

**UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL**  
**INSTITUTO DE FÍSICA**

**WESLEY GAZZIERO REGALIN**

**NANOPONTEIRAS EM MICROSCOPIA ÓTICA DE CAMPO PRÓXIMO**

**PORTO ALEGRE**

**2019**



WESLEY GAZZIERO REGALIN

NANOPONTEIRAS EM MICROSCOPIA ÓTICA DE CAMPO PRÓXIMO

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Instituto de Física da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, sob a orientação do Prof. Dr. Ricardo Rego Bordalo Correia, como requisito para obtenção do título de Bacharel em Física.

PORTO ALEGRE

2019



**Quem elegeu a busca não pode recusar a travessia.**

**-Guimarães Rosa**



## **AGRADECIMENTOS**

Agradeço primeiramente a Deus, que me deu a capacidade de aprender e a resiliência necessária para que eu chegasse até o final de minha graduação. Obrigado por estar comigo nos dias difíceis, nas inúmeras madrugadas de estudo, as quais resultaram neste momento. Já lhe agradei diversas vezes por todas as pequenas conquistas que, somadas, me levaram até o fim de minha graduação e hoje, torno a agradecer-te por cada uma delas

Agradeço também à minha família. Obrigado meu pai (Adair Antônio Regalin) e à minha mãe (Zaira Inês Gazziero Regalin) que, apesar da distância e da saudades, sempre deram seu apoio durante estes cinco anos. Agradeço também à meus avós, em especial à minha falecida vó Zulmira Biasio Regalin, que a cada dia sinto mais saudades. Sei que você se orgulharia deste momento. Obrigado a meus tios e primos, em especial à minha madrinha Cleonice Terezinha Zampieri e a meu padrinho de crisma, e primo, Fabiano Zampieri.

Agradeço também a todos os professores bons que contribuíram com a minha formação. Em especial ao meu orientador Ricardo Rego Bordalo Correia e aos excepcionais professores Luiz Fernando Ziebell e Rudi Gaelzer cujas aulas extraordinárias ficarão em minha memória.

Agradeço também às inúmeras pessoas que contribuíram, mesmo que indiretamente, para esse momento, como os funcionários da universidade, atendentes da biblioteca, pessoal da limpeza... cujos nomes são inúmeros para escrever aqui mas que exerceram um papel fundamental nesta caminhada.

## RESUMO

A composição de toda matéria é uma das questões mais antigas que o homem tenta solucionar. Inicialmente, avanços neste problema foram obtidos com a invenção do microscópio óptico. Porém, a resolução deste está limitada pelo princípio de Abbe.

Torna-se então necessária a utilização de outras faixas do espectro de radiação, que não a luz visível, para sondar a composição e a forma da matéria. Uma alternativa é o uso de elétrons, cujo comprimento de onda depende da velocidade dos mesmos. Sendo assim, se acelerados por um potencial suficientemente elevado, elétrons, através do microscópio eletrônico de transmissão, ou do microscópio eletrônico de varredura, podem fornecer um mapeamento de estruturas nanométricas e até de grupamentos de átomos. Há porém um empecilho: ao utilizar-se outras faixas do espectro que não o visível, perde-se a análise das propriedades ópticas do material a ser estudado.

Para tentar recuperar esta análise, bem como romper o limite de Abbe, Synge, em 1928, propõe a utilização do fenômeno de campo próximo para a localização de um objeto. Devido às impossibilidades experimentais, a técnica é desenvolvida apenas em 1972 por E. A. Ash e seu grupo. Com isto, um novo universo surge: técnicas de varredura com nanoponteiras, que permitem uma série de análises possíveis do material.

Dentre as possíveis técnicas, uma em particular utiliza o fenômeno de campo próximo relacionado à dimensão da ponta de prova: a microscopia óptica de campo próximo.

Para o entendimento do processo acima, é necessário o entendimento do conceito de campos e ondas evanescentes. Este conceito por si só, explica e descreve a utilização de nanoponteiras de fibra óptica na aplicação da técnica.

Na utilização de nanoponteiras metálicas, é necessário o entendimento de plásmons de superfície, que são quase-partículas que surgem do acoplamento de uma ondas eletromagnéticas na superfície de um metal. Contudo, devido às relações de dispersão dos plásmons de superfície, bem como os possíveis valores para o momento da luz incidente, nota-se que, pela conservação de momento, não é possível a direta excitação luz-plásmons.

A partir deste fato, torna-se necessária a utilização de métodos para que haja esta excitação, dentre os principais: uso de uma grade de difração e a configuração do prisma de Kretschman. Com isto, é possível fazer com que plásmons de superfície se propaguem para



uma região da nanoponteira cujo comprimento seja menor que o comprimento de onda do plásmon, formando o plásmon de superfície localizado, que se propaga como uma onda evanescente e é aplicável na microscopia de campo próximo.

No presente trabalho, estuda-se os fenômenos associados a esta técnica que, como resultado, rompe o limite de Abbe e consegue resoluções da ordem de um vigésimo do comprimento de onda da luz visível utilizada.



## ABSTRACT

The composition of all matter is one of the questions older than that mankind tries to solve. Initially, advances in this problem have been obtained with the invention of the optical microscope. However, the resolution of this is limited by the Abbe principle.

Then becomes required the use of other bands in the spectrum of radiation, not the visible light, to probe the composition and the form of the matter. An alternative is the use of electrons, whose wavelength depends on the velocity of the same. Thus, if accelerated by a potential high enough, electrons, through the electronic transmission microscope or by scanning electronic microscope, can provide an imaging of nanometric structures and until groups of atoms. There are however a flaw: in the use of other bands of the spectrum not visible, get lost the optical properties of the material in study.

To try recover this analysis, as well as trying break the Abbe limit, Synge, in 1928, proposes the use of the near field phenomenon to locate an object. Due to the experimental impossibilities, the technique is developed only in 1972 by E. A. Ash and your group. With this a new universe arises: scanning techniques with nanoprobe, that allows a set of material analyzes.

Among the possible techniques, one in particular uses the near field phenomenon related to the dimension from the tip probe: the near field microscopy.

To understand the process above is necessary the understanding of the concept of evanescent fields and waves. This concept alone can explain the use of nanoprobe made of optical fibers in the technique application.

In the use of metallic nanoprobe, is necessary the understanding of surface plasmons, they are almost-particles that arise from the electromagnetic wave coupling in the metal surface. Yet, due to the dispersion's relations of surface plasmons as well as the possible values of incident light momentum there is, for the momentum conservation, an impossibility to directly convert light into plasmons.

From that fact, is necessary the use of methods to providing this excitation, among the main: use of diffraction grating and Kretschman prism. With this, it must be possible to do surface plasmons propagate to a region of the nanoprobe whose length is less than the plasmon's wavelength, creating the localized surface plasmon, that propagate like an evanescent wave and is applicable to the near field microscopy.

In this dissertation, is studied the phenomena link to this technique that, as a result, breaks the Abbe limit and can resolve objects in order by one twentieth of the wavelenght of the visible light used.

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1-	Esquema do funcionamento de um microscópio óptico.	20
Figura 2-	Observação de cortiça por Hooke.	21
Figura 2-	Abertura angular.	22
Figura 3-	Observação com microscópio confocal.	23
Figura 4-	Princípio de funcionamento de um MET.	25
Figura 5-	Observação de nanoestruturas com a técnica MET.	25
Figura 6-	Esquema de funcionamento do MEV.	26
Figura 7-	Imagens obtidas com MEV.	27
Figura 8-	Projeto-esquema de Synge.	28
Figura 9-	Ortogonalidade dos vetores.	36
Figura 10-	Definição dos ângulos.	39
Figura 11-	Propagação de laser em fibra óptica.	44
Figura 12-	Fibra óptica após processo eletroquímico.	45
Figura 13-	Propagação de um laser em uma nanoponteira.	46
Figura 14-	Esquema de acoplamento do campo próximo.	46
Figura 15-	Modos de operação da nanoponteira de fibra-óptica	47
Figura 16-	Resultado da técnica na observação de nanocilindros de silício.	48
Figura 17-	Gráfico da função dielétrica complexa para o ouro.	51
Figura 18-	Interface metal-dielétrico.	52
Figura 19-	Curva de dispersão e frequência da luz incidente.	54
Figura 20-	Esquema de acoplamento de um laser em um plásmon de superfície via grade de difração no corpo da nanoponteira.	56
Figura 21-	Gráfico dos momentos.	56
Figura 22-	Grade de difração em NP.	57
Figura 23-	Configuração do prisma de Kretschmann.	58
Figura A.1-	Decomposição dos campos elétricos.	63

## **LISTA DE TABELAS**

Tabela 1-	Técnicas de Varredura que Utilizam Nanoponteiras ou Similar.	28
-----------	--	----



## **LISTA DE ABREVIATURAS, SIGLAS E SÍMBOLOS**

IR= INFRA RED;

MET=MICROSCÓPIO ELETRÔNICO DE TRANSMISSÃO;

MEV= MICROSCÓPIO ELETRONICO DE VARREDUTA;

MLCP= MICROSCOPIA COM LUZ DE CAMPO PRÓXIMO;

NP=NANOPONTEIRA;

SPP= SURFACE PLÁSMON POLARITON;





## SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO</b>	<b>19</b>
<b>1.1</b>	<b>Objetivos</b>	<b>29</b>
<b>2</b>	<b>CAMPOS E ONDAS EVANESCENTES</b>	<b>30</b>
<b>2.1</b>	<b>Ondas eletromagnéticas em meios dielétricos, isotrópicos e lineares</b>	<b>30</b>
<b>2.2</b>	<b>Reflexão e refração de ondas eletromagnéticas em interface de meios dielétrico-dielétrico</b>	<b>35</b>
<b>2.3</b>	<b>Onda evanescente</b>	<b>39</b>
<b>2.4</b>	<b>Aplicação na microscopia ótica de campo próximo</b>	<b>43</b>
<b>3</b>	<b>PLÁSMON DE SUPERFÍCIE E NANOPONTEIRAS METÁLICAS</b>	<b>48</b>
<b>3.1</b>	<b>Plásmons</b>	<b>48</b>
<b>3.2</b>	<b>Modelo de Drude-Sommerfeld</b>	<b>48</b>
<b>3.3</b>	<b>Resultados do modelo de Drude-Sommerfeld</b>	<b>50</b>
<b>3.4</b>	<b>Relação de dispersão dos plásmons de superfície</b>	<b>51</b>
<b>3.5</b>	<b>Plásmons localizados: aplicação na microscopia de campo próximo com nanoponteiras metálicas de ouro</b>	<b>53</b>
<b>4</b>	<b>CONCLUSÕES</b>	<b>58</b>
	<b>Referências</b>	<b>60</b>
<b>Apêndice A</b>	<b>Material complementar- Coeficientes de Fresnel</b>	<b>62</b>

# 1 Introdução

Desde os primórdios da humanidade, a composição de todas as coisas foi uma das questões que mais intrigou o homem. A partir da ideia de Leucipo e Demócrito, de que todas as coisas pudessem ser divididas até um limite em que não se pudesse mais remover partes dela, gerou-se a ideia de átomo (Peruzzo & Canto, 1998). Com esta ideia de indivisibilidade da matéria, buscou-se cada vez mais visualizar tal limite. A partir daí, foram criadas diversas técnicas de microscopia que descobriram um novo mundo fascinante que, a princípio, estava invisível a olhos humanos.

O uso de lentes biconvexas para a observação de objetos à distância remonta aos romanos, que já as usavam desde 700 a.c.. Porém, foi apenas em 1590 que dois fabricantes de óculos holandeses, Zacharias Jansen e Hans Jansen, fizeram experimentações associando diversas lentes e notaram que os objetos postos alinhados a elas eram vistos ampliados. Era o início da microscopia. (Bardell, 2004)

Podemos visualizar na figura 1 o funcionamento básico de um microscópio óptico:

**Figura 1- Esquema do funcionamento de um microscópio óptico**

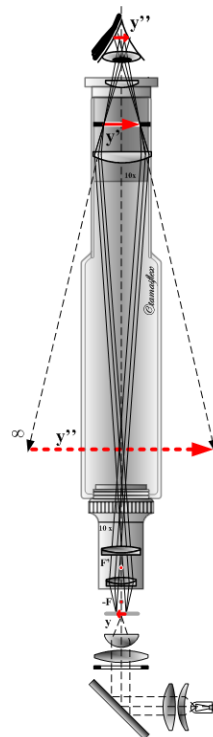


Figura 1- Esquema que demonstra a associação de lentes que permite o funcionamento básico de um microscópio óptico. (Wikimedia, 2019)

Da criação do microscópio rudimentar vieram as primeiras contribuições à ciência. Em 1665 o cientista inglês Robert Hooke escreveu um livro cujo nome era *Micrographia* e que apresentava a descrição detalhada de cinquenta e sete observações realizadas no microscópio óptico que o próprio autor realizou. Dentre elas, as mais significativas foram o gelo, neve, cortiça, fósseis, carvão vegetal, piolho e o olho composto das moscas. Neste contexto também surgiu pela primeira vez o uso da palavra célula ao se observar os poros de uma fina lâmina de cortiça (Hooke Robert, 1995).

Podemos visualizar abaixo, na figura 2, a observação em um microscópio óptico de uma folha de cortiça, um dos desenhos do livro de Hooke, e que levou ao uso do termo célula pela primeira vez:

**Figura 2- Observação de Cortiça por Hooke**

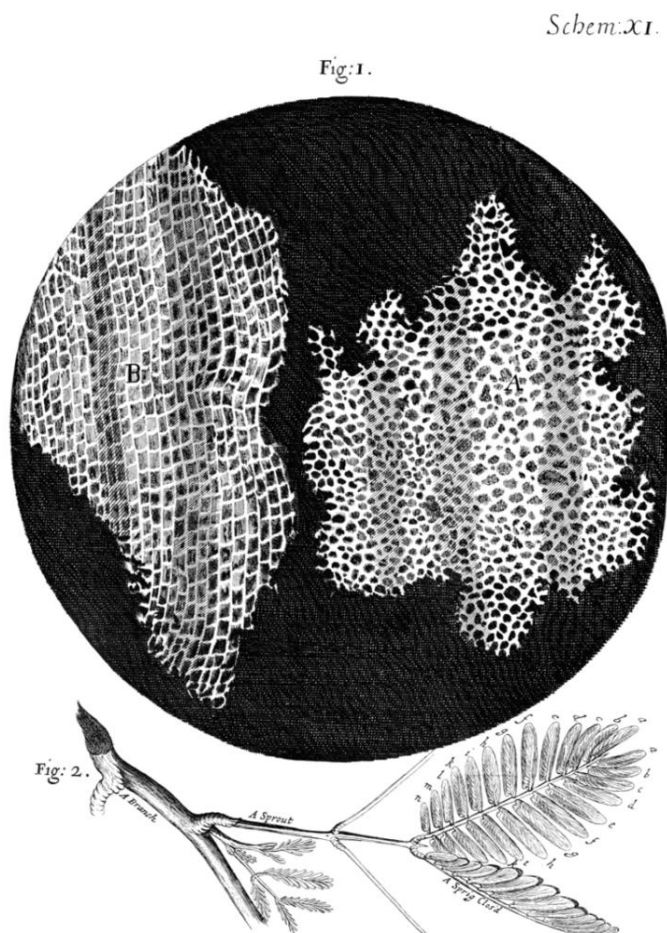


Figura 2- Desenho à mão feito por Hooke ao observar no microscópio óptico uma folha de cortiça. Observa-se as estruturas da parede vegetal em formato retangular que originaria o termo célula. (Robert, 1995)

O cientista Leeuwenhoek conseguiu em 1675, após produzir suas próprias lentes e obter uma melhora no poder de ampliação dos microscópios da época, enxergar e documentar a

presença de seres microscópicos, dentre eles protozoários e bactérias. Também descobriu a circulação circular de Malpighi e foi pioneiro na identificação e descrição dos glóbulos vermelhos e dos espermatozoides em 1667 (Krieg, 1996). Teve suas descobertas publicadas na *Philosophical Transactions* em 1772.

