiro representando a coordenada discreta de tempo e $\alpha(t)$ define a taxa de aprendizado. O grau de adaptação do neurônio BMU e de seus vizinhos depende, portanto, da função de vizinhança, h_{ci} e da taxa de aprendizado α . É necessário que $h_{ci}(t) \rightarrow 0$ quando $t \rightarrow \alpha$, ou seja, a função deve reduzir o grau de vizinhança relativo ao neurônio BMU ao longo do treinamento para ocorrer a convergência do mapa. Tradicionalmente, também $\alpha(t) \rightarrow 0$ quando $t \rightarrow \infty$.

Normalmente, $h_{ci} = h(\|r_c - r_i\|, t)$, com r_c e r_i representando as posições dos neurônios de índices c e i dentro do arranjo, indicando que, quando $\|r_c - r_i\|$ aumenta, h_{ci} sofre uma redução exponencial. A forma e o raio de h_{ci} controlam a flexibilidade do mapa de Kohonen (1997). Se for escolhida uma função de vizinhança discreta, deve ser $h_{ci} = 1$, caso o neurônio faça parte da região de vizinhança; e, caso contrário, $h_{ci} = 0$. Entretanto, uma escolha típica para essa função quando o SOM é aplicado à mineração de dados é uma gaussiana da forma:

$$h_{ci} = \exp\left(-\frac{\|r_c - r_i\|^2}{2\sigma^2(t)}\right) \quad (7)$$

O parâmetro $\sigma(t)$ define a largura da região de vizinhança, chamado raio de vizinhança. Normalmente, $\sigma(t) \rightarrow 0$ quando $t \rightarrow \infty$.

2.3.1.2 Algoritmo de treinamento

O algoritmo tradicional de treinamento do SOM supõe a atualização dos pesos sinápticos dos neurônios do arranjo toda vez que um item de dados é apresentado à rede, sendo, por isso, conhecido como incremental. Em uma outra versão, as atualizações individuais são postergadas e aplicadas somente após a apresentação de todos os elementos do conjunto de dados V , que recebe o nome de algoritmo em lote ou *batch*.

O algoritmo incremental tem como principal vantagem a possibilidade de uso dos mapas SOM em problemas para os quais não se tem antecipadamente todo os dados disponíveis, isto é, os dados são coletados e apresentados imediatamente à rede, além de ter uma implementação computacional mais simples e exigir menos memória. O algoritmo incremental é descrito resumidamente a seguir:

- (i) Inicialize o vetor de pesos m_i do neurônio i por uma das três formas distintas: randomicamente, utilizando-se elementos do próprio conjunto de dados ou, então, linearmente. Faça $t = 0$ e o número de iterações $n_{it} = 0, V' = V$, e inicialize $\sigma(n_{it})$ e $\alpha(n_{it})$.
- (ii) Selecione aleatoriamente um vetor de dados v_n do conjunto V' e faça $V' = V' - \{v_n\}$.
- (iii) Selecione o BMU (neurônio i com vetor de pesos m_i mais próximo de v_n) de acordo com a equação 4.
- (iv) O neurônio BMU e seus vizinho são atualizados conforme a equação 5.
- (v) Faça $t = t + 1$ e volte ao passo (ii) enquanto $V' \neq \emptyset$.
- (vi) Incremente o número de iterações n_{it} . Se o número máximo de iterações preestabelecido não tiver sido atingido, faça $t = 0, V' = V$ e ajuste $\sigma(n_{it})$ e $\alpha(n_{it})$. Posteriormente, retorne ao passo (ii).

A inicialização linear no passo (i) significa distribuir os neurônios de forma ordenada ao longo de um plano alinhado com os eixos das duas maiores variâncias no conjunto de dados e com centroide no centro de cada massa do mesmo conjunto.

O algoritmo incremental é sensível à ordem em que os dados são apresentados e particularmente sensível à taxa de aprendizado, especialmente quando mapas grandes são treinados (Kohonen, 1997). O algoritmo em lote elimina o primeiro problema e contorna o segundo, atualizando os pesos ao final de uma época de treinamento. Para tanto, cada neurônio acumula as contribuições parciais de cada vetor v_n apresentado ao mapa para os quais ele é BMU durante uma época de treinamento segundo:

$$\Delta m_i(t + 1) = \Delta m_i(t) + h_{ci} * [m_i - v_n] \quad (8)$$

Para $n = 1, \dots, N$. Ao final de uma época, os neurônios são adaptados conforme a equação descrita a seguir:

$$m_i(n_{it} + 1) = m_i(n_{it}) + \frac{1}{N} \alpha(n_{it}) * \Delta m_i \quad (9)$$

A implementação prática desse algoritmo envolve a manipulação de um vetor de tamanho N para calcular os deslocamentos relativos de cada neurônio ao longo de uma época

ou ainda uma lista de tamanho N para cada neurônio, quando então seria possível a avaliação de todo o histórico de deslocamentos parciais. O algoritmo em lote é descrito resumidamente a seguir:

- (i) Inicialize o vetor de pesos m_i do neurônio i linearmente. Faça $t = 0$ e o número de iterações $n_{it} = 0$, $V' = V$ e inicialize $\sigma(n_{it})$. A taxa de aprendizado $\alpha(n_{it})$ recebe um valor pequeno e fixo (0,5 para a fase inicial e 0,05 para a fase de convergência).
- (ii) Selecione um vetor de dados v_n do conjunto V' e faça $V' = V' - \{v_n\}$. Essa seleção deve ser a de menor custo possível, podendo ser na ordem em que eles foram armazenados, por exemplo.
- (iii) Selecione o BMU (neurônio i com vetor de pesos m_i mais próximo de v_n), segundo a equação de distância euclidiana.
- (iv) Calcule a contribuição parcial do vetor v_n para o neurônio BMU e seus vizinhos, segundo a equação 8.
- (v) Volte ao passo (ii) enquanto $V' \neq \emptyset$.
- (vi) Os neurônios e seus vizinhos são atualizados conforme a equação 9.
- (vii) Incremente o número de iterações n_{it} . Se o número máximo de iterações preestabelecido não tiver atingido, faça $V' = V$ e ajuste $\sigma(n_{it})$ e $\alpha(n_{it})$. Retorne ao passo (ii).

No algoritmo incremental, o tempo t é medido pelo número de dados apresentados à rede; enquanto, no algoritmo em lote, é medido em número de épocas. Tanto o algoritmo incremental como o de lote operam com um treinamento em duas fases: a primeira, na qual ocorre a ordenação inicial do mapa, de curta duração e com valores relativamente grandes para α e σ , e uma segunda fase de convergência, mais demorada, com valores menores para a taxa de aprendizado e para a vizinhança inicial. Kohonen (1997) sugere que a inicialização linear inicial dos pesos sinápticos possa eliminar a fase de ordenação inicial.

Para este trabalho, foi selecionado o SOM como o algoritmo utilizado no agrupamento das frentes por ser considerado de fácil aplicação computacional em um banco de dados previamente espaçado em um grid regular, bem como no tempo de processamento para obtenção dos *clusters*. Inúmeros algoritmos podem ser estudados e implementados, incluindo alteração do atributo de similaridade.

A próxima seção apresenta uma breve descrição do algoritmo de otimização aplicado para seleção dos blocos de lavra de minério.

2.3.2 Otimização do planejamento de lavra utilizando algoritmo genético (AG)

Os algoritmos genéticos vêm sendo usados com sucesso para encontrar boas soluções para uma ampla variedade de problemas de otimização (Gen e Cheng, 1997), desde a sua introdução, na década de 1970, por Holland (1975). Embora sejam mais gerais e abstratos do que outros métodos de otimização e nem sempre ofereçam a solução ideal, eles são considerados flexíveis e aplicáveis a uma ampla variedade de problemas (Asllani e Lari, 2007).

Linden (2006) destaca, ainda, as seguintes vantagens dos AG sob outras técnicas de otimização:

- (i) Não utilizam métodos de busca totalmente aleatórios;
- (ii) Não são afetados por descontinuidades na função ou em suas derivadas. Isso faz com que os AG sejam adequados para funções com descontinuidades, ou para funções com as quais não se podem calcular derivadas;
- (iii) São capazes de lidar com funções discretas e contínuas, podendo, inclusive, trabalhar com funções mistas;
- (iv) São apropriados para resolver problemas de busca com espaços de busca grandes demais para serem resolvidos por técnicas de otimização tradicionais, situações encontradas nos problemas de sequenciamento de lavra.

Na literatura, é possível encontrar trabalhos relacionados à aplicação de AG para solucionar problemas de planejamento de curto prazo. Ruiseco (2016) apresenta uma metodologia para definição de limites de escavação utilizando uma abordagem baseada em algoritmos genéticos que busca a maximização do lucro a partir de dados de controle de teores, restrições dos equipamentos de lavra e custos operacionais. Nesse caso, o algoritmo permite uma análise robusta e flexível aplicada a múltiplos cenários, variando os níveis de dificuldade de cada caso; entretanto, não utiliza a incerteza de teores aplicada na definição dos blocos de lavra. Alipour *et al.* (2017) apresentam uma técnica de sequenciamento de lavra utilizando AG para uma mina a céu aberto com resultados superiores apresentados quando comparados a técnicas tradicionais.

Toledo (2018) propõe uma forma automática para desenhar polígonos de curto prazo utilizando algoritmo genético e dinâmico a partir de múltiplas iterações em cada avanço de lavra contendo um conjunto de blocos de minério, gerando regiões ou polígonos e selecionando as áreas de menor variabilidade de teores.

Neste trabalho, após a etapa de agrupamento das frentes, é realizado o processo de seleção dos blocos que vão compor o plano semanal de lavra utilizando algoritmo genético como rotina matemática de otimização.

2.3.2.1 Conceito de algoritmo genético

Algoritmo genético trata-se de uma meta-heurística que se fundamenta em uma analogia com processos naturais de evolução, nos quais, dada uma população, os indivíduos com características genéticas melhores têm maiores chances de sobrevivência e de produzirem filhos cada vez mais aptos, enquanto indivíduos menos aptos tendem a desaparecer (Reeves, 1993).

Nos AG, cada cromossomo (indivíduo da população) está associado a uma solução do problema e cada gene, associado a um componente da solução. Um mecanismo de reprodução, baseado em processos evolutivos, é aplicado sobre a população com o objetivo de explorar o espaço de busca e encontrar melhores soluções para o problema.

Mais especificamente, um algoritmo genético inicia sua busca com uma população $\{s_1^0, s_2^0, \dots, s_n^0\}$, aleatoriamente escolhida, a qual é chamada de população no tempo 0.

O procedimento principal é um *loop* que cria uma população $\{s_1^{t+1}, s_2^{t+1}, \dots, s_n^{t+1}\}$ no tempo $t+1$ a partir de uma população do tempo t . Para atingir esse objetivo, os indivíduos da população do tempo t passam por uma fase de reprodução, a qual consiste em selecionar indivíduos para operações de recombinação e/ou mutação. Na operação de recombinação, os genes de dois cromossomos pais são combinados de forma a gerar cromossomos filhos (normalmente dois), de sorte que, para cada cromossomo filho, há um conjunto de genes de cada um dos cromossomos pais. A operação de mutação consiste em alterar aleatoriamente uma parte dos genes de cada cromossomo (componentes da solução). Ambas as operações são realizadas com uma certa probabilidade. A operação de recombinação é realizada normalmente com uma probabilidade mais elevada (em torno de 80%) e a de mutação, com uma baixa probabilidade (de 1% a 2%, em geral).

Gerada a nova população do tempo $t+1$, define-se a sobrevivente, isto é, as n soluções que integrarão a nova população. Para definir a população sobrevivente, cada solução é avaliada

por uma certa função de aptidão f . Os critérios comumente usados para escolher os cromossomos sobreviventes são: (i) aleatório; (ii) roleta (no qual a chance de sobrevivência de cada cromossomo é proporcional ao seu nível de aptidão); e (iii) misto (isto é, uma combinação dos dois critérios anteriores). Em qualquer um desses critérios, admite-se, portanto, a sobrevivência de indivíduos menos aptos, a fim de tentar escapar de ótimos locais.

O método termina, em geral, quando um certo número de populações é gerado ou quando a melhor solução encontrada atinge um certo nível de aptidão, ou, ainda, quando não há melhora após um certo número de iterações.

Os parâmetros principais de controle do método são: o tamanho n da população, a probabilidade da operação *crossover*, a probabilidade de mutação, o número de gerações e o número de iterações sem melhora.

O pseudocódigo de um algoritmo genético básico está descrito na Figura 8.

Figura 8 – Pseudocódigo AG

Procedimento AG:

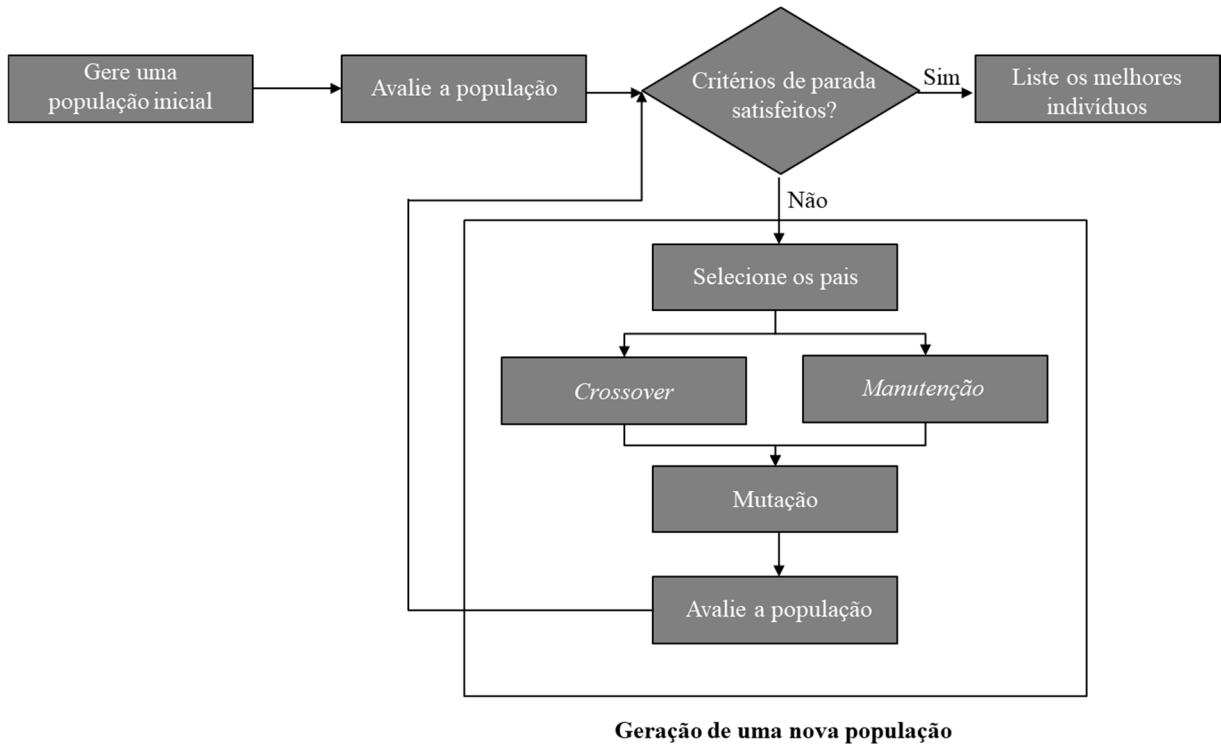
- 1 $t \leftarrow 0$;
- 2 Gere a população inicial $P(t)$
- 3 Avalie $P(t)$;
- 4 enquanto (os criterios de parada não estiverem satisfeitos) faça:
- 5 $t \leftarrow t+1$;
- 6 Gere $P(t)$ a partir de $P(t-1)$;
- 7 Avalie $P(t)$;
- 8 Defina a população sobrevivente;
- 9 fim-enquanto;
- 10 fim AG.

Fonte: Adaptado de Souza (2005).

Um fluxograma genérico capaz de englobar a maioria dos algoritmos genéticos existentes é apresentado na Figura 9, na qual, em um primeiro momento, uma população inicial de possíveis soluções para um determinado problema é gerada. No passo seguinte, os indivíduos da população são avaliados segundo a função avaliação. Em seguida, verifica-se o critério de parada do AG. Caso não seja satisfeito, os indivíduos daquela geração são selecionados por meio de algum método de seleção e reprodução. Esses indivíduos são expostos aos operadores genéticos, e uma nova geração de filhos é gerada, a partir da geração pai. Esse ciclo é repetido

até que o critério de parada do algoritmo seja alcançado. Nesse momento, o algoritmo converge apresentando a solução encontrada para o problema.

Figura 9 – Fluxograma genérico AG



Fonte: Adaptado Souza (2005).

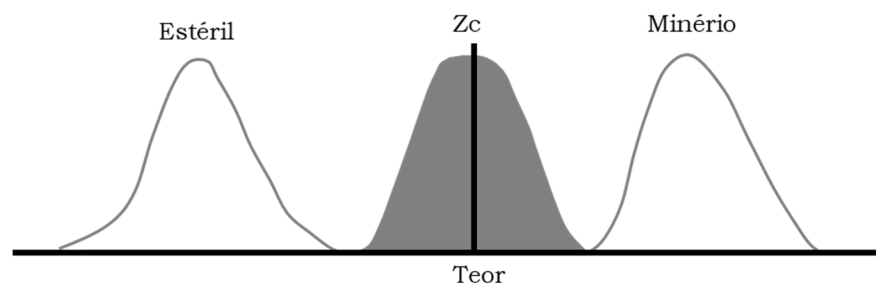
A etapa seguinte desta tese apresenta um resumo dos conceitos da construção da função de transferência para o lucro esperado a partir do modelo de teores simulados para a seleção dos blocos de lavra com base em seu benefício.

2.4 SELEÇÃO DOS BLOCOS DE MINÉRIO COM BASE NO LUCRO ESPERADO

É fato que um dos objetivos de uma empresa de mineração seja a maximização do lucro. No entanto, é comum observar a utilização de um teor de corte específico para definição entre minério e estéril. A etapa de controle de teores, dentro do planejamento de lavra de curto prazo, tem como um dos objetivos reduzir o erro de classificação do material entre minério e estéril. Conforme visto no Capítulo 1, o controle de qualidade é tipicamente realizado por meio de informações obtidas das amostras coletadas a partir dos furos de perfuração para o desmonte com uso de explosivos ou perfuração dedicada ao controle de teores. No entanto, há sempre uma incerteza associada ao modelo de teores como consequência do espaçamento entre os

dados amostrados, dificultando a tomada de decisão. A Figura 10 apresenta a distribuição de três modelos de incerteza de teores. O material da esquerda pode ser considerado claramente como estéril; o da direita, como minério, porém o material intermediário, próximo ao teor de corte Z_c , apresentará uma maior dificuldade de classificação. Os métodos convencionais para classificar minério e estéril utilizando um teor de corte seriam apropriados se os teores fossem conhecidos, porém, na prática, isso não ocorre. Dessa forma, a definição de minério e estéril com base na classificação do benefício gerado pelo bloco pode ser apropriada para a seleção dos blocos de lavra dentro da etapa de controle de teores.

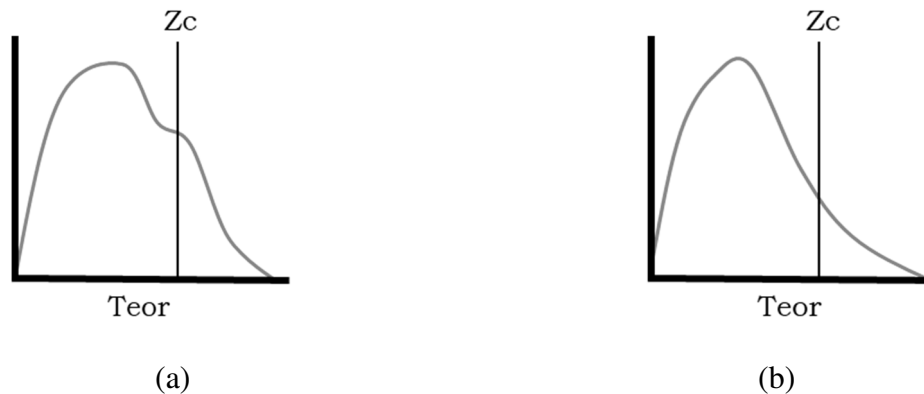
Figura 10 – A figura apresenta três diferentes distribuições associadas à incerteza de teores: a da esquerda pode ser definida como estéril; a da direita, como minério; e a central apresenta maior complexidade para definição



Fonte: Adaptado Neufeld *et al.* (2005).

Ainda dentro desse contexto, o material não deve ser classificado utilizando uma “probabilidade limiar de minério”. A Figura 11 mostra dois modelos de incerteza que têm a mesma probabilidade de estarem acima do teor de corte e sendo classificado como minério. O material caracterizado pela distribuição da Figura 11(a) deve ser classificado como minério pelo potencial de apresentar um grande lucro, enquanto o da Figura 11(b) deve ser classificado como estéril; apesar de ambos terem a mesma probabilidade de estar acima do teor de corte (Z_c) estabelecido. Este material pode eventualmente ser classificado erroneamente quando, via de regra, um teor de corte determinístico é utilizado para a classificação do processo.

Figura 11 – Distribuição na qual a probabilidade que excede ao teor de corte é igual; entretanto, o potencial de benefício é maior para a distribuição da direita



Fonte: Adaptado Neufeld *et al.* (2005).

Nesse caso, uma boa decisão depende da distribuição de incertezas dos teores e de todos os parâmetros econômicos que afetam a rentabilidade do material. Na prática, o metal de interesse contido no minério pode aumentar o lucro, enquanto contaminantes podem reduzi-lo. A seguir, são apresentados dois métodos distintos para classificação dos blocos entre minério e estéril. O primeiro método está baseado em um “teor de corte”, e o segundo é baseado no “custo operacional”. O método baseado no teor de corte é rápido, fácil e funciona bem com depósitos minerais simples. Porém, considerando um maior número de informações necessárias para definição de minério e estéril, ou quando existem múltiplos minerais, a abordagem baseada no custo pode ser defendida. Em geral, cada mina terá seu próprio cálculo do lucro usando uma rotina contábil para as condições locais.

2.4.1 Conversão do lucro utilizando um teor de corte

A decisão deve considerar o risco associado ao erro de classificação do material, transformando a distribuição de incerteza de teores para uma distribuição de incerteza relacionada ao benefício para quantificar o risco. A conversão do benefício do bloco com base no teor de corte requer cinco parâmetros:

- (i) Teor do bloco ($z^l(u)$, $l = 1, \dots, L$, $u \in A$): o teor obtido nas regiões não amostradas é representado pelo modelo de incertezas;
- (ii) Teor de corte (z_c): em geral, é definido como o teor em que a relação entre custo/lucro é igual para a mina processar o material como minério ou lavrá-lo como estéril. As condições de mercado, a recuperação de plantas, os

custos de lavra, custos de administração, e as obrigações contratuais são premissas para a definição do teor de corte, que é, geralmente, especificado pela administração;

- (iii) Curva de recuperação ($r(z_c)$): na maioria das minas, a recuperação varia de acordo com teor. Muitas vezes, a recuperação aumenta com o crescimento do teor;
- (iv) Preço de venda (*preço*): o preço de venda por unidade de mineral ou metal produzido;
- (v) Custo de produção de estéril (*cpwr*): o custo de processamento do material com benefício menor ou igual a zero (estéril). Na maioria dos casos, o custo de processamento de estéril é dado por:

$$cpw = z_c * r(z_c) * preço - c_o + c_w \quad (10)$$

onde $c'_o \dots c_w \dots$.

Em casos especiais, o custo do processamento de estéril é diferente. Pode haver um maior custo associado com a classificação de material de baixa qualidade como o minério para diferentes tipos de instalações de processamento. Por exemplo, uma operação de lixiviação teria muito menor custo de classificar o material de baixa qualidade como minério versus uma planta de moagem e flotação. Podemos explicar esses casos especiais escalando o lucro calculado quando $z < z_c$:

$$cpw = \frac{cpw}{z_c * r(z_c) * preço} \quad (11)$$

Como já mencionado, o cálculo do lucro é muito importante e específico para cada mina. Um maior rigor deve ser considerado e a sua atualização, feita frequentemente. Considerando a definição anteriormente descrita para a conversão dos teores simulados em lucro, teremos para cada realização l em u calculada como:

$$Lucro^l = \begin{cases} \left(z^l(u) * r(z^l(u)) - z_c * r(z_c) \right) * preço, & se \ z^l(u) \geq z_c \\ \left(z^l(u) * r(z^l(u)) - z_c * r(z_c) \right) * preço * cpwr, & se \ z^l(u) \leq z_c \end{cases} \quad (12)$$

O lucro esperado para localização u é calculado como:

$$E\{Lucro(u)\} = \frac{1}{L} \sum_{i=1}^L Lucro^l(u) \quad (13)$$

Após a conversão do teor em de lucro, a classificação do material como minério pode ser realizada, caso o lucro esperado seja maior do que zero e estéril de outra forma:

$$Classificação = \begin{cases} \text{minério, caso } E\{Lucro(u)\} > 0 \\ \text{estéril, para os demais casos} \end{cases} \quad (14)$$

Essa abordagem considera dois aspectos para o cálculo dos custos na classificação: (i) a incerteza na estimativa e (ii) a melhor classificação possível. Transformando a distribuição de incerteza de teores para uma de incerteza no lucro ou benefício do bloco, são obtidos todos os resultados possíveis em cada bloco.

2.4.2 Conversão do lucro utilizando os custos operacionais

A abordagem baseada em custos fornece mais informações sobre a classificação entre minério e estéril, e pode ser utilizada considerando a presença de vários minerais. Além do minério e estéril, o minério marginal pode ser identificado. Este material, embora apresente um benefício negativo, ainda é mais barato de enviar à planta de beneficiamento do que ao depósito de estéril. Entretanto, caso o minério marginal não necessite ser lavrado, o mesmo deverá ser mantido no local.

Resumidamente, os custos operacionais são incrementados na função, e a sequência de abordagem é similar à de teor de corte:

- (i) Teor do bloco ($z^l(u)$, $l = 1, \dots, L$, $u \in A \dots$): o teor obtido nas regiões não amostradas é representado pelo modelo de incertezas;
- (ii) Custos de processamento (C_i): o custo de processamento por tonelada alimentada na planta de beneficiamento;
- (iii) Custo de lavra do minério (C_o): custo de lavra do minério;

- (iv) Custo de lavra do estéril (C_w): custo de lavra do estéril;
- (v) Curva de recuperação ($r(z)$): na maioria das minas, a recuperação metalúrgica varia de acordo com teor. Muitas vezes, a recuperação aumenta com o crescimento do teor até uma recuperação ótima ser alcançada;
- (vi) Preço de venda (*preço*): o preço de venda por unidade de mineral contido ou metal produzido.

Com base nos parâmetros anteriormente descritos, a partir dos teores simulados é possível realizar a conversão para o lucro l em cada localização u , conforme:

$$Lucro^l(u) = z^l(u) * r(z^l(u)) * preço - C_0 - C_t \quad (15)$$

O lucro esperado para localização u é calculado como:

$$E\{Lucro(u)\} = \frac{1}{L} \sum_{i=1}^L Lucro^l(u) \quad (16)$$

A equação de custo para função de conversão de lucro não é linear, assim como o teor de corte com base nessa conversão; por conseguinte, o material com um teor menor do que o esperado no teor de corte pode apresentar um lucro maior do que zero e deve ser extraído como minério. Por outro lado, material com um teor esperado maior do que zero poderá obter um lucro esperado menor do que zero, dependendo do método de processamento utilizado, da distribuição de incerteza na estimativa de teores ou de outro parâmetro associado à construção da função.

O material é classificado como minério se o lucro esperado for maior do que zero; como minério marginal se o lucro esperado está entre zero e o custo de estéril; e como estéril nas demais formas:

$$Classificação = \begin{cases} \text{Minério}, & \text{se } E\{Lucro(u)\} > 0 \\ \text{Minério Marginal}, & \text{se } 0 \geq E\{Lucro(u)\} \geq -C_w \\ \text{Estéril}, & \text{para os demais casos} \end{cases} \quad (17)$$

Nesta tese, uma função de transferência é utilizada para definição dos limites de escavação. Na etapa de otimização, serão importados no STMP apenas os blocos que apresentarem benefício maior do que zero. A abordagem utilizada nos estudos de caso apresentados neste trabalho considera o lucro baseado no teor de corte, discutido no item anterior.

CAPÍTULO 3

3 ALGORITMOS DE SELEÇÃO DOS LIMITES DE ESCAVAÇÃO

Este capítulo apresenta um modelo teórico da rotina matemática desenvolvida para seleção dos blocos de minério inseridos na programação semanal de lavra. Inicialmente, serão abordados detalhes da importação do modelo de blocos que será otimizado considerando os teores simulados e o benefício associado a cada bloco. Em seguida, serão discutidos os detalhes da aplicação dos Mapas de Kohonen, utilizados na construção de agrupamentos de frentes de lavra baseadas na distância euclidiana, e, por último, a aplicação de algoritmos genéticos, responsável por otimizar a função de objetivo global de seleção dos blocos de escavação.

3.1 SELEÇÃO DOS LIMITES DE ESCAVAÇÃO – ASPECTOS PRÁTICOS

Conforme visto no Capítulo 1, dentro da etapa de controle de teores, o limite de escavação pode ser considerado como uma poligonal ou margem externa de um agrupamento de blocos, utilizado nas operações de lavra a céu aberto, com o objetivo de delimitar regiões que serão lavradas como minério e estéril. Esses limites são enviados à operação de mina e utilizados pelo operador do equipamento de carga para escavação das áreas planejadas, de acordo com a programação de produção do período. Em muitos casos, o contato entre minério e estéril é gradacional e não pode ser identificado visualmente, exigindo ainda mais do controle de lavra. A seleção da região que será lavrada e a sua sequência de extração é definida pela equipe de planejamento de curto prazo, utilizando, na maioria dos casos, softwares de planejamento para delimitação dessas regiões. Uma série de premissas são consideradas pelos engenheiros de planejamento para a tomada de decisão de quais blocos serão lavrados ou qual seleção “ideal” deverá constituir tais limites de escavação. De acordo com Norrena (2007), as principais premissas apontadas são: taxa de produção, estratégia de blendagem, incerteza geológica, presença de vários minerais no minério, presença de contaminantes, seletividade dos equipamentos de lavra, maximização do lucro, sequência de lavra, direção da lavra, desmonte com uso de explosivos, posicionamento dos equipamentos, entre outros.

Na maioria dos casos, as premissas anteriormente descritas e adotadas pelo engenheiro de planejamento são concorrentes entre si, e a satisfação de uma pode violar a outra. Além disso, algumas considerações podem ser complexas, e sua simplificação é necessária para a construção dos limites de escavação. Observa-se, na prática, que o aumento da densidade

amostral pode reduzir a incerteza e auxiliar o engenheiro na tomada de decisão; por outro lado, o aumento dos custos de amostragem limita o número de amostras a um ponto considerado adequado. Por vezes, os limites de escavação definidos a partir do porte dos equipamentos podem comprometer a seletividade da lavra, ocasionando diluição ou perda e impactando nas receitas e nos custos operacionais. Em algumas operações de lavra, uma direção apropriada ao sequenciamento pode maximizar o lucro, porém restrições operacionais impedem que essa direção seja executada. O efeito do desmonte também pode ser considerado complexo para a decisão de lavrar uma determinada região, pois outros fatores operacionais e físicos impactam esse processo, tais como: geologia, tamanho do banco, razão de carga etc. Em resumo, a tarefa de selecionar os limites de escavação de forma a otimizar a cadeia produtiva pode ser considerada de elevada complexidade para que o engenheiro de planejamento garanta tal otimização do plano entregue à operação. Além disso, as limitações de tempo, presentes na maioria das operações, não permitem que um trabalho de seleção de cenários de lavra possa ser desenvolvido detalhadamente na etapa de planejamento de curto prazo.

Baseado nesse contexto, podemos considerar improvável que todos os problemas sejam resolvidos a partir de uma solução ótima apresentada pelo planejamento. Entretanto, estabelecendo-se algumas simplificações e premissas, o problema de seleção dos limites de escavação pode ser colocado em uma categoria considerada “viável” operacionalmente e o processo de decisão, acelerado.

3.2 ALGORITMO DE OTIMIZAÇÃO DE PLANEJAMENTO DE CURTO PRAZO (STMP)

Com o objetivo de apoiar os engenheiros de planejamento, um algoritmo e um programa de computador denominado *Short Term Mine Planner* (STMP), específico para definir quais blocos serão lavrados no horizonte de curto prazo, foram desenvolvidos. A rotina matemática proposta tem como objetivo selecionar os blocos de minério otimizando três parâmetros de controle baseados em: (i) maximização do lucro; (ii) redução da variabilidade dos teores para um período de referência selecionado; e (iii) redução das distâncias entre os blocos lavrados.

A técnica de seleção do limite de escavação apresentada nesta tese pode ser dividida em três etapas principais:

- (i) A primeira, descrita com maior detalhe no capítulo anterior, constrói um modelo de incertezas a partir de simulação geostatística (Seção 2.1) e transforma o

modelo de incerteza de teores em um modelo de lucro esperado (Seção 2.4). Nessa etapa, duas valiosas informações são obtidas para a seleção dos blocos de escavação que utiliza: (i) a variabilidade dos teores dos blocos, a partir do modelo simulado, com a finalidade de reduzir a incerteza na etapa de alimentação da planta de beneficiamento; e (ii) o lucro obtido, a partir da função de transferência aplicada a cada teor simulado, permitindo que a função-objetivo possa ser maximizada no processo de otimização.

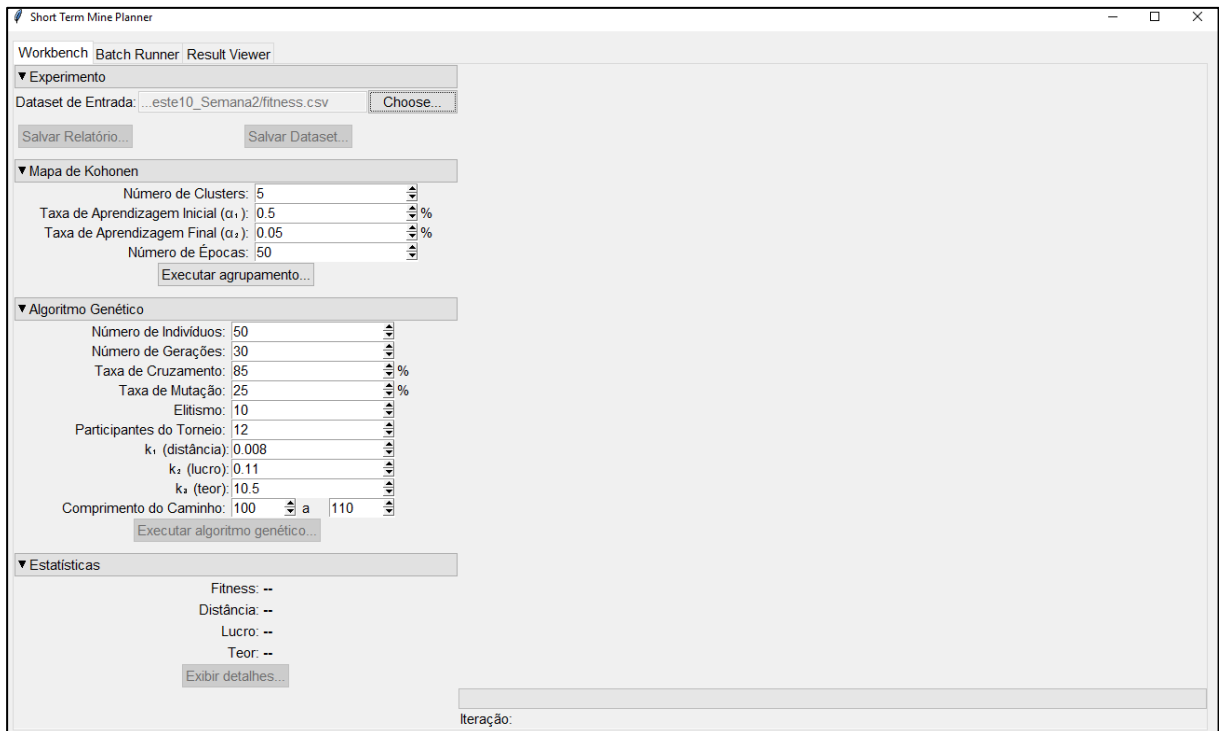
- (ii) A segunda etapa, visando tornar o processo de otimização mais eficiente, um algoritmo denominado *Self-Organizing Map* (SOM) é implementado para agrupar blocos de minério em unidades maiores com base em um índice de similaridade (distância euclidiana).
- (iii) A terceira, um algoritmo de natureza heurística, seleciona os limites de escavação considerados “ideais”, de acordo com as frentes de lavra agrupadas na etapa anterior, considerando a maximização do lucro e a minimização da variabilidade dos teores quando comparado a um plano de referência. Nesse caso, o período definido no planejamento de curto prazo considera um horizonte semanal de lavra, executado dentro de um horizonte mensal ou trimestral de referência, conforme diretrizes de planejamento.

3.2.1 Detalhes de implementação do STMP

A partir dos modelos simulados, os quais incorporam as informações de teor e benefício relacionado a cada bloco, uma rotina de otimização (STMP) – desenvolvida em *Python*® – é executada. O propósito dessa etapa é automatizar as rotinas do engenheiro de planejamento de curto prazo, que se depara com uma gama de blocos que podem ser lavrados e, por sua vez, necessita garantir uma massa predeterminada com um teor médio associado à pilha que será programada para o período, e, ainda, buscar uma maior rentabilidade dos planos, de acordo com o planejamento de longo prazo. A Figura 12 apresenta a interface de entrada dos parâmetros do programa STMP. A interface de entrada pode ser dividida em quatro estruturas distintas: (i) a primeira estrutura, denominada experimento, apresenta a seleção do *dataset* de entrada no software; (ii) a segunda estrutura, denominada Mapa de Kohonen, apresenta os parâmetros de

configuração do algoritmo de agrupamentos SOM; (iii) a terceira estrutura, denominada Algoritmo Genético, apresenta os parâmetros de configuração do algoritmo de seleção dos blocos e, por fim; (iv) o resumo estatístico dos termos de otimização para a função-objetivo desenvolvida. Ainda nesta interface uma janela, à direita, permite a visualização dos blocos importados na rotina de otimização.

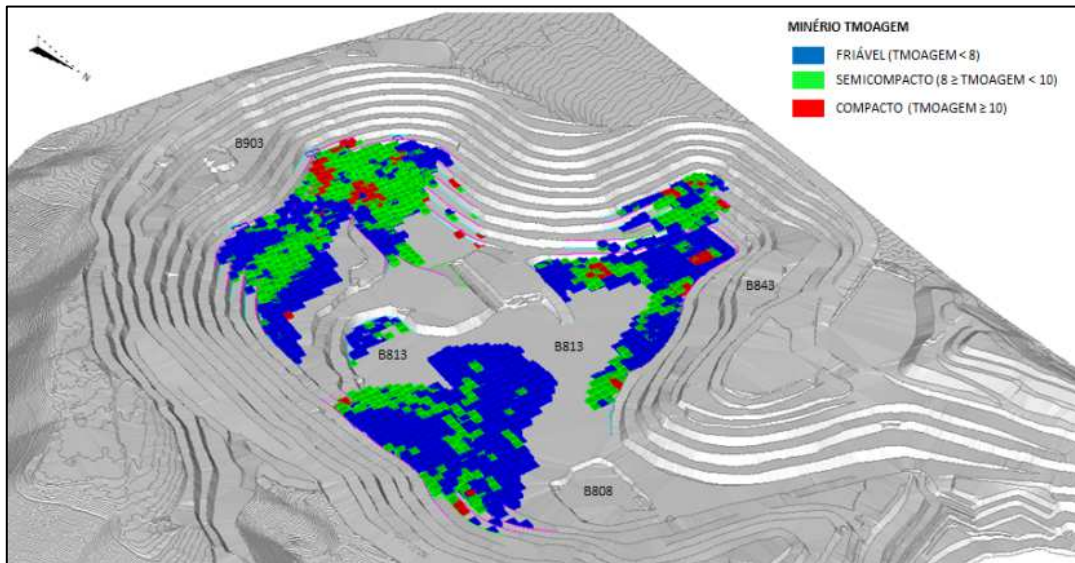
Figura 12 – Interface de entrada e configuração de parâmetros do software STMP



Fonte: Elaboração própria do autor.

A Figura 13 ilustra a ideia proposta de seleção dos blocos de escavação dentro de um horizonte maior de lavra, estabelecido pelo planejamento de curto prazo. Esse plano servirá de referência para a entrada inicial das informações que serão utilizadas pelo algoritmo para otimização dos teores.

Figura 13 – Seleção do plano de lavra de referência para o período com os blocos disponíveis



Fonte: Elaboração própria do autor.

3.2.2 Estrutura dos arquivos de entrada

O programa foi desenvolvido para aceitar dois tipos de arquivos de entrada:

- (i) **Dataset simples** – arquivo (extensão .csv) que associa às coordenadas do bloco um único valor de teor estimado e um único valor para o benefício; e
- (ii) **Dataset estocástico** – arquivo (extensão .xlsx) que reúne múltiplos valores equiprováveis de teor estimado e benefício, de acordo com as simulações executadas.

No caso do *dataset* simples, cada registro obedece ao seguinte formato:

x *y* *z* *Grade* *Profit* *Week*

onde:

x: representa a coordenada *x* do centroide de cada bloco;

y: representa a coordenada *y* do centroide de cada bloco;

z: representa a coordenada *z* do centroide de cada bloco;

Grade: representa o teor de cada bloco;

Profit: representa o valor econômico calculado para cada bloco;

Week: representa o índice da semana na qual o bloco foi selecionado.

As três primeiras colunas contêm as coordenadas do centroide de cada bloco; as colunas *Grade* e *Profit* representam o teor e o benefício do bloco; e a coluna *Week* contém o índice da semana na qual o bloco foi selecionado, ou zero para o caso em que o bloco ainda não ter sido utilizado. Assim, para o planejamento da primeira semana, espera-se um *dataset* com $Week = 0$ para todos os blocos.

A versão com múltiplas simulações segue a estrutura a seguir:

Planilha 1:	x	y	z	$Grade0$	$Grade1$...	$GradeN$
Planilha 2:	x	y	z	$Profit0$	$Profit1$...	$ProfitN$

onde:

x : representa a coordenada x do centroide de cada bloco;

y : representa a coordenada y do centroide de cada bloco;

z : representa a coordenada z do centroide de cada bloco;

$Grade1$: representa o teor de cada bloco para a simulação 1;

$GradeN$: representa o teor de cada bloco para a simulação n ;

$Profit1$: representa o benefício gerado relativo ao teor da simulação 1;

$ProfitN$: representa o benefício gerado relativo ao teor da simulação N .

