



# Dinâmica Quântica do Modelo de Heisenberg

Autor: Bruno Heitor de Carvalho Barros  
Orientadora: Prof<sup>a</sup> Dra. Angela Foerster



## Introdução

Dada uma cadeia unidimensional de  $N$  spins submetida a interações de primeiros vizinhos, em unidades naturais, o Hamiltoniano do modelo de Heisenberg é dado por [1]:

$$H_S = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{N-1} J_{i,x} \sigma_x^{(i)} \sigma_x^{(i+1)} + \dots$$

$$\dots + J_{i,y} \sigma_y^{(i)} \sigma_y^{(i+1)} + J_{i,z} \sigma_z^{(i)} \sigma_z^{(i+1)}$$

com

$$\sigma_k^{(i)} = \bigotimes_{j=1}^N [I_2(1 - \delta_{i,j}) + \sigma_k \delta_{i,j}]$$

Ao longo do tempo, propriedades físicas de diferentes compostos foram estudadas com este modelo, de forma que muitas de suas propriedades termodinâmicas já são entendidas [2]. A partir dessas redes de spin, já foi possível conceber modelos de computação quântica, como um bus e um transistor quânticos. Esses avanços estão motivando um estudo dinâmico do modelo de Heisenberg [3].

Recentemente também está sendo investigado o transporte de estados ao longo de uma cadeia submetida a um potencial periódico devido à possível melhoria em sua eficiência [4]. Por isso, para o estudo dos sistemas aqui tratados, o formalismo de Floquet [5] foi usado, sempre sendo comparado com método numérico de Crank-Nicolson [6].

## Conclusões

- Uma resposta sub-harmônica em  $P(t)$  quando a anisotropia no sistema se torna dominante motivou a investigação de  $S(\omega_R)$ , de cuja expressão foi derivada uma relação simples para a frequência de resposta do sistema
- Foi obtido com o pulso de rotação um regime em que a magnetização do sistema se tornava insensível imperfeições do termo de rotação, um fenômeno relacionado à novas fases da matéria fora do equilíbrio.

## Referências

- [1]. A. Prestes Tonel, *Propriedades Algébricas de um modelo t-J integrável com impurezas*, 1999.
- [2]. J. S. Caux, F. Essler, and U. Löw, *Physical Review B - Condensed Matter and Materials Physics* 68, 1 (2003)
- [3]. N. E. Palaiodimopoulos, I. Brouzos, N. Georgoulea, F. K. Diakonou, and P. A. Kalozoumis, *Physical Review A* 99, 1 (2019)
- [4]. D. Petrosyan, G. M. Nikolopoulos, and P. Lambropoulos, *Physical Review A - Atomic, Molecular, and Optical Physics* 81, 1 (2010).
- [5]. M. Holthaus, A. Eckardt, and E. Anisimovas, *New J. Phys* 17, 93039 (2015)
- [6]. P. Muruganandam and S. K. Adhikari, *Computer Physics Communications* 180, 1888 (2009)

