

**UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL  
FACULDADE DE CIÊNCIAS ECONÔMICAS  
DEPARTAMENTO DE ECONOMIA E RELAÇÕES INTERNACIONAIS**

**GIORDANO BRESSAN RIBEIRO**

**JOGO DA CENTOPEIA: UM ESTUDO EMPÍRICO**

**Porto Alegre**

**2019**

**GIORDANO BRESSAN RIBEIRO**

**JOGO DA CENTOPEIA: UM ESTUDO EMPÍRICO**

Trabalho de conclusão submetido ao curso de graduação em Ciências Econômicas da UFRGS, como requisito parcial para obtenção do título de Bacharel em Economia.

Orientador: Prof. Dr. Sabino da Silva Porto Júnior

**Porto Alegre  
2019**

### CIP - Catalogação na Publicação

Ribeiro, Giordano Bressan  
Jogo da Centopeia: Um Estudo Empírico. / Giordano  
Bressan Ribeiro. -- 2019.  
42 f.  
Orientador: Sabino da Silva Porto Júnior.

Trabalho de conclusão de curso (Graduação) --  
Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Faculdade  
de Ciências Econômicas, Curso de Ciências Econômicas,  
Porto Alegre, BR-RS, 2019.

1. Teoria dos Jogos. 2. Jogo da Centopeia. I.  
Júnior, Sabino da Silva Porto, orient. II. Título.

**GIORDANO BRESSAN RIBEIRO**

**JOGO DA CENTOPEIA: UM ESTUDO EMPÍRICO**

Trabalho de conclusão submetido ao curso de graduação em Ciências Econômicas da UFRGS, como requisito parcial para obtenção do título de Bacharel em Economia.

Aprovado em: Porto Alegre, \_\_\_\_ de \_\_\_\_\_ de 2019.

**BANCA EXAMINADORA:**

Prof. Dr. Sabino da Silva Porto Júnior – Orientador

Universidade Federal do Rio Grande do Sul – UFRGS

Prof. Dr. Marcelo de Carvalho Griebeler

Universidade Federal do Rio Grande do Sul – UFRGS

Prof. Dr. Hudson da Silva Torrent

Universidade do Rio Grande do Sul – UFRGS

*“The art of asking questions is more  
valuable than solving problems.”*

*Georg Cantor*

## RESUMO

O objetivo do trabalho é verificar empiricamente, recriando o experimento de McKelvey e Palfrey (1992), se os indivíduos, ao se depararem com a estrutura sequencial do jogo da centopeia, apresentam comportamento consistente com o Equilíbrio de Nash Perfeito em Subjogos (ENPS). As hipóteses levantadas nessa pesquisa são as de que a conformação com o equilíbrio será baixa e de que a probabilidade implícita com que os participantes jogam “Tomar” (T) no primeiro nóculo será maior nas últimas rodadas quando comparadas às primeiras. Consistente com o experimento de 1992, os resultados apresentados permitem-nos não rejeitar ambas as hipóteses levantadas.

**Palavras-chave:** Teoria dos jogos; Economia Experimental; Jogo da Centopeia.

## ABSTRACT

This paper aims to empirically verify, recreating the experiment of McKelvey and Palfrey (1992), if individuals, when faced with the sequential centipede game, show behavior consistent with the Subgame Perfect Nash Equilibrium (SPNE). The hypothesis argued in this paper are that few participants conform to the SPNE and that the implicit probability of playing “Take” (T) in the first node increases in the late play when compared to early play. Consistently with the 1992 experiment, the results presented here allows us to not reject both hypothesis.

**Key-words:** Game Theory; Experimental Economics; Centipede Game.

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1: Jogo da Centopeia com quatro nódulos.....	17
Figura 2: Jogo da Centopeia de seis nódulos.....	17
Figura 3: Jogo da Centopeia na forma extensiva com doze nódulos.....	19
Figura 4: Jogo da Centopeia na forma normal reduzida.....	19
Figura 5: Jogo da Centopeia com três jogadores e nove nódulos.....	24
Figura 6: Média aritmética móvel da probabilidade de jogar T a cada jogo (Experimento 1 – Seções 1 – 4).....	26
Figura 7: Jogo da Centopeia de quatro nódulos utilizado no experimento.....	29



## LISTA DE TABELAS

Tabela 1: Tabela de Jogadas com os respectivos payoffs.....	28
Tabela 2: Metodologia do Experimento – Resumo.....	29
Tabela 3: Frequência de observações a cada nóculo.....	31
Tabela 4: Probabilidade Implícita de jogar T no $i$ -ésimo nóculo dado que esse nóculo foi alcançado.....	32
Tabela 5: Comparação entre probabilidade dos jogos iniciais e finais da seção 1.....	33
Tabela 6: Comparação entre probabilidade dos jogos iniciais e finais da seção 2.....	33
Tabela 7: Entrega da Tabela de Payoffs.....	39
Tabela 8: Tabela do Experimento.....	42

## SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO.....	11
2. BREVE INTRODUÇÃO À TEORIA DOS JOGOS.....	13
3. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA.....	16
4. METODOLOGIA.....	28
5. RESULTADOS E ESTATÍSTICA DESCRITIVA.....	31
6. CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	34
REFERÊNCIAS.....	35
APÊNDICE A.....	38
APÊNDICE B.....	42

## 1. Introdução

A economia comportamental tem apresentado um campo de pesquisa promissor. Richard Thaler, ganhador do Prêmio de Ciências Econômicas em Memória de Alfred Nobel de 2017, foi responsável por desenvolver aplicações na área, as quais ele chamou de “empurrões” (*Nudges*). Segundo Thaler “(...) detalhes pequenos e aparentemente insignificantes podem ter um impacto enorme no comportamento das pessoas” (THALER, 2008, p. 3). Mesmo a ordem em que o *buffet* é organizado ou a arquitetura de um site podem facilitar ou dificultar nossas decisões. Como, portanto, não há design “neutro”, a ideia dos pequenos empurrões corresponde a uma tentativa de ajudar em escolhas difíceis ou facilitar essas decisões.

Outros exemplos, como inscrições em programas de doação de órgãos até a padronização das escolhas do sistema de saúde norte-americano, mostram a força e o alcance que essa disciplina desempenha na mudança de atitude dos indivíduos a um custo extremamente baixo. Essas ideias foram tão bem aceitas que o governo britânico criou a chamada *Nudge Unit*, na tentativa de aplicá-las à sociedade inglesa. No *front* teórico, a notoriedade deriva dos resultados conjuntos obtidos por meio da interdisciplinaridade entre economia e psicologia, uma parceria que gerou novas ideias a respeito do comportamento individual e coletivo nas decisões econômicas, como, por exemplo, a noção de que, no cenário de decisão sob risco, a função valor apresenta “(...) características côncava para ganhos e convexa para perdas, sendo mais inclinada na última parte” (KAHNEMAN e TVERSKY, 1979, p. 279), ou seja, indivíduos preferem evitar perdas a adquirir ganhos quando confrontados com decisões incertas. Esse conceito, chamado de *Aversão à Perda*, aliado aos estudos sobre vieses traduzem alguns dos principais resultados da disciplina.

Essas contribuições de economia comportamental na área de teoria dos jogos têm motivado estudos a respeito de jogos de coordenação em que emoções possuem papel central na escolha dos agentes, frente à derrocada de um governo ditatorial (LITTLE, 2017), ou a respeito de como as preocupações que temos com a verdade, e também com a opinião pública, podem criar uma desconexão entre nosso comportamento e nossas crenças (ALDAMA et al., 2019). Além disso, motivaram também avaliações empíricas a

respeito de estruturas conceituais, como é o caso do jogo da centopeia, em que dois participantes, alternadamente, jogam passar (P) ou tomar (T) para tentar maximizar seu payoff. É, portanto, dentro desse contexto que o presente trabalho se apresenta.

O objetivo deste trabalho é verificar empiricamente, recriando o experimento de McKelvey e Palfrey (1992), se os indivíduos, ao se depararem com a estrutura sequencial do jogo da centopeia, apresentam comportamento consistente com o Equilíbrio de Nash Perfeito em Subjogos (ENPS), ou seja, com a predição de que os jogadores terminam o jogo no primeiro movimento possível e, caso isso não ocorra, se apresentam comportamento convergente a tal equilíbrio. A literatura experimental, como McKelvey e Palfrey (1992), Nagel e Tang (1998) e Levitt et al. (2011), mostra que, quando os participantes são estudantes, a conformação ao equilíbrio proposto é baixa (sendo 0,5% o pior resultado). Por outro lado, como mostra Palacios-Huerta e Volij (2009) em seu artigo *Field Centipede*, grupos seletos de jogadores podem adequar-se quase que perfeitamente à predição feita pela teoria econômica.

As hipóteses levantadas nessa pesquisa são as que seguem: a primeira hipótese é de que a conformação com o equilíbrio será baixa, em especial se indivíduos chamados “altruístas” participarem do jogo. Como segunda hipótese, uma vez que o jogo será repetido dez vezes por cada participante, argumenta-se que a probabilidade implícita com que os participantes jogam “Tomar” (T) no primeiro nóculo será maior nas últimas rodadas quando comparadas às primeiras, ou seja, haverá maior convergência para o equilíbrio quando compararmos as probabilidades dos jogos de 6 a 10 com os de 1 a 5.