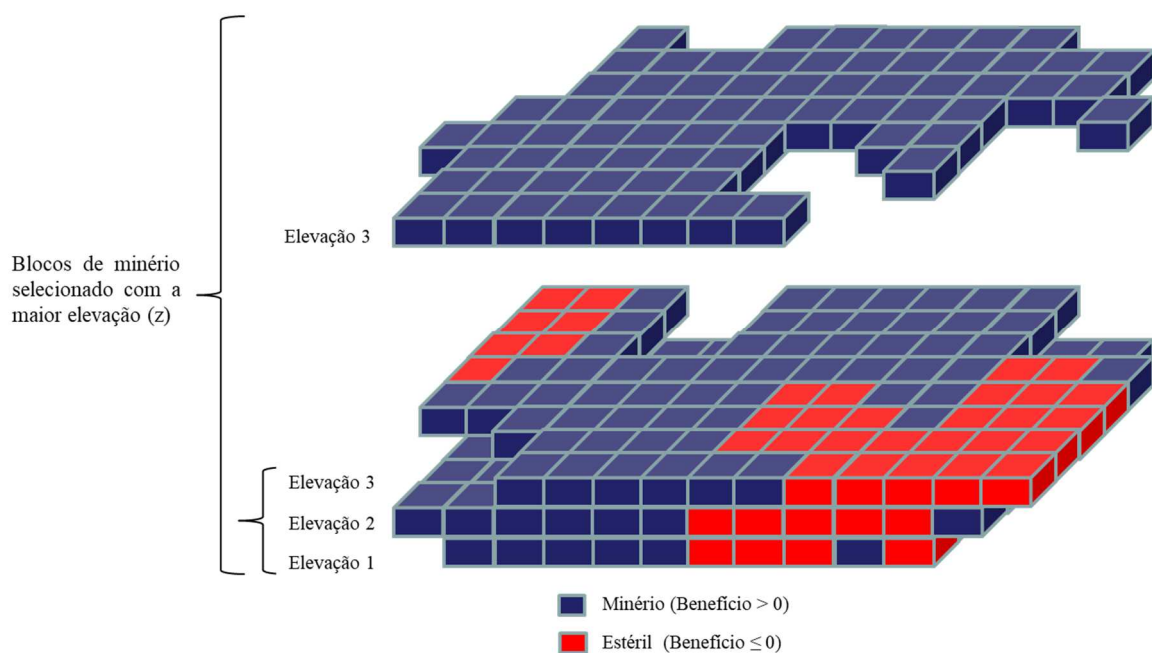
3.2.3 Filtros aplicados aos dados

Ao importar um *dataset*, um filtro é aplicado, de forma que, para cada coordenada (x, y) , apenas o bloco mais alto (maior coordenada z) seja mantido. Após essa operação, a coordenada z não é mais levada em consideração. Essa simplificação é baseada na liberação de

blocos de lavra dentro dos horizontes semanais na extração de estéril, que considera uma relação estéril/minério mínima suficiente para garantir o acesso ao minério contido no plano da semana. Na maioria dos casos, uma quantidade mínima de minério exposto deve ser planejada a fim de garantir as variações operacionais. De acordo com Hustrulid e Kuchta (1995), a quantidade de minério exposto para lavra deve contemplar um horizonte de cinco a seis meses de operação de lavra, permanecendo, nesse caso, o estéril contido entre os blocos de minério. Entretanto, sabe-se que, na prática, o planejamento deve incorporar não somente blocos de minério, mas considerar a extração de outras tipologias, tais como baixo teor, estoques intermediários e estéril, dimensionando recursos para a lavra destes materiais.

A Figura 14 apresenta um esquema dos blocos que vão compor o plano a ser otimizado. Os blocos inferiores representam o modelo completo, antes da importação, contendo blocos de minério e estéril, e, ainda, em diferentes níveis; e os superiores, uma simplificação do modelo que será otimizado projetado para o nível superior, significando que não possuem blocos acima na ordem de precedência.

Figura 14 – Blocos que representarão o plano de lavra que será otimizado



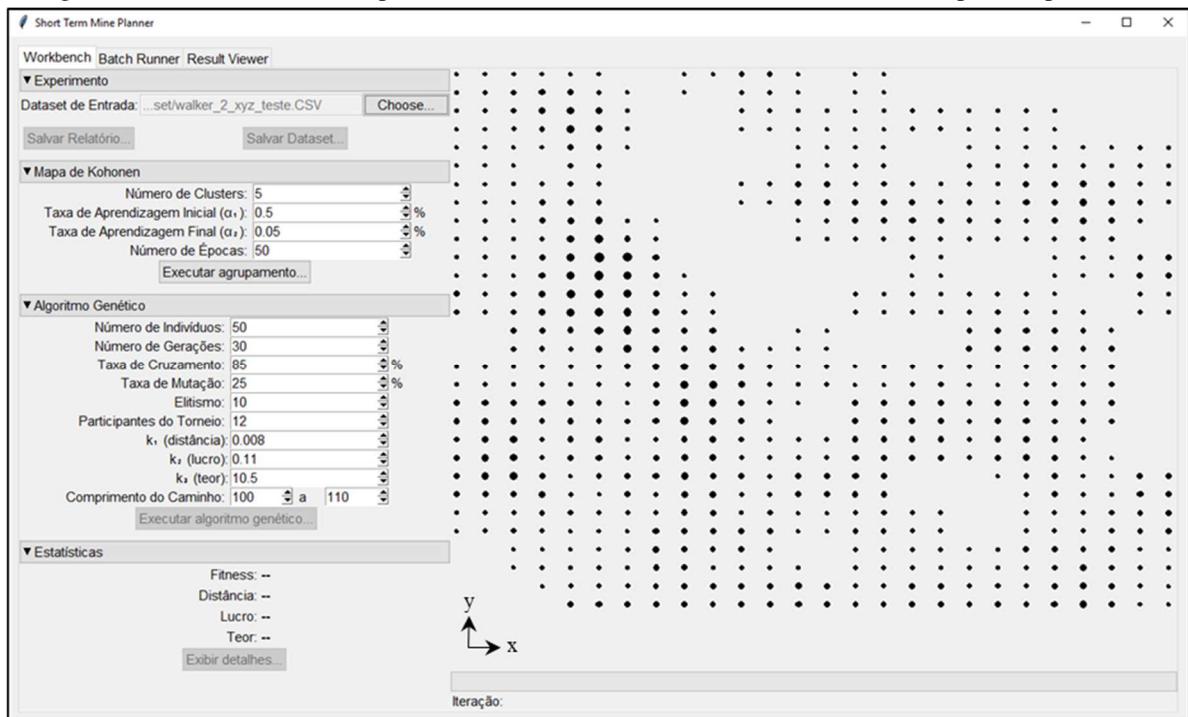
Fonte: Elaboração própria do autor.

Outra ação relevante é o descarte dos blocos que apresentam benefício negativo. No entanto, diferentemente do primeiro caso, esse filtro não é aplicado assim que o *dataset* é importado. Isso é particularmente relevante no agrupamento de frentes para o caso do *dataset*

estocástico, em que o benefício pode ser negativo para algumas simulações, mas positivo em outras.

Na Figura 15 é possível observar o *dataset* contendo os blocos de minério – simulados para a base de dados *Walker Lake* (Isaaks e Srivastava, 1989) – importados a partir da janela de visualização do programa STMP. Os pontos pretos representam o centroide de cada bloco de minério distribuídos em um grid normalizado. A variação de tamanho dos pontos corresponde ao benefício gerado pela função de transferência para o lucro, ou seja, quanto maior o diâmetro maior o benefício.

Figura 15 – Interface com exemplo do modelo de blocos estimado do Walker Lake importado para o STMP



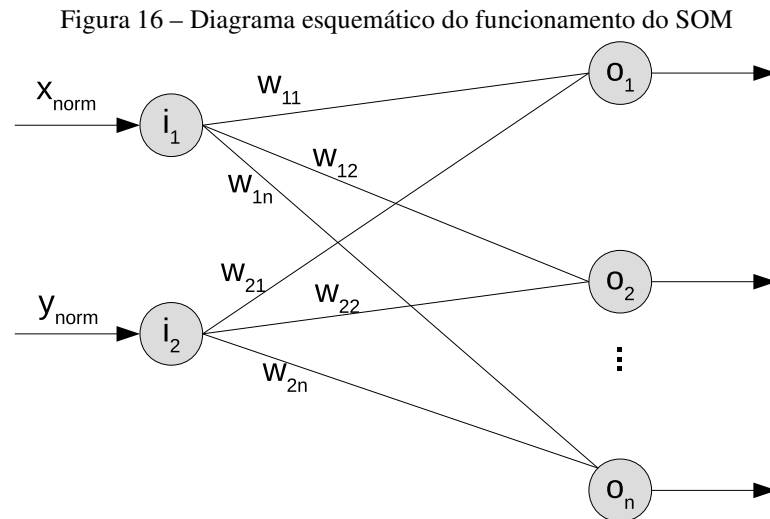
Fonte: Elaboração própria do autor.

Durante todas as operações realizadas, o algoritmo mantém os índices originais dos blocos com relação ao *dataset* não filtrado.

3.2.4 Agrupamento das frentes de lavra (*clusters*) utilizando SOM

Um dos obstáculos no uso de métodos de otimização aplicados ao planejamento de lavra está relacionado ao tamanho dos problemas reais encontrados na mineração, que podem gerar situações intratáveis computacionalmente. Com o objetivo de minimizar o espaço de busca dos blocos viáveis à lavra, evitando que os equipamentos de carga percorram grandes distâncias e

reduzindo o tempo computacional, um algoritmo foi implementado para agrupar blocos de minério com base em um índice de similaridade. Para o agrupamento de regiões de lavra, nas quais serão posicionadas as escavadeiras, a aplicação treina um Mapa Auto-Organizável de Kohonen, com a estrutura apresentada pela Figura 16.



Fonte: Elaboração própria do autor.

Aos neurônios de entrada i_1 e i_2 são aplicadas às coordenadas x e y dos blocos, após devida normalização entre 0 e 1. Como os mapas de Kohonen usam distância euclidiana para a definição do neurônio vencedor, esse cuidado é necessário para que uma coordenada não tenha muito mais importância que a outra. Por exemplo, durante o treinamento usando um *dataset* fictício com $x \in [10, 20]$ e $y \in [1000, 2000]$, a coordenada y iria mascarar o efeito da coordenada x . No caso das coordenadas dos blocos, esse efeito não é desejável, por isso a normalização é feita.

Alternativamente, o mapa poderia incorporar uma terceira entrada referente ao teor do bloco. Os valores normalizados podem ser multiplicados por constantes, permitindo diferentes pesos para os parâmetros de entrada.

A matriz de pesos $[w_{ij}]_{2 \times n}$ é inicializada com valores aleatórios e, ao final do treinamento, corresponde ao aprendizado do mapa, sendo salva nos relatórios de saída do programa.

O treinamento ocorre iterando no *dataset* em T épocas de treinamento. Para cada padrão (x, y) apresentado, define-se um neurônio vencedor o_j . Os pesos associados a esse neurônio são atualizados de acordo com a fórmula:

$$\begin{aligned}w_{1j}' &= w_{1j} + \alpha * (x_{norm} - w_{1j}) \\w_{2j}' &= w_{2j} + \alpha * (y_{norm} - w_{2j})\end{aligned}\tag{18}$$

onde:

- w_{1j} e w_{2j} são os pesos atuais;
- w_{1j}' e w_{2j}' são os novos pesos;
- x_{norm} e y_{norm} são as coordenadas normalizadas do bloco; e
- α é a taxa de aprendizagem.

A taxa de aprendizagem se move de α_1 para α_2 , em T épocas de treinamento:

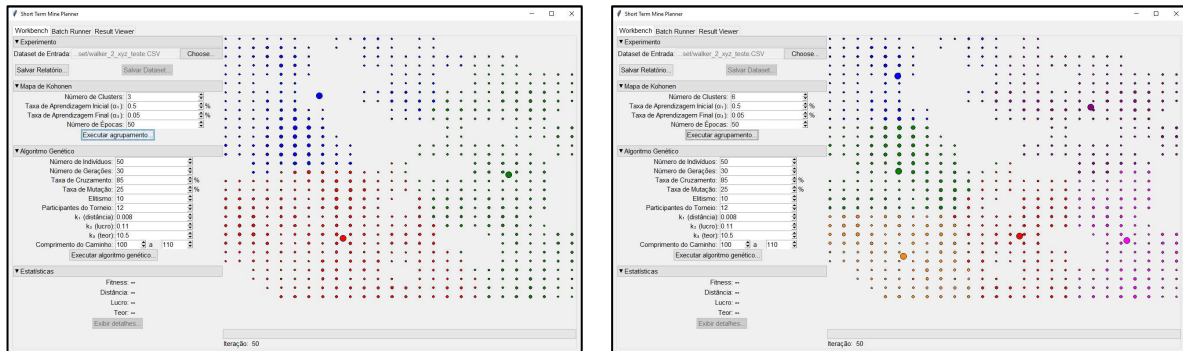
$$\Delta\alpha = \frac{\alpha_2 - \alpha_1}{T - 1}\tag{19}$$

Normalmente, presume-se que $\alpha_2 < \alpha_1 < 1$.

Após o *dataset* importado para o programa, a rotina matemática denominada de *Self-Organizing Map* (SOM) é executada para a geração de agrupamentos (*clusters*) de frentes de lavra. O número de avanços será definido pelo engenheiro de planejamento baseado na similaridade com as frentes. A ideia básica é que cada frente possa corresponder ao posicionamento dos equipamentos de carga que executarão os planos. A Figura 17 apresenta o modelo simulado para a base de dados *Walker Lake* (Isaaks e Srivastava, 1989) com os cenários de agrupamento de blocos utilizando o SOM. A Figura 17(a) apresenta o agrupamento realizado para três *clusters*; a Figura 17(b), para seis *clusters*; e a Figura 17(c), para nove *clusters*. O centroide de cada *cluster* pode ser observado por um círculo de maior diâmetro e a sua respectiva cor, associada.

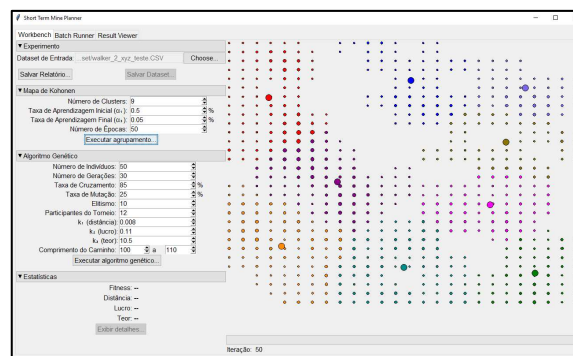
A configuração dos parâmetros de otimização do algoritmo de agrupamento (SOM) é realizada nessa etapa. Kohonen (1997) recomenda que a taxa de aprendizado seja próximo de 0,5 para a fase inicial e de 0,05 para a fase de convergência. O número de épocas dependerá do tamanho da população e do tempo de otimização.

Figura 17 – (a) Três agrupamentos executando a rotina SOM; (b) Seis agrupamentos executando a rotina SOM; (c) Nove agrupamentos executando a rotina SOM



(a)

(b)



(c)

Fonte: Elaboração própria do autor.

3.2.5 Seleção dos blocos de lavra utilizando AG

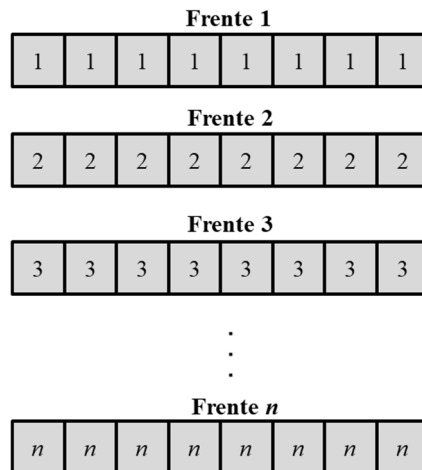
A seleção dos blocos de lavra que vão compor o plano semanal é determinada a partir de uma meta-heurística utilizando algoritmo genético e considera a lista de blocos como um cromossomo (indivíduo) que será “cruzado” para geração de filhos mais aptos com base no critério da função-objetivo. Nesse caso, o tamanho da população pode ser dado pelo conjunto de indivíduos gerados com base no plano de mensal.

3.2.5.1 Representação dos indivíduos

Um indivíduo da população é a representação de uma possível solução em forma de uma sequência de símbolos. Para o problema estudado, os indivíduos são representados pela lista de blocos definida no comprimento do caminho como parâmetro de entrada da rotina. Essa lista considera as n frentes de lavra definidas pelo usuário na etapa de agrupamento das frentes

(SOM). Na Figura 18 observa-se a representação do indivíduo para as n frentes de lavra dos blocos ($n = \text{número de frentes}$).

Figura 18 – Representação do indivíduo para as n frentes de lavra dos blocos



Fonte: Elaboração própria do autor.

O somatório dos blocos do conjunto de frentes de lavra, contidos no plano do período de referência, representa cada indivíduo gerado. Nesse caso a lista de blocos não considera elementos repetidos e os critérios de otimização contidos em cada elemento da lista são dados por:

Tuplas (x, y, z, g, l)

Onde:

x = coordenada x (m);

y = coordenada y (m);

g = Teor do bloco (%);

l = Lucro do bloco (\$).

Para Linden (2006), a representação genética do indivíduo consiste em uma maneira de traduzir as informações presentes no problema estudado de forma que este possa ser compreendido por computadores. Quanto mais adequada ao problema essa representação for, maior será a qualidade dos resultados obtidos.

3.2.5.2 Geração da população inicial

Segundo Soares (2006), a população inicial pode ser obtida de duas formas. Na primeira, os indivíduos são gerados aleatoriamente; já na segunda, a população é gerada por meio de uma heurística, relacionada às características específicas do problema.

Para o problema estudado, o processo de determinação da população inicial é descrito resumidamente a seguir:

- (i) *Definição do tamanho do caminho*: o tamanho do caminho é estabelecido pelo planejador como parâmetro de entrada na janela *Workbench* do STMP. Nesse caso, como o conjunto de frentes representa um indivíduo e o somatório dos indivíduos está relacionado ao tamanho do caminho, existe uma relação entre o tamanho do bloco e o tamanho da caminho - consequentemente da massa que deverá ser programada na semana. O número total de blocos é distribuído aleatoriamente pelo número de frentes, com o mínimo de 10 blocos por frente de lavra.
- (ii) *Criação da envoltória de convexão*: Com base nas frentes de lavra geradas pela rotina SOM, uma envoltória é executada nos blocos que limitam cada frente através do algoritmo denominado *convex hull* ou envoltória de convexão. Este processo visa garantir que o ponto inicial da geração de uma lista de blocos, que irão compor as frentes de lavra, ocorra sempre em uma das extremidades do *cluster*;
- (iii) *Geração de caminhos aleatórios*: um algoritmo, gerador de grafos, constrói aleatoriamente a sequência de blocos em cada uma das frentes de lavra até atingir o número determinado na etapa (i);
- (iv) *Repetição*: o processo é repetido até gerar todos os indivíduos da população inicial, de acordo com os parâmetros de entrada do STMP.

Barboza (2005) afirma que o número de indivíduos da população afeta o desempenho global e a eficiência do AG. Experimentos realizados por De Jong (1975) *apud* Mitchell (1996) indicam que o melhor tamanho de uma população está entre 50 e 100 indivíduos. Esses autores citam que essa é a faixa mais comum usada em aplicação de AG. Considerando o processo de otimização a partir da seleção dos blocos de lavra, deve existir uma relação entre o tamanho máximo dos blocos e o número de indivíduos de cada população.

3.2.5.3 Avaliação da população ou aptidão

Segundo Koza *et al.* (2003), a função de avaliação da população ou aptidão (*fitness*) deve refletir os objetivos a serem alcançados na resolução de um problema e é derivada diretamente das condições impostas por este. Tal função é a maneira utilizada pelo AG para determinar a qualidade do indivíduo como solução de otimização do problema em questão, ou seja, sua aptidão. Considerando que o objetivo do problema seja a sua maximização, a avaliação será diretamente proporcional ao valor da função. Caso o objetivo seja a minimização, a avaliação será inversamente proporcional ao valor da função. Para o problema em estudo, a função é denominada multiobjetivo, pois a função-objetivo considera o somatório de três parâmetros distintos, conforme é descrita pela equação 20.

A função-objetivo global segue como:

$$\mathbf{Fitness} = k_1 * \mathbf{Fitness}_{Distância} + k_2 * \mathbf{Fitness}_{Lucro} + k_3 * \mathbf{Fitness}_{teor} \quad (20)$$

onde:

- **$\mathbf{Fitness}_{Distância}$** = analisa a distância entre os blocos para cada frente separadamente e soma a distância total resultante.

A equação utilizada pela distância é apresentada a seguir e computa a métrica relativa à distância entre os blocos:

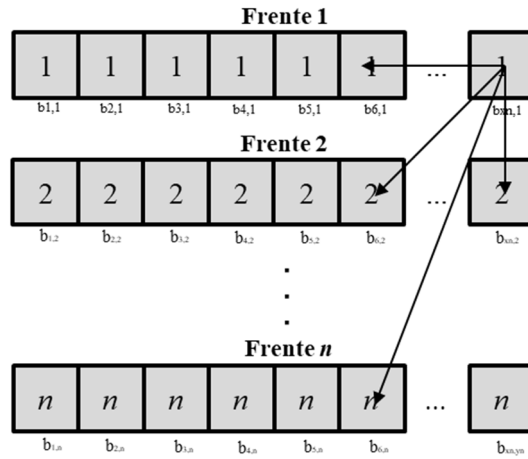
$$Distância_{viagem} = \sum_{b=0}^{N-1} \sqrt{(bloco_{bx} - bloco_{(b+1)x})^2 + (bloco_{by} - bloco_{(b+1)y})^2 + (bloco_{bz} - bloco_{(b+1)z})^2} \quad (21)$$

O resultado da fórmula para o termo da distância é:

$$\frac{1000 * \text{Número de Blocos}}{Distância_{viagem}}$$

Nesse caso, quanto maior a distância entre os blocos, menor será o *fitness* da função. A Figura 19 apresenta uma forma esquemática para o cálculo da distância de cada bloco.

Figura 19 – Representação esquemática da distância



Fonte: Elaboração própria do autor.

O segundo parâmetro utilizado na equação de aptidão global considera o somatório do lucro de cada bloco de lavra e, ainda, adiciona uma componente de tempo, valorizando blocos mais caros sendo extraídos mais cedo.

- ***Fitness_{lucro}*** = soma ponderada dos lucros dos blocos, levando em consideração suas posições temporais (valoriza blocos mais caros, mais cedo);

$$Lucro = \sum_{b=0}^N \left(\sum_{c=0}^M lucro_{ij} \right) * e^{-0.3b} \quad (22)$$

onde b é o índice de bloco na sequência (compartilhado entre todos os *clusters* definidos pelo índice c) e $lucro_{ij}$ é o lucro associado ao i -ésimo bloco do j -ésimo *cluster*.

Por fim, o último parâmetro da função de aptidão global considera o somatório das diferenças entre intervalos de classe da distribuição de frequência de um plano adotado para período de referência determinado contra a distribuição de frequência do sequenciamento previsto no otimizador. A equação 23 considera o resultado do *Mean Square Error* (MSE).

- ***Fitness_{teor}*** = analisa blocos de todas as frentes, em conjunto, valorizando distribuições mais próximas de uma referência. Calcula a métrica relacionada ao teor de minério.

O método avalia o erro médio quadrático MSE de dois histogramas normalizados (com o mesmo número de classes).

$$MSE = \frac{\sum_{i=0}^N (\text{hist}(\text{dataset_ref})_i - (\text{hist}(\text{plano_semanal})_i)^2}{N} \quad (23)$$

onde $\text{hist}(\text{dataset_ref})$ é dado pelo histograma dos blocos definidos no plano de referência (mensal) e $\text{hist}(\text{plano_semanal})$ é dado pelo histograma gerado no STMP para o plano semanal.

O resultado da fórmula para o termo da distribuição do teor é: $\frac{1}{1+MSE}$

Nesse caso, quanto menor a diferença entre histogramas, maior será o *fitness* do teor.

- k_1, k_2 e k_3 = peso determinado para cada fator avaliado.

Para cada parâmetro da função-objetivo global, um peso é determinado como fator multiplicador do mesmo, sendo denominado como k_1, k_2 e k_3 , respectivamente. Esse processo tem como objetivo a uniformização dos parâmetros de otimização da função. Considerando que os objetivos apresentam grandezas distintas (teor, lucro e distância), é necessário que os pesos sejam distribuídos de acordo com os critérios de otimização com vistas a minimizar potenciais efeitos dessas diferenças. Não há uma etapa de normalização dos pesos definidos na função aptidão, sugerindo que um exercício de iterações dos parâmetros definidos no AG – incluindo os k 's – seja realizado com o objetivo de se atingir resultados desejados.

3.2.5.4 Métodos de seleção

Os métodos de seleção são usados para direcionar o processo considerando as melhores regiões no espaço de busca. Tais métodos são utilizados para selecionar os indivíduos que serão submetidos aos operadores genéticos. A seleção por torneio foi utilizada, devido, principalmente, à sua eficiência e à simplicidade. Esse método preserva a diversidade da população, uma vez que a escolha é realizada comparando o valor da função de avaliação entre os indivíduos que participam do torneio. Uma das vantagens do método é que os indivíduos são selecionados aleatoriamente para competir entre si, não existindo nenhuma forma de

favorecimento aos indivíduos com maior aptidão. A rotina matemática implementada utiliza o critério de seleção elitista que consiste em reintroduzir o indivíduo mais bem avaliado de uma geração para a seguinte, evitando a perda de informações importantes presentes em indivíduos de alta aptidão e que podem ser perdidas durante o processo de seleção. Além disso, é possível armazenar temporariamente o melhor resultado encontrado durante a evolução, para que, no final, esse seja designado como o melhor indivíduo encontrado, mesmo que não esteja representado na última geração do processo (Barboza, 2005).

3.2.5.5 Operadores genéticos

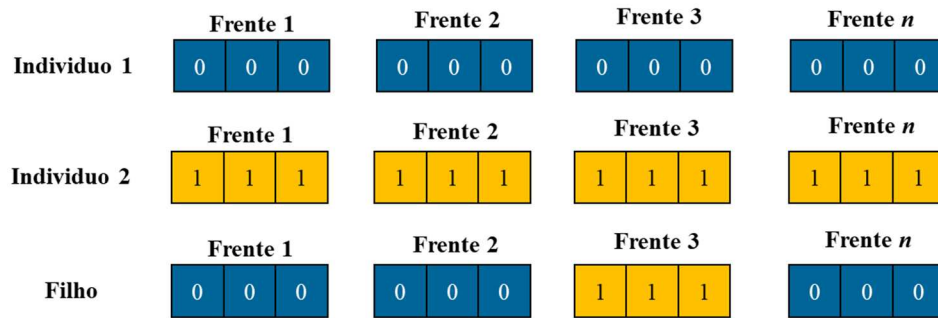
Para produzir indivíduos para a próxima geração, aplica-se operadores genéticos ao indivíduo da geração atual. Segundo Goldberg (1989), existem diversos operadores genéticos; entretanto, dois operadores são comumente utilizados: cruzamento e mutação. Nesta pesquisa, apenas os operadores genéticos básicos (reprodução, cruzamento e mutação) foram utilizados. Os indivíduos envolvidos em operações genéticas são selecionados da população atual com uma probabilidade $p(h)$.

O operador genético do AG seleciona os indivíduos mais aptos da população atual e os copia sem alteração para a próxima população. Segundo Konak *et al.* (2006), o operador de cruzamento (ou *crossover*) é o mais importante dos operadores genéticos. Nessa operação, dois indivíduos são combinados para formar novos indivíduos. Aplicando iterativamente esse operador, é esperado que os genes dos indivíduos bons apareçam com maior frequência na população e, eventualmente, resultem em uma boa solução. Existem vários métodos de cruzamento, e que diferem entre si pela escolha do locus (posição de um *bit*) do indivíduo a ser trocado entre os indivíduos pais e pela maneira como será feita a troca. Para este trabalho, a geração de uma nova população se dá a partir do cruzamento entre as frentes de lavra de forma aleatória. Neste caso, cada frente ou *cluster* pode ser considerado como um gene específico do indivíduo. Então cada gene é uma sequência de blocos referente à um *cluster*. O tamanho total do filho, em número de blocos, só é válido quando o comprimento do filho gerado estiver entre o tamanho máximo e mínimo do caminho. Após n tentativas sem sucesso, o processo é abortado e o indivíduo 1 é retornado.

Aqui, as frentes de lavra são escolhidas aleatoriamente e, a partir dessas frentes, as informações dos pais serão trocadas. Todos os materiais genéticos dos pais existentes limitados por cada frente serão trocados entre eles, e o restante do material genético permanecerá

inalterado. A Figura 20 mostra um exemplo de funcionamento do cruzamento aplicado nesta tese.

Figura 20 – Exemplo de cruzamento do AG entre frentes de lavra



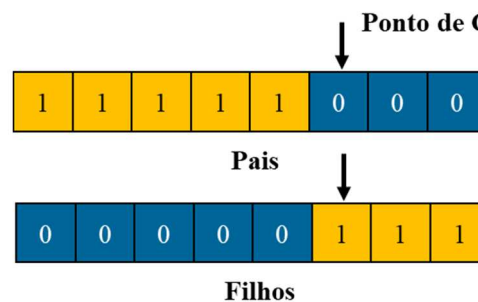
Fonte: Adaptado de Pinto *et al.* (2013).

De Jong (1975) *apud* Mitchell (1996) sugere uma taxa de cruzamento de 0,6. Já Tanomaru (1995) sugere uma taxa de cruzamento superior a 0,7.

Além desse operador genético, a diversidade da população pode ser mantida pelo operador de mutação, no qual um ou mais genes existentes são substituídos por um ou mais genes aleatórios geradores. Nesse caso, o operador de mutação introduz mudanças aleatórias em determinadas características dos indivíduos, aplicadas ao nível do *bit*, e, dessa forma, os indivíduos produzidos por esse operador não são muito diferentes dos originais. No entanto, a mutação reintroduz a diversidade genética de volta à população e auxilia o algoritmo a fugir de máximos ou mínimos locais (Konak *et al.*, 2006).

O processo de mutação implementado, opera da seguinte forma: (i) um evento aleatório sorteia um ponto de corte em um indivíduo específico – se SIM (mutar); (ii) a partir do ponto de corte o caminho é reconstruído pelo gerador de grafos aleatório. A Figura 21 ilustra o funcionamento desse operador de mutação.

Figura 21 – Exemplo de mutação para frente de lavra



Fonte: Adaptado de Pinto *et al* (2013).

De Jong (1975) *apud* Mitchell (1996) sugere uma taxa de mutação igual a 0,001. Já Tanomaru (1995) sugere uma taxa de mutação menor do que 0,01.

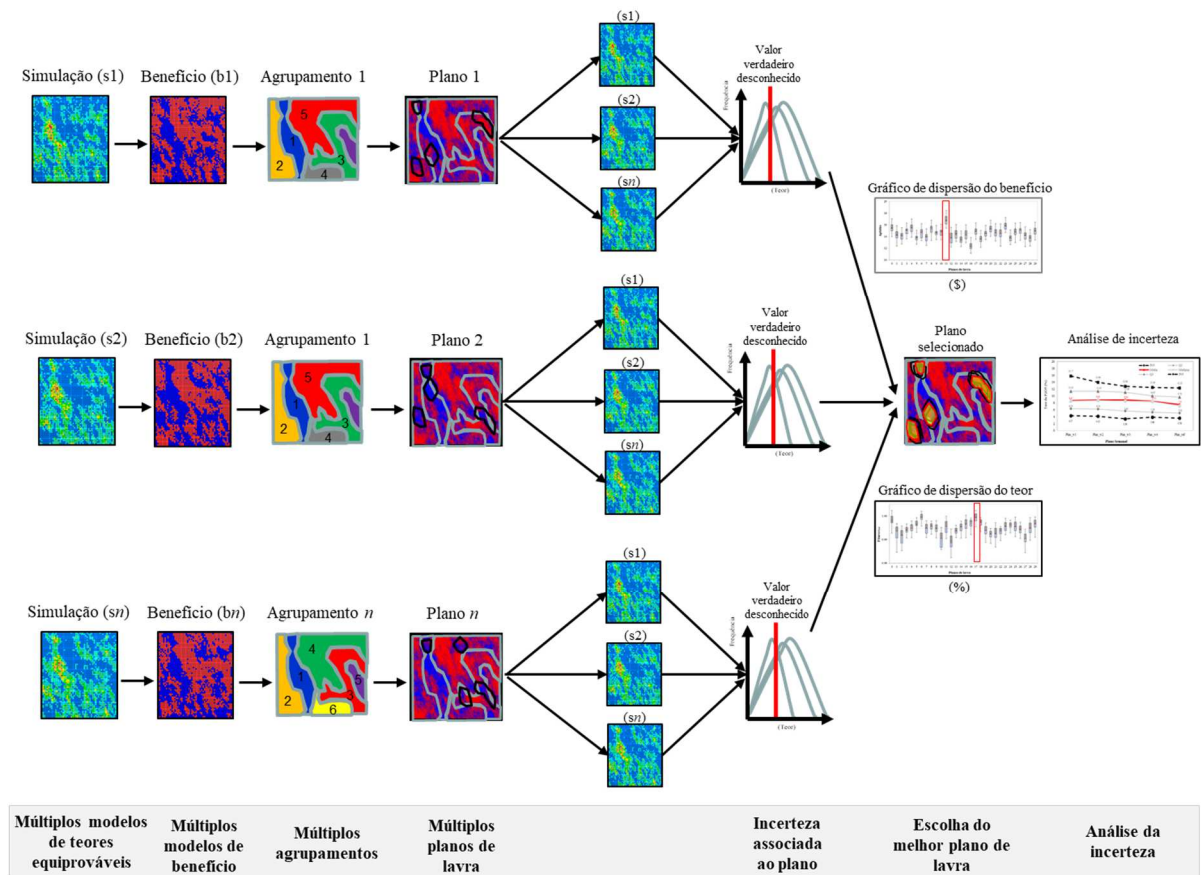
Cabe ressaltar que tanto as operações de cruzamento quanto as de mutação só ocorrem mediante as probabilidades definidas pela taxa de cruzamento e pela taxa de mutação, respectivamente. Dessa forma, tanto o cruzamento quanto a mutação podem não ocorrer, fazendo com que alguns indivíduos filhos sejam exatamente iguais aos pais.

Após os operadores de cruzamento e de mutação terem sido aplicados a todos os indivíduos selecionados, todo o procedimento se repete até que o critério de parada seja alcançado. O número de cruzamentos é realizado até que um critério de parada seja estabelecido. Para este trabalho, o critério de parada é definido como um parâmetro de entrada e está baseado no número de gerações estabelecidas pelo usuário.

3.3 ROTINA DE PLANEJAMENTO ESTOCÁSTICO DE CURTO PRAZO – *BATCH RUNNER*

O processo denominado *Batch Runner* visa gerar, automaticamente, uma série de simulações de cenários de sequenciamento estocástico de lavra, buscando a otimização dos termos definidos na função-objetivo. Usa-se um arquivo de entrada denominado *dataset* estocástico (seção 3.2.2) – contendo as n simulações de teores em uma planilha e seus respectivos benefícios em outra – a rotina matemática realizará um plano de lavra para cada simulação e o respectivo cálculo da incerteza dos termos da função-objetivo. Os parâmetros de entrada dos algoritmos de otimização, SOM e AG, são definidos na etapa anterior, denominada *Workbench*. A Figura 22 apresenta um diagrama esquemático da sequência de atividades executada pela rotina computacional denominada *Batch Runner*.

Figura 22 – Diagrama esquemático da sequência de atividades executada pela rotina computacional denominada *Batch Runner*



Fonte: Elaboração própria do autor.

Em linhas gerais, teremos a seguinte combinação de planos de lavra:

- Modelo simulado 1 Agrupamento 1 Plano 1
- Modelo simulado 2 Agrupamento 1 Plano 1
- Modelo simulado 3 Agrupamento 1 Plano 1
- ...
- Modelo simulado n Agrupamento 1 Plano 1

- Modelo simulado 2 Agrupamento 1 Plano 2
- Modelo simulado 1 Agrupamento 1 Plano 2
- Modelo simulado 3 Agrupamento 1 Plano 2
- ...
- Modelo simulado n Agrupamento 1 Plano 2

A rotina matemática repetirá o processo até que todos os planos sejam gerados.

- Modelo simulado n Agrupamento n Plano n

Nesta etapa de otimização, a rotina de agrupamento de frentes de lavra (SOM) poderá ser executada de acordo com os parâmetros de entrada determinados pelo planejador. Como os pesos de entrada são definidos aleatoriamente, para não formatar o mapa com uma tendência inicial de se organizar, os agrupamentos serão variáveis e independentes do número de simulações. A quantidade de cenários de lavra gerados representará o produto do número de simulações pelo número de agrupamentos. Como exemplo, um *dataset* estocástico contendo cinquenta simulações para quatro agrupamentos produzirá duzentos planos de lavra.

Ao final de cada simulação um arquivo .xlsx é gerado contendo os campos (x, y, z, teor, benefício, *week*, *Row*, *column*, *GradeNorm*, *Index* e *Cluster*) na planilha denominada *ResultsGroupnSimn*, na qual *Groupn* representa o número do agrupamentos e *Simn* representa o número das simulações. A coluna *week* indica os blocos que deverão ser lavrados no planejamento da semana. Além dessas informações, esse arquivo ainda salva parâmetros da função SOM e AG, as coordenadas do centroide do SOM, a sequência de cada *cluster* e o arquivo de evolução da aptidão definida na função de otimização do AG.

3.4 DETERMINAÇÃO DA SEQUÊNCIA ÓTIMA DE ESCAVAÇÃO

Embora um número razoável de planos possam ser gerados a partir do número de iterações entre os *clusters* combinado aos modelos de teores simulados, o direcionamento do plano de lavra que será entregue para a operação deverá ser reduzido a apenas um único plano, pois o operador do equipamento de carga teria grande dificuldade em escolher quais blocos deveriam ser lavrados no período selecionado. Dessa forma, é proposto nesse trabalho que o plano selecionado tenha uma relação do melhor resultado obtido a partir do somatório da função função-objetivo sobre o desvio padrão dos planos calculado em cada simulação.

Para a seleção do plano considerado ótimo, foi definida uma função matemática descrita a seguir:

$$Po = \sum_{i=0}^N \frac{Fsim}{\sigma} \quad (24)$$

onde,

Po – Plano ótimo de lavra

$Fsim$ – Somatório do *fitness* para a função

σ – Desvio padrão do plano

N – Número de simulações

Nesse caso, o plano selecionado considerará a relação entre a máxima aptidão obtida a partir do somatório dos resultados da função-objetivo e o desvio padrão calculado para o modelo de incerteza de teores. Embora este seja o critério estabelecido para a seleção do plano de lavra, distintas alternativas devem ser exploradas pelo planejador de curto prazo. Como exemplo, o plano com mínimo desvio entre os teores quando comparado ao plano de referência ou máximo benéfico obtido.

CAPÍTULO 4

4 IMPLEMENTAÇÃO DA METODOLOGIA: ESTUDO DE CASO

Nos capítulos anteriores, foram apresentadas as metas e os objetivos da tese (Capítulo 1), a revisão do estado da arte relacionada ao desenvolvimento da proposta de trabalho (Capítulo 2), bem como o detalhamento dos conceitos de meta-heurística para a classificação dos blocos de lavra que serão selecionados no plano semanal (Capítulo 3).

O Capítulo 4 investiga a eficácia da metodologia de planejamento estocástico de curto prazo, a partir da aplicação prática em dois estudos de caso: o primeiro utiliza o banco de dados *Walker Lake* (Isaaks e Srivastava, 1989) em duas dimensões; e o segundo considera uma situação real de uma mina de fosfato para seleção dos limites de escavação otimizados no cenário de incertezas. Ambos cenários visam reproduzir a seleção de limites de escavação em avanços típicos de lavra, frequentemente encontrado pelos engenheiros de planejamento de curto prazo.

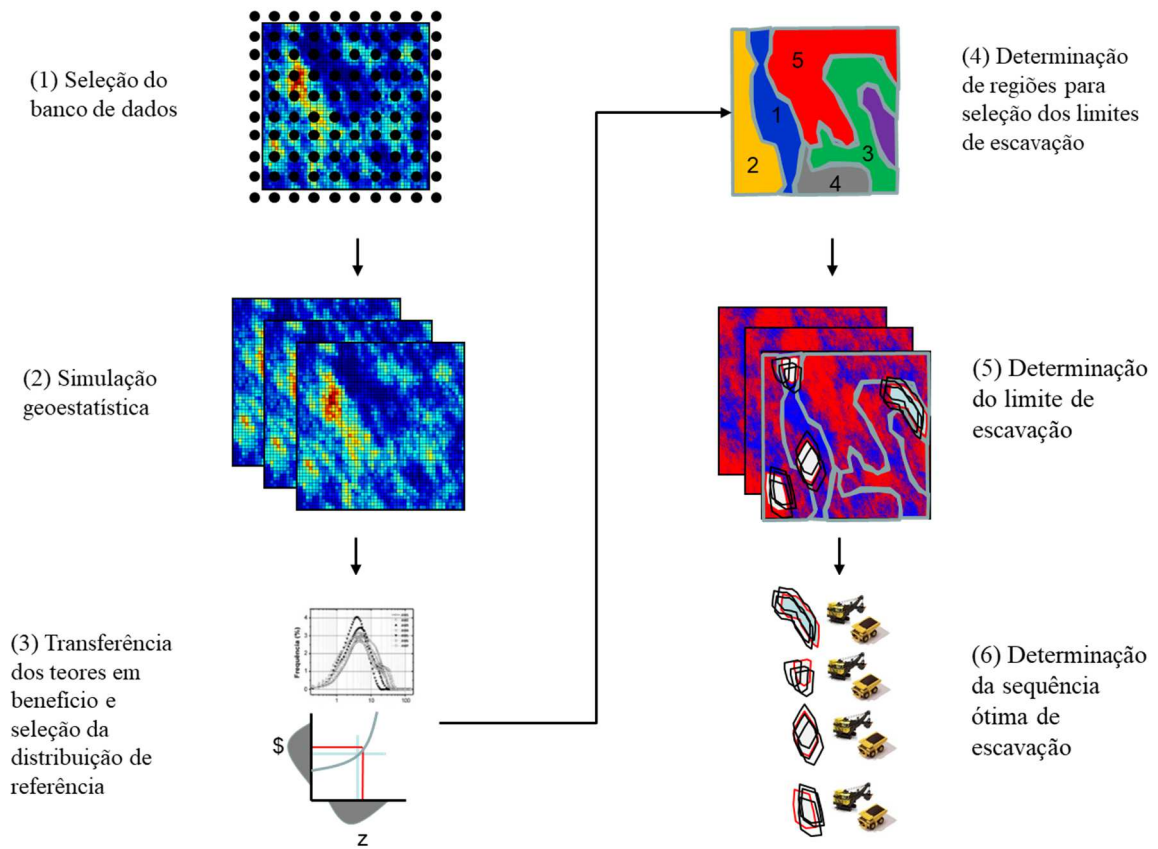
4.1 DESENVOLVIMENTO DOS ESTUDOS

A metodologia, descrita em detalhes na seção 1.5, está baseada no planejamento estocástico de lavra a partir da incerteza dos teores. Dessa forma, é possível dividi-la em seis passos distintos:

- (i) seleção da área em estudo;
- (ii) construção do modelo de incerteza para obtenção da distribuição de probabilidades dos teores dos blocos de lavra;
- (iii) transferência da incerteza de teores em lucro esperado;
- (iv) agrupamento das frentes de lavra;
- (v) planejamento estocástico a partir da seleção dos blocos de minério que vão compor o planejamento semanal de lavra;
- (vi) seleção do plano ótimo para envio à operação.