## Pulso $J_\alpha$ Oscilante

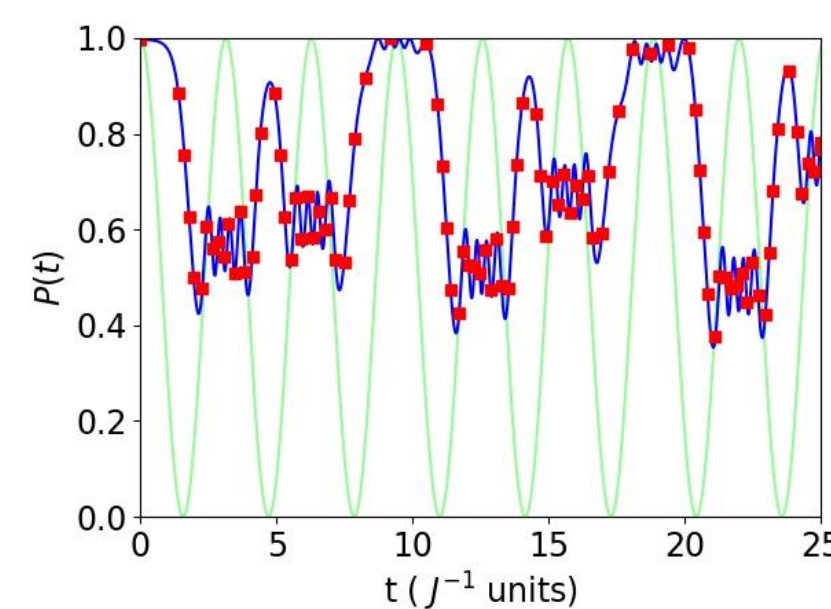
Uma oscilação colocada na interação entre dois sítios da cadeia com um termo de anisotropia.

$$H(t) = - \sum_{i=1}^{N-1} J_i(t) \left[ \frac{1}{2} (I - \sigma^{(i)} \cdot \sigma^{(i+1)}) + \Delta (I + \sigma_z^{(i)} \sigma_z^{(i+1)}) \right]$$

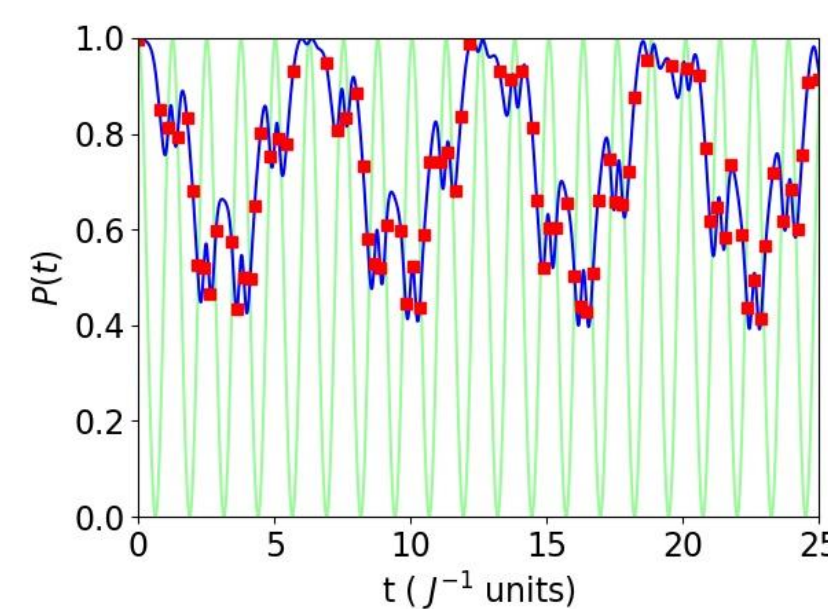
$$J_i(t) = J_0 \forall i \neq \frac{N}{2}; J_i(t) = \frac{1 + \cos(\omega_D t)}{2}, i = \frac{N}{2}$$

Observáveis  $P(t) = |\langle \downarrow \uparrow \uparrow \uparrow | \Psi(t) \rangle|^2 + |\langle \uparrow \uparrow \uparrow \downarrow | \Psi(t) \rangle|^2$