Uma vez que esse estudo corresponde à recriação de experimentos anteriores, sua natureza é relevante ao acrescentar novas informações e evidências à literatura existente, de modo a fortalecer, assim, os laços entre teoria e prática, e a permitir-nos, comunidade científica e sociedade, um lampejo no modo como os indivíduos escolhem e, caso as decisões sejam difíceis, nada como proporcioná-las com um leve “empurrão”.

## 2. Breve Introdução à Teoria dos Jogos

Este capítulo apresenta uma série de conceitos pertinentes à teoria dos jogos e que, posteriormente, foram utilizados para analisarmos a literatura referente ao jogo da centopeia e seus desdobramentos.<sup>1</sup>

Em primeiro lugar, apresentamos um jogo *representado na forma normal* ( $\Gamma_N$ ), constituída de três elementos: um conjunto finito de  $N$  jogadores ( $I$ ), um conjunto de estratégias<sup>2</sup> ( $S_i$ ) para cada um dos  $i$  jogadores e uma função de utilidade  $u_i$  que mapeia o vetor de estratégia dos  $N$  jogadores, descrito por  $(s_1, \dots, s_N)$ , em um número real. De modo formal, essa representação corresponde a  $\Gamma_N = [I, \{S_i\}, \{u_i\}]$ .

Quando nos referimos a um *jogo representado na forma extensiva* ( $\Gamma_E$ ), ele corresponde a um conjunto de oito elementos:

- I. Um conjunto finito de nódulos ( $\mathcal{X}$ ), um conjunto finito de possíveis ações ( $\mathcal{A}$ ) e um conjunto finito de  $N$  jogadores;
- II. Uma função  $p: \mathcal{X} \rightarrow \{\mathcal{X} \cup \emptyset\}$ , especificando o predecessor de todo nódulo  $x \in \mathcal{X}$ . O valor  $p(x)$  é não vazio para todo  $x \in \mathcal{X}$  à exceção de um nódulo, chamado de *nódulo inicial* ( $x_0$ ). O conjunto de nódulos terminais é  $T$ ;
- III. Uma função  $\alpha: \mathcal{X} \setminus \{x_0\} \rightarrow \mathcal{A}$ , atribuindo uma ação que leva de algum nódulo não inicial até seu predecessor  $p(x)$ ;
- IV. Uma coleção de conjuntos de informação  $\mathcal{I}$  e uma função  $H: \mathcal{X} \rightarrow \mathcal{I}$ , mapeando que, para cada nódulo  $x \in \mathcal{X}$ , há um conjunto de informação  $H(x) \in \mathcal{I}$ ;

---

<sup>1</sup> Toda exposição subsequente é baseada em MAS-COLLEL, Andreu; WHINSTON, Michael Dennis; GREEN, Jerry. **Microeconomic Theory**. Nova York, Oxford University Press, 1995.

<sup>2</sup> Uma estratégia, como apresentada na primeira definição, corresponde a um conjunto de planos de contingência, ou seja, uma regra que determina qual será a ação do jogador em qualquer circunstância com a qual ele se depare.

- V. Uma função  $\iota: \Phi \rightarrow I$ , atribuindo um conjunto de informação ao jogador que toma a ação no nóculo de decisão do conjunto;
- VI. Uma coleção de funções de payoff  $u = \{u_1, \dots, u_N\}$ , mapeando utilidade para os jogadores em cada nóculo terminal que pode ser alcançado,  $u_i: T \rightarrow \mathbb{R}$ .

Formalmente, é representado como  $\Gamma_E = [\mathcal{X}, \Phi, p(\cdot), \alpha(\cdot), \Phi, H(\cdot), \iota(\cdot), u]$ .

O conceito de informação está diretamente relacionado à estrutura do jogo, seja na forma normal ou extensiva, de modo que podemos separar  $\Gamma_N$  e  $\Gamma_E$  em jogos de informação perfeita ou de informação imperfeita. Portanto, um jogo pode ser considerado de *informação perfeita* quando cada conjunto de informação contém apenas um nóculo de decisão, ou seja, se tomarmos dois nósculos de decisão diferentes, teremos conjuntos de informação, associados a esses nósculos, diferentes. Se existir algum conjunto de informação que possua mais de um nóculo de decisão, o jogo é classificado como de informação imperfeita.

Da mesma forma, podemos separar  $\Gamma_N$  e  $\Gamma_E$  em jogos de informação completa e incompleta. Um jogo que apresente *informação completa* admite que ambos os jogadores sabem a realização da função de payoff do adversário, além de toda a informação relevante para o jogo. Por outro lado, um jogo de *informação incompleta* é definido residualmente, ou seja, ocorrendo se algum dos jogadores não souber a realização da função payoff dos adversários ou não souber alguma informação relevante do jogo. Tendo estabelecido os diversos tipos de informação presentes em um jogo na forma normal ou extensiva, podemos nos debruçar sobre os conceitos-solução utilizados.

O conceito com maior apelo, e mais utilizado nas aplicações econômicas de teoria dos jogos, corresponde ao equilíbrio de Nash. Formalmente, temos que um vetor de estratégias  $s = (s_1, \dots, s_N)$  constitui um *equilíbrio de Nash* do jogo  $\Gamma_N = [I, \{S_i\}, \{u_i\}]$  se, para todo  $i = 1, \dots, I$ , temos que:  $u_i(s_i, s_{-i}) \geq u_i(s_i', s_{-i})$ , para todo  $s_i' \in S_i$ . Isso significa que, para todas as estratégias  $s_i'$ , do jogador  $i$ ,  $s_i$  retorna um payoff maior, dada as jogadas dos adversários. Significa que “*each player’s strategy choice is a best response to the strategies actually played by his rivals*”<sup>3</sup> (MAS-COLLEL, 1995, p. 246, grifo do autor).

---

<sup>3</sup> A escolha da estratégia de cada jogador é uma melhor resposta às estratégias realmente jogadas pelos seus rivais.

O jogo que será apresentado posteriormente utiliza um refinamento do conceito de equilíbrio de Nash. Antes de introduzirmos esse refinamento, é necessário discorrer, rapidamente, a respeito do seguinte conceito: um *subjogo* de um jogo na forma extensiva  $\Gamma_E$  é um subconjunto do jogo que apresenta as seguintes propriedades:

- I. Ele possui um conjunto de informação contendo um único nóculo, todos os nósculos de decisão que são sucessores desse nóculo e somente esses nósculos;
- II. Se o nóculo de decisão  $x$  pertence ao subjogo, então todo  $x' \in H(x)$  também pertence ao subjogo (sendo  $H(x)$  é o conjunto de informação que contém  $x$ ).

Na posse desse conceito, podemos introduzir a ideia de que: um vetor de estratégias  $\sigma = (\sigma_1, \dots, \sigma_I)$  em um jogo na forma extensiva ( $\Gamma_E$ ) com  $I$ -jogadores é um *equilíbrio de Nash perfeito em subjogos* (ENPS), se ele induz um equilíbrio de Nash em cada subjogo de  $\Gamma_E$ . Nesse caso, cada subjogo pode ser tratado como um jogo isolado, e, conseqüentemente, o equilíbrio de Nash se aplica a cada um desses subjogos.

Temos, por fim, as ideias intimamente conectadas do procedimento de indução retroativa e do conceito de conhecimento comum de racionalidade. *Indução retroativa* pode ser descrita como o procedimento de escolher uma ação que maximiza o payoff do jogador  $i$ , quando todos os jogadores maximizam seu próprio payoff em todos os nósculos de informação. A hipótese de *conhecimento comum de racionalidade* corresponde ao fato de que todos os jogadores são racionais, todos sabem que todos os jogadores são racionais e assim *ad infinitum*.<sup>4</sup>

---

<sup>4</sup> As definições de indução retroativa e conhecimento comum de racionalidade foram retiradas do artigo *Backward Induction and Common Knowledge of Rationality* (AUMANN, 1995).

### 3. Revisão Bibliográfica

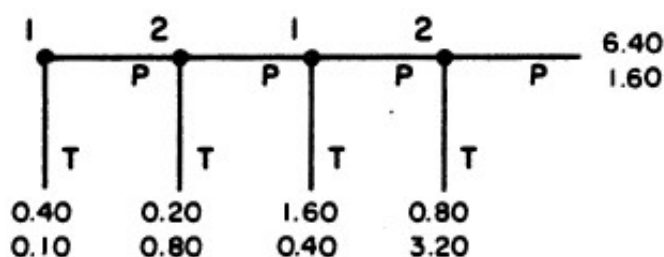
Na literatura pertinente à teoria dos jogos, existem diversos artigos que tratam a respeito das discrepâncias entre argumentos teóricos e experiências empíricas, ocupando uma área de destaque, como ilustrado por Selten (1974) e Kreps (1995). De modo particular, os autores têm se debruçado sobre o jogo da centopeia, outro pequeno tesouro do conjunto de controvérsias da teoria dos jogos (GOEREE e HOLT, 2001), por seu caráter pouco intuitivo, pela dissociação entre predição teórica e comportamento prático, e por causa da discussão a respeito do fracasso do sistema preditivo convencional e seus refinamentos (GARCÍA-POLA et al., 2017).