A Figura 23 apresenta um desenho esquemático considerando os passos realizados para aplicação do método.

Figura 23 – Ilustração esquemática que apresenta as etapas de controle de teores realizadas para a obtenção dos limites de escavação



Na sequência do trabalho, a metodologia é detalhada a partir da sua implementação nos dois estudos de caso já citados.

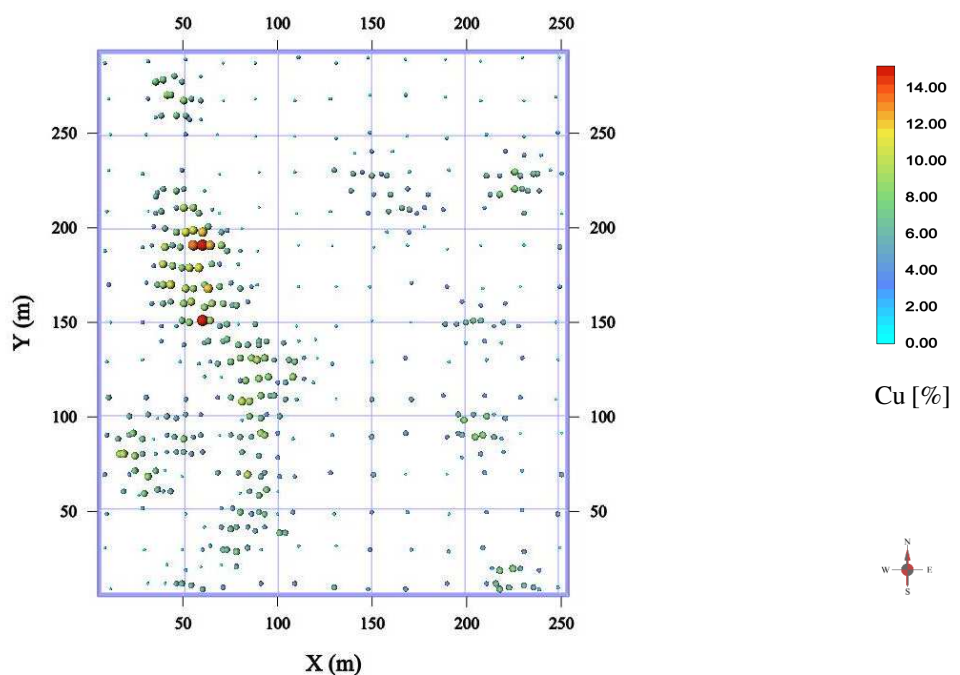
4.2 ESTUDO DE CASO – WALKER LAKE

O primeiro estudo de caso utiliza como base o banco de dados de domínio público denominado *Walker Lake* (Isaaks e Srivastava, 1989), que foi adaptado para representar um ambiente 2D considerado em um típico painel de lavra.

4.2.1 Avaliação da área em estudo

O conjunto de dados *Walker Lake* foi apresentado por Isaaks e Srivastava (1989). Deriva-se de um modelo digital de elevação do fundo do lago *Walker*, em Nevada. O conjunto de dados contém três variáveis (V , U e T), com 78.000 dados. As duas primeiras são variáveis contínuas e a última, categórica. Neste estudo de caso, a variável contínua V foi usada e interpretada como medida da concentração do teor de cobre no suporte pontual. Esse conjunto de dados de referência – plotado na Figura 24 – está amostrado em um *grid* irregular contendo 470 amostras espaçadas em, aproximadamente, 10 x 10 m. A bancada que será lavrada representará um *grid* de 25 m² e um banco de 1 m de altura, resultando em volume de 625.000 m³. Esse subconjunto será chamado de conjunto de dados de amostra *Walker Lake*.

Figura 24 – Mapa de localização das amostras do parâmetro em estudo

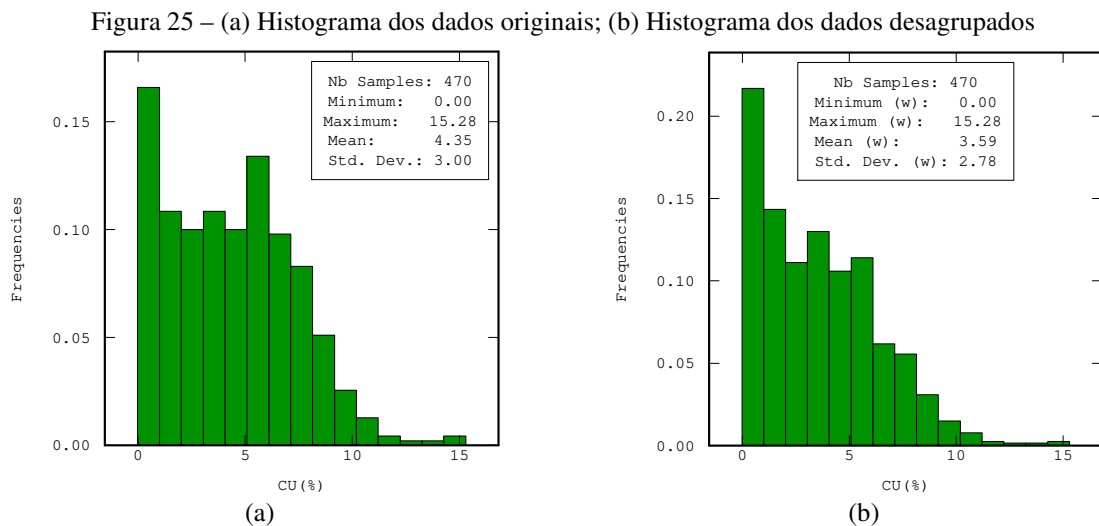


Fonte: Elaboração própria do autor.

Observa-se (Figura 24) uma malha semirregular de amostras de cobre distribuídas na área de interesse. Neufeld *et al.* (2003) sugerem que, para a etapa de planejamento de curto prazo e controle de teores, a área analisada deve ser grande o suficiente para reproduzir a continuidade espacial dos dados e, ao mesmo tempo, garantir um modelo que represente a variabilidade local da região que será lavrada. A análise exploratória dos dados é realizada nesta etapa e será a base para a construção dos modelos de incerteza de teores.

4.2.1.1 Análise exploratória dos dados

A Figura 25(a) apresenta o histograma dos dados originais com média de 4,35% de Cu e desvio padrão de 3,00%. Mesmo na etapa de controle de teores, as campanhas de amostragem são realizadas por meio de um detalhamento em zonas com teores de maior ou menor valor, podendo levar a dados parciais que não são representativos do volume total analisado. Com o intuito de minimizar esse efeito de agrupamento preferencial de amostras, foi realizado o desagrupamento dos dados originais utilizando o método *declustering*. A Figura 25(b) apresenta os valores das amostras desagrupados com média de 3,59% de Cu e desvio padrão de 2,78%.



Fonte: Elaboração própria do autor.

4.2.1.2 Transformação normal

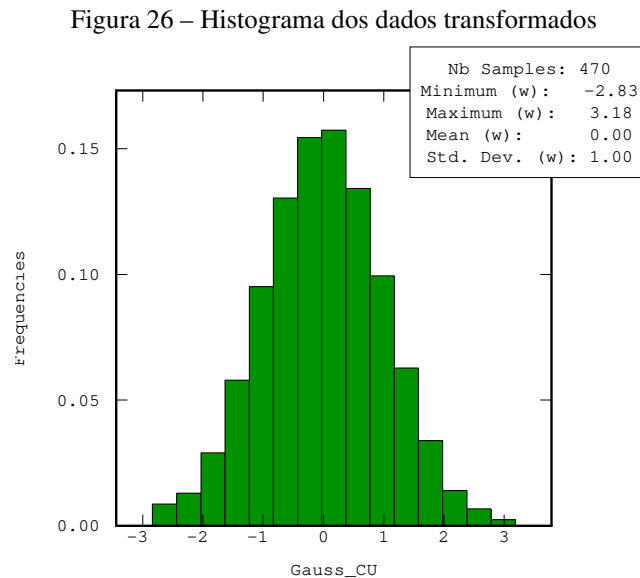
A simulação por bandas rotativas é utilizada para a construção do modelo de incerteza de teores. O uso desse método de simulação exige que todas as variáveis sejam transformadas em uma distribuição normal padrão.

A normalização dos dados usa anamorfose gaussiana (φ), que transforma uma variável Y com distribuição não gaussiana em uma nova variável Z com uma distribuição $Z = \varphi(Y)$. Essa função pode ser expressa como uma função polinomial (Geovariances, 2007):

$$Z = \varphi(Y) \rightarrow \varphi(Y) = \sum_i^{\infty} \psi_i H_i(Y) \quad (25)$$

onde os $H_i(Y)$ são os polinômios de Hermite e ψ_i , os coeficientes desses polinômios.

Os dados da variável U transformados são apresentado esquematicamente na Figura 26.



Fonte: Elaboração própria do autor.

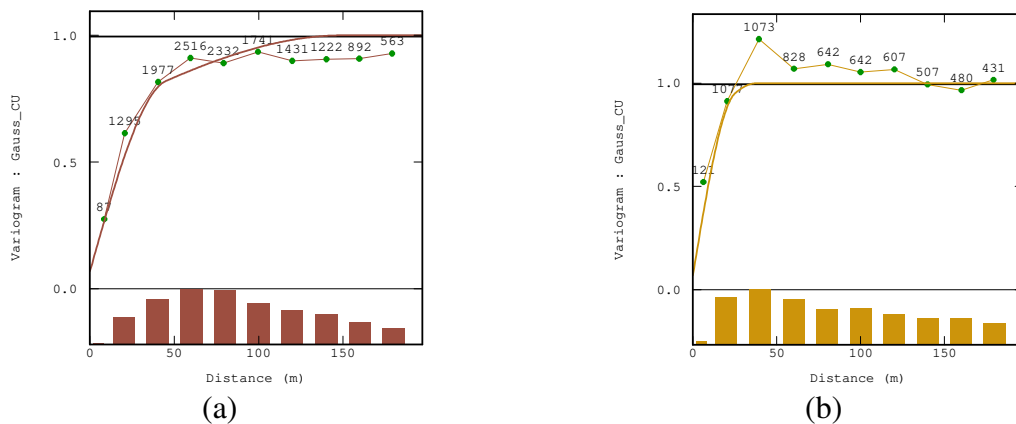
Existem duas finalidades na transformação normal dos dados: (i) a necessidade de se conhecer a distribuição condicional para a estimativa; e (ii) a variância dos dados transformados; por consequência, o *Sill* do variograma é igual a 1,0. Nesse caso, com a transformação normal dos dados, tem-se o efeito de amortecimento aos dados discrepantes, permitindo que a medida de continuidade espacial apresente melhor comportamento durante as etapas de modelagem, em função de valores extremos não afetarem o cálculo de forma significativa.

Além da normalização da distribuição amostral, um teste de binormalidade foi realizado com o objetivo de verificar a possibilidade de utilização do modelo multigaussiano, conforme metodologia proposta por Matheron (1982). Para a base de dados analisada, observa-se que o madograma dividido pela raiz quadrada do variograma apresenta valores que oscilaram próximo a 0,564, o que demonstra ser possível assumir a binormalidade e estender a multinormalidade.

4.2.1.3 Modelagem do variograma

A variabilidade espacial de uma variável pode ser modelada pelo variograma. Existem dois passos básicos para a modelagem do variograma: (i) cálculo do variograma experimental realizado a partir dos dados normalizados e (ii) construção de um modelo baseado no variograma experimental. A Figura 27 mostra o variograma experimental dos dados.

Figura 27 – (a) Variograma dos dados na direção 157,5°; (b) Variograma dos dados na direção 67,5°



Fonte: Elaboração própria do autor.

Um fenômeno espacial pode apresentar comportamento anisotrópico em diferentes correlações espaciais para direções distintas. Nesse caso, o variograma experimental direcional busca capturar as características anisotrópicas presentes no fenômeno espacial em estudo. A ideia é calcular um variograma experimental nas direções de máximas e mínimas continuidades espaciais para a análise em duas dimensões. Neufeld *et al.* (2003) citam que o cálculo do variograma experimental é um exercício que requer iterações de parâmetros para alcançar bons resultados.

A seguir, o modelo matemático do semivariograma foi construído a partir dos dados normalizados de Cu, em que a direção de maior continuidade está em 157,5°.

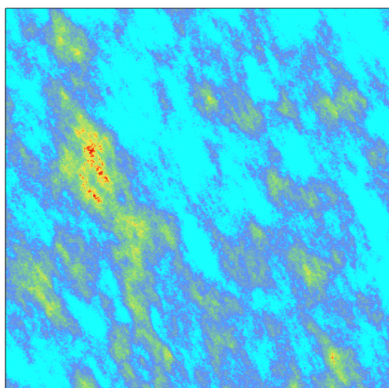
$$\gamma(h) = 0,25 + 0,50 * sph\left(\frac{N157,5^\circ}{55} + \frac{N67,5^\circ}{25}\right) + 0,25 * sph\left(\frac{N157,5^\circ}{125} + \frac{N67,5^\circ}{40}\right) \quad (26)$$

4.2.2 Simulação geostatística aplicada ao modelo de curto prazo

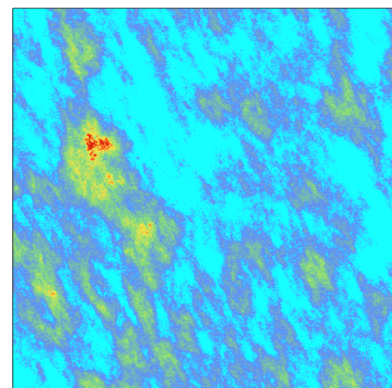
Técnicas de simulação podem superar muitas limitações da estimativa por krigagem, múltiplas realizações dos parâmetros de interesse são construídas para capturar e reproduzir a incerteza dos dados no modelo. Para esse caso, busca-se capturar a incerteza dos teores por meio das n realizações utilizando o método de simulação por bandas rotativas. Essas incertezas podem ser transferidas por meio de cálculos econômicos para determinar o espaço de variabilidade de valores para os blocos do modelo e contribuir para a determinação de limites ideais de escavação.

Para este estudo, foram realizadas 50 simulações, em um *grid* regular de 1 x 1 m. O número de cenários simulados deve ser suficiente para garantir acesso ao espaço de incerteza do fenômeno e dependerá da aplicação específica do problema. Em um horizonte de curto prazo, um modelo de incertezas de teores contendo 50 simulações, pode contribuir de forma significativa na tomada de decisão de quais blocos devem ser lavrados, pois permitirá capturar a real variabilidade local dos dados. Essa é uma informação valiosa para os engenheiros de planejamento, que, além de mapear a variabilidade local quando comparado a modelos utilizando métodos convencionais, poderão inserir os riscos associados a incerteza geológica na critério de seleção. Na Figura 28, foram selecionadas, de forma aleatória, seis das 50 simulações realizadas com o banco de dados em estudo.

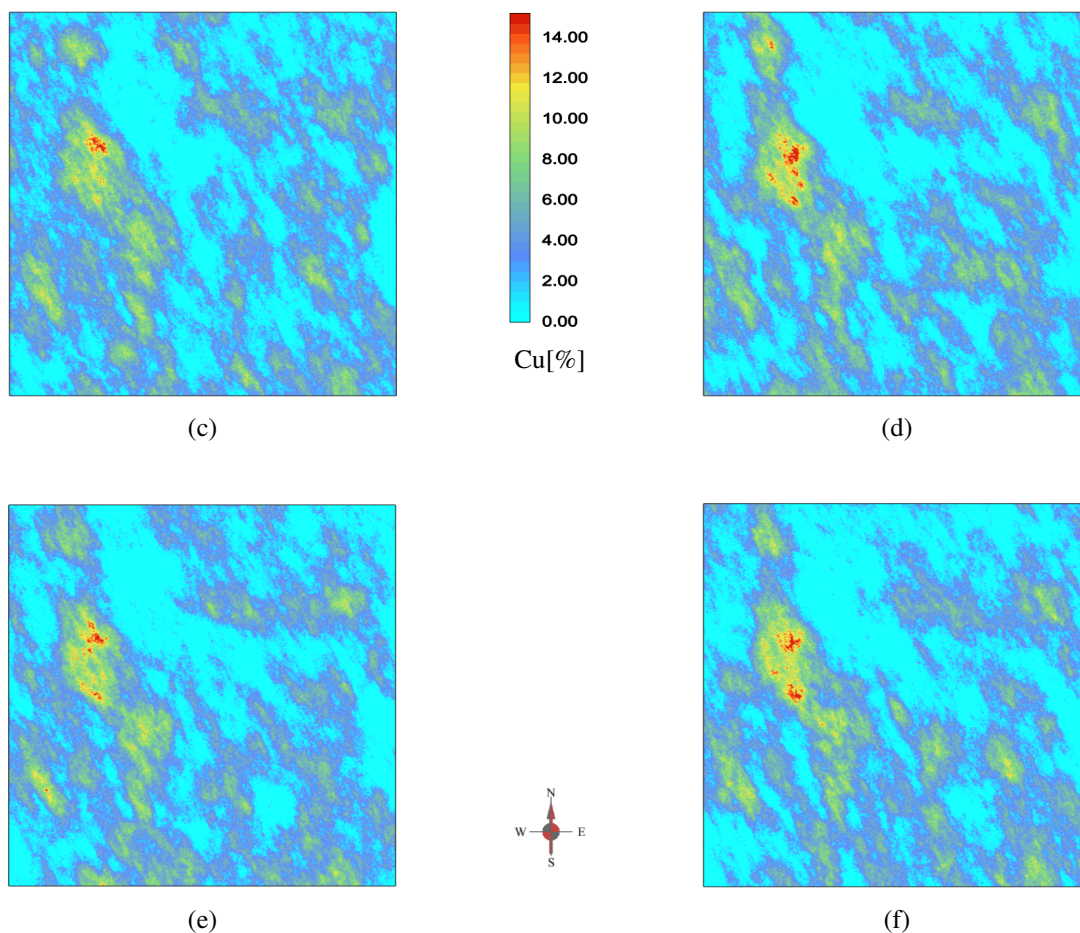
Figura 28 – Modelos de blocos de seis simulações realizadas para a variável Cu para um *grid* de 1 x 1 m: (a) Simulação 1, (b) Simulação 2, (c) Simulação 3, (d) Simulação 4, (e) Simulação 5 e (f) Simulação 6



(a)



(b)



Fonte: Elaboração própria do autor.

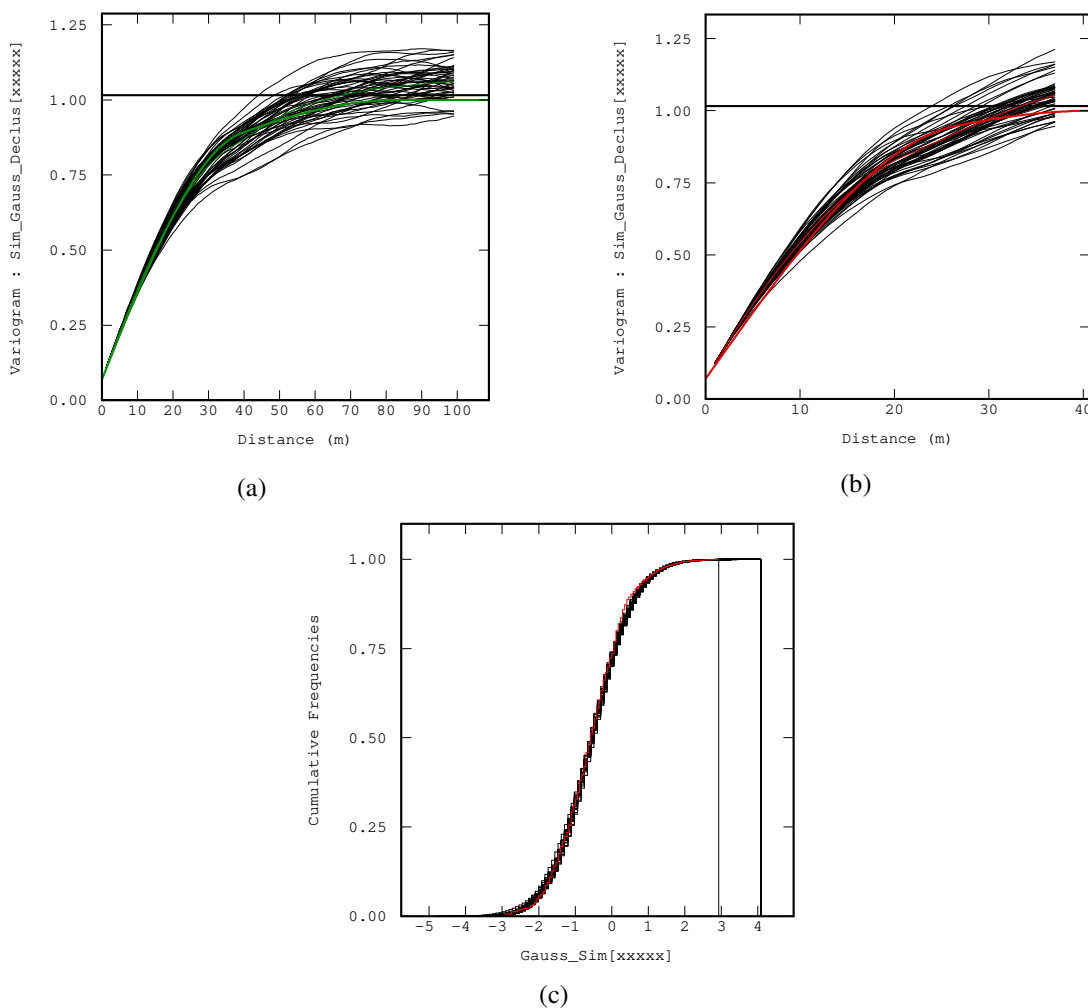
A etapa de validação das simulações é importante para assegurar a qualidade na tomada de decisão usando esses modelos. Nesse caso, a validação das simulações verifica a reprodutibilidade do histograma e do modelo de continuidade espacial, características de estacionariedade de primeira e segunda ordem.

A Figura 29 apresenta a validação das estatísticas das simulações com os dados amostrais. Os histogramas acumulados foram gerados pela análise dos quantis de cada realização em comparação com os dados amostrais. A validação da continuidade espacial foi realizada comparando-se os variogramas experimentais obtidos para cada realização com os modelos de continuidade espacial baseados nos dados amostrais. A Figura 27 mostra os modelos dos variogramas utilizados para realizar as simulações e as flutuações ergódicas nas simulações para as direções de (a) maior continuidade e (b) menor continuidade. Pela análise das figuras (a) e (b), observa-se que os variogramas simulados honraram a continuidade espacial dos dados amostrais.

A verificação dos histogramas foi realizada para assegurar que a distribuição univariada no suporte da amostra fosse reproduzida dentro de flutuações ergódicas estatísticas razoáveis.

Um gráfico contendo os histogramas acumulados das 50 simulações geradas foi comparado com o histograma acumulado dos dados. Na Figura 29(c), observa-se que as realizações seguem de perto a distribuição das amostras, indicada pelas pequenas flutuações na comparação dos histogramas acumulados.

Figura 29 – (a) Variograma dos dados na direção 157,5°; (b) Variograma dos dados na direção 67,5°; (c) Histograma acumulado dos dados simulados



Fonte: Elaboração própria do autor.

A partir dos valores simulados, em cada realização, foram calculados os valores de U para 3.120 blocos de $5 \times 5 \times 1$ m nas direções x , y e z , visto que o cálculo das funções de interesse é baseado nos valores dos blocos que serão lavrados. A média aritmética dos valores de U para os pontos que pertencem a um mesmo bloco corresponde ao valor de U para o respectivo bloco. A distribuição dos teores dos blocos deve apresentar variância próxima da teórica da distribuição dos blocos, segundo a relação de Krige (Journel & Huijbregts, 1978).

Desse modo, o número de pontos simulados dentro do bloco é considerado suficiente para que o valor do bloco seja aproximado pela média dos valores dos pontos.

4.2.3 Função de transferência para o lucro

A partir dos teores simulados, uma função de transferência que calcula o benefício de cada bloco é gerada. Os parâmetros econômicos assumidos para o estudo de caso utilizando o banco de dados *Walker Lake* são apresentados na Tabela 1 e foram discutidos no Capítulo 2. Os parâmetros inseridos na função benefício que definem os valores econômicos gerados por cada blocos foram hipotéticos e têm como objetivo classificar blocos de minério e estéril contidos na região de interesse.

Tabela 1 – Parâmetros técnicos e econômicos da função benefício

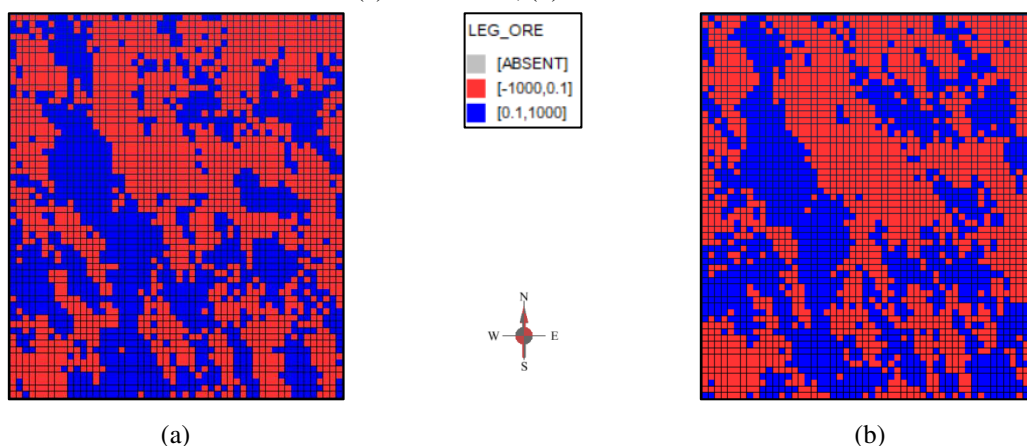
Definição dos Parâmetros Técnicos e Econômicos		
Preço do Metal - Cu	2,50	US\$/lb
Custo de Venda - Cu	0,35	US\$/lb
Custo de Lavra	3,50	US\$/t
Custo de Processo	10,00	US\$/t
Recuperação Metalúrgica - Cu	90,00	%
Recuperação na Fundição - Cu	93,00	%

Fonte: Elaboração própria do autor.

Nesse caso, são considerados blocos de minério todos aqueles que obtiverem benefício maior do que zero no cálculo da função. Uma variedade de funções de transferência poderia ser explorada neste trabalho – incluindo variações no desempenho metalúrgico de cada bloco –; entretanto, o foco do trabalho está limitado à otimização e à seleção dos blocos de minério para a formação da pilha.

As soluções de referência, baseadas nas informações da Tabela 1, são mostradas na Figura 30(a) e (b) para duas simulações distintas. Em azul estão descritos os blocos que apresentaram benefício positivo para as simulações 1 e 2; e em vermelho, aqueles com benefício menor ou igual a zero.

Figura 30 – Benefício associado aos teores simulado em um *grid* de 5,0 x 5,0 m:
(a) Benefício 1, (b) Benefício 2



Fonte: Elaboração própria do autor.

Conforme apresentado no Capítulo 3 – que descreve a função de otimização –, as informações do benefício de cada bloco serão utilizadas como critério de importação na rotina matemática (STMP) e nos termos da função de aptidão do AG.

4.2.4 Algoritmo de sequenciamento de lavra aplicado ao curto prazo

A partir do modelo de incertezas gerado, bem como a sua função de transferência que determina o benefício de cada bloco, parte-se para a seleção e a otimização dos blocos de minério que serão programados para a lavra no horizonte de curto prazo. Nesse caso, dois arquivos contendo as coordenadas de cada bloco, os teores das n simulações realizadas, assim como o benefício associado a cada simulação, estão prontos para a importação no STMP.

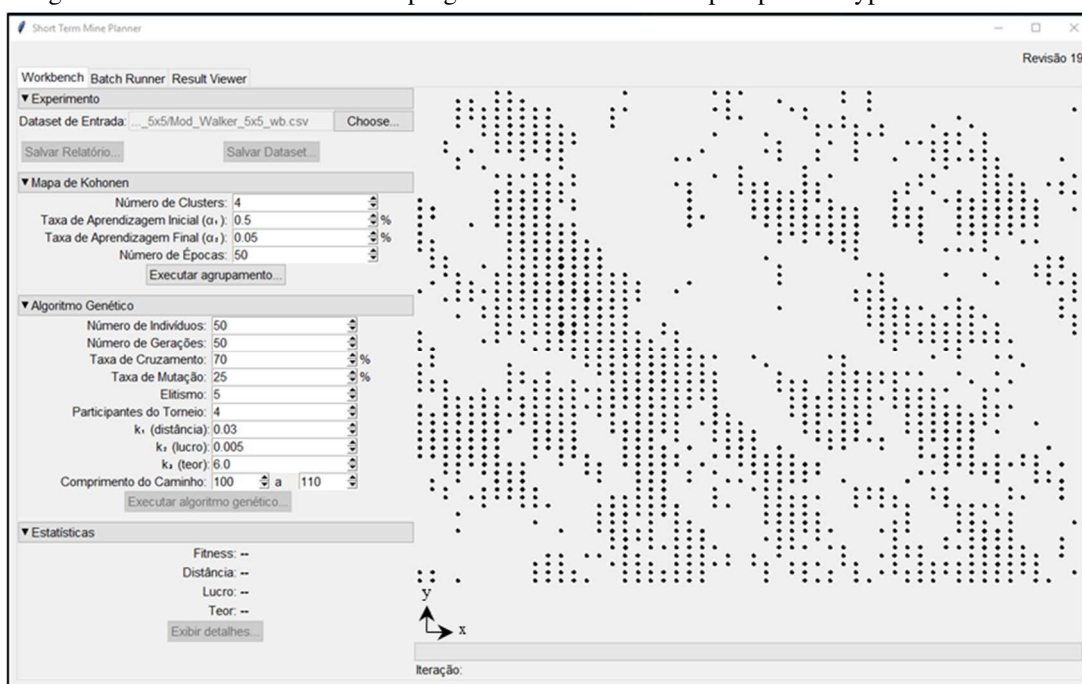
A distinção dos arquivos de entrada deve-se a seus objetivos estabelecidos no programa. Para o *dataset* simples, arquivo que associa as coordenadas do bloco a um valor de teor estimado e a um valor para o benefício, seu principal objetivo é permitir ao planejador executar um plano e configurar os termos das funções de otimização que serão utilizados no planejamento estocástico. Para o *dataset* estocástico – arquivo que reúne valores equiprováveis dos teores e seus respectivos benefícios de acordo com as simulações executadas –, o objetivo é permitir ao planejador realizar uma série de planos variando o número de execução dos *clusters* para cada uma das simulações. Os parâmetros de otimização dos algoritmos utilizados na etapa de planejamento estocástico estão baseados nas configurações definidas na etapa anterior. Na seção seguinte, a aplicação da rotina matemática será descrita com maiores detalhes.

4.2.4.1 Seleção da região

Na prática, recomenda-se desenvolver o trabalho de planejamento por meio de regiões menores de lavra, baseado principalmente nas premissas e metas definidas no plano mensal ou trimestral, previamente estabelecidas pelos engenheiros de planejamento. Isso visa a uma melhor aderência ao sequenciamento da lavra e ainda garante que os dados das amostras de pó de perfuratriz vão compor o modelo simulado. Após a seleção do plano mensal de lavra, o *dataset* simples e o *dataset* estocástico são importados na rotina matemática desenvolvida. O modelo de blocos permite a importação de um arquivo com a extensão .csv ou .xlsx contendo, obrigatoriamente, as colunas (x , y , z , *Grade*, *Profit* e *Week*) e carrega apenas os blocos com benefício positivo, ou seja, somente os blocos de minério serão sequenciados. Além disso, a rotina matemática considera os blocos contendo a máxima elevação em (z), então somente as regiões de minério que estão expostas para lavra serão carregadas no programa.

Na Figura 31, observa-se a janela de visualização do STMP contendo os blocos de minério do *Walker Lake* simulados para o *Etype*. Os pontos pretos representam o centroide de cada bloco distribuído em um grid normalizado. A variação de tamanho dos pontos corresponde ao benefício gerado pela função de transferência para o lucro. Os blocos que apresentam benefício negativo não foram importados para a otimização.

Figura 31 – Interface de entrada do programa com o dataset simples para o Etype dos teores de Cu



Fonte: Elaboração própria do autor.

4.2.4.2 Agrupamento dos avanços de lavra (SOM)

Nesta etapa, o engenheiro de planejamento deve determinar o número de frentes de lavra que serão utilizadas. Para esse caso, entende-se que existe uma relação do número de frentes de lavra com o posicionamento dos equipamentos de carga em cada uma dessas frentes. Como o objetivo é realizar um planejamento semanal e a consequente composição de uma pilha de homogeneização, o número de frentes não necessariamente está relacionado ao número de equipamentos, mas sim às áreas que serão selecionadas para a composição do plano semanal. Isso poderá variar de uma mina para outra, ou mesmo de uma região específica de lavra, e visa minimizar a variabilidade dos teores ao longo do sequenciamento de lavra. A partir de uma rotina matemática denominada *Self-Organizing Map* (SOM), o programa gera automaticamente o agrupamento de regiões denominadas de avanços de lavra, empregando a distância euclidiana como função de otimização. Os parâmetros de ajuste da rotina (SOM) são definidos pelo usuário e explicados com mais detalhes no Capítulo 3.

Conforme observado a partir da Tabela 2, para o estudo de caso, utilizou-se quatro frentes de lavra (*clusters*), taxa de aprendizagem inicial (α_1) igual a 0.5, taxa de aprendizagem final (α_2) igual a 0.05 e 50 épocas.

Tabela 2 – Configuração dos parâmetros de entrada nos algoritmos inseridos no STMP

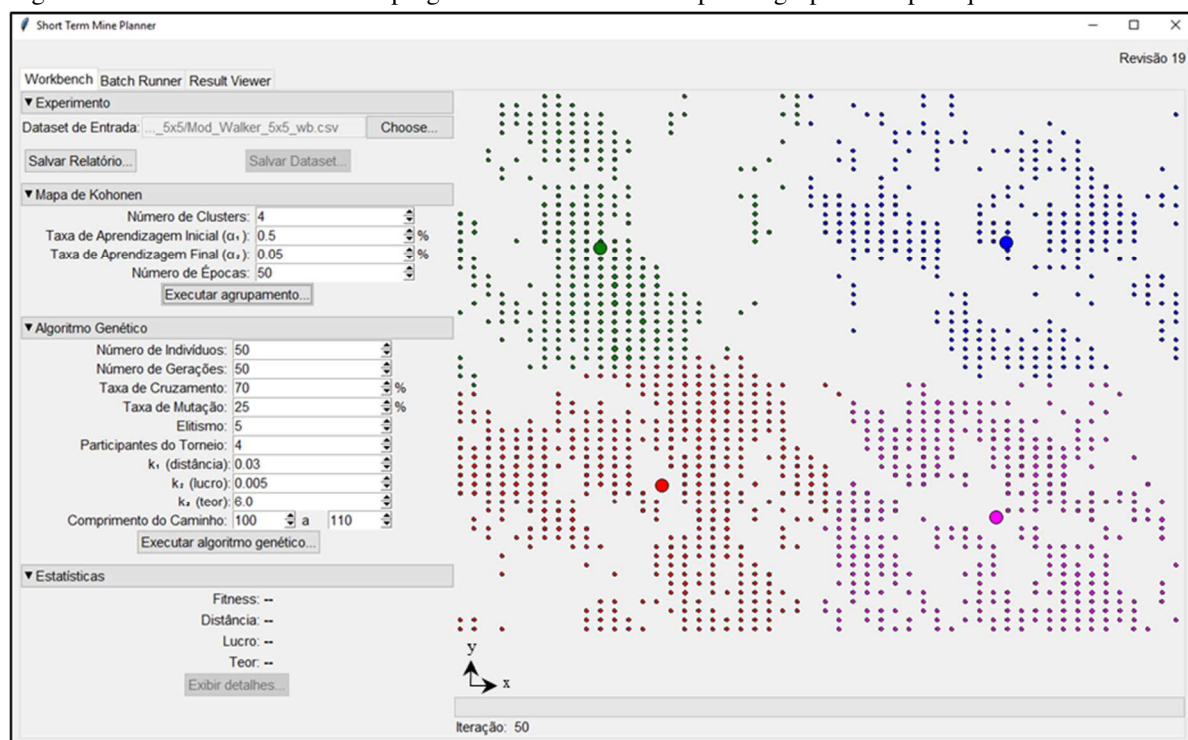
Parâmetro	Descrição	Valor
datafile	Arquivo de Dados	/Mod_Walker_5x5_wb.csv
som_clusters	SOM - Número de <i>Clusters</i>	4
som_alpha1	SOM - Taxa de Aprendizagem Inicial (α_1)	0.5
som_alpha2	SOM - Taxa de Aprendizagem Final (α_2)	0.05
som_epochs	SOM - Número de Épocas	50
ag_individuals	AG - Número de Indivíduos	50
ag_generations	AG - Número de Gerações	50
ag_crossover_rate	AG - Taxa de <i>Crossover</i>	70
ag_mutation_rate	AG - Taxa de Mutação	25
ag_ellite_size	AG - Tamanho da Elite	5
ag_tournament_size	AG - Participantes do Torneio	4
ag_k1	AG - k1	0.03
ag_k2	AG - k2	0.005
ag_k3	AG - k3	6
path_min_length	Tamanho mínimo do caminho	100
path_max_length	Tamanho máximo do caminho	110

Fonte: Elaboração própria do autor.

O tempo de processamento foi considerado adequado (tempo < 5 segundos), levando em conta o tamanho da área com um total de 780 blocos. A região de agrupamento das frentes de lavra (*clusters*) é visualizada na Figura 32, apresentada a seguir, na qual se observa o

agrupamento dos blocos que fazem parte de cada uma das quatro frentes (*cluster*) a partir da escala de cores estabelecidas na rotina matemática. Analisando a Figura 32, nota-se a classificação dos blocos em quatro *clusters* distintos, identificados pelas cores verde, azul, rosa e vermelho.

Figura 32 – Interface de entrada do programa considerando a etapa de agrupamento para quatro frentes de lavra



Fonte: Elaboração própria do autor.

Além da definição de quais blocos fazem parte de uma frente de lavra determinada, a rotina matemática gera um ponto de coordenada denominado centroide para cada *cluster*, identificados pelos círculos de maior diâmetro, localizados na região central do agrupamento. A adequada definição do número de *clusters* ou mesmo da distribuição dos grupos requer um exercício de iterações dos parâmetros definidos na função (SOM) para se atingir bons resultados.

4.2.4.3 Seleção única dos blocos de lavra (Workbench)

Após a definição do número de frentes, gerada a partir do algoritmo SOM, parte-se para a seleção dos blocos que vão compor a programação semanal de lavra, gerada a partir do AG. Para o AG, a representação do indivíduo é dada pelo somatório dos blocos que compõem cada *cluster* e pode ser definida no parâmetro de entrada denominado comprimento do caminho.

Neste estudo de caso, foi adotado um comprimento do caminho variando entre 100 e 110 blocos, ou seja, o número máximo e mínimo de blocos lavrados. O programa seleciona, aleatoriamente, os blocos que vão compor o plano de lavra para cada uma das frentes determinadas. Baseado em critérios práticos nos quais não se justificaria a movimentação dos equipamentos de carga para lavar de pequenas massas, um mínimo de 10 blocos é considerado em cada uma das frentes, e o somatório dos blocos compreende no intervalo adotado a partir do tamanho do caminho e na conseqüente massa necessária para a composição do plano. Considerando a otimização realizada a partir da seleção de cada bloco (dimensão 5 x 5 x 1 m), o volume total a ser programado no plano semanal será de, aproximadamente, 2.500 m³. Baseado nos parâmetros de entrada do AG, apresentados anteriormente na Tabela 2, observa-se que 50 indivíduos serão gerados aleatoriamente para 50 gerações determinadas experimentalmente. A taxa de cruzamento foi estabelecida em 70,0% e a taxa de mutação em 25,0%. No método de seleção do indivíduo foi adotado uma taxa de 5,0% para seleção por elitismo e 4,0% para seleção por sorteio.

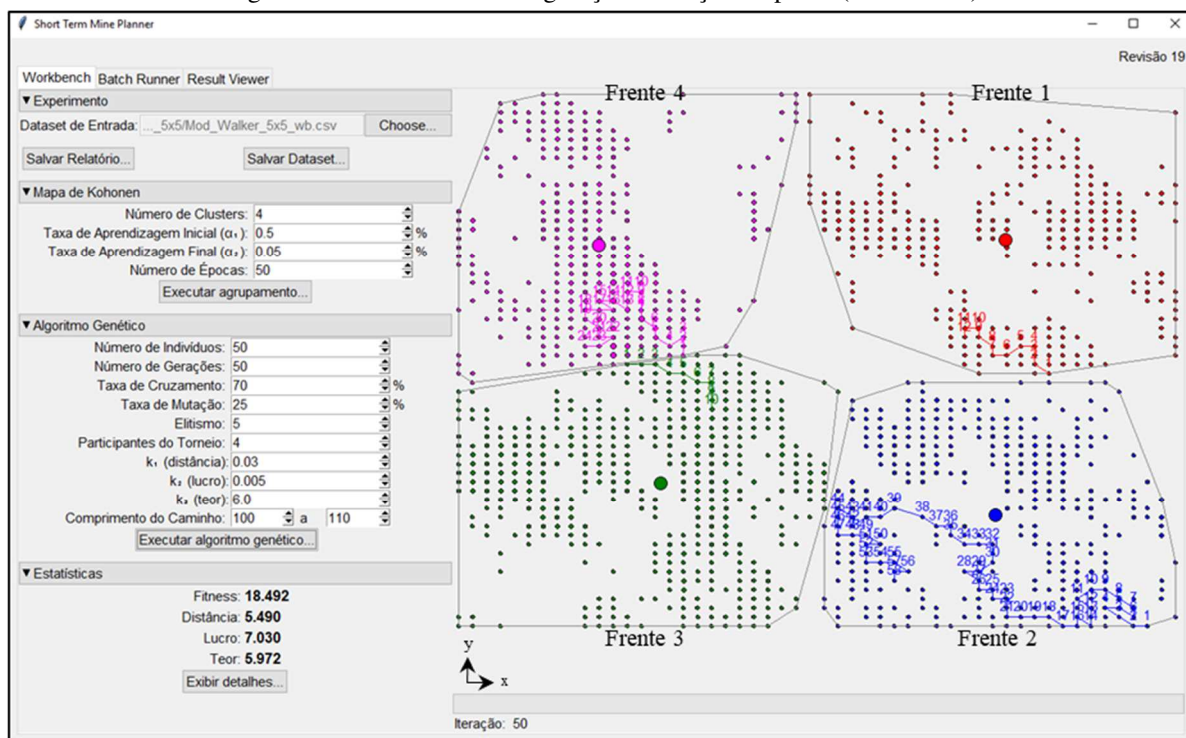
A etapa de configuração das constantes da função-objetivo é relevante para o processo de otimização, pois permite ao planejador definir os pesos associados a cada uma das variáveis da função de otimização. Para o estudo de caso *Walker Lake*, o critério de ajuste dos *ks* foi baseado na distribuição uniforme dos pesos, dentro do cálculo da função de aptidão. A Tabela 3 apresenta o resultado de cada frente de lavra e o valor total obtido para o melhor plano.