Em meados de 1880, os microscópios ópticos atingiram seu limite de ampliação atingindo a resolução de 0,2 micrômetros. Tal limite permanece até atualmente e está relacionado ao limite de resolução de Ernest Abbe (Davidson, 2019), tal limite pode ser deduzido a partir da óptica geométrica mas também pode ser derivado diretamente do princípio da incerteza de Heisenberg e estabelece que é o comprimento de onda usado na observação quem limita a diferenciação de dois pontos de um objeto conforme:

$$r = \frac{\lambda}{n \sin \mu}. \quad (1)$$

Onde  $r$  é a distância mínima entre dois objetos, ou pontos do mesmo objeto, para que estes possam ser observados de forma distinta;  $n$  é o índice de refração do meio entre o objeto e a lente frontal objetiva do microscópio óptico;  $\lambda$  é o comprimento de onda utilizado na observação e  $\mu$  é metade da abertura angular, isto é, o semiângulo com vértice no cone formado pelos raios que saem do ponto observado e atingem a lente frontal, cujo conceito é ilustrado na figura 3.

**Figura 3- Abertura Angular**

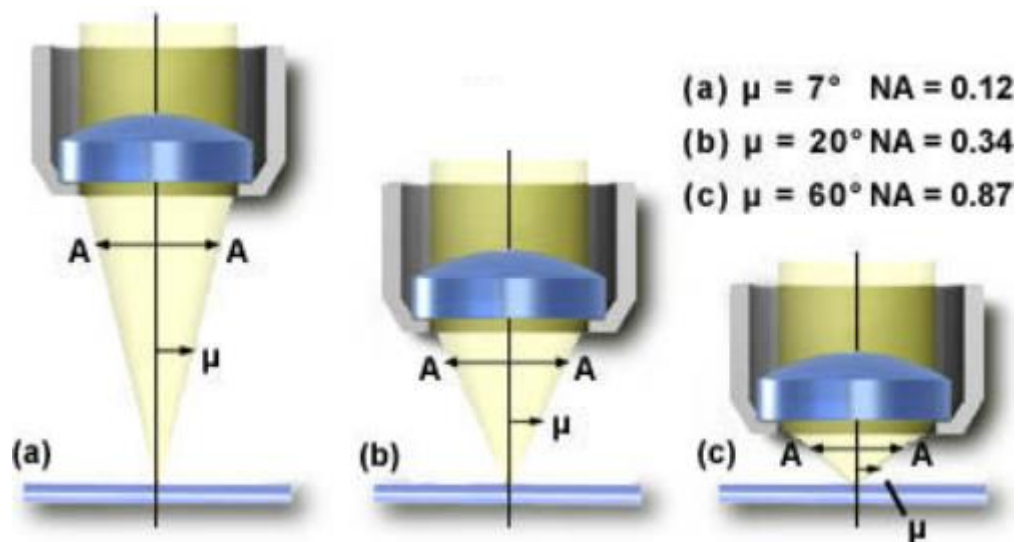


Figura 3- Ilustração do conceito de abertura angular utilizada no limite de Abbe. Note que a abertura angular é o ângulo do cone formado pelos raios de luz que saem do ponto observado até as bordas da lente frontal objetiva. Fonte: retirada de (Abramowitz & Davidson, 2019) com modificações.

Assim, uma ampliação maior torna-se impossível usando-se simplesmente luz visível uma vez que o fator limitante da equação (1) é o próprio comprimento de onda. Para se obter uma melhor resolução de objetos (ou pontos de um mesmo objeto) que estejam próximos entre si deve-se diminuir o comprimento de onda para além da luz visível, modificando-se a região espectral da observação ou emergindo-se o objeto observado em um meio com índice de refração elevado, geralmente da ordem de 1,52.

Em 1901, August Karl Johann Valentin Köhler utiliza luz ultravioleta como forma de aumentar a resolução até então obtida. Ainda usando luz visível, em 1955 Marvin Minsky cria o microscópio confocal, porém apenas em 1987, com o uso de lasers, seu invento tornou-se eficiente. Mais tarde, acoplou-se a técnica de Espalhamento Raman inelástico da Luz Monocromática a esta técnica gerando imagens espaciais como podemos visualizar na figura 4.

**Figura 4- Observação com microscopia confocal.**

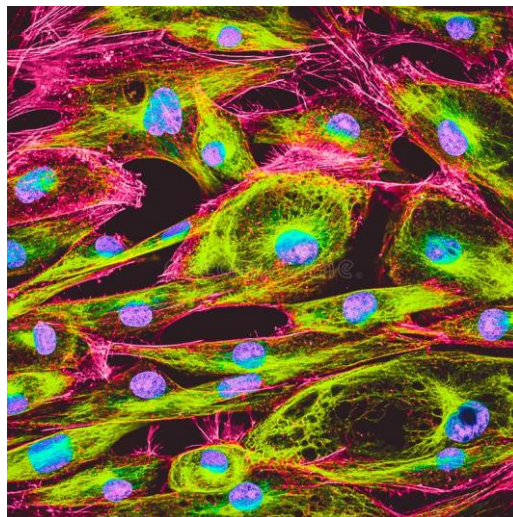


Figura 4- Microscopia da fluorescência real de células epiteliais humanas na cultura. Núcleo em azul, Filamentos do Actínio em rosa e Tubulina em verde. Vemos que a microscopia confocal possui o diferencial de produzir imagens espaciais dos objetos observados. (Dreamstime, 2019)

Em 1924, surge o princípio da dualidade onda-partícula de Louis de Broglie (Halliday, Resnick, & Walker, Fundamentos de física. 8. ed. vol.4, 2008) que relaciona o momento da partícula com o seu comprimento de onda através da relação:

$$\lambda = \frac{h}{p} . \quad (2)$$

Se um elétron é acelerado por um potencial  $V$ , então ganha energia cinética  $K$  dada por:

$$K = e \cdot V. \quad (3)$$

Onde 'e' é a carga do elétron e V o potencial acelerador.

No regime não relativístico, pode-se então igualar a energia ganha pela aceleração no potencial à energia cinética e obter:

$$e \cdot V = \frac{m_0 v^2}{2}. \quad (4)$$

Onde  $m_0$  é a massa de repouso do elétron e  $v$  sua velocidade.

Pode-se a partir de (3) isolar a velocidade e substituí-la em (2) dentro da relação do momento para obter que:

$$p = \sqrt{2m_0 eV}. \quad (5)$$

Finalmente podemos voltar em (2) e obter:

$$\lambda = \frac{h}{\sqrt{2m_0 eV}}. \quad (6)$$

Cuja relação revela o fato de que quanto maior o potencial acelerador do elétron V, menor será seu comprimento de onda de De Broglie. Assim, para um potencial suficientemente grande, pode-se melhorar a resolução anteriormente obtida com o microscópio óptico ao serem usados feixes de elétrons como um substituto para a luz, já que estes, quando acelerados por um potencial suficientemente alto, podem possuir um comprimento de onda menor que a luz visível.

Com esta ideia, em 1933 Ernst Ruska cria o primeiro microscópio eletrônico de transmissão (MET) (Ruska, 1986).

Tal aparelho emite feixes de elétrons, geralmente formados a partir de uma fonte termoiônica, que são acelerados por um campo elétrico, colimados por um anteparo metálico com uma pequena abertura ou por lentes eletromagnéticas condensadoras e focalizados por uma lente magnética para posteriormente interagirem com uma amostra ultrafina enquanto a atravessam. Estes elétrons transmitidos através da amostra passam por uma série de lentes eletromagnéticas (objetiva; difrativa intermediária e projetora) para então serem capturados por uma tela ou, em aparelhos mais modernos, por sensores CCD's e formarem uma imagem visualizável (Stefanaki, 2008) (Williams, 2009).

**Figura 5- Princípio de Funcionamento de um MET**

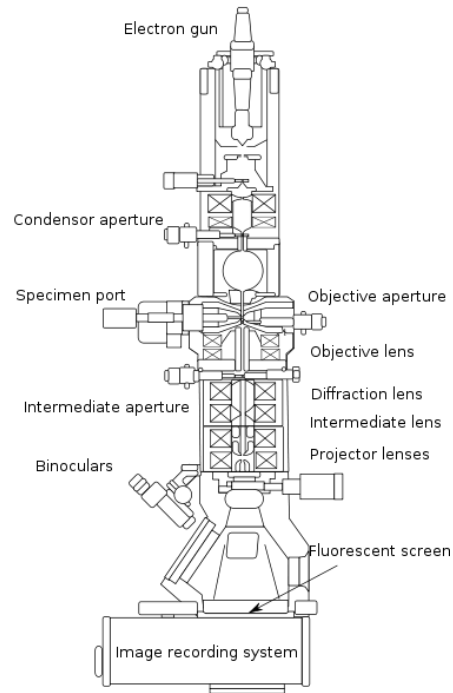


Figura 5- Componentes básicos para o funcionamento de um MET. Observa-se o canhão de elétrons, onde elétrons são ejetados; A abertura colimadora e a abertura objetiva onde o feixe é colimado e as diversas lentes magnéticas necessárias para a formação de uma imagem nítida. (Landskron, 2014)

Tais procedimentos fazem com que o Microscópio Eletrônico de Transmissão obtenha uma resolução muito maior que os microscópios ópticos. Podendo estes chegar a resolução de nanômetros. Tal eficácia torna-se particularmente útil no estudo de vírus e nanoestrutura dos materiais. (Williams, 2009)

Abaixo, na figura 6, observa-se uma observação obtida com a utilização da técnica:

**Figura 6- Observação de nanoestruturas com a técnica MET**

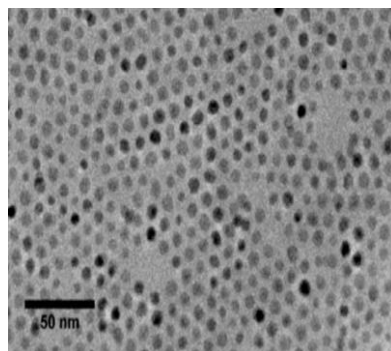


Figura 6- Observação através da utilização da técnica de Microscopia Eletrônica de Transmissão de nanocristais de  $\text{CeO}_2$ . Observa-se a alta resolução obtida com a técnica o que permite que se faça uma caracterização de nanoestruturas. (Cordeiro & Leite, 2015)



Em 1935, Knoll realiza um dos primeiros trabalhos do que posteriormente seria considerado um novo tipo de microscópio: O Microscópio Eletrônico de Varredura (MEV) (Knoll, 1935). Em 1942 Zworykin e colaboradores utilizam o primeiro MEV para analisar amostras (Zworykin, Hiller, & Snyder, 1942). Diferentemente do MET, o MEV exige que o feixe de elétrons seja colimado mais intensamente (diâmetro menor). Para obter-se a imagem, o MEV realiza uma varredura na amostra com o feixe de elétrons, ou seja, analisa ponto a ponto da amostra e une as diversas informações obtidas para formar uma imagem final. Tal varredura é realizada com a distorção da direção do feixe proporcionada por lentes eletromagnéticas e possui a vantagem de que a amostra a ser analisada não precisa ser ultrafina mas pode ter uma espessura qualquer.

Na figura abaixo, observa-se o esquema de funcionamento de um MEV:

**Figura 7- Esquema de funcionamento do MEV**

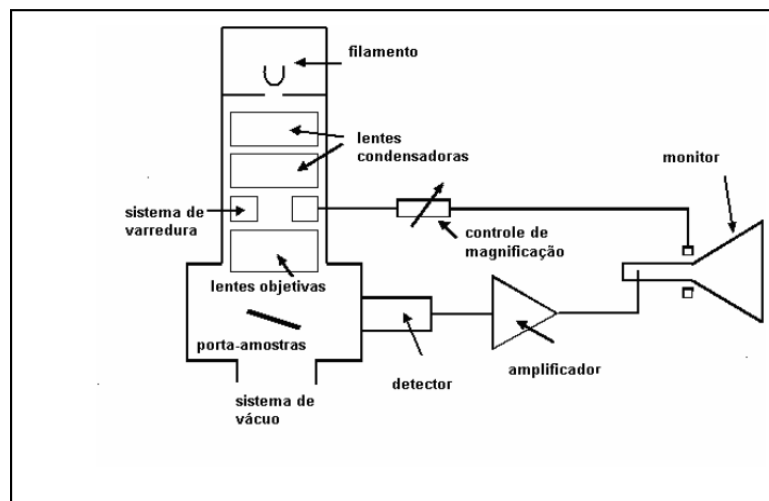


Figura 7- Esquema que demonstra o funcionamento de um MEV. Observa-se nela a fonte termoiônica de elétrons representada por um filamento, as lentes condensadoras responsáveis por colimar o feixe de elétrons, o sistema de lentes (sistema de varredura) responsável pela distorção do feixe que proporciona a varredura da amostra, as lentes objetivas e os amplificadores de sinal responsáveis por formar uma imagem visualizável e o monitor onde tal imagem é observada. (Kestenbac & W.J., 1994)

Assim, além da informação obtida com elétrons que atravessam diretamente a amostra, como descrito anteriormente no MET, também pode-se obter informações sobre a amostra de outras maneiras, como: Elétrons secundários; Elétrons Retroespalhados; Elétrons Auger; Elétrons Espalhados Elasticamente; Elétrons Espalhados Inelasticamente; Raios X e Luz Emitida (Kestenbac & W.J., 1994).

Devido a estas características, além de obter imagens de amostras até 300 mil vezes ampliadas, o MEV consegue ter uma alta resolução, que varia entre 2 a 5nm, sendo que alguns modelos mais modernos conseguem obter uma resolução de 1nm. Além disso, o MEV também fornece informações adicionais da amostra, como: composição; superfície topográfica; cristalografia dentre outras (Goldstein, 1992).