O jogo da centopeia foi introduzido na literatura de teoria dos jogos por Rosenthal (1981) e estudado por Aumann (1992, 1995), Binmore (1996), entre outros pesquisadores (KREPS e WILSON, 1982; MILGROM e ROBERTS, 1982). Em sua forma tradicional, dois jogadores competem em um jogo extensivo (dinâmico) de informação completa e perfeita, escolhendo entre duas pilhas de dinheiro que crescem exponencialmente, sendo a pilha maior sempre pertencente ao jogador que realiza a ação (Figura 1). No primeiro nóculo, o jogador 1 escolhe entre a estratégia “Tomar” (T) a pilha, ação essa que finaliza o jogo, com cada jogador recebendo seu payoff respectivo, ou “Passar” (P) a decisão para o outro jogador, o que faz com que a escolha das pilhas seja deixada a cargo do jogador 2. O processo de escolha é iterado um número finito de vezes até que algum dos jogadores escolha T, em qualquer nóculo, ou, no último nóculo, o jogador escolha P (o jogo atribuído a Rosenthal, possui três nósculos, de maneira que ele é iterado duas vezes) .

A ideia central desse jogo está na forma como é elaborado. Dada a estrutura do jogo e dos payoffs, o Equilíbrio de Nash Perfeito em Subjogos (a partir daqui tratado como ENPS), do mesmo modo que diversos outros refinamentos como *Fairness Equilibrium*, *Equitative Equilibrium* (para a definição formal, ver FEY et al., 1994) apresenta como predição a jogada de T no primeiro nóculo. Nesse caso, o conceito de racionalidade, a ideia de que é necessário conhecimento comum de racionalidade entre os jogadores, torna o mecanismo preditivo ainda mais restritivo, uma vez que nenhuma outra estratégia pode ser jogada com probabilidade positiva.

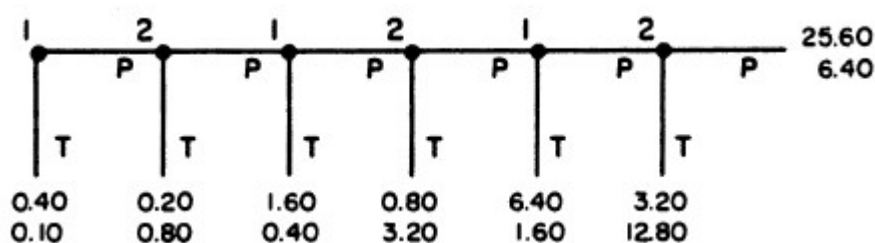


**Figura 1 – Jogo da centopeia com quatro nós**



Fonte: McKelvey e Palfrey (1992)

**Figura 2 – Jogo da centopeia de seis nós**



Fonte: McKelvey e Palfrey (1992)

Experimentos foram realizados na tentativa de esclarecer a efetividade da predição e, no caso de falha, quais as possíveis explicações e ramificações desse evento para teoria dos jogos. O primeiro experimento nessa linha é aquele realizado por McKelvey e Palfrey (1992) (M/P) com estudantes da Caltech (California Institute of Technology). Nesse estudo, são analisadas as hipóteses de conhecimento comum de racionalidade entre jogadores e de aprendizado entre jogos. Seu conceito experimental está em distribuir pessoas em dois grupos (no estudo chamados Azuis e Vermelhos) e fazer com que cada pessoa do time azul jogue o jogo da centopeia, de quatro nós e seis nós, com cada indivíduo do time vermelho e vice-versa, totalizando dez jogos por pessoas e cem jogos no total, em quatro seções.

Como os dados não mostram a conformação das jogadas ao equilíbrio, a explicação alternativa apresentada por McKelvey e Palfrey (1992) (que será explorado pelos autores subsequentes) é de que, em primeiro lugar, o jogo da centopeia seja reconsiderado como um jogo com informação incompleta em que existe incerteza sobre a função de payoff dos jogadores, dados os seus tipos. Existiriam dois tipos distribuídos pela natureza na jogada zero: os altruístas (aqueles que sempre jogam P) e os não-

altruístas (ou egoístas, definidos residualmente como aqueles que não satisfazem a definição de altruísta). Nota-se que aqui não são feitas hipóteses paramétricas a respeito do formato da função utilidade de um tipo ou outro, mas um modelo equivalente é possível, como apontado pelos autores.

Segundo a argumentação de McKelvey e Palfrey, a não conformação dos jogadores ao ENPS estaria intimamente relacionada à quantidade de jogadores altruístas (e, portanto, ao componente de incompletude de informação do jogo). Como os jogadores altruístas sempre passam, a outra parcela de jogadores tenderia a imitar-lhes o comportamento, ganhando assim reputação de jogar P e explorando a possibilidade de aumentar seu payoff. Nas palavras dos próprios autores: *“These incentives to mimic are very powerful, in the sense that a very small belief that altruists are in the subject pool can generate a lot of mimicking, even with a very short horizon”*<sup>5</sup> (MCKELVEY e PALFREY, 1992, p. 805).

Um dos grandes problemas destacados no artigo é a ideia de que a mímica que indivíduos do tipo egoísta realizariam somente ocorreria mediante uma porcentagem bastante alta de indivíduos altruístas, o que não foi verificado. Em especial, em Fey e colaboradores (1994, p. 17), artigo em que McKelvey e Palfrey contribuíram, a explicação através do tipo altruísta é rejeitada, uma vez que é *“(...) implausible here because altruistic behavior does not imply that a subject should ever pass.”*<sup>6</sup>

O experimento de Nagel e Tang (1998) visa apreender o comportamento dos indivíduos no jogo da centopeia em sua forma normal, estática, em oposição à forma extensiva ou dinâmica. Novamente, procura-se entender a escolha individual dos jogadores, utilizando um modelo que seja capaz de descrever e prever suas respostas, de modo acurado, além de captar sua capacidade de aprendizado entre as seções.

O primeiro ponto a ser abordado pelos autores corresponde à estrutura. Temos um jogo extensivo com dois jogadores, A e B, ambos com estratégias P e T, correspondendo a Passar e Tomar, respectivamente, em que cada jogador pode escolher uma estratégia até seis vezes durante o jogo, como mostra a Figura 2. A partir da forma extensiva, deriva-se

---

<sup>5</sup> “Esses incentivos de imitar são muito poderosos, no sentido de que uma crença bastante insignificante de que indivíduos altruístas pertencem ao grupo de participantes pode gerar muita imitação, mesmo em um período muito curto.”

<sup>6</sup> “(...) Implausível nesse caso, porque comportamento altruísta não implica que o participante deva sempre passar.”

a forma normal reduzida, em que ambos os jogadores devem escolher simultaneamente entre “Passar” ou “Tomar” e em que nódulo o fariam (Figura 3). As estratégias representadas pelos números ímpares e pares 1-12 correspondem a jogada tomar, para cada nódulo possível no jogo extensivo. As jogadas 13 e 14 correspondem a “sempre passar” para o jogador A e B, respectivamente. Um ponto a ser ressaltado é o fato de que tanto o jogo representado pela Figura 2, quanto pela Figura 3 são equivalentes nas estratégias e apresentam um único resultado, ou seja, o jogador A sempre joga T (em particular, no jogo extensivo, o jogador A sempre escolhe T no primeiro nódulo, enquanto no jogo normal, o jogador A escolhe a estratégia 1, e o jogador B escolhe a estratégia 2).

O experimento consistiu na replicação de McKelvey e Palfrey (1992) com a diferença de que foram realizadas cinco seções e o jogo estava na forma normal reduzida.

**Figura 3 – Jogo da Centopeia na forma extensiva com doze nódulos**

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	
A	B	A	B	A	B	A	B	A	B	A	B	
→pass ↓ take	→pass ↓ take	→pass ↓ take	→pass ↓ take	→pass ↓ take	→pass ↓ take	→pass ↓ take	→pass ↓ take	→pass ↓ take	→pass ↓ take	→pass ↓ take	→pass ↓ take	256 64
4*	2	8	3	16	6	32	11	64	22	128	44	
1*	5	2	11	4	22	8	45	16	90	32	180	

Fonte: Nagel and Tang (1998)

**Figura 4 – Jogo da Centopeia na forma normal reduzida**

		Player B (even numbers)						always “pass”
		2	4	6	8	10	12	
Player A (odd numbers)	1	4 1	* 1	4 1	4 1	4 1	4 1	4 1
	3	2 5	8 2	8 2	8 2	8 2	8 2	8 2
	5	2 5	3 11	16 4	16 4	16 4	16 4	16 4
	7	2 5	3 11	6 22	32 8	32 8	32 8	32 8
	9	2 5	3 11	6 22	11 45	64 16	64 16	64 16
	11	2 5	3 11	6 22	11 45	22 90	128 32	128 32
always “pass”	13	2 5	3 11	6 22	11 45	22 90	44 180	256 64

Fonte: Nagel and Tang (1998)

Ainda assim, como afirmam os autores: “*Many patterns of the behavior found in the extensive form game (...) can be found in our study*”<sup>7</sup> (NAGEL e TANG, 1998, p. 360). Entre elas, podemos citar o fato de que todas as estratégias possuíam frequência relativa estritamente positiva. Particularmente, a estratégia fracamente dominada 14, correspondente a “sempre passar”, apresentou frequência relativa maior que a estratégia proposta pelo Equilíbrio de Nash (média de 7,7% e 0,5%, respectivamente). Os autores também argumentam que não existe uma tendência clara quanto à convergência para o equilíbrio durante as seções (NAGEL e TANG, 1998, p. 361).