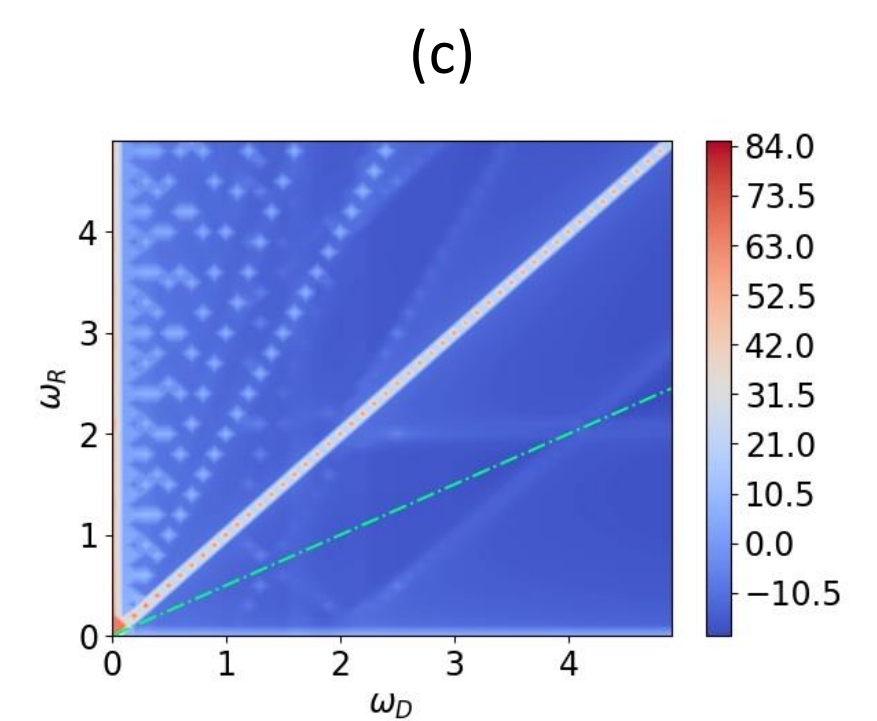
$$S(\omega_R) = \left| \int_0^\infty P(t) e^{-i\omega_R t} dt \right|^2 \rightarrow \omega_R = k\omega_D - (\epsilon_j - \epsilon_{j'})$$



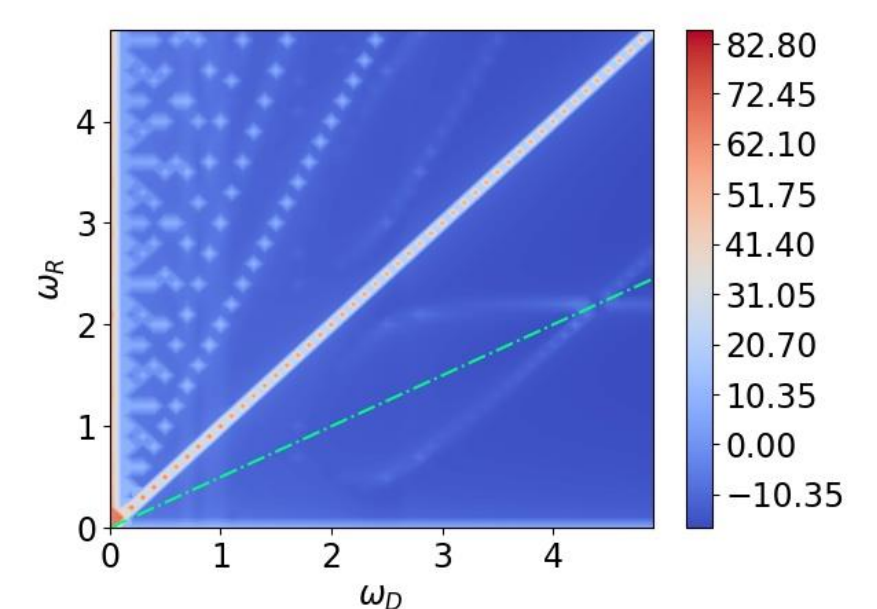
(a)



(b)



(c)