Para demonstrar a utilização da técnica de MEV vejamos a figura 8:

**Figura 8- Imagens obtidas com MEV**

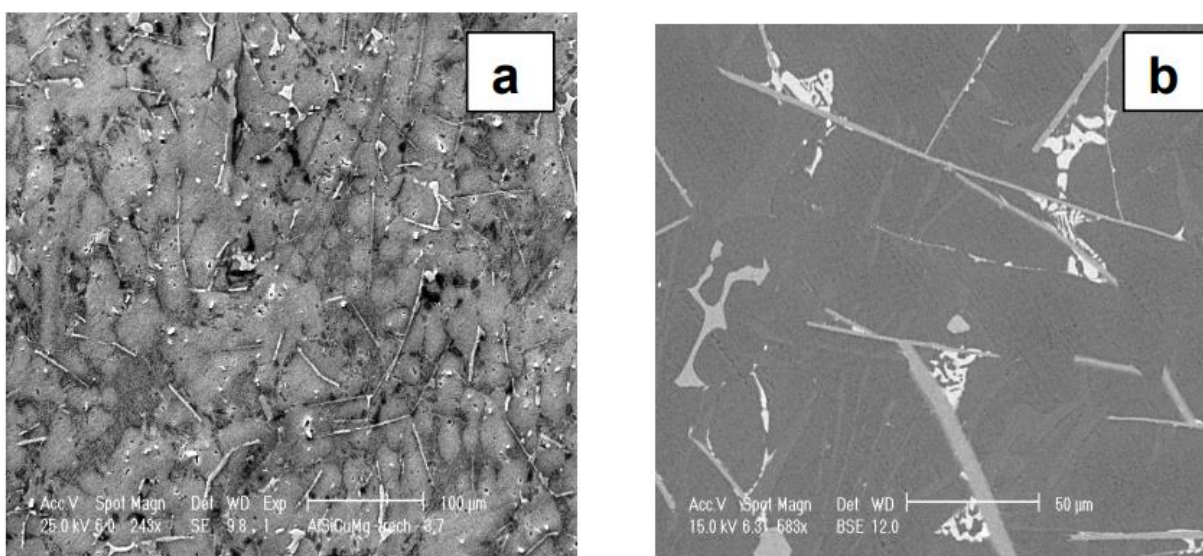


Figura 8- Imagens obtidas da liga de alumínio AA380.0. As amostras foram submetidas a lixamento, polimento e ataque químico por imersão no reagente HF 40% (0,5 mL)+H<sub>2</sub>O (100 mL). A imagem (a) foi obtida usando-se Elétrons Secundários e a imagem (b) usando-se Elétrons Retroespalhados. Na figura (a) observa-se a formação dendrítica ao fundo e os precipitados da liga em primeiro plano, enquanto na figura (b) observa-se apenas os precipitados da liga (Dedavid, Costa, & Ferreira, 2002). Tal análise é importante para a ciência dos materiais.

Por fim, desenvolve-se a microscopia de campo próximo. Em 1928 houve a primeira publicação sobre o assunto, em um artigo com autoria de E. H. Synge, que propõe o uso do fenômeno de campo próximo (a ser explicado posteriormente neste trabalho) para superar o limite de resolução dos microscópios da época que eram então da ordem do comprimento de onda utilizados. Para tal intento, Synge propunha a utilização de campos próximos gerados por superfícies opacas com um pequeno orifício. Assim, na aproximação de um objeto, ver-se-ia a propagação do campo elétrico da onda eletromagnética utilizada para a amostra a ser observada (Synge, 1928).

Uma representação esquemática do invento proposto por Synge pode ser observado na figura 9.

**Figura 9- Projeto-Esquema de Synge**

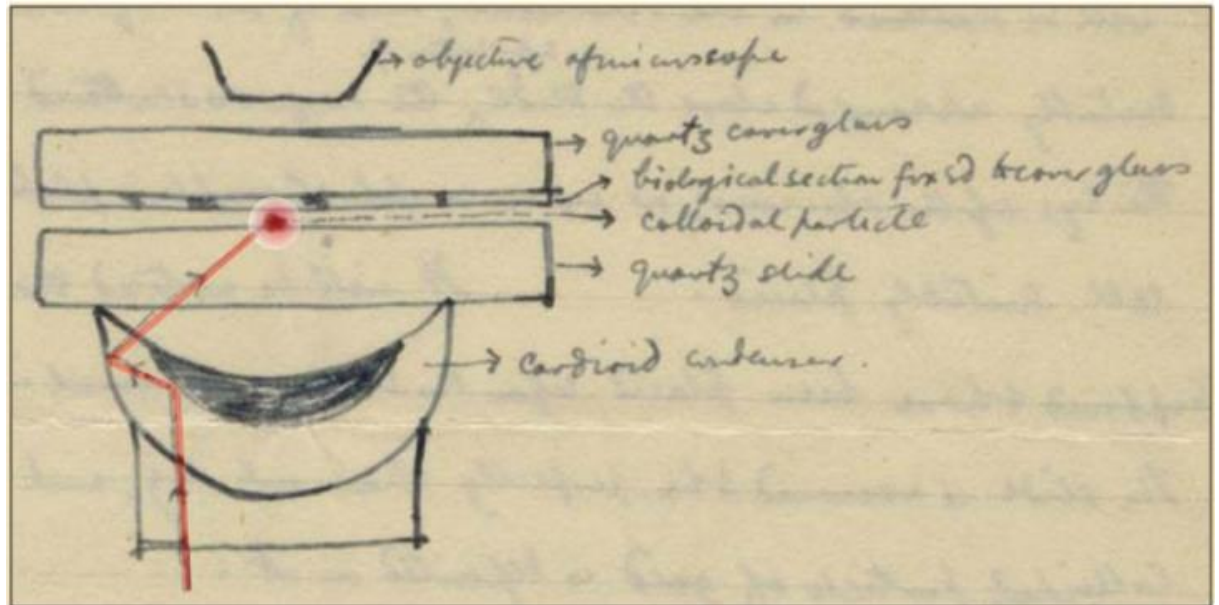


Figura 9- Figura retirada de uma carta enviada por Synge a Albert Einstein na qual o autor relata a possibilidade de superação do limite de resolução imposta pelo limite de Abbe dos métodos microscópicos da época. Apesar de Einstein desencorajar o autor devido às impossibilidades experimentais da época, o artigo que descreve o método foi publicado. Figura adaptada de (Novotny L. , From near-field optics to optical antennas, 2011).

Devido às impossibilidades experimentais da técnica, apenas em 1972, pelo grupo de E. A. Ash foram feitas as primeiras observações experimentais utilizando campo próximo. Estas foram feitas utilizando-se de ondas eletromagnéticas na faixa de micro ondas e obteve-se uma resolução de seis décimos do comprimento de onda. Muito melhor que os instrumentos disponíveis na época que possuíam uma resolução da ordem do comprimento de onda utilizado. Para tal realização, Ash teve de realizar uma microscopia de varredura na amostra, obtendo-se pontos separados da mesma e unindo-os posteriormente para obter uma imagem completa (E. A. Ash, 1972).

Reproduzir o experimento na região da luz visível exigiu a substituição do orifício que gerava o campo próximo nas superfícies opacas para uma nanoponteira onde a luz seria propagada por ela através do acoplamento da luz na superfície da mesma. Efeito este denominado plasmon de superfície.

Além disso, foi necessário o controle da amostra ou da nanoponteira em nível nanométrico, o que só foi possível graças a sistemas de microposicionamento baseados no funcionamento de piezoelétricos. Continua-se tendo a necessidade de realizar uma varredura sob a amostra para obter-se uma imagem completa da mesma.

Medidas envolvendo frequências ópticas foram publicadas apenas em 1984 por D. W. Pohl (D. W. Pohl, 1984). Enquanto medidas utilizando partículas espalhadoras de campos ao invés de orifícios só foram publicadas em 1985 por J. Wessel (Wessel, 1985).

Diferentes técnicas podem ser usadas utilizando-se a varredura de uma nanoponteira (ou similar) em uma amostra a depender do tipo de interação entre ponteira e superfície, sendo algumas das diferentes técnicas enumeradas na tabela 1.

**Tabela 1- Técnicas de Varredura que Utilizam Nanoponteiras ou Similar.**

<b>Natureza da Interação</b>	<b>Nome da Técnica</b>	<b>Ano de Implementação</b>
Elétrica	Tunelamento de elétrons	1981
Elétrica	Capacitância	1984
Elétrica	Força Eletrostática	1987
Elétrica	Emissão Balística de Elétrons	1988
Elétrica	Fotovoltagem	1990
Elétrica	Resistividade	*
Elétrica	Constante Dielétrica	*
Mecânica	Topografia da Superfície	1986
Mecânica	Força Atrativa	1987
Mecânica	Força Ficcional	1987
Mecânica	Microscopia de Absorção de Fônons	1989
Mecânica	Adesão	*
Mecânica	Dureza	*
Mecânica	Resistência Mecânica	*
Mecânica	Elasticidade	*
Magnética	Força Magnética	1987
Óptica	Luz de Campo Próximo	1982
Óptica	Espectro de Luminescência	1988
Óptica	Espectro Raman IR	*

Óptica	IR Distante	*
Óptica	Tip-Enhanced Raman Spectroscopy	2000
Térmica	Varredura Térmica	1985
Térmica	Condutividade e Difusão Térmica	*
Térmica	Calor Específico	*
Térmica	Calorimetria de Mudança de Fase	*
Térmica	Análise Mecânica Térmica	*
Química	Varredura Eletroquímica	1989
Química	Espectrômetro de Absorção	1989
Química	Varredura de Condutância de Íons em Eletrólitos	1989
Química	Monitoramento de Deposição Eletroquímica in-situ	1997
Química	Monitoramento de Corrosão in-situ	1997
Biológica	Micropipeta Molecular	*

Tabela 1- Enumeração das diferentes técnicas que fazem uso da microscopia de varredura com nanoponteiras ou similares bem como do tipo de interação entre nanoponteira e amostra e o ano aproximado de sua implementação. Células marcadas com \* indicam data da implementação não conhecida. Fonte: Própria com base em (Massey, 1984) (Hartschuh, 2008) (Cançado, 2006) (M. Cardona, 1996) (L. Novotny, 2006) (D. Song, 2008) (Anderson, 2000).

Percebe-se das diversas técnicas possíveis que a microscopia com o uso de NP é uma vasta área e fértil para novas pesquisas. Particularmente, a microscopia com luz de campo próximo será descrita no presente trabalho.

## 1.1 Objetivos

O objetivo do grupo de pesquisa, que abrange o laboratório de laser e óptica do instituto de física da Universidade federal do rio Grande do Sul, é a criação de um sistema eletrônico que realize a microscopia com luz de campo próximo. Para isso foi feita a fabricação das nanoponteiras e sua respectiva caracterização usando-se um microscópio de íons focalizados. Além disso, é necessário o entendimento completo da técnica de MLCP para sua implementação bem como para futuros ajustes no equipamento que permitam variações inovadoras da técnica.

## 2 Campos e Ondas Evanescentes

O conceito de campos e de ondas evanescentes é fundamental para a técnica de microscopia de campos próximos. Isso se deve ao fato de que o objeto (ou partes de um objeto) a ser observado pela técnica possui sua presença em determinada região confirmada ao serem mensuradas transmissões ou reflexões da luz visível, que é responsável por criar o campo eletromagnético evanescente, para a amostra em análise.

O campo evanescente é criado próximo a extremidade da ponta de prova, que é o instrumento que irá varrer a amostra e mapear seus componentes para após traçar a topografia do material investigado. O uso deste campo na microscopia deve-se ao fato das ondas evanescentes existirem em uma pequena região próxima à fonte geradora

Campos propagantes podem ser descritos por ondas planas no plano complexo (Nussenzveig, 2014), como:

$$\mathbf{E}e^{i(\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}-\omega t)}. \quad (7)$$

Onde  $\mathbf{E}$  é o vetor campo elétrico que compõe a onda eletromagnética;  $\mathbf{k}$  é o vetor direção de propagação que descreve a direção em que a onda está se propagando;  $\mathbf{r}$  é o vetor posição;  $\omega$  é a frequência angular da onda e  $t$  é o tempo.

A principal diferença entre uma onda evanescente e uma onda convencional que se propaga no espaço é que a primeira possui um vetor direção de propagação cujas componentes, ou pelo menos uma delas, é complexa não nula. Por sua vez uma onda convencional possui as componentes do vetor direção de propagação reais ou nulas.

Na direção em que o vetor  $\mathbf{k}$  possui sua componente imaginária a onda não se propaga e, além disso, sua amplitude decai exponencialmente em função da distância. Fato que será deduzido, dentre outras relações importantes, matematicamente a seguir com base em (John R. Reitz, 1982); (Griffiths, 2011); (Nussenzveig, 2014); (Jackson, 1962); (Novotny & Hecht, 2012); (Born & Wolf, 1999).

### 2.1 Ondas eletromagnéticas em meios dielétricos, isotrópicos e lineares

Sabe-se que os campos das ondas eletromagnéticas, sendo estas propagantes ou evanescentes, devem seguir as equações de Maxwell:

$$\nabla \times \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = -\frac{\partial \mathbf{B}(\mathbf{r}, t)}{\partial t}, \quad (8)$$

$$\nabla \times \mathbf{B}(\mathbf{r}, t) = \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}(\mathbf{r}, t)}{\partial t} + \mu_0 \mathbf{J}(\mathbf{r}, t), \quad (9)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \rho(\mathbf{r}, t)/\epsilon_0, \quad (10)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B}(\mathbf{r}, t) = 0. \quad (11)$$

Onde  $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t)$  é o campo elétrico;  $\mathbf{B}(\mathbf{r}, t)$  a indução magnética;  $\mathbf{J}(\mathbf{r}, t)$  a densidade de corrente elétrica e  $\rho(\mathbf{r}, t)$  a densidade volumétrica de carga elétrica em um ponto  $r$ .

As propriedades eletromagnéticas de um meio podem ser descritas por meio do campo polarização, definido por:

$$\mathbf{P}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{D}(\mathbf{r}, t) - \epsilon_0 \mathbf{E}(\mathbf{r}, t). \quad (12)$$

Onde  $\epsilon_0$  é a permissividade do vácuo;  $\mathbf{D}(\mathbf{r}, t)$  é o campo de deslocamento elétrico;

E também pelo campo magnetização, definido por:

$$\mathbf{M}(\mathbf{r}, t) = -\mathbf{H}(\mathbf{r}, t) + \mu_0^{-1} \mathbf{B}(\mathbf{r}, t). \quad (13)$$

Onde  $\mu_0$  é a permeabilidade do vácuo;  $\mathbf{H}(\mathbf{r}, t)$  o campo magnético;

As equações acima valem para qualquer meio. No entanto, considerar-se-á um meio dielétrico. Particularmente, se um meio é isotrópico e linear:

$$\mathbf{P} = \chi \epsilon_0 \mathbf{E}. \quad (14)$$

Onde  $\chi$  é a susceptibilidade elétrica do meio dielétrico. E também:

$$\mathbf{D} = \mathbf{E}(1 + \chi). \quad (15)$$

Um dielétrico é um meio isolante caracterizado pela ausência de cargas livres em seu interior, assim temos que:

$$\rho(\mathbf{r}, t) = 0. \quad (16)$$

Portanto, para um dielétrico, as equações de Maxwell, com um pouco de álgebra e com as informações de (14), (15) e (16) podem ser reescritas como:

$$\nabla \cdot \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = 0, \quad (17)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B}(\mathbf{r}, t) = 0, \quad (18)$$

$$\nabla \times \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = -\frac{\partial \mathbf{B}(\mathbf{r}, t)}{\partial t}, \quad (19)$$

$$\nabla \times \mathbf{B}(\mathbf{r}, t) = \mu_0 \epsilon \frac{\partial \mathbf{E}(\mathbf{r}, t)}{\partial t}. \quad (20)$$

Onde define-se a permissividade elétrica do meio dielétrico como:

$$\epsilon = \epsilon_0 (1 + \chi). \quad (21)$$

Percebe-se que a única diferença das equações de Maxwell no vácuo (8)-(11) para as equações de Maxwell em um meio dielétrico (17)-(20) é o termo constante  $\epsilon$  na equação (20) e a nulidade de carga na equação (17).