A partir desses dados, ficou evidenciado que o caráter de aprendizado retratado nos outros artigos não aparece nesse tratamento do jogo da centopeia. Em grande parte, existe maior volatilidade nas jogadas até que, em seções posteriores, surge uma tendência de estabilidade no comportamento, mas não no sentido de convergir para o Equilíbrio de Nash, como explicitado por Zauner (1999). O modelo simples não é capaz de explicitar certos caracteres do jogo, como a transição de comportamento entre P e T, sem afetar grandemente a robustez dos resultados obtidos.

Um estudo que apresentou resultados diametralmente oposto aos experimentos anteriores, de McKelvey e Palfrey e Nagel e Tang, foi o trabalho realizado por Palacios-Huerta e Volij (2009), intitulado *Field Centipedes*. Nesse modelo de experimento, os pesquisadores escolheram grupos de enxadristas e alunos, de maneira que jogassem entre si e com membros do outro grupo. O resultado da repetição do jogo da centopeia entre alunos serviu como controle para os pesquisadores, e os resultados obtidos foram similares ao de artigos anteriores: baixa conformação ao ENPS por parte dos jogadores que desconheciam o conceito de indução retroativa e tendência de convergência ao equilíbrio quando comparados os jogos iniciais com os finais. Os enxadristas, por outro lado, apresentaram grande convergência para o ENPS do jogo, demonstrando que pessoas habituadas a realizar indução retroativa no xadrez são capazes de transferir esse conhecimento para o contexto de teoria dos jogos. Em outras palavras, se conhecimento comum de racionalidade é pressuposto, então o resultado por indução retroativa é alcançado (AUMANN, 1995) e, como exemplifica Huerta, a respeito de ambos os enxadristas “(...) *they may not satisfy even the minimal departures from commom*

---

<sup>7</sup> “Muitos padrões de comportamento encontrados em jogos na forma extensiva (...) podem ser encontrados em nosso estudo.”

*knowledge of rationality that may induce rational players to depart from backward induction*”<sup>8</sup> (PALACIOS-HUERTA e VOLIJ, 2009, p. 5, grifo do autor).

O procedimento experimental utilizado em *Field Centipedes*, que constitui um fator fundamentalmente diferente de todos os estudos realizados até o começo dos anos 2000, foi de um experimento de campo artefactual. Quando comparado a um experimento de laboratório tradicional, o estudo artefactual se diferencia por apresentar participantes “não convencionais”, de determinada área de interesse, em contraposição a alunos de universidade, além de ocorrerem fora do laboratório (LEVITT e LIST, 2017, p. 5). No caso de *Field Centipedes*, os enxadristas e os torneios de xadrez constituem a parte pouco convencional do experimento.

Como no artigo de M/P, Palacios-Huerta e Volij utilizam um jogo da centopeia de seis movimentos, ou seja, com três movimentos para cada jogador, e com uma estrutura de payoff, que cresce exponencialmente, semelhante a de McKelvey e Palfrey, com a única diferença que todos os pagamentos foram decuplicados (ver Figura 2). Os enxadristas foram escolhidos conforme sua classificação no ranking mundial, de modo que o título de Grão-Mestre corresponde à classificação mais alta, seguida de Mestres Internacionais, Mestres Federativos e, por fim, jogadores com uma pontuação no sistema de classificação (Elo) maior que 2000 pontos. À parte dos jogadores de xadrez, foram incorporados ao experimento alunos de graduação da Universidad del País Vasco na Espanha, como tratamento base.

Uma das principais conclusões concernem à probabilidade implícita<sup>9</sup> ( $P_i$ ) dos jogadores em jogar T em determinado nóculo  $i$ , caso o nóculo  $i$  tenha sido alcançado. Em primeiro lugar, quando estudantes jogavam com outros estudantes, a probabilidade condicional  $P_1$ , podendo ser interpretada probabilidade do participante jogar o ENPS, foi de apenas 7,5%. Quando estudantes e enxadristas jogavam como jogador um e jogador dois, respectivamente, essa probabilidade aumentava para 47%, e no caso inverso (enxadrista como jogadores um e estudantes, dois), o valor se aproximava de 60%. Por fim, quando jogadores de xadrez competiam no jogo da centopeia, enxadristas com mais

---

<sup>8</sup> “(...) Eles não devem satisfazer o menor desvio de conhecimento comum de racionalidade que possa induzir jogadores racionais a afastarem-se de indução retroativa.”

<sup>9</sup> No artigo de Palacios-Huerta e Volij, assim como em diversos outros artigos empíricos, os autores apresentam a noção de probabilidade implícita, uma vez que é calculada a partir da frequência. Como essa probabilidade implícita é definida como “Probabilidade de jogar T no  $i$ -ésimo nóculo, dado que foi alcançado o  $i$ -ésimo nóculo”, chamá-la-emos de probabilidade condicional pelo restante deste trabalho.

de 2000 pontos na classificação Elo apresentavam uma probabilidade de jogar o ENPS de 61%. Para mestres nacionais e internacionais, a proporção foi de 73% e 76%, respectivamente. Para Grão-Mestre, a correspondência entre a jogada efetiva e a previsão do ENPS foi completa, ou seja, 100% dos jogadores jogaram a estratégia de equilíbrio (T) no primeiro nóculo.

Frente a esses achados, surge a possibilidade de que a falta de conhecimento comum de racionalidade entre os jogadores seja um fator fundamental na dissonância entre as previsões teóricas e as conclusões práticas. Nesse caso, o resultado experimental é aplicável apenas ao jogo da centopeia em sua forma extensiva, mas não deixa de ser menos impressionante.

Apresentado como uma resposta a *Field Centipedes*, temos o artigo de Levitt e colaboradores (2011), intitulado *Checkmate – Exploring Backward Induction Among Chess Players*, que reproduz o experimento de Palacios-Huerta e Volij, mas também inclui outro experimento e outras considerações. Diferentemente da análise dos autores espanhóis, Levitt, List e Sadoff (2011) desenvolvem um método experimental que envolve dúplice tratamento: primeiro é apresentado o jogo da centopeia tradicional de seis nóculos, de maneira que, tanto o experimento quanto a estrutura de payoffs foi organizada exatamente do mesmo modo que em Palacios-Huerta e Volij (2009). Segundo, é apresentado um outro jogo chamado “corrida aos 100”, de dois modos diferentes: o primeiro, de 1-9, e o segundo, de 1-10. No jogo “corrida aos 100”, os jogadores, em sequência, falam números de um a nove ou um a dez, e aquele que chegar a cem ganha. É importante ressaltar que tanto o jogo da centopeia quanto o corrido aos 100, em ambas as formas, há uma única resposta, caso conhecimento comum de racionalidade seja pressuposto.

A metodologia para o primeiro jogo segue de maneira simétrica as especificações propostas por Volij, à exceção de duas particularidades. A primeira é de que no grupo de participantes de *Checkmate* também são incluídos enxadristas que possuem pontuação no Ranking Elo inferior a 2000 pontos. A segunda se refere ao fato de que Levitt, em seu experimento, não informa os participantes contra quem estavam jogando, enquanto em *Field Centipedes*, as populações de alunos e jogadores de xadrez eram distinguidas.

Ao apresentar os dados, a análise estatística permitiu a verificação dos seguintes fatos: em primeiro lugar, a probabilidade condicional de jogar T apresentou característica

monótona crescente ao longo de cada nódulo alcançado. Dessa forma, é notável que os jogadores não conformaram suas jogadas à previsão teórica estabelecida pelo ENPS e, mais do que isso, nenhum Grão-Mestre ou Mestre Internacional jogou T no primeiro nódulo, resultado esse que entra em franco conflito com o artigo de Palacios-Huerta e Volij. Além disso, a comparação entre jogos iniciais e finais mostrou uma tendência de aproximação do ENPS.

No jogo “corrida aos 100”, os resultados correspondentes à utilização de indução retroativa foram maiores. No tratamento de 1-9, 57,3% dos indivíduos já haviam resolvido o problema na primeira rodada, enquanto no tratamento de 1-10, a quantidade é significativamente reduzida para 12,6%. Outro fator de interesse é o de que, quando o jogo de 1-9 era jogado primeiro, os resultados eram melhores se comparados ao caso em que o jogo de 1-10 era jogado primeiro. Possivelmente, ambos os fatos podem ser uma consequência de que os “números-chave” no jogo 1-9, que correspondem ao resultado por indução, são mais intuitivos que o resultado no jogo de 1-10, reforçando a ideia de que mudanças pouco significativas podem influenciar o método de resolução, como explicitado por Binmore e colaboradores (2002).

O questionamento central do artigo é o da existência de correlação entre a habilidade de realizar indução retroativa e parar cedo (no primeiro nódulo) no jogo da centopeia, e os dados apontam para uma resposta negativa. Nas palavras de Levitt, “*in sum, we find no evidence that stopping in the centipede game is systematically related to backward induction (...)*”<sup>10</sup>. Ao utilizarem a performance na “Corrida aos 100” como medida da habilidade de realizar indução retroativa, os autores mostram que o resultado obtido entre os jogos é o de que os enxadristas que, em grande parte, resolveram perfeitamente a “Corrida aos 100” não jogaram nem uma vez T no primeiro nódulo do jogo da centopeia, acusando a possibilidade de transferência imperfeita ou mesmo a incapacidade de transferir os conhecimentos de indução retroativa do xadrez para diversas classes de jogos (LEVITT et al., 2011, p. 14). Não apenas isso, outra possível explicação é a da existência de uma característica de reciprocidade entre indivíduos, o que, de certa forma, remete à ideia do tipo altruísta, apresentada por McKelvey e Palfrey, ainda que o jogo, nesse caso, seja visualizado como de informação perfeita e completa.