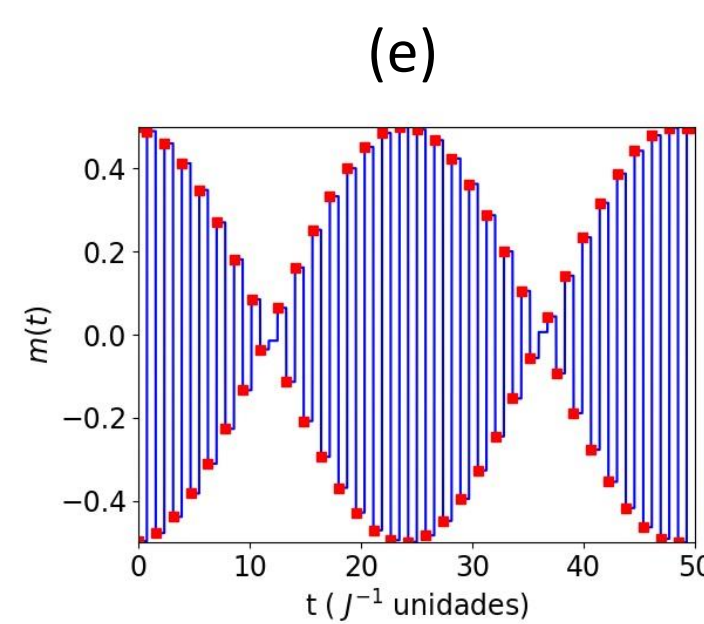
(d)

Evolução temporal dos observáveis analisados. Figuras (a) e (b) retratam  $P(t)$  em função do tempo para  $\omega_D = 2$  (Figura (a)) e  $\omega_D = 5$  (Figura (b)) com  $\Delta = 10$ . Linha verde ao fundo mostra a evolução temporal do potencial dependente do tempo. A linha azul nas figuras mostra  $P(t)$  calculada com o método de Floquet e os pontos vermelhos mostram  $P(t)$  calculada com o método de Crank-Nicolson. Figuras (c) e (d) retratam  $S(\omega_R)$  em função de  $\omega_R$  e  $\omega_D$  para  $\Delta = 5$  (Figura (c)) e  $\Delta = 10$  (Figura (d)). A linha verde pontilhada ressalta a reta  $\omega_R = \frac{\omega_D}{2}$ .

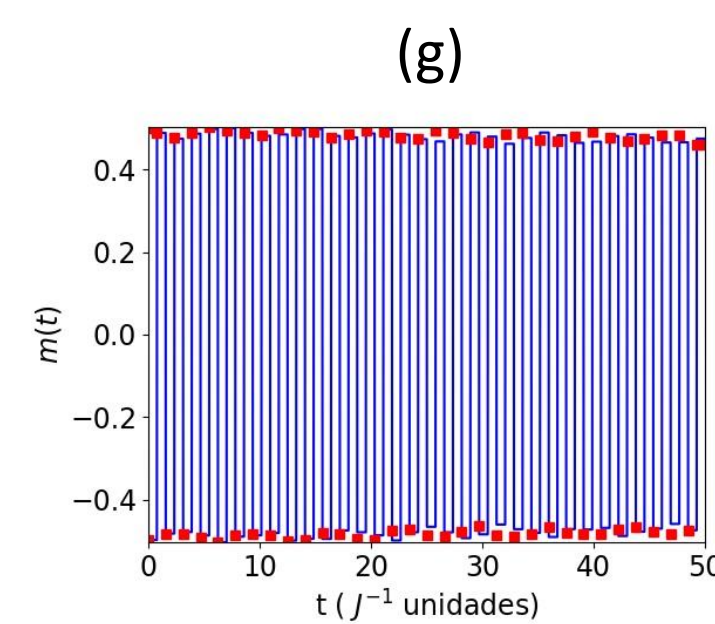
## Pulso de Rotação

Uma rotação do sistema com anisotropia em  $\pi$  radianos submetida a imperfeições.