Tabela 3 – Resultado do plano de lavra gerado no STMP

	Média P₂O₅ [%]	Média Benefício [\$]	Nr. Blocos	Volume [m ³]	Identificação
Frente 1	6,93	88,07	10	250	vermelho
Frente 2	5,78	63,86	58	1.450	azul
Frente 3	9,10	133,44	10	250	verde
Frente 4	4,90	45,43	23	575	rosa
Total	6,02	68,95	101	2.525	-

Fonte: Elaboração própria do autor.

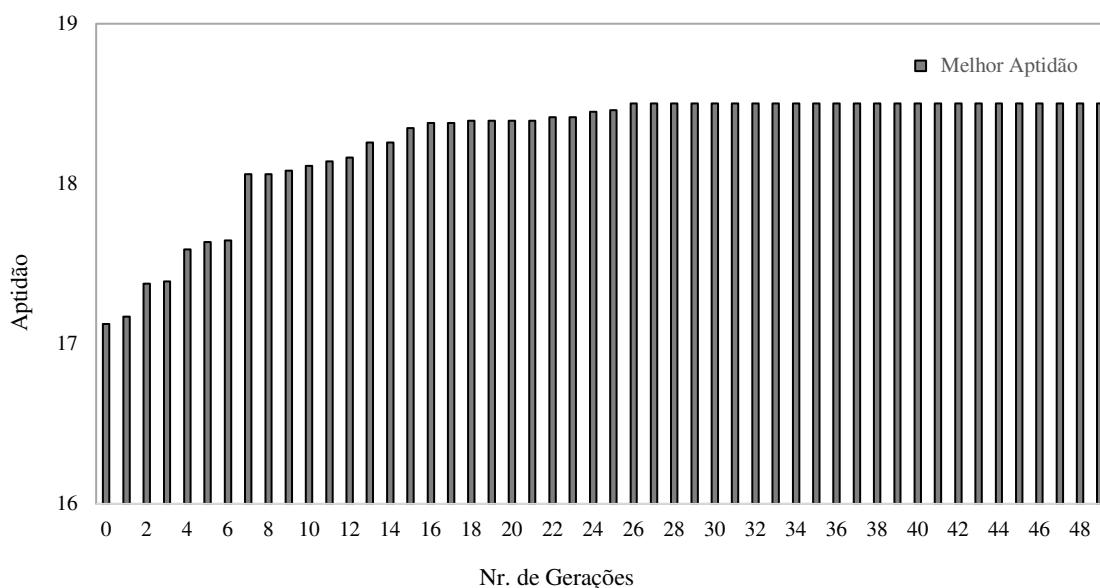
Nota-se que o plano de lavra apresenta o volume total de 2.525 m³, o teor médio de P₂O₅ 6,02% e o benefício de 68,95 \$. A Figura 33 mostra o plano de lavra gerado, exibindo todos os blocos disponíveis (círculos pequenos coloridos), os mapas de agrupamento de Kohonen delimitados pelas linhas pretas e representados por seu centroide (círculos maiores) e, por fim, os blocos selecionados dentro de cada uma das frentes (sequência de lavra e linhas coloridas).

Figura 33 – Interface de configuração execução do plano (*Workbench*)

Fonte: Elaboração própria do autor.

O gráfico da Figura 34 apresenta a evolução da função-objetivo por meio das 50 iterações realizadas para a otimização dos planos. Observa-se que, após 26 gerações, para o plano selecionado, a função aptidão saiu de 17,12 para 18,49, indicando uma evolução dos indivíduos gerados e, conseqüentemente, uma melhora na otimização dos planos.

Figura 34 – Evolução da função-objetivo para cada geração do AG



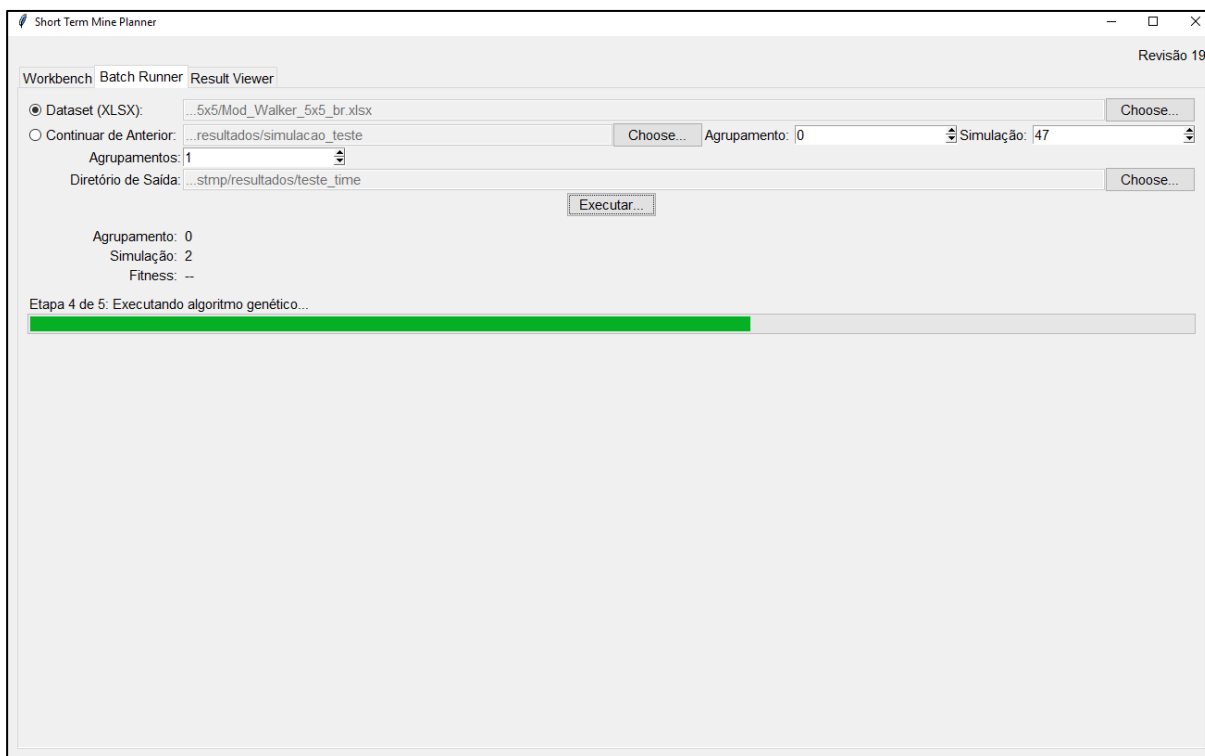
Fonte: Elaboração própria do autor.

Considerando que o critério de seleção do primeiro indivíduo seja aleatório, este pode gerar flutuações indesejadas pelo usuário, sugerindo uma sequência de iterações para garantir a convergência da estratégia da distribuição dos pesos previamente estabelecida.

Esta etapa do programa, embora possa ser utilizada na sua forma individual, permite a configuração das principais premissas que serão realizadas durante o sequenciamento estocástico, como, por exemplo: (i) número de frentes, (ii) distribuição dos pesos da função-objetivo (k_1 , k_2 e k_3) e (iii) critérios estabelecidos para a otimização da seleção dos blocos de lavra.

4.2.4.4 Seleção estocástica dos blocos de lavra (Batch Runner)

O planejamento estocástico de lavra pode ser realizado por meio da rotina matemática *Batch Runner*. O *dataset* estocástico de entrada foi denominado *Mod_Walker_5x5_br.xls* e compreende o modelo de blocos simulados com as variáveis x , y , z , *Grade1*, *Grade2*, *Grade3*,..., *GradeN* em uma das planilhas e as variáveis x , y , z , *Profit1*, *Profit2*, *Profit3*,..., *ProfitN* em outra. A rotina matemática utiliza os parâmetros configurados na etapa anterior (*Workbench*), gerando um plano de lavra para cada simulação realizada, e, ainda, realiza o cálculo dos parâmetros da função-objetivo para cada um dos 30 cenários simulados. A saída do programa fornece um arquivo de extensão *.xlsx* para cada um dos planos gerados. O número de planos gerados irá depender do número de simulação descritas no *dataset* estocástico, bem como do número de agrupamentos definido pelo engenheiro de planejamento. Para o estudo *Walker Lake* utilizou-se 30 simulações e um agrupamento, gerando 30 planos de lavra em um tempo de processamento de, aproximadamente, 118 segundos (tempo < 2 minutos). A Figura 35 apresenta a interface do programa para o processo de geração dos planos estocásticos de lavra. Uma barra de progresso é visualizada durante a etapa de otimização da seleção dos blocos de lavra, indicando qual agrupamento e qual simulação é executada. Nesta etapa, o engenheiro de planejamento pode realizar um plano baseado no início do período ou a partir de uma simulação da semana anterior. Para tanto, é necessário indicar qual plano anterior deve ser considerado para que os respectivos blocos programados não sejam utilizados na semana seguinte.

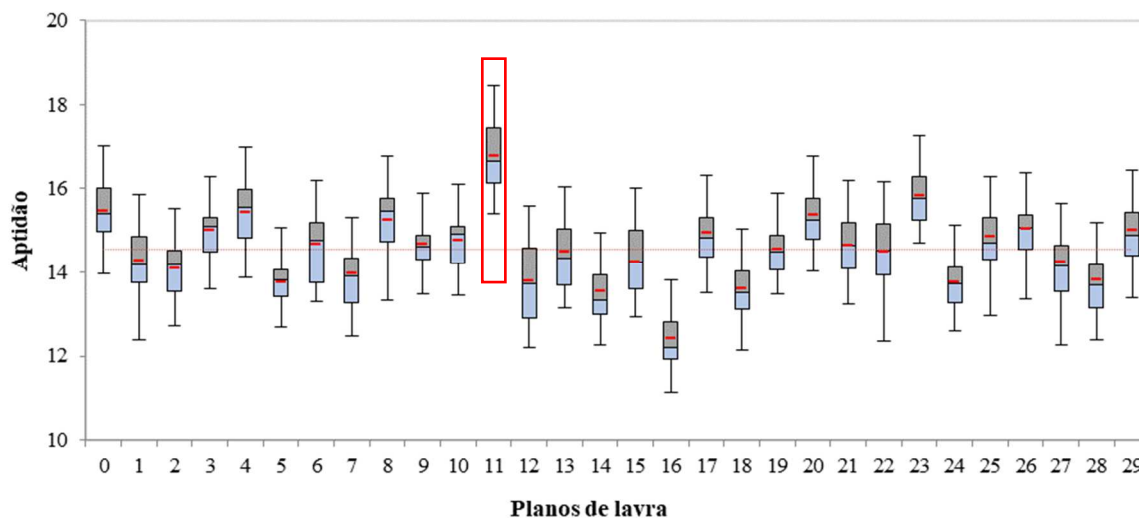
Figura 35 – Interface de execução do plano estocástico (*Batch Runner*)

Fonte: Elaboração própria do autor.

Embora um número razoável de cenários de sequenciamento de lavra seja construído, apenas um plano deve ser selecionado e repassado à operação que executará a sequência proposta. Esse processo pode ser realizado na última etapa do software STMP, que gera uma sequência de gráficos para seleção do plano considerado ideal, baseado nos critérios que maximizam a função-objetivo com menor desvio padrão entre os planos simulados.

A Figura 36 apresenta o gráfico de dispersão dos resultados da função-objetivo considerando todos os planos gerados em cada uma das simulações. De acordo com o critério de seleção – descrito no item 3.4 –, observa-se que o plano 11 apresentou o melhor resultado de aptidão, obtendo valor médio de 16,78. Nota-se, na linha vermelha tracejada do gráfico, que a média global dos resultados de aptidão apresentam valores de 14,55.

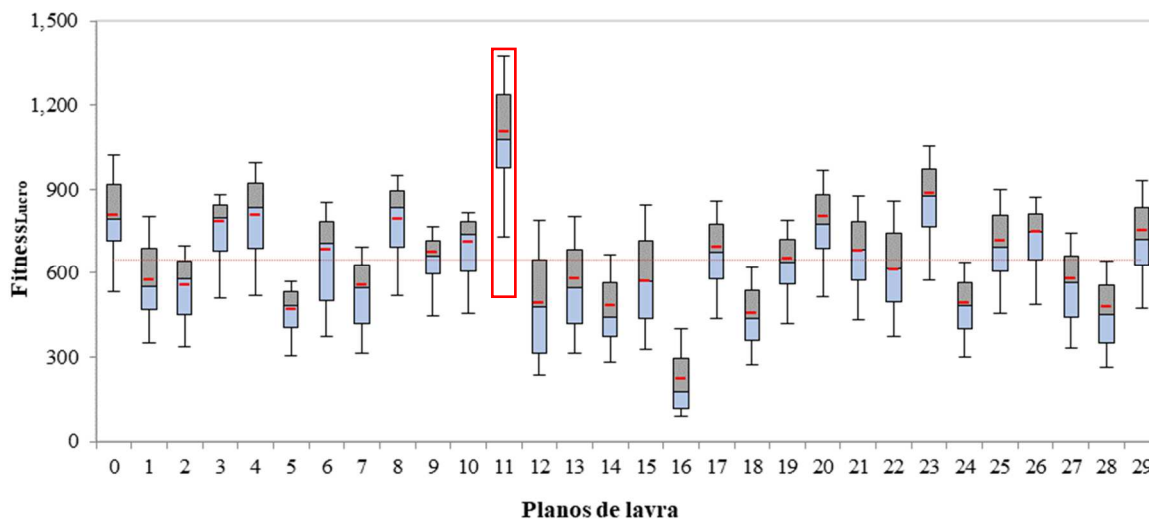
Figura 36 – Os 30 planos de lavra gerados para cada cenário simulado



Fonte: Elaboração própria do autor.

A Figura 37 apresenta um gráfico de dispersão do termo de otimização do lucro ($Fitness_{Lucro}$) para os 30 planos simulados. Observa-se que o plano 11 apresentou uma maior contribuição para o lucro considerando os 30 planos gerados.

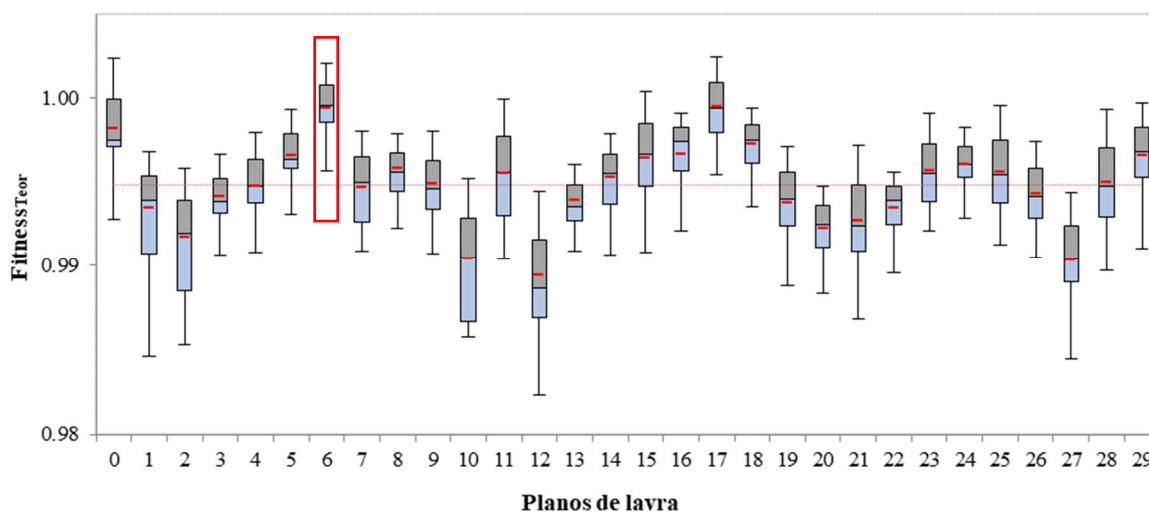
Figura 37 – Os 30 planos de lavra gerados para cada cenário simulado



Fonte: Elaboração própria do autor.

Por fim, a Figura 38 apresenta o gráfico com a contribuição do parâmetro de otimização da distribuição dos teores na função-objetivo ($Fitness_{teor}$) para os 30 planos simulados. Para esse cenário simulado, o plano 6 apresentou o maior somatório na função aptidão. Essas informações, fornecidas pelo STMP, permitem maior flexibilidade na tomada de decisão, podendo o engenheiro de planejamento selecionar um plano que maximize o lucro ou reduza a variabilidade.

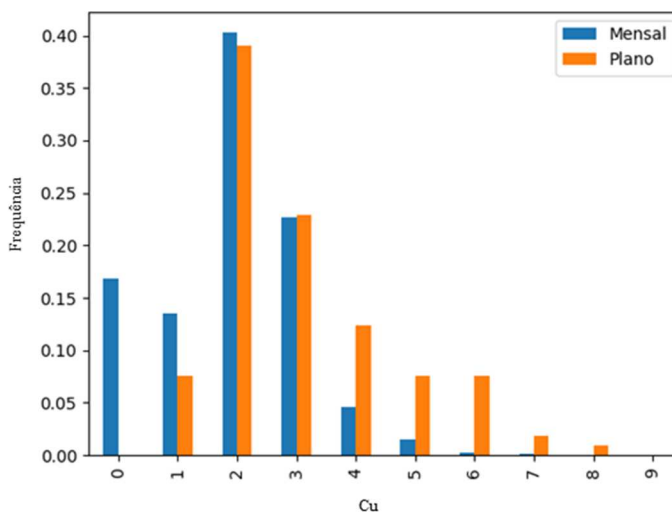
Figura 38 – Os 30 planos de lavra gerados para cada cenário simulado



Fonte: Elaboração própria do autor.

O critério de seleção do plano vencedor obtido a partir dos cenários simulados considera o máximo somatório da função-objetivo dividido pelo desvio padrão fornecido no cálculo da aptidão para as 30 simulações estudadas. A Figura 39 apresenta o histograma normalizado de referência (*Etype*) extraído a partir dos blocos de minério do plano mensal de lavra, bem como o histograma do plano semanal selecionado a partir do processo de planejamento estocástico de lavra denominado *Batch Runner*. Observa-se uma similaridade dos teores dentro dos intervalos de classe estudados, porém com maior assimetria positiva para o plano semanal definido na primeira semana. Este gráfico é gerado automaticamente no STMP, a partir da janela *result viewer*, descrita no programa.

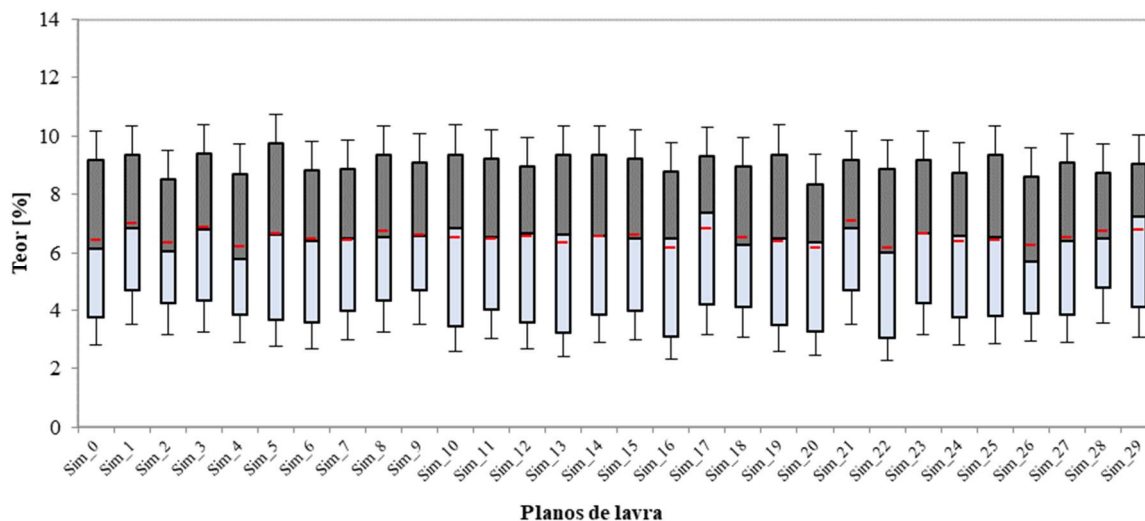
Figura 39 – Histograma da média dos teores simulados para o plano 11 semanal vs. o histograma de referência (*Etype*) do período (agrupamento 0, simulação 11)



Fonte: Elaboração própria do autor.

A Figura 40 mostra a dispersão dos teores de cada uma das simulações obtida a partir dos blocos de lavra que compõem o plano da primeira semana.

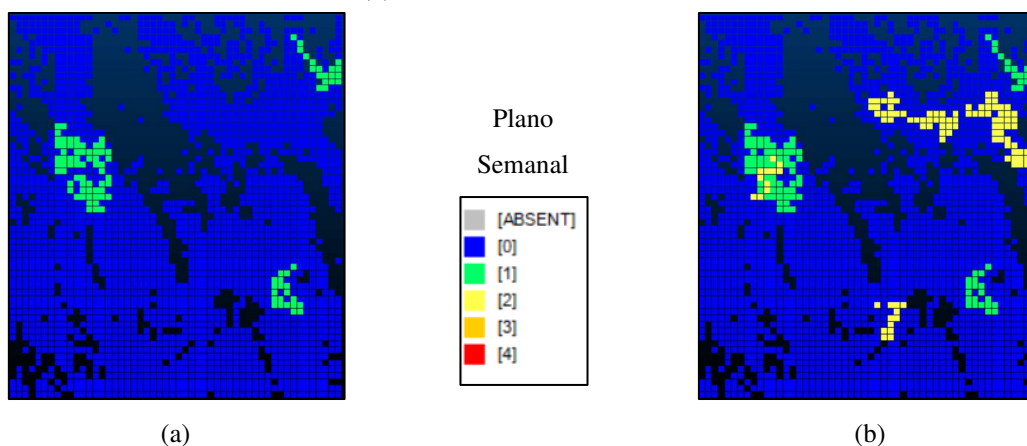
Figura 40 – Os 30 planos de lavra gerados para cada cenário simulado (semana 1)



Fonte: Elaboração própria do autor.

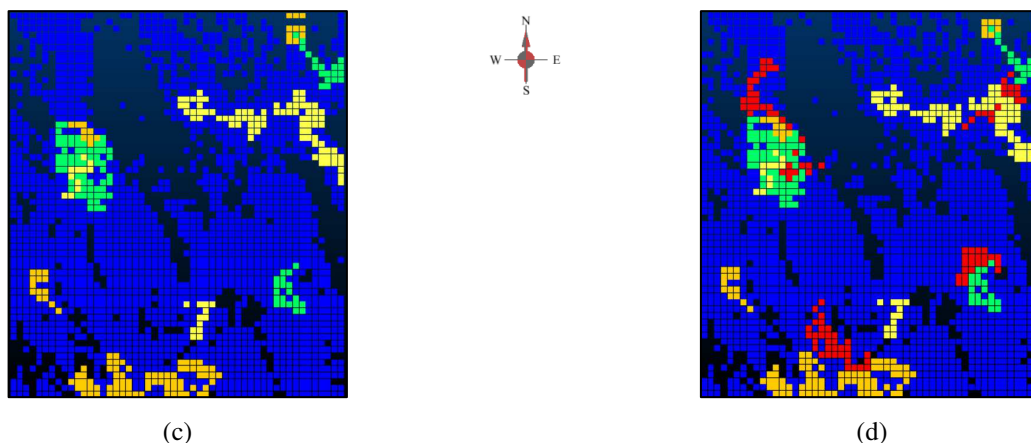
Por fim, o critério de seleção estabelecido visa à maximização da função-objetivo e à menor variância entre os planos simulados. O plano de lavra 11 é selecionado como o “melhor plano” e importado em um software comercial para análise junto à equipe de planejamento de curto prazo. Os blocos selecionados no plano da semana anterior são excluídos do *dataset* original automaticamente, e um novo *dataset* é produzido para gerar o plano da semana subsequente. A Figura 41 apresenta o sequenciamento de lavra da semana 1 à semana 4, que compõe o plano mensal, considerando a repetição da metodologia aplicada em cada semana.

Figura 41 – (a) Plano otimizado da semana 1; (b) Plano otimizado da semana 2; (c) Plano otimizado da semana 3; (d) Plano otimizado da semana 4



(a)

(b)



Fonte: Elaboração própria do autor.

Na Tabela 4 observa-se a média, o desvio padrão para os teores e os benefícios associados a cada plano semanal de lavra. A semana 1 apresenta teor médio de 7,07% de Cu para um benefício de 90,89 \$. Aplicando uma densidade hipotética de 2,0 t/m³, a massa média para os planos semanais é de, aproximadamente, 5.312,5 t de minério, resultando em uma massa total de 21.250 t de minério no plano mensal.

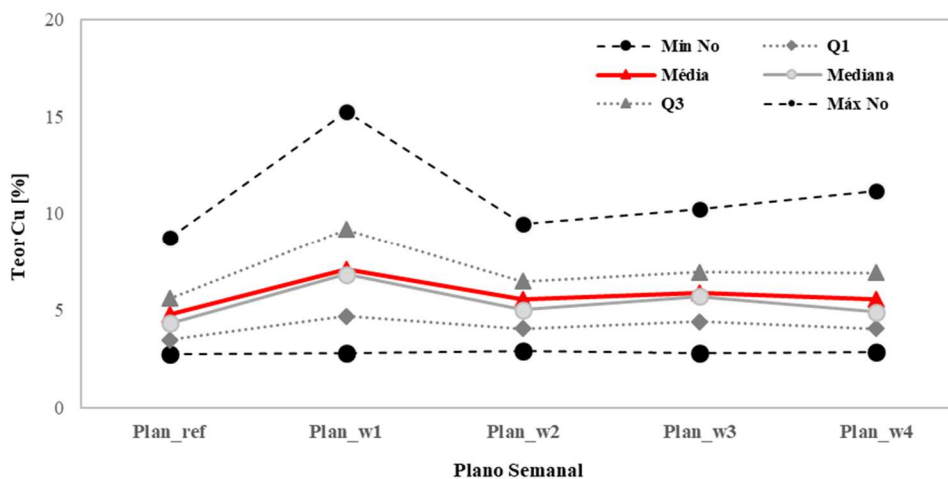
Tabela 4 – Valores dos teores médios e benefícios associados a cada plano

Plano STMP						
Teor Cu (%)		Benefício (\$)		Minério (t)		
Média	Desvio Padrão	Média	Desvio Padrão	Blocos (un.)	Massa (t)	
Semana_1	7,07	2,84	90,89	59,45	102	5.100
Semana_2	5,56	1,96	59,18	41,00	106	5.300
Semana_3	5,88	2,03	42,62	42,62	108	5.400
Semana_4	5,53	2,11	58,61	44,24	109	5.450

Fonte: Elaboração própria do autor.

A variação no número de blocos de um plano para o outro está baseada na configuração estabelecida pelo planejador na etapa anterior do processo, na qual os caminhos mínimo e máximo são definidos entre 100 a 110 blocos. Essa variação no caminho que contempla o tamanho máximo dos indivíduos permite uma flexibilidade maior no cruzamento entre as gerações do AG. Na Figura 42, é possível observar a dispersão dos teores para cada plano semanal selecionado (Plan_w1, Plan_w2, Plan_w3 e Plan_w4) e compará-los ao plano de referência mensal (Plan_ref).

Figura 42 – Dispersão dos teores de Cu para cada plano selecionado vs. plano de referência mensal

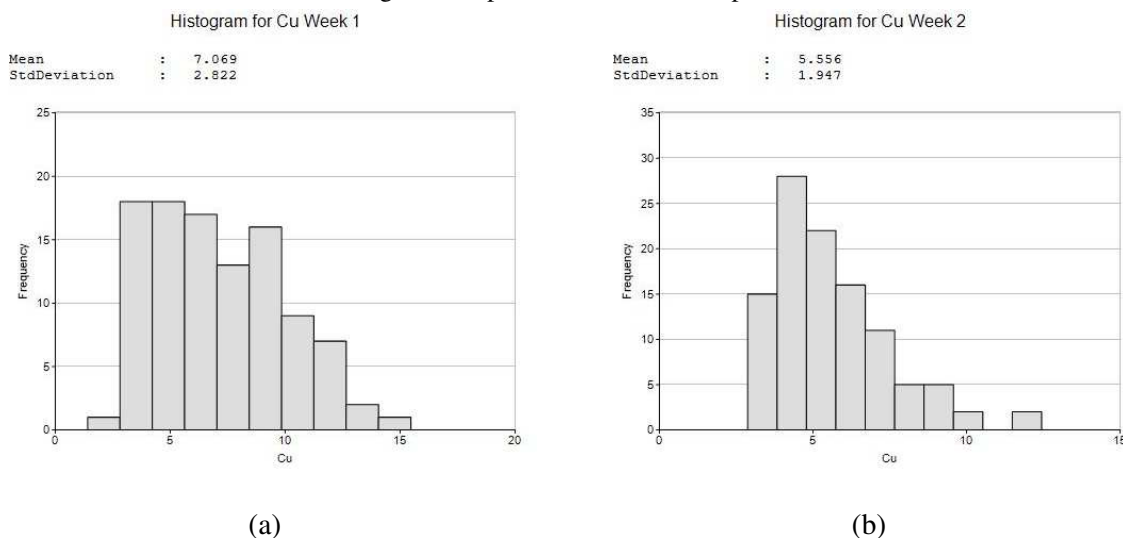


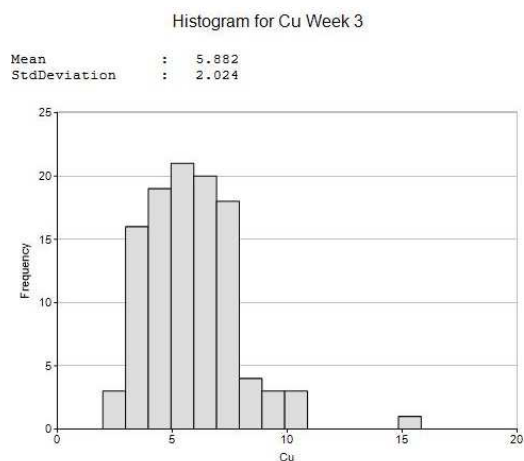
Fonte: Elaboração própria do autor.

Observa-se (Figura 42) uma variação entre os teores médios, sobretudo na primeira semana (Plan_w1). Isto deve-se ao caráter aleatório da seleção do ponto inicial de lavra podendo ocorrer em regiões de teores atípicos.

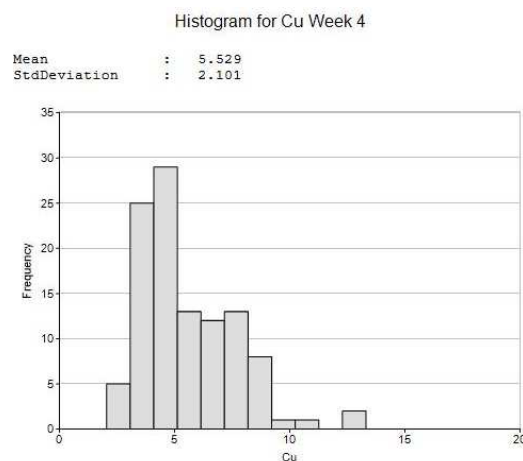
A Figura 43 apresenta os histogramas dos teores para cada um dos planos semanais selecionados e o do plano de referência. Considerando o caráter aleatório de geração dos blocos e a componente de maximização do lucro, blocos mais ricos devem gerar um resultado de aptidão maior no processo de otimização, podendo indicar a saída em áreas com teores mais elevados. Esse processo poderia ser atenuado, caso o peso da constante k_2 – considerada em um dos termos da função aptidão – fosse reduzido.

Figura 43 – (a) Histograma do plano otimizado da semana 1; (b) Histograma do plano otimizado da semana 2; (c) Histograma do plano otimizado da semana 3; (d) Histograma do plano otimizado da semana 4; (e) Histograma do plano de referência do período

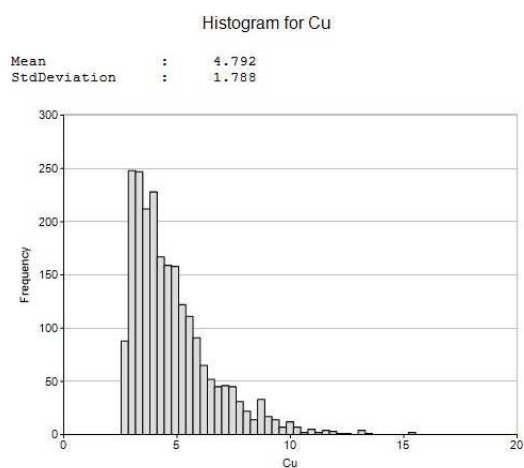




(c)



(d)

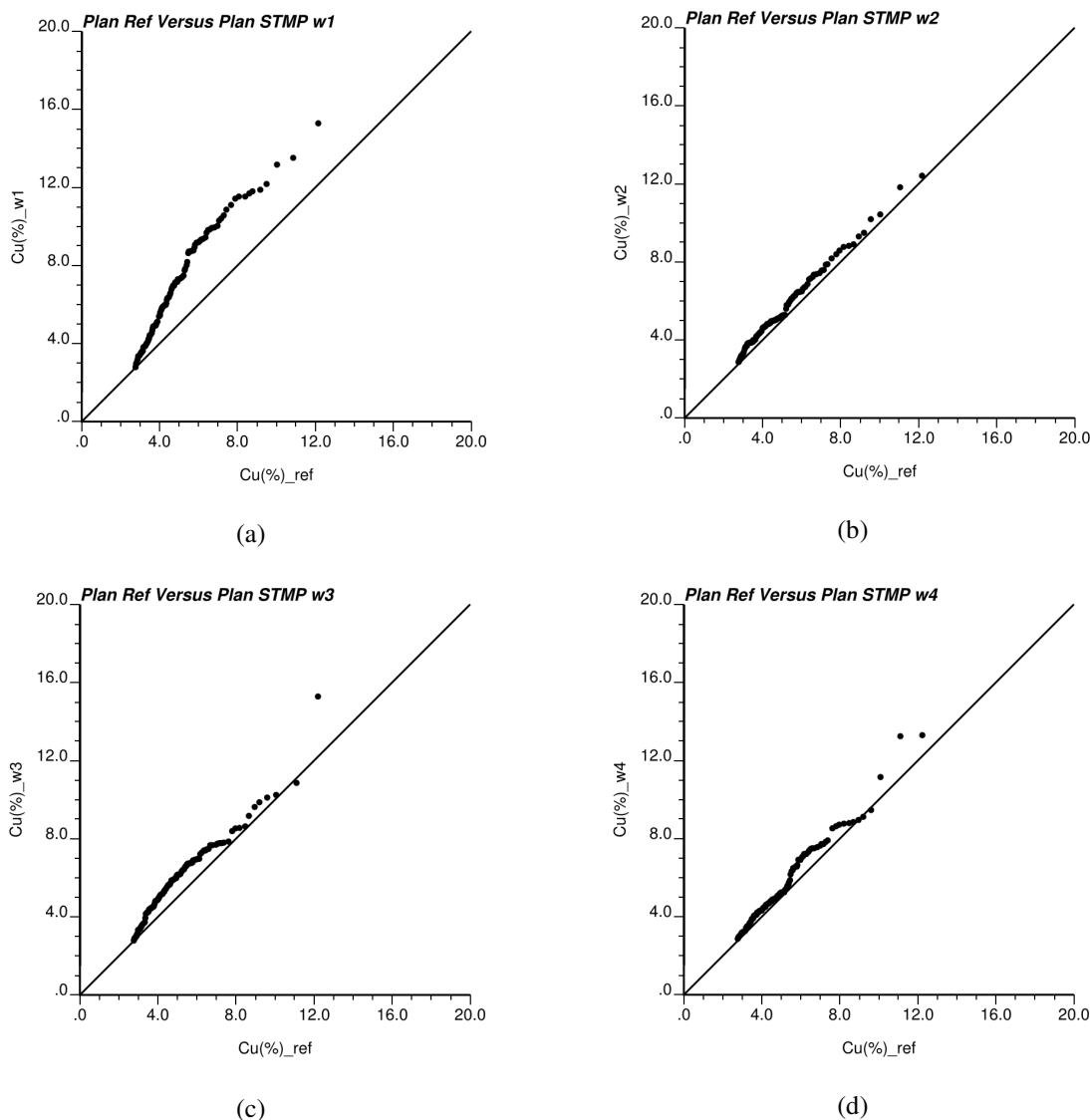


(e)

Fonte: Elaboração própria do autor.

A Figura 44 apresenta um gráfico Q-Q para comparar as distribuições de probabilidade do plano semanal (eixo y) versus o plano de referência do mês (eixo x). Observa-se uma semelhança entre as duas distribuições, visto que os pontos no gráfico Q-Q repousam próximos à linha $y = x$.

Figura 44 – Gráfico *QQ-plot* da distribuição global do plano de referência do período selecionado (eixo x) vs. o plano executado no STMP (eixo y) para as semanas 1 (a), 2 (b), 3 (c) e 4 (d)



Fonte: Elaboração própria do autor.

Os resultados mostram a viabilidade de utilização da metodologia para execução do planejamento estocástico de lavra. Foram gerados, em cada semana, 30 cenários de seleção de blocos de lavra e, ainda, foi comparada a variação desses cenários para cada uma das simulações com o objetivo de capturar a incerteza geológica associada à variabilidade dos teores simulados. Um plano de lavra foi selecionado, considerando o critério de máxima aptidão e menor desvio padrão entre os planos.

Na seção seguinte, a metodologia é testada em uma mina de fosfato e, ainda, comparada com a seleção tradicional (manual) dos blocos de lavra para a programação semanal.

4.3 ESTUDO DE CASO EM UMA MINA DE FOSFATO EM OPERAÇÃO

Esta etapa do trabalho documenta a aplicação do método proposto para a elaboração do planejamento estocástico de lavra em um depósito de fosfato, localizado na região central do Brasil. O depósito oferece um cenário alternativo para o entendimento da variabilidade dos teores por meio da aplicação por simulação estocástica e consequente construção de modelos de incerteza geológica aplicados ao planejamento de curto prazo. Além disso, é possível comparar os métodos de planejamento semanal de lavra – utilizados na rotina das operações de lavra – com a proposta oferecida nesta tese. Uma série de modelos simulados da distribuição espacial dos teores *in situ* é produzida e utilizada para avaliação da incerteza nos planos de curto prazo.

4.3.1 Avaliação da área em estudo

O planejamento de lavra de curto prazo requer a consideração de muitas variáveis e suas complexas inter-relações, como, por exemplo: características físicas e químicas dos materiais a serem minerados, condições da superfície (vegetação, drenagens, construções, estradas), estruturas geológicas, seletividade das operações de lavra, razão de produção, localização dos níveis de aquífero, geometria e continuidade do depósito, relações de estéril/minério, clima e restrições políticas da área do depósito, seleção de equipamentos etc.

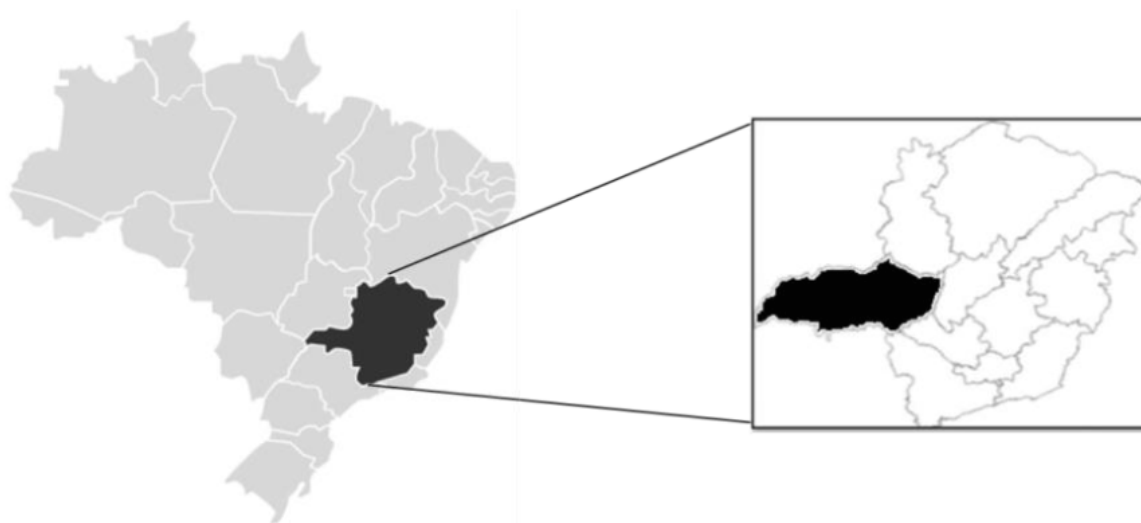
Na mina em estudo, o método de lavra empregado é denominado lavra de meia encosta e tipicamente se desenvolve de forma concomitante em cinco frentes distintas. Para o estudo de caso apresentado, selecionou-se um horizonte de aproximadamente um ano de lavra definido no planejamento de longo prazo e já existente na mina. Nessa área, a lavra desenvolve-se em bancos de 10,0 m de altura, perfazendo uma altura máxima de cerca de 130,0 m, considerando o fundo de cava atual e as regiões de maior elevação. A partir dos modelos de incertezas gerados, é realizada uma nova classificação temporal que estende-se por uma massa de minério de até três meses de lavra com o objetivo de selecionar os blocos que vão compor o plano semanal de lavra.

4.3.1.1 Localização e geologia

Na região de estudo encontra-se uma ocorrência de fosfato no Brasil, mais especificamente no oeste do estado de Minas Gerais, próximo ao Triângulo Mineiro. O banco de dados, com informações de coordenadas nos três eixos, teores, informação de litologia e intemperismo, bem como a topografia inicial utilizada, está compreendido nas informações usadas como dados de entrada para o desenvolvimento do estudo. A região representa importante polo de produção de fertilizantes fosfatados, incluindo minas de minério fosfático, plantas de concentração, plantas químicas de produção de fertilizantes fosfatados e misturadoras de diversas empresas produtoras de insumos NPK (nitrogênio, fósforo, potássio) para aplicação agrícola.

Na Figura 45, é apresentado o contexto regional e nacional da mesorregião do Triângulo Mineiro e Alto Paranaíba.