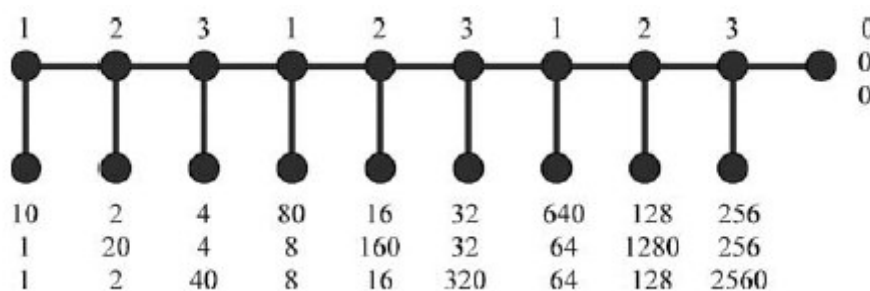
---

<sup>10</sup> “Em conclusão, nós não encontramos evidência de que parar no jogo da centopeia é sistematicamente relacionado com indução retroativa (...)”

Rapoport e colaboradores (2003) realizou um estudo na Universidade do Arizona que utiliza o experimento de McKelvey e Palfrey como referência, com significativas diferenças metodológicas. As mudanças principais realizadas estão relacionadas à quantidade de jogadores, que passam a ser três em vez de dois, assim como o valor dos payoffs, substancialmente mais altos que nos outros experimentos, e daqui para frente chamados de *high stakes*.

Desse modo, é apresentado um jogo com nove nós, em que cada jogador possui três jogadas ao longo de toda a sequência de movimentos. A estrutura dos payoffs começa com valores significativamente mais altos, como mostra a Figura 5, e crescem, exponencialmente, ao longo de cada jogada.

**Figura 5 – Jogo da Centopeia com três jogadores e nove nós**



Fonte: Rapoport et al. (2003)

Diferentemente do experimento realizado por McKelvey e Palfrey, em que o payoff do oponente é sempre quatro vezes menor que o payoff do jogador que realiza a ação, temos, nesse caso, uma diferença de dez vezes. Além disso, é notável que o payoff máximo que os jogadores podem receber em Rapoport (2003) é cem vezes maior do que o jogo de quatro nós e cinquenta vezes maior que no jogo de seis nós apresentado por M/P. Outro fator estrutural do jogo que mostra a diferença entre as duas versões são os payoffs correspondentes ao último nó: enquanto no experimento de Rapoport o payoff relacionado a escolher P no último nó é zero para os três jogadores, no de M/P a recompensa pela mesma jogada é positiva para ambos os jogadores, tanto no jogo de quatro quanto no de seis nós.

A adição de três características diferentes em relação ao experimento de referência torna difícil a separação de suas consequências individuais e, como comentam os autores: *“Examining the effect of each of them requires multiple experiments”*<sup>11</sup> (Rapoport et al.,

<sup>11</sup> Examinando o efeito de cada um deles requerem múltiplos experimentos.



2003, p. 243). Portanto, foi realizado um segundo experimento, que replica aquele de McKelvey e Palfrey.

O método, em ambos os experimentos, consiste em separar 60 indivíduos em quatro grupos de quinze pessoas, cada grupo realizando 60 rounds do jogo, sendo utilizado um processo randômico de seleção do oponente de cada jogador, para impedir a formação de algum tipo de reputação. Seguindo a tradição de experimentos realizados com estudantes, nenhum deles possuía conhecimento a respeito de indução retroativa ou o jogo da centopeia. Com relação aos pagamentos, todos os participantes receberam 50% dos payoffs de três jogos escolhidos aleatoriamente antes que o experimento começasse, mas revelados apenas após o último jogo ter sido jogado. O pagamento total médio nas quatro seções do experimento 1 foi de \$391,50, enquanto do experimento 2 foi de \$13,20.

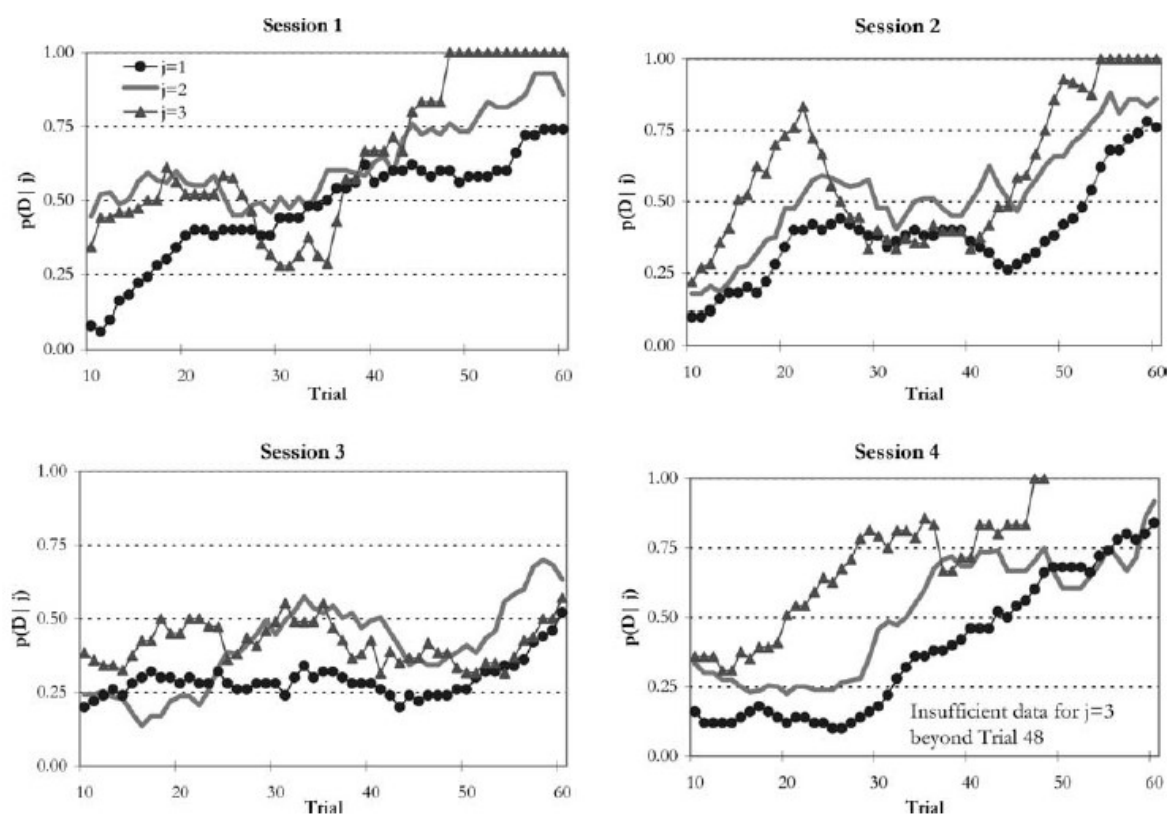
Quando analisadas as estatísticas do experimento 1, algumas características tornam-se salientes: a frequência com que a estratégia de equilíbrio foi jogada, em cada uma das quatro seções, foi de 46,3%, 39,3%, 30,3% e 40,7%, resultados quantitativamente mais significativos do que aqueles obtidos em todos os outros experimentos com estudantes (à exceção de Palacios-Huerta e Volij, 2009). Além disso, a probabilidade condicional inferida de ser jogado T no  $i$ -ésimo nóculo, quando agregada, apresenta comportamento constante, um resultado díspar do levantado por McKelvey e Palfrey, de que essa probabilidade condicional tende a crescer à medida que o jogo prossegue a nóculos mais distantes do inicial.

Olhando além da análise agregada, Rapoport faz um estudo seccional na Figura 6. Ela mostra a probabilidade condicional inferida de jogar T no  $i$ -ésimo nóculo condicionado à chegada nesse nóculo, no eixo vertical, e em qual repetição do jogo os jogadores estão, no eixo horizontal. Ao analisar o primeiro nóculo, ( $j = 1$ ), é notável que a probabilidade condicional aumenta, em todas as seções, e, particularmente, nas seções 1, 2 e 4, ou seja, a probabilidade de um participante jogar T passa de 0,187, nos primeiros dez jogos, para 0,667, nos últimos 15, quando olhamos para a primeira seção. Para a segunda seção, esses valores vão de 0,160 até 0,693 e 0,160 até 0,800 na seção 4. Isso significa que 72% dos jogadores, em média, escolheram T nas últimas 15 rodadas, enquanto nas primeiras 15 esse valor foi de apenas 16,9%. Em outras palavras, a análise no nível seccional mostra uma tendência de aprendizado, quando os participantes jogam o jogo repetidamente.

O segundo experimento apresentou padrões diferentes daqueles do experimento 1, e além disso, afirmam os autores que: “*Although the 6-move 2-person centipede game of M/P [McKelvey and Palfrey] and the 9-move 3-player centipede game in Experiment 2 are not directly comparable, their results show very similar patterns*”<sup>12</sup> (RAPOPORT et al, 2003, p. 262). A jogada de equilíbrio (jogar T no primeiro nóculo) foi de 2,7%, 2,3%, 1,3% e 4,0% nas seções 1, 2, 3 e 4, respectivamente, e, nos gráficos de média aritmética móvel da probabilidade de jogar T a cada jogo, do experimento 2, não há nenhum padrão de aprendizado dos participantes, em convergir para o equilíbrio, da mesma forma que McKelvey e Palfrey.