Assim, podemos fazer a já conhecida dedução da equação de onda:

Aplicando-se o rotacional a (19):

$$\nabla \times (\nabla \times \mathbf{E}(\mathbf{r}, t)) = -\nabla \times \frac{\partial \mathbf{B}(\mathbf{r}, t)}{\partial t}. \quad (22)$$

Usando-se a identidade:  $\nabla \times (\nabla \times \mathbf{E}(\mathbf{r}, t)) = -\nabla^2 \mathbf{E} + \nabla(\nabla \cdot \mathbf{E})$  (23) e comutando a derivada temporal do campo magnético.

$$-\nabla^2 \mathbf{E} + \nabla(\nabla \cdot \mathbf{E}) = -\frac{\partial \nabla \times \mathbf{B}(\mathbf{r}, t)}{\partial t}. \quad (24)$$

Por (17) pode-se simplificar a equação (24) para:

$$-\nabla^2 \mathbf{E} = -\frac{\partial \nabla \times \mathbf{B}(\mathbf{r}, t)}{\partial t}. \quad (25)$$



Além disso, usando-se (20):

$$\nabla^2 \mathbf{E} = \mu_0 \epsilon \frac{\partial^2 \mathbf{E}(\mathbf{r}, t)}{\partial t^2}. \quad (26)$$

Que é a equação de onda para o campo elétrico cuja solução, uma onda propagante, é conhecida:

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_0 \text{Re} \left\{ e^{i(\vec{k} \cdot \mathbf{r} - \omega t)} \right\}. \quad (27)$$

Onde toma-se a fase da onda como nula. Onde  $E_0$  é a amplitude do campo elétrico;  $\omega$  é a frequência da onda;  $\mathbf{k}$  é o vetor número de onda e  $\mathbf{r}$  o vetor posição.

Além disso, o número de onda deve se relacionar com a velocidade e a frequência angular de forma que:

$$k_x^2 + k_y^2 + k_z^2 = \frac{\omega^2}{v^2}. \quad (28)$$

Sabe-se também, pela equação da onda, que a onda propagante possui velocidade:

$$v = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon}}, \quad (29)$$

que é relacionada com a velocidade da luz através de:

$$n = \frac{c}{v}. \quad (30)$$

Onde  $n$  é o índice de refração do meio e  $c$  é a velocidade da luz no vácuo.

De modo totalmente análogo, aplica-se o divergente na equação (20):

$$\nabla \cdot \nabla \times \mathbf{B}(\mathbf{r}, t) = \mu_0 \epsilon \frac{\partial \nabla \times \mathbf{E}(\mathbf{r}, t)}{\partial t}. \quad (31)$$

Usa-se (23) novamente para o campo  $\vec{\mathbf{B}}(\mathbf{r}, t)$ :

$$-\nabla^2 \mathbf{B} + \nabla(\nabla \cdot \mathbf{B}) = -\mu_0 \epsilon \frac{\partial \nabla \times \mathbf{E}(\mathbf{r}, t)}{\partial t}. \quad (32)$$

Sabe-se por (18) que

$$\nabla(\nabla \cdot \mathbf{B}) = 0. \quad (33)$$

Assim:

$$-\nabla^2 \mathbf{B} = -\mu_0 \in \frac{\partial \nabla \times \mathbf{E}(\mathbf{r}, t)}{\partial t}. \quad (34)$$

Usando-se (19), obtêm-se:

$$\nabla^2 \mathbf{B} = \mu_0 \in \frac{\partial^2 \mathbf{B}(\mathbf{r}, t)}{\partial t^2}. \quad (35)$$

Que também é a equação da onda, cuja solução é:

$$\mathbf{B} = \mathbf{B}_0 \text{Re} \left\{ e^{i(\vec{k} \cdot \mathbf{r} - \omega t)} \right\}. \quad (36)$$

A relação entre o comprimento de onda e o vetor número de onda é:

$$|\mathbf{k}| = \frac{2\pi}{\lambda}. \quad (37)$$

Ao retornar para a equação (17)  $\nabla \cdot \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = 0$ , com a informação de (27)  $\mathbf{E} = \mathbf{E}_0 \text{Re} \left\{ e^{i(\vec{k} \cdot \mathbf{r} - \omega t)} \right\}$ , para obter a relação:

$$\nabla \cdot \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \nabla \cdot \mathbf{E}_0 \text{Re} \left\{ e^{i(\vec{k} \cdot \mathbf{r} - \omega t)} \right\} = i\mathbf{k} \cdot \mathbf{E}(\mathbf{r}, t). \quad (38)$$

Pela equação de Maxwell (17) sabe-se que esta relação deve ser nula.

$$i\mathbf{k} \cdot \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = 0. \quad (39)$$

Assim, pelas propriedades do produto escalar, sabe-se que o vetor de onda e o campo elétrico devem ser perpendiculares entre si.

Tomando o rotacional do campo elétrico:

$$\nabla \times \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \begin{pmatrix} \frac{\partial}{\partial x} \\ \frac{\partial}{\partial y} \\ \frac{\partial}{\partial z} \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} E_{0x} \\ E_{0y} \\ E_{0z} \end{pmatrix} \text{Re} \left\{ e^{i(\vec{k} \cdot \mathbf{r} - \omega t)} \right\} = \begin{pmatrix} ik_y E_{0z} & ik_z E_{0y} \\ ik_z E_{0x} & ik_x E_{0z} \\ ik_x E_{0y} & ik_y E_{0x} \end{pmatrix} \text{Re} \left\{ e^{i(\vec{k} \cdot \mathbf{r} - \omega t)} \right\}. \quad (40)$$

Que pode ser reescrita de forma compacta como:

$$\nabla \times \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \begin{pmatrix} ik_x \\ ik_y \\ ik_z \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} E_{0x} \\ E_{0y} \\ E_{0z} \end{pmatrix} \text{Re} \left\{ e^{i(\vec{k}\cdot\mathbf{r} - \omega t)} \right\} = i\mathbf{k} \times \mathbf{E}(\mathbf{r}, t). \quad (41)$$

Pela equação de Maxwell (19) que esta relação é igual a derivada temporal negativa do campo magnético, que é:

$$-\frac{\partial \mathbf{B}(\mathbf{r}, t)}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial t} \mathbf{B}_0 \text{Re} \left\{ e^{i(\vec{k}\cdot\mathbf{r} - \omega t)} \right\} = i\omega \mathbf{B}(\mathbf{r}, t). \quad (42)$$

Assim, igualando (42) a (43):

$$\mathbf{k} \times \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \omega \mathbf{B}(\mathbf{r}, t). \quad (43)$$

Que por consequência das propriedades do produto vetorial, dá a informação de que o campo  $\mathbf{B}(\mathbf{r}, t)$  é simultaneamente perpendicular ao campo  $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t)$  e ao vetor  $\mathbf{k}$ . Assim, estes três vetores formam um conjunto de vetores ortogonais.

**Figura 10- Ortogonalidade dos vetores.**

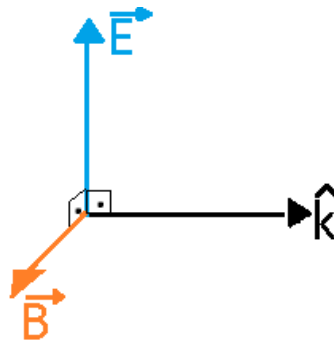


Figura 10: Representação dos vetores número de onda, campo elétrico e campo magnético; Percebe-se que estes são ortogonais entre si. Fonte: Própria.

A partir de (43) e com base que  $\omega = kv$  pode-se isolar o campo magnético:

$$\mathbf{B}(\mathbf{r}, t) = \frac{\mathbf{k} \times \mathbf{E}(\mathbf{r}, t)}{kv}. \quad (44)$$

E denotando  $\hat{\mathbf{k}}$  como o versor número de onda se pode escrever então:

$$\mathbf{B}(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{v} \hat{\mathbf{k}} \times \mathbf{E}(\mathbf{r}, t). \quad (45)$$

## 2.2 Reflexão e refração de ondas eletromagnéticas em interface de meios dielétrico-dielétrico.

Na propagação de uma onda eletromagnética monocromática por um meio dielétrico são respeitadas as equações de Maxwell como visto anteriormente. Na passagem da onda de um meio dielétrico para outro também dielétrico há a ocorrência de fenômenos importantes que

serão descritos com a base matemática da seção anterior. Além disso, há certas condições de contorno que a onda eletromagnética propagante precisa respeitar.

Considera-se uma onda eletromagnética monocromática que se propaga em um meio dielétrico (meio 1) e incide sobre uma superfície de separação entre dois meios ambos dielétricos. A esta onda chama-se de incidente e pode ser descrita pelos campos:

$$\mathbf{E}_I = \mathbf{E}_{0I} \text{Re} \left\{ e^{i(\vec{k}_I \cdot \mathbf{r} - \omega t)} \right\}. \quad (46)$$

$$\mathbf{B}_I = \mathbf{B}_{0I} \text{Re} \left\{ e^{i(\vec{k}_I \cdot \mathbf{r} - \omega t)} \right\}. \quad (47)$$

Tal onda incide pela esquerda, conforme figura, com um ângulo  $\theta_I$  na superfície que separa os meios, dando origem a uma onda refletida que também pode ser descrita na forma:

$$\mathbf{E}_R = \mathbf{E}_{0R} \text{Re} \left\{ e^{i(\vec{k}_R \cdot \mathbf{r} - \omega t)} \right\}. \quad (48)$$

$$\mathbf{B}_R = \mathbf{B}_{0R} \text{Re} \left\{ e^{i(\vec{k}_R \cdot \mathbf{r} - \omega t)} \right\}. \quad (49)$$

Que se propaga no mesmo meio que a onda incidente com um ângulo  $\theta_R$

E uma onda transmitida (pelo meio 2):

$$\mathbf{E}_T = \mathbf{E}_{0T} \text{Re} \left\{ e^{i(\vec{k}_T \cdot \mathbf{r} - \omega t)} \right\}. \quad (50)$$

$$\mathbf{B}_T = \mathbf{B}_{0T} \text{Re} \left\{ e^{i(\vec{k}_T \cdot \mathbf{r} - \omega t)} \right\}. \quad (51)$$

Que se propaga no segundo meio dielétrico sob um ângulo  $\theta_T$ .

Como as três ondas possuem a mesma frequência, então:

$$k_I v_I = k_T v_T = k_R v_I = \omega. \quad (53)$$

Assim,

$$k_I = k_R = \frac{v_2}{v_1} k_T = \frac{n_1}{n_2} k_T. \quad (54)$$

Na interface de separação entre os meios, devem ser obedecidas determinadas condições de contorno que são baseadas em princípios termodinâmicos e são elas:

$$\epsilon_1 \mathbf{E}_1^\perp - \epsilon_2 \mathbf{E}_2^\perp = 0, \quad (55)$$

$$\mathbf{E}_1^{\parallel} - \mathbf{E}_2^{\parallel} = 0, \quad (56)$$

$$\mathbf{B}_1^{\perp} - \mathbf{B}_2^{\perp} = 0, \quad (57)$$

$$\frac{1}{\mu_1} \mathbf{B}_1^{\parallel} - \frac{1}{\mu_2} \mathbf{B}_2^{\parallel} = 0. \quad (58)$$

Onde  $\mathbf{E}_1$  e  $\mathbf{B}_2$  são os campos elétrico e magnético no meio 1 e 2 respectivamente;  $\parallel$  denota campo paralelo à direção de propagação e  $\perp$  denota campo perpendicular à direção de propagação. Ou seja:

$$\mathbf{E}_1 = \mathbf{E}_I + \mathbf{E}_R, \quad (59)$$

$$\mathbf{B}_1 = \mathbf{B}_I + \mathbf{B}_R. \quad (60)$$

Definindo-se os ângulos de incidência, reflexão e transmissão:

**Figura 11- Definição dos ângulos.**

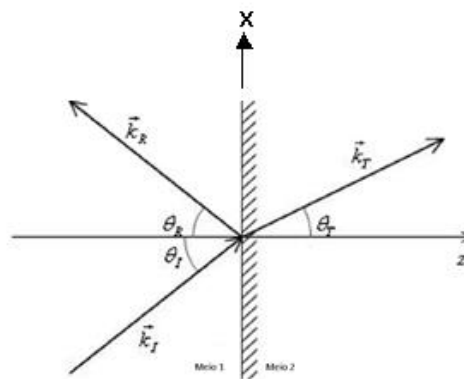


Figura 11: Definição dos ângulos de refração, incidência e transmissão em relação ao eixo z. Fonte: retirada de (Griffiths, 2011) com modificações.

Observa-se ainda que no plano de incidência ( $z=0$ ) para quaisquer valores de  $x$  e  $y$  devemos, devido ao fato dos três campos (refletido, incidente e transmitido) estarem em um mesmo ponto do espaço, ter que:

$$\mathbf{E}_1 = \mathbf{E}_2 . \quad (61)$$

Ou escrevendo de outra forma:

$$\mathbf{E}_I + \mathbf{E}_R = \mathbf{E}_T . \quad (62)$$

Abrindo as expressões:

$$\mathbf{E}_{0I} \text{Re} \left\{ e^{i(\vec{k}_I \cdot \vec{r} - \omega t)} \right\} + \mathbf{E}_{0R} \text{Re} \left\{ e^{i(\vec{k}_R \cdot \vec{r} - \omega t)} \right\} = \mathbf{E}_{0T} \text{Re} \left\{ e^{i(\vec{k}_T \cdot \vec{r} - \omega t)} \right\} . \quad (63)$$

Como a expressão (63) deve ser válida para qualquer ponto do plano  $z=0$ , então há a implicação de que as exponenciais devem ser iguais. Portanto:

$$\mathbf{k}_I \cdot \mathbf{r} = \mathbf{k}_R \cdot \mathbf{r} = \mathbf{k}_T \cdot \mathbf{r} . \quad (64)$$

Que é válida para  $z=0$ .

Realizando o produto escalar e aplicando  $z=0$  se tem:

$$xk_{Ix} + yk_{Iy} = xk_{Rx} + yk_{Ry} = xk_{Tx} + yk_{Ty} . \quad (65)$$

De onde, por ser válida para todos os pontos no plano x-y, conclui-se que:

$$\begin{cases} k_{Ix} = k_{Rx} = k_{Tx} \\ k_{Iy} = k_{Ry} = k_{Ty} \end{cases} . \quad (66)$$

Escolhe-se um sistema de coordenadas onde  $k_{Iy} = 0$ . Então por (67)  $k_{Ry} = 0$  e  $k_{Ty} = 0$

Pode-se reescrever a segunda parte de (66) conforme:

$$k_I \sin \theta_I = k_R \sin \theta_R = k_T \sin \theta_T . \quad (67)$$

Como  $k_I = k_R$  então:

$$\theta_I = \theta_R . \quad (68)$$

Ou seja, a lei da reflexão é obedecida na presente construção.

Além disso, como  $k_I = n_1 \frac{\omega}{c}$  e  $k_T = n_2 \frac{\omega}{c}$  então de (67):

$$n_1 \sin \theta_I = n_2 \sin \theta_T , \quad (69)$$

o que demonstra que a lei de Snell também está sendo satisfeita na construção.

Apresenta-se outras propriedades importantes para as ondas.

A densidade de energia armazenada no campo elétrico e magnético é:

$$u = \frac{1}{2} \left( \epsilon E^2 + \frac{1}{\mu} B^2 \right) . \quad (70)$$

O fluxo de energia (vetor de Poynting) é dado por:

$$\mathbf{S} = \frac{1}{\mu} (\mathbf{E} \times \mathbf{B}) . \quad (71)$$

Assim, usando-se as expressões (27) e (36)

$$\mathbf{S} = v \in E_0^2 \cos^2(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \omega t) \hat{\mathbf{k}} = v u \hat{\mathbf{k}} . \quad (72)$$

Define-se a irradiância como:

$$I = \langle S \rangle . \quad (73)$$

A irradiância média medida é então:

$$I = \frac{1}{2} \in v E_0^2 . \quad (74)$$

Observa-se que as expressões acima valem para as ondas incidente, transmitida e refletida. Assim, pode-se definir em termo das irradiâncias os coeficientes de reflexão, transmissão, respectivamente:

$$R = \frac{I_R}{I_I} , \quad (75)$$

$$T = \frac{I_T}{I_I} . \quad (76)$$

Os quais devem obedecer a seguinte lei de conservação:

$$R + T = 1 . \quad (77)$$

É também possível a dedução de relações para a amplitude das ondas incidente, transmitida e refletida, conhecidas como relações de Fresnel (Apêndice A).