Figura 45 – Detalhe de Minas Gerais e mesorregião do Triângulo Mineiro e Alto Paranaíba



Fonte: Adaptado de IBGE (2019).

Quanto à geologia regional, a ocorrência que é objeto do estudo encontra-se na denominada Faixa Brasília. A região apresenta estruturas dômicas de filitos e quartzitos termalmente afetados por uma intrusão de característica alcalino-carbonatítica.

Segundo Brod *et al.* (2004), localmente, o complexo é formado por rochas denominadas bebedouritos (piroxenitos), carbonatitos e foscoritos contendo significativos depósitos de fosfato e titânio.

Os bebedouritos são grupos de rochas formados principalmente por rochas silicáticas como piroxenitos, flogopititos e bebedouritos, entre outras que compreendem mais da metade de sua composição com minerais do tipo piroxênio e/ou perovskita.

A série foscorítica compreende o grupo de rochas que apresentam, em sua composição, variações em quantidades de apatita, magnetita e outros minerais silicatos magnesianos, como olivinas e flogopitas.

Outras litologias são encontradas, porém com menor relevância no contexto de mineração de fosfato. Para o estudo, essas litologias – que não pertencem às séries dos bebedouritos e foscoritos – serão consideradas estéreis.

Na região, podem ser observados diferentes horizontes de intemperismo. No topo superior, encontra-se a região de aloteritos, seguidos de isalteritos, rochas semi-intemperizadas e rochas frescas, tendo-se, assim, para as litologias bebedourito e foscorito e demais litologias, toda a série de intemperismo.

4.3.1.2 Unidades litológicas

Os principais tipos de rocha encontrados na jazida estão expostos na Tabela 5, que apresenta a terminologia utilizada e uma breve descrição das litologias que serviram de base para o modelo geológico:

Tabela 5 – Principais tipos de rocha encontrados no depósito

SIGLA	LITOLOGIA	DESCRIÇÃO
CAP	Capeamento	Materiais estéreis (não mineralizados) em fosfato e/ou titânio que inclui solo, argila, turfa, canga e laterita.
BEB	Série Bebedourítica	Grupo de rochas silicáticas que inclui piroxenito, bebedourito e flogopitito, entre outros, que apresentem $\geq 50\%$ de piroxênio e/ou contenham perovskita. O termo flogopitito abrange a rocha ígnea ou metassomática constituída por $\geq 50\%$ de flogopita ou vermiculita, incluindo o antigo glimerito e o lamprófito.
FCR	Série Foscorítica	Grupo de rochas constituídas por variações modais em apatita, magnetita e silicatos magnesianos (olivina e/ou flogopita), que inclui foscorito, nelsonito, apatitito, magnetitito e dunito.
CBN	Série Carbonatítica	Abrange os calciocarbonatitos e os magnesiocarbonatitos.
SIE	Sienito	Inclui as rochas ígneas saturadas (quartzo ausente ou subordinado) formadas por K feldspato predominando sobre plagioclásio, e minerais ferromagnesianos, como biotita e hornblenda. Sienito (plutônico) e traquito (equivalente vulcânico).
DNT	Dunito	Inclui as rochas silicáticas básicas ricas em olivina como peridotito, picrito, dunito e wherlito.
SLX	Silexito	Rochas ricas em sílex ou quartzo secundário de consistência bastante compacta e alta dureza.

FEN	Fenito	Rochas encaixantes alteradas quimicamente devido às reações com os fluidos alcalinos provenientes da colocação do domo.
OUT	Outros	Quaisquer tipos de rocha, como feldspatoidito, milonito, anfibolito, serpentinito, entre outras, que não se encaixem em nenhum dos grupos supracitados.
ENC	Rocha Encaixante	Inclui quartzito, folhelho, xisto, rocha sedimentar, entre outras que representem rochas originadas em período anterior ao da formação do complexo alcalino e/ou que estejam situadas externamente a esse.

Fonte: Adaptado de Valente (2004).

4.3.1.3 Unidades tipológicas (intemperismo)

Um dos parâmetros de controle da mineralização de P_2O_5 são os intensos processos de intemperismo que afetaram o corpo geológico estudado, gerando um manto de alteração bastante espesso sobre as rochas da intrusão. Os diferentes horizontes, mostrados na Tabela 6, foram classificados como tipologias de acordo com a intensidade de alteração ocasionada às rochas ao longo do perfil intempérico.

Tabela 6 – Classificação das tipologias de intemperismo encontradas no depósito

SIGLA	TIPOLOGIA (INTEMPERISMO)	DESCRIÇÃO
ALOT	Aloterita	Horizonte intempérico mais acima do manto de intemperismo. Material extremamente intemperizado em que podem ser identificados alguns minerais, mas não estruturas primárias. É estéril em mineralização de fosfato.
ISALT	Isalterita	Horizonte intempérico logo abaixo da aloterita. Material intemperizado que mantém preservadas algumas feições da rocha original. Apresenta-se mineralizado a fosfato quando possui rochas formadas por apatita.
RA	Rocha Alterada Semicompacta	Horizonte intempérico logo abaixo da isalterita. Material rochoso semi-intemperizado cujo grau de coesão permite a sua desagregação manual com dificuldade. A cor, em geral, é cinza ou verde.
	Rocha Alterada Compacta	Horizonte intempérico também logo abaixo da isalterita. A diferença em relação ao anterior é que este é mais coeso, por isso só se desagrega por meio mecânico, com martelo, por exemplo.
RFR	Rocha Fresca	Horizonte intempérico logo abaixo da rocha alterada, portanto é o horizonte de base. Rocha que não apresenta nenhum vestígio de alteração intempérica. Também pode ser chamada de rocha sã.

Fonte: Adaptado de Valente (2004).

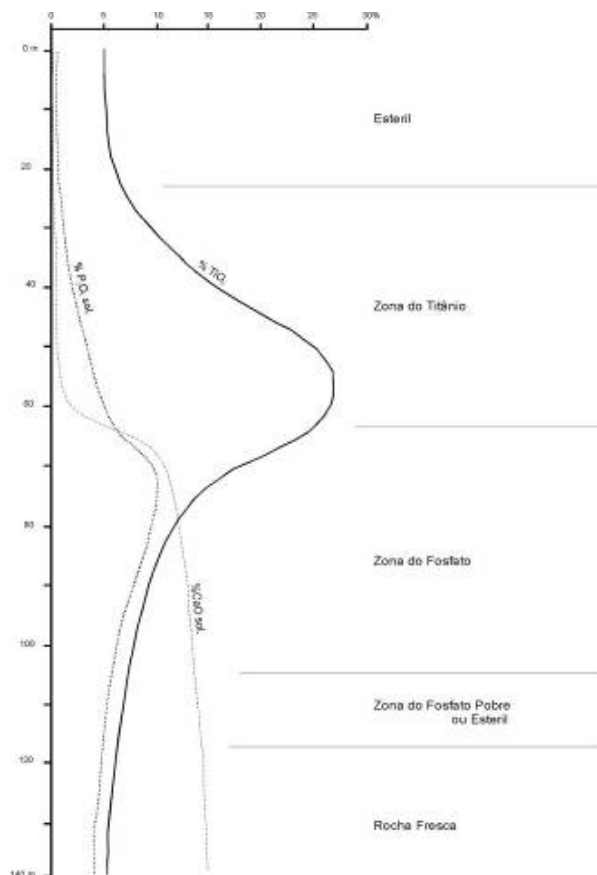
4.3.1.4 Controle de mineralização

De acordo com Brod (1999), concentrações econômicas de titânio, fosfato, nióbio, terras raras e vermiculita estão associadas com o manto de alteração intempérica. Na evolução do processo de intemperismo – inicialmente, pela lixiviação dos elementos móveis –, ocorre uma

concentração da apatita, enquanto o titânio permanece sob a forma de perovskita, sem apresentar grande concentração. Com o avanço do processo, a perovskita transforma-se em anatásio, que vai se concentrando residualmente, enquanto a apatita vai sendo transformada em minerais secundários, do grupo da crandalita, de solubilidade reduzida e, por essa razão, de baixo valor econômico. Dessa forma, na parte intermediária superior do perfil, ocorre uma zona rica em titânio e pobre em fosfato apatítico, que se constitui em minério de titânio, enquanto, na parte intermediária inferior do perfil, as proporções se invertem, observando-se uma concentração de fosfato apatítico, associado a teores mais modestos de titânio, sob a forma tanto de perovskita como de anatásio. Assim, o intemperismo tende a formar duas concentrações minerais de importância econômica superpostas, uma de titânio, na parte superior, e outra de fosfato apatítico, na parte inferior (Figura 46).

O processo de mineralização foi desenvolvido a partir do Terciário, favorecido pelo clima tropical, pela estrutura bem fraturada e pela heterogeneidade da rocha matriz e da granulometria (Cruz e Cheney, 1976). Por outro lado, acredita-se que também a erosão mecânica tenha sido limitada, não prejudicando as acumulações minerais (Lindemayer, 1978).

Figura 46 – Evolução vertical de P_2O_5 , CaO e TiO_2 no manto de intemperismo, com as zonas de concentração de titânio e fosfato



Fonte: Adaptado de Valente (2004).

4.3.1.5 Domínios estatísticos estudados

Os domínios geológicos (e estatísticos) que formam o depósito de fosfato estudado são determinados com base no horizonte de alteração e litologias associadas. A seguir, será apresentado o referencial estatístico para a construção do modelo de incertezas.

As litologias com maior predominância do mineral de interesse – denominadas bebedourito e foscorito – foram agrupadas dentro do horizonte de intemperismo Isalterito, representando as classes 221 e 222, codificadas no banco de dados e formando o domínio denominado classe 22. Da mesma forma, as litologias bebedourito e foscorito foram agrupadas no horizonte de alteração descrito como rocha semi-intemperizada, formando a Classe 30.

4.3.1.6 Análise exploratória dos dados

O banco de dados considerado compreende informações obtidas a partir de descrição e análise das amostras de pó de perfuratriz alcançadas na etapa de controle de teores de curto prazo dentro da região específica do depósito.

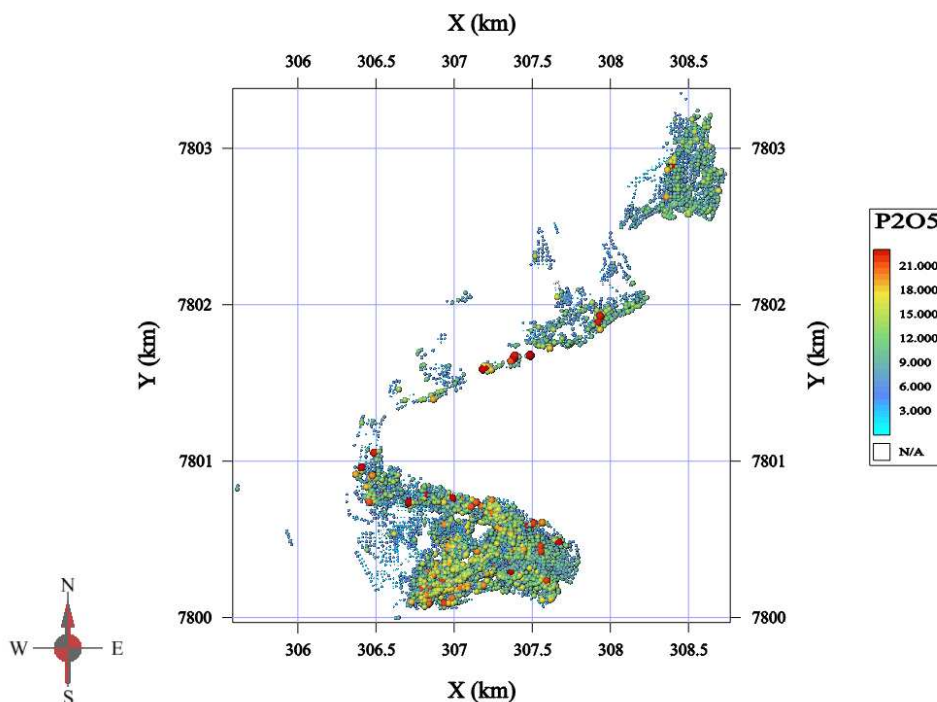
Com base no banco de dados, tem-se informações referentes à localização do furo com suas coordenadas nos três eixos, à identificação do furo, à profundidade do início de intervalo amostral, à profundidade final de intervalo amostral, ao comprimento total do intervalo, a informações de litologia, à densidade e ao teor de interesse para um dado intervalo.

O banco de dados terá análise estatística univariada para dois domínios principais considerados nas simulações de teores.

4.3.1.7 Localização das amostras

A região em estudo considera as amostras inseridas em um horizonte anual de planejamento de lavra. A distribuição espacial das amostras dentro da região alvo do estudo pode ser observada no mapa de localização (Figura 47) apresentando os domínios estudados. Optou-se por simular um horizonte superior a um ano devido às condições de lavra que consideram a operação de cinco frentes simultâneas. Embora os planos mensais compreendam regiões mais restritas para a lavra, essa estratégia teve como objetivo principal permitir a posterior comparação entre os métodos.

Figura 47 – Mapa de localização das amostras para a região em estudo



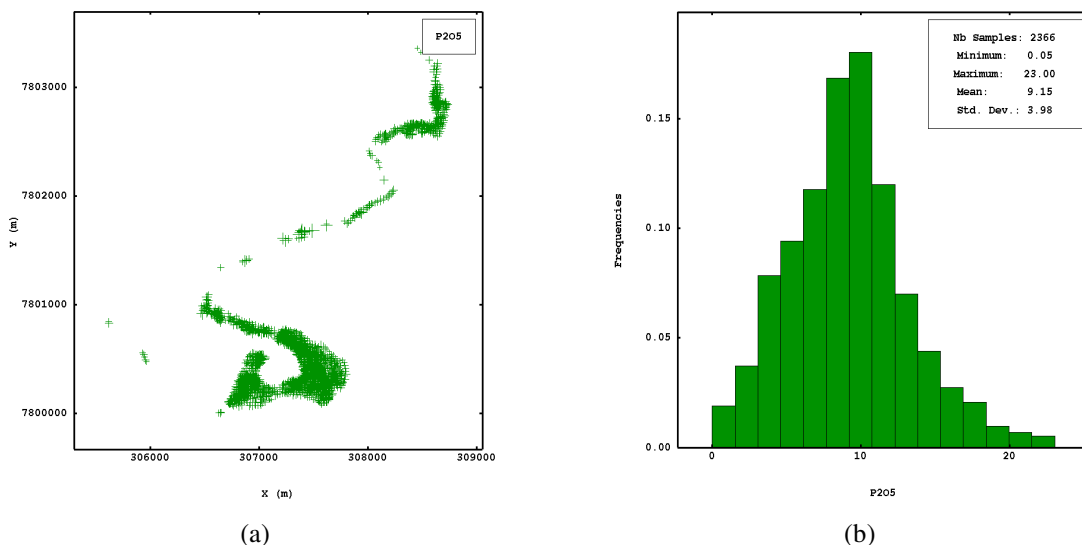
Fonte: Elaboração própria do autor.

4.3.1.8 Estatística univariada dos dados

O banco de dados, após ter seus intervalos regularizados, foi submetido a uma análise estatística univariada. Nessas análises, espera-se observar o comportamento dos dados individualizados para cada litologia, bebedourito e foscorito, bem como a existência de valores extremos. Essas análises serão realizadas considerando-se as amostras agrupadas e desagrupadas. Os dados serão desagrupados a partir do método de janelas móveis para evitar distorções das médias por conta da maior densidade amostral em determinadas regiões (Isaks e Srivastava, 1989). A Figura 48 apresenta o mapa de localização das amostras selecionadas a partir do domínio 22, bem como o histograma dos dados originais.

Para esse domínio geoestatístico, foram selecionadas 2.366 amostras de pó de perfuratriz para composição dos dados a serem simulados. Esse horizonte de mineralização representa as porções mais ricas, atingindo teores médios da ordem de 9,15% em P_2O_5 .

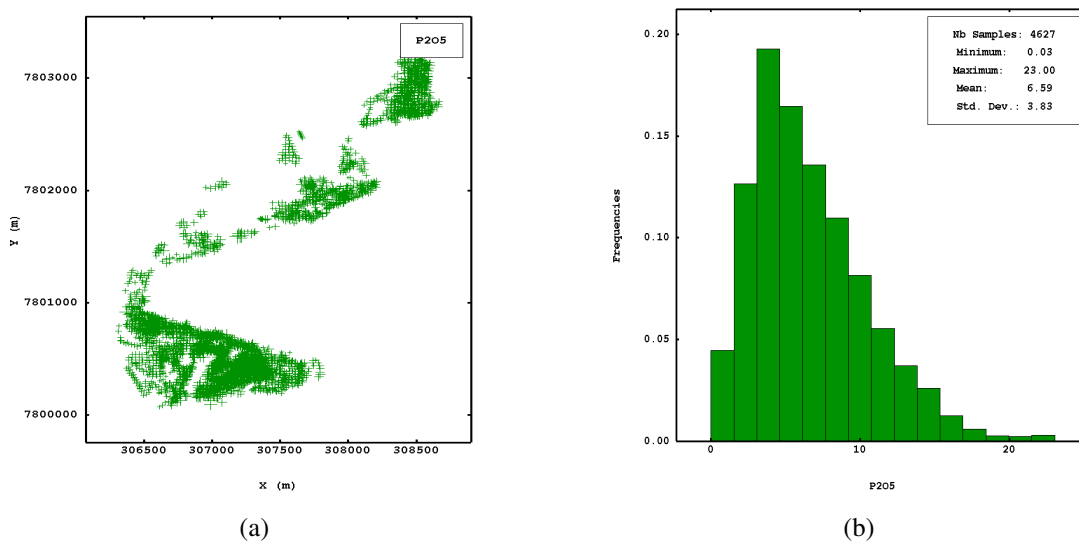
Figura 48 – (a) Mapa de localização das amostras para o domínio 22; e (b) Histograma dos teores de P_2O_5 para o domínio 22



Fonte: Elaboração própria do autor.

O mapa de localização das amostras de curto prazo está apontado na Figura 49(a). O resumo estatístico da classe 30 está apresentado na Figura 49(b), contendo 4.627 amostras de pó de perfuratriz com teores médios da ordem de 6,59% em P_2O_5 .

Figura 49 – (a) Mapa de localização das amostras para o domínio 30; e (b) Histograma dos teores de P_2O_5 para o domínio 30



Fonte: Elaboração própria do autor.

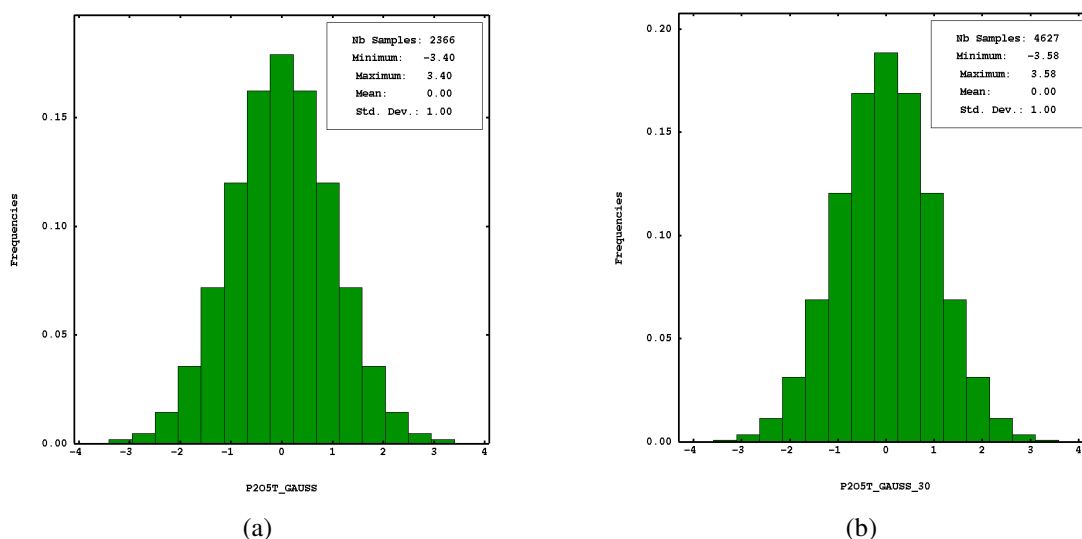
Na etapa de simulação, optou-se por seleccionar uma região mais abrangente com o objetivo capturar a variabilidade espacial dos dados e comparar os planos gerados no STMP vs. os métodos atualmente executado de forma convencional.

4.3.1.9 Transformação normal

Uma condição necessária para que a função aleatória (RF) seja multivariada normal é que a sua função de distribuição condicional (*cdf*) univariada seja normal. Uma verificação adicional da bionormalidade dos dados é considerada suficiente para a aplicabilidade desse método de simulação estocástica.

A normalização dos dados foi realizada por meio da aplicação da função matemática de anamorfose gaussiana (φ), que transforma uma variável Y com distribuição não gaussiana em uma nova variável Z com uma distribuição $Z = \varphi(Y)$. O histograma dos dados normalizados é apresentado pela Figura 50.

Figura 50 – Histograma da normalização do teor de P_2O_5 para (a) domínio 22 e (b) domínio 30



Fonte: Elaboração própria do autor.

Junto à normalização dos dados, foi obtida uma função de transformação dos dados originais para os dados normalizados. Essa função será utilizada posteriormente para realizar a retrotransformação dos dados simulados. A partir dos dados normalizados, foi realizada análise da continuidade espacial dos dados.

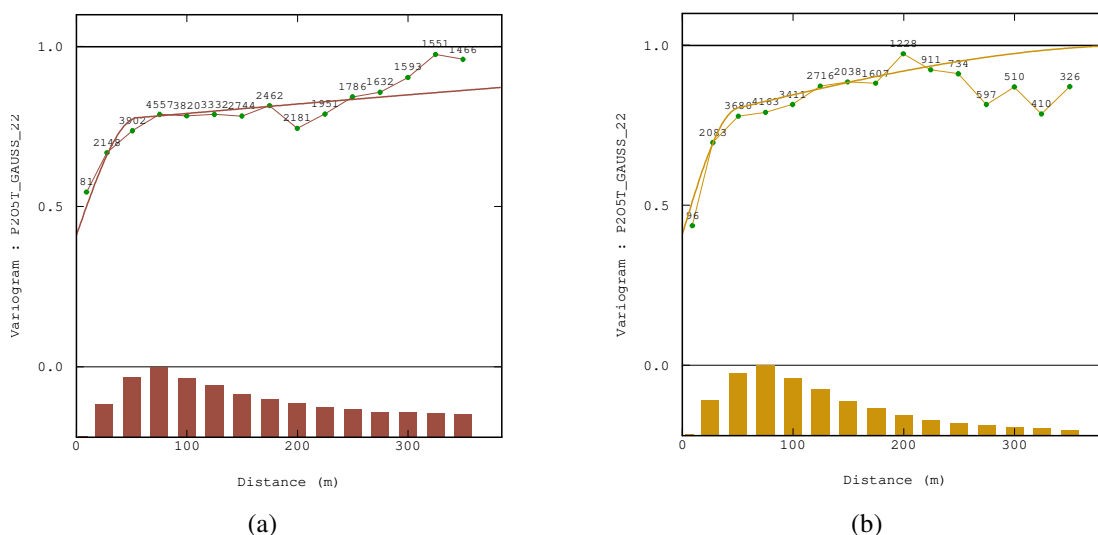
4.3.1.10 Modelagem do variograma

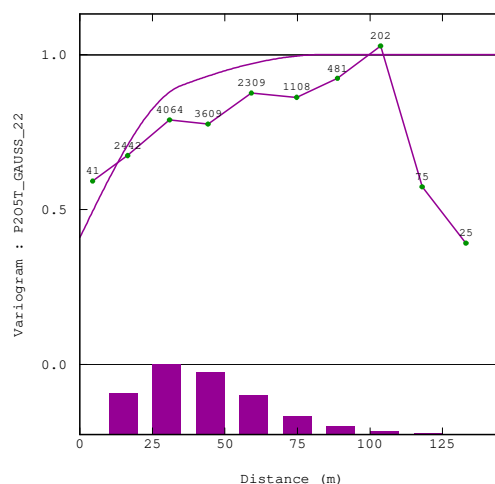
Para o domínio geoestatístico 22, o modelo matemático do semivariograma foi construído a partir dos dados normalizados de P_2O_5 , nos quais a direção de maior continuidade é $157,5^\circ$.

$$\gamma(h) = 0,41 + 0,35 * sph\left(\frac{N157,5^\circ}{55} + \frac{N67,5^\circ}{50} + \frac{vert}{35}\right) + 0,24 * sph\left(\frac{N157,5^\circ}{1200} + \frac{N67,5^\circ}{420} + \frac{vert}{85}\right) \quad (29)$$

Na Figura 51, os variogramas experimentais (pontos) e os modelos ajustados (linhas contínuas) podem ser observados para a variável P_2O_5 normalizada no domínio 22. A maior continuidade é vista na figura (a); a intermediária, na (b); e a menor, na (c). Na parte inferior, o histograma relativo ao número de pontos experimentais em cada *lag*. Em marrom, observa-se o variograma para os dados normalizados para a direção de maior continuidade em $N157,5^\circ$ *Dip* 0° ; em laranja, a direção de continuidade intermediária em $N67,5^\circ$ e *Dip* 0° ; e em roxo, a direção de menor continuidade espacial ao da vertical.

Figura 51 – Variogramas experimentais (pontos) e modelos ajustados (linhas contínuas) para a variável P_2O_5 normalizada no domínio 22. Continuidades: (a) maior; (b) intermediária; e (c) menor. Na base, o histograma relativo ao número de pontos experimentais em cada *lag*





(c)

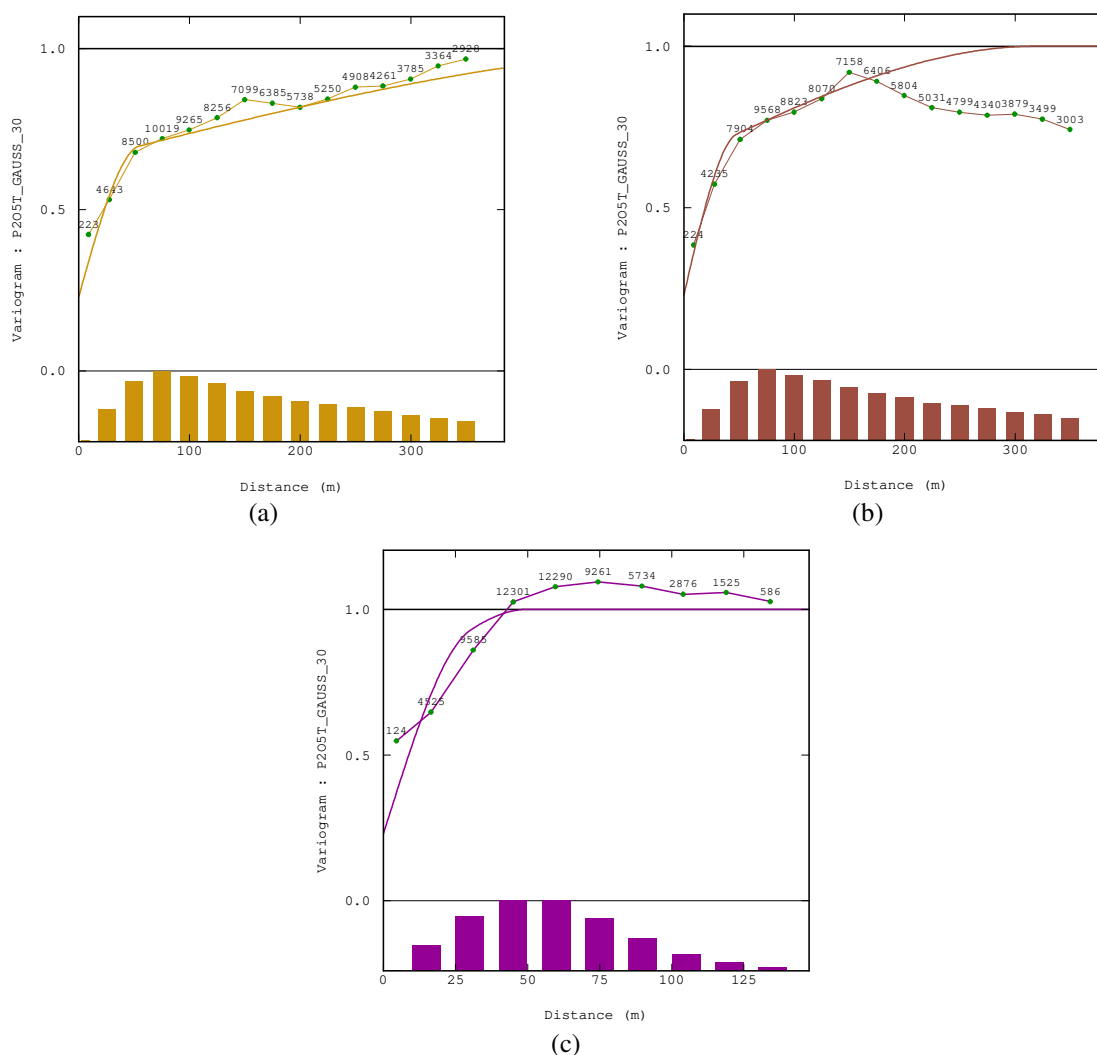
Fonte: Elaboração própria do autor.

Para o domínio geostatístico 30, o modelo de variograma obtido para os dados normalizados dos teores de P_2O_5 é demonstrado na equação 30, na qual tem-se a direção de maior continuidade em $157,5^\circ$.

$$\gamma(h) = 0,23 + 0,42 * sph\left(\frac{N157,5^\circ}{55} + \frac{N67,5^\circ}{48} + \frac{vert}{30}\right) + 0,35 * sph\left(\frac{N157,5^\circ}{600} + \frac{N67,5^\circ}{320} + \frac{vert}{50}\right) \quad (30)$$

Na Figura 52, os variogramas experimentais (pontos) e os modelos ajustados (linhas contínuas) podem ser observados para a variável P_2O_5 normalizada no domínio 30. A maior continuidade é vista na figura (a); a intermediária, na (b); e a menor, na (c). Na parte inferior, o histograma relativo ao número de pontos experimentais em cada *lag*. Em laranja, observa-se o variograma para os dados normalizados para a direção de maior continuidade em $N157,5^\circ$ *Dip* 0° ; em marrom, a direção de continuidade intermediária em $N67,5^\circ$ e *Dip* 0° ; e em roxo, a direção de menor continuidade espacial ao longo da vertical.

Figura 52 – Variogramas experimentais (pontos) e modelos ajustados (linhas contínuas) para a variável P_2O_5 normalizada no domínio 30. Continuidades: (a) maior; (b) menor; e (c) vertical. Na base, o histograma relativo ao número de pontos experimentais em cada *lag*



Fonte: Elaboração própria do autor.

4.3.2 Simulação geostatística aplicada ao modelo de curto prazo

O método de simulação por bandas rotativas foi utilizado para gerar uma série de realizações estocásticas dos teores de (P_2O_5) nos blocos do depósito. A implementação inicial foi estendida para permitir uma avaliação das incertezas associadas ao planejamento de lavra de curto prazo. A variância dos teores simulados permite a escolha de cenários considerando possíveis riscos inerentes à incerteza de teores e a seleção de blocos de lavra que minimizem essa variância.

Para o processo de simulação condicional, 50 realizações dos teores de (P_2O_5) foram simuladas em cada bloco, acompanhadas de estudo de validação dos momentos estatísticos de primeira (estatística univariada) e segunda ordens (continuidade espacial). O resultado desse

processo considerou a simulação para dois domínios principais utilizados no planejamento de curto prazo e combinado para fornecer 50 realizações do modelo de blocos com teores de P_2O_5 para o depósito estudado.

A partir dos modelos de semivariograma obtidos para os domínios geoestatísticos 22 e 30, realizou-se uma simulação utilizando o métodos de bandas rotativas. Os parâmetros de busca utilizados estão apresentados na Tabela 7.

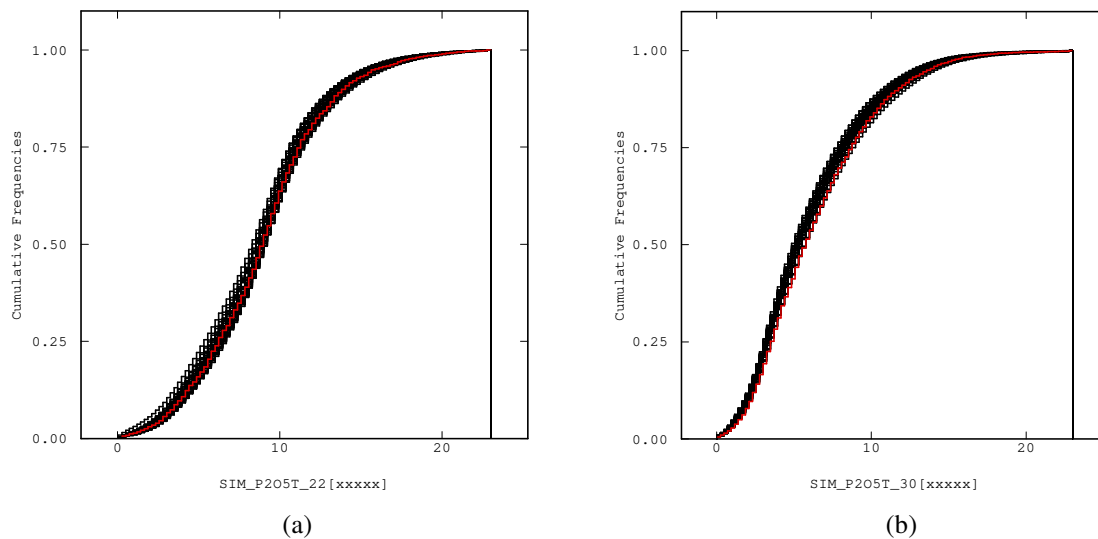
Tabela 7 – Parâmetros de busca, simulação variável P_2O_5 (%)

Descrição dos Parâmetros	Valor
Nº aleatório <i>seed</i>	424.145
Nº de simulações	50
Nº mínimo de amostras	2
Nº de setores angulares	8
Nº ótimo de amostras por setor	2
Nº máximo de blocos prévios simulados	4
Selecionar as amostras contidas nos blocos	Sim
Usar distância anisotrópica de acordo com o elipsoide de busca	Sim
Distância mínima entre duas amostras selecionadas	2m

Fonte: Elaboração própria do autor.

A validação das simulações obtidas para cada um dos domínios foi realizada a partir de uma análise de cada um dos histogramas acumulados das 50 simulações em conjunto com o histograma dos dados originais. Pode-se observar a dispersão dos histogramas acumulados dos dados simulados ao redor do histograma dos dados originais (flutuações orgólicas). Na Figura 53, é possível observar a validação dos histogramas simulados de P_2O_5 dentro de cada um dos domínios estudados. Em preto, o histograma acumulado dos dados simulados, e em vermelho, o histograma dos dados originais. Há uma boa reprodutibilidade dos modelos dos histogramas dos teores de P_2O_5 , na qual o eixo horizontal representa os teores e o eixo vertical a distribuição acumulada de frequência.

Figura 53 – Validação dos histogramas simulados de P_2O_5 . Em preto, o histograma acumulado dos dados simulados, e em vermelho, o histograma dos dados originais: (a) Domínio 22; (b) Domínio 30

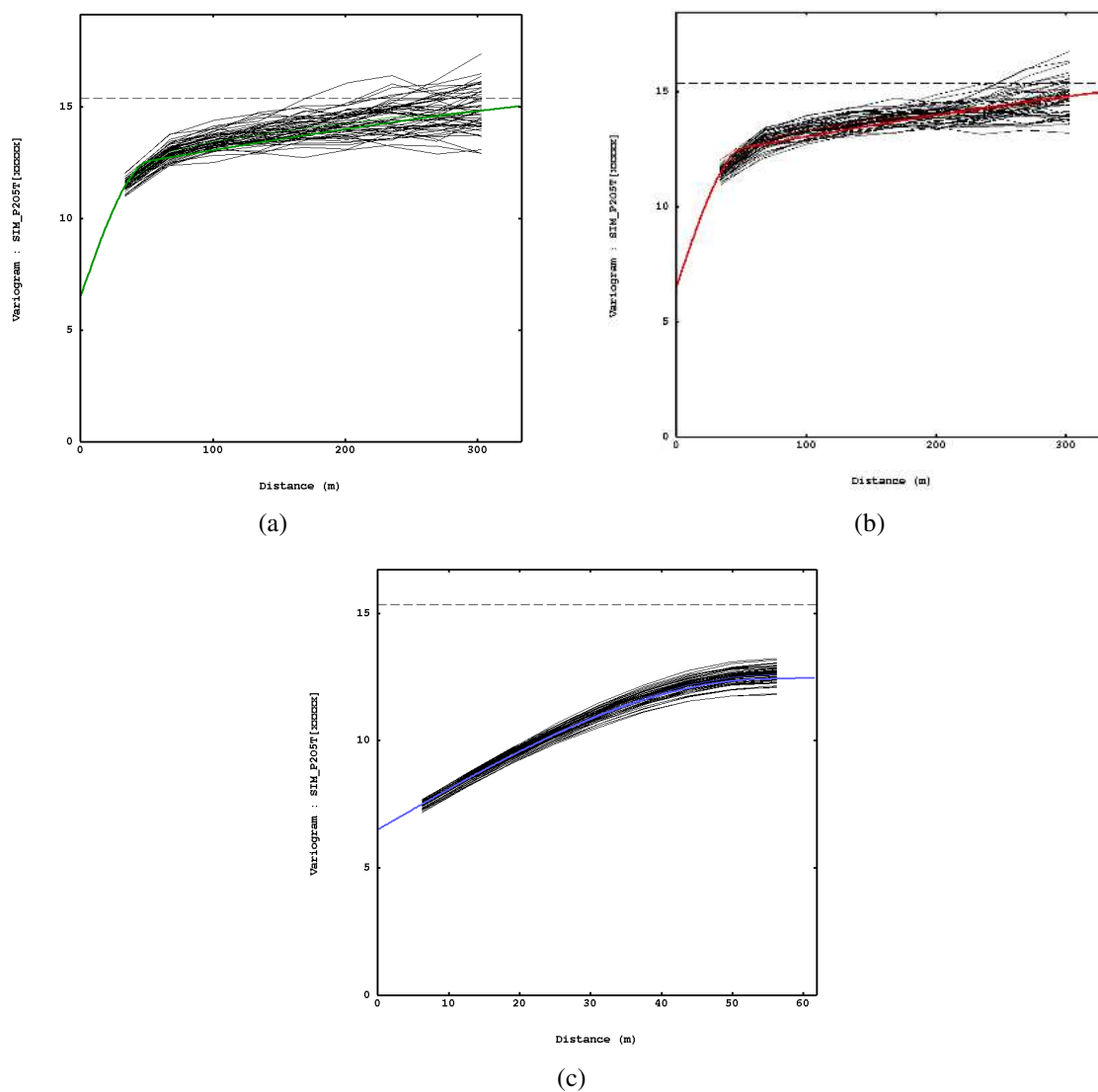


Fonte: Elaboração própria do autor.

Uma comparação do variograma dos dados originais versus os variogramas experimentais dos modelos simulados para as 50 realizações foi executada. Os variogramas experimentais dos dados simulados apresentaram pouca variação em torno do variograma dos dados originais, tanto para o domínio 22 quanto para o 30.

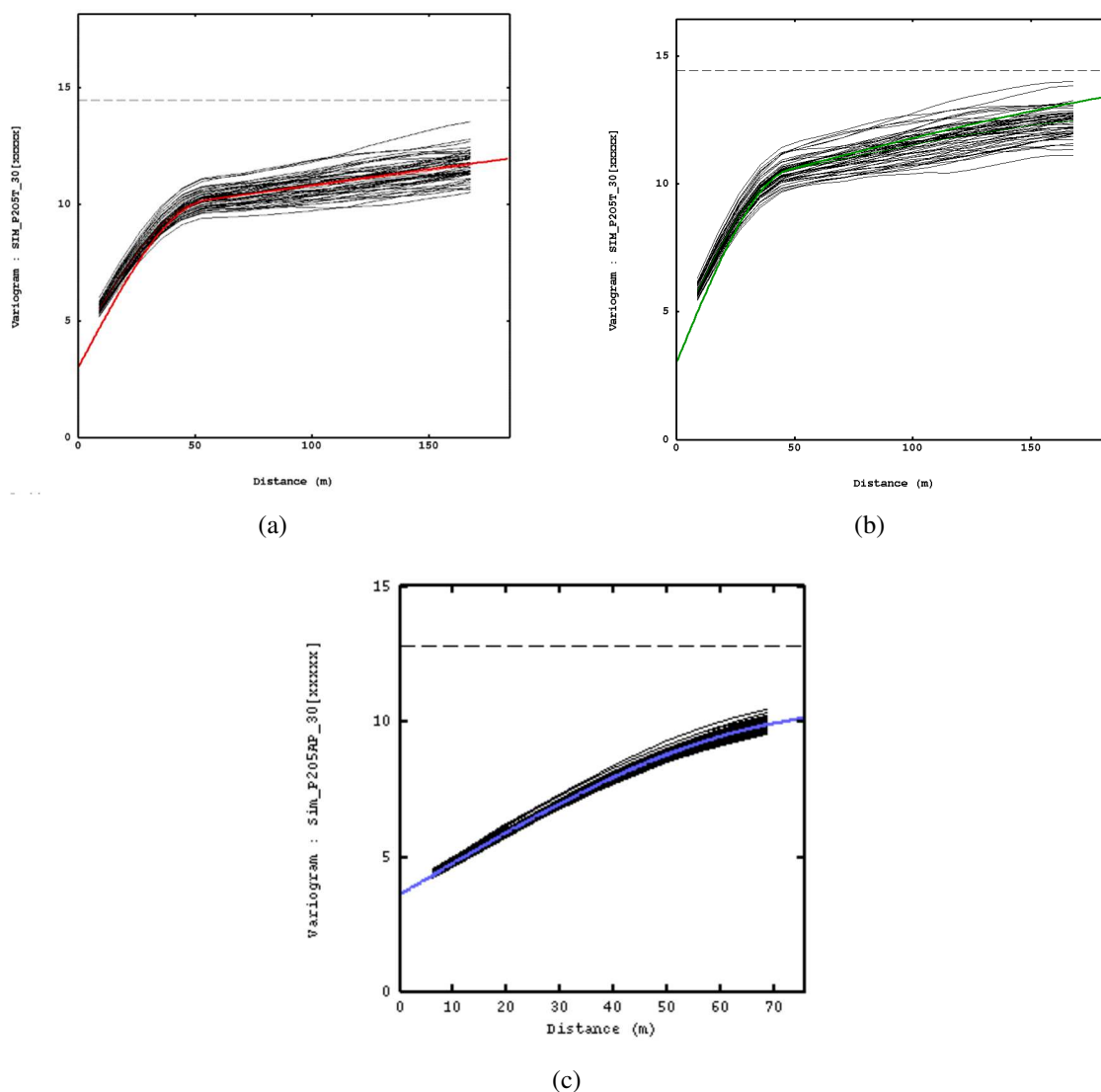
Nas figuras 54 e 55, podemos observar, respectivamente, os variogramas para maior continuidade, continuidade intermediária e menor continuidade, considerando as simulações de P_2O_5 nos domínios estudados.