O ENPS foi utilizado como modelos de referência e apresentou desempenho ruim na explicação dos dados. O próprio modelo Quântico fornece uma explicação a respeito

**Figura 6 – Média aritmética móvel da probabilidade de jogar T a cada jogo (Experimento 1 - Seções 1-4)**



Fonte: Rapoport e colaboradores (2003)

<sup>12</sup> “Ainda que o jogo da centopeia de dois jogadores e seis movimentos de M/P [McKelvey e Palfrey] e o jogo da centopeia de três jogadores e nove movimentos no Experimento 2 não sejam diretamente comparáveis, seus resultados mostram padrões similares.”

do comportamento apenas no nível agregado, mas não leva em conta a mudança nas probabilidades condicionais inferidas, sendo incapaz de explicar a tendência de aprendizado encontrada nos dados. Uma das possíveis explicações apresentadas pelos autores é o fato de haver diferenças estruturais nos jogos realizados, fazendo com que esses modelos tenham um pior desempenho. Em particular, a definição de tipos altruístas não pode ser utilizada dado o fato de que, se o último participante jogar P no último nóculo, seus payoffs são os menores do jogo, e não os maiores.

Em conclusão, Rapoport explica grande parte das descobertas, em especial da maior conformação a predição do ENPS, por meio da relação entre três jogadores (triádicas) em oposição a relações entre dois jogadores (diádicas), do valor substancialmente maior dos payoffs, da capacidade de aprendizado dos indivíduos e do caráter randômico da seleção de oponentes. Sob essas condições, parece haver maior convergência, mas é necessário considerar que, de modo agregado, 60% das estratégias ainda não conformam com o resultado do preditor teórico.

Uma ressalva importante deve ser incorporada à análise da literatura referente ao jogo da centopeia. Em estudo realizado por García-Pola e colaboradores (2017), intitulado *Non-Equilibrium Play in Centipede Games*, os autores buscam, utilizando métodos econométricos, discernir se um ou mais modelos são relevantes na explicação de jogadas que não correspondem ao ENPS. Significativamente, os autores argumentam que *“we find that non-equilibrium behavior is too heterogeneous to be explained by a single model. However, most non-equilibrium choices can be fully explained by level-k thinking and quantal response equilibrium”*<sup>13</sup> (GARCÍA-POLA et al., 2017, p. 1).

---

<sup>13</sup> “Nós encontramos que comportamento diferente do equilíbrio são heterogêneos demais para serem explicados por um único modelo. Em compensação, a maior parte dessa forma de comportamento pode ser completamente explicada por “level-k thinking” e o equilíbrio de resposta quântica.”

#### 4. Metodologia

Toda exposição subsequente é baseada no experimento realizado por McKelvey e Palfrey (1992). Existem diferenças entre o experimento original e este, que serão comentadas. O experimento realizado corresponde a um jogo com dois participantes, um deles será do time vermelho e o outro, do time azul, sendo que o vermelho sempre começa jogando, conforme é apresentado, de maneira resumida, na Tabela 1, a seguir:

**Tabela 1 – Tabela de Jogadas com os respectivos payoffs**

Jogadas				Pagamentos			
1ª V	1ª A	2ª V	2ª A	Quantia Grande	Quantia Pequena	Pagamento Vermelho	Pagamento Azul
T				4 bis	1 bis	4 bis	1 bis
P	T			8 bis	2 bis	2 bis	8 bis
P	P	T		16 bis	4 bis	16 bis	4 bis
P	P	P	T	32 bis	8 bis	8 bis	32 bis
P	P	P	P	64 bis	16 bis	64 bis	16 bis

Fonte: Elaboração Própria (adaptado de McKelvey e Palfrey).

O jogo começa com uma quantia grande e uma pequena com 4 bis e 1 bis, respectivamente, que correspondem ao payoff dos jogadores. O jogador um realiza o primeiro movimento e deve escolher entre Tomar (T) e Passar (P). Caso ele escolha T (linha 3 da Tabela), o pagamento do jogador vermelho é 4 bis e, do jogador azul, é 1 bis. Caso ele escolha P, é a vez do jogador azul, e seus pagamentos dobram, ou seja, a pilha grande passa a ter 8 bis, e a pilha pequena, 2 bis. O jogador azul, então, é confrontado com as mesmas duas escolhas: caso seja escolhido T (linha 4 da Tabela), os payoffs são 8 bis para o jogador azul e 2 para o vermelho. Note que, enquanto na primeira jogada (1º V) era o jogador vermelho que ganhava a quantia maior, na segunda jogada (1º A) é o jogador azul que ganha essa quantia. Ao longo de todo o jogo, o participante que escolher T recebia a quantia maior. Se for escolhido P é, novamente, a vez do jogador vermelho, e os payoffs dobram. O jogo segue por quatro rodadas ou duas jogadas para cada participante.

Na quarta e última rodada, o jogador azul se depara novamente com duas possibilidades: T ou P. Se ele “Tomar”, o jogo acaba, e ele recebe a quantia grande de 32 bis, e o jogador vermelho, a quantia pequena de 8 bis. Caso o jogador azul escolha “Passar”, o jogo também termina, de modo que o jogador azul recebe a quantia pequena

de 16 bis e o jogador vermelho recebe a quantia grande de 64 bis. A representação na forma extensiva pode ser vista na Figura 7.

**Figura 7 – Jogo da centopeia de quatro nódulos utilizado no experimento**

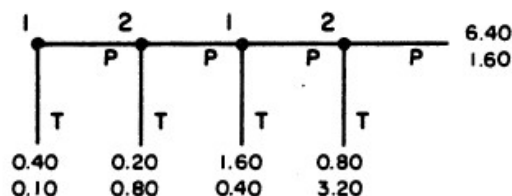


FIGURE 1.—The four move centipede game.

Fonte: Elaboração Própria

Os participantes do experimento eram alunos do primeiro ao terceiro semestre do Curso de Economia da UFRGS que ainda não tiveram contato com teoria dos jogos, em geral, e com o jogo da centopeia, em particular. Esses participantes foram divididos em dois grupos ou seções. Dentro de cada seção, ocorreu uma nova subdivisão: as pessoas foram separadas em dois times, o vermelho e o azul, sendo que essa separação teve apenas como finalidade melhor monitorar o desempenho coletivo. A Tabela 2 mostra as divisões feitas entre os participantes do experimento.

**Tabela 2 – Metodologia do Experimento - Resumo**

Seção #	Participantes	Jogos/Participantes	Total de Jogos	Nódulos
1	16	8	64	4
2	20	10	100	4

Fonte: Elaboração Própria

O esquema de pareamento entre os indivíduos foi realizado de modo que cada participante do time vermelho estivesse pareado com todos os participantes do time azul uma única vez, totalizando dez jogos para cada indivíduo do time vermelho. Para o time azul, valia o mesmo. Os participantes do time azul e do time vermelho pertenceram ao time azul e vermelho, respectivamente, durante os dez jogos.

A diferença mais significativa entre o presente experimento e o experimento original está nos payoffs utilizados. Como não havia verba suficiente para payoffs monetários, foram utilizados bis, de modo a manter as proporções entre as recompensas dos jogadores (payoff do jogador que toma a decisão sempre quatro vezes maior do que

o do oponente). Além disso, enquanto o presente experimento realizou duas seções, ambas com um jogo da centopeia de quatro nódulos, no original, foram realizadas sete seções, sendo que dessas, três foram com o jogo da centopeia de quatro nódulos (Figura 1), três foram com o de seis nódulos (Figura 2) e uma correspondeu a um jogo de quatro nódulos com payoffs altos (*high stakes*).

O último fator diz respeito ao fato de que, enquanto no trabalho de McKelvey os alunos não estavam simultaneamente na mesma sala, e eles usaram terminais de computador para inserir suas jogadas, no presente experimento os jogadores estavam simultaneamente na mesma sala e suas jogadas foram computadas em uma folha<sup>14</sup>. É importante salientar que interações de qualquer natureza, à exceção de escrever a jogada na folha, foram proibidas, e uma equipe realizou o monitoramento de cada dupla para fazer cumprir tal proibição.

Uma última consideração deve ser feita. Como assinalado por Rapoport (2003), o recebimento de grandes recompensas (os chamados *high stakes*) proporciona diferenciação no resultado, ainda que não distorçam grandemente as conclusões, mesmo para valores significativamente altos.

---

<sup>14</sup> Tanto a folha de respostas quanto as instruções do experimento estão presentes no Apêndice A. Todos os jogadores, antes de participarem do experimento, ouviram as instruções lidas pelo experimentador.

## 5. Resultados e Estatística Descritiva

Os resultados apresentados nesta seção correspondem a um resumo do comportamento dos indivíduos no jogo da centopeia. Os materiais usados durante o experimento podem ser analisados no Apêndice B. A Tabela 3 mostra a frequência de resultados de cada nóculo, ou seja, para cada  $i \in \{1, 2, 3, 4, 5\}$ ,  $f_i$  corresponde à frequência com que os jogadores escolhem terminar o jogo no  $i$ -ésimo nóculo. Nesse caso, a frequência  $f_5$  corresponde ao término do jogo quando todos os participantes passam a sua vez (jogam P).