### 2.3 Onda evanescente

A relação de Snell (69) pode ser reescrita conforme:

$$\sin \theta_T = \frac{\sin \theta_I}{n} . \quad (78)$$

Onde

$$n = \frac{n_2}{n_1} . \quad (79)$$

Se a onda incidente passa para um meio com menor índice de refração, então pode, a partir de determinado ângulo, ocorrer o fenômeno de reflexão total, em que não há onda transmitida.

Tal ângulo limite é dado por:

$$\sin \theta_I \geq n . \quad (80)$$

Porém, ao se permitir que  $\theta_T$  possa ser complexo, surge então o fenômeno de onda evanescente. Neste caso  $\theta_T$  não mais representa um ângulo geométrico mas sim como uma ferramenta algébrica.

Ao ser usada a identidade:

$$\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1 . \quad (81)$$

Então (78) pode ser reescrita como:

$$\cos \theta_T = \pm i \sqrt{\frac{\sin^2 \theta_I}{n^2} - 1} . \quad (82)$$

Assim, se ocorrer a reflexão total, (82) se mantêm sendo uma equação complexa (pois  $n < 1$ ). Se não ocorre a reflexão total, (82) torna-se real.

Fazendo o produto escalar dos campos e usando a escolha de coordenadas anteriormente definidas obtêm-se:

$$\mathbf{k}_T \cdot \mathbf{r} = k_T (\sin \theta_T x + \cos \theta_T z) \cdot (x\hat{x} + y\hat{y} + z\hat{z}) . \quad (83)$$

Usando (78) e (82):

$$\mathbf{k}_T \cdot \mathbf{r} = k_T x \frac{\sin \theta_I}{n} \pm i k_T z \sqrt{\frac{\sin^2 \theta_I}{n^2} - 1} . \quad (84)$$

Definindo-se novas variáveis:

$$\eta = k_T \frac{\sin \theta_I}{n} , \quad (85)$$

$$\kappa = k_t \sqrt{\frac{\sin^2 \theta_I}{n^2} - 1} . \quad (86)$$

Então (84) fica de forma compacta:

$$\mathbf{k}_T \cdot \mathbf{r} = x\eta \pm iz\kappa . \quad (87)$$

Ao ser colocado o produto (87) na equação do campo elétrico transmitido (50), obtêm-se:

$$\mathbf{E}_T = \mathbf{E}_{0T} \text{Re}\{e^{i(x\eta \pm iz\kappa - \omega t)}\} . \quad (88)$$

Que pode ser matematicamente desenvolvida em:



$$\mathbf{E}_T = \mathbf{E}_{0T} e^{\mp z\kappa} \operatorname{Re}\{e^{i(x\eta - \omega t)}\}. \quad (89)$$

Porém, a parte  $e^{+z\kappa}$  geraria um campo infinito a medida que  $z$  aumentaria deliberadamente. Portanto, por conservação de energia os sinais inferiores devem ser descartados por não representarem o fenômeno físico. Assim:

$$\mathbf{E}_T = \mathbf{E}_{0T} e^{-z\kappa} \operatorname{Re}\{e^{i(x\eta - \omega t)}\}. \quad (90)$$

E os coeficientes de Fresnel podem ser escritos (ver apêndice A) usando (78),(79),(82):

$$E_R^{\parallel} = \frac{n^2 \cos \theta_I - i\sqrt{\sin^2 \theta_I - n^2}}{n^2 \cos \theta_I + i\sqrt{\sin^2 \theta_I - n^2}} E_I^{\parallel}, \quad (91)$$

$$E_R^{\perp} = \frac{\cos \theta_I - i\sqrt{\sin^2 \theta_I - n^2}}{\cos \theta_I + i\sqrt{\sin^2 \theta_I - n^2}} E_I^{\perp}, \quad (92)$$

$$E_T^{\parallel} = \frac{2n \cos \theta_I}{n^2 \cos \theta_I + i\sqrt{\sin^2 \theta_I - n^2}} E_I^{\parallel}, \quad (93)$$

$$E_T^{\perp} = \frac{2 \cos \theta_I}{\cos \theta_I + i\sqrt{\sin^2 \theta_I - n^2}} E_I^{\perp}. \quad (94)$$

Voltando-se a fórmula (74)  $I = \frac{1}{2} \in v E_0^2$ , vê-se que a irradiância depende do módulo da amplitude do campo elétrico. Tomando-se o módulo de (91) e (92):

$$|E_R^{\parallel}| = |E_I^{\parallel}|, \quad (95)$$

$$|E_R^{\perp}| = |E_I^{\perp}|. \quad (96)$$

$$\text{Pois } \left| \frac{n^2 \cos \theta_I - i\sqrt{\sin^2 \theta_I - n^2}}{n^2 \cos \theta_I + i\sqrt{\sin^2 \theta_I - n^2}} \right| = 1.$$

Portanto, a intensidade da onda refletida é igual a intensidade da onda incidente. Assim, não deveria de ter uma onda sendo transmitida por (77). A presente contradição se deve ao fato de que foi feita a suposição de que ambas as ondas, transmitida e refletida, estão emergindo do mesmo ponto na interface. A afirmação precedente não é necessariamente verdade, uma vez que as ondas podem emergir de pontos diferentes. Efeito este conhecido como deslocamento de Goos-Hänchen (Hänchen, 1949).

Reescrevendo (90) com o uso da fórmula de Euler:

$$e^{i\theta} = \cos \theta + i \sin \theta . \quad (97)$$

Obtêm-se:

$$\mathbf{E}_T = \mathbf{E}_{0T} e^{-z\kappa} \cos(x\eta - \omega t) . \quad (98)$$

Se a onda incidente for particularizada para uma onda polarizada na direção  $\hat{y}$  então (98) pode ser simplificada em:

$$\mathbf{E}_T = E_{0T} e^{-z\kappa} \cos(x\eta - \omega t) \hat{y} . \quad (99)$$

Geometricamente, tem-se que:

$$\mathbf{k}_T = \sin \theta_T \hat{x} + \cos \theta_T \hat{y} . \quad (100)$$

Como  $\sin \theta_T = \frac{\eta c}{\omega n_2}$  e  $\cos \theta_T = \frac{\kappa c}{\omega n_2}$  então:

$$\mathbf{k}_T = \frac{\eta c}{\omega n_2} \hat{x} + \frac{\kappa c}{\omega n_2} \hat{y} \quad (101)$$

Realizando-se o produto vetorial (45) acha-se o campo magnético:

$$\mathbf{B}_T = \frac{1}{\omega} E_{0T} e^{-\kappa z} [\cos(x\eta - \omega t) \eta \hat{z} + \sin(x\eta - \omega t) \kappa \hat{x}] . \quad (102)$$

Assim, (99) mostra que há um campo elétrico apontando na direção  $\hat{y}$  cuja amplitude decai exponencialmente com o aumento de  $z$ , ou seja, a medida que se entra no segundo meio onde o campo elétrico não deveria existir pelo fenômeno de reflexão total. A equação (102) também demonstra a existência de um campo magnético cuja amplitude também decai exponencialmente a medida que se adentra ao segundo meio. Tais campos que decaem exponencialmente e são frutos de uma reflexão total frustrada são ditos campos evanescentes. Como tais campos só existem na proximidade da interface onde o fenômeno ocorre e não podem ser percebidos a grandes distâncias da mesma, também são chamados de campos próximos pois só são relevantes na proximidade da fonte de onde emergem (interface).

Tomando-se o vetor de Poynting (72):

$$\mathbf{S} = \frac{1}{\mu_0 \omega} E_{0T}^2 e^{-2\kappa z} [\eta \cos^2(x\eta - \omega t) \hat{x} - \kappa \sin(x\eta - \omega t) \cos(x\eta - \omega t) \hat{z}] . \quad (103)$$

Para o cálculo da Irradiância (73) é necessário tomar a média de  $\vec{\mathbf{S}}$ . Assim como:

$$\langle \cos^2(x\eta - \omega t) \rangle = \frac{1}{2} . \quad (104)$$

E

$$\langle \sin(x\eta - \omega t) \cos(x\eta - \omega t) \rangle = 0 . \quad (105)$$

Então:

$$\langle \mathbf{S} \rangle = \frac{E_{0T}^2 \eta e^{-2\kappa z}}{2\mu_0 \omega} \hat{\mathbf{x}}. \quad (106)$$

Ou seja, só há fluxo de energia na direção de  $\hat{\mathbf{x}}$ .

Vale ressaltar que o presente desenvolvimento é válido para a reflexão total quando uma interface separa dois meios, mas também é válido em qualquer sistema onde ocorra reflexão total. Assim, como proposto por Synge, uma onda eletromagnética que sofre reflexão total por uma abertura de diâmetro menor que o comprimento de onda, também deve gerar um campo evanescente que se propaga nas proximidades da abertura.

#### 2.4 Aplicação na microscopia óptica de campo próximo.

O fenômeno de campo próximo possui aplicação imediata e direta na microscopia óptica por luz de campo próximo (ver tabela 1). Também chamada de NSOM (Near-field Scanning Optical Microscope) é uma técnica que usa as propriedades das ondas evanescentes para quebrar o limite de Abbe (Davidson, 2019) e investigar a nanoestrutura dos materiais.

Como visto na seção anterior, a reflexão total da luz que se propaga em um meio em uma interface dielétrico-dielétrico gera o fenômeno de campo evanescente que, por ser um fenômeno de relevância apenas na proximidade da superfície refletora, recebe o nome de campo próximo.

Usa-se inicialmente uma fibra óptica para propagar a luz através dela. Já que esta é um meio dielétrico e portanto o desenvolvimento anterior é válido para ela. Propaga-se através dela um laser por este ter frequência e polarização bem definida (Siegman, 1986), tornando assim possível o efeito desejado.

**Figura 12- Propagação de laser em fibra óptica.**

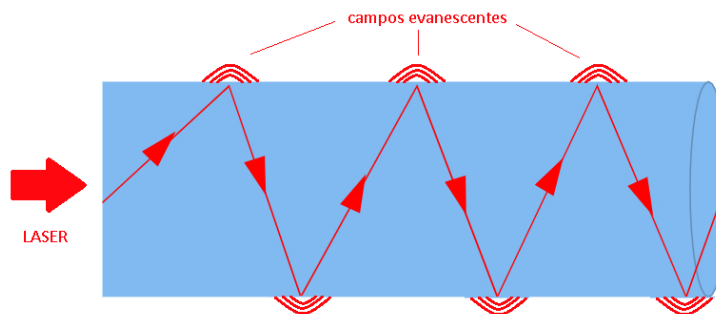


Figura 12: Propagação de um laser através de fibra óptica. Note que o laser sofre inúmeros processos de reflexão total e, portanto, surgem inúmeros campos evanescentes na região externa ao núcleo, no interior da casca.

Fonte: Própria.

Inicialmente, desgasta-se a ponta da fibra óptica através de um processo de desbaste eletroquímico ou por método de aquecimento e estiramento (Duarte, 2009). Com este processo, é possível criar uma fibra óptica cuja ponta possua a espessura de alguns nanômetros (geralmente 50 nm-20nm), bem menor do que o comprimento de onda da luz que se propaga através dela. Ou seja, é uma nanoponteira. Quanto menor for a espessura da ponta, melhor será a resolução da técnica visto que o campo próximo se concentra na extremidade da mesma e, portanto, está relacionado com a dimensão do objeto que propagará o campo.

**Figura 13- Fibra óptica após processo eletroquímico.**

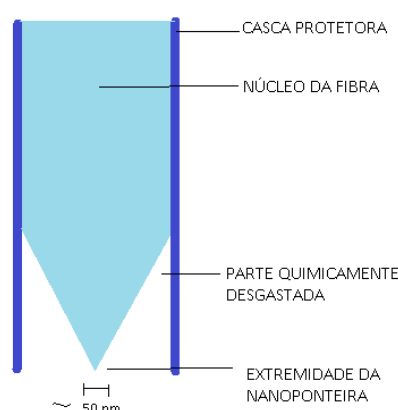


Figura 13- Nanoponteira resultante de fibra óptica que sofreu processo eletroquímico. O resultado é um ponta de dimensões nanométricas. Fonte: Própria.

Ao se transportar a luz através da fibra óptica com a espessura maior que o comprimento de onda da luz transportada, a luz sofre inúmeras reflexões totais dentro das paredes da fibra, como visto na figura 14, propagando-se até sua extremidade. Neste regime os campos são propagantes seus campos elétrico e magnético podem ser descritos pela equação (45) em uma guia de onda. Na medida em que a extremidade da fibra tem seu diâmetro reduzido para além do comprimento de onda da luz usada, a propagação não é mais possível e a luz deve sofrer uma reflexão total na extremidade (Nussenzweig, 2014).

Porém, como visto anteriormente, sempre que há a reflexão total em meios dielétricos-dielétricos, também há campos evanescentes, cujo campo elétrico pode ser descrito por (99) e magnético por (102), e que continua a se propagar pela ponta da fibra com amplitudes que decaem exponencialmente na medida em que estes se afastam do ponto onde houve a reflexão total.

**Figura 14- Propagação de um laser em uma nanoponteira.**

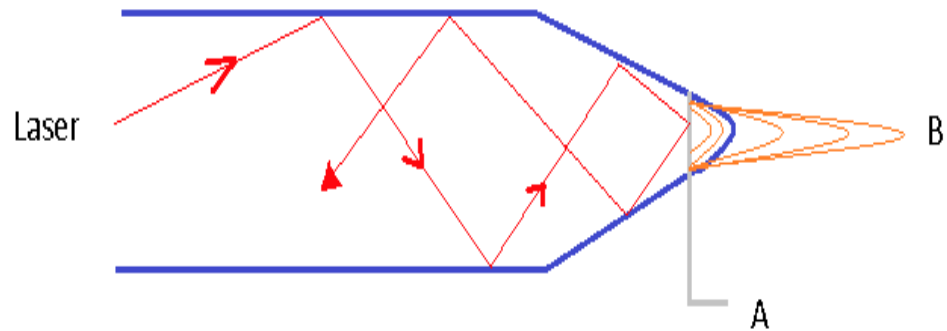


Figura 14- forma como o laser se propaga pela nanoponteira. A- Região em que o diâmetro da fibra óptica torna-se menor do que a luz propagante e, portanto, a luz deve sofrer uma reflexão total. B- Campo evanescente oriundo da reflexão total.

Se um objeto ou estrutura, no caso da microscopia um grupo de átomos, se aproxima da extremidade da nanoponteira o suficiente (na ordem de 5nm) para que o campo elétrico evanescente seja intenso na região e este objeto responde opticamente à luz, então é possível que a luz continue a se propagar através do objeto. Ou seja, o campo evanescente ao encontrar um objeto tornou-se um campo propagante (Novotny & Hecht, Principles of nano-optics, 2006) e volta a obedecer as equações (A.1) e (A.2). Tal fenômeno é denominado acoplamento e equivale, analogamente, ao efeito de tunelamento de elétrons por um potencial em mecânica quântica.