Figura 54 – Validação dos variogramas das realizações. Em preto, os variogramas experimentais dos modelos simulados, e em cores, o variograma dos dados do domínio 22. Continuidades: (a) maior, (b) intermediária e (c) menor



Fonte: Elaboração própria do autor.

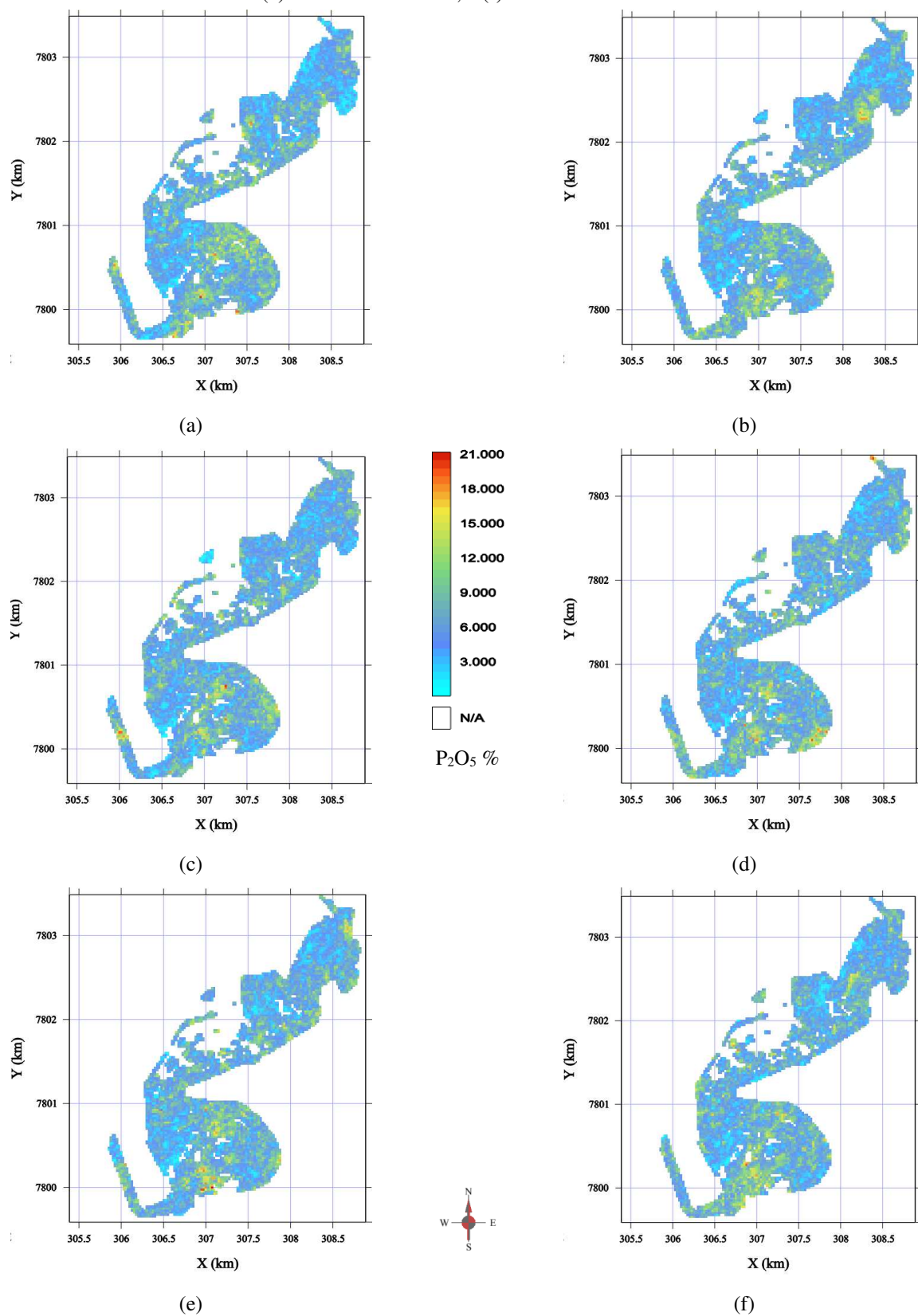
Figura 55 – Validação dos variogramas das realizações. Em preto, os variogramas experimentais dos modelos simulados, e em cores, o variograma dos dados do domínio 30. Continuidades: (a) maior, (b) intermediária e (c) menor



Fonte: Elaboração própria do autor.

Os dados foram simulados com suporte pontual em um grid (6,25 x 6,25 x 5,00 m) e, posteriormente, foram transferidos para o suporte de (25,00 x 25,00 x 10,00 m), do modelo de blocos adotado para o estudo. Na Figura 56, estão apresentadas seis das 50 simulações realizadas. Essas realizações foram selecionadas de forma aleatória para demonstração dos produtos obtidos após a construção dos modelos simulados.

Figura 56 – (a) Modelo simulado 1; (b) Modelo simulado 2; (c) Modelo simulado 3; (d) Modelo simulado 4; (e) Modelo simulado 5; e (f) Modelo simulado 6



Fonte: Elaboração própria do autor.

4.3.3 Função de transferência para o lucro

Com o objetivo de determinar o tipo de material e o destino aplicável para cada tipo de material – ou seja, minério ou estéril –, é necessário que sejam definidos os parâmetros econômicos. Para tanto, assumiu-se uma recuperação metalúrgica média de 60,40% obtida a partir de ensaios de bancada para caracterização metalúrgica do minério. Para este estudo, foram simplificados os domínios analisados. Neste caso, o cálculo dos teores de corte foram considerados como parâmetros de cálculo dos custos de lavra e beneficiamento estimados (Tabela 8).

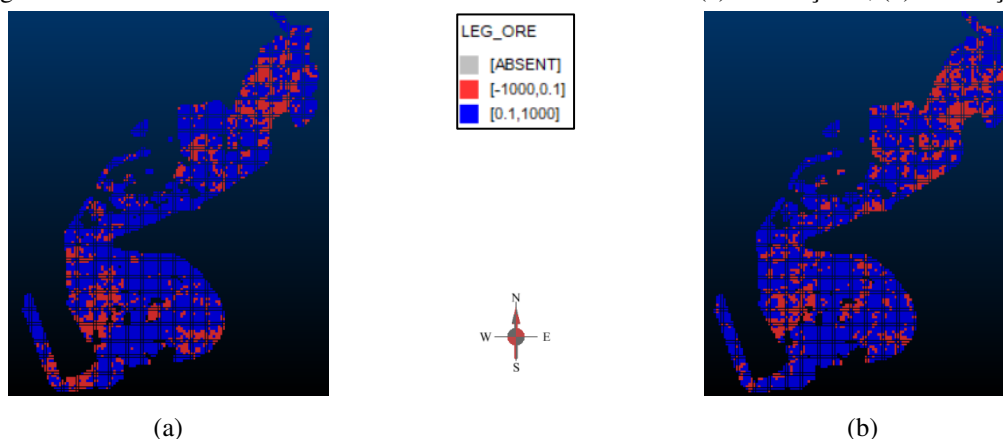
Tabela 8 – Parâmetros econômicos adotados para cálculo do teor de corte

Parâmetros Econômicos		
Custo de Lavra	19,74	R\$/t _{rom}
Custo de Beneficiamento	14,30	R\$/t _{rom}
Recuperação Metalúrgica	60,40	%
Teor de P ₂ O ₅ - Concentrado	35,80	%
Preço Concentrado	504.40	R\$/t _{concentrado}

Fonte: Elaboração própria do autor.

A partir do modelo simulado com os teores de P₂O₅, uma função de transferência para obtenção do benefício gerado em cada blocos de lavra foi aplicada. Nesse caso, um modelo de blocos contendo os 50 cenários simulados, bem como 50 benefícios associados a cada um desses teores. Na Figura 57, é possível observar o mapa de benefício gerado a partir das simulações 1 e 2 para demonstrar a aplicação do método.

Figura 57 – Modelos econômicos associados aos teores simulados: (a) Simulação 1; (b) Simulação 2



Fonte: Elaboração própria do autor.

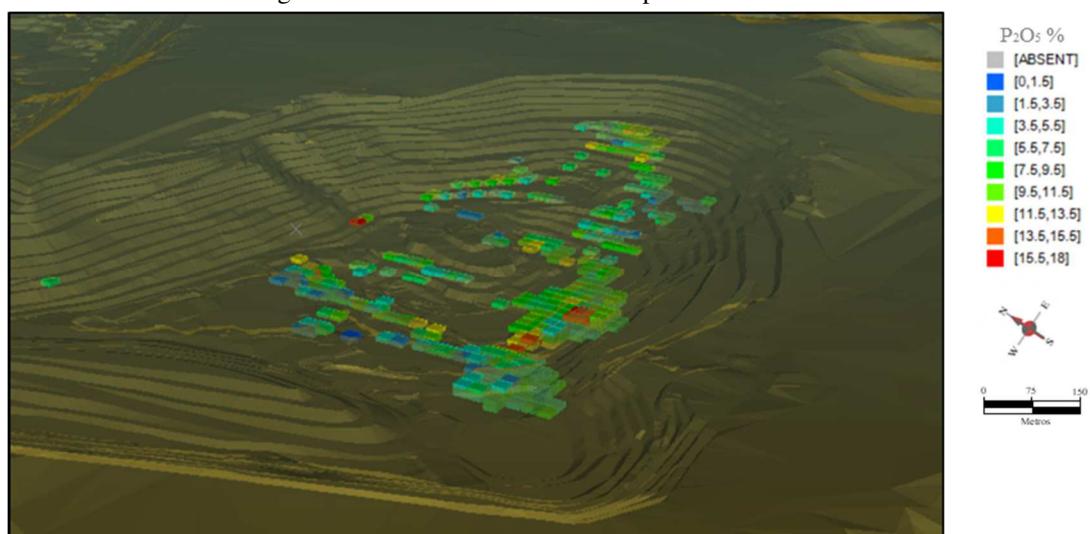
4.3.4 Sequenciamento de lavra aplicado ao planejamento de curto prazo

De posse dos modelo de incerteza de teores e lucro esperado, parte-se para a etapa de seleção estocástica dos blocos de lavra por meio do software STMP. Nessa etapa do processo, o algoritmo computacional desenvolvido será utilizado para selecionar os blocos que devem ser lavrados dentro do plano semanal de lavra. Embora seja improvável que todos os problemas de otimização sejam resolvidos, apresentando sempre uma solução próxima da otimalidade, o processo de definição dos blocos a serem lavrados pode ser acelerado. Espera-se um certo grau de intervenção manual, bem como a validação da seleção dos blocos de lavra será sempre necessário.

4.3.4.1 Seleção da região

Entende-se que o plano mensal ou trimestral já foi previamente desenhado pelos engenheiros de planejamento de lavra. Logo, a área selecionada para a otimização corresponde aos blocos que compõem o plano do período estudado, inserido no plano mensal ou trimestral. Para o estudo de caso, foi selecionada a superfície topográfica de base do segundo trimestre, definida em 1º de maio de 2019, e a superfície desenhada para o final de julho de 2019. A região indicada é denominada Bigorna e representa um típico avanço de lavra inserido no plano de produção de minério. A Figura 58 mostra os blocos que fazem parte do planejamento mensal de lavra. A escala de cores aponta a variação dos teores de P_2O_5 para o modelo *Etype*.

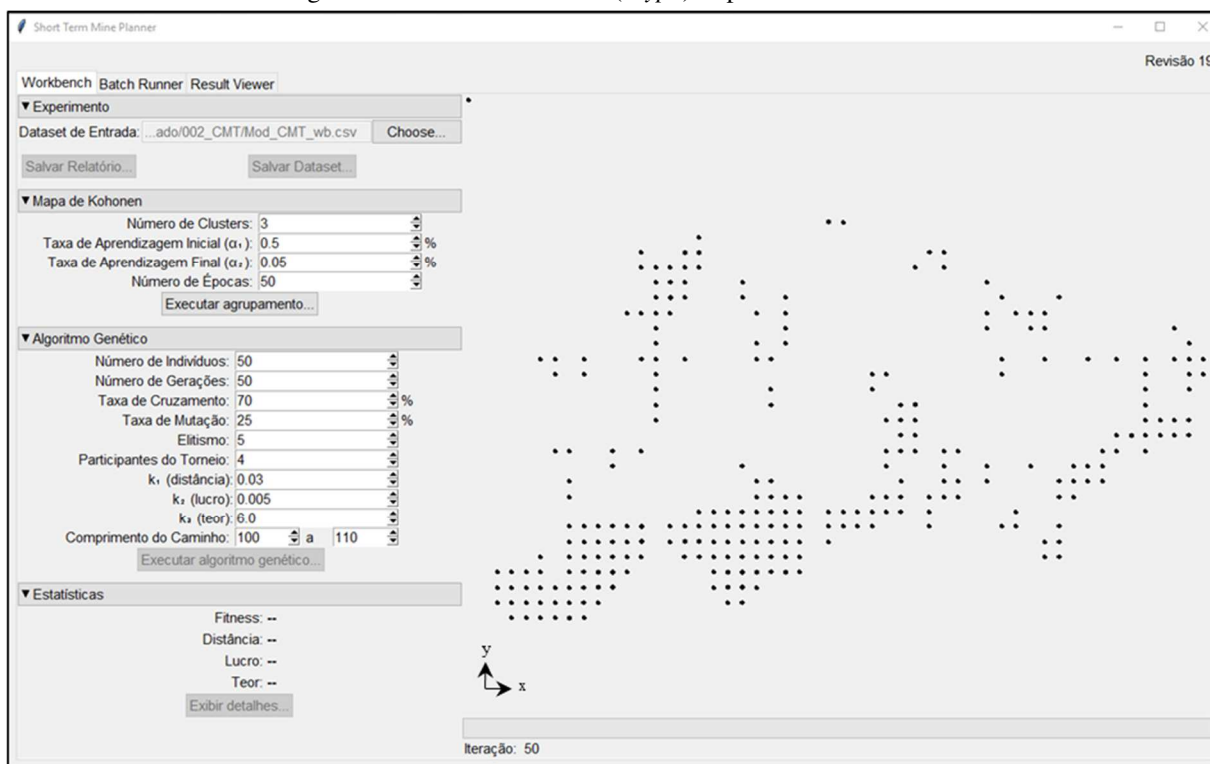
Figura 58 – Blocos selecionados no plano mensal



Fonte: Elaboração própria do autor.

Após seleção dos blocos que fazem parte do período estudado, o modelo de blocos é importado dentro da rotina computacional (STMP). Nesse caso, foram importados 226 blocos com benefício positivo e máxima elevação (z), ou seja, somente blocos de minério liberado serão otimizados. A Figura 59 apresenta o modelo de blocos importado no software desenvolvido com o objetivo de definir, de forma automática, os blocos que serão lavrados dentro do plano semanal. Os pontos pretos representam o centroide de cada bloco simulados para o *Etype* e distribuído em um grid normalizado. A região da Bigorna, inserida no plano mensal, contém uma massa de aproximadamente 2,8Mt de minério.

Figura 59 – Modelo de blocos (*Etype*) importado no software



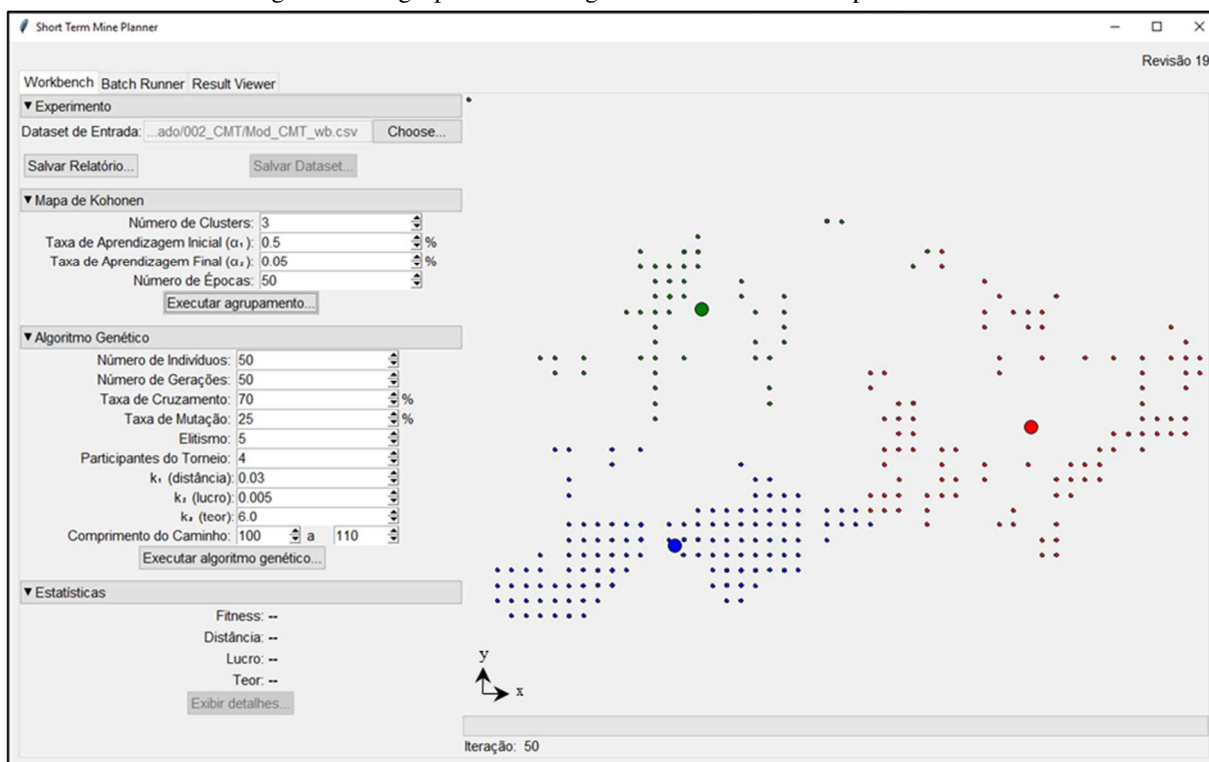
Fonte: Elaboração própria do autor.

O teor de 7,43% representa à média dos valores de P_2O_5 para o modelo simulado com base no *Etype*. Esse modelo é a base de referência para uma das variáveis da função-objetivo que visa reduzir a variabilidade na alimentação da planta de beneficiamento. A seleção da área que será otimizada depende de fatores, tais como: (i) massa total de minério lavrado no período; (ii) variabilidade dos teores; (iii) capacidade dos equipamentos de carga e transporte, entre outros.

4.3.4.2 Agrupamento dos avanços de lavra (SOM)

Nesta etapa do processo, uma análise exploratória do número ideal de frentes pode ser realizada pelos engenheiros de planejamento. Na prática, para a formação do plano semanal de lavra da mina em estudo, os engenheiros utilizam de cinco a oito painéis de lavra, nos quais serão posicionados os equipamentos de carga. No estudo de caso, foram selecionadas três frentes para que a rotina matemática *Self-Organizing Map* (SOM) gere, automaticamente, o agrupamento de regiões, empregando a distância euclidiana como função de otimização. Conforme observado a partir da Tabela 9, a taxa de aprendizagem inicial (α_1) igual a 0,5, taxa de aprendizagem final (α_2) igual a 0,05. Alguns testes foram realizados pelo engenheiro de planejamento para definição do número de épocas necessárias para a obtenção de uma subdivisão considerada adequada pelo usuário. Observou-se, que a partir de 50 épocas, o algoritmo atingia valores aceitáveis, sem comprometer o tempo de processamento nessa etapa do processo. A Figura 60 mostra o agrupamento das regiões selecionadas bem como a identificação dos blocos em três *clusters* distintos (blocos em verde, vermelho e azul).

Figura 60 – Agrupamento de regiões selecionadas na etapa do SOM



Fonte: Elaboração própria do autor.

4.3.4.3 Seleção única dos blocos de lavra (Workbench)

Análogo ao exemplo em duas dimensões, aplicado ao banco de dados *Walker Lake*, após definição do número de frentes, o engenheiro de planejamento parte para a seleção dos blocos que vão compor a programação semanal de lavra. Nesse estudo de caso, foi adotado um número entre 50 e 55 blocos à serem lavrados. O programa seleciona aleatoriamente os blocos para cada uma das frentes determinadas. A Tabela 9 apresenta os principais parâmetros definidos para a função de otimização.

Tabela 9 – Parâmetros definidos na função de otimização

Parâmetros	Descrição	Valor
datafile	Arquivo de Dados	/Mod_CMT_wb.csv
som_clusters	SOM - Número de <i>Clusters</i>	3
som_alpha1	SOM - Taxa de Aprendizagem Inicial (α_1)	0.5
som_alpha2	SOM - Taxa de Aprendizagem Final (α_2)	0.05
som_epochs	SOM - Número de Épocas	50
ag_individuals	AG - Número de Indivíduos	50
ag_generations	AG - Número de Gerações	50
ag_crossover_rate	AG - Taxa de <i>Crossover</i>	70
ag_mutation_rate	AG - Taxa de Mutação	25
ag_ellite_size	AG - Tamanho da Elite	5
ag_tournament_size	AG - Participantes do Torneio	4
ag_k1	AG - k_1	0.15
ag_k2	AG - k_2	0.01
ag_k3	AG - k_3	6
path_min_length	Tamanho mínimo do caminho	50
path_max_length	Tamanho máximo do caminho	55

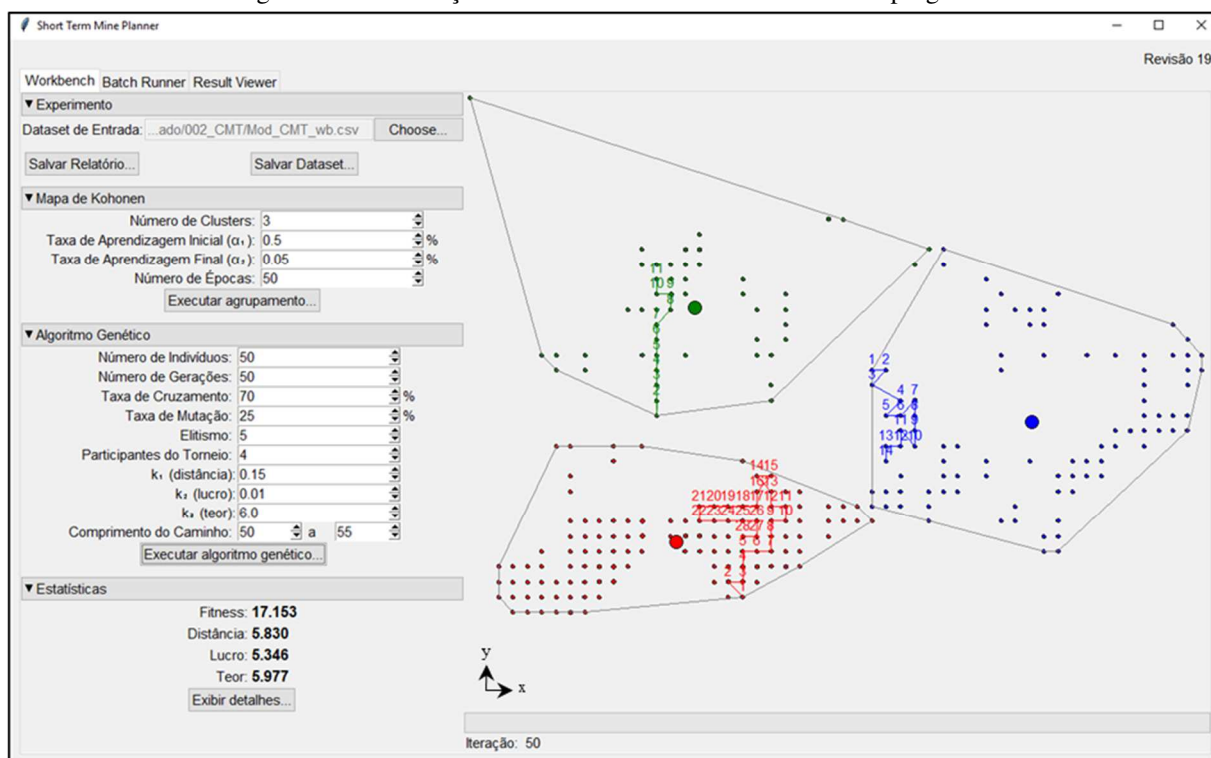
Fonte: Elaboração própria do autor.

Com base na tabela, nota-se que 50 gerações serão realizadas à uma taxa de cruzamento (*crossover*) de 70,0% e mutação de 25,0%. Os parâmetros das constantes foram definidos para k_1 igual a 0,15, k_2 igual a 0,01 e k_3 igual a 6,0, com o objetivo de uniformizar os termos da função de aptidão.

A Figura 61 mostra o resultado do plano de lavra gerado na etapa otimização da interface *Workbench* do programa STMP. Observa-se os blocos disponíveis para lavra (círculos pequenos coloridos), os mapas de agrupamento de Kohonen delimitados pelas linhas pretas, o centroide de cada agrupamento ou frente (círculos maiores) e, por fim, os blocos selecionados dentro de cada uma das frentes (sequência de lavra e linhas coloridas). O resultado da

otimização da função-objetivo é visualizado na base inferior esquerda da interface (*Fitness*) e obteve valores de 17,15 considerando 50 gerações realizadas.

Figura 61 – Otimização realizada na interface *Workbench* do programa



Fonte: Elaboração própria do autor.

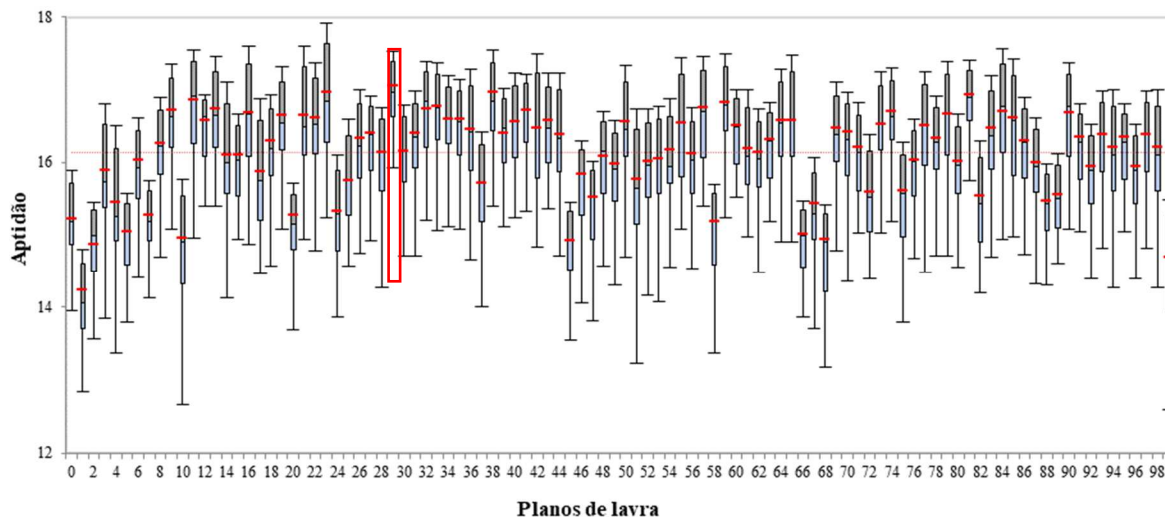
Note que para os três agrupamentos das frentes de lavra, definidas pelo engenheiro de planejamento, cerca de 14 blocos foram planejados na frente um (azul), 28 na frente dois (vermelho) e 11 na frente três (verde), totalizando 53 blocos. Considerando as dimensões de cada bloco em 25,0 x 25,0 x 10,0 m e uma densidade de 2,0 t/m³, a massa planejada para o período é de aproximadamente 662,5 kt de minério. Observa-se (Figura 61) a sequência de extração dos blocos em cada uma das frentes de lavra. Nesse caso, a função objetivo leva em conta a soma ponderada dos lucros dos blocos, considerando suas posições temporais em cada *cluster* (valoriza blocos mais caros, mais cedo).

4.3.4.4 Seleção estocástica dos blocos de lavra (Batch Runner)

O planejamento estocástico de lavra pode ser realizado por meio da rotina matemática *Batch Runner*, dentro do STMP. Foram gerados dois agrupamentos de *clusters* e executados 100 cenários de lavra para cada modelo simulado, considerando a otimização das variáveis de

teor e benefício. A Figura 62 apresenta um gráfico considerando todos os planos gerados para cada uma das simulações. Observa-se que o plano 29 apresentou a melhor aptidão determinado pela função-objetivo estudada. A análise do conjunto inicial revelou o valor mínimo 15,37, e, após as 50 gerações aleatórias do AG, a otimização da função aptidão obteve valor máximo de 17,01, indicando uma melhora do plano selecionado.

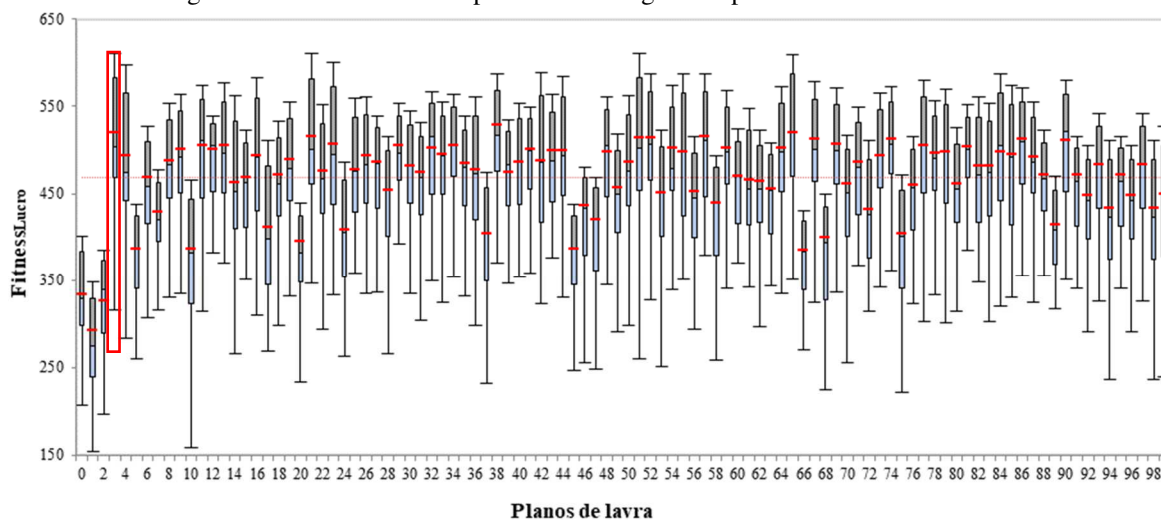
Figura 62 – Gráfico dos 100 planos de lavra gerados para cada cenário simulado



Fonte: Elaboração própria do autor.

De forma análoga à análise da melhor aptidão, é possível obter a avaliação dos blocos de lavra que atingiram o máximo lucro gerado. Embora esse não seja o critério proposto nesse trabalho para seleção do plano considerado ideal, o mesmo pode ser utilizado como alternativa no sequenciamento da lavra. Considerando o sequenciamento da semana 1, o máximo lucro foi obtido a partir da sequência dos blocos determinados no primeiro agrupamento e definido no plano 3, atingindo um lucro médio por bloco de R\$ 44,08. Nesse caso, a Figura 63 apresenta o gráfico com a contribuição do parâmetro de lucro no processo de otimização dado para a função-objetivo considerada nos 100 planos simulados. É possível avaliar as flutuações determinadas em cada plano proposto para cada modelo de incerteza de teores.

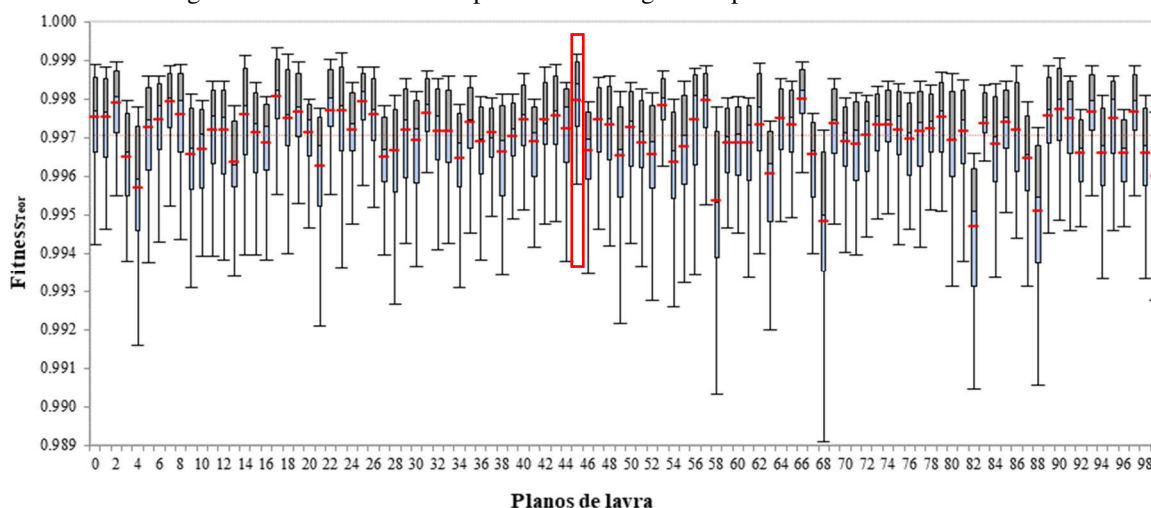
Figura 63 – Gráfico dos 100 planos de lavra gerados para cada cenário simulado



Fonte: Elaboração própria do autor.

Uma última análise pode ser obtida a partir da contribuição do termo da equação de aptidão referente ao erro médio quadrático (MSE) dos histogramas normalizados definidos no plano de referência versus os planos semanais otimizados. Nota-se, a partir da Figura 64, que o plano 45, obtido no primeiro agrupamento gerado, apresentou a maior contribuição do termo da equação, indicando a menor diferença entre a média das classes do histograma mensal e o plano semanal proposto. É possível observar as flutuações avaliadas na função-objetivo considerando o modelo de incerteza de teores simulado.

Figura 64 – Gráfico dos 100 planos de lavra gerados para cada cenário simulado

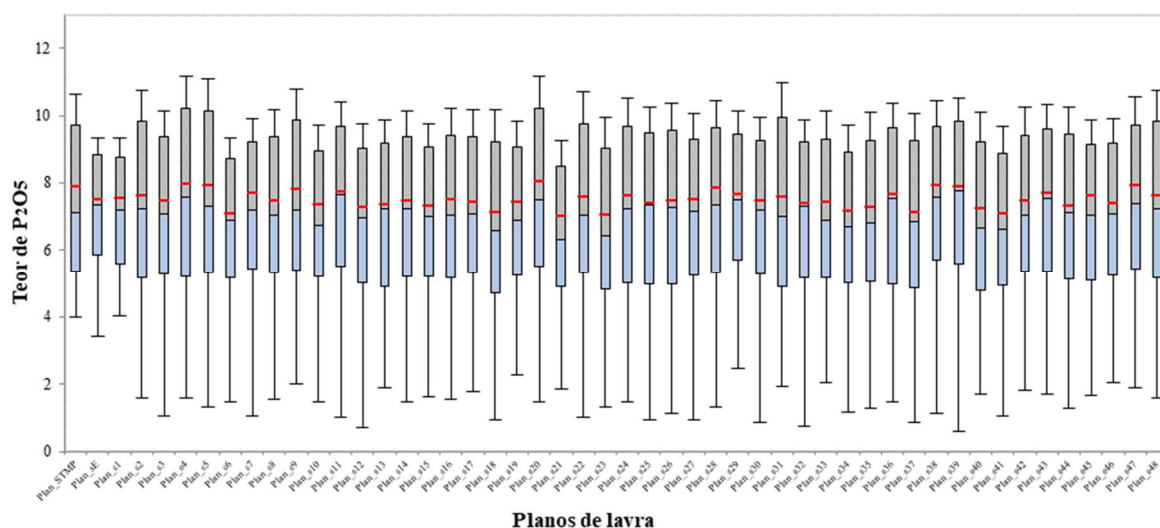


Fonte: Elaboração própria do autor.

Além da componente definida no termo da função aptidão, a variação dos teores absolutos, considerada no plano de lavra selecionado, pode ser visualizada na Figura 65. Nesse

caso, as flutuações refletem a incerteza dos teores associada ao plano de lavra proposto como ideal (plano 29). Ainda para o plano selecionado, os teores médios alcançaram valores de 7,87% em P_2O_5 . A média global obtida em cada uma das simulações foi de 7,51% em P_2O_5 , com máximo de 16,50% e mínimo de 0,58% em P_2O_5 .

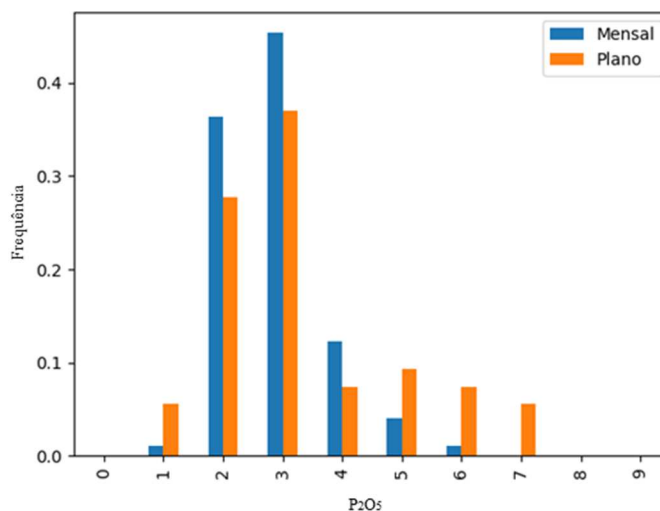
Figura 65 – Gráfico da dispersão do teor de P_2O_5 para as 50 simulações referente ao plano 29



Fonte: Elaboração própria do autor.

A Figura 66 apresenta os dois histogramas gerados na etapa *Result Viewer*, desenvolvida no software STMP, plano mensal (*Etype*) vs. plano 29. Com base no gráfico apresentado, é possível observar uma boa aderência entre o histograma de referência versus o do plano semanal proposto.

Figura 66 – Histograma da média dos teores simulados (*Etype*) para o plano mensal de referência vs. histograma da semana selecionada (agrupamento 0, simulação 29)



Fonte: Elaboração própria do autor.

O resumo estatístico obtido é apresentado na Tabela 10, na qual observa-se a média e o desvio padrão para teores e benefícios associados a cada plano semanal de lavra. A semana 1 apresenta um teor médio de 8,68% de P_2O_5 para um benefício de 39,84 \$. Aplicando uma densidade de 2,00 t/m³, a massa média para os planos semanais é de, aproximadamente, 646.875 t de minério programado para a semana, resultando em uma massa total de 2.587.500 t de minério no plano mensal.

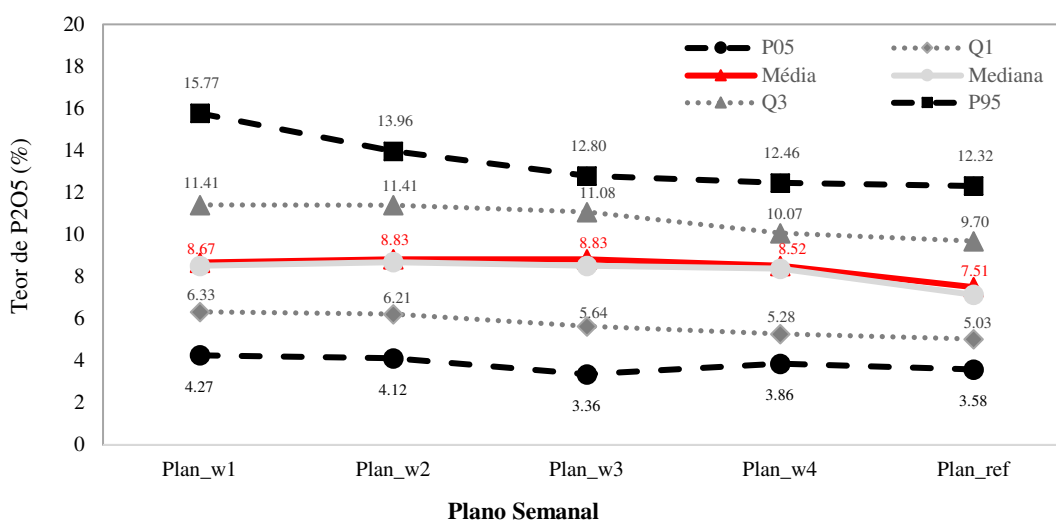
Tabela 10 – Teores médios e benefícios associados a cada plano

	Plano STMP					
	Teor [%]		Benefício [R\$]		Minério (t)	
	Média	Desvio Padrão	Média	Desvio Padrão	Blocos (un.)	Massa (t)
Semana_1	8,68	3,34	39,84	28,44	53	662.500
Semana_2	8,83	2,90	41,14	24,65	51	637.500
Semana_3	8,83	3,18	41,09	27,10	51	637.500
Semana_4	8,52	3,27	38,46	27,79	52	650.000

Fonte: Elaboração própria do autor.

Na Figura 67, é possível observar a dispersão dos teores para cada plano semanal selecionado (Plan_w1, Plan_w2, Plan_w3 e Plan_w4) e, ainda, compará-los ao plano de referência (Plan_ref).