A Tabela 4 representa a probabilidade condicional de “Tomar” no  $i$ -ésimo nóculo, ou seja, corresponde à proporção de jogos em que foi escolhido T no nóculo  $i$ , dado que o jogo chegou até esse nóculo. Em um jogo com  $n$  nóculos, a probabilidade é dada por meio da fórmula  $p_i = f_i / \sum_{i=1}^{n+1} f_i$ .

**Tabela 3 – Frequência de observações a cada nóculo**

Seção	$N$	$f_1$	$f_2$	$f_3$	$f_4$	$f_5$
1	64	0.21875	0.34375	0.28125	0.0625	0.09375
2	100	0.16	0.33	0.33	0.18	0.0
Agregado	164	0.18938	0.33688	0.30563	0.12125	0.04688

Fonte: Elaboração Própria

A Tabela 3 mostra uma série de características proeminentes nos dados. Em primeiro lugar, assim como na experimentação de McKelvey e Palfrey, os dados não se conformam com os preditores clássicos de teoria dos jogos (ENPS, Eliminação Iterada de Estratégias Dominadas, Maximin), uma vez que seus resultados implicam que,  $f_1 = 1$  e, caso  $i \neq 1$ , então  $f_i = 0$ . Para o jogo com quatro nóculos, as frequências  $f_1$  correspondem a 21% na primeira seção e 16%, na segunda, sendo que todas as outras frequências são positivas, à exceção de  $f_5$ , na segunda seção. Em segundo lugar, mesmo não havendo conformação entre os dados e os preditores, os indivíduos jogaram “Tomar” com maior frequência nesse experimento do que no apresentado por McKelvey e Palfrey. Comparando o resultado agregado, enquanto nesse estudo foi jogado “Tomar” 19% da vezes, naquele isso ocorreu apenas em 7% dos casos. Esse resultado fica muito aquém,

entretanto, daqueles apresentados por Rapoport e Palacios-Huerta<sup>15</sup>, correspondentes a 39.15% e 69%, respectivamente.

Em terceiro lugar, temos a presença de indivíduos altruístas (participantes que escolhem “Passar” sempre que têm oportunidade) nos dados de ambas as seções. Na primeira seção, um jogador vermelho (jogador n. 2) e dois jogadores azuis (jogadores n. 3 e 5) escolheram sempre passar, enquanto na segunda seção a quantidade foi menor, de modo que apenas um jogador vermelho (jogador n. 7) escolheu passar sempre que teve oportunidade. Desse modo, na segunda seção, a quantidade de indivíduos altruístas (5% da população total) está em acordo com as previsões realizadas por McKelvey e Palfrey. Por outro lado, apenas dois participantes jogaram “Tomar” em todas as oportunidades possíveis (jogadores n. 4 e 6), ambos da primeira seção. Em particular, o jogador 4, pertencente ao time vermelho, jogou o Equilíbrio de Nash em todos os oito jogos que participou.

A Tabela 4 mostra a probabilidade condicional do participante jogar “Tomar” no *i*-ésimo nóculo condicionado à chegada nesse nóculo. A característica mais saliente nessa análise corresponde a monotonicidade das probabilidades na segunda seção e no agregado, em outras palavras, à medida que os participantes se distanciam do nóculo inicial, a probabilidade de escolherem T aumenta (na primeira seção esse padrão se mantém até o valor  $p_4$ ).

**Tabela 4 – Probabilidade Implícita de jogar T no *i*-ésimo nóculo dado que esse nóculo foi alcançado**

Seção	<i>N</i>	$p_1$	$p_2$	$p_3$	$p_4$
1	64	0.21875	0.44	0.64	0.40
		(64) <sup>16</sup>	(50)	(32)	(20)
2	100	0.16	0.39	0.65	1
		(100)	(84)	(51)	(18)
Agregado	164	0.18938	0.415	0.645	0.7
		(164)	(134)	(83)	(38)

Fonte: Elaboração Própria

<sup>15</sup> A frequência apresentada para o experimento de Palacios-Huerta corresponde ao jogo da centopeia de seis movimentos entre enxadristas e estudantes da Universidad del Pais Vasco.

<sup>16</sup> O número entre parênteses corresponde à quantidade de pessoas que chegaram até o *i*-ésimo nóculo expresso no subscrito da probabilidade ( $p_i$ ).



Outras características encontradas nos dados são resultantes da comparação entre as probabilidades implícitas dos jogos iniciais (jogos de 1 a 4) e dos jogos finais (jogos de 5 a 8) na seção 1, apresentados na Tabela 5. Na Tabela 6, correspondente à mesma medida para a seção 2, os jogos iniciais são de número 1 a 5, e os finais, de 6 a 10.

**Tabela 5 – Comparação entre probabilidades dos jogos iniciais e jogos finais da Seção 1**

Seção 1	$N$	$p_1$	$p_2$	$p_3$	$p_4$
1 - 4	32	0.219	0.320	0.647	0.334
		32	25	17	6
5 - 8	32	0.219	0.560	0.656	0.500
		32	25	11	4

Fonte: Elaboração Própria

**Tabela 6 - Comparação entre probabilidades dos jogos iniciais e jogos finais da Seção 2**

Seção 2	$N$	$p_1$	$p_2$	$p_3$	$p_4$
1 - 5	50	0.140	0.349	0.643	1.000
		50	43	28	10
6 - 10	50	0.180	0.439	0.652	1.000
		50	41	23	8

Fonte: Elaboração Própria

A análise no nível seccional revela um padrão de similaridade entre os diferentes dados observados. Em ambas as seções, é possível visualizar que as probabilidades de “Tomar” a cada nódulo aumentaram (em dois casos mantiveram-se constantes) na comparação das jogadas iniciais com as finais. Na primeira seção esse fato é notável, especialmente no segundo nódulo e no quarto, nos quais as probabilidades foram de 32% a 56% e 33% a 50%, respectivamente. Uma ressalva importante a ser comentada é a de que no quarto nódulo a análise foi feita somente com quatro observações. Por outro lado, na seção dois, esse aumento ocorreu, significativamente, no primeiro e segundo nódulo, enquanto no quarto a tendência estável permaneceu.

## 6. Considerações Finais

Através da realização do experimento proposto e da análise dos dados na seção anterior, algumas questões são esclarecidas. As hipóteses levantadas, de baixa conformação ao equilíbrio e de diferenças significativas entre as probabilidades condicionais dos jogos iniciais e dos jogos finais, não podem ser rejeitadas frente aos dados levantados. Em particular, os resultados deste trabalho reforçam os argumentos e as conclusões do experimento de McKelvey e Palfrey (1992), Nagel e Tang (1998), entre outros autores.

Algumas das fraquezas deste estudo, em compensação, devem ser comentadas. Diferentemente dos artigos citados, o experimento realizado ocorreu com todos os participantes presentes na mesmo ambiente, e ainda que o controle dos monitores tenha sido rígido, esse fato aumenta a possibilidade de coordenação entre os jogadores e, potencialmente, a criação de reputação entre os jogadores. Além disso, os payoffs, diferentemente de todos os outros experimentos, foram com bis ao invés de recompensas monetárias, podendo criar alguma forma de distorção nas jogadas dos indivíduos.<sup>17</sup>

Por fim, as fronteiras para novos estudos empíricos a respeito do jogo da centopeia estão postas. Uma análise a respeito da substituição entre payoffs monetários e materiais é um campo em aberto, em especial quanto ao efeito dotação, e como ele influencia na decisão das pessoas. Além disso, estudos relacionados a como o número de participantes afetam o resultado do jogo. Esse tipo de pesquisa, iniciada por Rapoport (2003), mostra caminhos para uma análise do jogo da centopeia, ainda em seus primórdios.

---

<sup>17</sup> Os resultados apresentados foram muito similares aos resultados dos artigos citados, em especial, McKelvey e Palfrey (1992), indicando que a substituição de recompensas monetárias por bis tenha um efeito negligenciável sobre as escolhas dos indivíduos. Mais estudos nesse campo são necessários para averiguar essa hipótese.

## Referências

ALDAMA, Abraham; VÁSQUEZ-CORTÉS, Mateo; YOUNG, Lauren. Fear and citizen coordination against dictatorship. **Journal of Theoretical Politics**, n. 31, 2019. p.103-125.

AUMANN, Robert. Subjectivity and correlation in randomized strategies. **Journal of Mathematical Economics**, n. 1, 1974. p. 67-96.

AUMANN, Robert. Irrationality in Game Theory. In: Dasgupta, P., et al., Eds., *Economic Analysis of Markets and Games: Essays in Honor of Frank Hahn*, MIT Press, Cambridge and London, (1992). p. 214-227.

AUMANN, Robert. Backward induction and common knowledge of rationality. **Games and Economic Behavior**, n. 8, 1995. p. 6-19.

BINMORE, Kenneth George; RUBINSTEIN, Ariel; WOLINSKY, Asher. The Nash Bargaining Solution in Economic Modelling. **RAND Journal of Economics**, n. 17, 1986. p. 176-188.

BINMORE, Kenneth George; MCCARTHY, John; PONTI, Giovanni; SAMUELSON, Larry; SHAKED, Avner. A Backward Induction Experiment. **Journal of Economic Theory**, n. 104, 200. p. 248-288.

FEY, Mark; MCKELVEY, Richard; PALFREY, Thomas. An Experimental Study of Constant-Sum Centipede Games. **International Journal of Game Theory**, n. 25, 1996. p. 269-287

GARCIA-POLA, Bernardo; NAGORE, Iriberri; JAROMÍR, Kovářik. Non-equilibrium play in centipede games. **CEPR Discussion Papers**, n. 11477, 2016.