**Figura 15- Esquema de acoplamento do campo próximo.**

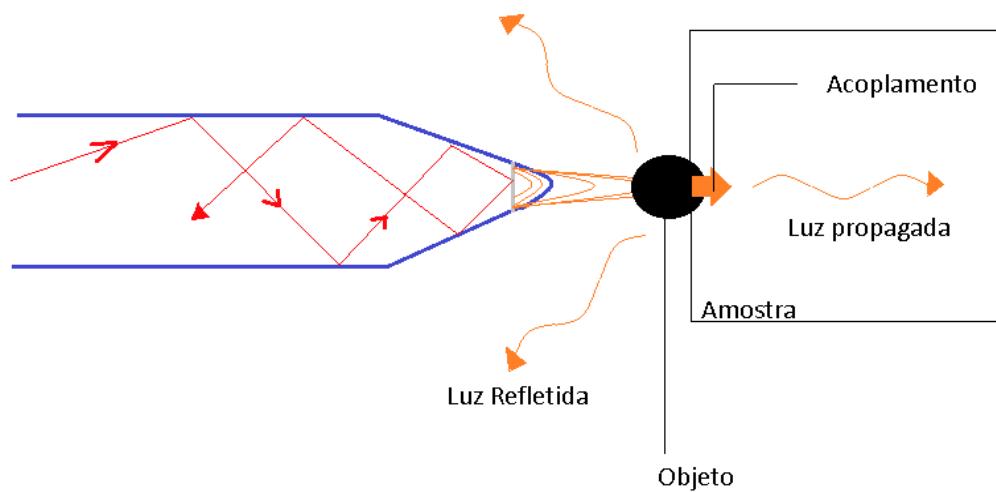


Figura 15- Acoplamento do campo próximo através da amostra ao ser aproximada uma estrutura do mesmo. Há a presença de luz refletida, transmitida e uma porção de luz que não acoplou. Fonte: Própria.

Podem ser feitas então diversas coletas de dados sobre o ponto analisado: o sinal da luz transmitida através da amostra; o sinal da luz refletida pela amostra ou ainda o sinal da luz que não se propagou pelo material, ou seja, sofreu reflexão total dentro da fibra óptica, dentre outros. Tais sinais devem obedecer os coeficientes de Fresnel demonstrados anteriormente (91)-(94). Com estas medidas, faz-se uma estimativa da resposta do meio ao sinal óptico.

**Figura 16- Modos de operação da nanoponteira de fibra-óptica.**

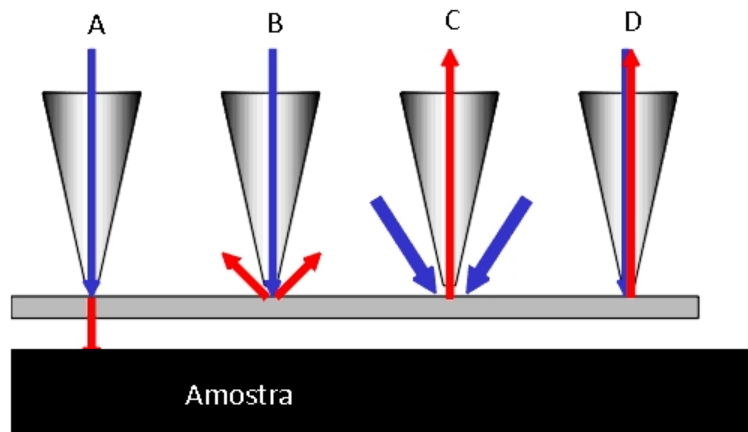


Figura 16- Diferentes modos de coleta de dados usando-se a nanoponteira de fibra-óptica. A- Modo que recolhe a porção de luz transmitida para a amostra; B- Modo que recolhe a porção de luz espalhada pela amostra; C- Modo de iluminação da amostra por fonte externa e captura de luz espalhada pela amostra; D- Modo de captura da luz não acoplada pela amostra. Fonte: retirada de (Nanonics Imaging, 2019) com modificações.

Através de uma varredura de diversos pontos da amostra, consegue-se mapear a mesma quanto a sua resposta ao sinal óptico, formando-se assim uma imagem da resposta óptica da mesma.

Tal técnica pôde apresentar uma resolução lateral de aproximadamente 20nm e uma resolução vertical de aproximadamente 2-5nm (Dürig, 1986).

Como resultado da técnica, pode-se observar uma exemplificação na figura 17:

**Figura 17- Resultado da técnica na observação de nanocilindros de Silício.**

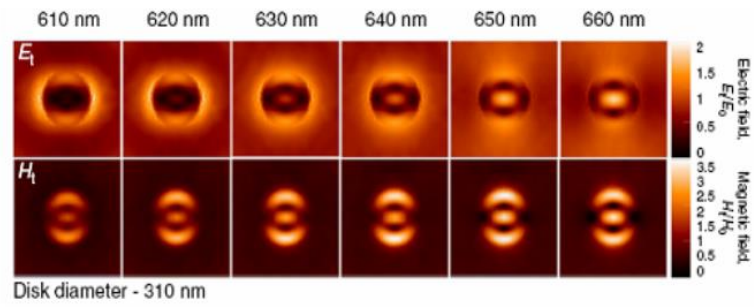


Figura 17- Observação do campo próximo dos nanocilindros de Silício com diâmetro de 310nm e altura variável; Na primeira linha observa-se a intensidade do campo elétrico enquanto na segunda a intensidade do campo magnético (Miroshnichenko, 2015).

## 3 Plásmon de Superfície e NP Metálicas

### 3.1 Plásmons

As vibrações coletivas de um grupo de elétrons livres em um meio metálico recebem o nome de plásmons. Essas vibrações são resultados de excitações realizadas pelo acoplamento de uma onda eletromagnética ao metal. Como ondas eletromagnéticas possuem sua energia quantizada, as vibrações causadas por elas também são quantizadas. Sendo assim, se comportam e transportam energia na forma de quase-partículas (Boyd R., 2003).

As condições de contorno impostas ao problema geram diferentes oscilações dependendo do local onde estas ocorrem: no centro do metal, recebendo o nome de plásmon de volume; na interface do metal com um dielétrico, plásmon de superfície; em estruturas cujo tamanho é menor que o comprimento de onda da luz incidente, plásmon localizado (Boyd R., 2003).

Tal fenômeno pode ser descrito com base no modelo de gás de elétrons livres de Drude e Sommerfeld, fato que será deduzido a seguir com base em (Boyd R., 2003), (Novotny & Hecht, 2012), (Griffiths, 2011). Devido à grande densidade dos portadores de cargas livres, resultando em pequenos intervalos de energia de excitação dos elétrons em comparação com a energia térmica a temperatura ambiente, não é preciso recorrer à mecânica quântica para a descrição do fenômeno. Além disso, pode-se desconsiderar, inicialmente, o efeito dos íons da rede nos elétrons bem como efeitos entre os elétrons para uma simplificação do modelo.

### 3.2 Modelo de Drude-Sommerfeld

Considera-se que um elétron pertencente aos elétrons da superfície do metal, ao ser aplicado um campo elétrico externo na mesma, esteja sob interação de duas forças: A força causada pelo campo elétrico externo e uma força dissipativa relacionada com as colisões aleatórias que ocorrem entre o elétron com outros elementos da rede. Assim, pode-se escrever a seguinte equação diferencial:

$$m_e \frac{\partial^2 \mathbf{r}}{\partial t^2} + m_e \gamma \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial t} = -e\mathbf{E}. \quad (107)$$

Onde  $m$  é a massa do elétron,  $e$  a carga do elétron,  $\mathbf{E}$  o campo elétrico externo aplicado e  $\gamma$  a frequência de oscilação dos elétrons devido às colisões aleatórias e  $\mathbf{r}$  é o distanciamento do elétron da posição de neutralidade.



Se considerarmos que o campo elétrico se comporta como o campo de uma onda eletromagnética, então:

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_0 e^{-i\omega t}. \quad (108)$$

Se for considerada uma solução também oscilatória para a posição do elétron na forma:

$$\mathbf{r} = \mathbf{r}_0 e^{-i\omega t}. \quad (109)$$

Então, pode-se regressar à (107) e obter uma condição para  $x_0$  que é:

$$\mathbf{r}_0 = -\frac{e\mathbf{E}_0}{m_e(\omega^2 + i\omega\gamma)}. \quad (110)$$

Assim, os elétrons oscilam com frequência  $\omega$  e se distanciam  $\mathbf{r}_0$  da posição de equilíbrio. Os elétrons deslocados de suas posições originais geram uma polarização:

$$\mathbf{P} = n\mathbf{p} = -ner. \quad (111)$$

Onde  $\mathbf{p}$  é o momento de dipolo e  $n$  é a densidade do gás de elétrons livres que varia conforme o material em questão.

Por meio do deslocamento elétrico:

$$\mathbf{D} = \epsilon_0 \mathbf{E} + \mathbf{P} = \epsilon_0 \mathbf{E} + \epsilon_0 \chi_e \mathbf{E}. \quad (112)$$

Ou, definindo-se:

$$\epsilon = \epsilon_0 (1 + \chi_e). \quad (113)$$

Onde  $\epsilon_0$  permissividade elétrica do vácuo e  $\chi_e$  a susceptibilidade elétrica.

$$\mathbf{D} = \epsilon \mathbf{E}. \quad (114)$$

Define-se  $\epsilon/\epsilon_0$  como a função dielétrica complexa  $\epsilon$  e também

$$\omega_p = \sqrt{\frac{ne^2}{m_e\epsilon_0}}. \quad (115)$$

Como sendo a frequência angular do plásmo, pode-se voltar a equação (111) e obter a função dielétrica complexa como sendo:

$$\epsilon(\omega) = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2 - i\gamma\omega}. \quad (116)$$

### 3.3 Resultados do Modelo de Drude-Sommerfeld

Por considerar apenas os elétrons livres do metal, o modelo de Drude-Sommerfeld faz uma aproximação drástica ao ponto de só considerar transições eletrônicas de mesma banda, ou seja, não descreve perfeitamente todos os metais. Na verdade, apenas os metais nobres apresentam uma descrição compatível.

A função dielétrica complexa  $\epsilon(\omega)$  pode ser medida experimentalmente. Valores positivos da parte imaginária da mesma estão diretamente ligados à dispersão de energia para o meio. Assim, plásmons poderão ocorrer dependendo do comportamento da função para determinadas frequências. A partir da medição da função dielétrica pode-se obter valores para a frequência angular do plásmon. Esta frequência é o limiar para a existência do plásmon. Ou seja, a frequência máxima da onda eletromagnética que pode ser acoplada ao material e originar um plásmon.

Para o ouro a frequência angular do plásmon é:

$$\omega_p = 1,36 \times 10^{16} \text{ s}^{-1} . \quad (117)$$

O que traduz-se em uma energia de 8,98eV e em um comprimento de onda de 138nm e se encontra no ultravioleta.

**Figura 18- Gráfico da função dielétrica complexa para o ouro.**

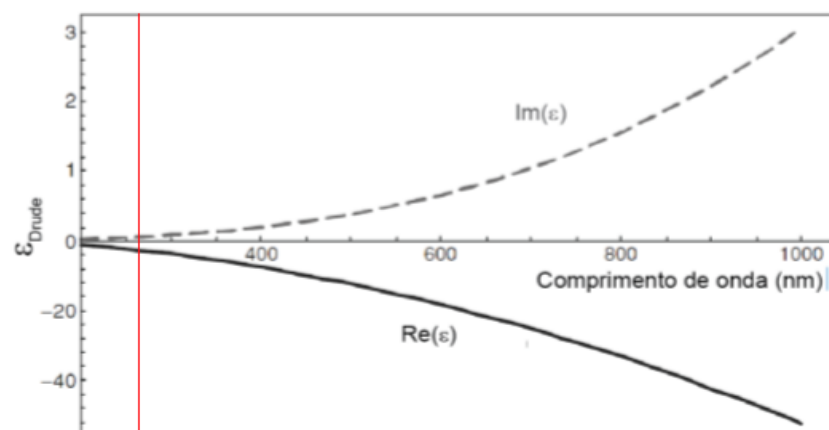


Figura 18- Gráfico da função dielétrica para o ouro com parâmetros  $\hbar\omega_p = 8,95\text{eV}$ ;  $\hbar\gamma=0,658 \text{ eV}$ . Observa-se a parte real (curva sólida) e parte imaginária (curva pontilhada) que a partir de certo ponto atinge a mesma ordem de grandeza que a parte real, tornando assim a propagação impossível. Este ponto é a linha traçada em vermelho, para o qual comprimentos de onda menores que este não podem ser acoplados ao material em forma de oscilações de plasmons. Fonte: (Novotny & Hecht, 2012).

### 3.4 Relação de dispersão dos plásmons de superfície

No caso da propagação de um plásmon de superfície na interface de um metal-dielétrico, chamada polariton de plásmon de superfície (SPP) é possível deduzir uma relação de dispersão que justifica a impossibilidade da direta conversão de fótons em SPP.

Considera-se uma superfície plana metálica com função dielétrica com parte real  $\varepsilon'_1$  e imaginária  $\varepsilon''_1$  :

$$\varepsilon_1(\omega) = \varepsilon'_1 + \varepsilon''_1. \quad (118)$$

Que forma uma interface com um meio dielétrico, com função dielétrica real:

$$\varepsilon_2(\omega). \quad (119)$$

O aparecimento de plásmons de superfície é descrito pelas soluções homogêneas da equação de Helmholtz:

$$\nabla^2 \mathbf{E}(\mathbf{r}, \omega) - \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon(\mathbf{r}, \omega) \mathbf{E}(\mathbf{r}, \omega) = 0. \quad (120)$$

**Figura 19- Interface metal-dielétrico.**

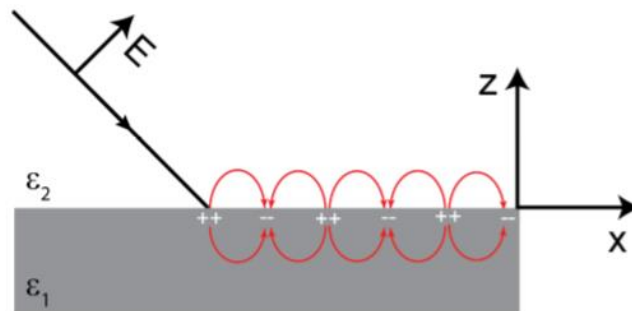


Figura 19- Ilustração da interface metal-dielétrico em  $z=0$  que definirá as condições de contorno para a equação de Helmholtz. Fonte: (Novotny & Hecht, 2012)

Com as condições de contorno em  $z=0$ , ou seja, na interface, dadas por:

$$\begin{cases} \mathbf{E}_{1,x} = \mathbf{E}_{2,x} \\ \varepsilon_1 \mathbf{E}_{1,z} = \varepsilon_2 \mathbf{E}_{2,z} \end{cases}. \quad (121)$$

Assim, como solução de (120), tem-se:

$$\mathbf{E}_j = \begin{pmatrix} \mathbf{E}_{j,x} \\ 0 \\ \mathbf{E}_{j,z} \end{pmatrix} e^{ik_x x - i\omega t} e^{ik_{j,z} z} \quad j = 1, 2. \quad (121)$$

Que ao aplicar-se as condições de contorno (121), levam a valores específicos para as componentes do vetor de onda do SPP:

$$k_{j,z}^2 = \frac{\varepsilon_j^2}{\varepsilon_1 + \varepsilon_2} k^2; \quad j = 1, 2, \quad (122)$$

$$k_x^2 = \frac{\varepsilon_1 \varepsilon_2}{\varepsilon_1 + \varepsilon_2} k^2 = \frac{\varepsilon_1 \varepsilon_2}{\varepsilon_1 + \varepsilon_2} \frac{\omega^2}{c^2}. \quad (123)$$

Que são conhecidas como: Relações de Dispersão. Particularmente, (123) deve ser predominantemente real para que exista a propagação do plásmon de superfície. O que leva às exigências:

$$\varepsilon_1(\omega)\varepsilon_2(\omega) < 0, \quad (124)$$

$$\varepsilon_1(\omega) < -\varepsilon_2(\omega). \quad (125)$$

De (123) pode-se explicitar as partes real e imaginárias da função dielétrica e ainda fazer a aproximação de que a parte real é muito maior, em módulo, que a parte imaginária, para obter um valor do comprimento de onda do plásmon de superfície dado por:

$$\lambda_P = \frac{2\pi}{k_x} \approx \sqrt{\frac{\varepsilon_1' + \varepsilon_2}{\varepsilon_1' \varepsilon_2}} \lambda. \quad (126)$$

Que pode ser representado graficamente ao se usar (116) para a função dielétrica.