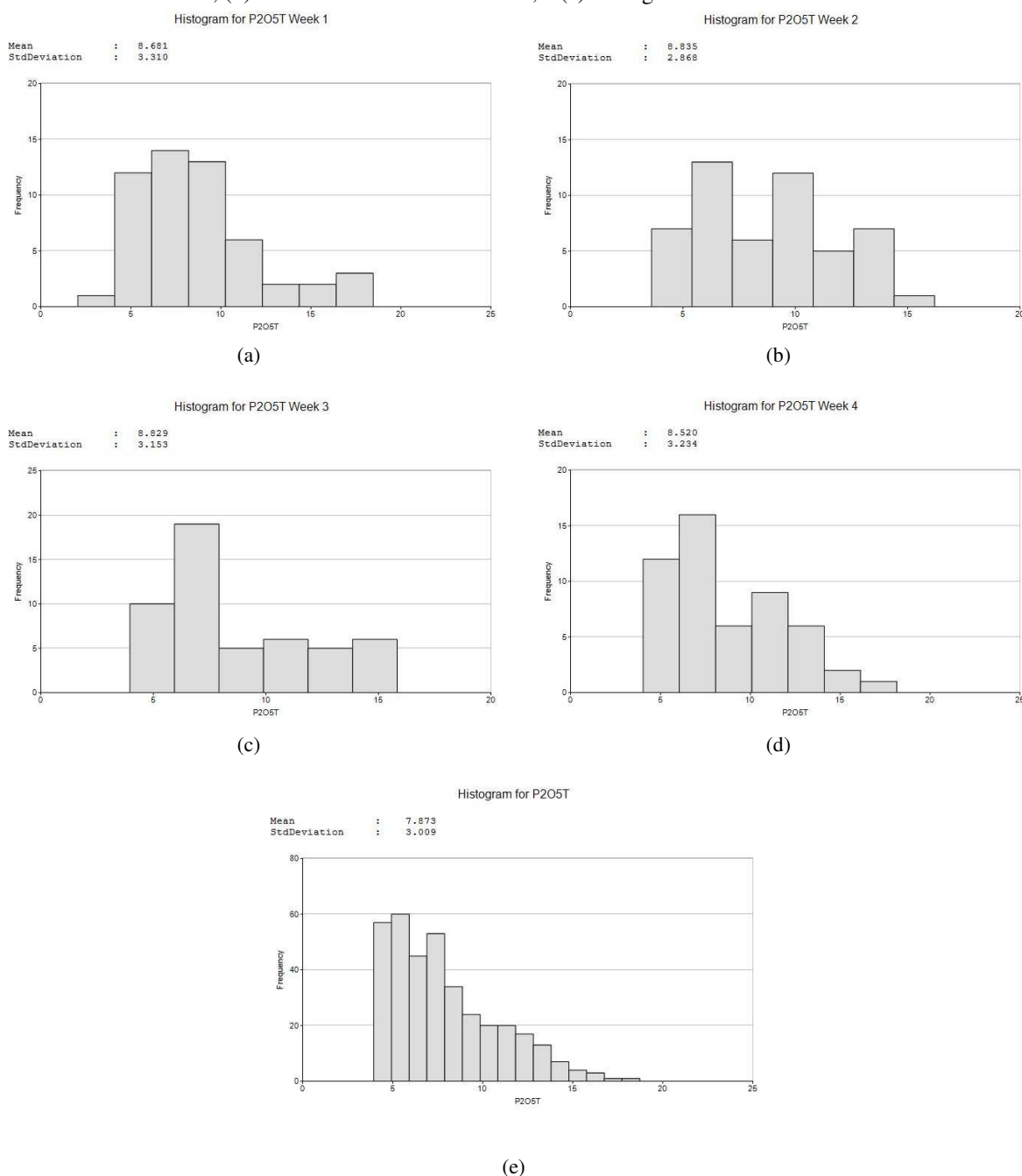
Figura 67 – Dispersão dos teores de Cu para cada plano selecionado e referência mensal



Fonte: Elaboração própria do autor.

Uma análise comparativa entre as distribuições de frequência de teores dos planos semanais, gerada no software STMP versus o plano de referência estabelecido, pode ser utilizada para medir seu grau de associação entre os planos. Nesse caso, a apresentação dos histogramas com seus respectivos sumários estatísticos pode revelar a existência de diferenças mais evidentes. A Figura 68 apresenta o histograma dos teores para cada um dos planos semanais e o histograma do plano de referência.

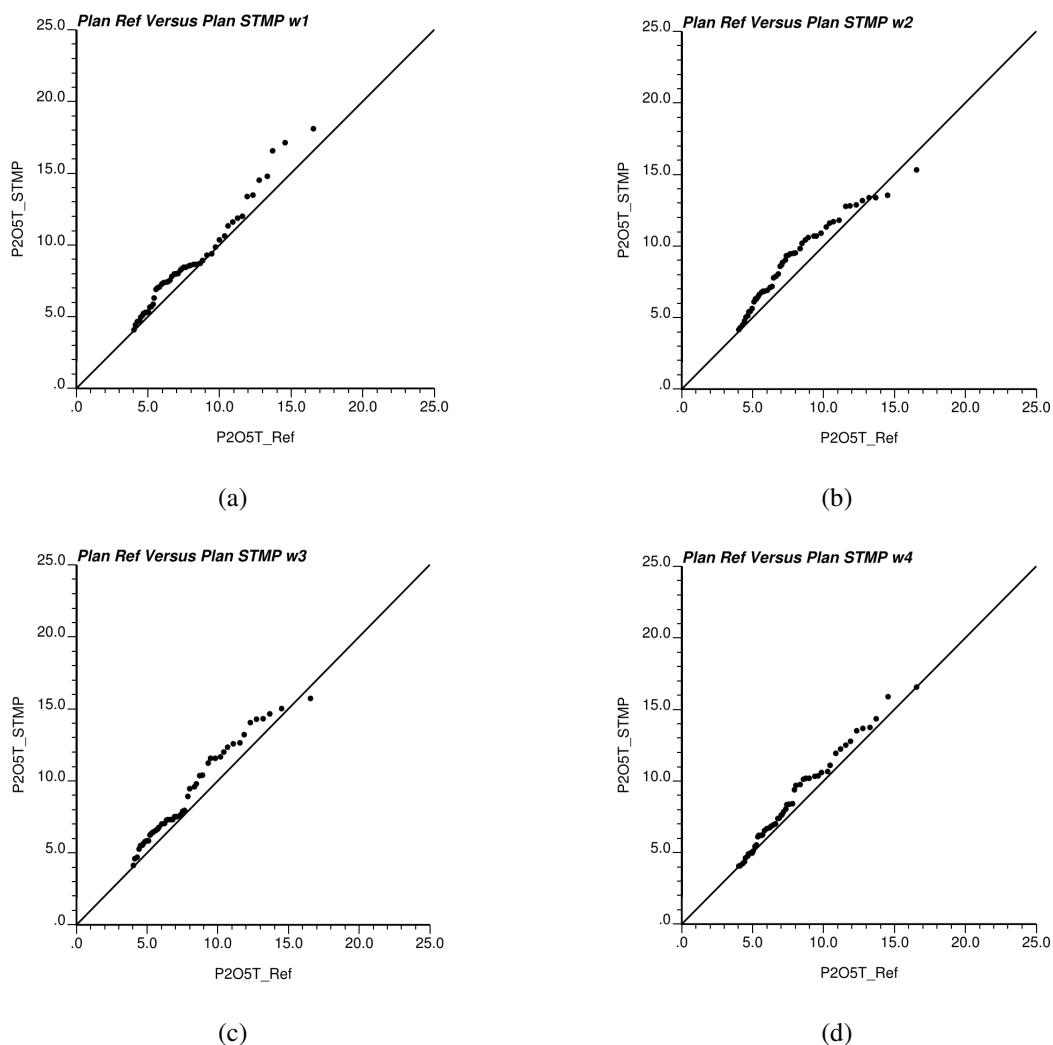
Figura 68 – (a) Plano otimizado da semana 1; (b) Plano otimizado da semana 2; (c) Plano otimizado da semana 3; (d) Plano otimizado da semana 4; e (e) Histograma de referência



Fonte: Elaboração própria do autor.

Uma comparação mais completa pode ser obtida pela análise dos quantis para as frequências acumuladas em cada um dos planos. Para uma boa comparação visual das duas distribuições, faz-se uso do gráfico *Q-Q plot*, no qual os quantis de uma distribuição são plotados contra os quantis de outra. Na Figura 69, observa-se uma alta similaridade entre os planos semanais gerados no STMP versus o plano mensal de referência, quando comparada à sua distribuição de frequências.

Figura 69 – Gráfico *Q-Q-plot* da distribuição global do plano de referência do período selecionado (eixo x) vs. o plano executado no STMP (eixo y) para as semanas 1 (a), 2 (b), 3 (c) e 4 (d)

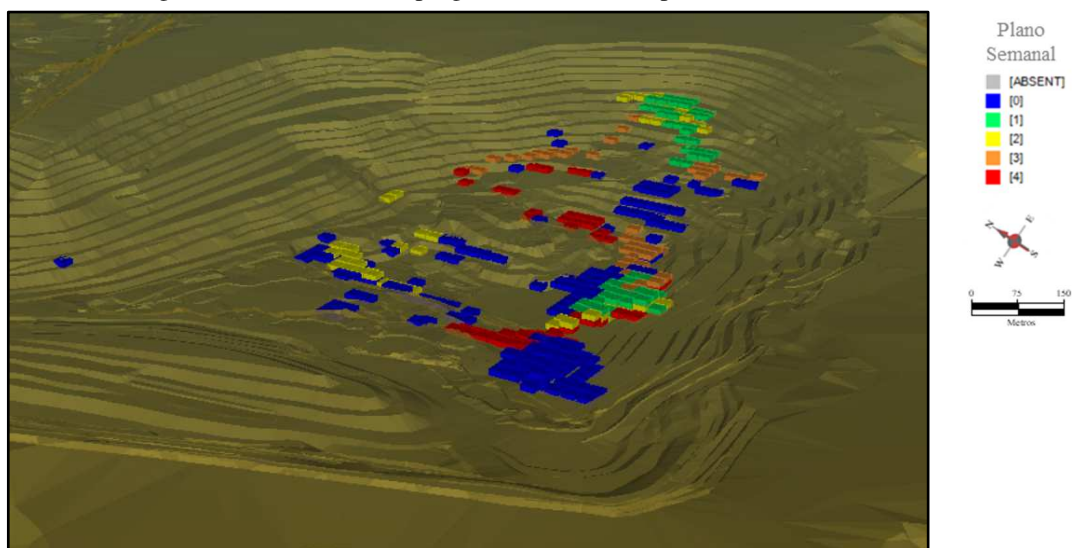


Fonte: Elaboração própria do autor.

Por fim, o plano selecionado é entregue à operação de lavra preparar sua execução. A Figura 70 apresenta o plano mensal planejado no STMP. A legenda de cores ilustra os respectivos blocos lavrados em cada uma das semanas planejadas. O engenheiro de

planejamento envia a equipe de topografia e operação de lavra para a demarcação dos avanços estabelecidos no plano e orientação aos operadores dos equipamentos de carga.

Figura 70 – Plano mensal programado no STMP para cada semana



Fonte: Elaboração própria do autor.

4.4 COMPARAÇÃO DO MÉTODO CONVENCIONAL VERSUS PLANEJAMENTO ESTOCÁSTICO DE LAVRA

O objeto desta etapa é demonstrar as potenciais vantagens decorrentes da abordagem de seleção dos blocos de lavra que irão compor a programação da semanal proposta em comparação às práticas convencionais realizadas em uma mina. A proposta do experimento é fazer com que os planejadores selecionem os limites de escavação em um modelo de blocos com teores simulados utilizando o modelo *Etype*, de acordo com a rotina semanal de trabalho. Paralelamente, utilizar os blocos selecionados para escavação gerados pelo algoritmo de otimização e, por fim, comparar os resultados obtidos para ambos os casos. Isso significa que, para cada plano de lavra desenhado à mão, existe um plano de lavra que utiliza a mesma base de dados para geração de um plano correspondente de forma automática.

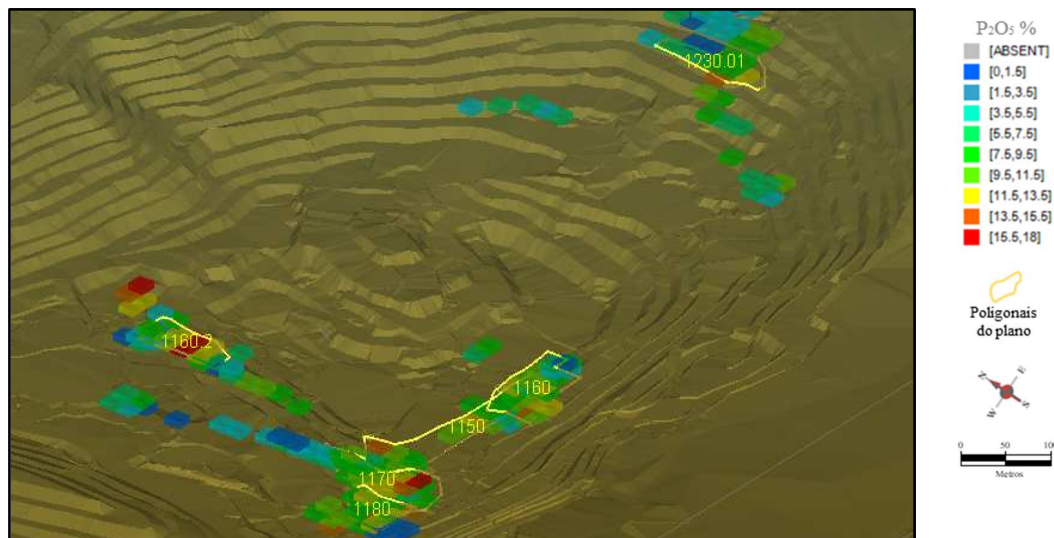
Nesse caso real, o engenheiro de planejamento utiliza um software comercial de mineração para desenhar os polígonos que irão compor a programação semanal de lavra. Na prática, o engenheiro de planejamento tem como objetivo programar uma massa de, aproximadamente, 600 kt de minério com teores médios de P_2O_5 a serem alimentados na planta de beneficiamento. No método convencional, o engenheiro não utiliza nenhum critério considerando a incerteza dos teores de lavra, tampouco usa critérios econômicos na seleção das

regiões que serão lavradas. Por outro lado, existem parâmetros adicionais reconhecidamente necessários para a confecção dos planos de lavra utilizados na prática da mina em estudo; no entanto, uma base para comparação é necessária, e o modelo de dados será tratado como uma verdade fundamental para comparação. As premissas utilizadas para comparar as metodologias aplicadas foram:

- (i) utilização da mesma base de dados para construção do modelo de referência, um modelo *Etype* e modelos simulados para a variável P_2O_5 . Nesse caso, o modelo foi apresentado ao engenheiro de planejamento, que utilizou o *Etype* para a execução dos sequenciamentos, considerando um teor de corte de 5,0% em P_2O_5 ;
- (ii) os dados foram transformados em mapas de benefício econômico, de acordo com a função de transferência estudada. Custos operacionais hipotéticos foram considerados para definição dos limites econômicos entre minério e estéril;
- (iii) um plano de lavra mensal, previamente estabelecido, serviu de base para a seleção dos blocos que deverão contemplar a lavra no horizonte em estudo;
- (iv) nessa etapa, o engenheiro de planejamento, baseado na rotina operacional da mina que define os limites de escavação por meio da elaboração de polígonos manualmente desenhados, construiu um plano de lavra para a semana com o objetivo de selecionar áreas específicas de lavra. Isso deveria representar a prática atual utilizada na etapa de planejamento de curto prazo da mina em estudo.

A Figura 71 apresenta o plano da semana 1 desenhado manualmente pelo engenheiro de planejamento de curto prazo a partir da execução da rotina operacional estabelecida na mina. O mesmo processo foi executado para as semanas subsequentes.

Figura 71 – Plano semanal programado manualmente para a semana 1



Fonte: Elaboração própria do autor.

O resultado comparativo entre os planos de lavra gerados no STMP vs. Manual pode ser visualizado na Tabela 11, a seguir. Para a programação de lavra definida na semana 1, considerando um intervalo de confiança de 90,0%, observa-se que o plano STMP apresentou teores de P_2O_5 variando entre 4,27% e 15,77%. O valor médio esperado foi de 8,67%, o que representa um ganho relativo de 2,35% quando comparado ao Manual. Além deste, o benefício gerado no STMP variou de R\$ 2,25 até R\$ 63,01, com valor médio esperado de R\$ 39,89. A diferença relativa entre o benefício médio gerado foi de 4,51% maior para o STMP quando comparado ao Manual. Na semana 2, observa-se que o plano STMP apresentou teores de P_2O_5 entre 6,33% e 13,96%, com valor médio esperado de 8,83%, representando um ganho relativo de 1,37% quando comparado ao Manual. O benefício gerado no STMP variou de R\$ 3,04 até R\$ 64,71 com valor médio esperado de R\$ 39,84. A diferença relativa entre o benefício médio gerado foi de 2,67% maior para o STMP quando comparado ao Manual.

Tabela 11 – Comparativo entre método convencional Manual vs. STMP proposto na tese

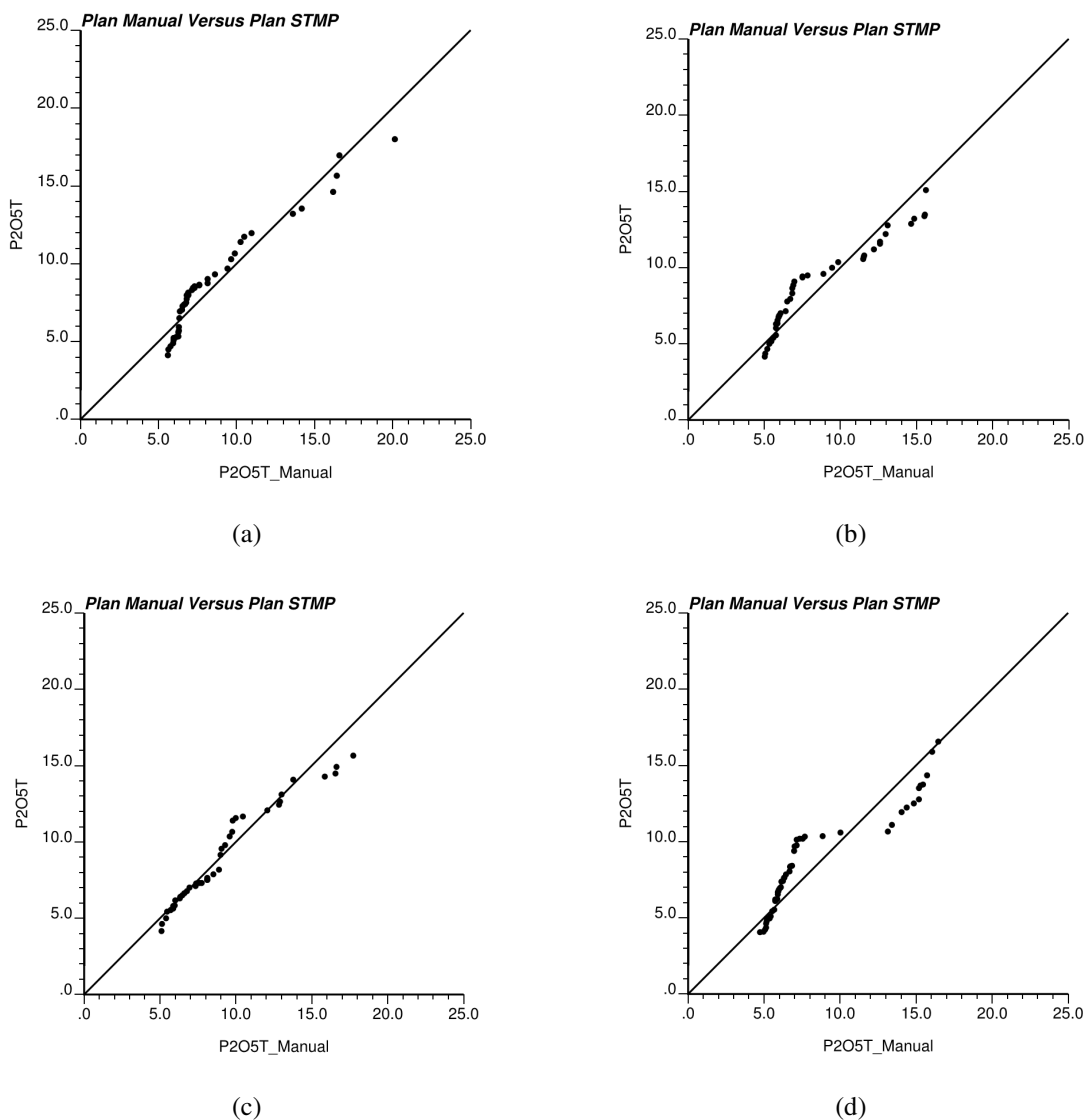
		Comparativo dos Planos									
		Teor [%]				Benefício [R\$]				Minério (t)	
		P ₀₅	Média	P ₉₅	Desvio Padrão	P ₀₅	Média	P ₉₅	Desvio Padrão	Blocos (un.)	Massa (t)
Semana_1	STMP	4,27	8,67	15,77	3,34	2,25	39,84	63,01	28,44	53	662.500
	Manual		8,48		3,47		38,12		30,99	50	625.000
Semana_2	STMP	6,33	8,83	13,96	2,90	3,04	41,14	64,71	24,65	51	637.500
	Manual		8,71		3,51		40,07		29,38	50	625.000
Semana_3	STMP	3,36	8,83	12,80	3,18	5,44	41,09	74,90	27,10	51	637.500
	Manual		9,00		3,40		42,54		29,66	50	625.000
Semana_4	STMP	3,86	8,52	12,46	3,27	1,18	38,46	71,99	27,79	52	650.000
	Manual		8,25		3,85		36,16		28,77	50	625.000

Fonte: Elaboração própria do autor.

Note que a programação de lavra definida no STMP para a semana 3, atendendo a um intervalo de confiança de 90,0%, apresentou teores de P₂O₅ variando de 3,36% a 12,80%, com valor médio esperado 8,83%. Nesta semana, a programação de lavra definida no plano Manual apresentou teor médio de P₂O₅ de 9,00% indicando uma diferença relativa maior para o Manual. O benefício gerado variou de R\$ 5,44 até R\$ 74,90, com valor médio esperado de R\$ 41,09. Da mesma forma, o plano Manual apresentou ganho relativo de 3,4% no benefício gerado na semana 3. Por fim, na semana 4, completando um período de aproximadamente um mês de lavra, considerando as premissas adotadas, observa-se que os teores de P₂O₅ gerados no STMP variam de 3,86% a 12,46%, com valor médio esperado de 8,52%, representando um ganho relativo de 3,27%. O benefício médio gerado para o STMP foi de R\$ 38,46, representando uma um ganho relativo de 6,36%. Observa-se que para ambos os parâmetros de controle definidos na comparação entre os métodos, o desvio padrão foi menor para STMP quando comparado ao plano Manual, indicando menor variabilidade. Uma variação nas massas geradas no STMP pode ser notada em cada um dos planos semanais devido a variação do número de blocos definidos na configuração da rotina matemática.

A Figura 72 apresenta um gráfico *QQ-Plot* que compara os dados obtidos por meio dos planos Manuais versus os dos planos gerados no STMP.

Figura 72 – Gráfico *QQ-plot* da distribuição dos planos realizados manualmente (eixo x) vs. o plano executado no STMP (eixo y) para as semanas 1 (b), 2 (b), 3 (c) e 4 (d)

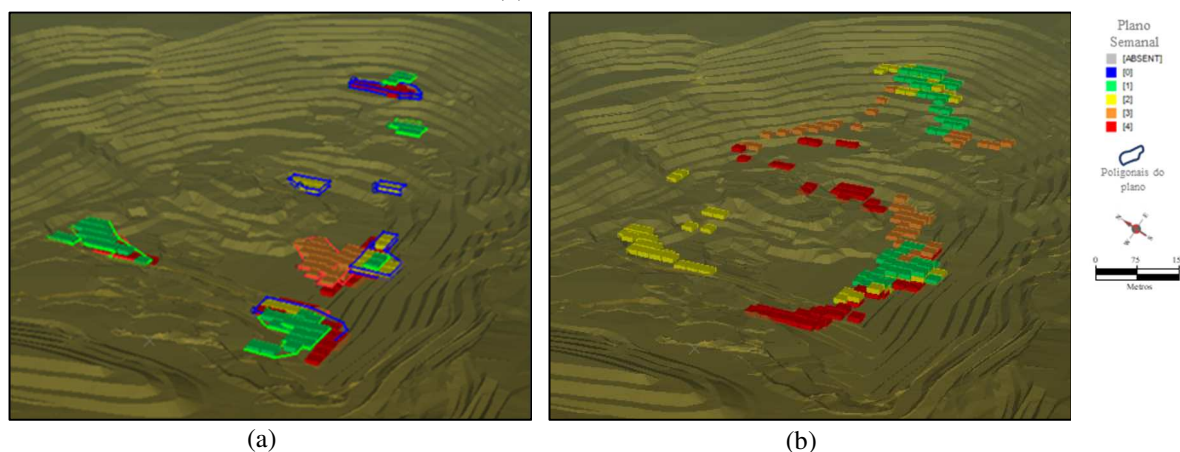


Fonte: Elaboração própria do autor.

Os resultados apresentados no estudo de caso de uma mina de fosfato demonstram real benefício da aplicação da metodologia proposta, quando comparada aos planos realizados na rotina matemática STMP versus os planos tradicionalmente realizados nessa mina. Considerando a programação mensal de lavra, o valor do teor de P_2O_5 esperado obtido no STMP foi de 8,71% para um benefício médio esperado de R\$ 40,12. Esses resultados representam um aumento médio relativo no teor de P_2O_5 de 1,20% para o STMP. Os blocos selecionados na rotina STMP apresentaram um aumento relativo no benefício médio esperado na ordem de 2,29% e reduziram o desvio padrão do plano semanal em 10,76% quando comparado ao

Manual, realizado pelos engenheiros de planejamento de curto prazo. A Figura 73(a) apresenta as poligonais desenhadas pelo engenheiro de planejamento definidas no plano mensal, e a Figura 73(b) apresenta os blocos planejados no STMP relativos ao período mensal selecionado, classificados em cada uma das semanas subsequentes. As duas imagens apresentam a sequência semanal de extração dos planos propostos.

Figura 73 – Região de lavra considerando os planos semanais apresentados.(a) poligonais desenhadas manualmente, (b) blocos selecionados no STMP



(a)

(b)

Fonte: Elaboração própria do autor.

Com a metodologia proposta, a equipe de planejamento de lavra poderá decidir a viabilidade prática para a aplicação das várias programações ótimas produzidas a partir dos algoritmos genéticos, analisando suas características gerais. No estudo das várias características das programações semanais de lavra, o planejamento de curto prazo será capaz de utilizar a minimização da variabilidade dos teores e o máximo benefício associados ao plano de lavra, considerando sua aplicação prática no sequenciamento de blocos de minério aplicado à etapa de controle de teores.

CAPÍTULO 5

5 CONCLUSÕES E TRABALHOS FUTUROS

O trabalho demonstrou que é possível priorizar, de forma simultânea, blocos de minério que maximizam o benefício e, ainda, minimizar a variabilidade dos teores alimentados na planta de beneficiamento. A partir do planejamento estocástico de lavra com a incerteza geológica incorporada no processo de seleção dos blocos de minério, obteve-se resultados superiores aos métodos determinísticos tradicionalmente utilizados na etapa de controle de teores.

Uma revisão extensiva da literatura foi realizada sobre os tópicos pertinentes ao desenvolvimento da otimização do planejamento de curto prazo, bem como o uso de simulação estocástica para acesso à incerteza geológica. Uma das conclusões descritas na seção 2.1 foram as limitações inerentes às técnicas tradicionais de otimização determinística. Modelos estimados não são capazes de representar a verdadeira variabilidade espacial nem a presença de teores extremos nos depósitos minerais, sobretudo na etapa de controle de teores. Como resultado, os otimizadores determinísticos não conseguem capturar essa variabilidade e não necessariamente terão um bom desempenho sobre a incerteza, principalmente devido à não linearidade entre os teores e as funções de otimização para seleção dos blocos de lavra. Dessa forma, otimizadores estocásticos podem ser introduzidos para superar esses inconvenientes e melhorar o valor econômico esperado do projeto, além de reduzir os riscos associados ao critério de decisão.

A revisão do estado da arte sobre as práticas de otimização de planejamento de curto prazo, descritas na seção 2.2, revelaram a falta de técnicas que otimizem simultaneamente o plano de lavra com base na redução da variabilidade dos teores e o aumento do lucro esperado. Além disso, há um número reduzido de trabalhos que abordem como a incerteza dos teores e seu efeito no benefício do bloco podem ser considerados no planejamento de lavra de curto prazo. Para suprir essas lacunas, destacou-se o uso de técnicas de inteligência computacional aplicadas ao planejamento de lavra de curto prazo. Alguns autores consideram como uma das principais restrições as limitações computacionais associadas ao tempo de execução da etapa de otimização; entretanto, concluem que os solucionadores heurísticos e meta-heurísticos oferecem uma opção atraente para resolver aplicações de tamanhos realistas.

Por fim, a seção 2.4 descreve com mais detalhes a função de transferência utilizada para cálculo do benefício esperado de cada bloco com base na incerteza dos teores. Diferentes metodologias permitem o acesso ao benefício do bloco para que este seja utilizado como critério de otimização.

5.1 SELEÇÃO DOS BLOCOS DE ESCAVAÇÃO

Com o objetivo de selecionar os blocos que serão lavrados, de acordo com a metodologia proposta, uma rotina computacional foi desenvolvida em *Python*® e denominada *Short Term Mine Planner* (STMP). O algoritmo proposto é responsável pela seleção dos blocos que serão lavrados contemplando modelos simulados para analisar um cenário de incertezas e, simultaneamente, buscar a otimização do lucro e do teor de interesse dentro de um período analisado. Como informação de entrada, o algoritmo requer um modelo de incerteza dos teores e uma função de transferência para o benefício do bloco. O procedimento para aplicar a seleção dos blocos é representado da seguinte forma:

- (i) construir modelos de incerteza para o atributo de interesse;
- (ii) converter os modelos de incerteza de teores em um modelo de lucro esperado usando uma função de transferência adequadamente prevista;
- (iii) criar agrupamentos de frentes de lavra que serão otimizados;
- (iv) executar o algoritmo de seleção de blocos de escavação para criar uma lista de planos prováveis a serem realizados;
- (v) selecionar os blocos de escavação no catálogo de planos potenciais que representam a relação entre a aptidão máxima e o menor desvio padrão.

O algoritmo de seleção de blocos de escavação pode ser considerado uma técnica semiautomática, pois requer uma análise posterior do engenheiro de planejamento. Ele começa com o agrupamento de frentes determinadas pelo planejador, escolhe aleatoriamente um ponto de saída no limite de cada agrupamento ou *cluster* e realiza um número de iterações buscando a otimização da função aptidão definida no algoritmo. As massas programadas no plano semanal podem variar em um intervalo máximo e mínimo definido pelo planejador.

Foram realizados dois estudos de caso que examinam o desempenho do algoritmo de seleção dos blocos de escavação. O primeiro estudo de caso selecionou blocos de escavação em

um conjunto exaustivo de informações do banco de dados denominado *Walker Lake*, demonstrando a viabilidade da metodologia em um ambiente 2D. O segundo estudo de caso foi aplicado a uma mina de fosfato em que uma comparação do método proposto nesta tese foi realizada para selecionar os blocos que deveriam compor o plano do período analisado e comparado ao método convencional utilizado na mina, no qual os limites de escavação são desenhados manualmente pelos engenheiros de planejamento. Nesse caso, os profissionais de mineração receberam um modelo de blocos considerando os teores estimados e as especificações de lavra para o período (massa, teor médio, blocos disponíveis etc.) e solicitados a selecionar os limites de escavação para manutenção dos teores na planta. Esse procedimento corresponde à rotina diária de trabalho da equipe de planejamento, sendo laboriosa, subjetiva e conta com o conhecimento prévio a respeito do depósito mineral. Baseado no experimento de comparação, os blocos selecionados, pelo método proposto nesta tese, melhoraram o lucro relativo na ordem de 2,29% e reduziram a variabilidade relativa do plano semanal em 10,76%.

Como vantagens na utilização do método de seleção dos blocos de minério, três principais pontos podem ser destacados: (i) quantificação do risco associado a cada plano gerado obtido pela incerteza geológica definida a partir dos modelos simulados; (ii) flexibilidade da função de transferência para o lucro permitindo uma definição mais acurada sobre a seleção de minério e estéril; (iii) velocidade na geração dos cenários de planejamento estocástico de lavra, utilizando a rotina matemática desenvolvida, permitindo a construção de inúmeros cenários de lavra em um tempo computacional razoavelmente pequeno para o planejamento de curto prazo.

5.2 COMENTÁRIOS E LIMITAÇÕES DO SOFTWARE DE SELEÇÃO DE LIMITE DE ESCAVAÇÃO

A técnica de seleção dos blocos de escavação é uma nova abordagem para a seleção de limites de escavação. Isso requer coleta e processamento de informações que normalmente não são praticadas atualmente. Por essa razão, algumas limitações sobre o uso da técnica são fornecidas a seguir:

- (i) a otimização é realizada somente para o minério, trabalha em um ambiente 2D e considera apenas uma variável;
- (ii) a rotina matemática apresenta saída aleatória da geração da primeira população, não permitindo que o engenheiro possa definir um local previamente estabelecido;

- (iii) o caráter aleatório da geração dos planos pode não atingir uma solução considerada adequada, necessitando que o engenheiro realize um número adequado de iterações para convergir a melhores resultados.

Como a abordagem proposta depende de uma quantidade significativa de subjetividade, devido ao caráter aleatório da geração dos planos, o método é incapaz de fornecer uma garantia do sequenciamento da produção otimizado. Além disso, essa abordagem não considera restrições de curto prazo pertinentes, tais como posicionamento e movimentação de equipamentos de carga e transporte.

De qualquer forma, os blocos gerados no plano de lavra podem ser considerados como uma boa opção inicial para a tomada de decisão dos engenheiros de planejamento que, anteriormente, baseavam-se exclusivamente em suas experiências e critérios estabelecidos para a seleção dos blocos que compõem o plano semanal de lavra.

5.3 TRABALHOS FUTUROS

A formulação da metodologia de seleção dos blocos de minério, aplicada na etapa de controle de teores, pode ser considerada bem-sucedida quando diz respeito à agregação de valor às operações de lavra a céu aberto, minimizando os desvios das metas de produção.

Entretanto, na prática, parâmetros adicionais de controle devem ser considerados para a sua efetiva implementação em escala industrial. Sendo assim, considerando o seu desenvolvimento em trabalho futuros, a metodologia deverá:

- (i) incorporar outros tipos de materiais além do minério;
- (ii) considerar outras variáveis de interesse na função-objetivo;
- (iii) criar um ambiente de otimização para a seleção de blocos que não estejam liberados à lavra;
- (iv) permitir iniciar a partir de um local previamente estabelecido pelo engenheiro de planejamento;
- (v) considerar, além da seleção dos blocos de lavra, a otimização da poligonal de limite de escavação;

- (vi) Avaliar o efeito da variação dos parâmetros da função aptidão no resultado da seleção dos blocos de lavra;
- (vii) Estudar critérios distintos para seleção do plano ótimo de lavra baseado na incerteza dos modelos gerados;
- (viii) Aplicar a metodologia em outras operações para validar a consistência dos resultados obtidos.

REFERÊNCIAS

ABZALOV, M. Z.; MENZEL, B.; WLASENKO, M.; PHILIPS, J. Optimization of the grade control procedures at the Yandi iron-ore mine, Western Australia: geostatistical approach. **Applied Earth Science**, Carlton, v. 3, n. 119, p. 132-142, jul. 2010.

ALABERT, F. G. **Stochastic imaging of spatial distributions using hard and soft information**. 1987b, p. 197, Dissertação (Mestrado) MSc. – Stanford University, Stanford, 1987.

ALABERT, F. G. The practice of fast conditional simulations through the LU decomposition of the covariance matrix. **Mathematical Geology**, Stanford University, Stanford, v. 19, n. 5, p. 369-386, jul. 1987.

ALARIE, S.; GAMACHE, M. Overview of solution strategies used in truck dispatching systems for open pit mines. **International Journal of Surface Mining, Reclamation and Environment**, Reino Unido, v. 16, n. 1, p. 59-76, ago. 2002.

ALBSATI, K.; RANKA, S.; SINGH, V. An Efficient K-means clustering algorithm. **Electrical Engineering and Computer Science**, Syracuse, Estados Unidos, n. 43, jan. 1997. Disponível em: <<https://surface.syr.edu/eecs/43/>>. Acesso em: 23 out. 2018.

ALIPOUR, A.; KHODAIARI, A. A.; JAFARI A.; TAVAKKOLI-MOGHADDAM R. A. A genetic algorithm approach for open-pit mine production scheduling. **International Journal of Mining and Geo-Engineering**, University of Tehran, Iran, v. 51, n. 1, p. 47-52, 2017.

ALLARD, D.; ARMSTRONG, M.; KLEINGELD, W. J. The need for a connectivity index in mining geostatistics. In: DIMITRAKOPOULOS, R. (Org.). **Geostatistics for the next century**. Montreal, Canadá: Springer Science + Business Media, 1993. p. 293-302.

ALMEIDA, L. F.; VALDIVIA, Y. T.; VELLASCO, M.M.B.R.; PACHECO, M.A.C., Otimização de alternativas para desenvolvimento de campos de petróleo. **Gestão & Produção**, São Carlos, v. 14, n. 3, p. 489-503, 2007.

ANDERSON, T. W. **Multivariate statistical analysis**. Wiley: New York, 1984.

ASLLANI, A.; LARI, A. Using genetic algorithm for dynamic and multiple criteria web-site optimizations. **European Journal of Operational Research**, v. 176, n. 3, p. 1767-1777, 2007.

AZADIAVAR, F.; TOMPKINS, G. Simulation optimization with qualitative variables and structural model changes: A genetic algorithm approach. **European Journal of Operational Research**, v. 113, p. 169-182, 1999.

BÄCK, T.; FOGEL, D.B.; MICHALEWICZ, Z., **Evolutionary Computation 2: advanced algorithms and operators**. London: IOP Publishing, 2000.

BARBOZA, A. O. **Simulação e técnicas da computação evolucionária aplicadas a problemas de programação linear inteira mista**. 2005. 217 p. Tese (Doutorado em Engenharia Elétrica e Informática Industrial) – Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Curitiba, 2005.

BEN-AWUAH, E.; ASKARI-NASAB, H. Oil sands mine planning and waste management using mixed integer goal programming. **International Journal of Mining, Reclamation and Environment**, UK, v. 3, n. 25, p. 226-247, jun. 2011.

BENNDORF, J.; DIMITRAKOPOULOS, R. Stochastic long-term production scheduling of iron ore deposits: Integrating joint multi-element geological uncertainty. **Journal of Mining Science**, China University of Mining & Technology, China, v. 49, n. 1, p. 68-81, jan. 2013.

BENTO, E. P.; KAGAN, N., Algoritmos genéticos e variantes na solução de problemas de configuração de redes de distribuição. **Revista Controle & Automação**, Escola Politécnica da USP, São Paulo, v. 19, n. 3, p. 302-315, 2008.

BLOM M.; PEARCE R. A.; STUCKEY J. P. Short-Term Planning for Open Pit Mines: a review. **International Journal of Mining Reclamation and Environment**, Reino Unido, v. 33, n. 5, mar. 2018.

BROD, J. A. **Petrology and Geochemistry of the Tapira Alkaline Complex, Minas Gerais State, Brazil**. 1999. 500 p. Tese (Doutorado) – Universidade de Durham, Durham, 1999.

BROD, J. A.; RIBEIRO, C.C.; GASPAR, J. C.; JUNQUEIRA-BROD, BARBOSA, E.S.R.; RIFFEL, B.F.; SILVA J. F.; CHABAN. N.; FERRARI, A.J.D. Excursão 1: **geologia e mineralização dos complexos alcalinos carbonatíticos da Província Ígnea do Alto Paranaíba**. In: 42 CONGRESSO BRASILEIRO DE GEOLOGIA, 2004, Araxá.

BURT C.N. *et al.* Scheduling with Fixed Maintenance, Shared Resources and Nonlinear Feedrate Constraints: a mine planning case study. In: INTEGRATION OF AI AND OR TECHNIQUES IN CONSTRAINT PROGRAMMING – CPAIOR. **Lecture Notes in Computer Science**, v. **9075**, Springer: Cham, 2015. p. 91-107.

BUSNACH, E.; MEHREZ, A.; SINUANY-STERN, Z. A Production problem in phosphate mining. **The Journal of The Operational Research Society**, Oxfordshire, v. 4, n. 36, p. 285-288, abr. 1985.

CACCETTA, L. Application of optimization techniques in open pit mining. In: WEINTRAUB, A. *et al.* (Eds.). **Handbook of operations research in natural resources**. Springer: Boston, 2007. p. 547-559.

CACCETTA, L.; HILL, S. P. An application of branch and cut to open pit mine scheduling. **Journal of Global Optimization**, v. 27, n. 2-3, p. 349-365, nov. 2003.

CAERS, J. K.; JOURNEL, A. G. Stochastic reservoir simulation using neural network trained on outcrop data. **SPE Annual Technical Conference and Exhibition**, 27-30 September, New Orleans, Louisiana. Society of Petroleum Engineers (SPE), Paper Number 49026, 1998.

CAMUS, J. **Management of Mineral Resources**: creating value in the mining business. Englewood: Society for Mining, Metallurgy, and Exploration (SME), 2002.

CAPPONI, L. N. **Introdução de parâmetros de controle de incerteza para o planejamento de lavra**. 2012. 148 p. Dissertação (Mestrado) - (PPGE3M), Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2012.

CHENTSOV, N. N. **Levy Brownian motion for several parameters and generalized white noise**. Theory of probability and its applications, 2, p. 265-266, 1957.

CHERCHENEVSKI, P. K., **Influência da incerteza dos teores no planejamento de lavra aplicado ao sequenciamento de longo prazo**. 2015. 104 p. Dissertação (Mestrado) – PPGE3M, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2015.

CONCILIO, R. **Contribuições à solução de problemas de escalonamento pela aplicação conjunta da computação evolutiva e otimização com restrições**. 2000, p. 121. Dissertação (Mestrado) – Universidade Estadual de Campinas (UNICAMP), Campinas/SP, 2000.

COOMBES, J.; THOMAS, G.; GLACKEN, I.; SNOWDEN, V. **Conditional Simulation: which method for mining?** Geostats 2000, Cape Town, South Africa, p. 1-15, 2000.

COSTA, J. F. C. L. **Developments in recoverable reserves and ore body modeling**. 1997. 333 p. Tese (Pós-Doutorado) –WH Bryan Mining Geology Research Centre, The University of Queensland.

CRUZ, F. F.; CHENEY, T. M. **Recursos de fosfato no complexo carbonatítico de Tapira, Minas Gerais**. In: CONGRESSO BRASILEIRO DE GEOLOGIA, 29., 1976, Ouro Preto, SBG, v. 1, p. 89-107.

DAMSLETH, E.; TJOLSEN, C.B.; OMRE, H.; HALDORSEN, H.H. A 2-stage stochastic model applied to a North-Sea reservoir. **Journal of Petroleum Technology**, n. 44, v. 4, p. 402-408, 1992.

DAVID, M. **Geostatistical ore reserve estimation**. Amsterdam: Elsevier, 1977.

DAVIS, B. M.; TRIMBLE, J.; MCCLURE, D. Grade control and ore selection practices at the colosseum gold mine. **Mining Engineering**, Englewood, p. 827-830, ago. 1989.

DAVIS, M. Production of conditional simulations via small LU decomposition of the covariance matrix. **Mathematical Geology**, Stanford University, Stanford, v. 19, n. 2, p. 91-98, fev. 1987.

DENG, S.; HE, Z.; XU, X. G-ANMI: a mutual information based genetic clustering algorithm for categorical data. **Knowledge-Based Systems**, v. 23, n. 2, p. 144–149, 2010.

DEUTSCH, C. V. **Anneling techniques applied to reservoir modeling and the integration of geological and engineering (well test) data.** 1992. 325 p. Tese (Pós-Doutorado) – Stanford University: Stanford, 1992.