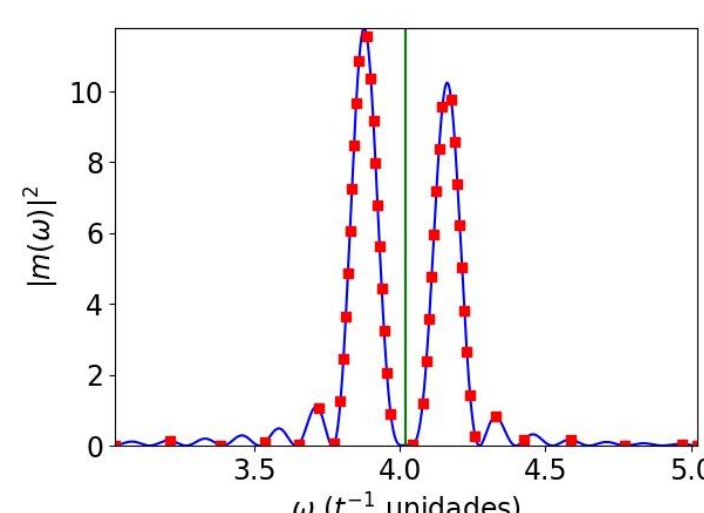
$$H(t) = - \frac{J}{2} \sum_{i=1}^{N-1} \left[ \frac{1}{2} (I - \sigma^{(i)} \cdot \sigma^{(i+1)}) + \Delta (I + \sigma_z^{(i)} \sigma_z^{(i+1)}) \right] + \left[ \theta \sum_{i=1}^N S_x^{(i)} \right] \sum_{m=0}^{\infty} \delta(t - nT) \quad \theta = \pi - e$$



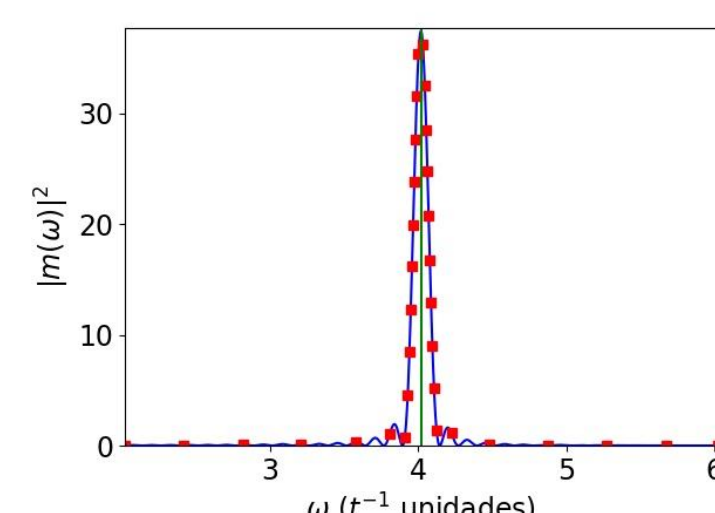
(e)



(g)



(f)



(h)

Observáveis:

$$m(t) = \langle \Psi(t) | \sum_{i=1}^N S_z^{(i)} | \Psi(t) \rangle$$

$$m(\omega) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} m(t) e^{-i\omega t} dt$$

Evolução temporal dos observáveis analisados. Figuras (e) e (g) retratam  $m(t)$  em função do tempo para  $\Delta = 0$  (Figura (e)) e  $\Delta = 10$  (Figura (g)) com  $e = 0, 1$  rad. Figuras (f) e (h) retratam  $|m(\omega)|^2$  para os casos das Figuras (e) (Figura (f)) e (g) (Figura (h)). A linha azul nas figuras mostra  $m$  calculada com diagonalização exata e os pontos vermelhos mostram  $m$  calculada com o método de Crank-Nicolson. A linha verde nas Figuras (f) e (h) marca o ponto de junção dos picos de  $|m(\omega)|^2$  num pico único. Uma observação importante a ser feita é que quando  $e = 0$ ,  $m$  se comporta de forma muito similar ao caso das Figuras (g) e (h).