GOEREE, Jacob; HOLT, Charles. Ten Little Treasures of Game Theory and Ten Intuitive Contradictions. **American Economic Review**, n. 91, 2001. p. 1402-1422.

GOEREE, Jacob; HOLT, Charles; PALFREY, Thomas. **Quantal Response Equilibrium: A Stochastic Theory of Games**, Nova Jersey, Princeton University Press, (2016).

KAHNEMAN, Daniel; TVERSKY, Amos. Prospect Theory: An Analysis of Decision under Risk. **Econometrica**, n. 47, 1979. p. 263-291.

KREPS, David; WILSON, Robert. Reputation and imperfect information, **Journal of Economic Theory**, n. 27, 1982. p. 253-279.

LEVITT, Steven; LIST, John. Field experiment in economics: The past, the present and the future, **European Economic Review**, n. 53, 2009, p. 1-18.

LEVITT, Steven; LIST, John; SADOFF, Sally. Checkmate: Exploring Backward Induction among Chess Players, **American Economic Review**, n. 101, 2011. p. 975-90.

LITTLE, Andrew. Propaganda and credulity, **Games and Economic Behavior**, n. 102, 2017. p. 224-232.

MAS-COLLEL, Andreu; WHINSTON, Michael Dennis; GREEN, Jerry. **Microeconomic Theory** Nova York, Oxford University Press, 1995.

MCKELVEY, Richard; PALFREY, Thomas. An Experimental Study of the Centipede Game, **Econometrica**, n. 60, 1992. p. 803-36.

MILGROM, Paul; ROBERTS, John. Limit Pricing and Entry under Incomplete Information: An Equilibrium Analysis, **Econometrica**, n. 50, 1982. p. 443-59.

NAGEL, Rosemarie; TANG, Fang. Experimental results on the centipede game in normal form: an investigation on learning. **Journal of Mathematical Psychology**, n.42 1998. p. 356-84.

PALACIOS-HUERTA, Ignacio; VOLIJ Oscar. Field Centipedes, **American Economic Review**, n.99, 2009. p.1619-1635.

RAPOPORT, Amnon; STEIN, William; PARCO Jim; NICHOLAS, Thomas. Equilibrium play and adaptive learning in a three-person centipede game, **Games and Economic Behavior**, n. 43, 2003. p. 239-265.

ROSENTHAL, Robert. Games of perfect information, predatory pricing and the chain-store paradox, **Journal of Economic Theory**, n. 25, 1981. p. 92-100.

SELTEN, Reinhard. Reputation and the chain store paradox, **A Political Theory Primer**, Abingdon, Routledge, (1974).

THALER, Richard; SUNSTEIN, Cass. **Nudge: improving decisions about health, wealth, and happiness**, New Haven, Yale University Press, 2008.

ZAUNER, Klaus. A payoff uncertainty explanation of results in experimental centipede games. **Games and Economic Behavior**, n. 26, 1999. p. 157-85.

## Apêndice A

### *Instruções do Experimento*

#### **[Entregar os papéis e recolhê-los]**

Esse é um experimento a respeito de escolha individual. O pagamento depende em parte de vocês e do oponente com quem jogarão. Durante o experimento, não deve haver qualquer tipo de conversa ou comunicação entre os participantes. Aqueles que se comunicarem serão convidados a deixar o experimento, assim como a sua dupla. Se alguém tiver alguma questão durante as considerações introdutórias, levante a mão e a questão será esclarecida.

Começaremos com algumas considerações introdutórias. Vocês serão divididos em dois times, Vermelho e Azul, por ordem alfabética, de maneira que o primeiro será do time vermelho, o segundo do time azul, o terceiro do time vermelho e assim por diante. Do mesmo modo, serão atribuídos números para cada participante.

#### **[Dizer a cada participante qual o seu time e o seu número]**

O experimento funcionará da seguinte forma. Cada participante do time vermelho será pareado com todos os participantes do time azul uma única vez, totalizando dez jogos para cada indivíduo do time vermelho. Para o time azul vale o mesmo. Os participantes do time azul pertencerão ao time azul durante os dez jogos e, similarmente, os participantes do time vermelho pertencerão ao time vermelho durante os dez jogos. É importante que vocês se lembrem da cor do seu time porque as instruções são ligeiramente diferentes para Azuis e Vermelhos.

Falemos a respeito das regras: O jogo é composto de dois participantes de times opostos e quatro rodadas. Apenas um dos participantes joga por rodada, de modo que o jogador vermelho sempre começa, seguido do jogador azul, seguido do vermelho e seguido do azul. Em cada rodada, o participante se depara com duas possibilidades: “Passar a Vez”, que chamaremos de P, ou “Terminar o Jogo”, que chamaremos de T. Se

o jogador resolver “Terminar”, o jogo acaba, e o participante que termina o jogo recebe um pagamento maior que o do oponente. Se o Jogador escolher “Passar”, então o pagamento de ambos dobra e é a vez do oponente. Veremos agora a mecânica do jogo na tabela.

**Tabela 7 - Entrega da Tabela de Payoffs**

Jogadas				Pagamentos			
1ª V	1ª A	2ª V	2ª A	Quantia Grande	Quantia Pequena	Pagamento Vermelho	Pagamento Azul
T				4 bis	1 bis	4 bis	1 bis
P	T			8 bis	2 bis	2 bis	8 bis
P	P	T		16 bis	4 bis	16 bis	4 bis
P	P	P	T	32 bis	8 bis	8 bis	32 bis
P	P	P	P	64 bis	16 bis	64 bis	16 bis

Fonte: Elaboração Própria (adaptado de McKelvey e Palfrey, 1992)

Vou explicar o jogo: Cada indivíduo será pareado com jogador da cor oposta. Temos duas quantias, a quantia grande e a quantia pequena. A primeira jogada será realizada pelo jogador vermelho (na tabela 1ª V) e vale 4 bis para o vermelho e 1 bis para o azul. Se ele escolher “Terminar”, então ele recebe os 4 bis da pilha grande, o jogador azul recebe 1 bis da pilha pequena e o jogo acaba. Caso seja escolhido “Passar”, o valor das quantias dobra e é a vez do jogador azul. A quantia grande passa a ter 8 bis, e a quantia pequena, 2 bis. O jogador azul, então, se depara com duas possibilidades: “Passar” ou “Terminar”. Se ele escolher “Terminar”, o jogo acaba e o jogador azul ganha a quantia grande de 8 bis e o jogador vermelho a quantia pequena de 2 bis. Se for escolhido “Passar”, os valores dobram e é a vez do jogador vermelho. O jogo segue por quatro rodadas ou duas jogadas para cada participante.

Na quarta e última rodada, o jogador azul se depara novamente com duas possibilidades: “Passar” ou “Terminar”. Se ele “Terminar”, o jogo acaba e ele recebe a quantia grande de 32 bis, e o jogador vermelho, a quantia pequena de 8 bis. Caso o jogador azul escolha “Passar”, o jogo também termina, de modo que o jogador azul recebe a quantia pequena 16 bis, e o jogador vermelho recebe a quantia grande de 64 bis. Será entregue uma tabela sintetizando como o jogo funciona.

**[Botar Tabela nas Mesas]**

Durante a partida vocês podem notar que há uma tabela com dois números na mesa de vocês. O primeiro número corresponde ao jogador do time vermelho e o segundo, ao jogador azul. Ao lado do números, vocês deverão preencher a tabela com suas respectivas jogadas. Notem que, tanto ao escolher “Passar” quanto ao escolher “Terminar”, o jogador deve preencher a tabela na mesa com a sua ação. Se o jogador escolheu “Passar”, marca-se P. Caso tenha sido escolhido “Terminar”, marca-se T. Aquele que marcar T deve esperar o sinal dos monitores para entregar-lhes a tabela.

Ao final da primeira partida, os jogadores do time vermelho permanecerão no seu lugar, enquanto os jogadores do time azul levantarão e trocarão de lugar com o jogador também azul a sua direita. Aquele que estiver na ponta direita trocará de lugar com o jogador na ponta esquerda. Para todos os dez jogos, os jogadores azuis trocarão de lugar ao sinal dos monitores.

### **[Realizar um jogo modelo]**

Faremos uma demonstração: temos dois participantes do time vermelho e dois do time azul. Eles serão pareados e sentarão frente a frente. Checam-se os números. O jogador vermelho começa o jogo. O jogador vermelho escolhe “Passar”, portanto marca-se P na tabela. O Jogador azul joga em seguida e escolhe “Terminar”, portanto marca-se T na tabela, e o jogo termina. Ao sinal dos monitores, são passadas as tabelas. O jogador vermelho, então, fica sentado enquanto o jogador azul se levanta. Ao sinal do monitor, esse jogador se desloca para a cadeira a sua direita. No caso de ele estar na ponta direita, ao sinal do monitor, ele se desloca para a ponta esquerda.

### **[Mostrar a troca de lugares nas posições centrais e na ponta direita]**

O último ponto é com relação ao pagamento. Vocês serão remunerados por um do jogos que será sorteado ao começo do experimento. Todos serão pagos ao final do experimento de modo privado, ou seja, ninguém saberá quanto foi recebido por cada



participante. Se algum problema surgir, levante a mão e um monitor irá ajudá-lo. Agora começaremos o experimento.

**[Começar o experimento]**