**Figura 20- Curva de dispersão e frequência da luz incidente.**

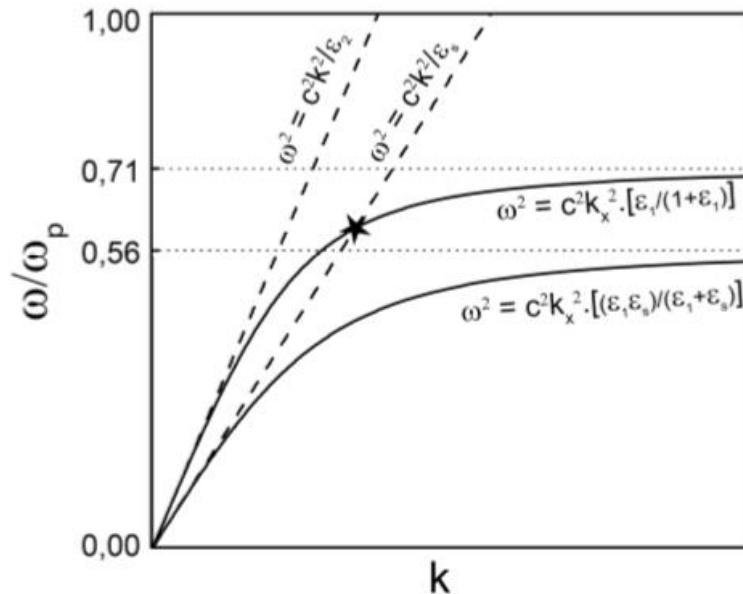


Figura 20- Curva de dispersão do SSP na interface de um metal (ouro- meio 1) e de um material dielétrico (meio s) ou vácuo (meio 2). As retas tracejadas representam a curva de dispersão da luz nos meios s e 2 enquanto as retas pontilhadas horizontais são as assíntotas ou limites de energia para a excitação de SPP; Observa-se que não há interseção da curva de dispersão do SPP com a curva de dispersão da luz incidente para meios iguais, assim, é impossível a direta conversão da luz em plásmons de superfície. Parâmetros:  $\epsilon_2 = 1$ ;  $\epsilon_s = 2,25$ ;  $\hbar\omega_p = 9eV$ . Fonte: (Novotny & Hecht, 2012)

Ou seja, devido às condições (124) e (125), nota-se que o comprimento de onda do plásmon de superfície é sempre menor que o comprimento de onda da luz incidente no vácuo. Logo não há valores em comum do momento da luz incidente com o momento do plásmon de superfície acoplado para quaisquer valores de frequência da luz usada. Como o momento da onda está diretamente ligado a este, nota-se que a conversão direta de luz em plásmon de superfície no vácuo viola a conservação de momento. É necessário então criar mecanismos que forneçam esta diferença de momento, dentre eles se pode citar: grades de difração (que fornece, através da periodicidade da grade o momento necessário) e o prisma de Kretschman (que muda o meio e o ângulo da luz incidente para permitir a existência de valores em comum para os momentos).

### **3.5 Plasmons localizados: aplicação na microscopia de campo próximo com nanoponteiras metálicas de ouro.**

O fato do ouro ser um material onde a frequência limite para o acoplamento de luz, com elétrons livres do metal que geram plásmons, ser superior à frequência da luz visível torna-o aplicável para a microscopia de campo próximo.

Assim, pode-se gerar um plásmon de superfície, com luz visível, próximo a uma nanoponteira metálica de ouro, fazê-lo propagar-se até a extremidade da NP, até o ponto onde a largura dela é inferior ao comprimento de onda do plásmon e permitir que ocorra uma reflexão total do mesmo a partir deste ponto.

Como visto anteriormente, uma reflexão total gera um campo evanescente cuja amplitude decai exponencialmente à medida que este se afasta do ponto de reflexão total. Ainda que com diferente dedução matemática, os campos devem ter comportamentos parecidos com (99) e (102). Tem-se então uma ferramenta para a realização de varreduras de amostras, assim como no caso das nanoponteiras dielétricas.

A aproximação de uma estrutura de átomos à região onde o campo eletromagnético do campo próximo é suficientemente grande pode permitir que o campo se propague para a estrutura. Tal fenômeno é novamente denominado acoplamento e o campo elétrico que acoplou na superfície da amostra continua a se propagar através da mesma também em forma de plásmons de superfície. Este fenômeno também acontece com nanoponteiras de fibra óptica: o campo que propaga-se pela amostra o faz em forma de plásmon de superfície.

Novamente, a região onde o campo elétrico evanescente possui amplitude suficientemente grande para interagir com a amostra é em torno da extremidade da NP e está confinado às dimensões da mesma. Assim, rompe-se o limite de Abbe (1) e permite-se a superação dos limites da luz visível, mantendo-se porém a investigação das propriedades ópticas do material nesta região do espectro.

Uma diferença fundamental entre a propagação de um laser pelo núcleo de uma NP e o uso de plásmons de superfície em uma NP metálica é que estes últimos estão diretamente ligados a topologia da NP. Assim, torna-se complexo descrever o fenômeno matematicamente pois cada estrutura possui formato variado que depende dos fenômenos e parâmetros no momento da sua fabricação. Tornam-se então, fundamentais e de grande valia, valores obtidos experimentalmente.

Um fator topológico que influencia na estabilidade dos plásmons de superfície é a presença de rugosidades na mesma. Rugosidades tornam possível a emissão de um plásmon de

volta para o estado de fóton. O inverso também é válido, o que torna a presença de rugosidades no corpo da ponteira metálica (entre 5 e 30µm da extremidade) uma ferramenta para o acoplamento da luz visível. Essa rugosidade funciona como uma grade de difração e, ao ser incidida sobre ela um laser, permite o acoplamento da luz visível e o surgimento de plámons de superfície, pois a periodicidade da grade de difração fornece à luz incidente a diferença de momento necessária para que haja acoplamento, conforme descrito anteriormente.

**Figura 21- Esquema de acoplamento de um laser em um plásmom de superfície via grade de difração no corpo da nanoponteira.**



Figura 21- Esquema de acoplamento de plásmom de superfície via grade de difração. Observa-se que o laser ao incidir em uma estrutura rugosa no corpo da nanoponteira, que faz o papel de uma grade de difração, acaba originando plásmoms de superfície que se propagam até a extremidade da mesma, onde seu comprimento é menor do que o comprimento de onda do plásmom e que, portanto, está na forma de plásmom localizado. Fonte: Própria.

**Figura 22- Gráfico dos momentos.**

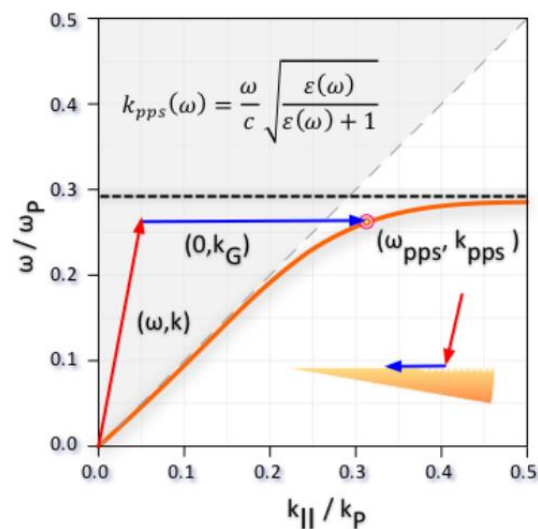


Figura 22- Gráfico dos momentos; Em vermelho, o momento da luz incidente para uma determinada frequência usada; Em laranja, o momento do SPP para diversas frequências de luz incidente; Em azul, a diferença de momento fornecida pela grade de difração no corpo da nanoponteira. Nota-se que a diferença fornecida pela grade de difração é exatamente o valor que permite que o momento da luz incidente passe a coincidir com algum valor possível para o plásmom de superfície; No canto inferior direito, a representação dos momentos ilustrados no corpo da nanoponteira.

**Figura 23- Grade de difração em NP.**

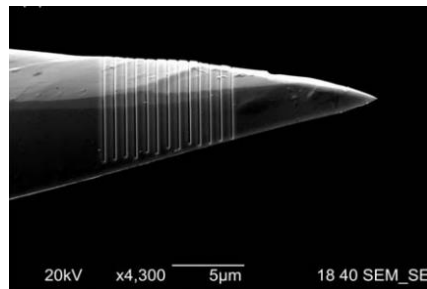


Figura 23- Imagem obtida no FIB de uma grade de difração em uma NP de ouro. Tal estrutura auxilia no acoplamento da luz visível na superfície da NP. Fonte: (Duarte, 2009).

A técnica de acoplar a luz via grades de difração torna possível uma melhora no sistema de microscopia de campo próximo. Ao distanciar-se a fonte de luz (laser), que agora incide na grade de difração no corpo da nanoponteira, do ponto da amostra que terá a informação coletada faz-se uma melhoria no sinal obtido, tornando-o mais limpo com relação à ruídos de iluminação que não sejam via campo próximo.

Outras imperfeições na superfície podem levar ao mesmo efeito, como o recobrimento da NP metálica por um filme fino de outro material fazendo uma interface entre a NP e o meio no qual ela está inserida.

Há outros métodos para tornar possível o acoplamento fóton-plasmon, dentre eles: espalhamento de elétrons de baixa energia, uso de prisma (prisma coupling ou configuração do prisma de Kretschman), uso de uma lente objetiva com abertura numérica alta, e excitação de um plasmon por um campo próximo (forma como o campo elétrico acopla na superfície da amostra).



**Figura 24- Configuração do Prisma de Kretschman.**

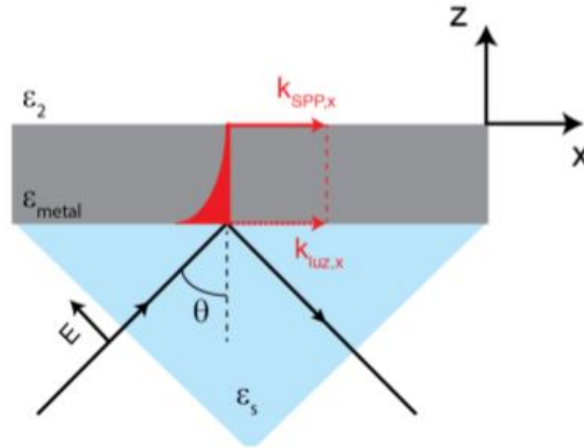


Figura 24- Excitação do SPP através do prisma de Kretschman; Geralmente usada para excitar SPP em filmes finos metálicos que forma uma interface com um meio dielétrico e vácuo. Nesta configuração o filme deve ser fino o suficiente para que a onda evanescente na direção vertical tenha intensidade suficiente para excitar o plásmon na interface oposta; Nota-se que se a onda eletromagnética vier do meio s com maior constante dielétrica, ela terá o mesmo vetor de onda que o SPP na superfície do filme fino na interface do meio 2 (vácuo), para uma determinada energia específica. Para que esta energia coincida, é alterado o ângulo de incidência da luz  $\theta$ , o que muda o valor de  $k_x$  da luz incidente até que haja a coincidência de valores, ou seja, uma intercessão de linhas (figura 22). Fonte: (Novotny & Hecht, 2012)

## 4 Conclusões

Conclui-se que as aplicações de nanoponteiras na investigação do mundo nanométrico é vasta e revolucionária pois permite a superação do limite de Abbe (1), que limita a observação nos microscópios ópticos, e mesmo assim permite que propriedades ópticas, na luz visível, dos materiais sejam investigadas. Porém tem-se uma nova limitação: é necessária a investigação da amostra região por região para, só então, ser possível a formação de uma imagem completa. Ou seja, é necessário agora que se faça uma microscopia de varredura.

Dentre os diversos possíveis usos de uma NP na investigação de uma amostra destaca-se a microscopia de campo próximo. Esta por sua vez pode ser feita via NP's dielétricas ou metálicas.

Tais técnicas obtiveram um limite de resolução de  $\lambda/20$  o que supera o limite até então obtido pelos microscópios ópticos mantendo as propriedades de investigação do mesmo.

As NP's dielétricas são formadas a partir do desbaste eletroquímico de um núcleo de fibra óptica (método drop-off) (Ren, Picardi, & Pettinger, 2004) ou via aquecimento-estiramento. O campo próximo formado em sua extremidade é originário da reflexão total de um laser que propagou-se em seu núcleo. Esta, inclusive, é a grande vantagem do uso delas: a propagação de um laser pelo núcleo afasta a fonte de iluminação de luz visível do ponto de coleta da amostra, tornando a imagem final relativamente limpa quanto a ruídos externos. Usa-se delas principalmente quando interessa apenas a resposta óptica da superfície analisada. Uma vez que, por ser dielétrico, há ausência de cargas livres na superfície da mesma, fato que já não ocorre com as NP's metálicas.

Já as NP's metálicas apresentam a vantagem de ser mais fácil a construção de estruturas menores, devido a maleabilidade do metal. As técnicas (drop-off) tem gerado estruturas com menos de 50nm. Também é possível a criação de estruturas com um único átomo na extremidade ao usar-se feixe de íons focalizados.

Além disso, NP's metálicas conseguem amplificar o campo gerado na extremidade de forma mais efetiva devido à presença de cargas livres na superfície do condutor (efeito de pontas). Em contrapartida, a resposta do sinal quando aproximada a amostra também leva em

conta a interação entre cargas da NP e da amostra, ou seja, não se tem mais uma resposta puramente óptica.