DEUTSCH, C. V.; MAGRI, E.; NORRENA, K. P. Optimal grade control using geostatistics and economics: methodology and examples. **Transactions of Society of Mining, Metallurgy, and Exploration, inc.**, Englewood, v. 308, p. 43-52, fev. 2000.

DIEDRICH, C. **Incorporação da variabilidade dos teores para análise de risco de recursos minerais e sequenciamento de lavra.** 2015. 185 p. Dissertação (Mestrado) – PPGE3M, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2015.

DIMITRAKOPOULOS, R. Conditional simulation algorithms for modelling orebody uncertainty in open pit optimization. **International Journal of Surface Mining, Reclamation and Environment**, Reino Unido, v. 12, n. 4, p. 173-179, 1998.

DIMITRAKOPOULOS, R. Conditional simulation of intrinsic random functions of order K. **Mathematical Geology**, Stanford University, Stanford, v. 22, p. 361-380, 1990.

DIMITRAKOPOULOS, R. Stochastic optimization for strategic mine planning: a decade of developments. **Journal of Mining Science**, China, v. 47, n. 2, p. 138-150, mar. 2011.

DIMITRAKOPOULOS, R.; FARRELLY, C. T.; GODOY, M. Moving forward from traditional optimization: grade uncertainty and risk effects in open-pit design. **Mining Technology: transactions of the institutions of mining and metallurgy**, Philadelphia, USA, v. 111, n. 1, p. 82-88, 2002.

DIMITRAKOPOULOS, R; JEWBALI, A. Joint stochastic optimization of short and long term mine production planning: method and application in a large operating gold mine. **Mining Technology**, Englewood, v. 122, n. 2, p. 110-123, jun. 2013.

DIMITRAKOPOULOS, R; RAMAZAN, S. Uncertainty-based production scheduling in open pit mining. **Transactions of the Society for Mining, Metallurgy, and Exploration, Inc.**, v. 316, p. 106-112, 2004.

DOMINY, S. C.; PLATTEN, I. M.; XIE, Y.; & MINNITT, R. C. A. Underground grade control protocol design: case study from the Liphichi gold project, Larecaja, Bolivia. **Applied Earth Science**, Englewood, n. 119, v. 4, p. 205-219, jul. 2010.

DOUGLAS, I. H.; ROSSI, M. E.; PARKER, H. M. Introducing economics in grade control: the breakeven indicator method. In: ROSSI, M. E.; DEUTSCH, C. V. **Mineral Resource Estimation**. Berlim, Alemanha: Springer, 1994. p. 94-223.

DOWD, P. A. A review of recent developments in geostatistics. **Computers & Geosciences**, v. 17, n. 10, p. 1481-1500, 1992.

DOWD, P. A.; SARAC, C. A neural network approach to geostatistical simulation. **Mathematical Geology**, Stanford University, Stanford, v. 26, n. 4, p. 491-503, 1994.

EIVAZY, H.; ASKARI-NASAB, H. A mixed integer linear programming model for short-term open pit mine production scheduling. **Mining Technology**, v. 121, n. 2, p. 97-108, fev. 2012.

ESPINOZA, D.; GOYCOOLEA, M.; MORENO, E.; NEWMAN, A. MineLib: a library of open pit mining problems. **Annals of Operations Research**, n. 206, v. 1, p. 93-114, jan. 2013.

FALCONE, M. A. G. **Estudo comparativo entre algoritmos genéticos e evolução diferencial para otimização de um modelo de cadeia de suprimento simplificada**. 2004. 93 p. Dissertação (Mestrado) – Pontifícia Universidade Católica do Paraná (PUC-PR), Curitiba/PR, 2004.

FENG, L.; QIU, M.-H.; WANG, Y.-X.; XIANG, Q.-L.; YANG, Y.-F.; LIU, K. A fast-divisive clustering algorithm using an improved discrete particle swarm optimizer. **Pattern Recognition Letters**, v. 31, n. 11, p. 1216-1225, 2010.

FONTOURA, D. M. **Método para auxílio na definição da quantidade de minério liberado**. 2017. 147 p. Dissertação (Mestrado em Engenharia) – PPGE3M, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2017.

FYTAS, K. G. **A computerized model of open pit long and short term production scheduling.** 1985. Tese (Pós-Doutorado) PhD – Queens University, Kingston, Ontario, Canadá, 1985.

FYTAS, K.; CALDER, P. N. A computerized model of open pit short and long range production scheduling. In: **Proceedings of the Application of computers and operations research in the mineral industry: 19th International Symposium, Pennsylvania State University, United States, April 14th - 16th 1986.** Littleton, Colorado: Society of Mining Engineers, 1986. p. 11.

GALLI, A.; BEUCHER, H; LE LOC'H, G.; DOLIGEZ, B.; HERESIM GROUP. The pros and cons of the truncated Gaussian method. In: ARMSTRONG, M.; DOWD, P.A (Eds). **Proceedings of the geostatistical simulations workshop.** Fontainebleau, France, 27-28 mai, 1993. Kluwer Academic Publishers: Dordrecht, p. 217-233, 1994.

GEN, M.; CHENG, R. **Genetic algorithms and engineering design.** New York, USA: John Wiley & Sons, 1997.

GEOVARIANCES. **Isatis_tr_anmorph.pdf.** Notas internas dos Softwares Isatis. 2007.

GERSHON, M. E. Optimal mine production scheduling: evaluation of large scale mathematical programming approaches. **International Journal of Mining Engineering,** Rosemead, n. 1. v. 4, p. 315-329, jul. 1983.

GLACKEN, I. M. **Change of support by direct conditional block simulation.** 1996. 124 p. Tese (Mestrado) – Stanford University, Stanford, 1996.

GODOY, M. **The effective management of geological risk in long-term production scheduling of open pit mines.** 2002. 256 p. Tese (Pós-Doutorado) – University of Queensland, Brisbane. 2002.

GODOY, M. C. **Minimização de perdas em operações de lavra seletiva incorporando a incerteza da estimativa no controle de teores.** 1998. 91 p. Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 1998.

GOLDBERG, D. E. **Genetic Algorithm in Search, Optimization and Machine Learning.** Reading. USA: Addison-Wesley Publishing Company, 1989.

GONZALEZ, T. F. On the computational complexity of clustering and related problems. In: DRENICK, R. F; KOZIN, F. (Eds). **System modeling and optimization**. Lecture Notes in Control and Information Sciences, v. 28, Berlin/Heidelberg: Springer, p. 174-182, 1982.

GOOVAERTS, P. **Geostatistics for natural resources evaluation**. Oxford University Press: New York, 1997.

GOOVAERTS, P. Impact of the simulation algorithm, Magnitude of Ergodic Fluctuations and Number of Realizations on the Spaces of Uncertainty of Flow Properties. **Stochastic Environmental Research and Risk Assessment**, v. 13, Stanford University, p. 161-182, 1998.

GOTWAY, C. A.; RUTHERFORD, B. M. Stochastic simulation of imaging spatial uncertainty: comparison and evaluation of available algorithms. In: ARMSTRONG, M.; DOWD, P. A. (Eds). **Proceedings of the geostatistical simulations workshop**, Fontainebleau, France, 27-28 mai., 1993. Kluwer Academic Publishers: Dordrecht, p. 1-21, 1994.

GUARDIANO, F. B.; SRIVASTAVA, R. M. Multivariate geostatistics: beyond bivariate moments. In: SOARES, A. (Ed.). **Geostatistics Tróia '92. Quantitative Geology and Geostatistics**, v. 5, p. 133-144. Kluwer Academic Publishers: Dordrecht, 1993.

HE, Z.; XU, X.; DENG, S. k-ANMI: a mutual information based clustering algorithm for categorical data. **Information Fusion**, v. 9, n. 2, p. 223-233, 2008.

HEWETT, T. A. Fractal distributions of reservoir heterogeneity and their influence on fluid transport. **SPE Annual Technical Conference and Exhibition**, 5-8 October, New Orleans, Louisiana. Society of Petroleum Engineers (SPE), Paper Number 22016, 1986.

HICKS, C. A Genetic Algorithm tool for optimizing cellular or functional layouts in the capital goods industry. **International Journal of Production Economics**, v. 104, n. 2, p. 598-614, 2006.

HOERGER, S.; HOFFMAN, L.; SEYMOUR F. Mine planning at Newmont's Nevada operations. **Mining Engineering**, n. 51, v. 10, p. 26-30, out. 1999.

HOLLAND, J. H. **Adaptation in Natural and Artificial Systems**. East Lansing, USA: University of Michigan Press, 1975.

HUANG, Z. A fast clustering algorithm to cluster very large categorical data sets in data mining. **Proceedings of the SIGMOD Workshop on Research Issues on Data Mining and Knowledge Discovery**, Dept. of Computer Science, The University of British Columbia, Canadá, p. 1-8, 1997.

HUANG, Z. Extensions to the k-means algorithm for clustering large data sets with categorical values. **Data Mining and Knowledge Discovery**, v. 2, n. 3, p. 283-304, 1998.

HUSTRULID, W.; KUCHTA, M. **Open pit mine planning and design**. Rotterdam, Balkema, 1995.

INSTITUTO BRASILEIRO DE GEOGRAFIA E ESTATÍSTICA (IBGE). **Mapa político do Brasil – Brasil, grandes regiões**. Brasília, 2016, p. 1. Disponível em: <ftp://geoftp.ibge.gov.br/produtos_educacionais/mapas_tematicos/mapas_do_brasil/mapas_regionais/politico/>. Acesso em: 26 out. 2019.

ISAAKS, E. H. **The Application of Monte Carlo Methods to the Analysis of Spatially Correlated Data**. 1990. 213 p. Tese (Pós-Doutorado) – Stanford University, Stanford, 1990.

ISAAKS, E. H.; SRIVASTAVA, R. M. **An introduction to applied geostatistic**. New York: Oxford University Press, 1989.

ISAAKS, E.; TRELOAR, I; ELENBAAS, T. Optimum dig line design for grade control. In: PROCEEDINGS NINTH INTERNATIONAL MINING GEOLOGY CONFERENCE 2014, **The Australasian Institute of Mining and Metallurgy**: Adelaide, 2014.

JARA, R. M.; COUBLE, A.; EMERY, X.; MAGRI, E. J.; ORTIZ, J. M. Block size selection and its impact on open-pit design and mine planning. **Journal of the South African Institute of Mining and Metallurgy**, Joanesburgo, n. 106, v. 3, p. 205-211, mar. 2006.

JEWBALI, A.; DIMITRAKOPOULOS, R. Stochastic mine planning example and value from integrating long and short term mine planning through simulated grade control, Sunrise Dam, Western Australia. In: DIMITRAKOPOULOS, R. (Org.). **Advances in Applied Strategic Mine Planning**. Montreal, Canadá: Springer, 2018. p. 173-189.

JOHNSON, M. **Multivariate Statistical Simulation**. Wiley: New York, 1987.

JOURNEL, A. G. Geostatistics for conditional simulation of ore bodies. **Economic Geology**, Littleton, v. 69, n. 5, p. 673-687, ago. 1974.

JOURNEL, A. G.; ALABERT, F. New method for reservoir mapping. **Journal of Petroleum Technology**, v. 42, n. 2, p. 212-218, fev. 1990.

JOURNEL, A. G.; ALABERT, F. Non gaussian data expansion in the earth sciences. **Terra Nova**, n. 1, v. 2, p. 123-134, mar. 1989.

JOURNEL, A. G.; DEUTSCH, C. V. Entropy and Spatial Disorder. **Mathematical Geology**, Stanford University, Stanford, n. 25, v. 3, p. 329-255, 1993.

JOURNEL, A. G. e HUIJBREGTS, C. J. **Mining Geoestatistic**. Academic Press, London 600p. 1978.

KASKI, S. Data Exploration using Self-Organizing Maps. **Acta Polytechnica Scandinavica, Mathematics, Computing and Management in Engineering Series**, v. 82, Helsinki University of Technology, Finland, 1997.

KASKI, S.; KOHONEN, T. Winner-Takes-All Networks. In: ALHONIEMI, E.; IIVARINEN, J.; KOIVISTO, L. (Eds.). **Triennial Report 1994-1996**, Neural Networks Research Centre & Laboratory of Computer and Information Science: Helsinki University of Technology, Finland, 1997. p. 72-75.

KOHONEN, T. Self-Organization of Very Large Document Collection: State of the Art. In: NIKLASSON, L.; BODEM, M.; ZIEMKE, T. (Eds.). **Proceedings of the 8th International Conference on Artificial Neural Networks**, Springer, London, v. 1, p. 65-74, 1998.

KOHONEN, T. Self-Organized Formation of Topologically Correct Feature Maps. **Biological Cybernetics**, v. 43, p. 59-69, 1982.

KOHONEN, T. Self-Organizing Maps. **Series in Information Sciences**, v. 30, 2. ed. Springer-Verlag: Heidelberg, 1997.

KONAK, A.; COIT, D. W.; SMITH, A. E. Multi-objective optimization using genetic algorithms: a tutorial. **Reliability Engineering and System Safety**, v. 91, n. 9, p. 992-1007, 2006.

KOZA, J.; KEANE, M. A.; STREETER, M. J. **Genetic Programming IV: routine human-competitive machine intelligence**. Hingham, USA: Kluwer Academic Publishers, 2003.

KUMRAL, M. Grade control in multi-variable ore deposits as a quality management problem under uncertainty. **International Journal of Quality & Reliability Management**, v. 32, n. 4, p. 334-345, abr. 2015.

L'HEUREUX, G.; GAMACHE, M.; SOUMIS, F. Mixed integer programming model for short term planning in open-pit mines. **Mining Technology**, n. 122, v. 2, p. 101-109, jun. 2013.

LAMBERT, W. B.; BRICKEY, A.; NEWMAN, A. M.; EUREK, K. Open-pit block-sequencing formulations: a tutorial. **Interfaces**, v. 44, n. 2, p. 127-142, abr. 2014.

LANTUÉJOUL, C. **Geostatistical Simulation: Models and Algorithms**. Springer, New York, 256 p., 2002.

LANTUÉJOUL, C. Iterative algorithms for conditional simulations. In: BAAFI, E.Y.; SCHOFIEL, N. A. (Eds.). **Geostatistics Wollongong '96**. Kluwer Academic Publishers: Dordrecht, p. 27-40, 1997.

LERCHS, H.; GROSSMANN, L. F. Optimum design of open-pit mines. Transactions, **Canadian Mining and Metallurgical Bulletin**, Montreal, Canadá, v. LXVIII, p.17-24, 1965.

LI, S-X.; KNIGHTS, P. Integration of real options into short-term mine planning and production scheduling. **Mining Science and Technology (China)**, Xuzhou, China, v. 19, n. 5, p. 674-678, set. 2009.

LINDEN, R. **Algoritmos genéticos: uma importante ferramenta da inteligência computacional**. Rio de Janeiro/RJ: Editora Brasport, 2006.

LINDENMAYER, Z. G. **A chaminé carbonatítica de tapira e sua mineralização a titânio, fosfato e nióbio**. Salvador, UFBa, 1978.

LIPOVETZKY, N.; BURT, C.; PEARCE, A.; STUCKEY, P. Planning for Mining Operations with Time and Resource Constraints. **International Conference on Automated Planning and Scheduling**, North America, mai. 2014. p. 404-412.

LIU S. Q., KOZAN E. An Interactive Planning and Scheduling Framework for Optimising Pits-to-Crushers Operations. **Industrial Engineering & Management Systems**, v. 11, n. 1, p. 94-102, mar. 2012.

MAHAJAN, M.; NIMBHORKAR, P.; VARADARAJAN, K. The planar k-means problem is NP-hard. **Theoretical Computer Science**, v. 444, p. 13-21, 2012.

MARECHAL, A. Recovery estimation: a review of models and methods. In: VERLY, G.*et al.* (Eds.). **Geostatistics for natural resources characterization**. Springer: Dordrecht, p. 385-420, 1984.

MATAMOROS, M. E. V.; DIMITRAKOPOULOS, R. Stochastic short-term mine production schedule accounting for fleet allocation, operational considerations and blending restrictions. **European Journal of Operational Research**, Leeds, v. 255, n. 3, p. 911-921, dez. 2016.

MATHERON, G. The intrinsic random functions and their applications. **Advances in Applied Probability**, v. 5, n. 3, p. 439-468, dez. 1973.

MATHERON, G. La destructiuration des hautes teneurs et le krigeage des indicatrices. **Report N-706 CGMM**, Fontainebleu, p. 35, 1982.

MATHERON, G.; BEUCHER, H.; FOUQUET, C.; GALLI, A.; GUERILLOT, D.; RAVENNE, C. Conditional simulation of the geometry of fluvio-deltaic reservoirs. **SPE Annual Technical Conference and Exhibition**, 27-30 September, Dallas, Texas. Society of Petroleum Engineers (SPE), Paper Number 16753, 1987.

MEDEIROS, F. L. L. **Algoritmo genético híbrido como um método de busca de estados estacionários de sistemas dinâmicos**. 2002. 191 p. Dissertação (Mestrado) – Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais (INPE), São José dos Campos/SP, 2002.

MELLO, P. R. G. **Planejamento de lavra sob a incerteza de teores aplicado à lavra subterrânea**. 2015. 163 p. Dissertação (Mestrado) – (PPGE3M), Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2015.

MITCHELL, M. **An introduction to genetic algorithms**. Cambridge, USA: MIT Press, 1996.

MONTIEL, L.; DIMITRAKOPOULOS, R. Optimizing mining complexes with multiple processing and transportation alternatives: An uncertainty-based approach. **European Journal of Operational Research**, Leeds, v. 247, n. 1, p. 166-178, nov. 2015.

MONTIEL, L.; DIMITRAKOPOULOS, R.; KAWAHATA, K. Globally optimizing open-pit and underground mining operations under geological uncertainty. **Mining Technology**, v. 125, n. 1, p. 2-14, fev. 2016.

MOUSAVI, A.; KOZAN, E.; LIU, S. Q. Open-pit block sequencing optimization: a mathematical model and solution technique. **Engineering Optimization**, v. 48, n. 11, p. 1932-1950, fev. 2016.

MUSINGWINI, C. Optimization in underground mine planning – Developments and opportunities. **Journal of the Southern African Institute of Mining and Metallurgy**, Johannesburg, v. 116, n. 9, p. 809-820, set. 2016.

MYERS, D. E. Choosing and Using Simulation Algorithms. Spatial Accuracy Assessment in Natural Resources and Environmental Sciences: **Second International Symposium, USDA-Forest Service, Ft. Collins, CO**, p. 23-29, 1996.

NEPPALLI, R. V.; CHEN, C. L.; GUPTA, J. N. Genetic algorithms for the two-stage bicriteria flow shop problem. **European Journal of Operational Research**, Leeds, v. 95, n. 2, p. 356-373, 1996.

NEUFELD, C. T.; NORRENA, K. P.; DEUTSCH, C. V. **Guide to Geostatistical Grade Control and Dig Limit Determination**. Guidebook series, v. 1. Centre for Computational Geostatistics, Edmonton, Canadá, 2005.

NEWMAN, A., RUBIO, E., CARO, R., WEINTRAUB, A., EUREK, K. A review of operations research in mine planning. **Interfaces**, v. 40, n. 3, p. 222 -245, jun. 2010.

NORRENA, K. P. **Decision making using geostatistical models of uncertainty**. 2007. 197 p. Tese (Pós-Doutorado) PhD – Department of School of Mining and Petroleum Engineering, Edmonton, Alberta, Canadá, 2007.

NORRENA, K. P.; DEUTSCH, C. V. Optimal determination of dig limits for improved grade control. In: INTERNATIONAL SYMPOSIUM ON COMPUTER APPLICATIONS IN THE MINERALS INDUSTRIES (APCOM), 30., 2002, Phoenix, Arizona. **Proceedings of...** Phoenix, Arizona: [s.n.], 2002.

OSANLOO, M.; GHOLAMNEJAD, J.; KARIMI, B. Long-term open pit mine production planning: a review of models and algorithms. **International Journal of Mining, Reclamation, and Environment**, UK, v. 22, n.1, p. 3-35, jun. 2008.

OSANLOO, M.; RAHMANPOUR, M. Optimizing short-term production plan using a portfolio optimization model. **REM – International Engineering Journal, Ouro Preto**, v. 70, n. 1, p. 109-116, jan/mar. 2017.

PADURARU, C.; DIMITRAKOPOULOS, R. Adaptive policies for short-term material flow optimization in a mining complex. **Transactions of the Institution of Mining and Metallurgy, Section A: Mining Technology**, Englewood, v. 127, n. 4, p. 1-8, jun. 2017.

PARDO-IGUZQUIZA, E.; DOWD, P. A. SPECSIM2: a program for spectral simulation of anisotropic two-dimensional random fields. **Computers & Geosciences**, v. 29. n. 8, p. 1013-1020, 2003.

PEEVERS, R.; WHITTLE, G. Enterprise optimization for mining businesses. **Proceedings of the SME National Convention**, Melbourne, Australia, 27 fev. 2013.

PERONI, R. de L. **Análise da sensibilidade do sequenciamento de lavra em função da incerteza do modelo geológico**. 2002. 126 p. Tese (Doutorado) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2002.

PINTO A. F.; MONTEVECHI J. A. B.; MARINS F. A. S.; MIRANDA R. C. Algoritmos genéticos: fundamentos e aplicações. **Meta-heurística em pesquisa operacional**. 2013. p. 21-32.

QUIGLEY, M. **The Stochastic Optimization of Long and Short-term Mine Production Schedules Incorporating Uncertainty in Geology and Equipment Performance**. 2016. 98 p. Tese (Pós-Doutorado) PhD – Department of Mining and Materials Engineering, McGill University, Montréal, Quebec, Canadá, 2016.

RAMAZAN, S.; DIMITRAKOPOULOS, R. Stochastic optimization of long-term production scheduling for open pit mines with a new integer programming formulation. In: *Orebody Modelling and Strategic Mine planning* (2. ed.). **The Australian Institute of Mining and Metallurgy**, v. 14, p. 385-392, 1997.

RAVENSCROFT, P. Conditional Simulation for Mining: Practical Implementation in a Industrial Environment. **Geostatistical Simulations**, Fontainebleu, Kluwer Academic Publishers, 1993.

RAYMOND, G. F. Ore estimation problems in an erratically mineralized orebody. **CIM Bulletin**, Westmount, p. 90-98, jun. 1979.

REEVES, C. R. Genetic Algorithms. In: REEVES, C. R. (Ed). **Modern Heuristic Techniques for Combinatorial Problems**. Cap. 4, p. 151-196. Blackwell Scientific Publications, 1993.

REEVES, C. R. *Modern Heuristic Techniques for Combinatorial Problems*. New York, USA: McGraw-Hill, 1995.

RIBEIRO, D. T. PDFseq: Mine Scheduling Simulation Based on Block Probability Distribution Function: An Iron Ore Application. **Proceedings of the 33th International Symposium on Computer Applications in the Mineral Industries**, Santiago, Chile, p. 369-374. 2007.

RICHMOND, A. J.; BEASLEY, J. E. An interactive construction heuristic for the ore selection problem. **Journal of Heuristics**, n. 10, v. 2, p. 153-167, mar. 2004.

ROSSI, M.; DEUTSCH, C.V. **Mineral resource estimation**. Dordrecht: Springer Science & Business Media, 2013.

RUISECO, J. R. **Dig-limit optimization in open pit mines through genetic algorithms**. 2016. 87 p. Tese (Mestrado) – McGill University, Montreal, 2016.

SCHOFIELD, N. *et al.* **An introduction to the optimization of grade control practices**. Technical report, Hellman and Schofield Pty Ltd, 2001.K

SHAW, W. J.; KHOSROSHAHI, S.; GAZE, R. L. Optimization of grade control sampling based on conditional simulation. In: SME ANNUAL MEETING, 1999, Denver, Colorado. **Proceedings of...** Denver, Colorado: SME, 1999.

SHAW, W. J.; KHOSROSHAHI, S.; RICHMOND, A. J.; MCKEVITT, M.; GODOY, M. Integrating geometallurgical parameters into mining grade control at Operating mines. In: International Symposium on Computer Applications in The Minerals Industries (APCOM), 34., 2009, Vancouver, Canadá. **Proceedings of...** Vancouver, Canadá, [s.n.], 2007, p. 59-67.

SMITH, M.L. Optimizing short-term production schedules in surface mining – Integrating mine modeling software with AMPL/CPLEX. **International Journal of Surface Mining, Reclamation and Environment**, Reino Unido, v. 12, n. 4. p. 149-155, 1998.

SNOWDEN, V.; MOORE, C.; KELLY, D. Using geostatistics to assist in optimizing grade control estimation at KCGM's Flimston Open Pit. In: THE LARGE OPEN PIT MINING CONFERENCE, 4., 1994, Perth, Austrália. **Proceedings of...** Perth, Austrália: Australasian Institute Of Mining & Metallurgy, 1994. p. 117-131.

SOARES, M. M. **Análise do uso de algoritmos genéticos na otimização do planejamento mestre da produção**. 2006. 156 p., Dissertação (Mestrado em Engenharia de Produção e Sistemas) – Pontifícia Universidade Católica do Paraná (PUC-PR), Curitiba/PR, 2006.

SOUZA, M. J. F. **Notas de aula da disciplina de Inteligência Computacional para Otimização**. DECOM/ICEB/UFOP, p. 28, 2005.

SOUZA, M. J. F., COELHO, I. M., RIBAS, S., SANTOS, H. G., MERSCHMANN, L. H. C. A hybrid heuristic algorithm for the open-pit-mining operational planning problem. **European Journal of Operational Research**. v. 207, n. 2, p. 1041-1051, 2010.

SRIVASTAVA, R. M. An overview of stochastic methods for reservoir characterization. In: YARUS, J. M.; CHAMBERS, R. L. (Ed.). **Stochastic modelling and geostatistics**. Tulsa: American Association of Petroleum Geologists, 1994. p. 3-16.

SRIVASTAVA, R. M. Reservoir characterization with probability field simulation. **SPE Annual Technical Conference and Exhibition**, 4-7 October, Washington, D.C. Society of Petroleum Engineers (SPE), Paper Number 24753, 1992.

SRIVASTAVA, R. M.; HARTZELL, D.; DAVIS, B. Enhanced metal recovery through improved grade control. In: **INTERNATIONAL SYMPOSIUM ON COMPUTER APPLICATIONS IN THE MINERALS INDUSTRIES (APCOM)**, 23., Tucson, Arizona. **Proceedings of...** Tucson, Arizona, [s.n.], 2007, p. 243-249, 1992.

STONE, P.; FROYLAND, G.; MENABDE, M.; LAW, B.; RASYAR, R.; MONKHOUSE, P. Blaser – Blended iron ore mine planning optimisation at Yandi, Western Australia. **Proceedings of the International Symposium on Orebody Modelling and Strategic Mine Planning**. Australasian Institute of Mining and Metallurgy, Melbourne, p. 285-288. 2007.

STREBELLE, S. B. Conditional simulation of complex geological structures using multiple-point statistics. **Mathematical Geology**, Stanford University, Stanford, v. 34, n. 1, p. 1-21, 2001.

TABESH, M.; ASKARI-NASAB, H. Automatic creation of mining polygons using hierarchical clustering techniques, *Journal of Mining Science*, Berlim, v. 49, n. 3, p. 426-440, maio 2013.

TABESH, M.; ASKARI-NASAB, H. Two-stage clustering algorithm for block aggregation in open pit mines. **Mining Technology**, Englewood, v. 120, n. 3, p. 158-169, nov. 2011.

TANOMARU, J. Motivação, fundamentos e aplicação de algoritmos genéticos. In: **Anais do II Congresso Brasileiro de Redes Neurais**, Curitiba/PR, p. 373-403, 1995.

TELES, M. L.; GOMES, H. M. Comparação de algoritmos genéticos e programação quadrática sequencial para otimização de problemas em engenharia. **Teoria e Prática na Engenharia Civil**, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Rio Grande do Sul, v. 10, n. 15, p. 29-39, 2010.

THORLEY, U. **Open Pit Mine Planning: Analysis and System Modeling of Conventional and Oil Sands Applications**. Tese (Pós-Doutorado) PhD – Department of Mining, Queen's University, Kingston, Ontario, Canadá. 2012.

TOLEDO, A. T. **Desenho de polígonos e sequenciamento de blocos de minério para planejamento de curto prazo procurando estacionarização dos teores.** 2018. 102 p. Tese (Mestrado) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2018.

TOLEDO, A. T.; COSTA, J. F. C.; MARQUES, D. M. Desenho de polígonos e sequenciamento de blocos de minério para planejamento de curto prazo em função da distribuição dos teores para mineração a céu aberto. In: SIMPÓSIO DE MINERAÇÃO, 18., São Paulo, **Anais do.**, São Paulo, Associação Brasileira de Mineração, 2017. p. 411-420.

VALENTE, J. **Laudo Técnico/2004 para avaliação da jazida (mina) denominada TAPIRA.** Relatório Interno – Fosfértil S.A., 2004.

VAN HULLE, M. M. **Faithful Representation and Topographic Maps: From Distortion to Information-Based Self-Organization.** John Wiley & Sons, 2000.

VARGAS-GUZMÁN, J. A.; DIMITRAKOPOULOS, R. Conditional Simulation of Random Fields by Successive Residuals. **Mathematical Geology**, Stanford University, Stanford, v. 34, n. 5, p. 597-611, jul. 2002.

VERLY, G. Grade Control Classification of Ore and Waste: A Critical Review of Estimation and Simulation Based Procedures. **Mathematical Geology**, Stanford University, Stanford, v. 37, n. 5, p. 451-475, jul. 2005.

VERLY, G. Sequential Gaussian cosimulation: a simulation method integrating several types of information. In: SOARES, A. (Ed.). **Geostatistics-Troia-92**, Kluwer Academic Publishers Dordrecht, p. 543-554, 1993.

WEINTRAUB, A.; PEREIRA, M.; SCHULTZ, X. A priori and a posteriori aggregation procedure to reduce model size in MIP mine planning models. **Electronic Notes in Discrete Mathematics**, Amsterdam, v. 30, p.297-302, fev. 2008.

WESTLEY, J. F. H. Product monitoring, grade control, and ore: waste reconciliation at Bougainville Copper Limited (BCL). In: THE LARGE OPEN PIT MINING CONFERENCE, 1., 1986, Newman, Austrália. **Proceedings of.** Newman, Austrália: Australasian Institute Of Mining & Metallurgy, 1986, p. 277-284.

WHITTLE, G. Enterprise optimisation. **Proceedings of the 19th International Symposium on Mine Planning and Equipment Selection (MPES 2010), Fremantle, WA, December**

1st – 3rd 2010. Australasian Institute of Mining and Metallurgy, Melbourne, p. 105-117, 2010b.

WHITTLE, G. The global optimizer works – What next? **In: Orebody Modelling and Strategic Mine Planning**. Carlton: Australasian Institute of Mining and Metallurgy (AusIMM), Spectrum Series, v. 17, p. 3-5, 2010a.

WILDE, B. J; DEUTSCH, C. V. **A Short Note Comparing Feasibility Grade Control with Dig Limit Grade Control**. Edmonton, Canadá: Centre for Computational Geostatistics, 2015.

WILKE, F. L.; REIMER, T. Optimizing the short-term production schedule for an open pit iron ore mining operation. **Computer Methods for the 80's in the Mineral Industry**. Society of Mining Engineers of the American Institute of Mining, Metallurgical, and Petroleum Engineers, New York. p. 642-646, 1979.

YANG, T.; KUO, Y.; CHO, C., A genetic algorithms simulation approach for the multi-attribute combinatorial dispatching decision problem. **European Journal Of Operational Research**, v. 176, n. 3, p. 1859-1873, 2007.

YAVARZADEH, S.; ABODALLHEINSHARIF, J.; NEISHABOURI, A. Modeling of short-term production scheduling with the objective grade control. In: DREBENSTEDT, C; SINGHAL, R. (Eds.). **Mine Planning and Equipment Selection: Proceedings of the 22nd MPES Conference, Dresden, Germany, 14th – 19th October 2013**. Cham: Springer International Publishing, 2014.

YUN, Y.; GEN, M. Performance analysis of adaptive genetic algorithms with fuzzy logic and heuristic. **Fuzzy Optimization and Decision Making**, n. 1, v. 2, p. 161-175, 2003.

ZUCHINI M. H. **Aplicação de mapas auto-organizáveis em mineração de dados e recuperação de informação**. 2003. 227 p. Dissertação (Mestrado) – Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação da Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2003.

ANEXO I

Foundation Classes

`..module:: stmp.observable`

`class stmp.observable.Observable`

`notify_observers(params=None)`

Notifica os observadores de uma mudança de estados.

`subscribe(observer)`

Adiciona um observador.

`unsubscribe(observer)`

Remove um observador.

Data and Statistics

`class stmp.dataset.Column`

An enumeration.

`DATASET_INDEX = 9`

`GRADE = 3`

`GRADE_NORM = 8`

`GRID_COLUMN = 7`

`GRID_ROW = 6`

`PROFIT = 4`

`WEEK = 5`

`X = 0`

`Y = 1`

`Z = 2`

`class stmp.dataset.Dataset(filename)`

`apply_grouping(som)`

Apply the Kohonen map to the entire dataset.

`make_graph_generators(frentes)`

`normalize(x, y)`

Normalize block coordinates between 0 and 1.

`save(filename)`

Save the dataset to a CSV file.

`update_week(selected_blocks)`

Update the dataset marking the selected blocks to “next week”.

```
stmp.stats.histogram(values, classes_count=10, xmin=0, xmax=1)
```

Calcula o histograma de uma série de valores.

Parameters

values – Lista de valores

classes_count – Número de classes para a divisão

xmin – Menor valor de x

xmax – Maior valor de x

Return type

lista de porcentagens referentes à cada classe

```
stmp.stats.mse(series1, series2)
```

Return the Mean Squared Error between 2 data series.

Genetic Algorithm, Self-Organizing Map and Geometry Helpers

```
class stmp.algogen.AlgoGen(graph_generators)
```

Genetic Algorithm.

Parameters

graph_generators (*list*) – List of GraphGenerator instances. The list index refer to the SOM cluster.

```
best(n=0)
```

Retrieve the n-th best individual.

```
evolve()
```

Evolve the Genetic Algorithm by one generation.

This method hold places for the elite (current best individuals), creates the new population by (tournament selection and crossover) and apply mutation on the new prole, except for the elite.

```
population_fitness()
```

Compute population fitness and update the rank list.

```
random_population()
```

Create a random population.

```
tournament()
```

Select a strong individual by the tournament algorithm.

```
class stmp.plan.Plan
```

```
static distance(sequences, records)
```

Compute the metric related to the travel distance.

$$TravelDistance = \sum_{b=0}^{N-1} (\text{block}b_x - \text{block}(b+1)_x)^2 + (\text{block}b_y - \text{block}(b+1)_y)^2 + \sqrt{\dots}$$

The bigger the travel distance, the lower the fitness.

Returns

The result of the formula $100010 - 3 \cdot TravelDistance$

Return type

float

static grade(*sequences*, *records*, *grade_histogram*)

Compute the metric related to the ore grade.

The method evaluates the Mean Square Error (MSE) of two normalized histograms (with the same number of classes).

$$MSE = \sum_{i=0}^N (hist(dataset)_i - hist(individual)_i)^2 / N$$

Returns

This method returns two results. The first is a metric that evaluates how close the histograms are: $11 + MSE$

The second is the computed local histogram.

Return type

tuple

static profit(*sequences*, *records*)

Compute the metric related to the profit.

The sooner the extraction, the higher the associated profit.

$$Profit = \sum_{b=0}^N (\sum_{c=0}^M profit_{bj}) \cdot e^{-0.3b}$$

where b

is the block index in the sequence (shared among all clusters) and $profit_{ij}$

is the profit associated to the i -th block of the j -th cluster.

Returns

The computed profit, considering all clusters together.

Return type

float

class stmp.graph.GraphGenerator(*dataset_indexes*)

make_border()

Draw the convex hull referring to a cluster.

make_sequence(*path_length*, *previous_sequence_indexes=None*)

Cria um percurso no grafo.

`next_neighbor(dr, dc)`

`select_start()`

Seleciona o ponto de partida do percurso (convex hull).

`select_start_simple()`

Seleciona o ponto de partida do percurso (modo simples).

`class stmp.individual.Individual(graph_generators, sequences=None)`

Genetic Algorithm Individual.

List of sequences for each clusters.

Parameters

`graph_generators` (*list*) – List of GraphGenerator instances. The list index refer to the SOM cluster.

`sequences` (*list*) – Preset block sequences. If not supplied, random sequences are generated.

`static clone(other_ind)`

Create an individual identical to another (clone operation).

`static crossover(ind1, ind2, greedy=False)`

Create an individual from other two.

Parameters

`ind1` (*Individual*) – Individual instance.

`ind2` – Other individual instance.

`greedy` (*bool*) – Wheter weaker children should be discarded.

`fitness()`

Compute the individual fitness.

$Fitness = k1 \cdot FitnessDistance + k2 \cdot Profit + k3 \cdot FitnessGrade$

Each term is computed according to the `Plan` class implementation.

Returns

The computed fitness, considering all three criteria.

Return type

float

`mutate(rate, greedy=False)`

Probably mutate the individual.

Parameters

`rate` (*float*) – Mutation probability [0..1].

`greedy` (*bool*) – Whether weaker individual should be discarded.

```
class stmp.som.SelfOrganizingMap(num_clusters, alpha1, alpha2, epochs)
```

Kohonen Self Organizing Map

The learning rate moves from alpha1 to alpha2, in N training epochs:

$$\Delta \alpha = \alpha 2 - \alpha 1 \text{ epochs}$$

Parameters

num_clusters (*int*) – Clusters count.

alpha1 (*float*) – Initial learning rate.

alpha2 (*float*) – Final learning rate.

epochs (*int*) – Training epochs.

```
choose_winner(xn, yn)
```

Choose the neuron with the weights closest to the input vector.

Parameters

xn (*float*) – Normalized X coordinate.

yn (*float*) – Normalized Y coordinate.

```
init_weights()
```

Random init neural network weights.

```
prepare_training()
```

Prepare the initial training parameters.

```
read(dados, normalize_fn)
```

Iterate over the dataset and create an internal normalized dataset.

Parameters

dados (*list*) – Collection of records. The first two columns are the point coordinates.

normalize_fn (*function*) – Normalize function.

```
run(x, y)
```

Run the network to identify the cluster for a given input vector.

Parameters

x (*float*) – X coordinate in world-space.

y (*float*) – Y coordinate in world-space.

```
train()
```

Run the training algorithm, for grouping.

```
train_epoch()
```

Train a single epoch.

Winner weights are updated according to the formula:

$$wxwy = xwinner + \alpha \cdot (xn - xwinner) = ywinner + \alpha \cdot (yn - ywinner)$$

```
stamp.convex_hull.convex_hull(points)
```

Computes the convex hull of a set of 2D points.

Input: an iterable sequence of (x, y) pairs representing the points. Output: a list of vertices of the convex hull in counter-clock wise order, starting from the vertex with the lexicographically smallest coordinates.

Implements Andrew's monotone chain algorithm. $O(n \log n)$ complexity.

Views (GUI Applications, Renderers and Helper Methods)

```
class stamp.ui.workbench.MinePlannerWorkbench
```

```
config_widgets()
```

Configura os parâmetros padrões dos widgets

```
create()
```

Cria a todos elementos da interface gráfica.

```
on_btn_algogen(*args)
```

Executa o algoritmo genético

```
on_btn_salvar_dataset(*args)
```

Salva o dataset, complementado com a nova semana planejada.

```
on_btn_salvar_experimento(*args)
```

Salva o experimento.

```
on_btn_som(*args)
```

Executa o algoritmo de agrupamento

```
on_btn_statswindow()
```

Exibe janela com de estatísticas.

```
on_closing(*args)
```

Salva estado dos widgets ao finalizar o programa

```
on_file_dados_changed(*args)
```

Recarrega o dataset para o novo arquivo selecionado.

```
on_statswindow_closing()
```

Esconde a janela de estatísticas.

```
progress_config(maximum)
```

```
progress_step()
```

```
run()
```

```
test()
```

`update_sensitivity()`

`class stmp.ui.canvas.CanvasRenderer(canvas)`

`draw_circle(xn, yn, cluster, radius=3, color=None, filled=True)`

`draw_convex_hull(indexes, color='gray50')`

`draw_sequence(indexes, color='black')`

`erase()`

`erase_borders()`

`erase_circles()`

`erase_paths()`

`to_canvas_space(xn, yn)`

Convert points normalized coordinates to Canvas Coordinate System

`class stmp.ui.histogramview.HistogramView(master=None, **kwargs)`

Widget for plotting histograms.

`clear()`

Erase all objects from the canvas.

`config(**kwargs)`

Standard tkinter method.

`fill_blank()`

Fill whole canvas with blank.

`plot_histogram(series1, series2)`

Plot two histograms in the same plot window.

The list series1 is plotted with columns. List series2 is plotted with lines.

`class stmp.ui.statswindow.StatsWindow(master=None, **kwargs)`

`on_new_data(geracao)`

Callback for new data.

`redraw()`

Redraw every plots.

`set_algogen(algogen, num_geracoes)`

Set the genetic algorithm instance and configure plot widgets.

Persistence

`class stmp.persistence.experiment_writer.ExperimentWriter(config)`

Writes experiment results to an Excel workbook.

`write(filename, som=None, algogen=None, evolution=None)`

Create a full report from the experiment execution.

```
class stmp.persistence.config.Config
```

Application parameters read and saved to a user folder.

```
keys
```

```
load()
```

Parse last used configuration.

```
load_to_gui(builder)
```

Load last used configuration into the interface.

```
read_schema()
```

Read the parameter dictionary (name, description, type).

```
save_from_gui(builder)
```

Save the configuration parameters from the interface.

```
schema
```

Batch Runner - Multiple Simulations

```
class stmp.batch_runner.BatchRunner(dataset, groupings, working_dir='.')
```

Support for multiple simulations.

Parameters

dataset (*str*) – File path to an Excel workbook

groupings (*int*) – Number of Kohonen maps to create

working_dir (*str*) – Path to the folder used to place output files

```
expand_dataset()
```

Expand the Excel dataset into multiple CSV files.

The input workbook must have at least two worksheets, with the structures described below.

First worksheet: Grades

```
X Y Z Grade1 Grade2 ... GradeN
```

```
x y z g1      g2      ... gn
```

Second worksheet: Profits

```
X Y Z Profit1 Profit2 ... ProfitN
```

```
x y z p1      p2      ... pn
```

```
group()
```

Create Kohonen maps and save the result to a workbook.

The workbook uses one worksheet per Kohonen-map, in the following format.

Cluster	X	Y
0	w0x	w0y
1	w1x	w1y
n	wnx	wny

run()

Run the experiment with all simulations.

Indices and tables

[Index](#)

[Module Index](#)

[Search Page](#)

[stmp](#)

Navigation

Contents:

[Foundation Classes](#)

[Data and Statistics](#)

[Genetic Algorithm, Self-Organizing Map and Geometry Helpers](#)

[Views \(GUI Applications, Renderers and Helper Methods\)](#)

[Persistence](#)

[Batch Runner - Multiple Simulations](#)

©2019, Luciano Capponi. | Powered by [Sphinx 2.0.1](#) & [Alabaster 0.7.12](#)