## Referências

- Abramowitz, M., & Davidson, M. W. (2019). *Optical Microscopy Primer*. Fonte: Molecular Expressions: <https://micro.magnet.fsu.edu/primer/techniques/fluorescence/troubleshoot.html>
- Anderson, M. S. (may de 2000). Locally enhanced Raman spectroscopy with an atomic force microscope (AFM-TERS). *Applied Physics Letters*. 76, p. 3130.
- Bardell, D. (may de 2004). The Invention of the Microscope. *The biologist's forum* 75, pp. 78-84.
- Born, M., & Wolf, E. (1999). *Principles of optics: electromagnetic theory of propagation, interference and diffraction of light*. 7<sup>th</sup>. (expanded) edition. Cambridge, Massachusetts: Cambridge at the University Press.
- Boyd R., W. (2003). *Nonlinear Optics*. New York: Academic Press.
- Cançado, L. G. (2006). Raman Spectroscopy of Nanographites. *Tese de doutorado- Raman Spectroscopy of Nanographites*. Belo Horizonte, MG, Brasil: UFMG.
- Cordeiro, M. A., & Leite, E. R. (junho de 2015). Estudo da sinterização de nanopartículas por microscopia eletrônica de transmissão in situ. *Cerâmica, São Paulo*, v. 61, n. 358, p. 269-275.
- D. Song, F. W. (2008). Direct Measurement of the Lifetime of Optical Phonons in Single-Walled Carbon Nanotubes. *Phys. Rev. Lett.* 100, 225503.1-225503.4.
- D. W. Pohl, W. D. (1984). Optical stethoscopy: Image recording with resolution. *Appl. Phys. Lett.* 44, pp. 651-653.
- Davidson, M. W. (2019). *Resolution*. Fonte: microscopyu: <https://www.microscopyu.com/microscopy-basics/resolution>
- Dedavid, B., Costa, E., & Ferreira, C. (2002). A Study of Precipitates Formation in AA380.0 Aluminum Alloys Modified by The Addition of Magnesium. *J.of Thermal Analysis and Calorimetry*, v. 4, pp. 473-480.
- Dreamstime. (30 de Outubro de 2019). *MICROSCOPIA*. Fonte: pt.dreamstime: <https://pt.dreamstime.com/microscopia-confocal-de-pilhas-do-fibroblasto-image122633666>
- Duarte, A. S. (2009). *Fabricação e Caracterização de Nanoponteiros Metálicas para Microscopia Óptica de Campo Próximo*. Fonte: <https://www.lume.ufrgs.br/>.
- Dürig, U. (1986). Near-field optical scanning microscopy. *J. Appl. Phys.* 59, p. 3318.
- E. A. Ash, G. N. (1972). Super-resolution aperture scanning microscope. *Nature* 237, pp. 510-513.
- Goldstein, J. (1992). *Scanning Electron Microscopy and X-ray Microanalysis – A Textbook for Biologist, Materials Scientists and Geologists*. New York: Plenum Press.

- Griffiths, D. J. (2011). *Eletrodinâmica*. 3.ed. São Paulo. São Paulo: SP: Pearson.
- Halliday, D., Resnick, R., & Walker, J. (2012). *Fundamento da Física - volume 04. 9 edição*. Rio de Janeiro: LTC.
- Halliday, D., Resnick, R., & Walker, J. (2008). *Fundamentos de física. 8. ed. vol.4*. Rio de Janeiro: LTC.
- Hänchen, F. G. (1949). Neumessung des strahlversetzungseffektes bei totalreflexion. *Annalen der Physik*, pp. 440(3-5):251–252.
- Hartschuh, A. (2008). Tip-Enhanced Near-Field Optical Microscopy. *Angew. Chem. Int. Ed.*, pp. 8178-8191.
- Jackson, J. D. (1962). *Classical Electrodynamics*. New York: John Wiley e Sons.
- John R. Reitz, F. J. (1982). *Fundamentos da Teoria Eletromagnética*. São Paulo: Campus.
- Kestenbac, H., & W.J., B. F. (1994). *Microscopia eletrônica transmissão e varredura*. São Paulo: ABM.
- Knoll, M. (1935). *Aufladepotential und Sekundäremission elektronenbestrahlter Körper*. Z Tech. Phys.
- Krieg, E. &. (1996). *Microbiologia: conceitos e aplicações. Vol.1, 2ª ed*. São Paulo: Makron Books.
- L. Novotny, S. J. (2006). Near-Field Optical Microscopy and Spectroscopy with Pointed Probes. *Ann. Rev. Phys. Chem.* 57, 303-331.
- Landskron, B. K. (2014). *Supercapacitive swing adsorption of carbon dioxide*. Fonte: <https://www.semanticscholar.org/>: <https://www.semanticscholar.org/paper/Supercapacitive-swing-adsorption-of-carbon-dioxide.-Kokoszka-Jarrah/2e5e1c01cd8b0daaf9c88d67fcf4bcdcae0f65d5#citing-papers>
- M. Cardona, P. Y. (1996). *Fundamentals of Semiconductors: Physics and Material properties*. Berlin: Springer.
- Massey, G. A. (1984). Microscopy and pattern generation with scanned evanescent waves. *Appl. Opt.*, pp. 659-660.
- Miroshnichenko, A. E. (2015). Nature Communications 6. p. 8069.
- Nanonics Imaging. (2019). *NSOM (SNOM)- An Overview*. Fonte: <https://www.nanonics.co.il/nsom-navigation/a-brief-history-and-simple-description-of-nsom-snom-technology>
- Novotny, L. (2011). From near-field optics to optical antennas. *Phys. Today* 64, pp. 47-52.
- Novotny, L., & Hecht, B. (2006). *Principles of nano-optics*. New York: Cambridge University.
- Novotny, L., & Hecht, B. (2012). *Principles of nano-optics, Second edition*. Cambridge: Cambridge University Press.
- Nussenzveig, H. M. (2014). *Curso de Física Básica - Ótica, Relatividade, Física Quântica*. blucher.
- Peruzzo, F. M., & Canto, E. L. (1998). *Química na Abordagem do Cotidiano Vol.1*. São Paulo/SP: Ed. Moderna.

- Ren, B., Picardi, G., & Pettinger, B. (2004). Preparation of Gold Tips Suitable for Tip-Enhanced Raman Spectroscopy and Light Emission by Electrochemical Etching. *Review of Scientific Instruments* vol. 75, pp. 837-841.
- Robert, H. (1995). *Micrografía y algunas descripciones fisiológicas de los cuerpos diminutos realizadas con cristales de aumento con observaciones y disquisiciones sobre ellas*. Barcelona: Círculo de lectores.
- Ruska, E. (8 de December de 1986). *The Development of the electron microscope* . Fonte: nobelprize.org: <https://www.nobelprize.org/uploads/2018/06/ruska-lecture.pdf>
- Siegman, A. E. (1986). *Lasers*. University Science Books.
- Stefanaki, B. V.-C. (2008). Electron Microscopy: The Basics, based on the lecture of Dr. Konstantinos Giannakopoulos. Em B. V.-C. Stefanaki, *Electron Microscopy: The Basics, based on the lecture of Dr. Konstantinos Giannakopoulos*. Physics of Advanced Materials Winter School.
- Synge, E. H. (1928). A suggested model for extending microscopic resolution into the ultramicroscopic region. *Phil. Mag.* 6, pp. 356-362.
- Wessel, J. (1985). Surface-enhanced optical microscopy. *J. Opt. Soc. Am. B* 2, pp. 1538-1540.
- Wikimedia. (30 de Outubro de 2019). *MICROSCÓPIO*. Fonte: WIKIPÈDIA: a enciclopédia livre: [https://pt.wikipedia.org/wiki/Microsc%C3%B3pio\\_%C3%B3ptico#/media/Ficheiro:Microsc%C3%B3pio.png](https://pt.wikipedia.org/wiki/Microsc%C3%B3pio_%C3%B3ptico#/media/Ficheiro:Microsc%C3%B3pio.png)
- Williams, D. B. (2009). *Transmission Electron Microscopy*. Boston: Springer.
- Zworykin, V., Hiller, J., & Snyder, R. (1942). ASTM Bulletin.n. 15. *ASTM Bulletin.n. 15*, p. 117.

## Apêndice A

### Material Complementar

#### A.1 Coeficientes ou Relações de Fresnel

As relações de Fresnel relacionam as amplitudes das ondas incidente, transmitida e refletida. Ao fazermos a decomposição dos campos em componentes perpendiculares e paralelas temos:

**Figura A.1- Decomposição dos campos elétricos.**

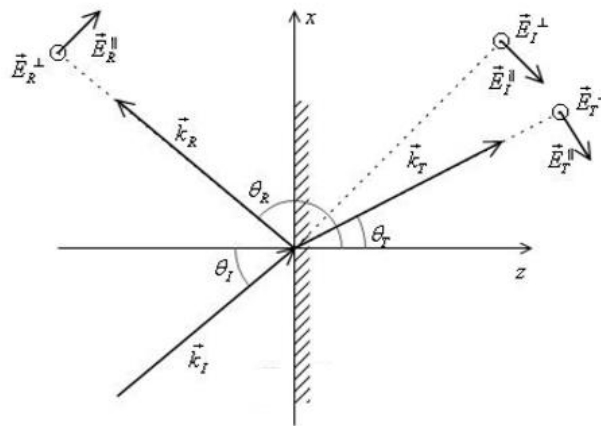


Figura 13: Decomposição dos campos elétricos incidente, transmitido e refletido em componentes paralelas e perpendiculares. Fonte: retirada de (Griffiths, 2011) com modificações.

As componentes do campo elétrico incidente nas direções  $x$ ,  $y$  e  $z$  em função das componentes perpendicular e paralela, por construção geométrica, são:

$$\begin{cases} E_{Ix} = -E_I^{\parallel} \cos \theta_I \operatorname{Re}\{e^{i(\vec{k}_I \cdot \vec{r} - \omega t)}\} \\ E_{Iy} = E_I^{\perp} \operatorname{Re}\{e^{i(\vec{k}_I \cdot \vec{r} - \omega t)}\} \\ E_{Iz} = E_I^{\parallel} \sin \theta_I \operatorname{Re}\{e^{i(\vec{k}_I \cdot \vec{r} - \omega t)}\} \end{cases} \quad (\text{A.1})$$

Para se obter as relações para o campo magnético, basta usar a relação (47) e obter:

$$\begin{cases} B_{Ix} = -\sqrt{\mu_0 \epsilon_1} E_I^{\perp} \cos \theta_I \operatorname{Re}\{e^{i(\vec{k}_I \cdot \vec{r} - \omega t)}\} \\ B_{Iy} = -\sqrt{\mu_0 \epsilon_1} E_I^{\parallel} \operatorname{Re}\{e^{i(\vec{k}_I \cdot \vec{r} - \omega t)}\} \\ B_{Iz} = \sqrt{\mu_0 \epsilon_1} E_I^{\perp} \sin \theta_I \operatorname{Re}\{e^{i(\vec{k}_I \cdot \vec{r} - \omega t)}\} \end{cases} \quad (\text{A.2})$$

Para a onda refletida, obtêm-se com a mesma construção:

$$\begin{cases} E_{Rx} = -E_R^{\parallel} \cos \theta_R \operatorname{Re}\{e^{i(\vec{k}_R \cdot \vec{r} - \omega t)}\} \\ E_{Ry} = E_R^{\perp} \operatorname{Re}\{e^{i(\vec{k}_R \cdot \vec{r} - \omega t)}\} \\ E_{Rz} = E_R^{\parallel} \sin \theta_R \operatorname{Re}\{e^{i(\vec{k}_R \cdot \vec{r} - \omega t)}\} \end{cases}, \quad (\text{A.3})$$

$$\begin{cases} B_{Rx} = -\sqrt{\mu_0 \epsilon_1} E_R^{\perp} \cos \theta_R \operatorname{Re}\{e^{i(\vec{k}_R \cdot \vec{r} - \omega t)}\} \\ B_{Ry} = -\sqrt{\mu_0 \epsilon_1} E_R^{\parallel} \operatorname{Re}\{e^{i(\vec{k}_R \cdot \vec{r} - \omega t)}\} \\ B_{Rz} = \sqrt{\mu_0 \epsilon_1} E_R^{\perp} \sin \theta_R \operatorname{Re}\{e^{i(\vec{k}_R \cdot \vec{r} - \omega t)}\} \end{cases}. \quad (\text{A.4})$$

E para a onda transmitida:

$$\begin{cases} E_{Tx} = -E_T^{\parallel} \cos \theta_T \operatorname{Re}\{e^{i(\vec{k}_T \cdot \vec{r} - \omega t)}\} \\ E_{Ty} = E_T^{\perp} \operatorname{Re}\{e^{i(\vec{k}_T \cdot \vec{r} - \omega t)}\} \\ E_{Tz} = E_T^{\parallel} \sin \theta_T \operatorname{Re}\{e^{i(\vec{k}_T \cdot \vec{r} - \omega t)}\} \end{cases}, \quad (\text{A.5})$$

$$\begin{cases} B_{Tx} = -\sqrt{\mu_0 \epsilon_2} E_T^{\perp} \cos \theta_T \operatorname{Re}\{e^{i(\vec{k}_T \cdot \vec{r} - \omega t)}\} \\ B_{Ty} = -\sqrt{\mu_0 \epsilon_2} E_T^{\parallel} \operatorname{Re}\{e^{i(\vec{k}_T \cdot \vec{r} - \omega t)}\} \\ B_{Tz} = \sqrt{\mu_0 \epsilon_2} E_T^{\perp} \sin \theta_T \operatorname{Re}\{e^{i(\vec{k}_T \cdot \vec{r} - \omega t)}\} \end{cases}. \quad (\text{A.6})$$

As condições de contorno (56) e (58) aplicam-se aos campos paralelos a direção de propagação. Assim, delas se deduz que:

$$E_{Ix} + E_{Rx} = E_{Tx}, \quad (\text{A.7})$$

$$E_{Iy} + E_{Ry} = E_{Ty}, \quad (\text{A.8})$$

$$B_{Ix} + B_{Iy} = B_{Tx}, \quad (\text{A.9})$$

$$B_{Iy} + B_{Ry} = B_{Ty}. \quad (\text{A.10})$$

Notando-se que no ponto  $z=0$ , pelo fato de que as três ondas estão concentradas em um único ponto, então elas devem ter o mesmo  $\hat{\mathbf{k}}$  bem como o mesmo  $\vec{r}$  e o mesmo  $\omega$ . Assim sendo, as partes exponenciais das equações (A.7)-(A.10) são iguais e portanto podem ser simplificadas.

Usando-se também o fato geométrico de que:

$$\cos \theta_R = -\cos \theta_I. \quad (\text{A.11})$$

Podemos reescreve-las com o uso das equações (78)-(83) como:

$$\cos \theta_I (E_I^{\parallel} - E_R^{\parallel}) = E_T^{\parallel} \cos \theta_T, \quad (\text{A.12})$$

$$E_I^{\perp} + E_R^{\perp} = E_T^{\perp}, \quad (\text{A.13})$$

$$\sqrt{\epsilon_1} \cos \theta_I (E_I^\perp - E_R^\perp) = \sqrt{\epsilon_2} E_T^\perp \cos \theta_T, \quad (\text{A.14})$$

$$\sqrt{\epsilon_1} (E_I^\parallel + E_R^\parallel) = \sqrt{\epsilon_2} E_T^\parallel. \quad (\text{A.15})$$

Com o uso destas, isolamos as componentes paralelas e perpendiculares dos campos transmitidos e refletidos, bem como com o auxílio de (33):

$$E_T^\parallel = \frac{2n_1 \cos \theta_I}{n_2 \cos \theta_I + n_1 \cos \theta_T} E_I^\parallel, \quad (\text{A.16})$$

$$E_T^\perp = \frac{2n_1 \cos \theta_I}{n_1 \cos \theta_I + n_2 \cos \theta_T} E_I^\perp, \quad (\text{A.15})$$

$$E_R^\parallel = \frac{n_2 \cos \theta_I - n_1 \cos \theta_T}{n_2 \cos \theta_I + n_1 \cos \theta_T} E_I^\parallel, \quad (\text{A.17})$$

$$E_R^\perp = \frac{n_1 \cos \theta_I - n_2 \cos \theta_T}{n_1 \cos \theta_I + n_2 \cos \theta_T} E_I^\perp. \quad (\text{A.18})$$

Os coeficientes (A.16)-(A.18) são conhecidos como as equações de Fresnel e dão as componentes perpendiculares e paralelas a direção de propagação dos campos elétricos transmitidos e refletidos em função dos ângulos de transmissão e reflexão bem como dos índices de refração dos meios.





